



UNIVERZITET U NOVOM SADU

PRIRODNO-MATEMATIČKI

FAKULTET

DEPARTMAN ZA FIZIKU



## **OBRADA NASTAVNE TEME,,RAVNOTEŽA TELA“**

- diplomski rad -

**Mentor:**

**Dr Dušanka Obadović, red. prof.**

**Kandidat:**

**Mitrić Zoran**

**NOVI SAD, februar 2009.god**

---

*Prilikom izbora teme za diplomski rad i određivanje njegove koncepcije, kao i pri izboru eksperimenata, imao sam veliku pomoć svog mentora prof.dr Dušanke Obadović.*

*Zahvaljujem mentoru na predloženoj temi i korisnim sugestijama tokom izrade ovog diplomskog rada.*

---

## SADRŽAJ

<b>UVOD.....</b>	<b>4</b>
<b>1. Ogled u nastavi fizike .....</b>	<b>4</b>
<b>1.1. Demonstracioni ogled .....</b>	<b>5</b>
<b>2. STATIČKA RAVNOTEŽA.....</b>	<b>6</b>
<b>2.1. Istorijat .....</b>	<b>6</b>
<b>2.2. O ravnoteži sila ( tela ) .....</b>	<b>8</b>
<b>2.3. Statički moment sile.....</b>	<b>9</b>
<b>2.4. Ravnoteža materijalne tačke ( čestice ) .....</b>	<b>11</b>
<b>2.5. Statika krutog tela .....</b>	<b>14</b>
<b>2.5.1. Slaganje sila sa različitim napadnim tačkama .....</b>	<b>14</b>
<b>2.5.2. Slaganje paralelnih sila .....</b>	<b>16</b>
<b>2.5.3. Slaganje paralelnih sila suprotnog smera .....</b>	<b>17</b>
<b>2.5.4. Spreg sila .....</b>	<b>17</b>
<b>2.5.5. Analiza uslova ravnoteže krutog tela .....</b>	<b>18</b>
<b>2.6. Težište tela. Centar mase .....</b>	<b>19</b>
<b>2.7. Stabilnost ravnoteže tela .....</b>	<b>21</b>
<b>2.8. Proste mašine (poluga) .....</b>	<b>23</b>
<b>3. OBRADA TEMATSKE JEDINICE “POJAM I VRSTE RAVNOTEŽE TELA; POLUGA, MOMENT SILE; RAVNOTEŽA POLUGE I NJENA PRIMENA”...</b>	<b>24</b>
<b>3.1. Opšte metodičke napomene .....</b>	<b>24</b>
<b>3.1.1. Nastavne metode, oblici i sredstva.....</b>	<b>24</b>
<b>3.1.2. Struktura i tok časa .....</b>	<b>25</b>
<b>3.2. Jednostavni eksperimenti u nastavi fizike .....</b>	<b>26</b>
<b>3.2.1. Pojam težišta i ogledi vezani za težište .....</b>	<b>26</b>
<b>3.2.1.1.Određivanje težišta homogenih tela pravilnog i nepravilnog geometrijskog oblika.....</b>	<b>29</b>
<b>3.2.1.2. Težište čovečijeg tela .....</b>	<b>30</b>
<b>3.2.2. Tačka vešanja i vrste ravnoteže .....</b>	<b>31</b>
<b>3.2.3. Oslonac i stabilnost tela na podlozi .....</b>	<b>33</b>
<b>3.2.4. Neverovatne ravnoteže .....</b>	<b>38</b>
<b>3.2.5. Poluga i ravnoteža poluge .....</b>	<b>38</b>
<b>4. ZAKLJUČAK .....</b>	<b>40</b>
<b>5. LITERATURA .....</b>	<b>41</b>
<b>KRATKA BIOGRAFIJA KANDIDATA .....</b>	<b>42</b>
<b>KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA .....</b>	<b>43</b>

## UVOD

U formiranju naučnog pogleda na svet veliki značaj pripada fizici kao fundamentalnoj prirodnoj nauci. Na rezultatima fizike izgrađena je slika sveta koja čini fundament naučne predstave o prirodi, njenim objektima i pojavama, kao i njihovim zakonitostima.

Fizička slika sveta podrazumeva kvalitativno znanje o strukturi materije, njenim osnovnim svojstvima i oblicima kretanja, prostoru i vremenu, uzajamnoj povezanosti pojava, procesa i njihovih zakonitosti, kao i primenu tog sveopštег znanja u praktične svrhe u cilju poboljšavanja uslova čovekovog života i rada. U fizičku sliku sveta ulaze najopštiji i fundamentalni fizički pojmovi, zakoni i teorije.

Fizička slika sveta je opšti sistem znanja kojim se definiše lik, model onog dela prirode koji je predmet izučavanja fizike. To je najopštija forma odraza (slika) prirode konstruisana na rezultatima fizike kao nauke, uključujući fizičke predstave o strukturnoj organizovanosti materije, o kretanju i uzajamnom delovanju njenih elemenata, o prostoru i vremenu koji su nerazdvojno povezani sa materijom, uzročno-posledičnoj i drugim oblicima uzajamne povezanosti i uslovjenosti objekata, pojava, procesa i njihovih zakonitosti. U fizičku sliku sveta ulaze najopštiji i fundamentalni fizički pojmovi, zakoni i teorije.

Fizika kao nauka, a i kao nastavni predmet ne uključuje samo sadržajni element (sistem znanja o fizičkom svetu), nego i gnoseološki aspekt (sistem principa i metoda proučavanja, odnosno obučavanja). U vezi sa tim učenik treba da nauči ne samo to kako je strukturiran deo sveta (njegova osnovna svojstva, pojave i odgovarajuće zakonitosti) koji je predmet proučavanja fizike nego i to na koji se on način upoznaje, kojim metodama i sredstvima se istražuje.

Fizička slika prirode i opšta šema saznajnog procesa u fizici predstavljaju sintezu fizičkih i filozofskih ideja i stavova. Naučna i filozofska uopštavanja imaju svoju autonomnost, identitet, ali se međusobno prožimaju i dopunjavaju u pravcu generalizacije i konkretizacije naučno-filozofskog znanja. Naučno i filozofsko su dva osnovna komplementarna elementa u opštoj predstavi o svetu. Odatle sledi da nije moguće formulisati osnovu naučnog pogleda na svet, a time ni fizičku sliku prirode, bez razmatranja i korišćenja u nastavi fizike opštih ideja i stavova filozofskog karaktera.

Naučni pogled nije samo sistem usvojenih saznanja, nego i kvalitet više. Usvojeno znanje treba da se preobradi u ubeđenje, da dobije ličnu, određenu emocionalnu obojenost.

Nastava fizike, naročito izvođenje ogleda i laboratorijskih vežbi, treba da doprinese razvitku kulture rada (ažurnost, tačnost, odgovornost, poštovanje određenih pravila, zaštita na radu, pažljivo korišćenje uređaja, navikavanje na kolektivan rad), to jest, takvih kvaliteta ličnosti koji omogućavaju neposredno uključivanje u savremenu proizvodnu delatnost.

### 1. Ogled u nastavi fizike

U nauci, eksperiment je metoda istraživanja, put nalaženja istine i način proveravanja teorije. Školski eksperiment iz fizike je izvor znanja, metoda učenja, potvrda, istina, polazište za uspostavljanje logičkih i matematičkih operacija, veza teorije i prakse, i najzad, sredstvo za ostvarivanje očiglednosti u nastavi. Lord Kelvin, poredeći teoriju i praksu sa žrvnjem i zrnevljem, je rekao: "Teorija je žrvanj, mlinski kamen, a eksperiment je zrnevље. Eksperiment i teorija samo zajedno mogu dati dobru nauku. Ako nema zrnevla, žrvanj radi na prazno, ako je to zrnevje budavo, brašno nije dobro".

Za nastavu fizike su prihvatljive podele eksperimenata koje se zasnivaju na didaktičkom cilju, pre svega na ideji postupnom osamostaljivanju učenika u procesu ovladavanja znanjima i umenjima. S tog stanovišta školski eksperiment obuhvata:

- demonstracione eksperimente
- laboratorijske vežbe (frontalne i grupne)
- laboratorijske eksperimentalne zadatke
- domaće eksperimentalne zadatke
- izradu učila i aparata

### **1.1 Demonstracioni ogled**

Pokazivanje fizičkih pojava, procesa, zakonitosti ili odgovarajućih objekata kao i načina njihovog rada, naziva se demonstracionim ogledom. S obzirom da ovu vrstu školskog eksperimenta pretežno izvodi nastavnik, u definisanju demonstracionog eksperimenta često se naglašava da je to jedan poseban vid izražavanja nastavnika u toku izvođenja nastave. Sa stanovišta teorije nastave svrha demonstracionog eksperimenta može biti: motivacija, očiglednost u izučavanju gradiva, konkretizacija primene teorijskih znanja, sticanje umenja i veština na konkretnom primeru, povećanje interesovanja za izučavanje gradiva, izazivanje posmatrane fizičke pojave, ilustracija principa i zakona, razvijanje kritičkog mišljenja, ocenjivanje učenika.

Činjenica je da su ljudi uvek više zainteresovani za realne pojave i objekte nego za apstraktne opise. Oni više vole ono što mogu da vide, nego ono što treba da zamišljaju, više ono što je u pokretu, nego ono što je statično. Za učenje prirodnih nauka u učionici demonstracioni ogledi su nešto što nastavu čini zanimljivijom i interesantnijom.

Opšti zahtevi za izvođenje demonstracionih ogleda su:

- 1) Pravilan izbor demonstracionog ogleda- svrshodnost
- 2) Temeljno pripremanje nastavnika uz obavezno isprobavanje- pouzdanost
- 3) Obezbeđenje sredstava i postupaka, koji doprinose da se demonstracioni ogled lako prati i uočavaju svi njegovi bitni elementi- vidljivost pre svega
- 4) Aparature i sredstva kojima se eksperiment izvodi treba da su što je moguće jednostavniji- pristupačnost i očiglednost
- 5) Postupci i interpretacija rezultata moraju biti u skladu sa dostignućima didaktike i fizike kao nauke- naučna zasnovanost
- 6) Pri izvođenju ogleda moraju biti preduzete mere zaštite učenika od povreda kao i zaštita sredstava rada od oštećenja- bezbednost i zaštita

Za jednu istu pojavu, istu zakonitost ili svojstvo, danas je moguće naći više varijanti demonstracionih ogleda. Od nastavnika se očekuje da poznaje moguće varijante i vrste ogleda da bi mogao izvršiti pravilan, pedagoški svrshodan izbor. Učenike treba upoznati sa svrhom demonstracionog ogleda, odnosno sa didaktičkim ciljem, ukazujući im i na problem koji kroz ogled treba osvetliti ili rešiti. Za učenika je često vrlo značajno njegovo uključivanje u realizaciju samog ogleda, između ostalog i za ocenjivanje sposobnosti za pravilno posmatranje i uočavanje bitnog.

U tu svrhu važnu ulogu imaju jednostavni eksperimenti. Osnovna karakteristika ovakvih eksperimenata je, da se mogu realizovati pomoću materijala koji se nalaze svuda oko nas, odnosno oni ne zahtevaju skupu aparaturu. U zavisnosti od nivoa učeničkog znanja i izbora

eksperimenata, pored demonstracije određene fizičke pojave, ovi eksperimenti mogu predstavljati i test spremnosti učenika da na bazi poznavanja fizičkih fenomena i određenog matematičkog aparata, dublje obrazlože relativno jednostavno demonstrirane pojave.

Međutim, jednostavne eksperimente ne treba koristiti samo za demonstraciju određenih fizičkih pojava. Jedan eksperiment, ili kombinacija više ovakvih eksperimenata, kojima se demonstrira ista fizička pojava, ako se čas dobro struktura i osmisli, može posebno u nižim razredima da omogući uvođenje naučnog metoda u redovnu nastavu. Ako se nastavnik pridržava osnovnih elemenata koji karakterišu naučna istraživanja: hipoteza, eksperiment, prikaz rezultata, zaključak i ključne reči, onda jednostavni eksperiment postaje nezamenljiv na svim nivoima obrazovanja, iz prostog razloga što je njegovo izvođenje dostupno svim učenicima. Svako može da na prostom primeru ne samo upozna, demonstrira i predstavi neku fizičku pojavu, nego i da usvoji koncept naučnog mišljenja i analize situacije na najjednostavniji mogući način.

U ovom radu prikazana je obrada nastavne teme „Ravnoteža“ za VII razred osnovne škole. Obradena je tematska jedinica: „Pojam i vrste ravnoteže tela; Poluga, moment sile; Ravnoteža poluge i njena primena“. Pored teorijskog obrazloženja prikazani su i jednostavni ogledi pogodni za demonstraciju pojava vezanih za ravnotežu tela. Svaki planirani demonstracioni ogled je detaljno planiran i isprobani, kako sa stanovišta metodike tako i u pogledu tehnike izvođenja.

## 2. STATIČKA RAVNOTEŽA

U statici se obrađuje ravnoteža tela i uslovi pod kojima telo ostaje u mirovanju. Kada se govori o mirovanju tela podrazumeva se uvek relativno mirovanje. Smatra se da tela miruju ako se ne kreću u odnosu na Zemlju, bez obzira na činjenicu da Zemlja vrši složeno kretanje. Tela koja na ovaj način miruju su svakako u ravnoteži, ali se i za tela koja se kreću uniformno u odnosu na Zemlju može reći da u ravnoteži. U statici se uglavnom ograničavamo na ravnotežu tela u mirovanju.

### 2.1. Istorijat

Prva značajnija dela na polju mehanike, a naročito statike vezuju se za starogrčke filozofe čija briljantna otkrića, sa proteklim vekovima sve više dobijaju na važnosti.

Prema prvim poznatim dokumentima iz istorije nauke reč mehanika (grčki: *μηχανω*) prvi je upotrebio Aristotel (364-322 godine p.n.e.), a značenje u prevodu bi bilo – uradim ili pronalazim. Među prvim istraživačima koje pamti istorija nauke je, svakako, Arhimed.



Slika 2.1 Arhimed

Učenik Aleksandrijske škole, Arhimed (*Αρχιμήδης*, 287 - 212 p.n.e.) grčki matematičar, fizičar i astronom iz Sirakuze, srodnik i prijatelj Hijerona II, najgenijalniji matematičar svog doba, nizom svojih otkrića otvorio je nauci nove oblasti. Njegove zasluge su velike u mehanici i astronomiji. Otkrio je zakon poluge, prvi egzaktno dokazao zakone ravnoteže i utvrđio principe hidrostatike.

Arhimed je unapredio statiku delima „O ravnoteži ravnih likova“ i „O polugama“. Otkrio je i široko primenjivao zakon poluge, koji mu je omogućio da svaku silu uveća po volji. Štaviše, tvrdio je da je u stanju da pokrene samu Zemlju ako bi postojala odgovarajuća poluga, tačka oslonca poluge, odnosno druga Zemlja na koju bi mogao da stane. Mnogi autori smatraju da je Arhimed svoje mehaničke metode razrađivao kako bi ih zatim, dokazavši

mehaničke pretpostavke strogo matematičkim putem, uključio u svoj sistem matematike. Te metode su za polazne tačke imale zakon poluge i učenje o težištima, pa je prvo Arhimedovo interesovanje bilo da da strogo matematičko tumačenje ovih zakona. Izučavanjem zakona ravnoteže, nalaženjem težišta i analizom uravnotežene i nepokretne poluge-Arhimed je postao osnivač nove nauke-Statike.

U delu „O ravnoteži ravnih tela ili o težištima ravnih tela“ izlaže svoju teoriju dvokrake poluge (terazije), nalaženje težišta trougla, paralelograma i trapeza (sedam postulata-zakon o poluzi).

Postulati :

- Jednake težine, koje se nalaze na jednakim rastojanjima (od tačke oslonca), u ravnoteži su, a jednake težine koje se nalaze na nejednakim rastojanjima, nisu u ravnoteži, pa prevaga biva na strani one težine, koja se nalazi na većem rastojanju.
- Ako dva tega, koja se nalaze na određenom rastojanju, drže ravnotežu jedan drugome, i ako jednom od ovih tegova nešto dodamo, onda tegovi više neće biti u ravnoteži, nego će pretegnuti strana onog tega koji je povećan.
- Ako se na isti način oduzme nešto od jednog tega, tegovi neće biti u ravnoteži, nego će pretegnuti onaj od kojeg nije ništa oduzeto.
- Ako se jednakе i slične ravne slike poklapaju pri polaganju jedne na drugu, poklopiće se i njihova težišta.
- U nejednakim ali sličnim slikama težišta su slično raspoređena.
- Ako su dve veličine, koje se nalaze na izvesnom rastojanju, u ravnoteži, onda su u ravnoteži i dve njima jednakе veličine koje se nalaze na istim rastojanjima.
- Ako je ivica neke slike ispučena svuda u istu stranu onda se težište mora nalaziti u unutrašnjosti slike.

(Uočavamo da pretposlednji postulat nije uopšte očigledan. On u sebi sadrži tvrđenje o jednakosti statičkih momenata oba tega).

Arhimed je pod težištem razumeo tačku koja ima osobinu da ostaje u ravnoteži kad se za nju obesi telo bez obzira na položaj koji mu je dat (to je zakon poluge u teoriji težišta). On takođe ističe razliku između težišta i tačke oslonca. „Arhimed je shvatio da je u većini slučajeva nemoguće faktički okačiti telo o težište, takvo vešanje tela može se izvršiti samo u mislima. Radi praktičnog nalaženja težišta treba kroz tačke oslonca povlačiti vertikalne ravni, vešajući telo u raznim položajima i tražiti tačku preseka takvih ravni“. O tome je pisao u delu „O osloncima“.

Sve do Galileja (*Gallileo Galilei* 1564 – 1642) definicija sile, kao i njena primena bila je čisto statička. U svom delu „*Discorsi e demonstrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*“ u kome je publikovao rezultate istraživanja zakona slobodnog pada i horizontalnog i kosog hica- 1583. godine je uveo pojam ubrzanja i doveo ga u vezu sa silom. Time je on dao doprinos mehanicima da se *kretanje tela odvija pod dejstvom sile* i praktično je otvorio kvalitativno nove pravce istraživanja i utemeljio novu naučnu oblast *Dinamiku*.



Slika 2.2 *Gallileo Galilei*

Engleski naučnik Isak Njutn (Isaac Newton 1643 – 1727) napisao je znamenito delo „*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*“ (Matematički principi filozofije prirode) 1687. godine i postavio osnovu za dalji razvoj *Dinamike*. Ovim delom je dao nov matematički opis i dokaze izvedene čisto matematičkim putem, istovremeno objedinivši saznanja i svojih prethodnika i savremenika u jednu jedinstvenu celinu. Njutn je dao matematički i nov matematički aparat „*diferencijalni i integralni račun*“ takozvani „*infinitezimalni račun*“.



*Slika 2.3 Isaac Newton*

Leonard Ojler (Leonhard Euler, 1707-1783) je napisao delo „*Mechanica sive motus scientia*“ koje je publikованo 1736. godine i kojim je u Dinamiku uvedena prva sistematska primena analize.

Primenu analize u Dinamici produbio je francuski naučnik Dalamber (Jean Le Rond d'Alambert, 1717 – 1783) napisavši fundamentalno delo „*Traite de Dynamique*“ koje je publikованo 1743. godine. To delo sadrži opštu metodu za postavljanje jednačina dinamike sistema i njihova rešenja. Dalambelu pripada zasluga što je prvi sjedinio Statiku i Dinamiku u prirodnu celinu, jer su mirovanje i ravnoteža sistema specijalan slučaj stanja kretanja.



*Slika 2.4 Jean Le Rond d'Alambert*

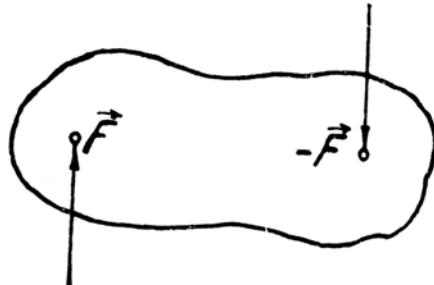
Još jedan velikan Mehanike i posebno Dinamike, francuski naučnik Lagranž (Joseph Luis Lagrange, 1735 – 1813) je svojom ”Analitičkom mehanikom” (*Mecanique Analytique*) publikovanom 1788. godine uveo čistu analitičku metodu u Mehaniku i time postavio temelje Analitičke mehanike. Lagranž je u ovom delu celokupnu Statiku postavio na osnovu principa mogućih pomeranja.



*Slika 2.5. Joseph Luis Lagrange*

## 2.2. O ravnoteži sila ( tela )

Već iz II Njutnovog zakona može se zaključiti da na telo u mirovanju ne deluje sila pošto ono ne dobija nikakvo ubrzanje. Pri tome se uvek podrazumeva da na telo ne deluje nikakva rezultantna sila. Telo je u ravnoteži kad je rezultanta svih sila koje na njega deluju jednaka nuli, odnosno kada ne postoji rezultanta kao vektorski zbir ovih sila. Ovakav stav, međutim, važi samo onda kada sve sile koje deluju na telo imaju zajedničku napadnu tačku. Kada sile nemaju zajedničku napadnu tačku, može se desiti slučaj da rezultanta svih sila bude jednak nuli, a da telo ne bude u ravnoteži. Tako, na primer, kad na telo deluju dve paralelne sile jednake po intenzitetu i pravcu, a suprotne po smeru, imaće za rezultantu nulu ali telo neće biti u ravnoteži. (sl. 2.6.). Ovakve dve sile će težiti da okrenu telo. Prvi slučaj kada sile imaju zajedničku napadnu tačku tretira se obično kao *ravnoteža čestice*, odnosno *ravnoteža materijalne tačke*. Nekada se ovakva ravnoteža predstavlja kao *ravnoteža sila*. Slučaj kada sile nemaju zajedničku napadnu tačku može da postoji samo na nekom telu, te se onda obično govori o *ravnoteži tela*.



Slika 2.6. Prikaz paralelnih sile istog intenziteta, a suprotnog smjera, koje deluju na kruto telo (telo nije u ravnoteži)

Kada na neko telo dejstvuju sile sa različitim napadnim tačkama, ono se manje ili više deformiše odnosno menja svoj oblik. Kod čvrstih tela velike otpornosti i kad sile nisu veoma velikog intenziteta deformacije tela su neznatne, te se zanemarivanjem istih ne unose znatne promene uslova pod kojim dejstvuju sile. Promena oblika tela se obično zanemaruje na taj način što se uvodi pojam *krutog tela*. To je idealizovano telo, koje ne menja oblik pod dejstvom sile. Uvođenjem ovakvog pojma tretira se mirovanje tela kao *ravnoteža krutog tela*.

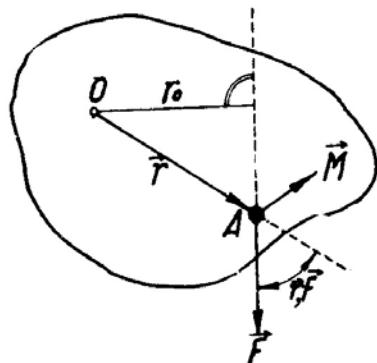
Kod krutog tela se dejstvo sile ne menja, ako se njena napada tačka pomeri duž pravca te sile. Neka u tački  $A$  krutog tela (sl. 2.7.) deluje sila  $\vec{F}$ . U bilo kojoj tački  $B$ , koja leži na pravcu sile  $\vec{F}$ , mogu se zamisliti dve sile  $\vec{F}$  i  $-\vec{F}$ . Time se u tački  $B$  ništa ne menja, jer se takve dve sile poništavaju, odnosno njihova rezultanta je jednaka nuli. Pošto je telo kruto sila  $\vec{F}$  u tački  $A$  i sila  $-\vec{F}$  će se međusobno poništavati, te ostaje samo sila  $\vec{F}$  u tački  $B$ . Ceo postupak je onda isti kao da je napadna tačka sile  $\vec{F}$  premeštena iz  $A$  u  $B$ . Vidi se da se kod krutog tela ništa ne menja, ako se napadna tačka sile pomera duž njenog pravca.



Slika 2.7. Prikaz paralelnih sila istog intenziteta, a suprotnog smjera, koje deluju na kruto telo (telo je u ravnoteži)

### 2.3. Statički moment sile

Neka je kruto telo (sl. 2.8) učvršćeno samo u tački  $O$  a u njegovoj tački  $A$  deluje neka sila  $\vec{F}$ . Ovakva sila će težiti da okrene telo oko ose koja prolazi kroz  $O$ .



Slika 2.8. Statički moment sile

Proizvod intenziteta te sile i normalnog rastojanja tačke  $O$  od pravca sile zove se *statički moment sile*  $\vec{M}$ . Ako sila  $\vec{F}$  i tačka  $O$  (sl. 2.8.) leže u ravni crteža, statički moment  $\vec{M}$  će biti dat kao vektorski proizvod  $\vec{F} \times \vec{r}_0$ , odnosno:

$$\vec{M} = \vec{F} \times \vec{r}_0 \quad (2.1.)$$

Statički moment se može izraziti i sa rastojanjem  $OA=r$ . Kako je  $r_0=r \cdot \sin[\vec{r}, \vec{F}]$ , biće:

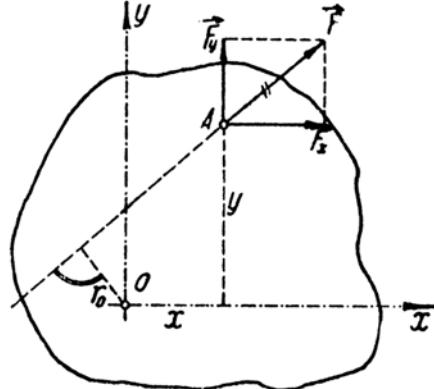
$$M = F \cdot r \cdot \sin[\vec{r}, \vec{F}] \quad (2.2.)$$

Vidi se da izraz za statički moment možemo uopštiti za bilo koji položaj tačke  $A$  i  $O$ , ako položaj tačke  $A$  u odnosu na  $O$  određujemo vektorom položaja  $\vec{r}$ . U takvom slučaju će prethodni izraz predstavljati veličinu vektorskog proizvoda između  $\vec{r}$  i  $\vec{F}$ . Statički moment  $\vec{M}$  je, takođe vektorska veličina što se odmah može zaključiti. Sila  $\vec{F}$  bi okrenula telo oko ose koja ima tačno određenu orijentaciju. Vektor  $\vec{M}$  ima pravac ose obrtanja. Osa rotacije stoji upravno na ravni koja prolazi sa  $\vec{r}$  i  $\vec{F}$ . Na slici 2.8. osa rotacije stoji u tački  $O$  upravno na ravni crteža. Smer vektora  $\vec{M}$  se određuje pravilom desnog zavrtnja koji važi za vektorski proizvod. Na taj način se može napisati opšti izraz za statički moment sile:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (2.3.)$$

*Moment sile  $\vec{F}$  u odnosu na tačku  $O$  predstavlja vektorski proizvod vektora položaja  $\vec{r}$ , koji polazi od tačke  $O$  do napadne tačke sile, i vektora sile  $\vec{F}$ .*

Razumljivo je da će moment rezultante dveju sila biti jednak zbiru momenata tih sila. Ova činjenica pruža znatne prednosti naročito onda, ako se statički moment posmatra u pravouglom koordinatnom sistemu čiji početak pada u nepokretnu tačku  $O$ . Zadovoljićemo se samo posmatranjem statičkog momenta u ravni (sl. 2.9.). Sila  $\vec{F}$  deluje u tački  $A$  koja je koja je za  $r=OA$  udaljena od nepokretnе tačke  $O$ . Uzmimo tačku  $O$  za koordinatni početak. Statički moment sile  $\vec{F}$  u odnosu na tačku  $O$  je  $\vec{M} = \vec{F} \times \vec{r}_0$ . Razložimo silu  $\vec{F}$  na dve komponente  $\vec{F}_x$  i  $\vec{F}_y$  u pravcu  $x$  i  $y$  ose. Ako je sila  $F$  ekvivalentna zbiru komponenata  $\vec{F}_x$  i  $\vec{F}_y$ , onda i moment sile  $\vec{F}$  mora biti ekvivalentan zbiru momenata obe komponente  $\vec{F}_x$  i  $\vec{F}_y$  u odnosu na istu tačku  $O$ . Pritom se mora voditi računa o smeru momenata ovih komponenata.



Slika 2.9. Statički moment u ravni

Pošto obe komponente leže u istoj ravni  $x,y$ , onda i njihovi momenti moraju imati isti pravac upravan na ravan crteža. No u ovom slučaju, kada imamo fiksirani koordinatni sistem i kada sve sile leže u istoj ravni, nije neophodno da vodimo računa o pravcu vektora  $\vec{M}$  koji će inače uvek biti upravan na ravni  $x,y$ . Dovoljno je da se u ovom slučaju vodi računa samo o smeru ovog vektora odnosno o smeru obrtanja tela koji data sila izaziva. Komponenta  $\vec{F}_x$  obrće telo u pravcu kazaljke na satu pa će se ovaj smer uzeti za negativan. Druga komponenta  $\vec{F}_y$  obrće telo u suprotnom smeru pa će ovaj smer biti pozitivan. Odavde je statički moment :

$$\vec{M} = x \cdot \vec{F}_y - y \cdot \vec{F}_x \quad (2.4.)$$

Ovakav izraz za  $\vec{M}$  je u nekim slučajevima veoma podesan. Vidi se da je ovo veličina odgovarajuće komponente vektorskog proizvoda  $\vec{r} \times \vec{F}$ .

Dimenzija statičkog momenta sile je :

$$M(=)l \cdot F = l \cdot ma = \frac{m \cdot l^2}{t^2} = A \quad (2.5.)$$

Statički moment sile ima dimenziju rada odnosno energije. Jedinica za statički moment je  $Nm$ .

#### 2.4. Ravnoteža materijalne tačke ( čestice)

(Ravnoteža sile)

Ako više sile deluje na neku česticu zanemarljivo malih dimenzija, kaže se da sile imaju zajedničku napadnu tačku. U takvom slučaju za ravnotežu čestice dovoljan uslov da je rezultanta svih sila koje deluju na česticu jednaka nuli. Sila je vektorska veličina pa za slaganje sile važe ,bez daljega, sva pravila geometrijskog sabiranja. Čestica će, prema tome, biti u mirovanju ako je vektorski zbir svih sila jednak nuli, odnosno :

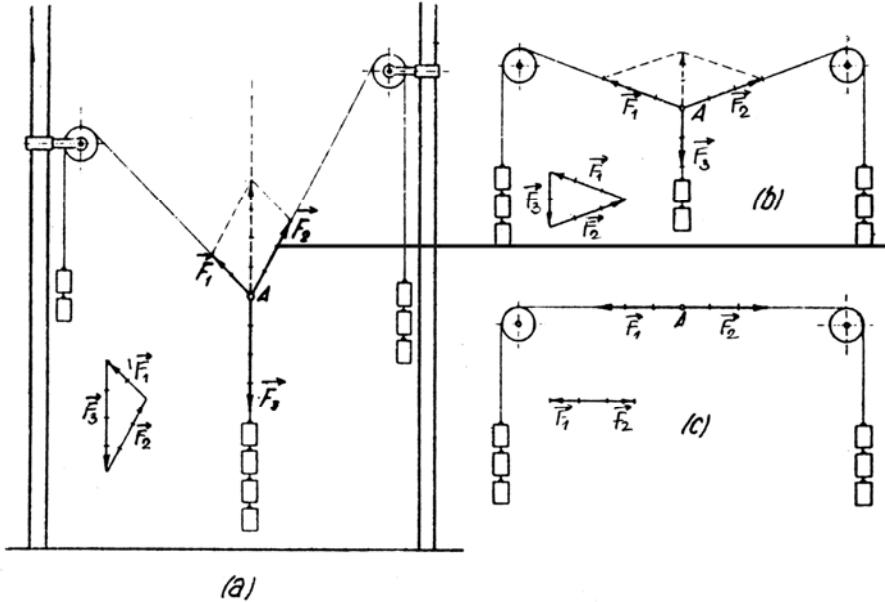
$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n = \sum \vec{F}_i = 0 \quad (2.6.)$$

Prema pravilima geometrijskog sabiranja ovaj uslov je ispunjen onda kada je poligon sile zatvoren. U najprostijem slučaju kada na česticu deluju samo dve sile, ravnoteža je moguća samo u slučaju kada su te dve sile jednake po intenzitetu, istoga pravca a suprotnog smera, jer samo takve dve sile mogu da imaju rezultantu jednaku nuli.

Na ovaj način se može posmatrati i uslov ravnoteže tri, pa i više sile. Tako, na primer, uslov za ravnotežu tri sile se može svesti na prethodni, ako se dve sile slože u rezultantu. Odmah se može zaključiti da će tri sile biti u ravnoteži ako je rezultanta dveju sila jednak po pravcu i intenzitetu sa trećom silom, ali suprotnog smera. Ravnoteža čestice na koju deluju tri sile može se posmatrati na stativu sa koturovima (slika 2.10 a).

Čestica, odnosno tačka  $A$  je vezana sa tri konca preko kojih se prenosi dejstvo tri sile  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  i  $\vec{F}_3$ . Intenzitet ovih sile je određen težinom tegova na drugom kraju konca. Na slici 2.10.a intenzitet sile je predstavljen brojem tegova iste težine. Pošto je konac savitljiv, jasno je da pravac sile može da leži samo u pravcu konca. Ako je trenje konca i koturova

zanemarljivo malo, čestica  $A$  će uvek zauzeti ravnotežni položaj za koji je ispunjen uslov  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$ , odnosno  $\sum \vec{F}_i = 0$ .



Slika 2.10. Ravnoteža čestice na koju deluju tri sile posmatrana na stativu sa koturovima

Ovaj uslov ravnoteže se može proveriti pomoću trougla sила, kao što je na slici označeno. Uvek će rezultanta bilo koje dve sile biti jednaka sa trećom silom ali će imati suprotan smer. Prema pravilu poligona sила, u ovom slučaju će tri sile činiti zatvoreni trougao. Ako se tačka  $A$  izvede iz ovog položaja, ravnoteža neće postojati, te će se oba kretati sve dotle dok ne dođe u položaj u kome su ispunjeni naznačeni uslovi. Samo u takvom položaju tačka  $A$  može da ostane u mirovanju. Kada se intenzitet sile promeni (slika 2.10.b), nastaje drugi raspored sila za koje su ispunjeni uslovi ravnoteže. Pošto su na slici 2.10.b sile  $\vec{F}_1$  i  $\vec{F}_2$  jednake, jasno je da će njihovi pravci zahvatiti jednake uglove sa pravcem treće sile. Ovo proizilazi iz uslova simetrije, koji se ogleda u činjenici da vektori čine jednakokraki trougao. Najzad, na slici 2.10.c predstavljen je slučaj kada je  $\vec{F}_3 = 0$ , odnosno kada se treći konac sa tegovima skine. Ravnoteža se onda svodi na slučaj dve sile. Obe preostale sile onda moraju da dođu u isti pravac jer je to uslov za ravnotežu dve sile.

U ovom primeru pokazana je ravnoteža sile koje leže u istoj ravni. Opšti slučajevi, kada sile imaju različite orientacije u prostoru, mogu se posmatrati na sličan način prema gornjem izrazu.

Uslovi ravnoteže čestice se mogu izraziti u pravouglom koordinatnom sistemu ako se sve sile razlože na komponente u pravcu koordinatnih osa. Ako je rezultanta svih sila jednaka nuli, onda i zbir komponenata u pravcu svake koordinatne ose mora biti jednak nuli. Uslovi ravnoteže onda glase :

$$\sum \vec{F}_x = O$$

$$\sum \vec{F}_y = O$$

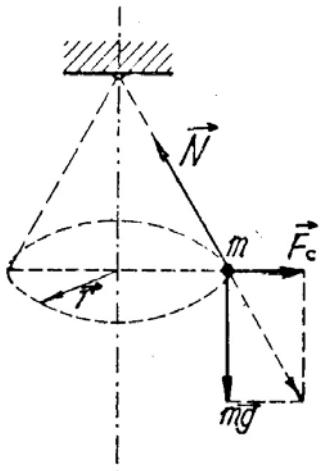
$$\sum \vec{F}_z = O$$

(2.7.)

U slučaju da sve sile leže u ravni, uslov ravnoteže se svodi na prve dve jednačine.

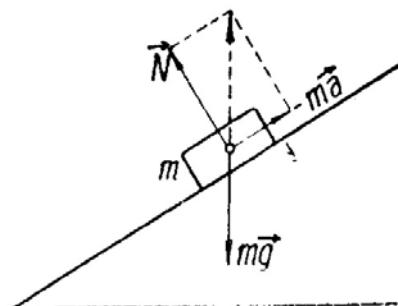
Uslovi ravnoteže koji su ovde izneseni važe za telo u mirovanju ili u uniformnom kretanju po pravoj. Međutim, ravnoteža se može posmatrati na sličan način i u slučaju kada se čestica kreće ubrzano. D'Alembert je takav dinamički problem sveo na statički na taj način što je prema izrazu  $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$  stavio  $\vec{F} + (m \cdot \vec{a}) = 0$ . Ovo liči na ravnotežu dve sile, odnosno na ravnotežu u statici. Budući da je zbir sile  $\vec{F}$  i veličine  $-m \cdot \vec{a}$  naziva se sila inercije. Ovakav način svođenja dinamičkih problema na statičke uz navedenu relaciju naziva se *D'Alembert-ov princip*.

*Primer I. Kretanje konusnog klatna.* Pod konusnim klatnom se podrazumeva čestica mase  $m$  obešena o lak konac koja se kreće po krugu tako da konac opisuje konus (slika 2.11.). Na česticu deluju, prema navedenom shvatanju sile inercije, sledeće tri sile: težina čestice  $m\vec{g}$ , centrifugalna sila  $\vec{F}_c$  i sila zatezanja konca  $\vec{N}$ . Za ove tri sile važe isti uslovi kao i kod statičke ravnoteže.



Slika 2.11. *Kretanje konusnog klatna*

*Primer II. Kretanje na strmoj ravni.* Čestica mase  $m$  kreće se ubrzano po strmoj ravni bez trenja (slika 2.12.). Na česticu deluju u tom slučaju tri sile: težina  $m\vec{g}$ , inercijalna sila  $-m\vec{a}$  i normalni otpor  $\vec{N}$  strme ravni. Ove tri sile su u dinamičkoj ravnoteži. Ako čestica treba da ostane u mirovanju, moraju biti ispunjeni uslovi statičke ravnoteže. U stanju mirovanja neće postojati sila  $-m\vec{a}$ , ali će sile  $m\vec{g}$  i  $\vec{N}$  ostati sa istim intenzitetom i smerom. Da bi telo ostalo u mirovanju, neophodno da se sila  $-m\vec{a}$  zameni nekom statičkom silom. To može da bude sila konca ako česticu vežemo koncem koji stoji u pravcu strme ravni. Ulogu inercijalne sile  $-m\vec{a}$  može u statičkom slučaju da preuzme sila trenja, jer se ona javlja u istom pravcu strme ravni. Ali se ravnoteža može uspostaviti samo onda ako je sila trenja veća od iznosa koji u pokazanom slučaju na slici 2.12. ima inercijalna sila  $-m\vec{a}$ .



Slika 2.12. *Kretanje na strmoj ravni*

Ova ravnoteža može se posmatrati i bez uvođenja sile inercije. Aktivna sila  $m \vec{g}$  razloži se na dve uobičajene komponente .Normalna komponenta se uravnotežava sa normalnim otporom  $\vec{N}$  strme ravni ; komponenta paralelna sa ravni daje tome telu mase  $m$  ubrzanje  $\vec{a}$  pri čemu je njena veličina  $m \vec{a}$  .

## 2.5. Statika krutog tela

Ako na neko telo deluje više sila u njegovim različitim tačkama, rezultat dejstva tih sila može biti različit. Pod dejstvom takvih sila telo može da vrši samo translaciju ili rotaciju, a takođe dejstvo tih sila može biti takvo da se vrši ma kakvo kretanje složeno u svakom trenutku iz translacije i rotacije. Kod prethodnog slučaja čestice ili materijalne tačke mogućnost rotacije nije uzimana u obzir usled zanemarljivo malih dimenzija čestice. Zbog toga je kod jedne čestice bio dovoljan uslov za ravnotežu da je zbir svih sila koje deluju na česticu jednak nula. Kod tela većih dimenzija mora se uzeti u obzir i mogućnost rotacije tela. Za ravnotežu krutog tela pored navedenih uslova ravnoteže čestice neophodan je još i dalji uslov da ne postoji uzrok rotacije tela. Statički moment sile teži da okrene telo. Zato je za ravnotežu pri rotaciji tela neophodan uslov da na telo ne deluje nikakav statički moment sile. Na telo može da deluje više sila, te se javlja više statičkih momenata u odnosu na jednu tačku. U tom slučaju za ravnotežu tela pri rotaciji uslov je da geometrijski zbir svih momenata bude jednak nuli. Sada se uslovi za ravnotežu krutog tela mogu formulisati na sledeći način :

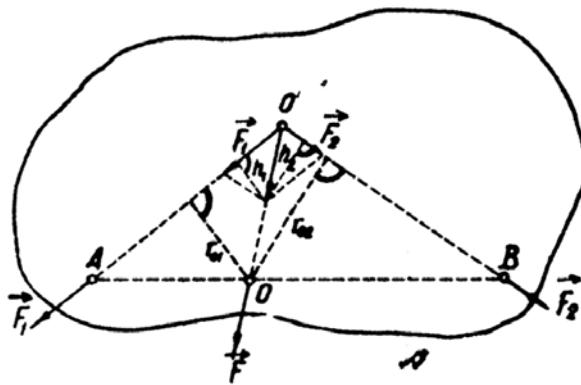
$$\begin{aligned} \sum \vec{F} &= 0 \\ \sum \vec{M} &= 0 \end{aligned} \tag{2.8.}$$

Prema tome, za ravnotežu krutog tela neophodna su dva uslova: da je geometrijski zbir svih sila koje dejstvuju na telo jednak nuli i da je geometrijski zbir statičkih momenata tih sila jednak nuli. Ovo su opšti uslovi za ravnotežu ma kakvog tela i pri ma kakvom dejstvu proizvoljnog broja sila. Uslov  $\sum \vec{M} = 0$  odnosi se na bilo koju tačku tela, ali se za ovo obično uzima ona tačka koja je prema datim okolnostima najpovoljnija.

Uopšte uvezši, sile koje deluju na kruto telo nemaju istu napadnu tačku. Kao uslov ravnoteže neophodno je prema izrazu (2.8.) iznalaženje rezultante sila koje nemaju zajedničku napadnu tačku. Zato ćemo pre prelaska na analizu ravnoteže krutog tela izneti osnovna pravila za slaganje sila koje nemaju istu napadnu tačku.

### 2.5.1. Slaganje sila sa različitim napadnim tačkama

Ograničićemo se samo na slaganje sila koje leže u jednoj ravni. Uzećemo samo dve sile  $\vec{F}_1$  i  $\vec{F}_2$  proizvoljnog pravca koje dejstvaju na kruto telo u tačkama  $A$  i  $B$  (slika 2.13.). Napadna tačka sile u krutom telu se može proizvoljno pomerati duž pravca te sile.



Slika 2.13. Slaganje sile sa različitim napadnim tačkama

Produžimo pravce tih sila do njihovog preseka u tački  $O'$ . Ova tačka je sada zajednička napadna tačka sila  $\vec{F}_1$  i  $\vec{F}_2$ . Na ovaj način se slaganje ovih sila svodi na već prikazani slučaj slaganja sila sa zajedničkom napadnom tačkom. Pomoću paralelograma sila  $\vec{F}_1$  i  $\vec{F}_2$  nalazi se njihov geometrijski zbir  $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ . Ova rezultanta  $\vec{F}$  ima istu napadnu tačku  $O'$ . Međutim, njena napadna tačka se može pomerati duž njenog pravca. Najpodesnije je da se napadna tačka pomeri u tačku  $O$ , važiće sledeći geometrijski odnosi. Vektor  $\vec{F}$ , odnosno dijagonala paralelograma sila  $O'F_1FF_2O'$ , polovi ovaj paralelogram na dva trougla iste površine. Kad se iz krajnje tačke vektora  $\vec{F}$  spuste normale na pravce sila  $\vec{F}_1$  i  $\vec{F}_2$ , onda će ove normale predstavljati visine  $h_1$  i  $h_2$  pomenutih trouglova. Usled jednakosti površina trouglova može se napisati :

$$\frac{1}{2}F_1h_1 = \frac{1}{2}F_2h_2 \quad (2.9.)$$

Spustimo iz tačke  $O$  takođe normale  $r_{01}$  i  $r_{02}$  na pravce  $\vec{F}_1$  i  $\vec{F}_2$ . Iz geometrijskog uslova jasno je da će onda važiti :

$$h_1 : r_{01} = h_2 : r_{02} \quad (2.10.)$$

Deljenjem ove dve jednačine dobija se :

$$F_1r_{01} = F_2r_{02} \quad (2.11.)$$

Iraz  $F_1r_{01}$  predstavlja staticki moment  $\vec{M}_1$  sile  $\vec{F}_1$  u odnosu na tačku  $O$ , dok će  $F_2 \cdot r_{02}$  predstavljati staticki moment  $\vec{M}_2$  sile  $\vec{F}_2$  u odnosu na istu tačku  $O$ . Može se, prema tome, napisati :

$$\vec{M}_1 = \vec{M}_2 \quad (2.12.)$$

$$\vec{M}_1 - \vec{M}_2 = 0 \quad (2.13.)$$

Ova dva poslednja izraza pokazuju važnu činjenicu pri iznesenom načinu slaganja sila  $\vec{F}_1$  i  $\vec{F}_2$ . Za napadnu tačku  $O$  rezultante  $\vec{F}$  staticki momenti sila  $\vec{F}_1$  i  $\vec{F}_2$  međusobno su jednak, a suprotnog smera, odnosno njihov zbir je jednak nuli. Ovde treba napomenuti da smo se ograničili samo na slučaj kada sve sile leže u istoj ravni, odnosno ravni crteža.

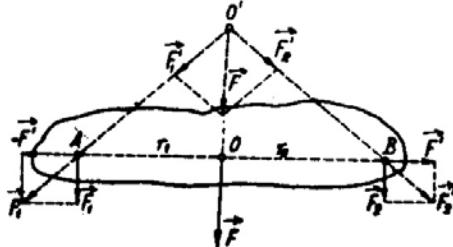
Postupak slaganja dve sile sa različitim napadnim tačkama je ovde zbog prostijeg izlaganja sproveden samo sa dve sile. Međutim, odmah je jasno da se isti postupak može primeniti i na proizvoljan broj sila koje leže u jednoj ravni. Uvek se dve sile od svih mogu složiti na izložen način u jednu rezultantu koja je po svom dejstvu ekvivalentna tim dvema

silama. Ovim se broj sila smanjuje za jedan. Tako se postupno sve sile mogu svesti samo na jednu rezultantu.

U opštem slučaju kada sile koje deluju na kruto telo ne leže u jednoj ravni uslovi slaganja sila su nešto drugačiji.

### 2.5.2. Slaganje paralelnih sila

Neka dve paralelne sile  $\vec{F}_1$  i  $\vec{F}_2$  deluju na kruto telo u tačkama  $A$  i  $B$  (slika 2.14.). Grafička metoda slaganja sila prikazana na slici 2.14. ne može se sada direktno primeniti pošto se pravci sila  $\vec{F}_1$  i  $\vec{F}_2$  međusobno ne sekut. U ovakom slučaju poslužićemo se sledećom metodom.



Slika 2.14. Slaganje paralelnih sila

U tačkama  $A$  i  $B$  možemo smatrati da u pravcu  $AB$  deluju dve sile  $\vec{F}$  i  $-\vec{F}$  istog intenziteta, a suprotnog smera. Rezultanta ovih sila jednaka je nuli, pa pošto se radi o krutom telu, prisustvo tih sila ni u kom slučaju ne menja uslove pod kojima se telo nalazi. Složimo sada silu  $\vec{F}_1$  i  $-\vec{F}$  u rezultantu  $\vec{F}_1'$ , a na isti način slaganjem  $\vec{F}_2$  i  $-\vec{F}$  dobija se rezultanta  $\vec{F}_2'$ . Ovim postupkom smo uveli dve sile  $\vec{F}_1'$  i  $\vec{F}_2'$ , koje imaju iste napadne tačke,  $A$  i  $B$ , čije dejstvo na telo je ekvivalentno dejstvu sila  $\vec{F}_1$  i  $\vec{F}_2$ . Na taj način se dejstvo paralelnih sila svodi na prethodni slučaj na slici 2.14., te se i dalje postupa na način koji je tamo opisan. Iz geometrijskog odnosa može se lako proveriti da će dobijena rezultanta imati isti pravac smer kao i sile  $\vec{F}_1$  i  $\vec{F}_2$ , a njen intenzitet će biti jednak zbiru intenziteta sila, tj

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \quad (2.14.)$$

Napadna tačka  $O'$  rezultante nalaziće se između tačaka  $A$  i  $B$ , i to na strani veće sile. Za napadnu tačku  $O$  rezultante važi, bez daljeg, jednakost statičkih momenata. Paralelne sile  $\vec{F}_1$  i  $\vec{F}_2$  mogu da zahvataju bilo koje jednakove uglove sa pravom  $AB$  (na slici 2.14. su pravi uglovi), pa se lako može uočiti da će za slučaj paralelnih sila važiti izraz :

$$F_1 \cdot AO = F_2 \cdot OB \quad (2.15.)$$

Ovakvu jednakost možemo dokazati i na sledeći način. Za tačku  $O$  važi uopšte jednakost statičkih momenata sila  $\vec{F}_1$  i  $\vec{F}_2$ , odnosno  $M_1 = M_2$ . Rastojanje  $AO$  predstavlja intenzitet vektora položaja  $\vec{r}_1$ , i na sti način je  $OB = \vec{r}_2$ . Statički moment sile je vektorski proizvod iz vektora položaja i vektora sile. Ako statičke momente izrazimo brojnim vrednostima, onda je :

$$r_1 F_1 \cdot \sin(\vec{r}_1, \vec{F}_1) = r_2 F_2 \cdot \sin(\vec{r}_2, \vec{F}_2) \quad (2.16.)$$

Pošto su kod paralelnih sila uglovi  $(\vec{r}_1, \vec{F}_1)$  i  $(\vec{r}_2, \vec{F}_2)$  jednaki, onda je :

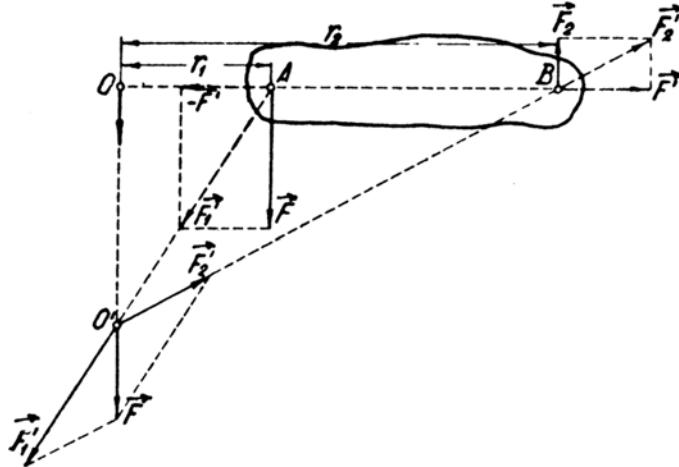
$$\vec{r}_1 \cdot \vec{F}_1 = \vec{r}_2 \cdot \vec{F}_2 \quad (2.17.)$$

U izloženom slučaju sile  $\vec{F}_1$  i  $\vec{F}_2$  i rezultanta  $\vec{F}$  imaju isti pravac, a intenzitet rezultante se nalazi jednostavno algebarskim zbirom ovih sila. Slaganje paralelnih sila, prema tome, može se izvesti i matematičkim metodama bez grafičkog postupka naznačenog na slici 2.14.. Do istog rezultata se lako dolazi neposrednom primenom obrasca  $\sum \vec{F} = 0$  i  $\sum \vec{M} = 0$ , uz

podesno izaban koordinatni sistem. Takođe se iz ovog može zaključiti da ovde nije neophodno vektorsko izražavanje, pa zato nije ni sprovedeno.

### 2.5.3. Slaganje paralelnih sila suprotnog smera

Neka u tačkama  $A$  i  $B$  krutog tela deluju dve paralele sile  $\vec{F}_1$  i  $\vec{F}_2$  sa suprotnim smerom (slika 2.15.). Postupak za slaganje ovih sila je principijelno isti kao i u prethodnom slučaju paralelnih sila.

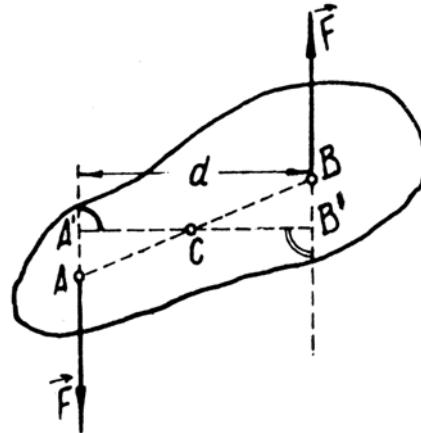


Slika 2.15. Slaganje paralelnih sila suprotnog smera

Razlika je samo u tome što ovde sile  $\vec{F}_1$  i  $\vec{F}_2$  nemaju isti smer, te treba u algebarskom zbiru uzeti jednu sa negativnim znakom. Tada je intenzitet rezultante  $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ . Iz grafičke konstrukcije prikazane na slici (2.15.) jasno je da se napadna tačka  $O$  rezultante sada više ne nalazi na pravoj  $AB$  već na njenom produženju a na strani veće sile. Sve ostale okolnosti i jednačine su iste kao i one u prethodnom slučaju paralelnih sila istog znaka.

### 2.5.4 . Spreg sila

Dve paralelne sile suprotnog smera, a jednakog intenziteta sačinjavaju spreg sila (slika 2.16.). Kod sprega obe sile imaju isti intenzitet, te je njihova rezultanta jednaka nuli.



Slika 2.16. Spreg sila

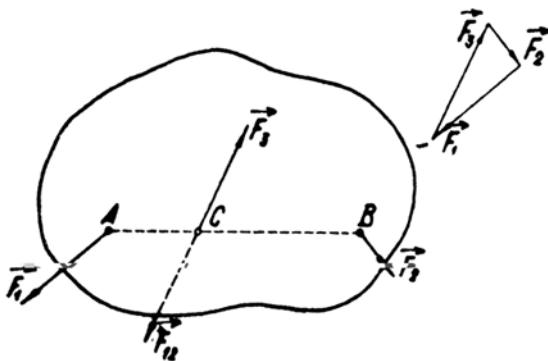
Prema grafičkom postupku na slici 2.16. vidi se da bi u slučaju jednakosti sila  $\vec{F}_1$  i  $\vec{F}_2$  pravci sila  $\vec{F}_1'$  i  $\vec{F}_2'$  bili paralelni. Napadna tačka rezultante  $\vec{F}$  leži u preseku pravca ovih sila, te se, prema geometrijskoj definiciji za paralelne prave, može reći da napadna tačka rezultante leži u beskonačnosti, mada ovakav stav ne predstavlja fizičku realnost. Moment sprega  $\vec{M}$  određuje zbir momenata obe sile, jer obe obrću telo u istom smeru. Posmatrajmo momente sila u odnosu na osu normalnu na ravan crteža u tački  $C$ :

$$\begin{aligned}\vec{M} &= \vec{M}_1 + \vec{M}_2 = \vec{F} \cdot A'C + \vec{F} \cdot CB = \vec{F} \cdot (A'C + CB) = \vec{F} \cdot d \\ \vec{M} &= \vec{M}_1 + \vec{M}_2\end{aligned}\quad (2.18.)$$

*Moment sprega je proizvod intenziteta jedne sile i normalnog rastojanja između pravaca sila.* On će imati uvek istu veličinu za svaku upravnu osu u bilo kojoj tački tela. Moment sprega, prema tome, ne zavisi od toga gde se nalaze napadne tačke sila, već samo od veličine sile i upravnog rastojanja njihovih pravaca. To je važna odlika sprega sila. Spreg sila je vektorska veličina, a takav vektor se može proizvoljno pomerati pralelno samom sebi; kao takav, slobodan vektor predstavlja novi pojam u statici. Treba napomenuti da slični uslovi postoje i kod momenta sile, samo se tamo zanemaruje reakcija oslonca, odnosno reakcija u nepokretnoj tački  $O$  oko koje se obrće telo.

### 2.5.5. Analiza uslova ravnoteže krutog tela

Neka je na slici 2.17. predstavljeno kruto telo na koje deluju tri sile  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  i  $\vec{F}_3$ , čije su napadne tačke  $A$ ,  $B$  i  $C$ , i neka sve tri sile leže u istoj ravni. Prvi uslov ravnoteže  $\sum \vec{F} = 0$  je ispunjen ako sve tri sile čine zatvoren trougao ili ako rezultanta dve sile ima isti intenzitet i pravac kao treća sila, ali suprotan smer. Drugi uslov  $\sum \vec{M} = 0$  će biti ispunjen ako je jedna sila jednaka po intenzitetu i pravcu sa rezultantom druge dve sile, ali ima suprotan smer. Pri tom rezultanta mora biti dobijena prema pravilima za slaganje dve sile sa različitim napadnim tačkama.



Slika 2.17. Uslovi ravnoteže krutog tela

Neka je na slici 2.17. rezultanta sila  $\vec{F}_1$  i  $\vec{F}_2$  dobijena na način predstavljen na slici 2.13.. Za napadnu tačku  $O$  (ovde tačka  $C$ ) važi izraz (2.13.), tj zbir statičkih momenata će biti jednak nuli. Ako sada sila  $\vec{F}_3$  ima istu napadnu tačku  $C$ , onda će statički moment te sile u odnosu na tačku  $C$  takođe biti jednak nuli ( $M_3 = 0$ ), jer je tada  $\vec{r}_0 = 0$ . Onda je očigledno da će biti ispunjen uslov  $\sum \vec{M} = 0$ . Ovde, takođe, moramo uzeti vektorsko izražavanje statičkih momenata jer oni imaju isti pravac, pa je dovoljno uzeti samo algebarski zbir. Pokazali smo da za tačku  $C$  važi uslov ravnoteže  $\sum \vec{M} = 0$ .

Za ovakvo kruto telo su, prema tome, ispunjena oba uslova ravnoteže. Pod dejstvom ovih sila telo ostaje u mirovanju.

Kruto telo na koje deluju samo dve sile može biti u ravnoteži samo onda ako su sile jednake po intenzitetu i pravcu, a suprotne po smeru i ako se njihov pravac poklapa sa pravcem koji spaja njihove napadne tačke. U slučaju kad te dve sile obrazuju spreg telo može da se dovede u ravnotežu samo ako mu se dodaju još dve sile koje obrazuju spreg iste veličine, a suprotnog smera.

## 2.6 . Težište tela. Centar mase

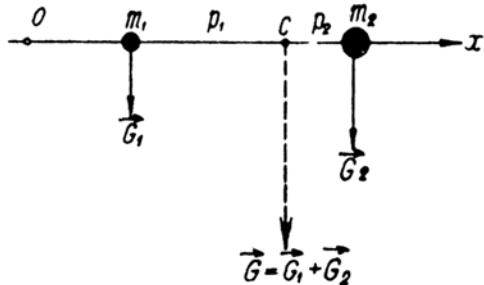
Uzmimo dva mala tela čije su mase  $m_1$  i  $m_2$  na lakov štapu čija masa može da se zanemari (slika 2.18.). Težine tih tela biće  $\vec{G}_1 = m_1 \vec{g}$  i  $\vec{G}_2 = m_2 \vec{g}$ . One predstavljaju dve paralelne sile, te se može naći njihova rezultanta  $\vec{G} = \vec{G}_1 + \vec{G}_2$ . Položaj napadne tačke  $C$  ove rezultante određuje se prema uslovima da statički moment sila u odnosu na tačku  $C$  moraju biti jednak. Ako rastojanja tela od napadne tačke  $C$  označimo sa  $p_1$  i  $p_2$ , onda će biti:

$$m_1 g \rho_1 - m_2 g \rho_2 = 0 \quad (2.19.)$$

Tačka  $C$  se u ovom slučaju zove zove *težište sistema tela*  $m_1$  i  $m_2$ . Pošto se ovde radi o homogenom gravitacionom polju, ubrzanje  $\vec{g}$  ima konstantnu vrednost, te se u prethodnoj jednačini  $\vec{g}$  može skratiti, pa će biti :

$$m_1 \rho_1 - m_2 \rho_2 = 0 \quad (2.20.)$$

Tačka  $C$  se prema prethodnoj jednačini može odrediti bez obzira na težinu tela, odnosno gravitaciono ubrzanje  $\vec{g}$ , pa se u takvim slučajevima tačka  $C$  naziva i *centar masa*  $m_1$  i  $m_2$ . Jasno je da će u homogenom gravitacionom polju težište i centar masa ležati u istoj tački, dok će se u opštem slučaju nehomogenog polja razlikovati.



Slika 2.18. Težište tela i centar masa

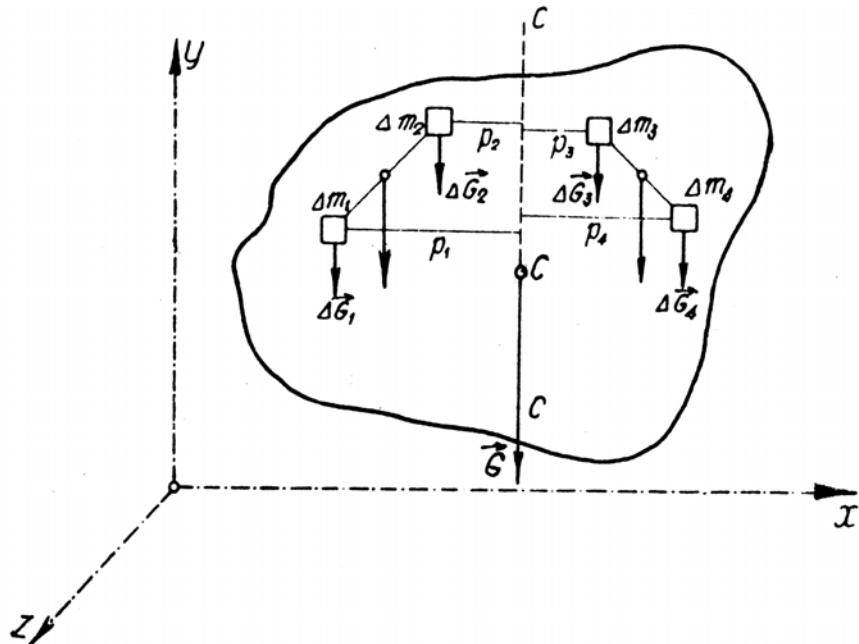
Postavimo sada kroz štap koji nosi mase  $m_1$  i  $m_2$  osu  $x$  koordinatnog sistema čiji je početak u  $O$ . Neka je  $x_1$  apscisa mase  $m_1$ ,  $x_2$  apscisa mase  $m_2$  i  $x_c$  apscisa tačke  $C$ . Potražimo sada apscisu  $x_c$  tačke  $C$  ako su nam poznati  $x_1$  i  $x_2$ . Rezultanta  $\vec{G} = \vec{G}_1 + \vec{G}_2$  ima ekvivalentno dejstvo kao obe sile  $\vec{G}_1$  i  $\vec{G}_2$ , te će momentna jednačina biti:  $\vec{G}x_c = \vec{G}_1x_1 + \vec{G}_2x_2$ , a odavde je:

$$x_c = \frac{\vec{G}_1 x_1 + \vec{G}_2 x_2}{\vec{G}_1 + \vec{G}_2} \quad (2.21.)$$

Na ovaj način dobija se apscisa težišta tela masa  $m_1$  i  $m_2$  udatom koordinatnom sistemu. Ako u prethodnom izvršimo zamenu  $G_1 = m_1 g$  i  $G_2 = m_2 g$ , dobija se apscisa tačke  $x_c$  u obliku:

$$x_C = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} \quad (2.22.)$$

Uzmimo sada kruto telo koje možemo smatrati da se sastoji od mnogo čestica čije su mase  $\Delta m_1, \Delta m_2, \dots$ . Svaka od čestica imaće svoju težinu  $\Delta G_1, \Delta G_2, \dots$ . U homogenom gravitacionom polju sve one predstavljaju paralelne sile. Ove paralelne sile možemo postupno složiti u jednu rezultantu koja će predstavljati ukupnu težinu tela  $\vec{G}$ . Napadna tačka  $C$  rezultante  $\vec{G}$  biće *težište tela*. Eksperimentalnim putem se težište tela može odrediti na taj način što se telo obesi u jednoj tački i ostavi da zauzme ravnotežni položaj. Iz uslova ravnoteže tela jasno je da se težište mora nalaziti na vertikali, kroz tačku vešanja. Kad se telo na isti način obesi u nekoj drugoj tački, onda će se težište nalaziti u preseku prve i druge vertikale. Koordinate težišta tela mogu se naći sledećim matematičkim putem. Povucimo kroz težište  $C$  vertikalnu ravan  $C-C$  (slika 2.19.).



Slika 2.19. *Težište tela i centar masa*

Normalno rastojanje jedne tačke od ove ravni označimo sa  $p$ . Ono što važi u izrazu za dve mase  $\Delta m_1$  i  $\Delta m_2$  važiće za sve čestice tela u odnosu na ravan  $C-C$ . Zbir svih proizvoda  $\Delta m p$  na jednoj strani ravni  $C-C$  biće jednak zbiru proizvoda na drugoj strani ravni. Ako rastojanje  $p$  sa jedne strane ravni označimo pozitivnim, a sa druge strane negativnim znakom, onda će algebarski zbir svih proizvoda  $\Delta m p$  biti jednak nuli. Prema tome, za ravan  $C-C$  će važiti:

$$\sum \Delta m_i p_i = 0 \quad (2.23.)$$

ili

$$\int pdm = 0 \quad (2.24.)$$

Uzmemmo li više položaja tela, onda će zajednička tačka  $C$  svih vertikalnih ravni predstavljati *centar mase tela*.

Koordinate centra mase tela u koordinatnom sistemu  $xyz$  (slika 2.19.) mogu se uopštiti. Ono što važi za dve mase  $\Delta m_1$  i  $\Delta m_2$  važiće i za bilo koji broj čestica od kojih se telo sastoji, a čije su mase  $\Delta m_1, \Delta m_2, \Delta m_3 \dots$  (njihove koordinate su  $x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2; x_3, y_3, z_3 \dots$ ). Prema tome je

$$\begin{aligned}x_C &= \frac{\Delta m_1 x_1 + \Delta m_2 x_2 + \Delta m_3 x_3 + \dots}{\Delta m_1 + \Delta m_2 + \Delta m_3 + \dots} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} \\y_C &= \frac{\Delta m_1 y_1 + \Delta m_2 y_2 + \Delta m_3 y_3 + \dots}{\Delta m_1 + \Delta m_2 + \Delta m_3 + \dots} = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i} \\z_C &= \frac{\Delta m_1 z_1 + \Delta m_2 z_2 + \Delta m_3 z_3 + \dots}{\Delta m_1 + \Delta m_2 + \Delta m_3 + \dots} = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}\end{aligned}\quad (2.25.)$$

Zbir masa  $\sum m_i$  predstavlja ukupnu masu tela ili sistema tela. U slučaju homogenog tela imamo

$$x_C = \frac{\int x dm}{m}, y_C = \frac{\int y dm}{m}, z_C = \frac{\int z dm}{m} \quad (2.26.)$$

Ako se koordinatni početak nalazi u tački  $C$ , biće  $x_C = y_C = z_C = 0$

$$\sum m_i x_i = \sum m_i y_i = \sum m_i z_i = 0 \quad (2.27.)$$

Ako homogena tela imaju ravan simetrije ili osu simetrije, onda se centar mase nalazi u toj ravni ili na toj osi. Kada homogena tela imaju centar simetrije, onda se on poklapa sa centrom mase.

Uvođenjem pojma težišta postiže se daleko jednostavnije tretiranje mnogih pojava. Celokupnu masu tela u nekim slučajevima možemo smatrati da je skoncentrisna u težištu. U gravitacionom polju na svaku česticu tela deluje sila teže, te imamo veoma mnogo ovakvih sila teže. Dejstvo svih ovih sila je ekvivalentno dejству rezultante u težištu tela, a rezultanta odgovara celokupnoj težini tela. Tako se dejstvo veoma velikog broja sila svodi na dejstvo samo jedne sile, odnosno težine tela, čime se obično u praksi operiše. Pri ubrzanom translatornom kretanju tela inercijalna sila se javlja na svakoj čestici tela. Sve ove sile se mogu svesti na rezultantu koja deluje u centru mase tela. Rezultanta ovih inercijalnih sila se onda vrlo lako izračunava iz iz ukupne mase tela prema II Njutnovom zakonu, odnosno  $\vec{F} = -m \vec{a}$ . Težište tela, takođe veoma korisno služi za određivanje ravnoteže kod tela itd. Naravno, ovo važi ako se usvoji gledište da inercijalne sile nisu fiktivne.

## 2.7. Stabilnost ravnoteže tela

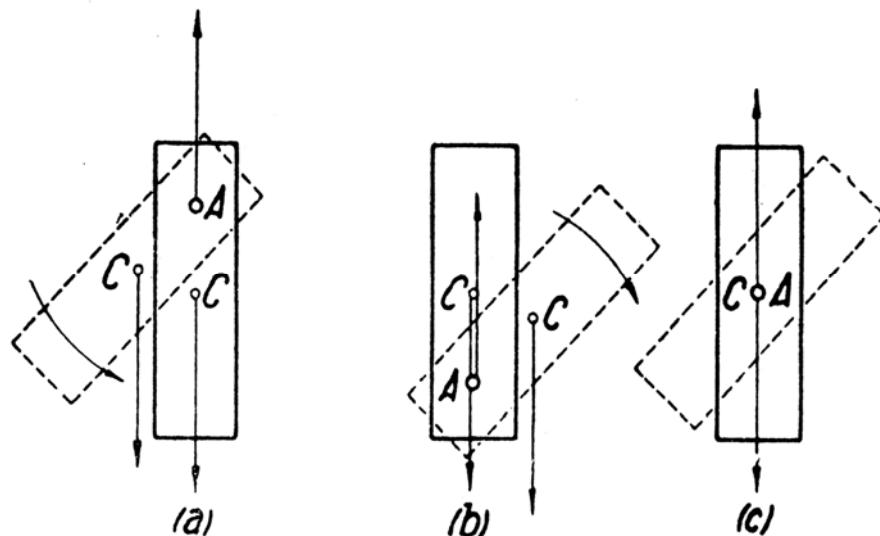
Opšti uslovi ravnoteže tela mogu biti ispunjeni, a da pri tome okolnosti pod kojima se telo nalazi u ravnoteži budu različite. Jedna od važnih karakteristika ravnoteže tela je stabilnost. Telo može biti u ravnoteži pod takvim okolnostima da, kada se ono malo izvede iz

ravnotežnog položaja, nastaje spreg koji ga vraća ponovo u ravnotežni položaj. U takvim okolnostima postoji spontana težnja da se telo vrati u ravnotežni položaj. Ta vrsta ravnoteže se naziva *stabilna ravnoteža*.

*Nestabilnu ili labilnu ravnotežu* imaju tela kod kojih se pri malom pomeranju javlja spreg koji teži da još više udalji telo iz ravnotežnog položaja. Takvo telo onda produžuje da se kreće sve dok ne dođe u novo stanje stabilne ravnoteže.

Granični slučaj između ove dve vrste ravnoteže je *indiferentna ravnoteža*, kod koje telo ostaje i dalje u ravnoteži pri malom pomeranju.

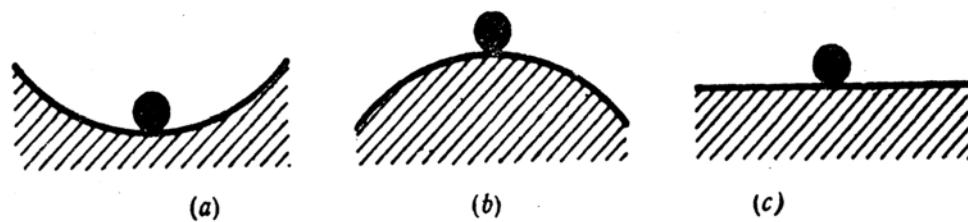
Ove tri vrste ravnoteže tela mogu se javiti pod vrlo različitim okolnostima, pa ovde iznosimo samo neke karakteristične slučajeve.



Slika 2.20. *Stabilnost ravnoteže tela*

Na slici 2.20., tačka  $C$  je težište tela, a  $A$  tačka vešnja. Iz slike se odmah vidi da će telo biti u stabilnoj (slika 2.20.a), labilnoj (slika 2.20.b) ili indiferentnoj ravnoteži (slika 2.20.c) prema tome da li je tačka vešanja  $A$  iznad težišta, ispod težišta ili u samom težištu. U sva tri slučaja u položaju označenom punom linijom telo je u ravnoteži. Međutim, kad se telo nešto izvede iz svog ravnotežnog položaja (tačkasto označeni položaj), javlja se spreg sile teže, koji možemo smatrati da deluje u težištu  $C$ , i otpora oslonca. Ovaj spreg u prvom slučaju je usmeren ka ravnotežnom položaju, te se telo pod njegovim uticajem vraća u prvobitni položaj. U drugom slučaju ovaj spreg ima suprotan smer, te će se telo udaljavati iz ravnotežnog položaja sve dok ne dođe u novi položaj stabilne ravnoteže. U trećem slučaju se ne javlja nikakav spreg, te telo ostaje u ravnoteži bez obzira na položaj.

Na slici 2.21.a, b, c prikazani su analogni slučajevi ravnoteže lopte.



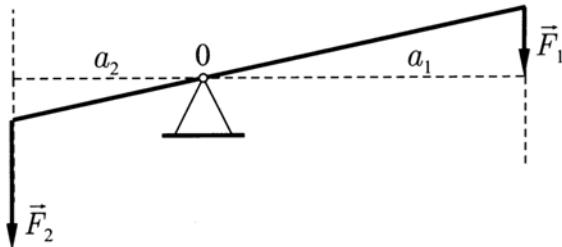
Slika 2.21. *Stabilnost ravnoteže lopte*

U oba prikazana slučaja, i uopšte, može se konstatovati da je *položaj tela pri stabilnoj ravnoteži ujedno i položaj koji odgovara minimumu potencijalne energije*. Suprotno tome, položaj labilne ravnoteže odgovara maksimumu energije. U slučaju indiferentne ravnoteže iznos energije je stalan. Sledstveno tome, postoji spontana težnja u prirodi da tela zauzmu položaj stabilne ravnoteže. Drugim rečima, verovatnoća položaja stabilne ravnoteže tela u prirodi je mnogo veća od labilne ravnoteže. Poluga kod vase se uvek nalazi u stabilnoj ravnoteži jer poluga teži da se vrati u ravnotežni položaj.

Ravnoteža tela pri delovanju raznih sila uspostavlja se uvek u prisustvu sile teže. Takve sile su, na primer, sila trenja i elastična sila. Ove sile proističu iz složenih međudelovanja molekulskih struktura tela. Za razumevanje tih međudelovanja, potrebno je poznavanje molekularne strukture supstancije, sila koje deluju između molekula, odnosno polja koje te sile stvaraju. Ne ulazeći u mikrostrukturu tela, dejstvo sile trenja i elastične sile može da se razmatra na osnovu makroskopskih promena stanja i kretanja tela, kao posledica tog dejstva.

## 2.8. Proste mašine (poluga)

Mašine koje se danas upotribljavaju u tehnici su veoma raznovrsne, a često i vrlo složene. Međutim, kod svih mehaničkih mašina ili mehanizama mogu se uočiti opšti principijelni delovi koji se zovu *proste mašine*. Još je Galilej uočio da se svi mehanizmi mogu svesti na sledeće proste mašine: polugu, kotur, točak, strmu ravan, klin i zavrtanj. Savremene mašine se zbog svoje složenosti teško mogu svesti na ove osnovne elemente. Ipak među elementima svih mašina najčešće dolaze do izražaja dva osnovna principijelna elementa: pluga i strma ravan. Prema opštem načelu mogu se i sve navedene proste mašine svesti na polugu i strmu ravan. Tako su kotur i točak izvesne modifikacije poluge, a klin i zavrtanj posebni slučajevi strme ravni. Ovde ćemo se samo ograničiti na slučaj poluge prikazan na slici 2.22.



Slika 2.22. Poluga

Poluga je čvrsto telo koje se može obrnati oko nepokretnog oslonca. Posmatrajmo polugu čiji je oslonac u tački  $O$  (zanemarimo težinu poluge). Neka je  $\vec{F}_2$  sila protiv koju treba izvršiti rad. To može biti neki teret ili ma kakva druga sila. Na drugom kraju poluge delujemo onda silom  $\vec{F}_1$ . Ako zanemarimo trenje, može se odrediti odnos sila  $\vec{F}_1$  i  $\vec{F}_2$  prema uslovima ravnoteže datim u izrazu (2.15), te će biti:

$$\vec{F}_1 \cdot a_1 = \vec{F}_2 \cdot a_2 \quad (2.28.)$$

### **3. OBRADA TEMATSKE JEDINICE „POJAM I VRSTE RAVNOTEŽE TELA; POLUGA, MOMENT SILE; RAVNOTEŽA POLUGE I NJENA PRIMENA“**

U prethodnom poglavlju bilo je reči o Statici, kao delu mehanike, u kojoj se obrađuje ravnoteža tela i uslovi pod kojima tela ostaju u mirovanju. Načini definisanja i opisivanja ključnih pojmovea kojima se objašnjava staticka ravnoteža tela, uz znatna uprošćavanja mogu se primeniti za učenike VII razreda osnovne škole.

U ovom poglavlju prikazana je obrada tematske jedinice: *Pojam i vrste ravnotože tela. Poluga, moment sile. Ravnoteža poluge i njena primena*, koja je predviđena planom i programom za VII razred osnovne škole.

#### **3.1. Opšte metodičke napomene**

U okviru nastavne teme *Ravnoteža* od učenika se očekuje da umeju da slažu i razlažu sile, da razumeju statički slučaj ravnoteže tela kada je rezultanta sila, koje deluju na telo, jednak nuli, da upoznaju силу trenja na horizontalnoj i strmoj ravni i da koriste ravnotežu momenata sila.

Ovaj rad, međutim baviće se isključivo obradom tematske jedinice *Pojam i vrste ravnoteže tela. Poluga, moment sile. Ravnoteža poluge i njena primena*. Za izvođenje ove tematske jedinice predviđena su dva školska časa. Prvi čas je predviđen za obradu tematske jedinice, a drugi za utvrđivanje gradiva.

U ovoj tematskoj jedinici sem pojma težišta, sa kojim se učenici susreću u VI razredu (matematika- određivanje i konstrukcija težišta trougla), svi ostali pojmovi (poluga, moment sile, ravnoteža poluge i vrste ravnoteže tela) su novi, pa se mora voditi računa na koji će način oni biti definisani i prezentovani učenicima. Metod rada je kombinovan (dijaloški, demonstraciono- ilustracioni), sa akcentom na dominirajuću aktivnost učenika.

U nastavi će biti prikazani odgovarajući demonstracioni eksperimenti, jednostavnii za izvođenje kako u školskim, tako i u kućnim uslovima, a biće navedeni i ilustrovani mnogobrojni primeri iz svakodnevnog života.

#### **3.1.1. Nastavne metode, oblici i sredstva**

Kako bi maksimalno privukao pažnju učenika i naveo ih da o izlaganoj temi potraže i dodatne izvore znanja, nastavnik mora izabrati i osmislit odgovarajuće nastavne metode, oblike i sredstva, prilagođene tematskoj jedinici koja se obrađuje. U nastavi fizike se, uglavnom koriste verbalne, demonstraciono-ilustracione i laboratorijsko-eksperimentalne metode. Od verbalnih metoda koristi se usmeno izlaganje, najčešće u formi dijaloga, gde nastavnik svojim izlaganjem treba da navede učenike da sami izvedu određene zaključke. Monolog predstavlja izraženu nastavnikovu aktivnost i relativno pasivan položaj učenika. Kod obrade konkretne nastavne jedinice njega treba izostaviti. Najvažnija nastavna metoda koja se koristi za objašnjavanje ravnoteže i uslova njenog održavanja i narušavanja je demonstraciona. Demonstracioni eksperimenti, koji će se koristiti za prikazivanje nastavne jedinice, su jednostavnii i dostupni svakom učeniku, kako u pogledu tehnike izvođenja, tako i u pogledu upotrebljenih sredstava. Ovaj metod rada doprinosi dubljem i trajnjijem usvajanju znanja, jer je zanimljiviji i pristupačniji učenicima od suvoparnog mehaničkog učenja.

Grupni rad je veoma pogodan i efikasan oblik organizacije nastave za izvođenje ove tematske jedinice. O samoj organizaciji grupnog rada više reči će biti u delu o strukturi nastavnog časa.

Nastavna sredstva koja se koriste za izvođenje ove tematske jedinice su raznovrsna, a pre svega jednostavna i lako dostupna svima: učenik kao nastavno sredstvo, knjige, kutije raznih dimenzija i oblika, lenjiri, štapovi, kartonski modeli itd.

Neizostavno i svakako vema bitno sredstvo je udžbenik, kao jedan od najvažnijih izvora znanja, jer su u njemu sistematicno, pregledno i logično predstavljene sve relevantne činjenice vezane za određenu nastavnu temu. Učenicima treba preporučiti i druge izvore sticanja znanja, kao što su razni naučni časopisi, radne sveske, naučne emisije na TV, internet i slično.

### **3.1.2 Struktura i tok časa**

Pod strukturom nastavnog časa podrazumeva se unutrašnja povezanost i međusobni odnos pojedinih programsko-sadržajnih elemenata i njihova vremenska usklađenost.

Prema programsko-sadržajnoj strukturi, nastavni čas treba da sadrži sledeće osnovne elemente: organizaciju nastavnog časa, proveru domaćih zadataka, obnavljanje i utvrđivanje pređenog gradiva u cilju pripreme učenika za usvajanje novih nastavnih znanja, izlaganje novog gradiva, sintetizovanje obrađene nastavne jedinice i zadavanje domaćeg zadatka. Vremenska struktura nastavnog časa fizike obuhvata uvodni, glavni i završni deo časa. Ovakva podela nije naglašena, niti su pojedini delovi oštro odvojeni. Nastavnik ne treba da naglašava posebno svaki deo. Radi se samo o pokušaju objedinjavanja grupe srodnih informacija u jednu celinu.

U nastavku rada, prikazan je jedan od mogućih scenarija nastavnih časova predviđenih za obradu tematske jedinice *Pojam i vrste ravnoteže tela. Poluga, moment sile. Ravnoteža poluge i njena primena*.

#### Prvi čas

Uvodni deo časa bi bio posvećen ponavljanju gradiva iz VI razreda, kao potrebnog predznanja za izvođenje nastavne jedinice: sila, masa tela, sila Zemljine teže i težina tela.

Glavni deo časa bi bio posvećen samostalnom izvođenju jednostavnih eksperimenata od strane učenika. Učenike treba podeliti u grupe po četvoro (najbolje prema mestu sedenja, da bi se uštedelo na vremenu) i dati svakoj od tih grupa da radi po jedan eksperiment. Sav potreban materijal nalazio bi se već pripremljen na jednom većem stolu, tako da svi učenici mogu videti o čemu se radi. Svaka grupa bi izašla i uz nastavnikovu pomoć i instrukcije izvršila eksperiment. U formi razgovora, doneli bi se zaključci i pokušao objasniti upravo izvršeni eksperiment. Planirano je da se na času izvede sedam eksperimenata (isto toliko bi bilo i grupa), dok bi instrukcije za ostale eksperimente sa slikama nastavnik podelio učenicima u štampanoj formi za rad kod kuće. Pri tome treba voditi računa da za rad kod kuće učenici dobiju materijal sa eksperimentima koje nisu izvodili u školi. Na taj način bi učenici proradili više eksperimenata, a samim tim i bolje usvojili gradivo predviđeno ovom nastavnom jedinicom.

Eksperimenti koji bi se izvodili na času su: Težište (ogled 3.2.1- 1 i ogled 3.2.1- 2), Vrste ravnoteže (ogled 3.2.2- 2), Stabilnost i oslonac tela (ogled 3.2.3- 5), Neobične ravnoteže (ogled 3.2.4- 5), Ravnoteža poluge (ogled 3.2.5- 1 i ogled 3.2.5-2)

Ono što prevazilazi dotadašnje znanje učenika, objasnio bi nastavnik. To se odnosi na definisanje pojmova težište, vrste ravnoteže tela, poluga, moment sile i ravnoteža poluge i naveo primenu znanja o težištu, ravnoteži i stabilnosti tela na praktičnim primerima iz svakodnevnog života. Takođe, nastavnik bi naveo i ilustrovao, na mnogobrojnim primerima primenu poluge i prostih mašina, koje funkcionišu na principima poluge.

U završnom delu časa, trebalo bi ponoviti šta je radeno na času i šta je zaključeno o prezentovanoj tematskoj jedinici. U tu svrhu, podesno je iz svake grupe odabrat po jednog

učenika, koji bi u jednoj rečenici izvestio šta je zaključeno u eksperimentu u kojem je i on učestvovao. Na kraju časa, obavezno bi trebalo zadati za domaći zadatak da se pregledno napišu sve karakteristike novousvojenih pojmova, tim redom kojim su vršeni eksperimenti. Redosled eksperimenata bira nastavnik, poštujući princip sistematičnosti sticanja znanja. Učenicima se mogu, za domaći zadatak zadati pojedini eksperimenti, za koje se smatra da će ih zainteresovati. Ovo se naročito odnosi na eksperimente iz dela o neobičnim ravnotežama, gde se od učenika zahteva da iznesu svoja zapažanja posle izvedenih eksperimenata i pokušaju da objasne o čemu se tu radi. U tu svrhu učenicima bi se, na kraju časa podelio pripremljeni odštampani materijal sa kratkim uputstvima za izvođenje eksperimenta, sa navedenim potrebnim materijalom.

### Drugi čas

U uvodnom delu časa trebalo bi proveriti da li su učenici uradili domaći zadatak.

Glavni deo časa bi bio podeljen na dva dela. U prvom delu usmenim propitivanjem trebalo bi proveriti u kom su stepenu učenici uspeli da savladaju gradivo sa prethodnog časa, pri čemu treba обратити pažnju на sledeće:

- da li su učenici koristili udžbenik ili su naučili samo minimum informacija iz sveske,
- da li su njihovi odgovori vezani samo za efekte izvršenih eksperimenata ili su detaljniji i potkrepljeni odgovarajućim primerima iz svakodnevnog života,
- da li su sami, kod kuće probali neke od preporučenih eksperimenata i kakve su zaključke doneli,

Drugi deo bi bio posvećen izradi nekoliko tipskih zadataka vezanih za moment sile i ravnotežu poluge

Završni deo časa ostavljen je za davanje završnog komentara nastavnika i za pitanja i zapažanja učenika.

## **3.2. Jednostavni eksperimenti u nastavi : Pojam i vrste ravnoteže tela. Poluga,**

### **Moment sile. Ravnoteža poluge i njena primena**

Osnovna karakteristika ovih eksperimenata je da su jednostavni za izvođenje, ne zahtevaju posebnu opremu, a ni uslove. U njima se dosta koriste materijali i predmeti iz domaćinstva, tako da se eksperimenti mogu izvoditi kako u školskim, tako i u kućnim uslovima. Njihova glavna vrednost je očiglednost i povezanost sa primerima iz naše svakodnevnice, a u pojedinim primerima i mađioničarska atraktivnost i neočekivanost. Pored ogleda na pojedinim mestima su u vidu ilustracija i crteža dati primeri iz svakodnevice koji potvrđuju značaj ove teme u cilju boljeg i pristupačnijeg shvatanja pojmova kao što su težište, oslonac, stabilnost, ravnoteža tela, poluga i proste maštine.

#### **3.2.1.Pojam težišta i ogledi vezani za težište**

Težište je jedna posebna tačka na svakom telu. Veoma je važno znati tačan položaj te tačke ako želimo postaviti telo u neki ravnotežni položaj, na primer obesiti ga ili osloniti.

#### **Ogled 3.2.1- 1 Određivanje težišta lenjira**

**Potreban materijal:** Plastični lenjur, gumice.

**1. Izvođenje eksperimenta:** Pokušaj osloniti lenjir na prst u jednoj tački. Gde je ta tačka? Možeš li ga tako osloniti još u nekoj tački na lenjiru? Šta se dešava ako ga probate osloniti u drugoj tački lenjira?

**Obašnjenje:** Postoji samo jedna tačka na lenjiru u kojoj se on može osloniti tako da stoji u ravnoteži. Ta tačka zove se težište lenjira. Ako lenjir pokušamo osloniti u bilo kojoj drugoj tački, on ne može stajati nego pada.



Slika 3.1 Težište lenjira

**2. Izvođenje eksperimenta:** Pokušaj na jedan kraj lenjira staviti guminicu. Oslonimo lenjir opet na jedan prst tako da ostane u ravnoteži. Da li je sada oslonjen u istoj tački kao pre?



Slika 3.2. (a, b, c, d) Težište sistema lenjir + gumica

Pokušaj se poigrati sa dodavanjem gumica na oba kraja lenjira, kao što pokazuju slike. Šta se menja pri svakom dodavanju gumica na krajeve lenjira?

**Objašnjenje:** Težište je tačka u kojoj Zemlja deluje na telo silom teže. Može se reći da je u težištu koncentrisana masa čitavog tela pa se naziva i **centrom mase**. Samo je jedna takva tačka na svakom telu. Telo oslonjeno u težište miruje. Stavljanjem gume na jedan kraj lenjira pomeriće se težište tela koga zajedno čine lenjir i guma. Kada mislimo na telo koga zajedno čine više predmeta u fizici često koristimo reč „fizički sistem“ ili kraće „sistem“. Guma i lenjir čine jedan sistem.

Gumica preteže na jednom kraju lenjira, odnosno masa sistema nije više jednoliko raspoređena. Veća masa koncentrisana je na onom delu sistema gde je guma. Težište sistema (lenjir+gumica) više nije u tački u kojoj je težište samog lenjira.

### Ogled 3.2.1- 2 Određivanje težišta nehomogenog predmeta

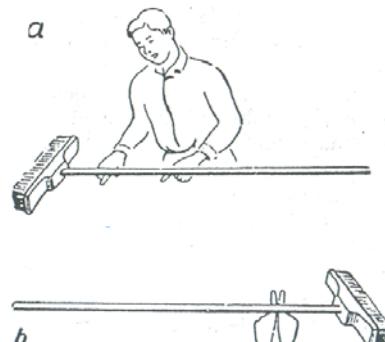
**Potreban materijal:** Dugačak predmet (štap ili motka)

**Izvođenje eksperimenta:** Uzmi bilo kakav dugačak predmet, štap ili motku i stavi ga na kažiprste ruku. Ruke raširi i onda ih polako skupljaj dok ti se prsti ne sastave.

Primetićeš interesantnu pojavu. Svaki put će predmet, sa kojim si izvodio eksperiment, ostati u ravnoteži na tvojim prstima. Njegovo će se težište nalaziti iznad tvojih prstiju.

Kako objasniti ovu pojavu?

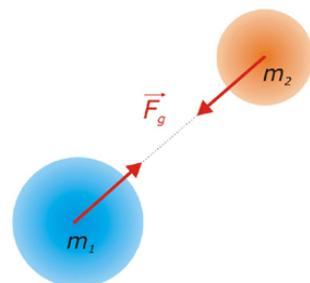
**Objašnjenje:** Pre nego što se prsti sastave, veće opterećenje je na onom prstu koji se nalazi bliže težištu, a gde je veći otpor. Stoga će se brže pomerati onaj prst koji je dalji od težišta. Tako će pomeranje dva prsta biti nejednako, pri čemu će se oni približavati težištu, dok se ispod njega ne sastave.



Slika 3.3. Težište nehomogenog tela

Zašto postoji težište ?

Težište postoji zbog određene raspodele mase na telu. Masa je jedno od osnovnih svojstava prirode. Jedno od osnovnih svojstava svemira je postojanje privlačne sile između bilo koje dve mase. Tu silu zovemo „gravitacionom silom“ ili gravitacionim privlačenjem. Ona je jača što su mase tela veće. Međutim, gravitaciona sila je slaba sila pa njen postojanje možemo primetiti kada posmatramo neko telo vrlo velike mase kao što je planeta Zemlja. Zemljinu gravitacionu силу svakodnevno primećujemo i nazivamo „silom Zemljine teže“. Uopšte Zemlja privlači sva tela u svojoj okolini, a to privlačenje se prepoznaje kao uzrok padanja tela.



Slika 3.4. Težište

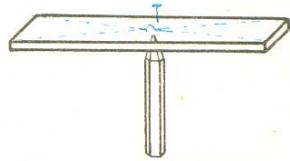
Na telo veće mase Zemlja deluje većom silom, odnosno jače ga privlači. Masa kod mnogih predmeta nije jednoliko raspoređena po telu. Na primer, gvozdeno sečivo sekire ima veću masu nego njegova drvena drška. Dakle, na sečivo deluje veća sila teže nego na dršku. To znači da, kada bi sekira padala sa velike visine, uvek padala tako da bi sečivo bilo bliže tlu, jer ga Zemlja više privlači. Težište sekire je tačka koja pokazuje gde je pretežno smeštena masa sekire i nalazi se unutar masivnog gvozdenog sečiva.

Imaju li predmeti težište i kada su u bestežinskom stanju?

Ako se telo nalazi u bestežinskom stanju, znači da na njega ne deluje sila teže (gravitaciona sila). Međutim, tela uvek imaju masu (masa je nepromenljivo svojstvo svakog tela), pa i kad su u bestežinskom stanju. Masa je raspoređena u telu na određen način, no postoji tačka na telu u kojoj se čini kao da se u njoj nalazi celokupna masa tela. Tu tačku zovemo „centar mase tela“. Kad se telo nalazi pod dejstvom gravitacione sile, centar mase tela postaje jednak težištu tela. U bestežinskom stanju postoji samo centar mase tela.

### 3.2.1.1. Određivanje težišta homogenih tela pravilnog i nepravilnog geometrijskog oblika

Lako je odrediti težište tela geometrijski pravilnog oblika. Na primer, težište kocke, odnosno kvadra je u preseku njegovih telesnih dijagonala. Težište lopte je u njenom središtu. Lako je odrediti i položaj težišta tela pločastog oblika, na primer lenjira. On se nalazi ispod preseka dijagonala. Kada se telo podupre ili osloni u težištu ostaje u stanju mirovanja (ravnoteže).



Slika 3.5. Težište i oslonac lenjira

Za određivanje težišta homogenih tela postoje dve metode.

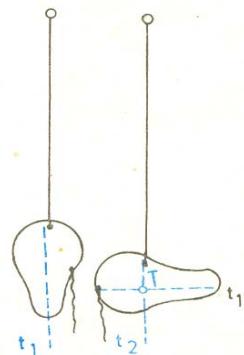
#### A) Arhimedova metoda

##### Ogled 3.2.1-3

**Potreban materijal:** Karton, visak, ekser i olovka

**Izvođenje eksperimenta:** Za određivanje težišta tela geometrijski pravilnog, a naročito nepravilnog oblika može nam poslužiti Arhimedova metoda.

Postupak je jednostavan. Izreži telo nepravilnog geometrijskog oblika od kartona i ekserom na njemu izbuši nekoliko rupica na bilo kom mestu (rupice treba izbušiti bliže ivicama predmeta). Obesi kartonski predmet na ekser o jednu njegovu rupicu i pusti ga neka slobodno visi. Na isti ekser potom obesi i visak. Olovkom iscrtaj pravac određen smerom konca na kojem je visak. Taj pravac se zove težišna linija predmeta. Predmet potom obesi i o ostale rupice i ponovi postupak. Obeleži tačku u preseku ovih linija.



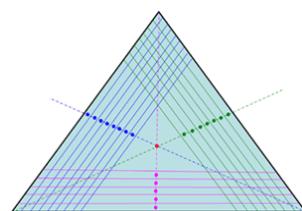
Slika 3.6. Težište tela nepravilnog oblika

**Objašnjenje:** Ako telo pustiš da slobodno visi, pravac određen smerom konca na kojem je visak zove se težišna linija predmeta. Kod homogenih predmeta težište se nalazi u preseku težišnih linija.

#### B) Metoda konstrukcije

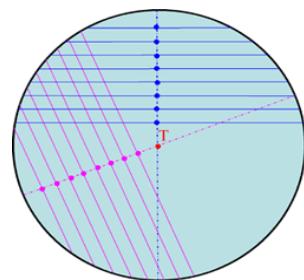
Osnova za ovaj metod je primer tanke homogene šipke. Njeno težište se nalazi na njenoj polovini. Pomoću ove činjenice se može odrediti težište i drugih geometrijskih oblika.

Težište trougla- Uzmi na primer homogenu ploču oblika trougla. Njena površina se može podeliti na niz tankih paralelnih traka. Težište svake trake je u njenom središtu. Pravac koji spaja sva težišta pojedinih traka je težišna duž trougla. Ona je zapravo pravac koji spaja vrh trougla i polovinu suprotne stranice. Težište trougla nalazi se u preseku tri težišne duži. Na sličan način se određuje težište homogenih ploča oblika paralelograma



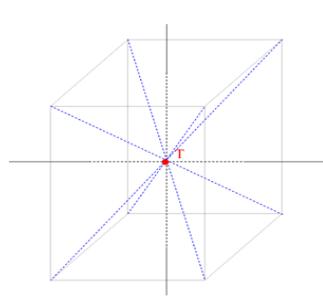
Slika 3.7. Težište trougla

Težište homogene kružne ploče- Određuje se traženjem težišta niza tankih traka koje predstavljaju površine između niza paralelnih tetiva kružnice. Spajanjem središta tetiva dobijamo prečnik kruga. Da bi se moglo odrediti težište, uzima se još jedan niz paralelnih tetiva, spoje se njihova središta, te se dobije još jedan prečnik. Presek ta dva prečnika je težište kružne ploče. Težište kruga nalazi se u njegovom središtu.

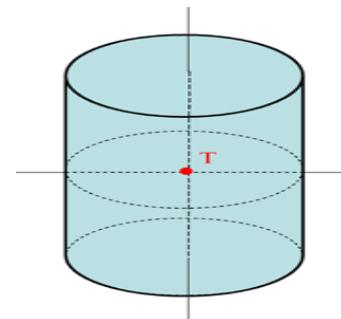


Slika 3.8. *Težište homogene kružne ploče*

Težište homogenih geometrijskih tela- na primer kvadra. Kvadar se podeli u tanke pravougaone ploče paralelne njegovim stranicama. Budući da je težište svake pojedine pravougaone ploče u njenom središtu, odnosno preseku dijagonala i središte kvadra je u njegovom središtu. Valjak se može podeliti na tanke kružne ploče paralelne njegovim bazama. Težište homogenog valjka je u ravni u kojoj leži polovište njegove visine.



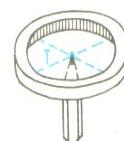
Slika 3.9. *Težište kvadra*



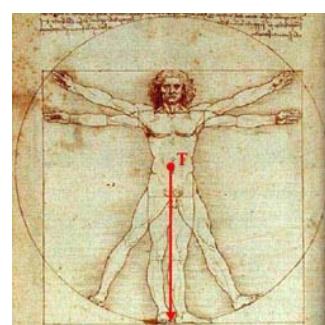
Slika 3.10. *Težište valjka*

Težište ne mora uvek biti unutar mase tela. Težište prstena je u njegovom središtu.

U to se možemo uveriti ako razapnemo konce preko takvih predmeta pa pokušamo osloniti telo kao na slici.



Slika 3.11. *Težište prstena*



### 3.2.1.2. Težište čovečijeg tela

Šta mislite gde je težište čovečijeg tela? Da li je ono na istom mestu ako ruke ispruzimo prema napred? Ako se nagnemo napred? Ako čučnemo?

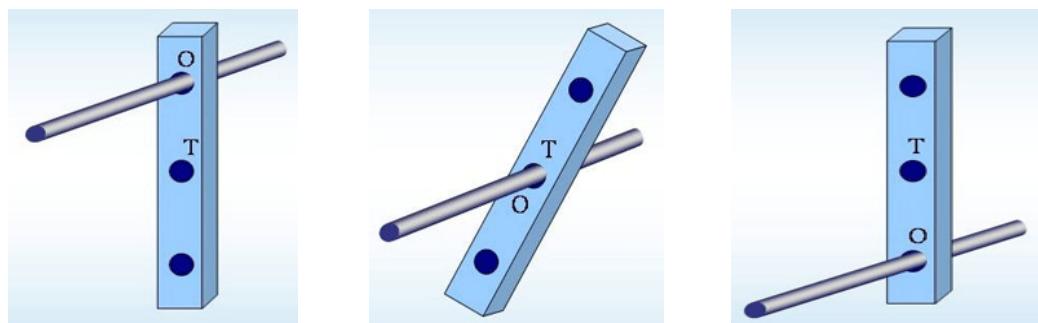
Težište zavisi od raspodele mase na telu. Menjujući položaj udova i tela mi samo menjamo položaj težišta našeg tela

Slika 3.12. *Težište čovečijeg tela*

### 3.2.2. Tačka oslonca i vrste ravnoteže

Slobodno pokretno telo, postavljeno na nekom osloncu ili na osovini, miruje i nalazi se u stanju ravnoteže. Težini tela tada drži ravnotežu sila elastičnosti čvrstine oslonca.

Prema položaju oslonca u odnosu na težište razlikuju se tri vrste ravnoteže: stabilna, indiferentna i labilna.



Slika 3.13. (a, b, c) *Tačka vešanja i vrste ravnoteže*

Na slikama je prikazan štap obešen u tri različite tačke. Oznakom T obeleženo je njegovo težište, a oznakom O tačka vešanja.

Kada se težište nalazi na vertikali ispod oslonca, telo je u stabilnoj ravnoteži. Izvede li se telo iz ovog položaja posle nekoliko klaćenja ponovo se vraća u stabilan položaj. Tada mu je težište najniže u odnosu na oslonac.

Ako oslonac (osovinu) prolazi kroz težište, telo ostaje u ravnoteži u svakom položaju. To je indiferentna ravnoteža. U takvoj ravnoteži treba da je, na primer, svaki točak na osovinu vozila.

Postavi li se telo u položaj da mu je težište iznad oslonca, onda je u labilnoj ravnoteži. Čim se malo pomeri prelazi u položaj stabilne ravnoteže.

#### Ogled 3.2.2 – 1 Vrste ravnoteže

**Potreban materijal:** Valjkasta kutija i kuglica

**Izvođenje eksperimenta:** Pomoću valjkaste kutije i kuglice možemo prikazati različite vrste ravnoteže.



Slika 3.14.(a, b, c, d) *Ravnoteža kuglice na valjkastoj kutiji*

Okreni valjkastu kutiju tako da stoji na bočnoj strani i postavi kuglicu na dno bočne strane kao na slici 3.14.a. Šta će se dogoditi ako kuglicu malo otkloniš iz ravnotežnog položaja pa je onda pustiš kao na slici 3.14.b? Vraća li se u prethodni položaj? Na kom mestu se ona umiri nakon nekog vremena? Kakva je ravnoteža u pitanju?

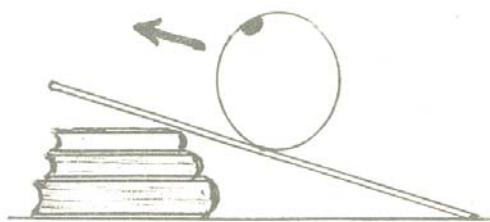
**Objašnjenje:** Nakon nekoliko klaćenja oko početnog položaja telo će se zaustaviti u početnom ravnotežnom položaju. U pitanju je stabilna ravnoteža.

### Ogled 3.2.2 – 2 Neobično ponašanje cilindrične kutije na strmoj ravni

**Potreban materijal:** Cilindrična kutija (može od zdenka sira), kliker, selotejp, kraća daščica i nekoliko knjiga

**Izvođenje eksperimenta:** Sa unutrašnje strane omotača kutije pričvrsti se selotejpom kliker. Pomoću kraće daščice i knjiga formira se strma ravan (nagib ne treba da bude veliki). Zatvorena kutija se stavi na sredinu strme ravni. Ako se podesi da je kliker ispod vrha kutije, ali i prema izdignutom kraju daščice, kutija će, kada je pustite, početi da se kotrlja naviše!?

Kutija će se zaustaviti kada kliker dođe u najniži položaj (stabilna ravnoteža). Za jači utisak treba izabrati da dužina daščice bude približno jednaka obimu cilindričnog omotača kutije.



Slika 3.15. Neobično ponašanje cilindrične kutije na strmoj ravni

Zašto se kutija tako ponaša?

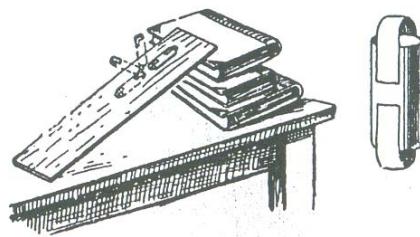
**Objašnjenje:** Jasno je da težište kutije nije u njenom centru, kao što svi veruju i kao što bi bilo da nema teškog tela. Težište ovako formiranog sistema je blizu mesta gde je pričvršćeno teško telo (kliker). I pri penjanju i pri spuštanju kutije njen težište prelazi u položaj koji je niži od onog u kome se nalazilo pre puštanja kutije. Kada se kutija, sama od sebe, kreće naviše, visina skrivenog kliker-a, a samim tim i težište kutije se smanjuje, što znači da se kliker i težište kutije spuštaju kako se kutija penje. Kada ne bi bilo teškog tela kutija bi se, kada se pusti, kretala naniže, jer se težište pri tome spušta.

### Ogled 3.2.2 – 3 Čudesni skakač

**Potreban materijal:** Tanji karton, metalna kuglica, selotejp, kraća daščica, nekoliko knjiga

**Izvođenje eksperimenta:** Napravi od tanjeg kartona jedan valjak u koji ćeš smestiti kuglicu. Oba otvora valjka zatvorи trakom od elastičnog kartona kao što je prikazano na slici 3.16.

Valjak se postavi po dužini na strmu ravan. Valjak neće kliziti niz strmu ravan, kao što bi se moglo očekivati i kao što će očekivati oni koji ne znaju da je u njemu kuglica, nego će se prevrtati s jednog kraja na drugi preko oblih polukrugova sa obe osnovice valjka.

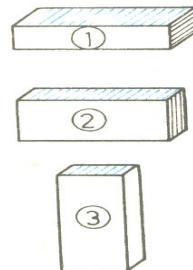


Slika 3.16. Neobični skakač

**Objašnjenje:** Kuglica će se pri svakom preokretu „sjuriti“ kroz valjak niz strmu ravan usled dejstva sile teže. Donji kraj valjka pritisnuće svojom težinom i udariti na obli poklopac valjka, gornji kraj valjka će odskočiti, podignuti se i prevrnuti, te će se kuglica ponovo sjuriti kroz valjak u njegov donji kraj izazivajući ponovo prevrtanje valjka.

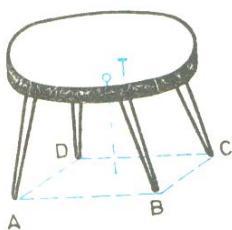
### 3.2.3. Oslonac i stabilnost tela na podlozi

Kod tela koja leže na podlozi govoriti se o stabilnosti tela. Kao mera stabilnosti uzima se sila koja može da prevrne telo u drugi položaj. Telo je stabilnije ukoliko je ta sila veća. Cigla (kvadar) na slici 3.17. leži najstabilnije u položaju 1, manje je stabilna u položaju 2, a najmanje je stabilna u položaju 3.

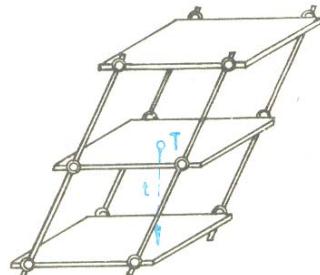


Slika 3.17. *Stabilnost tela*

Eksperimenti, račun i iskustvo pokazuju da je stabilnost tela utoliko veća ukoliko je telo teže, što mu je težište niže i što mu je veća površina oslonca. Pod površinom oslonca podrazumeva se površina mnogougla kome su temena krajnje dodirne tačke tela i podloge (slika 3.18.).



Slika 3.18. *Površina oslonca*



Slika 3.19. *Telo na zglobove*

Pomoću tela na zglobove-pokretna žičana mreža prizme (slika 3.19.) može se pokazati da telo leži stabilno u određenom položaju, odnosno pri nagibu se vraća u taj položaj, sve dok vertikala spuštena iz težišta pada na površinu oslonca. Inače, telo se prevrće u drugi položaj.

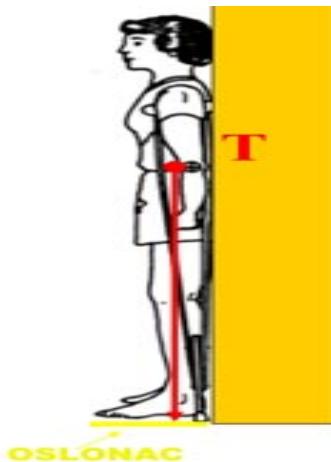
#### Ogled 3.2.3 – 1 Podigni olovku

**Potreban materijal:** Olovka i vertikalna podloga- zid

**Izvođenje eksperimenta:** Stani uz zid tako da ga petama dotičeš (slika 3.20.). Na pod stavi olovku. Pokušaj da podigneš olovku sa poda, ali tako da ti pete ostanu prislonjene uz zid i ne podiži se. Zašto je to nemoguće učiniti? Kakve probleme imaći?

Seti se gde je težište tvog tela. Šta je tvoj oslonac? Gde pada vertikala iz težišta na pod unutar ili izvan površine oslonca? Zašto ne pada kada podižemo predmet sa poda, a iza nas nema zida?

**Objašnjenje:** pomicanjem udova i tela sam menjaš položaj svog težišta. Dok si naslonjen na zid i stojiš uspravno, težište više nije u stomaku već je pomaknuto prema napred u tačku izvan tela. Vertikala iz težišta pada izvan oslonca. Zato si nestabilan, gubiš ravnotežu i padaš.



Slika 3.20. *Stajanje uz zid*



Slika 3.21. *Oslonac na štaku*

Pogledaj sliku 3.21. i razmisli da li će žena na slici pasti ili će ostati stabilna i održati ravnotežu? Zašto se to događa?

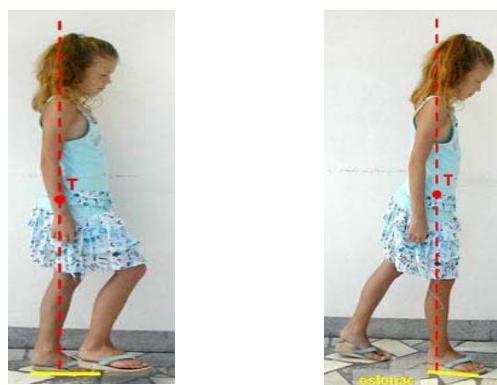
Ženi u održavanju ravnoteže pomaže štaka. Ona je postavila štaku ispred sebe i sada se površina njenog oslonca povećala, a vertikala iz težišta sada pada unutar površine oslonca.

### Ogled 3.2.3 – 2 Da li je hodanje namerno padanje?

**Potreban materijal:** Ti koji hodaš

**Izvođenje eksperimenta:** Hodaj i razmisli kako hodaš! Da li je hodanje namerno padanje i ponovno uspostavljanje ravnoteže?

Gde ti je težište kada stojiš oslonjen na obe noge? Kako se premešta težište i šta je oslonac kada jednom nogom korakneš prema napred?



Slika 3.22. *Hodanje kao namerno padanje*

**Objašnjenje:** Hodanje se zasniva na gubljenju ravnoteže. Kad god koraknemo mi stojimo na jednoj nozi, a telo je nagnuto prema napred. U trenutku kada vertikala iz težišta na

tlo pada izvan površine oslonca gubimo ravnotežu i da drugu nogu ne položimo na tlo ispred sebe, pali bismo. Hodanje je, zato „namerno padanje“ prilikom koga namerno gubimo ravnotežu, ali se spremno dočekujemo na drugu nogu – novi oslonac.

### Ogled 3.2.3 – 3 Prst na čelu

**Potreban materijal:** Stolica, drug ili drugarica, tvoj prst

**Izvođenje eksperimenta:** Neka tvoj drug (ili drugarica) sedne na stolicu. Stavi mu prst na čelo. Zamoli ga da pokuša da ustane, dok ga ti prstom sprečavaš da pomakne glavu prema napred. Da li je jednostavno sprečiti nekoga da ustane?



Slika 3.23. (a, b, c) *Prst na čelu*

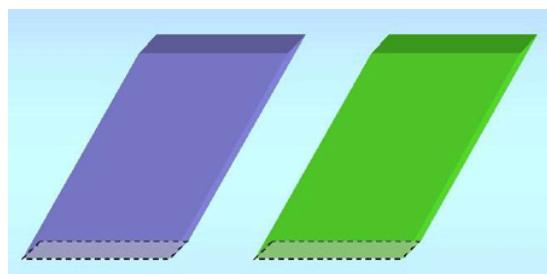
**Objašnjenje:** Da bi ustao sa stolice on mora promeniti oslonac i premestiti težište tela. To je nemoguće učiniti bez pomicanja prema napred, pa zato ne može ustati dok mu držiš prst na čelu. Može samo da pokušava da se izvija ispod tvoje ruke pridržavajući se za stolicu uz poteškoće sa održavanjem ravnoteže.

### Ogled 3.2.3 – 4 Igre sa prizmama

**Potreban materijal:** Dve jednakе kose prizme

**Izvođenje eksperimenta:**

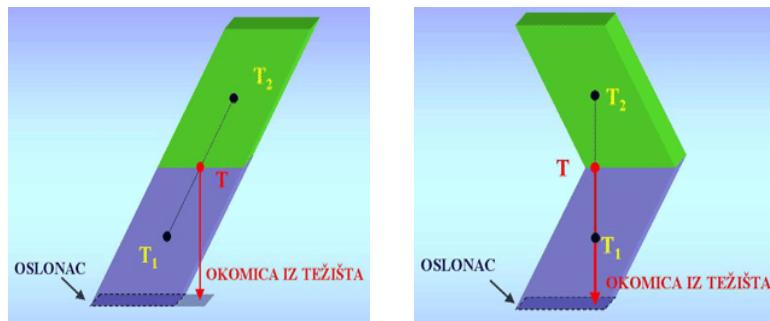
Uzmi dve jednakе kose prizme. Treba ih postaviti jednu na drugu u ravnotežu tako da se dodiruju svojim manjim bazama. Kako ih treba postaviti? Gde je težište svake prizme? Šta je oslonac svake od prizmi? Gde je težište sistema koji dobijaš postavljajući ih jednu na drugu? Šta je oslonac celog sistema?



Slika 3.24 *kose prizme*

### Objašnjenje:

U položaju kao na slici 3.25.a prizme ne mogu stajati u ravnoteži jedna na drugoj. Oslonac sistema je manja baza donje prizme, a sistem nije u ravnoteži jer vertikala iz težišta pada van površine oslonca.



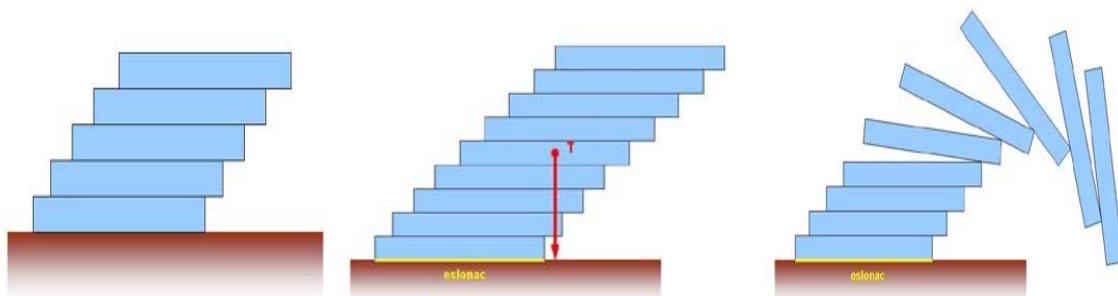
Slika 3.25. (a i b) Kose prizme jedna na drugoj

Ako se prizme postave jedna na drugu kao na slici 3.25.b, jedino u tom položaju prizme mogu stajati jedna na drugoj. Oslonac sistema je manja baza donje prizme, a sistem je u ravnoteži, jer vertikala iz težišta pada unutar površine oslonca.

### Ogled 3.2.3 – 5 Slaganje predmeta

**Potreban materijal:** Više knjiga ili kutija istog oblika

**Izvođenje eksperimenta:** Uzmi knjige i slaži ih jednu na drugu kao na slici 3.26. Možeš li naslagati stub slagajući proizvoljno mnogo knjiga kao na slici? Od čega zavisi koliko predmeta možeš naslagati pre nego što se sistem sruši? Kada će se stub srušiti? Gde je težište sistema u trenutku rušenja? Šta je oslonac sistema?



Slika 3.26. (a, b, c) Slaganje predmeta

**Objašnjenje:** Stub od knjiga biće stabilan sve dok se težište nalazi iznad površine oslonca. Srušiće se kada vertikala iz težišta padne izvan površine oslonca.

### Primeri iz svakodnevnog života – Automobili



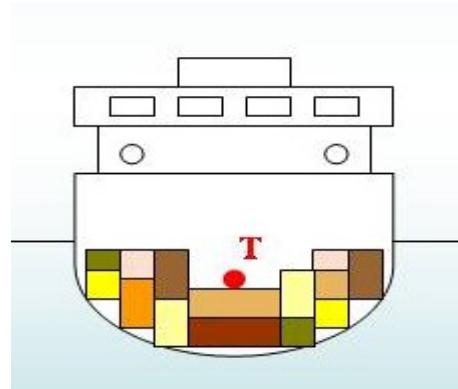
Slika 3.27. Automobili

Pogledajte ova dva automobila. Koji je stabilniji? Koji će se teže prevrnuti ako u zavoj uđe velikom brzinom? Gde su im težišta? Šta su im oslonci?

Trkački automobil ima nisko težište i širok oslonac. Visokim preopterećenim vozilima poput kombija, autobusa, kamiona ili traktora težište je visoko. Ako se prilikom vožnje takvo vozilo previše nagne, vertikala iz njegovog težišta može pasti izvan površine oslonca. Tada se vozilo prevrne. Za stabilnost vozila je važno da mu je površina oslonca što veća, a težište što niže.

### Primeri iz svakodnevnog života – Brod

Pri ukrcavanju tereta u brod treba paziti na položaj težišta broda. Ako bi se teret utovario na gornju palubu, težište broda bilo bi visoko i brod bi se mogao prevrnuti. Težište ispravno natovarenog broda je nisko, teret je simetrično raspoređen u niže delove, pa je brod stabilniji i manja je opasnost od prevrtanja



Slika 3.28. Brod

### Primeri iz svakodnevnog života – Građevine

Stabilnost građevine zavisi od njenog oslonca i položaja težišta.

Ocenite odprilike položaj težišta krivog tornja u Pizi. Procenite nagib tornja pri kome on više ne bi mogao stajati stabilno nego bi se srušio.



Slika 3.29. Krivi toranj u Pizi

### 3.2.4. Neverovatne ravnoteže

Neke ravnoteže izgledaju veoma neobično, gotovo nemoguće.

#### Ogled 3.2.4 – 1 Leteće viljuške

**Potreban materijal:** Dugme, dve viljuške, čaša

**Izvođenje eksperimenta:** Za postavljanje ovog ogleda potrebno je mnogo strpljenja, a njegovo izvođenje olakšaćeš ako uzmeš nešto veće dugme tako da ga možemo uklještiti među dva zupca viljušaka. Ivicu dugmeta osloni na ivicu čaše, a onda laganim pomeranjem pokušaj uravnotežiti sistem.



Slika 3.30. Leteće viljuške

**Objašnjenje:** Težište ovakvog sistema je blizu tačke u kojoj se dugme oslanja na ivicu šolje.

#### Ogled 3.2.4 – 2 Čekić u neverovatnoj ravnoteži

**Potreban materijal:** Drveni lenjir ili letvica dužine 50-60 cm , žica, manji čekić

**Izvođenje eksperimenta:** Konopcem ili žicom fiksiraj čekić i lenjir kao na slici, te pomeranjem ovakvog sistema po ivici stola pokušaj uravnotežiti sistem.

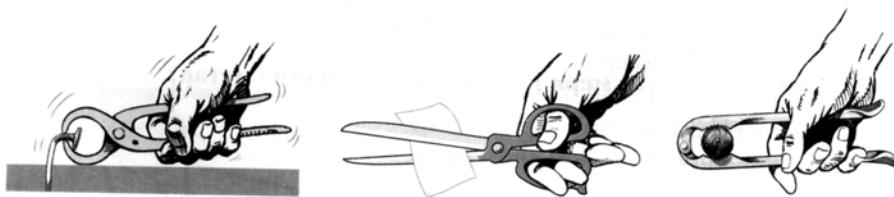
**Objašnjenje:** U ovom slučaju u pitanju je ravnoteža tela poduprtog u težištu.



Slika 3.31. Čekić u neverovatnoj ravnoteži

### 3.2.5. Poluga i ravnoteža poluge

Kleštima se vade ekseri iz daske, makazama seče karton, krckalicom razbijaju orasi (slika 3.32.). Bez ovih alatki navedene poslove bi bilo mnogo teže izvršiti. Da bi se razumeo princip na kome je zasnovana upotreba pomenutih i mnogih drugih alata upoznaćemo jednostavno oruđe, koje se pravi najčešće u obliku šipke, a naziva se *poluga*.

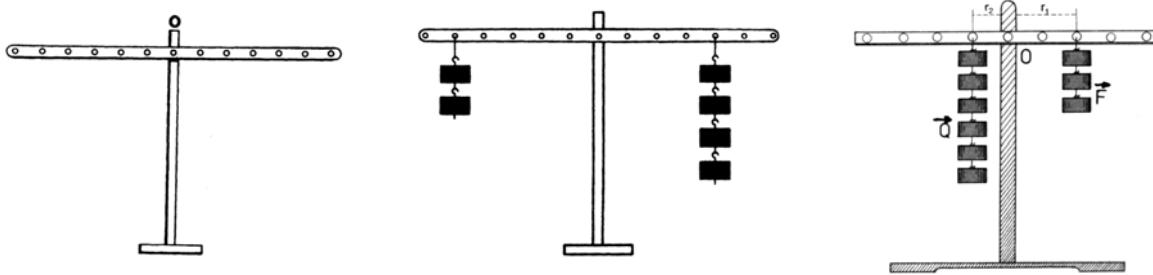


Slika 3.32. Primeri poluge

### Ogled 3.2.5- 1 Ravnoteža poluge

**Potreban materijal:** Poluga u obliku šipke sa rupicama, tegovi sa kukicama jednakih masa

**Izvođenje eksperimenta:** Šipka može da se obrće oko oslonca O (slika 3.33.a), a pored nje je više tegova istih masa. Tegove okači tako da šipka bude u horizontalnoj ravnoteži (obično se uzima da tegovi okačeni sa jedne strane poluge svojom težinom predstavljaju teret  $Q$ , a tegovi okačeni sa druge strane jačinu sile  $F$ ). Da li su poluge na slikama 3.33.a i b u ravnoteži? Ako ravnoteža nije postignuta, kako treba rasporediti tegove da bi se ravnoteža postigla? Da li ima više rešenja?



Slika 3.33. (a, b, c) *Ravnoteža poluge*

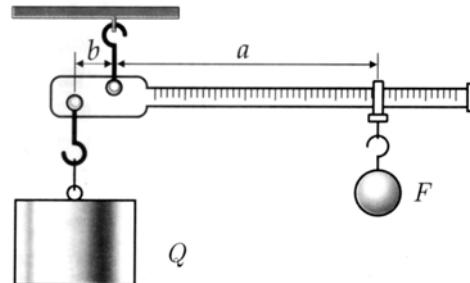
**Objašnjenje:** Poluga je u ravnoteži ako je sila onoliko puta manja od težine tereta, koliko puta je krak sile veći od kraka tereta, odnosno poluga je u ravnoteži ako je moment sile jednak momentu tereta. Koliko puta povećamo krak sile (tegove kačamo na rupice koje su dalje od oslonca), toliko puta smanjujemo težinu tegova (broj tegova je manji). Kao što vidimo imamo mnogo kombinacija pri kojima će poluga biti u ravnoteži.

### Ogled 3.2.5- 2 Kako meriti pomoću rimskog kantara

Ovaj ogled je koristan jer će učenici naučiti kako brzo (ali manje precizno) izmeriti masu nekog tela (tereta)

**Potreban materijal:** Rimski kantar, tela različite mase

**Izvođenje eksperimenta:** Na kukicu kantara stavljam tela različitih masa i izvrši merenje. Na kom principu radi rimski kantar?



Slika 3.34. *Rimski kantar*

**Objašnjenje:** Kod rimskog kantara je primenjen princip dvostrane poluge sa kracima različitih dužina (slika 3.34.) Ovde su sila  $F$  (težina pokretnog tega) i krak tereta  $b$  pri svakom merenju stalne veličine, dok su krak sile  $a$  i težina tereta  $Q$  promenljive veličine. Za veći teret potreban je duži krak sile da bi kantar bio u horizontalnoj ravnoteži

#### **4. ZAKLJUČAK**

Pojmovi iz tematske jedinice *Pojam i vrste ravnoteže tela. Poluga, moment sile. Ravnoteža poluge i njena primen*, izučava se u VII razredu osnovne škole, a zatim u I razredu srednje škole. Adekvatno uzrastu učenika uvode se i usložnjavaju pojmovi koje treba usvojiti da bi se objasnila ova tematska jedinica.

Ova tematska jedinica je veoma interesantna učenicima i može se reći da o njoj imaju prilično dobro predznanje, pokazujući izuzetnu aktivnost u njenom savladavanju. Ova činjenica, svakako olakšava rad nastavniku, ali sa druge strane i obavezuje da se određeni pojmovi što adekvatnije i pristupačnije objasne, odnosno kvalitet znanja učenika mora napredovati sa uzrastom.

U svemu ovome presudnu ulogu ima nastavnik, kao predavač, organizator i motivator. Pri obradi ove nastavne teme, pored objašnjavanja novih pojmoveva, nastavnik mora insistirati na logičnom redosledu uvođenja novih pojmoveva i fizičkih veličina, vodeći računa o uzrastu i intelektualnom razvoju učenika.

Od učenika se nakon obrade ove nastavne jedinice očekuje:

- usvajanje pojma težišta i ravnoteže

- razumevanje šta je napadna tačka, težište homogenih tela pravilnog i nepravilnog geometrijskog oblika, kao i da težište tela može biti i van tela

- uviđanje koje vrste ravnoteže imamo u zavisnosti od odnosa težišta i oslonca i shvatanje pojmoveva stabilnost tela i oslonca

- shvatanje pojmoveva poluga, moment sile i ravnoteža poluge

Korišćenjem jednostavnih eksperimenata tipa „Uradi sam“ uz grupni rad, kao i iznošenjem mišljenja učenika, kako unutar grupe, tako i u diskusiji između grupa, učenici stiču nova znanja samostalnim istraživanjem. Pored ovoga jednostavni eksperimenti, kao sredstvo očiglednosti doprinose i uvođenju naučnog metoda u svakodnevnu nastavu. Eksperimenti su tako birani da ih učenici mogu samostalno kod kuće postaviti i sami izvoditi.

Izabrani eksperimenti omogućavaju učenicima da, uz prethodno predznanje ovладaju pojmovima težišta i ravnoteže tela, poluge, kao i da shvate njihovu suštinu.

Kada na ovaj način dođu do novih znanja, učenici će shvatiti značaj postojanja i primene težišta i ravnoteže, poluge i ravnoteža poluge u svakodnevnom životu, a time i smisao izučavanja fizike kao nastavnog predmeta.

## 5. LITERATURA

1. dr. Dušanka Ž Obadović: *Jednostavni eksperimenti u nastavi fizike (skripta)*, PMF, Departman za fiziku, Novi Sad (2006/2007).
2. Marković Dragan, Mitić Zoran: *Težište i ravnoteža tela (seminarski rad)*, Novi Sad, 2008 .
3. dr. Dragiša Ivanović, Vlastimir Vučić: *Fizika I*, Naučna knjiga, Beograd, 1962.
4. Milan O. Raspopović: *Metodika nastave fizike*, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd, 1992.
5. Esad Kulenović: *Fizika za VI razred osnovne škole*. Svijetlost-OOUR, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Sarajevo, 1982.
6. Darko V Kapor, Jovan P Šetrajčić: *Fizika za VII razred osnovne škole*, Zavod za udžbenike, Beograd, 2007.
7. dr. Tomislav Petrović: *Didaktika fizike (teorija nastave fizike)*, Drugo, ispravljeno izdanje, Beograd, 1994.
8. Emilo Danilović, dr. Milan Raspopović, dr. Svetislav Božić: *Fizika za I razred gimnazije*, Sedmo izdanje, Beograd, 1998.
9. S. E. Božin: *Domaći eksperimenti (Mladi fizičar br.34-35)*, Društvo fizičara Srbije, Zemun, 1984 / 1985.
10. Internet sajtovi: <http://www.eskola.hdf.hr-kućni eksperimenti>,

## KRATKA BIOGRAFIJA KANDIDATA



Rođen je 30.09.1966. godine u Lozniči. Osnovnu školu završio je u Klupcima, a srednju mašinsku u Lozniči. Početkom 1993. godine završio je studije na Tehnološkom fakultetu u Leskovcu i stekao zvanje diplomirani inženjer tekstilne tehnologije. Deset godina je radio u HK "Viskoza" Lozniča u Fizičkoj laboratoriji na mestu glavnog inženjera. Trenutno predaje fiziku u osnovnoj školi "Petar Tasić" u Lešnici.

UNIVERZITET U NOVOM SADU  
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET

KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA

*Redni broj:*

**RBR**

*Identifikacioni broj:*

**IBR**

*Tip dokumentacije:*

**TD**

Monografska dokumentacija

**TZ**

Tekstualni štampani materijal

**Vrsta rada:**

**VR**

Diplomski rad

*Autor:*

**AU**

Mitrić Zoran

*Mentor:*

**MN**

dr Dušanka Obadović, redovni prof.

**NR**

*Jezik publikacije:*

**JP**

srpski (latinica)

*Jezik izvoda:*

**JI**

srpski/engleski

**ZP**

*Zemlja publikovanja:*

Srbija

**UGP**

*Uže geografsko područje:*

Vojvodina

**GO**

*Izdavač:*

Autorski reprint

**IZ**

*Mesto i adresa:*

Prirodno-matematički fakultet, Trg Dositeja Obradovića 4, Novi Sad

**MA**

*Fizički opis rada:*

5/182/32/0/71/0/3

**FO**

*Naučna oblast:*

Fizika

**NO**

*Naučna disciplina:*

Demonstracioni eksperimenti u nastavi

**1.4.5.1 ND**

*Predmetna odrednica/ ključne reči:* Težište, ravnoteža tela, stabilnost tela, oslonac, poluga, ravnoteža

**PO** poluge, nastava fizike

**UDK**

*Čuva se:*

Biblioteka departmana za fiziku, PMF-a u Novom Sadu

**ČU**

*Važna napomena:*

nema

**VN**

*Izvod:*

Prikazana je obrada nastavne teme „Ravnoteža tela”, sa akcentom na

tematsku jedinicu: Pojam i vrste ravnoteže tela; Poluga, moment sile; Ravnoteža poluge i njena primena”. Pored teorijskog objašnjenja pojave vezanih za ovu temu, posebna pažnja u radu je posvećena

jednostavnim eksperimentima koji su odabrani tako da svaki od njih reprezentuje opisane pojave vezane za ravnotežu tela.

*Datum prihvatanja teme od NN*

*veća:* 05.02.2009.

**DP**

*Datum odbrane:*

17.02.2009.

**DO**

*Članovi komisije:*

**KO**

*Predsednik:*

dr Srđan Rakić, docent

*član:*

dr Milan Pantić, vanr. prof.

*član:*

dr Dušanka Obadović, redovni prof.

UNIVERSITY OF NOVI SAD  
FACULTY OF SCIENCE AND MATHEMATICS

KEY WORDS DOCUMENTATION

*Accession number:*

**ANO**

*Identification number:*

**INO**

*Document type:* Monograph publication

**DT**

*Type of record:* Textual printed material

**TR**

*Content code:* Final paper

**CC**

*Author:* Mitić Zoran

**AU**

*Mentor/comentor:* Ph.D. Dušanka Obadović, full prof.

**MN**

*Title:* The Treatment of Teaching Theme "The Equilibrium"

**TI**

*Language of text:* Serbian (Latin)

**LT**

*Language of abstract:* English

**LA**

*Country of publication:* Serbia

**CP**

*Locality of publication:* Vojvodina

**LP**

*Publication year:* 2009

**PY**

*Publisher:* Author's reprint

**PU**

*Publication place:* Faculty of Science and Mathematics, Trg Dositeja Obradovića 4,  
Novi Sad

**PP**

1.4.5.1.1 Physical

5/182/32/0/71/0/3

*description:*

**1.4.5.1.2 PD**

*Scientific field:* Physics

**SF**

*Scientific discipline:* Demonstrative experiments in teaching

**SD**

*Subject/ Key words:* The center of mass, the equilibrium of an object, the stability of an

object, the lever, the equilibrium of the lever, physics class

**UC**

*Holding data:* Library of Department of Physics, Trg Dositeja Obradovića 4

**HD**

*Note:* none

**N**

*Abstract:* The Treatment of Teching Theme "The Equilibrium" is presented

with particular emphasis on the thematic unit "The concept and various types of the equilibrium of an object; The lever, moment of

the force; The equilibrium of the lever and its applications". Besides the theoretical explanation of the phenomena related to this theme, special attention is devoted to simple experiments chosen in such a way that each one represents some of the phenomena related to the equilibrium.

*Accepted by the Scientific Board:* 05.02.2009.

**ASB**

*Defended on:* 17.02.2009.

**DE**

*Thesis defend board:*

**DB**

*President:* PhD Srđan Rakić, assistant professor

*Member:* PhD Milan Pantić, associate professor

*Member:* PhD Dušanka Obadović, full professor