



УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ  
ПРИРОДНО – МАТЕМАТИЧКИ  
ФАКУЛТЕТ  
ДЕПАРТМАН ЗА ФИЗИКУ



**Проучавање звучних таласа лабораторијским  
методама на нивоу средњег образовања и на  
основним академским студијама физике**

ДИПЛОМСКИ - МАСТЕР РАД

Ментор:  
Др Агнеш Капор, ред.проф.

Кандидат:  
Звездан Гагић

Нови Сад, 2009.

Захваљујем се ментору проф.др Агнеш Капор, др Срђану Ракићу као и техничким сарадницима Љубомиру Лабусу и Лазару Бељанском на помоћи приликом израде овог рада.

Нови Сад 2009

Звездан Гагић

## САДРЖАЈ:

1. УВОД .....	5
2. ТЕОРИЈСКИ ДЕО .....	6
<b>2.2. Понављање основних појмова</b> .....	6
2.2.1. Талас. ....	6
2.2.2. Звучни талас. ....	7
2.2.3. Стојећи звучни талас. ....	7
2.2.4. Резонанција .....	10
3. ОПИС КУНТОВЕ ЦЕВИ .....	11
4. ЕКСПЕРИМЕНТИ .....	12
<b>4.1. Мерење односа топлотних капацитета гасова помоћу брзине звука</b> . . . .	12
4.1.1. Експериментална процедура .....	14
4.1.2. Анализа података .....	15
<b>4.2. Експеримент мерења температурне зависности брзине звука у ваздуху помоћу рачунара</b> .....	16
<b>4.3. Визуелизација звучних таласа помоћу правилно распоређених опни од сапунице</b> .....	22
4.3.1. Дебљина опни од сапунице. ....	23
4.3.2. Акустична резонанција цеви. ....	23
4.3.3. Опне од сапунице у акустичном таласу .....	23
4.3.4. Настанак (генерисање) великих мехурова. ....	24
4.3.5. Прављење акустичног стојећег таласа у цеви .....	25
4.3.6. Визуелизација помоћу белог светлосног мешања (интерференције) . . . .	26
4.3.7. Посматрање осцилација опни од сапунице .....	26
4.3.8. Детектовање стојећих таласа дуж цеви. ....	28
4.3.8.1. Пребројавање резонантних облика (модова) .....	29
4.3.8.2. Мерење таласне дужине .....	30
<b>4.4. Формирање лабораторијског експеримента за мерење брзине звука у Кунтовој цеви.</b> .....	32

5. ЗАКЉУЧАК .....	35
6. ЛИТЕРАТУРА .....	36
7. КРАТКА БИОГРАФИЈА .....	37
8. КЉУЧНА ДОКУМЕНТАЦИЈСКА ИНФОРМАЦИЈА .....	38

## 1. УВОД

У овом раду биће представљени експерименти који су погодни за извођење у средњој школи, као и на основним академским студијама физике. Експерименти се односе на одређивање брзине звука у ваздуху као и на одређивање топлотних капацитета гасова помоћу мерења брзине звука. Приказане експерименталне апаратуре су релативно једноставне и заснивају се на Кунтовој цеви. Кунтова цев се најчешће користи за одређивање брзина звука пре свега у гасовима али посредно и у чврстим телима. У свим експериментима посматра се формирање стојећих таласа у цеви односно ваздушном стубу тако да ће у раду детаљније бити описана и ова појава.

Сви описани експерименти могу се лако реализовати у боље опремљеним експерименталним лабораторијама за опште курсеве физике. Као пример тога склопљен је стандардни експеримент са мерењем брзине звука у ваздуху помоћу Кунтове цеви и постављен у лабораторији за опште курсеве физике на Департману за физику ПМФ-а у Новом Саду. Извршен је низ мерења која су презентована у овом раду а која илуструју значај примене Кунтове цеви за проучавање особина звучних таласа а пре свега за одређивање брзине звука у ваздуху.

## 2. ТЕОРИЈСКИ ДЕО

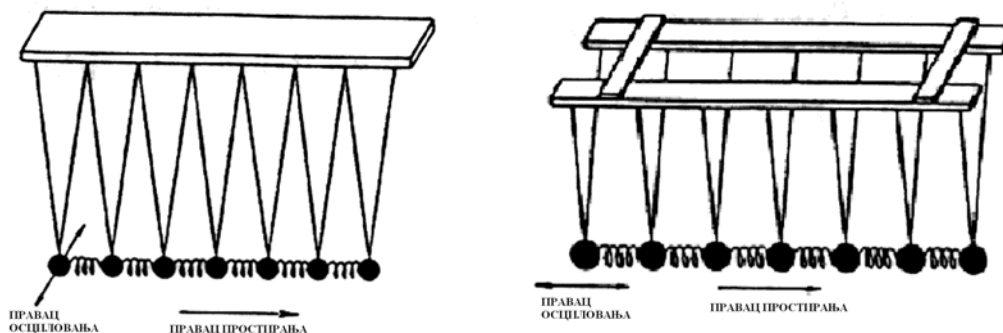
### 2.2. Понављање основних појмова

#### 2.2.1. Талас

Шта је талас ? Да би смо одговорили на ово питање размотримо једноставно клатно које се клати (осцилује) око његовог положаја равнотеже. Посматрајмо шта се дешава када поставимо неколико клатна у ред, повежемо их и тада „трзнемо“ прво клатно да удари са стране и препустимо систем самом себи. Друго клатно почиње да осцилује затим треће и тако даље све док се осцилаторно кретање не распростре широм читавог реда. Такво простирање (ширење) осцилаторног стања од једног места до другог сматра се таласом. Не постоји транспорт масе током овог догађаја. Свака појединачна честица полако осцилује око свог положаја равнотеже а интеракција свих честица система за последицу има периодично осциловање. Овако трансфер енергије и снаге замаха не дешава се са сталним премештањем честица у средини (међупростору). Другим речима, талас је просторни и периодични поремећај окарактерисан следећим параметрима.

- Фреквенција  $f$  карактерише број осцилација таласа који се шири око положаја равнотеже у јединици времена.
- Таласна дужина  $\lambda$  дефинише растојање између тачака које се понављају, таласа који се шири (између таласних брегова или таласних доља).
- Амплитуда је максимално удаљење честице од тачке равнотеже током једног таласног циклуса (једне пуне осцилације).

Постоје два различита типа таласа: трансверзални и лонгитудинални. Трансверзални таласи су они са осцилацијама нормалним на правац простирања таласа. Лонгитудинални су они таласи са осцилацијама које се одигравају у правцу простирања таласа. Оба таласа су приказана шематски на слици 1.



Слика 1. Шематски приказ трансверзалног и лонгитудиналног таласа

Брзина таласа је:

$$c = \lambda f \quad (1)$$

### 2.2.2. Звучни талас

Експерименти описани у овом раду функционишу са звучним таласом који је лонгитудинални талас. Он је такође компримовани талас будући да је лонгитудинално премештање молекула гаса узроковано променом притиска. Трансверзални талас не би био могућ у гасовима и флуидним (течним) супстанцама пошто недостаје повезаност нормална на правац простирања таласа. Брзина простирања таласа је зависна од еластичности средине. Надаље еластичност средине више или мање зависи од температуре. Због тога, брзина звука је функција температуре.

### 2.2.3. Стојећи звучни талас

Кад год талас путује и наиђе на дисконтинуитет у средини кроз коју се креће, настаје рефлектовани талас па се стање средине иза дисконтинуитета описује суперпозицијом упадних и рефлектованих таласа. Једноставан и врло важан пример је осциловање затегнуте жице учвршћених крајева. Овај пример је значајан и за лонгитудиналне таласе, јер је принцип формирања стојећег таласа и код лонгитудиналних и трансферзалних таласа идентичан. Стање жице се може описати једначином прогресивног таласа. Он се стално рефлектује на оба краја па је стање жице резултат двају таласа који путују, и то у оба смера. Нека та два таласа буду:

$$y_1 = A \sin(kx + \omega t), \quad y_2 = B \sin(kx - \omega t) \quad (2)$$

при чему први путује с десна на лево, а други с лева на десно ( $\omega = 2\pi f$  - кружна учестаност). Нека крајеви жице буду учвршћени у  $x = 0$  и  $x = L$ . Резултантни померај било које тачке жице је:

$$y = y_1 + y_2 = A \sin(kx + \omega t) + B \sin(kx - \omega t) \quad (3)$$

При томе морамо поставити граничне услове:  $y = 0$  важи увек када је  $x = 0$  и  $x = L$ .

*Први услов.* Нека је померај:

$$y = A \sin(k0 + \omega t) + B \sin(k0 - \omega t) \quad (4)$$

Одатле је:

$$A \sin(+\omega t) + B \sin(-\omega t) = 0 \quad (5)$$

а то даје:

$$A = B \quad (6)$$

Тако је решење сведено на:

$$y = A[\sin(kx + \omega t) + \sin(kx - \omega t)] \quad (7)$$

Даље уводимо тригонометријску релацију:

$$\sin X + \sin Y = 2 \sin \frac{X+Y}{2} \cos \frac{X-Y}{2} \quad (8)$$

за било које углове  $X$  и  $Y$ . Применимо ли то на добијено решење добијамо:

$$y = 2A \sin kx \cos \omega t \quad (9)$$

па видимо да је нестало прогресивног таласа, јер једначина нема облик који одговара таквом таласу. Она приказује *стојећи* талас. Видимо да она у било којем тренутку ( $t = \text{const}$ ) заправо чини синусоиду, а у било којој тачки на жици ( $x = \text{const}$ ) представља просто хармонијско осциловање.

*Други услов.* У тачки  $x = L$  померај је нула у сваком тренутку, те је:

$$\sin kL = 0 \quad (10)$$

што значи да је угао  $kL = 0$ , или  $\pi$  или  $2\pi$ , или  $3\pi$ , ..., или  $N\pi$ , где је  $N$  било који цео број укључујући и нулу. Другим речима важиће следеће:

$$k = 0, \frac{\pi}{L}, \frac{2\pi}{L}, \dots, \frac{N\pi}{L} \quad (11)$$

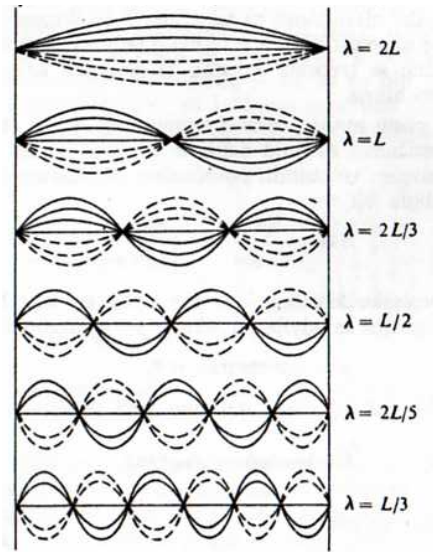
Уврстимо ли таласну дужину  $\lambda = 2\pi/k$  добијамо:

$$\lambda = \infty, 2L, L, \frac{2L}{3}, \dots, \frac{2L}{N} \quad (12)$$

Постављање првог граничног услова свело је два таласа која путују на стојећи талас, а други гранични услов редуковао је могуће таласне дужине којима жица може осциловати на само неке одређене вредности.

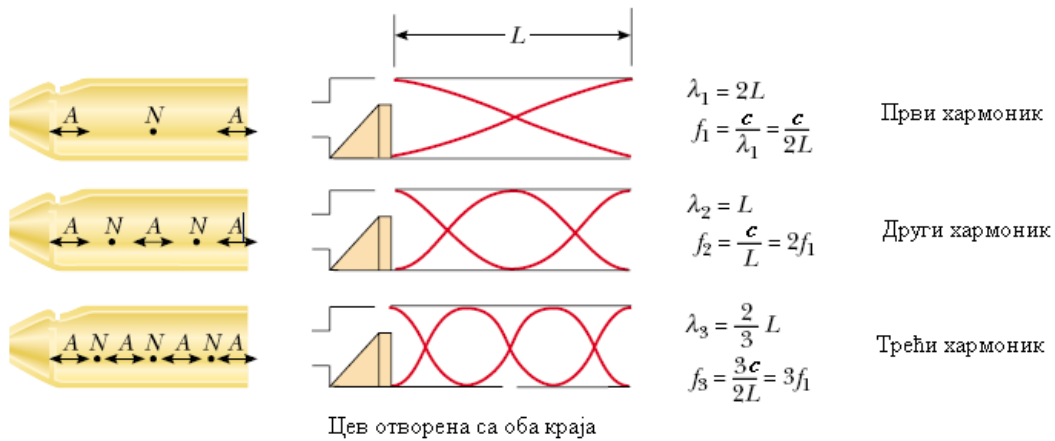
На слици 1а) су приказани су неки од могућих стојећих таласа у жици учвршћеној на оба краја. Случај кад је таласна дужина бесконачна значи да нема осциловања и није од интереса. Случај показан на слици 1а) у потпуности одређује услове за формирање лонгитудиналног стојећег таласа у ваздушној цеви затвореној са оба краја.



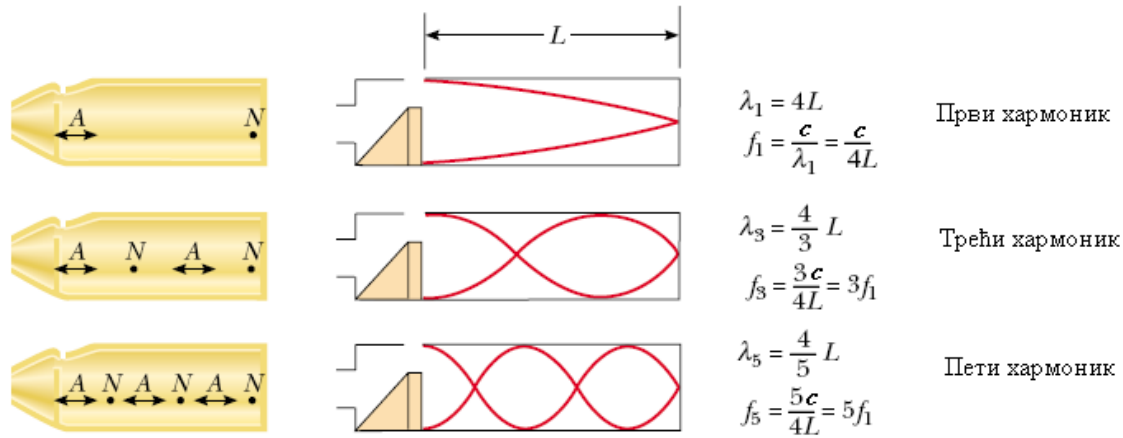


Слика 1а) Формирани стојећи таласи у жици

Услови за формирање стојећег таласа у цеви која је отворена на оба краја и која је отворена само на једном крају приказани су на сликама 1б) и 1ц), респективно.



Слика 1б) Фреквенције виших хармоника су целобројни умношци основне фреквенције, тј.  $f_n = n \frac{c}{2L}$  за  $n = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$ . Тачка А означава на слици положај трбуха а тачка N положај чвора стојећег таласа, док је  $c$  брзина звука.



Цев затворена на једном крају и отворена на другом крају

Слика 1ц) Фреквенције виших хармоника су непарни умношци основне фреквенције, тј.  $f_n = n \frac{c}{4L}$  за  $n = 1, 3, 5, 7, \dots$  Ознаке за тачке А и N су исте као на слици 1б).

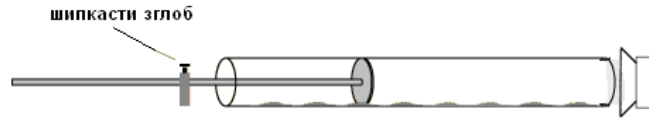
Стојећи талас је дакле талас који остаје на истом месту, где све честице средине у свим тачкама осцилују у фази. Постоје тачке дуж таласа где честице не осцилују – то су чворови, односно тачке у којима честице имају максимални померај (премештање – удаљење од равнотежног положаја) а то су трбуси. Нема преноса енергије стојећим таласом (на све већи и већи број честица средине). Стојећи талас може произлазити у стационарној средини као резултат интерференције (суперпозиције) два таласа који путују у супротним смеровима. Овај ефекат може бити добијен када дисконтинуитет (ограничење) спречава даље простирање таласа, што узрокује таласну рефлексију (одбијање). Најважније је да стојећи таласи постоје само на одређеним фреквенцијама које су одређене граничним условима. Растојање између два чвора или два трбуха представља половину таласне дужине.

#### 2.2.4. Резонанција

Сваки систем који може да осцилује може бити побуђиван периодично променљивом силом. У исто време пренос енергије зависи од фреквенције силе која делује. На одређеној фреквенцији примењене силе која се назива резонантном фреквенцијом, пренос енергије достиже максималну вредност. Ово стање назива се резонанцијом.

### 3. ОПИС КУНТОВЕ ЦЕВИ

Кунтова цев са звучником постављеним на једном крају дата је на слици 2.



Слика 2. Кундтова цев са постављеним звучником на једном крају

На једној страни затворена цилиндрична стаклена цев напуњена је гасом (ваздухом) као резонатором. На једној страни на крају цеви постављен је звучник. Дно дуж целе стаклене цеви прекривено је танким слојем прашкасте плуте. Променљив напон примењен на звучник приморава мембрану да осцилује осцилацијама које се преносе на гас или стуб ваздуха. Фреквенција се може мењати повећавањем или смањивањем (дужине) стакленог цилиндра на исти начин као и променом фреквенције помоћу генератора фреквенције. На одређеној фреквенцији ми можемо посматрати стојећи талас у стакленој цеви који је визуелно представљен као периодичне гомиле (хрпе) прашкасте плуте дуж дна цеви. Овакве осцилујуће фигуре су познате као Кундтове фигуре.

Стојећи талас за ваздушни стуб формиран у цеви затвореној са оба краја настаје само када је испуњен услов да је дужина ваздушног стуба у цеви дата изразом:

$$L = n \frac{\lambda}{2} \quad (13)$$

за  $n=1,2,3,\dots$ . Ако је овај услов у потпуности испуњен, ваздух се не креће у тачкама које представљају чворове, па се такође не помера у тим тачкама ни прашкаста плута. У тачкама које представљају трбухе осциловање је најјаче па су прашкасте честице разбацане (дисперговане) и могу да се таложе само у тачкама чворова. Растојање између две прашкасте гомиле одговара половини таласне дужине насталог стојећег таласа. Брзина звука у ваздуху (или у гасу) у цеви је дата као:

$$c = f \lambda \quad (14)$$

где је  $f$  фреквенција на генератору фреквенције а  $\lambda$  таласна дужина звука у ваздуху у Кунтовој цеви.

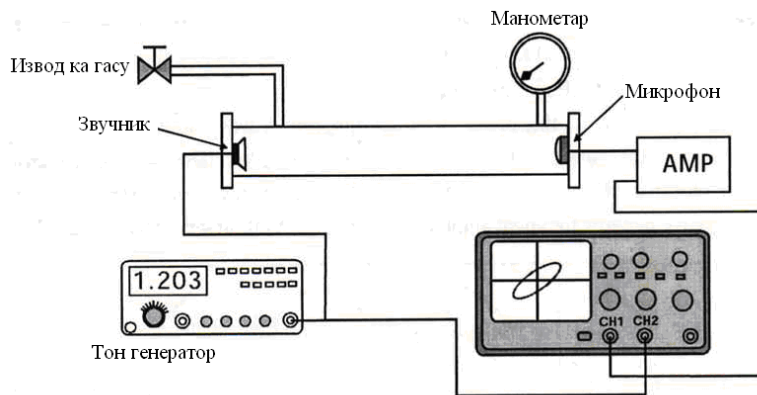
## 4. ЕКСПЕРИМЕНТИ

### 4.1. Мерење односа топлотних капацитета гасова помоћу брзине звука

У овом експерименту мери се брзина звука у три гаса и употребљава се једначина (15) да се добије њихов однос топлотних капацитета. За брзину звука,  $c$ , у гасу може се показати да износи

$$c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \quad (15)$$

где је  $\gamma = C_p/C_v$  - однос топлотних капацитета,  $M$  је релативна молекулска маса  $R$  је универзална гасна константа и  $T$  је апсолутна температура. Зато што се звук простире кроз гасове путем судара (честица) није изненађујуће да једначина (15) веома наликује изразу за брзину молекула која је добијена из кинетичке теорије гасова:  $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$ . Скица апаратуре која се употребљава приказана је на слици 3.



Слика 3. Експериментална апаратура за мерење брзине звука

Апаратура се састоји од нерђајуће челичне цеви, генератора звучних таласа (тон генератор) и једног осцилоскопа. Мали звучник је монтиран на један крај цеви и такође мали микрофон је монтиран на други крај цеви. Растојање између звучника и микрофона је 54.5 см. Тон генератор даје промењиви синусно-таласни електрични сигнал који се употребљава да побуђује звучник који даје звучне таласе исте фреквенције. Уграђен фреквенциометар у тон генератору мери фреквенцију и показује очитавања на дисплеју. Овај сигнал се такође употребљава да одређује хоризонталан ( $x$ ) померај електронског зрака у осцилоскопу. Због овога, хоризонтално кретање електронског зрака у осцилоскопу је у фази са звучним таласом који полази из звучника и улази у цев.

Звук генерисан од стране звучника путује у цеви и стиже до микрофона. Звучни таласи су претворени у промењиви електрични сигнал од стране микрофона, и овај сигнал је појачан и употребљен за вертикални померај електронског зрака на осцилоскопу. Због овога вертикално померање електронског зрака на осцилоскопу је у фази са звучним таласом када овај стиже до микрофона. Штавише, фаза звучног таласа који стиже до микрофона може али не мора бити иста као она на звучнику. У било ком случају постојаће фазно кашњење  $\varphi$ , између звучних таласа који полазе на звучнику и оних који стижу на микрофону. Такође, исто фазно кашњење је присутно између електричног сигнала који чини  $x$  и  $y$  померај на осцилоскопу. Релативан однос фаза ова два електрична сигнала одређује облик фигуре која се да видети на екрану осцилоскопа.

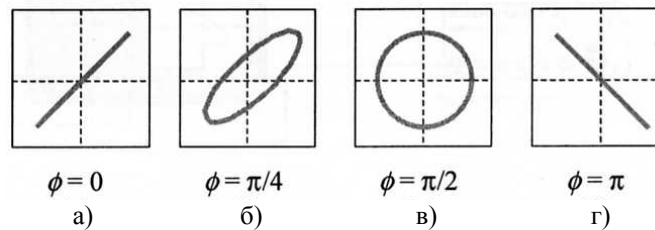
Претпоставимо да је фреквенција звучног таласа генерисаног звучником  $f$ , тада је хоризонталан померај изражен са

$$x = A \sin(2\pi ft) \quad (16)$$

Слично, звучни талас који удара у микрофон је трансформисан у електрични сигнал који се употребљава за вертикалан померај и може бити изражен са

$$y = B \sin(2\pi ft + \varphi) \quad (17)$$

где је  $\varphi = 2\pi L/\lambda$  фазно кашњење звучног таласа који стиже до микрофона у односу на онај који полази са звучника. Фигуре које ће бити посматране на осцилоскопу су специјални случајеви Лисажуових фигура. На следећој слици 4. дати су репрезентативни примери за сигнале једнаких амплитуда,  $A = B$ , за  $\varphi = 0, \pi/4, \pi/2, \pi$ .



Слика 4. Лисажуове фигуре за различите вредности фазног кашњења између сигнала једнаких амплитуда

Када је  $\varphi = 0$ , кажемо да су  $x$  и  $y$  таласи тачно у фази; када је  $\varphi = \pi$ , кажемо да су два таласа у противфази. У ова два случаја таласна дужина звучног таласа мора задовољити релацију

$$n \left( \frac{\lambda}{2} \right) = L \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (18)$$

где је  $\lambda$  таласна дужина звучног таласа,  $L$  је растојање између звучника и микрофона, а  $n$  је позитиван цео број. Фреквенција звучног таласа и таласна дужина су повезани са брзином простирања таласа

$$c = f\lambda \quad (19)$$

Комбинујући једначине (18) и (19) добијамо:

$$f = \frac{c}{2L}n \quad (20)$$

У овом експерименту се подешава фреквенција (и самим тим и таласна дужина) док се посматрају фигуре на осцилоскопу. Када је услов дат једначином (18) задовољен на одређеној фреквенцији, посматра се (на екрану осцилоскопа) права линија слична оној нацртаној на слици 2а) или 2г). Низ сукцесивних фреквенција које задовољавају такав услов су узете и употребљене за добијање брзине звука.

#### 4.1.1. Експериментална процедура

Мери се брзина звука у три гаса:  $N_2$ ,  $CO_2$  и  $He$ . Прво се укључе сви електронски инструменти, тон генератор, осцилоскоп и аудио појачавач. Провери се да ли су сви инструменти повезани као на слици 3. и да ли су све везе у реду.

- (1) Провери се да ли синусни генератор даје синусне таласе (тон генератор такође може давати квадратне и „тестерасте“ таласне облике). Ако нису укључени синусни таласи, притисне се „синус“-дигме на предњој страни тон генератора.
- (2) Провери се да ли је осцилоскоп у X-Y моду. Ако није, притиснути „X-Y“ дугме. Ово би требало укључити осцилоскоп из мода Y-t у мод X-Y. Требало би да се види „X-Y“ у горњем левом углу екрана када је осцилоскоп у X-Y моду.
- (3) За гас  $N_2$  и  $CO_2$  подеси се грубо избор фреквенције на функцијском генератору на  $1kHz$ , притиском на думе од „1k“ на предњој страни. За хелијум грубо се подеси фреквенција на  $10kHz$ .
- (4) Сада се евакуише цев. Асистент треба да помогне у руковању изводом гаса. Евакуацију вршити најмање 2 минута, или све док притисак на манометру у потпуности не опадне.
- (5) Полако увести гас да би био проучен у цеви. Притисак би требао бити мало изнад 1 atm. Можда би било лакше почети са  $N_2$  или  $CO_2$ .

- (6) Сада полако укључити дугме за подешавање фреквенције док се посматрају фигуре које следе на екрану осцилоскопа. Требало би да се виде неке Лисажуове фигуре које нагло мењају своје облике пошто је фреквенција укључена. Учинити да фреквенција буде у опсегу између  $1.1$  и  $12\text{ kHz}$ . Звучни таласи изван овог опсега који су преслаби или прејаки не могу бити верно репродуковани или појачани инструментима који се овде користе. Такође би требало имати на уму да је тешко произвести математички перфектне Лисажуове фигуре у овом експерименту зато што и звучник и микрофон и појачавач искривљују сигнал за неку вредност. Амплитуда сигнала који стиже са микрофона такође зависи од фреквенције; ово је због тога што звучник и микрофон раде најбоље у одређеном фреквенцијском подручју а и појачавач има одређену коначну ширину. Када је потребно подесити контролно дугме канала CH1 и CH2 да би учинили узорке сличним онима на слици 4. на пример за  $A = B$ .
- (7) За  $N_2$  и  $CO_2$  се полако мења фреквенција од  $1.1\text{ kHz}$  до  $3.33\text{ kHz}$  и подесе се сукцесивне фреквенције „у фази“ и „противфази“ када узорак на осцилоскопу постаје права линија. За  $He$  фреквенцијски опсег би требао бити од  $5\text{ kHz}$  до  $12\text{ kHz}$ , и можда ће бити потребно повећати вертикални мерај осцилоскопа за овај гас.
- (8) Поновити кораке од (5) до (8) за друга два гаса.

#### 4.1.2. Анализа података

- (1) За сваки проучавани гас уцртати снимљене фреквенције у зависности од  $n$  који представља скуп сукцесивних целих бројева, почевши од података на ниским фреквенцијама. Овај график би требао дати праву линију са коефицијентом правца од  $c/2L$ , као што је назначено у једначини (20). Обратите пажњу на јединице које се употребљавају. Употребити комерцијалан програм као што је MS Excel, Origin, да би се добила права методом најмањих квадрата за коефицијентом правца и тада израчунати брзину звука.
- (2) Употребити једначину (15) да би се израчунао однос топлотних капацитета за сваки гас.

#### 4.2. Експеримент мерења температурне зависности брзине звука у ваздуху помоћу рачунара

Мерење брзине звука у ваздуху је класичан експеримент у уводним лабораторијским курсевима физике. Обично, експеримент се одрађује на собној температури. Овде је описан експеримент за мерење брзине звука у ваздуху за температуре између 15 и 65 °C. Типични лабораторијски сегмент који укључује пет температура може бити изведен у интервалу од 1 сат. Сакупљени подаци такође могу бити употребљени да би се добио специфичан однос топлотних капацитета за ваздух,  $\gamma \equiv c_p/c_v$ .

Брзина звука,  $c$  је повезана са фреквенцијом  $f$  и таласном дужином  $\lambda$  преко опште релације  $c = f\lambda$ , где су  $f$  и  $\lambda$  обично добијени разматрањем акустичке резонанције цилиндричне цеви као што је резонантна цев или Кунтова цев. Посебно, за цев дужине  $L$ , затворену са оба краја, резонантни услов стојећег таласа захтева  $2L = n\lambda$ , где је  $n$  цео број,  $n = 1, 2, 3, \dots$ , и због тога су резонантне фреквенције дате са:

$$f_n = \frac{c}{2L} n. \quad (21)$$

Због овога из мерења  $f_n$  може се добити брзина звука  $c$ . У хипотетичном (мисаоном) експерименту, звучни таласи се производе од стране малог звучника који је побуђиван сигналом генератором и који је постављен на један крај цеви. Микрофон постављен на други крај цеви је повезан са осцилоскопом или са спољашњим звучником. Употребљавајући фину појачавачку контролу фреквенција сигнала генератора, фреквенција се полако повећава док резонантни услов није достигнут. Под овим условом посматра се релативна максимална амплитуда на екрану осцилоскопа или се слуша релативни максимум интензитета звука на спољашњем звучнику. Алтернативно, фреквенција звучног таласа се може подешавати и мењати дужина цеви, постављањем микрофона на покретни клип или употребом две телескопске цеви, док резонантни услов није достигнут.

За температуре блиске собној температури, за брзину звука у ваздуху зна се да се мења линеарно са Целзијусовом температуром  $t$  у складу са следећом релацијом:

$$c = a + bt, \quad (22)$$

где је  $a = 331.4 \text{ m/s}$  брзина звука у ваздуху на 0 °C, и  $b = 0.61 \text{ ms}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ . Једначина (22) може бити добијена из једноставних термодинамичких разматрања. Брзина звучног таласа у флуиду је повезана са термодинамичким величинама са

$$c = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho \kappa_T}} \quad (23)$$



где је  $\gamma \equiv c_p/c_v$  - однос специфичних топлота при константном притиску и запремини,  $\rho$  је густина и  $\kappa_T$  је изотермска компресибилност флуида  $\kappa_T \equiv -V^{-1}(\partial V/\partial p)_T$ . За идеалан гас једначина (23) постаје

$$c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}, \quad (24)$$

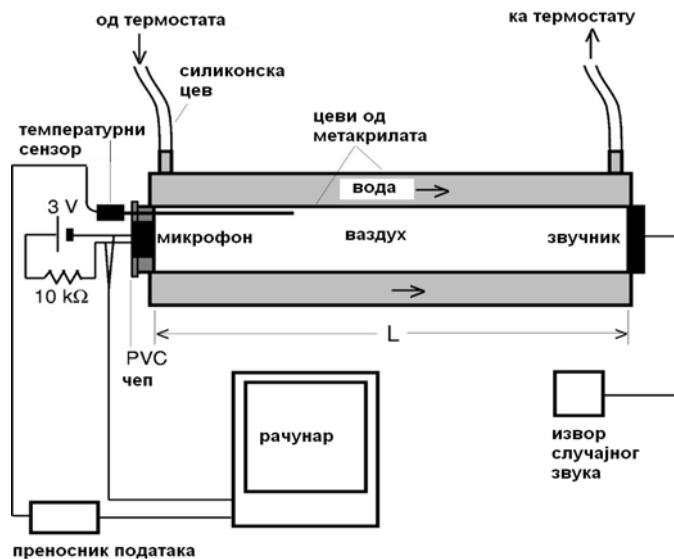
где је  $T$  апсолутна температура,  $R$  је универзална гасна константа и  $M$  је моларна маса гаса. Ако неко узме  $T = T_0 + t$  са  $T_0 = 273.15K$  и тада развије једначину (24) у ред по промењивој  $t$ , до првог реда добија по Маклореновој формули

$$c = \left(\frac{\gamma RT_0}{M}\right)^{1/2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma R}{MT_0}\right)^{1/2} t. \quad (25)$$

Узимајући  $\gamma = 1.4$ ,  $R = 8.314 J/molK$ , и  $M = 28.95 \times 10^{-3} kg/mol$  једначина (25) уврштавањем бројних вредности постаје једначина (22).

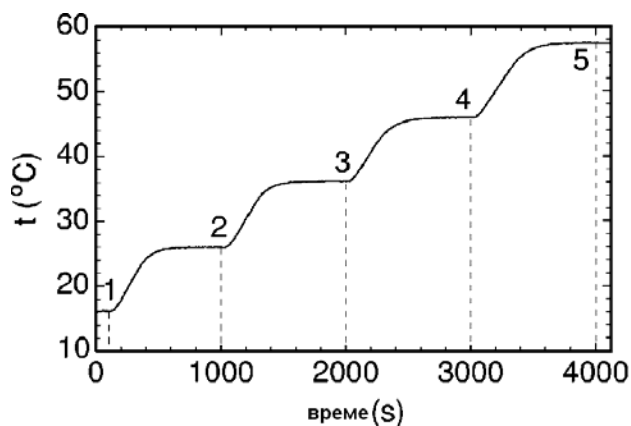
Једначина (22) се обично користи да би проверила вредности за  $c$  добијене у лабораторијским експериментима. Корекције које потичу од влажности су обично занемарене. Специјално дизајнирани експерименти за мерење температурне зависности брзине звука у ваздуху нису типични у физичким лабораторијама. Овде је описана апаратура заснована на Кунтовој цеви која дозвољава експериментатору да изведе експеримент у веома разумном року.

У овој експерименталној поставци, употребљене су две цеви од метакрилата. Једна од њих има дужину од приближно  $46\text{ cm}$ , спољашњег је пречника од  $4.9\text{ cm}$  и дебљине зида од  $0.4\text{ cm}$ . Друга има приближну дужину од приближно  $48\text{ cm}$ , спољашњи пречник од  $2.5\text{ cm}$  и дебљину зида од  $0.2\text{ cm}$ . Као што је показано на слици 5 цеви су монтиране коаксијално средином два пластична зида који су постављени на крајевима спољашње цеви. Ове цеви имају два отвора које дозвољавају утицање и отицање воде која долази од термостата. Мали звучник са импедансом од  $33\ \Omega$  и фреквентним одзивом од  $20 - 10\ 000\ Hz$  је постављен на један крај унутрашње цеви (резонантне цеви). Један електрични кондензаторски микрофон је монтиран унутар PVC или плутаног чепа и постављен је на други крај унутрашње цеви; растојање између звучника и микрофона је  $45.0 \pm 0.1\text{ cm}$ . Микрофон је прикључен на батерију од  $3\text{ V}$ . Звучник је прикључен на генератор случајног звука. У нашем случају, ради једноставности, извор звука је FM тјунер (подешавач) који је подешен да не прима ни једну радио-станицу. Микрофон је прикључен на рачунар и његов одзив је третиран значењем стандардног реално-временског софтвера за спектралну анализу. Температура унутар унутрашње цеви је мерена са калибрисаним термопаром.



Слика 5. Експериментална поставка укључује резонантну цев, термостат, преносник података прикључен на термо пар, рачунар и FM тјунер (подешавач)

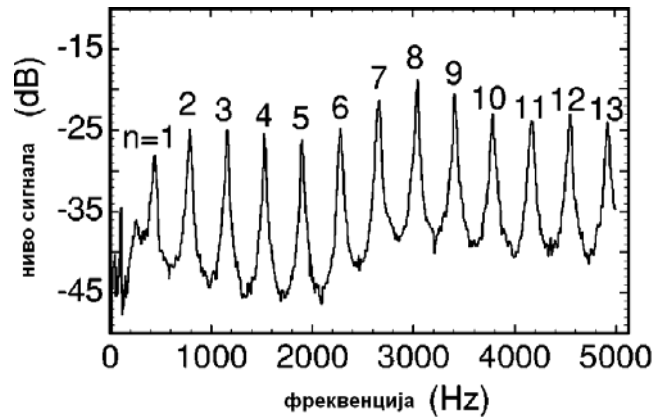
Овај термопар је такође прикључен на рачунар употребом преносника података тако да је температура снимљена током експеримента изгледа као што је показано на слици 6.



Слика 6. Температура ваздуха унутар резонантне цеви како време тече током експеримента. Вертикалне испрекидане линије указују на тренутке када су резонантне криве снимљене.

Преносник података, наравно, није од суштинске важности и може бити замењен стандардним температурним сензором.

Термостат почиње да региструје на собној температури и тада се укључује извор случајног звука. Звук се може подесити да има континуалан спектар фреквенција и цев се понаша као филтер, селектујући своје резонантне фреквенције. Сигнал примљен са микрофона је анализиран од стране софтвера за спектралну анализу који обезбеђује *резонантну криву* цеви. Ова резонантна крива је видљива на екрану рачунара и може бити сачувана на диску (рачунара) да би снимили резонанте фреквенције. Типичан резултат је показан на слици 7.



Слика 7. Спектар добијен са микрофона на температури  $t_1 = 16.2^\circ\text{C}$  показује различите резонанције цеви. Сваки пик је означен са својом вредношћу целог броја  $n$ .

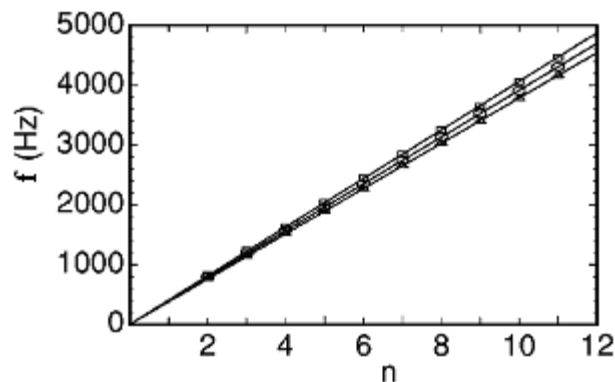
Након „хватања“ (снимања) резонантне криве извор случајног звука се искључује и температура термостата се повећава приближно за  $10^\circ\text{C}$ . Чека се док се температура ваздуха унутар резонантне цеви стабилизује на новој вредности. За ову поставку 15 минута је потребно за стабилизацију. Током тог времена резонантне фреквенције предходне резонантне криве су добијене једноставним позиционирањем показивача миша на пикове. Да би се избегао утицај неправих (кривих) пикова који се приказују у ниском опсегу фреквенција, као што може бити виђено на слици 7, резонантне фреквенције су снимљене само од  $n = 2$  до  $n = 11$ . Када је систем спреман за нову температуру, извор случајног звука се укључује поново и горе наведени процес се понавља. Слика 6 приказује временску промену температуре ваздуха у резонантној цеви, указујући на тренутке када је извршено пет мерења.

Типичан скуп експерименталних резултата добијених овом процедуром је показан у табели 1.

Табела 1. Резонантне фреквенције добијене у овом експерименту за цев дужине  $L = 45.0 \pm 0.1 \text{ cm}$  на пет различитих температура. Фреквенције су мерене са грешком од  $\pm 3 \text{ Hz}$ . За сваку температуру брзина звука (дата у последњем реду) је добијена израчунавањем  $c/2L$  као нагиб одговарајуће линеарне праве добијене линеарним „фитовањем“.

$t(^{\circ}\text{C})$	$16.2 \pm 0.1$	$26.4 \pm 0.1$	$36.6 \pm 0.2$	$47.4 \pm 0.2$	$57.7 \pm 0.3$
$n$					
2	781	794	801	822	833
3	1150	1171	1188	1205	1239
4	1518	1548	1574	1610	1633
5	1897	1926	1960	1999	2038
6	2277	2320	2352	2404	2444
7	2656	2697	2750	2793	2843
8	3036	3074	3136	3198	3255
9	3404	3468	3528	3587	3654
10	3783	3851	3909	3986	4065
11	4169	4234	4313	4392	4471
$c(\text{m/s})$	$341.2 \pm 1.1$	$346.8 \pm 1.1$	$352.9 \pm 1.1$	$359.5 \pm 1.1$	$366.2 \pm 1.1$

Фреквенције су дате са грешком од  $\pm 3 \text{ Hz}$ . Резонантне фреквенције  $f_n$  могу бити уцртане у зависности од  $n$  и фитоване правом линијом чији нагиб износи  $c/2L$ . Ово је показано на слици 8 за три температуре у најбољем одговарајућем линеарном фитовању. Резултати добијени за  $c$  за последњих пет температура су дати у последњем реду табеле 1.



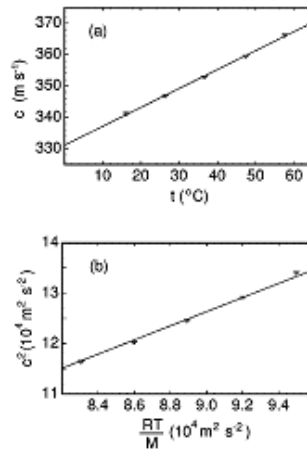
Слика 8. График резонантних фреквенција  $f_n$  као функција броја  $n$  за температуре од  $16.2^{\circ}\text{C}$  (отворени троугао),  $36.6^{\circ}\text{C}$  (отворена елипса), и  $57.7^{\circ}\text{C}$  (отворен правоугаоник). Грешке су мање него величина симбола. Испуњене линије дају одговарајуће најбоље праволинијско „фитовање“.

На слици 9(а), уцртано је мерење брзине звука у ваздуху у зависности од Целзијусове температуре. Најбоље линеарно фитовање је дато са

$$c(m/s) = (331 \pm 3 \text{ m/s}) + \left( 0.60 \pm 0.06 \frac{m/s}{^\circ C} \right) t. \quad (26)$$

Овај резултат је одлично слагање са једначином (22).

Вредност за  $\gamma$  може бити добијена уцртавањем  $c^2$  у зависности од  $RT/M$  и разматрајући линеарно „фитовање“ у до вредности нула. Ово је показано на слици 9(б), где „фитована“ права линија има нагиб од  $\gamma = 1.40 \pm 0.01$ .



Слика 9. (а) Брзина звука дата последњим редом у табели 1 као функција Целзијусове температуре. Испуњена линија даје најбољи линеарни „фит“. (б) График зависности  $c^2$  од  $RT/M$ . Испуњена линија даје најбољи линеарни „фит“. Грешке имају величину упоредиву са оном на симболима.

Одлични резултати су добијени и за  $c$  и  $\gamma$ . Резонантна цев која је употребљена је јефтина (укључујући и звучник и микрофон) и лака је за конструкцију. Експеримент може бити завршен отприлике за 1 сат, што је разумни интервал за лабораторијски експеримент или чак демонстрацију у учионици.

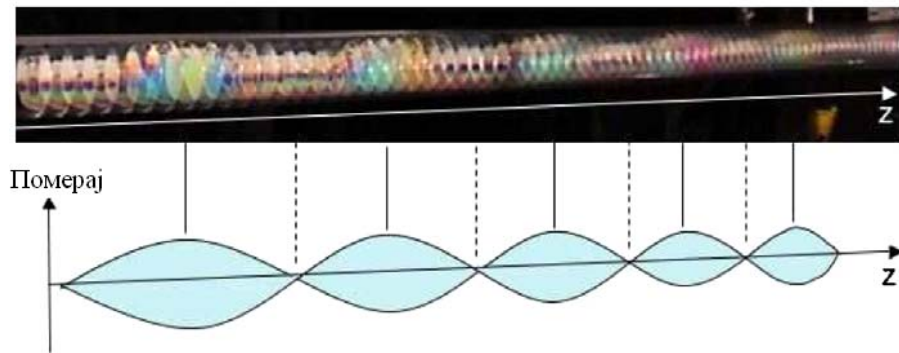
### 4.3. Визуелизација стојећих звучних таласа помоћу правилно распоређених опни од сапунице

Опне од сапунице и мехурови употребљавају се у учењу елементарне физике и геометрије скоро читав век. Мехурове је лако правити, али њихови облици и боје су интригантне и фасцинирају и старе и младе слушаоце без обзира на њихово научно знање. Њихова употреба у подучавању је такође у предности пошто су експерименти са њима јефтини, сигурни и погодни за околину.

Овде је описан експеримент где су опне од сапунице употребљене да визуелизују звучне таласе и представе њихову брзину простирања. Опне се понашају као осцилујуће мембране чије вибрације воде ка прерасподели течности коју садрже. Ово изгледа видљиво због оптичке интерференције.

Где год демонстрације показују трансверзалне таласе (нпр. таласе на жици или таласе на површини воде), само мали број експеримената омогућује визуелизацију лонгитудиналних таласа. Техника предложена доле је алтернативна експерименту са Кунтовом цеви у којем је звучни акустични талас визуелизован премештањем светлог прашка.

У овој поставци, равномерно распоређене опне од сапунице су постављене унутар цилиндричне перспекс цеви. Опне су орјентисане нормално на осу цеви. Ефекат стојећег звучног таласа је тај да опне од сапунице које су смештене близу помераја *трбуха* осцилују и бујају, док оне које су смештене у *чворовима* остају танке и статичне. Ово се лако може видети орјентишући светлосни извор у правцу цеви. Слика 10. показује визуелизацију звучног таласа базираној на оптичкој интерференцији.



Слика 10. Стојећи звучни талас у перспекс цеви може бити визуелизован присуством једнако распоређених опни од сапунице. Обојене опне од сапунице одговарају (представљају) трбухе. Слика показује да амплитуда помераја флуида одговара стојећем таласу (приметити да фотографија и скица представљају одређен угао посматрања).

#### 4.3.1. Дебљина опни од сапунице

Опна од сапунице је танак слој течности. Направљена је од воденог раствора сапунице ограниченог између две међуповршине које су стабилизоване апсорпцијом површинских молекула. Опна од сапунице се обично прави провлачењем оквира кроз раствор сапунице, или дувањем ваздуха кроз раствор. Због разлике притисака у опни (капиларног притиска или хидростатичког притиска) њена дебљина зависи од времена и креће се од 10  $\mu\text{m}$  када је опна креирана до неколико нанометара у стању равнотеже. Равнотежна дебљина опне је достигнута када су граничне површине довољно близу да интерагују: интеракција или електростатичка или стерична је одбојна и зато спречава опну од сапунице од стањивања. У вертикалној поставци дебљина (чврстоћа, густина) опне зависе од висине због гравитације: будући да течан раствор пада на доле кроз опну док равнотежа није достигнута између гравитације и капиларности, опна од сапунице је дебља на дну и тања на врху.

#### 4.3.2. Акустична резонанција цеви

Размотримо цев дужине  $L$  напуњену ваздухом на собној температури и притиску. Цев је затворена на оба краја, и акустични талас таласне дужине  $\lambda$  је присутан у цеви. Упадни (иницијални) талас и рефлектовани талас у цеви се сабирају, и као резултат дају акустични стојећи талас у цеви. Због граничних услова (максимална амплитуда на отвореним крајевима), само су дискретне вредности фреквенција  $f_n$  су дозвољене на овом стојећем таласу:

$$f_n = n \frac{c}{2L} \quad (27)$$

Где је  $n$  цео број назван *резонантни мод*, а  $c$  је брзина звука у ваздуху. Асоциране таласне дужине резонантног мода  $n$  цеви су тада дате са

$$\lambda_n = c/f_n = 2L/n \quad (28)$$

Због тога, ако је фреквенција упадног таласа континуално повећавана одржавајући амплитуду константном, интензитет стојећег таласа у цеви ће бити максималан само ако је  $f = f_n$ . На овим фреквенцијама  $n/2$  таласних дужина је презентовано у цеви.

#### 4.3.3. Опне од сапунице у акустичном таласу

Под дејством сабијајућег таласа који се простире у ваздуху који га окружује, опне од сапунице осцилују на фреквенцији побуде. Супротно затегнутој кожи бубња, опне од сапунице нису једноставне мембране. Приликом простирања акустичног таласа дебљина опне може се локално мењати захваљујући прерасподели течности у опни. Течност такође може бити згњечена у резервоару течности. Овакви ефекти

су у срцу многих компликованих и фасцинирајућих узорака посматраних у присуству звучних таласа.

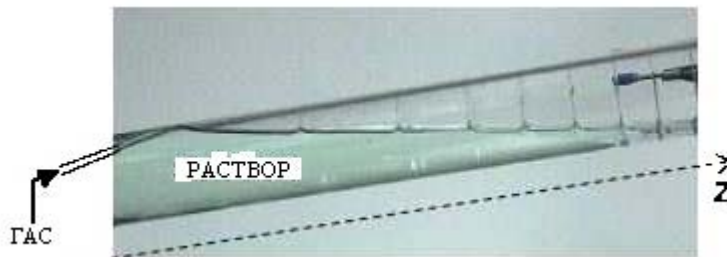
Главна сврха овде није проучавање детаља ових осцилација него једино да их употреби за регистровање звучних таласа. Ово рагистровање се базира на чињеници да је промена дебљине опни од сапунице у одзиву на звучни талас је праћена променом у боји када је опна осветљена белом светлошћу, што чини ову модификацију видљивом оку на спектакуларан начин.

#### 4.3.4. Настанак (генерисање) великих мехурова

Цилиндрична перспекс цев употребљена у експерименту има унутрашњи пречник  $\phi = 35\text{mm}$  и дужину  $L = 2.05\text{m}$ . Велике димензије такође олакшавају посматрање опни, и такође повећавају број таласних чворова и трбуха у цеви. Раствор сапунице је направљен од воде из чесме и раствора течног детерџента (комерцијални за машинско прање раствор 'Fairly liquid' од произвођача Procter and Gamble) у запреминском уделу од око 5%.

Монодисперговани мехурови од сапунице су обично формирану убацивањем гаса константног струјног тока кроз отвор који је потопљен у раствор. Ограничени цилиндричним пречником унутрашње цеви који је упоредив са величином мехура, мехурови се распоређују у савршеној периодичној решетки, чија елементарна ћелија зависи од односа цеви и пречника мехура. Најједноставнија структура, појединачан ред мехурова или „бамбо структура“ (која одговара једнако расподељеним опнама од сапунице орјентисаним нормално на осу цеви) се добија ако је однос мањи од приближно 1.1. За дати пречник цеви ово захтева запремине мехурова које су веће од  $30\text{cm}^3$ .

Овде је представљена техника која, лако производи велике монодисперзионе мехурове. Ово је постигнуто постављањем отвора близу међупростора воздух/течност у приближно (скоро, веома приближно) хоризонтално прекривеној цеви, као што је показано на слици 11.



Слика 11. Гас је убациван константним током за мало изнад површине раствора у нагнутој цеви

Гумени држач (извод) (чеп) у који је отвор (унутрашњег пречника  $2\text{mm}$ ) прикључен, запечаћен је на нижем крају ( $z = 0$ ) цеви. Цев је тада делимично испуњена раствором од сапунице и нагнута је према хоризонталном правцу. Отвор је управо тако постављен тако да његово отварање је управо изнад граничне



површине ваздух/течност, близу зида цеви. Гас је убациван при константној струји тока ( $\sim 150 \text{ ml/min}$ ). Облици мехурова у унутрашњости полако клизе напред дуж зидова цеви.

Након што је цев напуњена са тзв. „бамбо“ структуром пажљиво се уклања гумени (држач-чеп) извод на нижем крају да би се испразнио вишак раствора сапунице из цеви. Тада се поставља цев хоризонтално.

Распоређивање углавном зависи од дубине на којој је шиљаста отвор умочен у раствор и повећава се како нагињемо цев у правцу хоризонтале. Овде се употребљава распоред између  $1 \text{ cm}$  и  $2 \text{ cm}$ .

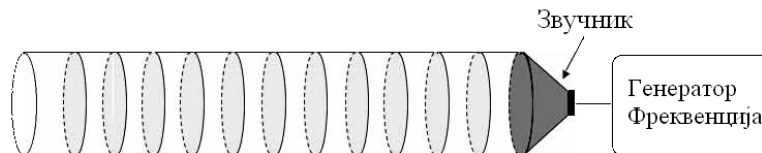
Постоји систематско мало повећање величине мехура за дату одређену цев кад је напуњена. Једном пошто је мехур формиран, он носи веома малу али коначну количину течности како се креће дуж цеви. Ово води ка сталном смањењу течности у околини шиљка (врха) при  $z = 0$ . Дубина на којој је умочен врх смањује се временом и величина мехурова се повећава. Будући да визуелизација не зависи од једнаких распоређених опни од сапунице овај ефекат није поништен.

Такође се да приметити да увек преостаје мала количина раствора од сапунице у цеви која чини плитак слој (базен) на дну хоризонталне цеви, тако формирајући течан слој између свих опни. Ово служи као резервоар мехура од сапунице опнама, дозвољавајући им да прилагоде своју дебљину у присуству звучног таласа.

Потребно је отприлике 4 минута да би се напунила цев са правилно распоређеним опнама од сапунице. Експеримент не подразумева да су опне од сапунице достигле своју равнотежну дебљину, и може мочети моментално пошто је цев постављена у хоризонталан положај.

#### 4.3.5. Прављење акустичног стојећег таласа у цеви

Један акустичан талас настаје у цеви прикључивањем звучника на један крај (на  $z = 205 \text{ cm}$ ) који је повезан са тон генератором који може да мења аудио (чујну) фреквенцију у опсегу од  $20\text{-}20\ 000 \text{ Hz}$ . Други крај цеви је ( $z = 0$ ) је затворен за ваздух, слика 12.

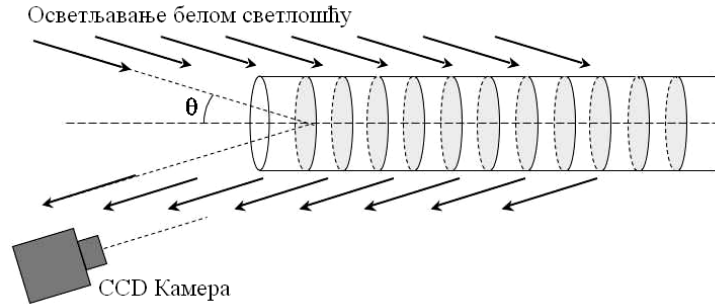


Слика 12. Прављење стојећег звучног таласа

Анализа која је даље показана не користи микрофон или осцилоскоп, мада се они могу употребити за квантитативна мерења.

#### 4.3.6. Визуелизација помоћу белог осветљавања (интерференција)

Када је пена изложена једном акустичном стојећем таласу, течност у опнама креће се из области високог притиска (чворова) у област ниског притиска (трбуха). Као резултат дебљина опне се мења дуж осе цеви. Градијент у дебљини међу појединачним опнама може такође следити као одговор на звучне таласе. Оба ова ефекта (слике 13, 14 и 15) могу бити посматрана осветљивањем цеви белом светлошћу под неким упадним углом  $\theta$ .



Слика 13. Визуелизација градијента дебљине опни употребом беле светлости

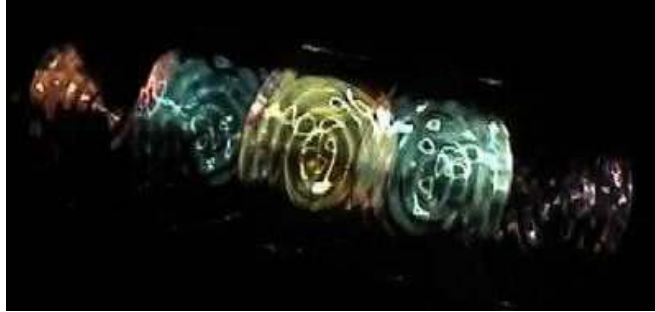
Извор светла је обезбеђен из обичног графоскопа који емитује белу светлост дуж запремине означене са цеви.

Светлост рефлектована од стране опни од сапунице је посматрана под углом  $-\theta$  употребом дигиталне камере.  $\theta$  мора бити довољно мало да би оптимизовала област посматрања, али довољно велик да разлучује различите опне. Овде се бира  $\theta = 45^\circ$  и такође се поставља црни екран иза цеви да би се повећао контраст (упадљивост) слика.

Ова поставка дозвољава посматрање, појединачне слике интерферентних узорака приказаних од стране свих опни од сапунице у цеви.

#### 4.3.7. Посматрање осцилација опни од сапунице

Као одговор на један акустичан талас, опне од сапунице осцилују. Будући да су опне од сапунице повезане резервоаром раствора на дну цеви (течном основом) дебљина опне је слободно промењива. Употребљавајући поставку описану у одељку 4.3.6, посматра се како опне од сапунице мењају боју када осцилују. Слика 14. приказује затвореност пет опни од сапунице постављене око помераја анти-чворова (трбуха) таласа.

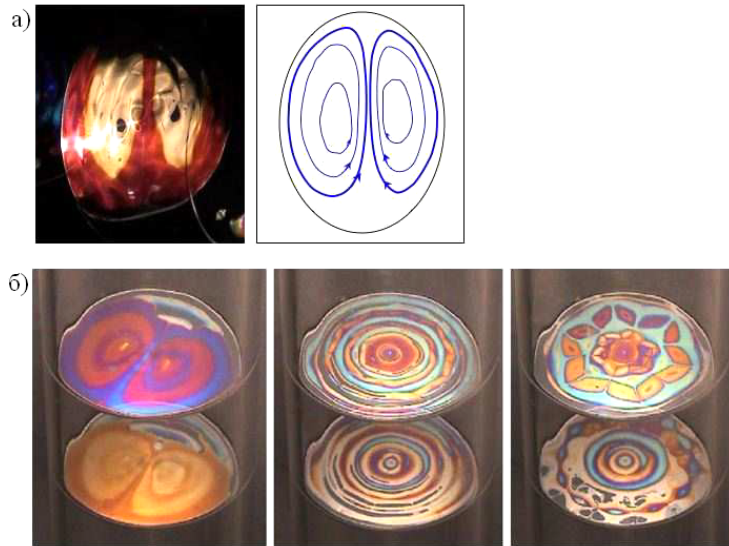


Слика 14. Затворене опне од сапунице изложене једном стојећем таласу. Централна опна је постављена на место трбуха. Грешка релативне позиције опне са уважавањем положаја трбуха је једнака распореду између опни, а то је  $1 \text{ cm}$ . Боја опне одговара одређеној дебљини опне која се повећава са амплитудом стојећег таласа. Овде фреквенција звучног таласа је  $670 \text{ Hz}$ . У складу са једначином (27) ово одговара  $n = 8$  са брзином звука од  $340 \text{ m/s}$ .

Опна у средини (на трбуху) изгледа зелена, суседне опне изгледају плаве, и следећи најближи суседи су браон боје. Ова симетрија боја око средишње (централне) опне одражава симетрију помераја амплитуде звучног таласа око трбуха. Већа амплитуда таласа подразумева и дебљу опну од сапунице.

Слика 14 приказује додатни интересантан феномен. Опна од сапунице приказује стационарно таласање дуж пречника узорка. Осцилације опне, као одговор на акустичну резонанцију цеви ограничене су граничним условом обимом опне, где лонгитудиналан померај опне мора изчезнути. Због тога опне од сапунице трпе стојећи осцилаторни талас као резултат суперпозиције једног упадног и једног рефлектованог таласа.

Опне од сапунице испољавају два начина понашања као одговор на звучни талас. На малим фреквенцијама побуде међуповршине од сапунице осцилују у фази са истом амплитудом (*антисиметрични мод или мод таласања*), зато њихова дебљина остаје хомогена. На вишим фреквенцијама побуде, посматрају се градијенти дебљине који резултују сложеним и дивним узорцима. Овде су посматрана два режима са прелазном фреквенцијом од  $850 \text{ Hz}$ . Слика 14 одговара првом режиму (хомогена дебљина). Слика 15 приказује опне од сапунице које осцилују у другом режиму.

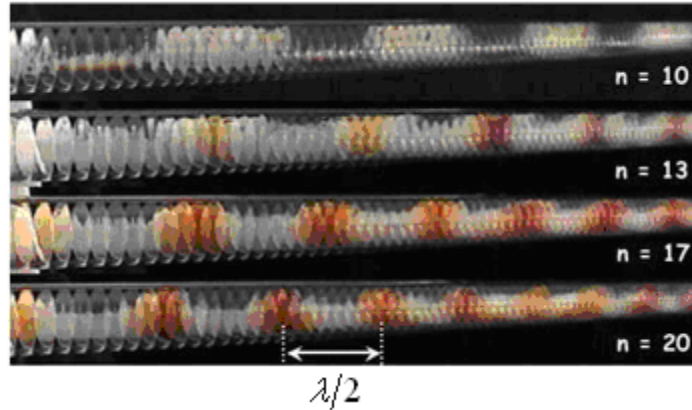


Слика 15. За звучне фреквенције изнад  $850 \text{ Hz}$  осцилујуће опне од сапунице приказују осцилаторне узорке по збијеним градијентима дебљине. (а) *Вертикалне* опне од сапунице заједно са сликом посматраног тока међупросторне течности. (б) *Хоризонталне* опне од сапунице. Фотографије су узете на другачијим резонантним фреквенцијама цеви (све превазилазе  $850 \text{ Hz}$ ).

На слици 15(а) два вртлога у вертикално орјентисаним опнама откривају смањење у дебљини у правцу центра вртлога. На фотографијама слике 15(б) опне од сапунице су у цеви постављене хоризонтално да би се могло посматрати више узорака на опнама од сапунице у радијалној симетрији (цев је вертикална). Три слике одговарају различитим фреквенцијама изнад  $850 \text{ Hz}$ . Слика лево приказује вртлоге сличне онима на слици 15(а). Слика у средини има радијалну симетрију. Десна слика приказује више комплексни узорак са осом симетрије 6-реда. За исту фреквенцију побуде, појединачни узорак усвојено зависи од почетне дебљине опне и од амплитуде осцилација. Ово може бити виђено на слици десно 15(б), где две опне осцилују на истој фреквенцији али на различитим амплитудама показују се различити узорци.

#### 4.3.8. Детектовање стојећих таласа дуж цеви

Присуство акустичног стојећег таласа дуж цеви води адаптацији (промени) дебљине опне од сапунице захваљујући локалној амплитуди таласа. Због тога, осцилације опни од сапунице чине резонанцију у цеви видљиву оком. Резонанција тада може бити регистрована визуелно, без помоћи микрофона или осцилоскопа, на следећи начин: у опсегу чујних фреквенција емитованих од стране звучника, полако и континуално повећавамо фреквенцију. На свакој резонанцији у цеви, опне од сапунице на или близу трбусима осцилују са снажном амплитудом. Слика 16. приказује опне од сапунице у цеви када се одређена фреквенција поклапа са резонантном фреквенцијом цеви.



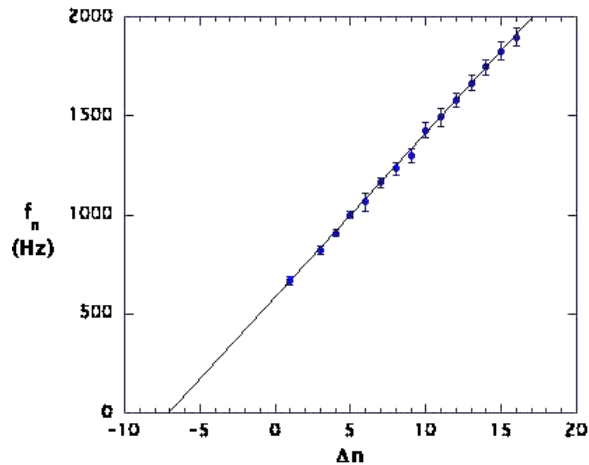
Слика 16. Фотографије приказују цев напуњену опнама од сапунице у присутности стојећих звучних таласа за различите резонантне модове  $n$  саме цеви. Дебље опне од сапунице су постављене на трбусима. Половина таласне дужине -  $\lambda/2$  одговара растојању између две обојене опне.

На трбусима стојећег таласа, опне од сапунице осцилују и мењају боју. Овај експеримент чини резонантни феномен спектакуларним и јасно показује дискретну природу броја резонантних мода.

*4.3.8.1. Прebroјавање резонантних облика (мода).* Прebroјане су резонантне фреквенције, детектоване на овај начин. Резултати су приказани на графикону 17, где је  $\Delta n$  индекс пребрајања ( $\Delta n = 1$  за прву резонанцију која је визуелно детектована када је фреквенција побуде полако повећавана од нуле).

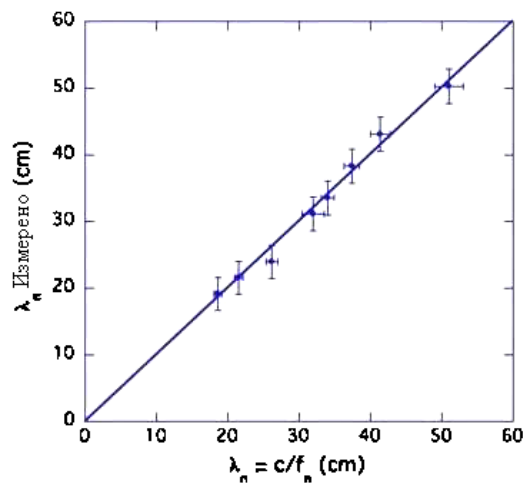
Подаци могу бити упоређени са теоријом представљеном у одељку 4.3.2. Будући да је звучник постављен на један крај цеви, померај амплитуде је максималан и резонантни облици су исти као и они у цеви затвореној на оба краја. Фреквенција  $f_n$  резонантног облика  $n$  цеви је тада дата једначином (27).

У методу описаном овде, све мерене сукцесивне резонантне фреквенције цеви су обележене без знања броја облика (мода) првог резонантног облика који је детектован. На слици 17 је зато на графикону уцртана  $f_n$  у функцији индекса пребрајања  $\Delta n = n - n_0$  где је  $n_0$  први детектовани резонантни облик (мод) (или офсет). Проналази се да се фреквенција повећава линеарно, почетни (иницијални) резонантни облик је добијен применом методе најмањих квадрата употребљавајући једначину (27) са  $n = \Delta n + n_0$ .



Слика 17. Резонантна фреквенција као функција индекса пребрајања (броја мода (облика))  $\Delta n = n - n_0$  рачунатог од почетног видљивог резонантног облика  $n_0$ . Испуњена линија представља „фитовање“ података употребљавајући једначину (27) где је  $n$  замењено са  $\Delta n + n_0$  и  $n_0$  је само параметар „фитовања“. Овде је  $n_0 = 7$ .

4.3.8.2. *Мерење таласне дужине.* Таласна дужина стојећег звучног таласа може бити одређена директно на зиду цеви, мерењем лењиром растојања између помераја трбуха, који су видљиви захваљујући осцилацијама од сапунице (види слику 18).



Слика 18. Измерене таласне дужине за различите резонантне облике ( $n = 8, 9, 10, 12, 13, 16, 19$  и 23) наспрот теоријским вредностима које су дате једначином (28). Права линија има одговарајући коефицијент правца.

Грешка која се може искључити а која одговара растојању између две опне од сапунице, и може у принципу бити смањена ако се просторно распоређивање

филмова (опни) смањи. Са претходно одређеном вредношћу  $n_0$  (употребом једначине (27)), могу се упоредити са вредностима које су дате једначином (28).

Слика 18 приказује график експериментално добијених вредности за  $\lambda_n$  насупрот вредностима израчунатим употребом једначине (27) где се користи вредност за брзину звука у ваздуху  $c = 340 \text{ m/s}$  на  $20^\circ\text{C}$ . Мерени подаци су добро описани правом линијом са нагибом, која пролази кроз координатни почетак, тако верификујући валидност технике.

Приметимо да присуство пене обично смањује брзину звука. Како било, у случају описаном у овом раду мала количина течности у опни од сапунице је довољно мала да се не одрази на брзину звука.

#### 4.4. Формирање лабораторијског експеримента за мерење брзине звука у Кунтовој цеви

Кунтова цев је стаклена цев метарске дужине, пречника 3 до 4 *cm* која је са једног краја затворена покретним клипом (слика 25). У овом експерименту на другом крају цеви је постављен звучник који је прикључен на тон генератор. По дну цеви посути су лаки опилци плуте који се могу покренути осциловањем ваздушног стуба унутар цеви.



Слика 25. Кундтова цев са апаратуром

Кунтова цев служи за одређивање таласне дужине звучних таласа који изазивају осциловање ваздушног стуба у цеви. Извор звука се поставља близу отвореног краја цеви. Пажљивим померањем клипа дуж цеви (тј. променом дужине звучног стуба  $L$ ) добија се таква дужина која задовољава услов за настанак стојећег таласа у цеви. Услов за настанак стојећег таласа таласне дужине  $\lambda$  у цеви дужине  $L$  која је затворена на једном крају је дат релацијом:

$$L = (2n - 1) \frac{\lambda}{4} \quad (n = 1, 2, 3, 4, \dots) \quad (29)$$

Постојање стојећих таласа се констатује распоредом плутаних опилјака у цеви. Због интензивног осциловања ваздушног стуба у цеви, опилци који су до тада били хаотично распоређени заузимају положаје максималног згушњавања и разређивања. На местима где су формиран трбуси стојећег таласа опилци су згуснути, а на местима где се налазе чворови стојећег таласа, опилци остају у првобитном положају. Знајући да растојање између суседних чворова или трбуха одговара половини таласне дужине, растојање између  $k$  трбуха је дато изразом:

$$l_k = k \frac{\lambda}{2} \quad (30)$$

одакле је таласна дужина



$$\lambda = \frac{2l_k}{k}. \quad (31)$$

Мерењем растојања  $l_k$  између ( $k$ ) трбуха стојећег таласа може се одредити таласна дужина звучног таласа од којег је настао стојећи талас у цеви.

Таласна дужина се може одредити и на основу мерења дужине  $L$  стаклене цеви на основу релације (29) и пребројавања броја трбуха  $n$ . Из те релације таласна дужина је дата изразом:

$$\lambda = \frac{4L}{2n-1} \quad (32)$$

Из добијене вредности за таласну дужину звучног таласа може се даље одредити и брзина звучних таласа  $c$  у ваздуху за дату температуру, уколико је позната фреквенција извора звука  $f$ , помоћу релације

$$c = f\lambda \quad (33)$$

Примера ради, илустративан приказ три трбуха дат је на слици 26.



Слика 26. Три трбуха стојећег таласа у Кундтовој цеви

Овде ће бити дати крајњи резултати мерења брзине звука помоћу мерења таласне дужине стојећег таласа за фиксиран број трбуха (два и три трбуха). У експерименту је мерено растојање на којем су расподељени два односно три трбуха (полуталаса).

Резултати су представљени у табелама 2 и 3.

$k = 2$  трбуха

Табела 2

$f(\text{Hz})$	$l_k(m)$	$\lambda(m)$	$c(m/s)$
500	0.664	0.664	332.0
600	0.562	0.562	337.2
650	0.520	0.520	338.0
700	0.480	0.480	336.0
825	0.388	0.388	320.1

Средња вредност за брзину звука је  $332.66 \text{ m/s}$ .

Емпиријска стандардна девијација средње вредности је  $3.3 \text{ m/s}$ , односно резултат мерења брзине звука можемо представити као:  $333 (3) \text{ m/s}$ .

$k = 3$  трбуха

Табела 3

$f(\text{Hz})$	$l_k(m)$	$\lambda(m)$	$c(m/s)$
830	0.603	0.402	333.7
700	0.747	0.498	348.6
650	0.800	0.533	346.5
600	0.854	0.569	341.4

Средња вредност за брзину звука је  $342.55 \text{ m/s}$ .

Емпиријска стандардна девијација средње вредности је  $3.3 \text{ m/s}$ , односно резултат мерења брзине звука можемо представити као:  $343 (3) \text{ m/s}$ .

Експеримент је извођен на температури ваздуха од  $22^\circ\text{C}$  па је теоријска вредност брзине звука  $c_t$  дата изразом:

$$c_t = c_0 \sqrt{1 + \frac{t(^{\circ}\text{C})}{273}} \approx 344 \text{ m/s}, \text{ при чему је } c_0 = 331.4 \text{ m/s} \text{ брзина звука на } 0^\circ\text{C}.$$

Емпиријска стандардна девијација средње вредности је рачуната по формули:

$$\sigma(c_{sr}) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (c_{sr} - c_i)^2}$$
, где  $n$  представља број мерења, а  $i$  индекс  $i$ -тог мерења.

Из резултата мерења брзине звука видимо да се боље слагање измерене и теоријске вредности брзине звука при већем броју полуталаса на измереној дужини.

## 5. ЗАКЉУЧАК

У овом раду је дат преглед експерименталних метода проучавања звучних таласа које у разним варијантама користе Кунтову цев. Описана су три експеримента која би се могла реализовати у боље опремљеним експерименталним лабораторијама. То су:

- **Мерење односа топлотних капацитета гасова помоћу брзине звука**
- **Мерења температурне зависности брзине звука у ваздуху помоћу рачунара**
- **Визуелизација стојећих звучних таласа помоћу правилно распоређених опни од сапунице**

Посебно је описан експеримент који је постављен у лабораторији за опште курсеве физике и на којем су извршена основна мерења на основу којих је одређена брзина звука у ваздуху. Мерење је извршено за  $k=2$  и  $k=3$  трбуха у стакленој цеви. Анализа резултата ових мерења је показала да се у оваквим лабораторијским условима тачнији резултати добијају уколико се у стакленој цеви при резонанцији формира већи број трбуха односно стојећих таласа.

Овај приказ лабораторијских експеримената треба да покаже да је релативно лако реализовати експеримент са звучним таласима који омогућава мерење и одређивање физичких величина као што је брзина звука у разним гасовима и при разним температурама тако и однос топлотних капацитета  $\gamma$  за ваздух и друге гасове. Примена експеримента у настави физике има посебну важност и доприноси бољем разумевању физичких величина и законитости.

## 6. ЛИТЕРАТУРА:

1. [http://pages.unibas.ch/phys-ap/PDF\\_engl/V14engl.pdf](http://pages.unibas.ch/phys-ap/PDF_engl/V14engl.pdf)
2. <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/waves/kundtosc.html#c1>
3. F Elias, S Hutzler and M S Ferreira : **Visualisation of sound waves using regularly spaced soap films** Eur.J.Phys. **28** (2007), 755-765
4. S. Velasco, F. L. Román, A. González, and J. A. White : **A computer-assisted experiment for the measurement of the temperature dependence of the speed of sound in air** Am.J.Phys. **72** (2), February 2004, 276-279 <http://aapt.org/ajp>
5. Агнеш Капор, Драган Николић : **ЕКСПЕРИМЕНТАЛНЕ ВЕЖБЕ ИЗ ФИЗИКЕ – Механика и термодинамика**, Нови Сад 2000
6. A.M.Halpern, “**Experimental Physical Chemistry: a laboratory textbook,**” 2<sup>nd</sup> ed., Experiment 2, Prentice Hall (1997)
7. C.W.Garland, J.W.Nibler and D.P.Shoemaker, ”**Experiments in Physical Chemistry,**” 6<sup>th</sup> ed., Experiment 3, McGraw-Hill (1996)
8. M.A.Duncan, “**Physical Chemistry Instrumentation and Experiments,**” p.45, University of Georgia (1985)
9. Звездан Гагић: **ОБРАДА НАСТАВНЕ ТЕМЕ „ЗВУК“ ЗА СРЕДЊЕ ШКОЛЕ**, дипломски рад, Нови Сад 2009

## 7. КРАТКА БИОГРАФИЈА



Звездан Гагић рођен је 19.5.1980 у Сплиту, у републици Хрватској. Основну школу и гимназију завршио је у Сремској Митровици, у републици Србији. Године 2004 уписује природно-математички факултет, одсек за физику, смер професор физике, у Новом Саду на којем је дипломирао 2008 године.

**УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ  
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ**

**8. КЉУЧНА ДОКУМЕНТАЦИЈСКА ИНФОРМАЦИЈА**

<i>Редни број:</i>	
<b>РБР</b>	
<i>Идентификациони број:</i>	
<b>ИБР</b>	
<i>Тип документације:</i>	Монографска документација
<b>ТД</b>	
<i>Тип записа:</i>	Текстуални штампани материјал
<b>ТЗ</b>	
<i>Врста рада:</i>	Дипломски-мастер рад
<b>ВР</b>	
<i>Аутор:</i>	Звездан Гагић
<b>АУ</b>	
<i>Ментор:</i>	Др. Агнеш Капор, ред. Проф.
<b>МН</b>	
<i>Наслов рада:</i>	Проучавање звучних таласа лабораторијским методама на нивоу средњег образовања и на основним академским студијама физике српски (ћирилица)
<b>НР</b>	
<i>Језик публикације:</i>	
<b>ЈП</b>	
<i>Језик извода:</i>	српски/енглески
<b>ЈИ</b>	
<i>Земља публиковања:</i>	Србија
<b>ЗП</b>	
<i>Уже географско подручје:</i>	Војводина
<b>УГП</b>	
<i>Година:</i>	2008.
<b>ГО</b>	
<i>Издавач:</i>	Ауторски репринт
<b>ИЗ</b>	
<i>Место и адреса:</i>	Природно-математички факултет, Трг Доситеја Обрадовића 4, Нови Сад
<b>МА</b>	
<i>Физички опис рада:</i>	5/40/0/3/29/5/0
<b>ФО</b>	
<i>Научна област:</i>	Физика
<b>НО</b>	
<i>Научна дисциплина:</i>	Акустика
<b>НД</b>	
<i>Предметна одредница/ кључне речи:</i>	Звучни таласи, стојећи таласи, Кундтова цев
<b>ПО</b>	
<b>УДК</b>	
<i>Чува се:</i>	Библиотека департмана за физику, ПМФ-а у Новом Саду
<b>ЧУ</b>	
<i>Важна напомена:</i>	Нема
<b>ВН</b>	
<i>Извод:</i>	Обрађени су експерименти са звучним таласима различитим лабораторијским методама. Један од експеримената је реализован у лабораторији Департмана за физику Природно-математичког
<b>ИЗ</b>	

факултета у Новом Саду

*Датум прихватања теме од НН  
већа:*

**ДП**

*Датум одбране:*

3.7.2009

**ДО**

*Чланови комисије:*

**КО**

*Председник:*

Др. Срђан Ракић, ванр.проф.

*члан:*

Др Агнеш Капор, ред. Проф.

*члан:*

Др Душанка Обадовић, ред. Проф.

## UNIVERSITY OF NOVI SAD

## FACULTY OF SCIENCE AND MATHEMATICS

## KEY WORDS DOCUMENTATION

*Accession number:*

**ANO**

*Identification number:*

**INO**

*Document type:*

Monograph publication

**DT**

*Type of record:*

Textual printed material

**TR**

*Content code:*

Final paper

**CC**

*Author:*

Zvezdan Gagić

**AU**

*Mentor/comentor:*

Dr. Agneš Kapor, red. Prof.

**MN**

*Title:*

The Study of Sound Waves by Laboratory Methods at the level of  
Highschool Education and Bachelor Studies of Physics

**TI**

*Language of text:*

Serbian (cyrillic)

**LT**

*Language of abstract:*

English

**LA**

*Country of publication:*

Serbia

**CP**

*Locality of publication:*

Vojvodina

**LP**

*Publication year:*

2009

**PY**

*Publisher:*

Author's reprint

**PU**

*Publication place:*

Faculty of Science and Mathematics, Trg Dositeja Obradovića 4, Novi Sad

**PP**

*Physical description:*

5/40/0/3/29/5/0

**PD**

<i>Scientific field:</i>	Physics
<b>SF</b>	
<i>Scientific discipline:</i>	Acoustics
<b>SD</b>	
<i>Subject/ Key words:</i>	Sound waves, standing waves, Kundt's tube
<b>SKW</b>	
<b>UC</b>	
<i>Holding data:</i>	Library of Department of Physics, Trg Dositeja Obradovića 4
<b>HD</b>	
<i>Note:</i>	None
<b>N</b>	
<i>Abstract:</i>	Experiments over standing sound waves have been treated with different laboratory methods. One of the experiments was realized in the laboratory of Physics, Department of Physics, Faculty of Sciences in Novi Sad
<b>AB</b>	
<i>Accepted by the Scientific Board:</i>	
<b>ASB</b>	
<i>Defended on:</i>	3.7.2009
<b>DE</b>	
<i>Thesis defend board:</i>	
<b>DB</b>	
<i>President:</i>	Dr. Srđan Rakić, assoc. Prof.
<i>Member:</i>	Dr Agneš Kapor, red. Prof.
<i>Member:</i>	Dr Dušanka Obadović, red. Prof.