

Čudnovata svojstva kvantnog sveta

– kako priroda prkosi zdravom razumu

Prof. dr Milan Pantić

**Prirodno-matematički fakultet
Departman za fiziku**

Novi Sad, 3. februar 2026.

Na pragu drugog veka kvantne nauke i tehnologije

„Ako vas kvantna mehanika nije duboko zbunila, onda je niste razumeli.“

— N. Bor

„Mislim da sa sigurnošću mogu reći da niko ne razume kvantnu mehaniku.“

— R. Fajnman

⇒ **Kvantna mehanika nas ne uči da je svet neobičan — ona nas uči da je naš način razmišljanja nepotpun.**

- Kvantna mehanika je **najuspešnija teorija** u istoriji fizike — i istovremeno **najkontraintuitivnija**.
- Kvantna mehanika **nije komplikovana** — ona zahteva **promenu intuicije**.
- Klasična slika sveta **puca** na **mikroskopskom** nivou.
- U kvantnom svetu, **merenje oblikuje samu (fizičku) realnost**.
- Da li priroda zaista ne zna šta radi — ili je naš zdrav razum ograničen?
- Predavanje će vam pomoći da **uočite osnovne koncepte** kvantne mehanike, sagledate ih **jasnije** i **sa fascinacijom prema svetu koji nadilazi našu intuiciju**.

STRUKTURA PREZENTACIJE

(1) Šta je kvant i Kvantna mehanika

(2) Osnovni principi i koncepti Kvantne mehanike

⇒ Analiza i implikacije

2.1) Kvantna superpozicija

2.2) Kvantna neodređenost

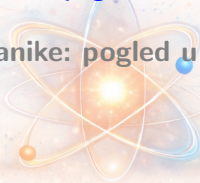
2.3) Kvantna spletenost

⇔ Ovi koncepti **remete** klasični pogled na stvarnost.

(2*) Primene kvantne mehanike: pogled u budućnost

(ukoliko vreme dozvoli)

(3) Epilog i zaključci



1) ŠTA JE KVANT I KVANTNA MEHANIKA?

- „Kvant” — lat. “quantus” (količina) → „najmanja nedeljiva količina” fizičke veličine, materije koja se može pojaviti ili preneti.
- U fizici je kvant → osnovna jedinica („količina” energije) ⇒ prenosi (postoji) u diskretnim iznosima (paketima ili porcijama).



Primer:

- Kvant EMP je **foton**, najmanji paket svetlosti.
- Naziv ‘foton’, Gilbert Njutn Luis, 1926.
- Kvant: nije klasičan, **prkosi** zdravom razumu.

- M. Plank (1900): uveo koncept kvanta → „prvi korak” ka modernoj KM.
- A. Ajnštajn (1905): kvanti svetlosti; N. Bor (1913): model atoma.

- **Kvantna mehanika (KM)** $\overset{\text{def}}{\rightleftharpoons}$ fizička teorija koja pruža **fundamentalni** i **univerzalni** opis materijalnog sveta.
- Proučava ponašanje materije na **mikro nivou** — svet atoma i subatomske čestice (**kvantni svet**).
 - Ovo je samo **delimično tačno!**
 - ⇒ KM se primenjuje **svuda**: na ljude, galaksije, univerzum, elektrone,...
 - ⇒ Manifestacije KM postaju vrlo **dramatične** kada smo **u svetu atoma** (otuda utisak da se KM primenjuje samo u mikro domenu!)
- Primenljiva u **svakodnevnom** životu – **makro svet**.
 - Fenomeni kao: magnetizam, provodnost, laseri, superprovodnici, BAC, čvrsta tela su **čvrsti objekti, ne prolazimo kroz pod... ⇒ makroskopski dokaz KM!** (klasična fizika ih ne može objasniti!)
- **Najmisterioznija** i **najfascinantnija** oblast moderne fizike (paradoksi!)
- **Najuspešnija** teorija $\implies$ **ključ** za razumevanje **fundamentalnih zakona prirode** i razvoj **revolucionarnih tehnologija**.

- Temelj moderne fizike – otkriva **stvarnost** koja prkosi **zdravom razumu** i nameće **novi okvir** razumevanja prirode – **radikalan raskid** sa klasičnim pogledom na svet.
- KM je **linearna** teorija.
- Šta je to tako **posebno** u KM? Zašto je **teška** za razumevanje?



Umetnička ilustracija složene prirode KM
(talasno-čestični dualizam i spletenost)

- **Skeptik:** „Pa šta – i klasična mehanika je prepuna apstrakcija:
- ⇒ Na primer: masa je dodeljena tački, kruto telo, referenti sistem, polje, talasi, ...”
- U klasičnoj mehanici apstrakcije su **idealizacije stvarnosti**; u KM one često postaju **sama stvarnost**.

KM se razlikuje od klasične iz dva razloga:

1. Različitosti apstrakcija. Kvantna apstrakcija je fundamentalno različita od klasične. Na primer, pojam stanja u KM konceptualno je veoma različit od pandana u klasičnoj fizici.

→ Stanja u KM su opisana različitim matematičkim objektima i imaju različitu logičku strukturu (ne važi uvek svakodnevna logika – stvari nemaju određeno stanje dok ih ne izmerimo!).

2. Stanja i merenja. U klasičnom svetu, odnos između stanja sistema i rezultata merenja je očigledan – on je trivijalan!

→ Oznake koje opisuju stanje (položaj i impuls čestice) su iste oznakama koje karakterišu rezultate merenja tog stanja.

⇒ Drugim rečima, da bismo odredili stanje moramo da izvršimo eksperiment. U kvantnom svetu ovo nije tačno!

⇒ Stanja i merenja su dve potpuno različite stvari, a odnosi između njih su veoma suptilni i neintuitivni.

O prostoru stanja:

1) U klasičnom sistemu – prostor stanja je **skup** (skup mogućih stanja).

⇒ Logika klasične fizike – **bulovska** (logika zasnovana na pravilima da/ne, tačno/netačno).

2) U kvantnom sistemu – prostor stanja je **vektorski prostor**.

⇔ Matematički vektorski prostor je apstraktna konstrukcija koja može, ali ne mora, da ima bilo šta zajedničko sa običnim prostorom.

⇔ Može da ima dimenziju od 1 do ∞ i može da ima komponente koje su celi brojevi, realni brojevi, kompleksni brojevi!

● Vektorski prostor u KM zove se **Hilbertov prostor** (prostor stanja).

⇒ Logika KM je **kvantna logika** (tvrdnje nisu uvek samo tačne ili netačne).

- KM uvodi **nove koncepte** kao što su:

- 1) **Superpozicija** – čestica može „istovremeno” biti u **više stanja**.
- 2) **Neodređenost** – svojstva čestice ne mogu biti **precizno** poznata.
- 3) **Spletenost** – čestice mogu ostati **povezane** na velikim udaljenostima.
- 4) **Merenje** – samo merenje **utiče** na stanje sistema:
 - Pre merenja: čestica može biti u **više stanja istovremeno** (superpozicija)
 - Tokom merenja: čestica **odabere** jedno stanje
 - Popularna analogija: „Dok ne gledamo elektron, on je i ovde i tamo; kad pogledamo – odluči gde je.”

⇔ Ove ideje se najjasnije razumeju kroz **postulate KM**.

2) FORMULACIJA POSTULATA

(izolovan, zatvoren sistem)

(1) I postulat: Stanje sistema

Stanje kvantnog sistema u trenutku t opisuje se vektorom stanja $|\psi\rangle$, elementom linearnog Hilbertovog prostora $\mathcal{H}$.

- U ovom vektoru je kodirana **celokupna informacija** o sistemu.
- Vektori se mogu **sabirati** — sistem može biti u **superpoziciji** više mogućih stanja.

(2) II postulat: Fizičke veličine i operatori

Svakoj klasičnoj fizičkoj veličini A pridružuje se linearni *ermitski* operator $\hat{A}$, koji deluje na prostoru stanja $\mathcal{H}$.

- **Rezultat merenja** fizičke veličine A može biti **samo jedna** od svojstvenih vrednosti $\{a_n\}$ operatora $\hat{A}$: $\hat{A}|\phi_n\rangle = a_n|\phi_n\rangle$.

- **Svaka** svojstvena vrednost $a_n \rightarrow$ **moguć ishod merenja** u stanju $|\phi_n\rangle$.

(3) III postulat: Verovatnoća ishoda merenja

Pri merenju fizičke veličine A u stanju:

$$|\psi\rangle = \sum_n c_n |\phi_n\rangle,$$

verovatnoća da će se dobiti rezultat a_n iznosi

$$w(a_n, |\psi\rangle) = |\langle \phi_n | \psi \rangle|^2 = |c_n|^2. \quad (\text{Bornovo pravilo!}) \quad (1)$$

→ Postulat daje KM **statističku prirodu** zato što **poznato stanje ne određuje ishod merenja**, već samo **verovatnoću** različitih ishoda.

⇒ KM ne predviđa **šta** će se desiti, već **koliko je verovatno** da će se nešto desiti.

(4) IV postulat: Kvantna dinamika

Evolucija stanja u vremenu određena je **Šredingerovom jednačinom**

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{r}, t) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(\vec{r}, t) \right] \psi(\vec{r}, t) \quad (2)$$

→ **Potpuno promenila** naše shvatanje Univerzuma!

⇒ **Linearnost** Šredingerove jednačine omogućava **superpoziciju**.

- Postulati KM čine **koherentan** i matematički precizan teorijski okvir.
- Predviđanja KM se **u potpunosti** slažu sa **svim** eksperimentalnim rezultatima do danas.
- Aksiomatski pristup $\Rightarrow$ precizna predviđanja, ali istovremeno otkriva ključna **otvorena pitanja** i dublje **filozofske izazove** u razumevanju kvantnog sveta.

$\Rightarrow$ Jedno od najdubljih pitanja $\Rightarrow$ **priroda talasne funkcije**: da li opisuje **fizičku realnost** ili predstavlja **matematički „alat“** za predviđanje rezultata? ($\Rightarrow$ posebno predavanje)

- $\rightarrow$ Fizičari još **nemaju** potpun intuitivan kognitivni okvir za KM.
- $\rightarrow$ Naša klasična intuicija nije dovoljna da obuhvati kvantni svet.
- $\rightarrow$ Novi način razmišljanja da bismo razumeli kvantne fenomene.

2) Formulacija postulata – kratka analiza

- Razumevanje postulata $\rightarrow$ ključno za **implikacije** KM $\Rightarrow$ **fascinantna i paradoksalna** svojstva kvantnog sveta!

$\Rightarrow$ **I Postulat** uvodi **superpozicije stanja**, koje $\rightarrow$ zbog **II Postulata** $\rightarrow$ neminovno uvode **kvantnu neodređenost** fizičkih veličina. Zbog toga je potreban **III Postulat** o **verovatnoćama merenja** (statistička priroda kvantnih rezultata).

- **I i II Postulat:** *Stanje i fizičke veličine kvantnog sistema.*

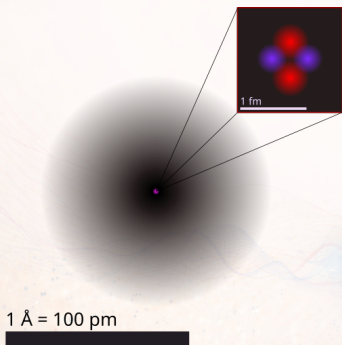
(1) **Klasična mehanika:** Stanje sistema određeno je sa $(\vec{r}, \vec{p})$: $\Rightarrow$ **jednoznačno** određene **sve** fizičke veličine!

(2) **Kvantna mehanika:** Stanje sistema opisuje **vektor stanja** $|\psi\rangle \in \mathcal{H}$ (**talasna funkcija** $\psi(\vec{r}, t)$): fizičke veličine $\rightarrow$ **operatori** !?! (deluju na stanja).

$\Rightarrow$ **Posledica:** merenje fizičke veličine **ne** dovodi do **jednoznačnog rezultata** $\Rightarrow$ vodi na **stohastičnost** KM (kvantna verovatnoća!).

2) Formulacija postulata – talasna funkcija

- **Talasna funkcija (TF):** kompleksna, jednoznačna, konačna, neprekidna $\rightarrow \vec{r}, t$.
- TF (vektor stanja) $\Leftrightarrow$ **potpun** opis kvantnog sistema.
- TF **nema** fizičku interpretaciju $\rightarrow |\psi(\vec{r}, t)|^2 \Rightarrow$ **verovatnoće** ishoda.



– $|\psi(\vec{r}, t)|^2 \rightarrow$ (gustina) **verovatnoće**
(Maks Born, 1926).

– Model subatomske strukture $\rightarrow$
jezgro okruženo „oblakom” elektrona.

Interesantno: Ovaj koncept **nije** bio prihvaćen od Ajnštajna, 1935, **EPR paradoks** $\Rightarrow$
potpunost KM, lokalni realizam.

($\Rightarrow$ posebno predavanje)

2.1) KVANTNA SUPERPOZICIJA STANJA

- **Superpozicija stanja (SP)** je ključni koncept iz I postulata.
 - SP opisuje **moгуćnost da čestice „istovremeno postoje u više stanja“**. Ovo je fundamentalno različito od klasične intuicije.
 - SP leži u osnovi brojnih kvantnih fenomena (i paradoksa!) i ima praktičnu primenu u savremenim tehnologijama → kvantni računari, kriptografija...
 - U klasičnom svetu: Objekti imaju tačno definisan $\vec{r}$ i $\vec{v}$ za $\forall t$.
 - U kvantnom svetu: Objekat može biti „istovremeno na više mesta“ !?!
 - Koncept SP postavlja pitanje: **zašto** kvantne efekte opažamo na **mikro** nivou, a **ne** u svakodnevnom iskustvu?
 - Ilustracija: „Šredingerova mačka“ – primer kako SP deluje paradoksalno na makro nivou. (⇒ posebno predavanje)
- ⇒ Različite interpretacije nastoje objasniti — **konsenzus ne postoji!**

2.1) Kvantna superpozicija stanja

- Formalno: ako su $|\phi_1\rangle$ i $|\phi_2\rangle$ dva moguća stanja $\Rightarrow \forall |\psi\rangle \in \mathcal{H}$ važi:

$$|\psi\rangle = c_1|\phi_1\rangle + c_2|\phi_2\rangle \quad (c_1, c_2 - \text{kompleksne konstante!})$$

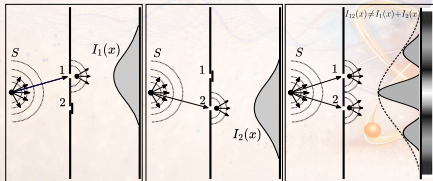
→ Često se kaže da se “kvantni sistem istovremeno nalazi u stanju $|\phi_1\rangle$ i u stanju $|\phi_2\rangle$ ” → **pogrešno tumačenje** $\Rightarrow$ paradoksi!

↪ Isto kvantno stanje $|\psi\rangle$ u bilo kojoj bazi:

$$\int d\vec{r} \langle \vec{r} | \psi \rangle | \vec{r} \rangle = | \psi \rangle = \int d\vec{p} \langle \vec{p} | \psi \rangle | \vec{p} \rangle$$

$\Rightarrow$ Izjava — sistem u svim stanjima istovremeno $\Rightarrow$ **apsurdno !**

$\Rightarrow$ Ispravno: kvantni sistem se nalazi u **jedinstvenom** stanju $|\psi\rangle$!



→ Fenomen SP je eksperimentalno potvrđen:

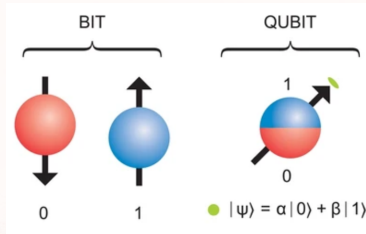
- (1) Jangov eksperiment
- (2) Mah-Zenderov interferometar.

($\Rightarrow$ posebno predavanje)

2.1) Kvantna superpozicija i kubiti

- **Primer:** Kubit u kvantnom računarstvu: SP stanja $|0\rangle$ i $|1\rangle$:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle, \quad |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1. \quad (3)$$



- SP omogućava kubitima da budu „istovremeno u stanju $|0\rangle$ i $|1\rangle$ ” → **paralelnu obradu informacija**.
- Zahvaljujući SP, kvantni računari mogu istovremeno obrađivati **ogromne količine informacija**.

2.1) Posledice kvantne superpozicije

(1) Kvantna interferencija:

- Eksperiment sa dva otvora → interferentni obrazac.

(2) Fundamentalna neodređenost:

- SP uvodi neodređenost (razlika u odnosu na klasični svet).

(3) Statistička (probabilistička) priroda KM:

- KM ne predviđa sigurne ishode, već verovatnoće ($|\psi|^2$).
- Merenja se ponavljaju više puta $\Leftrightarrow$ statistički značajna distribucija rezultata.

(4) Entanglement (spletenost):

- Kvantne čestice u SP – jaka korelacija → bez obzira na udaljenost !?

(5) Neortogonalnost kvantnih stanja:

($\Rightarrow$ posebno predavanje)

- No-cloning teorem $\Leftrightarrow$ nerazličivost neortogonalnih stanja.
- Osnovni razlog za sigurnost kvantne komunikacije.
- Nemogućnost potpunog kopiranja kvantnih stanja znači da treća strana (Eve) ne može neprimetno presretati informacije.
- Direktna posledica kvantne SP – stanja nisu klasično „razlučiva“.

(6) Kvantna koherencija i dekoherencija:

($\Rightarrow$ posebno predavanje)

2.2) KVANTNA NEODREĐENOST

- **Kvantna neodređenost** predstavlja fundamentalnu granicu preciznosti u **poznavanju** (**određivanju**) parova fizičkih veličina, na primer, $\vec{r}$ i $\vec{p}$.
- Nije posledica tehničkih ograničenja instrumenata, već **fundamentalno svojstvo** kvantnog sveta (**osobina same Prirode**).
- **Izvor kvantne neodređenosti** leži u postulatima (I i II) i matematičkoj strukturi KM.
 - Proizvoljnom stanju $|\psi\rangle$ može se pridružiti **jednoznačna vrednost** opservable **samo** za koju je $|\psi\rangle$ **svojstveno stanje**.
 - ⇒ Ovo podrazumeva da u KM postoji **suštinska neodređenost** fizičke veličine.

2.2) KVANTNA NEODREĐENOST

- Bilo koja fizička veličina $\hat{F}$ za koju stanje $|\psi\rangle$ nije svojstveno (**ne može se jednoznačno pridružiti svojstvena vrednost te opservable !**)

→ Ako je $|\psi\rangle = c_1|\phi_1\rangle + c_2|\phi_2\rangle$, $\hat{F}|\phi_i\rangle = f_i|\phi_i\rangle$, $(i = 1, 2) \Rightarrow$

$\Rightarrow \hat{F}|\psi\rangle = f_1 c_1 |\phi_1\rangle + f_2 c_2 |\phi_2\rangle$, $(f_1 \neq f_2) -$ **ne izdvaja** ni f_1 ni f_2 !

$\Rightarrow$ Ovo je **principijelne** prirode!

- **Hajzenberg (1927)** — formulisao **princip neodređenosti** ($\Rightarrow$ **relacije neodređenosti**) na fizičkom i konceptualnom nivou.

→ Rad se **ne** oslanja na formalnu **matematičku strukturu KM**, već na **interpretaciju fizičkih veličina**.

$\Rightarrow$ Hajzenberg ističe da KM opisuje **ne toliko objektivnu realnost**, koliko **odnose između rezultata merenja**.

$\Rightarrow$ **Fizičke veličine** imaju **značenje** samo kroz **proces merenja** (**kopenhagenska interpretacija**)

2.2) Kvantna neodređenost: Hajzenbergov princip

- Misaoni eksperiment, 1927: γ -mikroskop
- Poremećaj izazvan samim merenjem!
- ⇒ Posmatranje elektrona fotonima (gama zraci) visoke frekvencije: visoka prostorna rezolucija (Δx malo).
- ⇒ Udar fotona o elektron – neizbežno povećava neodređenost impulsa Δp_x .
- Kvantna granica izražena relacijom:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \sim h \quad (4)$$

$h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ – Plankova konstanta

- Prvi rigorozan dokaz Hajzenbergove relacije → Kenard (1927):

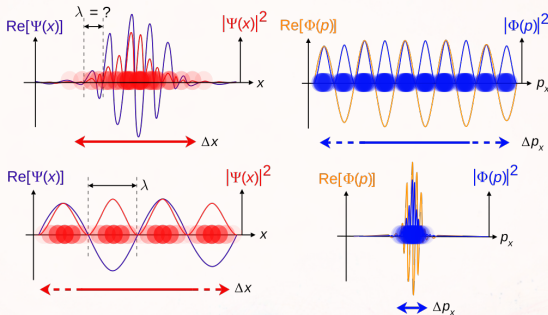
$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar/2 \quad (5)$$

2.2) Kvantna neodređenost

- Za **određene parove** varijabli postoji **fundamentalna granica** za proizvod preciznosti koja se može postići ($\geq \hbar/2$).
- Što si **sigurniji** u vrednost x , to si **manje** siguran u vrednost p_x .
- Ovo **ne** znači da x i p_x mogu biti **proizvoljno tačno izmereni**.
 - Princip neodređenosti **nema veze sa merenjem**:
 - Δx i Δp_x su **standardne devijacije** u datom kvantnom stanju.
 - Ovo nije tvrdnja o merenju, već se tiče kvantnog stanja – o tome kakva **disperzija rezultata** je inherentna u stanju.
- Ne možeš ih **istovremeno (simultano)** izmeriti **proizvoljno tačno** $\Rightarrow$ **u istom kvantnom stanju!**
 - Nema potrebe za **istovremenim merenjem** – uobičajena zabluda pri intuitivnom tumačenju kvantne neodređenosti!
 - Princip se odnosi na **statističke disperzije rezultata** u istom kvantnom stanju, ne na pojedinačna, simultana merenja!

2.2) Kvantna neodređenost

- Neodređenosti Δx i Δp_x **ne** mogu obe biti proizvoljno male!



- Eksperimentalna činjenica – **ne** zavisi od interpretacije!
 - ⊕ Formalno, relacija neodređenosti postoji u **klasičnoj elektrodinamici** između prostorne širine talasnog paketa Δx i talasnog vektora Δk
$$\Delta x \Delta k \sim 2\pi \longleftrightarrow \Delta x \Delta p \sim h, (\Delta p = \hbar \Delta k)$$
 - ⊕ **Klasičan analogon** Hajzenbergovih relacija neodređenosti!
Važno: Nisu fundamentalne kao u KM!

2.2) Kvantna neodređenost

- **Kvantna neodređenost (KN)** proizlazi iz aksiomatike i formalizma KM
- KN se formalno izražava relacijama između **nekompatibilnih** veličina:

$$\Delta\hat{A} \cdot \Delta\hat{B} \geq \frac{1}{2} |\langle [\hat{A}, \hat{B}] \rangle| \quad (6)$$

$\Delta\hat{X} = \sqrt{\langle \hat{X}^2 \rangle - \langle \hat{X} \rangle^2}$, ($\hat{X} = \hat{A}, \hat{B}$) – standardna devijacija (neodređenost).

⇒ Nekompatibilne veličine **ne mogu simultano** imati **precizne** vrednosti u **istom kvantnom stanju** $|\psi\rangle$ (Robertson, 1929).

- **Klasična** $\longleftrightarrow$ **vs.** $\longleftrightarrow$ **kvantna neodređenost:**

→ **Klasična neodređenost:** subjektivna, rezultat ograničenja u našem znanju ili mernim sposobnostima.

⇒ **Kvantna neodređenost:** fundamentalna, proizlazi iz osnovnih principa kvantne teorije i nije povezana s mernim ograničenjima.

- **U korenu relacija neodređenosti** su **superpozicije stanja**.

⇒ Kvantna neodređenost zahteva Postulat o verovatnoćama merenja.

2.2) Kvantna neodređenost: pogrešna tumačenja

- (1) „Standardna devijacija opservable $\hat{A}$, $\Delta\hat{A}$, **uzrokuje povećanje standardne devijacije** $\Delta\hat{B}$ za neku drugu opservablu $\hat{B}$ ”.
- „Pogrešno” $\Rightarrow$ odnos između neodređenosti $\hat{A}$ u stanju $|\psi\rangle$ i $\hat{B}$ u stanju **nakon merenja** $|\psi'\rangle$, dok relacija (6) važi samo za početno stanje $|\psi\rangle$ (**ansambl sistema u istom stanju** $|\psi\rangle$!).
- (2) Slučaj konstantnog komutatora: $[\hat{A}, \hat{B}] = ic \rightarrow [\hat{x}, \hat{p}_x] = i\hbar \Rightarrow (5)$
- **Konstantan komutator** važi za opservable sa kontinualnim spektrom, čija eigenstanja ne pripadaju $\mathcal{H}$ već proširenom prostoru $\mathcal{H}_{\text{proširen}}$.
 - Oštra vrednost opservable $\rightarrow$ **prividna** protivrečnost!
 - Za opservable sa kontinualnim spektrom, verovatnoća da čestica ima tačno određenu vrednost je nula $\Rightarrow$ „oštra” vrednost nije fizički ostvariva (treba beskonačna energija!).
 - **Nema** protivrečnosti; (6) važi za $\forall |\psi\rangle \in \mathcal{H}$ i **nije** vezana za stanja iz proširenog $\mathcal{H}_{\text{proširen}}$.

III postulat – Verovatnoća ishoda merenja

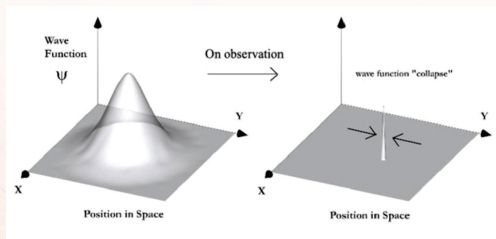
- **Nejednoznačnost** vrednosti fizičke veličine u datom stanju zahteva uvođenje pojma **verovatnoće** rezultata merenja.
- Rezultat merenja — **sa verovatnoćom**, čak i kada je stanje sistema potpuno **poznato** pre merenja!
 - U **klasičnoj mehanici**, nemogućnost tačnog predviđanja rezultata merenja je posledica **nepotpunog poznavanja stanja sistema**.
 - U **kvantnoj mehanici**, **probabilistička priroda** predviđanja je **fundamentalna** — **ne može se eliminisati**, čak ni kada je kvantno stanje potpuno poznato!
- U **KM** → **sistem koji se meri ne poseduje svojstva pre merenja!?!**
 - Sam čin **posmatranja (merenja)** menja svojstva kvantnog sistema!? To se zove **kontekstualnost**. (⇒ posebno predavanje)
 - Svojstva sistema se pojavljuju **tek nakon merenja!**

⇒ Duboka filofska pitanja: *Postoji li stvarnost pre nego što je posmatramo?*

- Kvantni sistem **se nalazi u SP** dok se ne izvrši merenje!

⇒ Nakon merenja kvantni sistem iz stanja: $|\psi\rangle = c_1|\phi_1\rangle + c_2|\phi_2\rangle \rightarrow$
kolapsira! (kolaps TF) u $|\phi_1\rangle$ ili $|\phi_2\rangle$ sa $w_1 = |c_1|^2$ ili $w_2 = |c_2|^2$.

⇒ Proces je **slučajan** i ne može se predvideti unapred!



Kolaps TF u procesu merenja
(Bornovo pravilo)

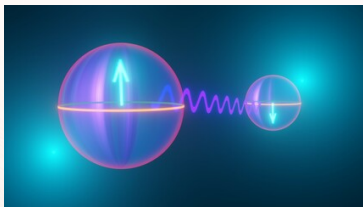
- Bornovo pravilo (III postulat) **nije dinamički opis kvantnog merenja**, već pravilo koje opisuje **ishod merenja** (koje se dešava instantno!) – otvoren sistem!

2.3) KVANTNA SPLETENOST (entanglement)

- Jedan od **najfascinantnijih** fenomena u kvantnoj fizici!

⇒ Veza koja prkosi prostoru i vremenu !?!

- Opisuje situaciju gde dva (ili više) kvantna objekta postaju **neraskidivo povezani**, čak i na velikim udaljenostima.



→ **Nelokalna korelacija** — promena stanja jednog objekta **trenutno** utiče na stanje drugog objekta, bez obzira na udaljenost!

→ Sistemi postaju **jedinstvena celina** — **spleteno stanje**.

- **Spleteno stanje** (neseparabilno):

$$|\Psi\rangle_{12} \neq |\psi\rangle_1 \otimes |\psi\rangle_2$$

- **Celina ima** **poznato** stanje → **podsystemi nemaju** pre merenja!

2.3) Kvantna spletenost

- **Primer** (Belova stanja):

$$|\Psi\rangle_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle_1 \otimes |\downarrow\rangle_2 - |\downarrow\rangle_1 \otimes |\uparrow\rangle_2) \quad (7)$$

- Projekcija spina podsistema **nema određenu vrednost** pre nego što je izmerimo! Merenje spina ($\uparrow$) daje:

$$w_{\uparrow} = w_{\downarrow} = \left| \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \right|^2 = \frac{1}{2}$$

verovatnoća 50%, tj. **rezultat je ili** $|\uparrow\rangle_1$ **ili** $|\downarrow\rangle_1$.

- Nakon merenja:

Ako je $|\uparrow\rangle_1 \rightarrow |\Psi\rangle_{12} \Rightarrow |\uparrow\rangle_1 \otimes |\downarrow\rangle_2,$

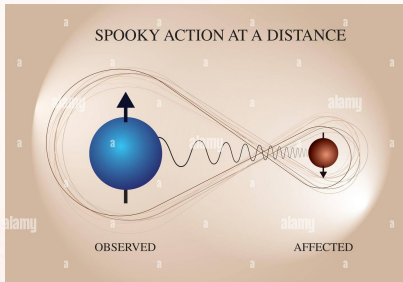
Ako je $|\downarrow\rangle_1 \rightarrow |\Psi\rangle_{12} \Rightarrow |\downarrow\rangle_1 \otimes |\uparrow\rangle_2.$

- Naknadno merenje spina ($\downarrow$) daje determinisani rezultat: $|\downarrow\rangle_2$ ili $|\uparrow\rangle_2$.
- U stanju (7) — spinovi su strogo korelisani (100% korelacija) – čak i ako su čestice na velikim udaljenostima !?!

2.3) Kvantna spletenost

- Formalno — spletena stanja su **superpozicija** stanja!

⇒ Ključna uloga u kvantnim informacijama.



- Korelacija dve čestice $s = 1/2$.
- Ajnštajn: „**Jezivo dejstvo na daljinu!**“
(eksperimentalno potvrđeno – osnova kvantnih računara i kriptografije.)

- **Prvi nagoveštaj korelacija (1935):** Einstein, Podolsky, Rosen – čuveni rad **EPR paradoks**.

→ EPR korelacije veoma liče na mnoge obične pojave iz svakodnevnog života.

⇒ Čoveku sa ulice (mnogim fizičarima!?) je teško da odmah shvati zašto se oko njih digla tolika prašina.

2.3) Kvantna spletenost

- Nelokalne korelacije mogu se javiti i u **klasičnim** sistemima.

→ Kvantna spletenost se razlikuje jer **narušava Belovu nejednakost**, dok klasične nelokalne korelacije **ne** narušavaju!

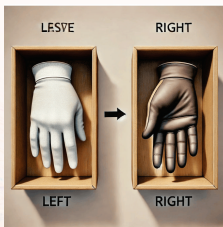
- Kvantna spletenost ima još jednu ključnu osobinu: **gubitak individualnosti**.

→ U klasičnoj mehanici – za poznavanje stanja sistema, potrebno je znati $\vec{r}$ i $\vec{p}$ **svake** čestice.

⇒ U kvantnoj mehanici – stanje **celokupnog** sistema je poznato — **ne** i stanje **pojedinih delova** (kvantni holizam).

2.3) Kvantna spletenost – iz običnog života

- Žurite na put – u torbi pronađete rukavicu za desnu ruku. Čim je vidite, odmah znate da je rukavica za levu ruku ostala kod kuće, bez obzira koliko ste daleko.
- Ova **trenutna korelacija informacija** u svakodnevnom životu poznata je kao **korelacija na daljinu** (nelokalna korelacija).

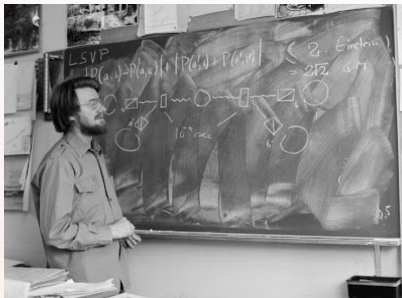


Par rukavica za levu i za desnu ruku; Dvoje zaljubljenih – povezani, čak i kad su daleko

- Sličan fenomen u kvantnom svetu → **kvantna spletenost**.

2.3) Kvantna spletenost

- Nelokalna korelacija u kvantnoj spletenosti je **slična klasičnoj korelaciji na daljinu** – isti fenomeni !?!).
- 1964, **Dž. Bel** (1928-1990) je dokazao (čuvenu!) **Belovu nejednakost** (mogu da se testiraju u eksperimentu!) – **različiti fenomeni**.



– Naučnik iz Belfasta Džon Bel dokazao je da Ajnštajn greši!

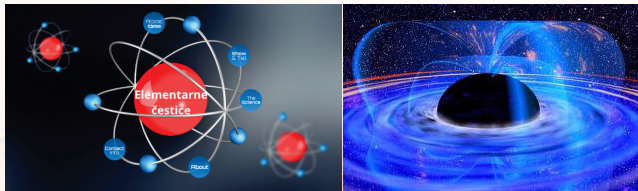
– On je EPR sukob prebacio na eksperimentalni nivo!

- **Eksperimentalna potvrda Bellove nejednakosti** → klasične korelacije **uvek** zadovoljavaju ovu nejednakost, dok **kvantna spletenost** **narušava!**

(⇒ posebno predavanje)

Primene kvantne mehanike: pogled u budućnost

- Na pomolu je „**Druga kvantna revolucija**“ : kvantna informatika, kvantni računari, ...) — tehnologije koje će oblikovati budućnost!
- **Opseg primene** KM (fizike) bio je **neočekivan!** (Sva fizika i hemija postale su kvantne teorije.)
- Kvantna mehanika obuhvata **fiziku elementarnih čestica** i **kosmologiju** – **astrofiziku** (beli patuljci, neutronske zvezde, crne rupe...).



- Kvantna teorija pokreće intrigantna pitanja o prirodi **svesti, trajnosti života**, nastanku univerzuma ..., **molitva** ...

- Živimo u prelomnom dobu kada **filosofski problemi** pronalaze svoja rešenja u eksperimentima!



- Kvantna teorija nas tera da preispitamo osnovne **pretpostavke o stvarnosti**.
- **Nijedna** oblast nauke **nije** dala tako zapanjujuće rezultate kao KM!
- Kvantna teorija $\Leftrightarrow$ **najveći i najistaknutiji intelektualni poduhvat i dostignuće čovečanstva u 20. veku !**

- Izučavanje **fundamentalnih** problema vezanih za **zasnivanje KM** je od ključne važnosti za dalji napredak!
 - Ta pitanja nisu „**dogma**” — predstavljaju otvorena polja za **istraživanje** i nove uvide u stvarnost.
- 1) **Nobelova nagrada za 2022** (A. Aspekt, Dž. Klauzer i A. Cajlinger): „za eksperimente s kvantno **spletenim fotonima**, koji su potvrdili **kršenje Belovih nejednakosti**“.
(⇒ posebno predavanje)
 - 2) **Nobelova nagrada za 2025** (Dž. Klark, M. Devoret i Dž. Martinis): „za otkriće **makroskopskog kvantnog tunelovanja** i **kvantovanja energije** u električnim kolima“.
(⇒ posebno predavanje)

- Razvoj **savremene nauke i tehnologije** koji proističe iz kvantne mehanike (KM) može se zahvaliti **isključivo** pitanjima i problemima vezanim za **zasnivanje i interpretaciju KM**.

- Nobelovac **Cajlinger** je rekao:

„Ova oblast [kvantna informatika i kvantno računanje] ne bi ni postojala da fizičari nisu razmišljali o temama zasnivanja i interpretacije kvantne mehanike.”

- Na pomolu su brojne nove kvantne tehnologije u oblasti **računarstva, medicine, ekonomije, industrije, veštačke inteligencije, ...** one će oblikovati 21. vek.

Izgleda da, zaista,

„Ništa nije praktičnije od fundamentalnih istraživanja.”

— Naša glavna teza!

- KM je naš **najbolji opis mikro(makro) sveta** atoma i, iako deluje **bizarno**, postavila je temelje moderne fizike.
- Omogućila nam je **poluprovodnike, lasere, računare i nuklearne reaktore**, objašnjava kako Sunce sija i zašto tlo pod nogama čvrsto stoji...
- Kvantni svet **prkosi zdravom razumu** — ništa nije onako kako izgleda dok ga ne izmerite.
- Uprkos tome, kvantna mehanika obećava **nove revolucionarne tehnologije** i pokreće **konceptualna pitanja** koja prevazilaze prirodne nauke i ulaze u metafiziku i filosofiju.
- Zahvaljujući kvantnoj fizici istražujemo nove oblasti kao što su **kvantno računanje, biotehnologija, i medicina**, koje obećavaju revolucionarne promene u tehnologiji i zdravlju.

- **FIZIKA** (TEORIJSKA) $\Rightarrow$ pruža okvir za **predviđanje i razumevanje prirodnih** pojava, i postavlja pitanje **šta je stvarnost (realnost) i šta u prirodi zaista postoji.**
- **Klasična** teorijska fizika:
 - Predviđa buduće događaje sa **sigurnošću**, barem u principu.
 - Objašnjava kako svet izgleda, čak i kada ga **ne posmatramo.**
- **Kvantna** teorijska fizika:
 - Predviđa događaje samo u obliku **verovatnoća.**
 - Ne daje **jednoznačan** odgovor na pitanje kako svet izgleda dok ga **ne posmatramo.**
 - Zbog toga postoje **različite interpretacije** koje nude različite odgovore.
 - Za sada ne znamo koja je **tačna interpretacija** — i možda nikada nećemo.

$\rightarrow$ *Kada fizičari-teoretičari pomeraju granice svog razmišljanja, oni ne samo da **šire horizonte ljudskog uma**, već otvaraju nove **vidike za razumevanje same suštine prirode i Univerzuma...***

HVALA NA PAŽNJI!

„Kako napredujemo u proučavanju kvantne mehanike, sve više shvatamo koliko malo zaista razumemo svemir u kojem živimo. I upravo to ga čini još veličanstvenijim.”