



Универзитет у Новом Саду  
Природно-математички факултет  
Департман за физику



УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ  
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ

ПРИМЉЕНО	- 2 НОВ 2005
ОРГАНИЗЈЕД	Б Р О Ј
0603	7/585

## Оптимализација цилиндричне геометрије узорака за гама спектрометрију

- дипломски рад -

Автор:  
Златко Штрбац

Ментор:  
проф. др Иштван Бикит

У Новом Саду,  
новембар 2005. године

*Користим прилику да се захвалим:*

***проф. др Иштвану Бикиту***

*редовном професору Природно-математичког факултета у Новом Саду; ментору овог рада; на одабиру теме рада те свесрдној помоћи и низу корисних сугестија које су биле од непроцењиве вредности током израде овог рада,*

***мр Душану Мрђи***

*асистенту на Природно-математичком факултету у Новом Саду; на стручним сугестијама и смерницама за израду овог рада као и помоћи при реализацији експерименталног дела овог рада, обради и анализи експерименталних резултата и програмских израчунавања,*

***проф. Др Јарославу Сливки***

*редовном професору Природно-математичког факултета у Новом Саду; на помоћи и сугестијама које су у многоме допринеле квалитету овог рада*

## САДРЖАЈ

<b>1. Увод .....</b>	<b>2</b>
<b>2. Гама зраци .....</b>	<b>3</b>
2.1. Порекло и особине $\gamma$ -зрака .....	3
2.2. Интеракција $\gamma$ -зрака са супстанцијом .....	3
2.2.1. Фотоенекспозија .....	4
2.2.2. Комптоново расејање .....	5
2.2.3. Стварање парова .....	6
2.2.4. Атенуација .....	7
2.3. Извори гама зрачења .....	8
2.3.1. Геометрија извор-детектор .....	9
2.3.2. Геометрија распрострањених извора .....	10
<b>3. Ефикасност детекције .....</b>	<b>12</b>
3.1. Израчунавање ефикасности .....	12
3.1.1. Метод Монте Карло .....	12
3.2. Експериментална калибрација ефикасности .....	15
3.2.1. Корекције услед растојања извор-детектор .....	16
3.2.2. Корекције услед разлике у геометрији узорка .....	16
3.2.3. Корекција на висину цилиндричног узорка .....	17
3.2.4. Самоапсорција у распрострањеном извору .....	18
3.3. Метод ефективног просторног угла .....	20
3.3.1. Израчунавање геометријског просторног угла за изворе цилиндричног облика .....	22
3.3.2. Ефективни просторни угао .....	26
3.3.3. Програм Angle .....	28
<b>4. Оптимализација цилиндричне геометрије извора .....</b>	<b>31</b>
4.1. Оптимализација висине извора .....	31
4.2. Оптимализација облика извора .....	33
4.3. Експериментална поставка .....	36
4.3.1. Експериментално одређивање ефикасности .....	40
4.3.2. Семијемпириско одређивање ефикасности .....	48
4.3.2. Поређење експерименталног и семијемпириског одређивања ефикасности .....	56
4.3.4. Дискусија резултата .....	60
<b>5. Литература .....</b>	<b>62</b>



## 1. Увод

Искуство у употреби цилиндричне геометрије извора у  $\gamma$ -спектроскопији указује на то да интензитет спектралних линија значајно зависи од актуелног облика цилиндра са којим се врши мерење. Анализа зависности интензитета спектралних линија од висине или радијуса цилиндричног извора навело је на закључак да постоји оптимални облик.

Сасвим генерално, оптимализација облика извора у  $\gamma$ -спектроскопији представља процедуру у којој се одређује облик извора једне одређене геометрије са којом ће се постићи највећа ефикасност детекције. У овом раду је извршена оптимализација облика цилиндричне геометрије извора са девет различитих облика, од аксијално издуженог до спљоштеног, посматрано у односу на осу детектора. Вредност максималне ефикасности детекције за дати облик и геометрију варира у зависности од енергије  $\gamma$ -зрака, густине и количине узорка, геометрије извор-детектор, па и карактеристика самог детектора. Стога се експериментални део рада базира на испитивањима зависности ефикасности детекције од радијуса и висине цилиндра, али и енергије  $\gamma$ -зрачења. При чему је током целе серије мерења сама запремина извора била константна, односно сваку промену облика пратиле су истовремено и промена висине и промена радијуса цилиндра. На основу овако добијених резултата процењивао се оптимални цилиндрични облик извора.

У раду је поред експерименталног одређивања ефикасности детекције презентована такозвана семијемпириска метода одређивања ефикасности. Овом методом се познавањем ефикасности детекције калибрационог извора постављеног у стандардни контејнер, при истим условима геометрије извор-детектор могу одредити ефикасности за било који облик исте геометрије извора али и било ког састава узорка. Да би се одредила семијемпириска ефикасност неопходно је познавање ефективних просторних углова, који се израчунавају преко програма Angle. Саставни део рада је кратак опис улазних података који су неопходни за нумеричке интеграције које спроводи овај програм. Овоме следи презентација резултата семијемпириског одређивања ефикасности детекције за исте облике цилиндричне геометрије за које су и експериментално одређене ефикасности детекције.

У коначном, рад се окончава поређењем експерименталног и семијемпириског метода израчунавања ефикасности детекције помоћу релативних одступања ефикасности добијених овим методама за посматране облике и енергије  $\gamma$ -зрака.

## 2. Гама зраци

### 2.1. Порекло и особине гама зрака

Деексцитација побуђених стања у језгру атома резултира емисијом  $\gamma$ -зрака, уколико не дође до преноса енергије на неки од атомских електрона (тзв. интерна конверзија). Побуђена стања језгра настају путем нуклеарних реакција и радиоактивним распадом језгара. Емисијом низа  $\gamma$ -зрака или конверзионих електрона језго доспева у основно стање, које може бити стабилно или подложно даљем распаду. За радиоактивни извор се најчешће узима језгрот претка, иако се  $\gamma$ -зраци најчешће емитују прелазима у потомку.

Особине  $\gamma$ -зрака које их карактеришу су њихове енергије, вероватноће емисије и мултиполности. У коначном, све ове особине  $\gamma$ -зрака (као и особине језгра) зависе од таласних функција нуклеарних стања између којих ће се реализовати деексцитација, али и од оператора прелаза за електромагнетне прелазе.

Нуклеарна стања имају дискретне, добро дефинисане енергије. Због очувања енергије и импулса, приликом емисије  $\gamma$ -квант долази до узмака језгра у смеру супротном од  $\gamma$ -зрака. Јасно је да је енергија узмака језгра веома мала, али ју је неопходну узети у обзир ако треба повезати енергије  $\gamma$ -зрака са одговарајућим нуклеарним стањима.

Ако су спин језгра и ангуларни момент кога приликом емисије односи  $\gamma$ -квант  $\vec{J}$  и  $\vec{L}$ , респективно, може се рећи да свако стање има дискретну вредност спина  $J$  (целобројну или полуцелобројну, у зависности од  $A$ ) као и дату парност  $\pi$ . За сваки  $\gamma$ -прелаз морају бити очувани ангуларни момент и парност, тачније:

$$\vec{J}_i = \vec{J}_f - \vec{L} \quad \pi_i = \pi_f - \pi_\gamma$$

Једна од свакако битних карактеристика стања јегра је одговарајући полуживот. Постоји одређена вероватноћа прелаза  $\lambda_i$  придружене сваком облику распада са датог стања. У случају да се дато побуђено стање распада на неколико нижих енергијских стања, пошто су одговарајуће вероватноће прелаза међусобно независне, укупна вероватноћа прелаза  $\lambda$  је суме свих појединачних вредности. У складу са тим, полуживот побуђеног стања је:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Вероватноћа прелаза за сваки конкретни  $\gamma$ -зрак зависи од таласних функција почетног и крајњег стања језгра, које су углавном непознате те се ове вероватноће не могу прорачунати.

У многим проценама од интереса је познавати вероватноћу емисије  $\gamma$ -зрака по распаду језгра претка  $p_\gamma$ . Она представља производ вероватноће распада претка у одговарајући ниво потомка и вероватноће емисије одговарајућег  $\gamma$ -зрака који настаје при деексцитацији тог нивоа. Ова величина се може израчунати за једноставније шеме распада, али се најчешће одређује мерењем активности извора и брзине емисије  $\gamma$ -зрака.

### 2.2. Интеракција $\gamma$ -зрачења са супстанцијом

Уколико електромагнетно зрачење посматрамо као пренос енергије кроз простор у облику таласних пакета, са енергијом садржаном у електричном и магнетном пољу; тада се интеракција тих таласних пакета (фотона) са атомима супстанције у најбитнијем своди на следеће ефекте:

- Фотоенергетички ефекат
- Комптоново расејање
- Производња парова

Заједничко за сва три ефекта је да резултују слободним електронима, који на свом путу кроз супстанцију губе на енергији стварајући парове јон-електрон и електрон-шупљина. Овако генерисани парови наелектрисања омогућују детекцију проласка фотона кроз дату средину, једнако добро као и одрђивање енергије фотона мерењем количине електричног зрачења генерисало.

### 2.2.1. Фотоенергетички ефекат

При фотоенергетичком ефекту долази до тоталне апсорпције пошто квант електромагнетног зрачења интерагује са везаним електроном предајући му сву своју енергију. Један део енергије фотона се троши на савлађивање енергије везе електрона, односно на његово избацивање из електронског омотача, тзв. излазни рад. Преостали део енергије се предаје електрону, те након интеракције она представља кинетичку енергију слободног електрона. Овај енергетски биланс може се изразити следећом релацијом:

$$E_\gamma = A_i + T_e \quad (2.1.)$$

где  $A_i$  представља енергију везе електрона у  $i$ -том слоју електронског омотача, док је  $T_e$  кинетичка енергија слободног електрона. У овој формулама је занемарен мали део енергије који се саопштава атому због узмака.

Последица фотоенергетичког ефекта је смањење броја електрона у атому. Недостатак једног електрона у омотачу изазива прегруписавање електрона у омотачу, што је праћено емисијом X-зрачења. Ово зрачење може изазвати секундарни фотоенергетички ефекат уз емисију електрона. Овако генерисани електрони се називају Ожеови електрони. Уколико се интеракција одиграва у супстанцији X-зраци ће бити апсорбовани у непосредној околини, због чега долази до потпуне апсорбције иницијалног електромагнетног зрачења.

Из закона одржавања енергије и импулса следе две веома важне особине фотоенергетичког ефекта: фотоенергетички ефекат је једино могућ на везаном електрону; вероватноћа за фотоенергетички ефекат расте порастом енергије везе електрона у омотачу.

Пресек за фотоенергетички ефекат је тешко теоријски израчунати због комплексности Диракове таласне функције за атомске електроне. Стварна вредност пресека за фотоенергетички ефекат не може се изразити помоћу јединственог аналитичког израза, а његова зависност од атомског броја материјала и енергије фотона се може приближно представити као:

$$\sigma_f = \text{const} \cdot Z^{4.5} \cdot E_\gamma^{-3} \quad (2.2.)$$

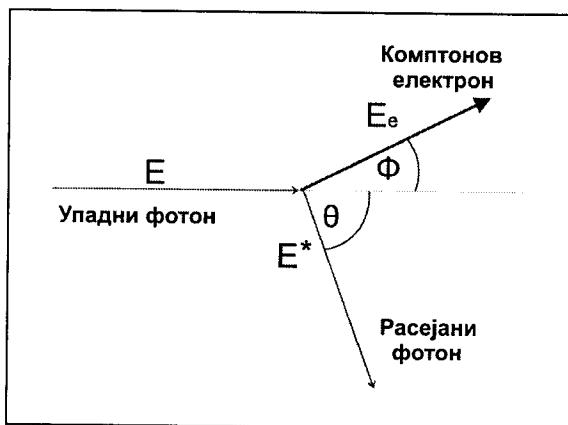
Из овога се види да су атоми великог редног броја ефикаснији што се тиче апсорбције фотона, али и да је овај ефекат доминантан начин интеракције на ниским енергијама, док постаје занемарљив на високим енергијама. Поређење ова три ефекта према енергијама упадног зрачења детаљније је презентовано у [§2.2.4.].

Прорачуни пресека за фотоенергетички ефекат по лјускама у електронском омотачу атома показују да је грубом проценом могуће закључити да од укупне вероватноће за фотоенергетички ефекат 80% отпада на фотоенергетички ефекат у K-слоју, док преосталих 20% представља вероватноћу настанка фотоенергетичког ефекта у свим осталим слојевима омотача атома.

Према диференцијалном пресеку за фотоенергетички ефекат, емитовани електрони су симетрично распоређени у односу на правца упадног зрачења (по закону  $\cos^2\theta$ ). За енергије зрачења много мање од енергије мirovanja електрона, правци дистрибуције емитованих електрона захвате угло од  $90^\circ$  у односу на упадно зрачење. Са порастом енергије упадног зрачења све више се усмерава дистрибуција емитованих електрона у правцу упадног електромагнетног зрачења.

## 2.2.2. Комптоново расејање

Комптоново расејање представља процес расејања фотона на слободном електрону. Само се један део енергије фотона у овом процесу предаје електрону, док се остатак појављује као секундарни фотон. Према законима одржања енергије и импулса, енергије емитованог фотона и електрона повезане су са угловима под којима се они избацују. У складу са величинама приказаним на Сл.2.1. може се написати да је енергија секундарног фотона:



Слика 2.1. Комптоново расејање

$$E^* = E[1 + \varepsilon(1 - \cos \theta)] \quad (2.3.)$$

док ће енергија расејаног електрона бити:

$$E_e = E \left[ 1 - \frac{1}{1 + \varepsilon(1 - \cos \theta)} \right]$$

при чему су углови повезани релацијом:

$$\tan \phi = \frac{1}{1 + \varepsilon \cdot \tan \frac{\theta}{2}}$$

Из овога се види да за веома мале углове расејања енергија електрона тежи нули, односно да расејани фотон има приближно исту енергију као и упадни.

Са друге стране из формуле (2.3.) непосредно следи да је:

$$\Delta\lambda = \lambda^* - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$

одакле је очигледно да промена таласне дужине (енергије) искључиво зависи од угла расејања, а не и од таласне дужине упадног зрачења. Управо то је разлог што Комптоново расејање није карактеристично за дуготаласно зрачење, јер ако је  $\Delta\lambda \ll \lambda$  тешко је запазити промену таласне дужине расејаног зрачења.

Пошто ова интеракција резултира расејаним фотоном јасно је да се укупна енергија упадног фотона не апсорбује у супстанцији у само једном акту интеракције овог типа. За високоенергетске фотоне (нпр. 1 MeV) може наступити читав низ сукцесивних комптонових расејања, при чему свако од њих појединачно смањује енергију расејаног фотона. Смањењем енергије фотона који се расејава повећава се вероватноћа за фотоефекат, а тим процесом се у коначном у потпуности сва енергија депонује у супстанцији. Овим сукцесивним процесом се енергија упадног фотона може расподелити по значајној запремини материјала.

Вероватноћа расејања фотона дате енергије, за угао  $\theta$  одређена је у квантној електродинамици и аналитички се може изразити помоћу формуле Клајна-Нишине, која након интеграције по просторном углу даје:

$$\sigma_c = 2\pi r_e^2 \left\{ \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon^2} \left[ \frac{2(1+\varepsilon)}{1+2\varepsilon} - \frac{\ln(1+2\varepsilon)}{\varepsilon} \right] + \frac{\ln(1+2\varepsilon)}{2\varepsilon} - \frac{1+3\varepsilon}{(1+2\varepsilon)^2} \right\}$$

где је  $r_e$  класични радијус електрона, а  $\varepsilon = E/m_e c^2$ .

Из формуле Клајна-Нишине се добијају пресеци за Комптоново расејање и за Комптонову апсорпцију. Пресек за расејање  $\sigma_s$  се дефинише као усредњени део укупне енергије коју има расејани фотон, док је пресек за апсорпцију  $\sigma_a$  средња енергија која се преда расејаном електрону. Пошто се електрон зауставља у материјалу, ова средња енергија се апсорбује. Њихова сума се мора поклапати са  $\sigma_c$ :

$$\sigma_c = \sigma_s + \sigma_a \quad (2.4.)$$

$\sigma_s$  се добија из:

$$\frac{d\sigma_s}{d\Omega} = \frac{E^*}{E} \frac{d\sigma}{d\Omega} \Rightarrow \sigma_s = \pi r_e^2 \left[ \frac{\ln(1+2\varepsilon)}{\varepsilon^3} + \frac{2(1+\varepsilon)(2\varepsilon^2 - 2\varepsilon - 1)}{\varepsilon^2(1+2\varepsilon)^2} + \frac{8\varepsilon^2}{3(1+2\varepsilon)^3} \right]$$

пресек за апсорпцију се добија из једначине (2.4.).

Енергијска дистрибуција расејаних електрона добија се уврштавањем у формулу Клајна-Нишинге:

$$\frac{d\sigma_e}{dE_e} = \frac{\pi r_e^2}{m_e c^2 \varepsilon^2} \left[ 2 + \frac{s^2}{\varepsilon^2(1-s)^2} + \frac{s}{1-s} \left( s - \frac{2}{\varepsilon} \right) \right]$$

где је  $s = E_e/E$ . Максимум енергије расејаног електрона је:

$$E_e^{\max} = E \frac{2\varepsilon}{1+2\varepsilon}$$

и зове се *Комптонова ивица*.

Зависност укупног пресека од редног броја атома и енергије упадног фотона може се приближно изразити у облику:

$$\sigma_c = \text{const} \cdot \frac{Z}{E} \quad (2.5.)$$

### 2.2.3. Пар ефекат

Доминантни ефекат интеракције са материјалом за фотоне енергије изнад неколико MeV је производња парова. У овом процесу се енергија фотона претвара у пар електрон-позитрон у Кулоновом пољу језгра. Из овога непосредно следи услов за настанак пар ефекта, односно енергија фотона мора бити већа од двоструке енергије мировања електрона ( $E_\gamma > 1.022 \text{ MeV}$ ). Вишак енергије фотона се расподељује између насталих честица као њихова кинетичка енергија. Електрон и позитрон се успоравају у околном материјалу. Позитрон на крају интерагује са неким од електрона и анихилира се. Уколико анихилијација настаје тек пошто је позитрон изгубио практично сву своју кинетичку енергију, тада настају два фотона са енергијама око 0.511 MeV. Због одржања импулса ова два фотона се емитују приближно у правцима који заклапају угао од  $180^\circ$ . Пошто је електрон слабо везан за атом, мали део енергије мора да се, уз одговарајући импулс, пренесе на атом. Као резултат овог губитка енергије, енергија ова два фитона ће бити нешто мања од 0.511 MeV.

Ни у овом ефекту се енергија упадног фотона не депонује на месту прве интеракције. Кинетичка енергија пара електрон-позитрон се на том месту апсорбује, али сваки од фотона са енергијама од 0.511 MeV односи део енергије на неко друго место где ће је депоновати кроз механизме Комптоновог расејања и фотоефекта.

Пресек за стварање пара електрон-позитрон има веома сложену форму [Slivka00] и може се у аналитичком виду представити само у домену енергија  $5 \cdot m_e c^2 < E_\gamma < 50 \cdot m_e c^2$ . Овај пресек је апроксимативно дат као:

$$\sigma_p \propto Z^2 \cdot \ln E_\gamma \quad (2.6.)$$

када је енергија упадног фотона ван овог интервала пресек расте спорије са повећањем енергије фотона.

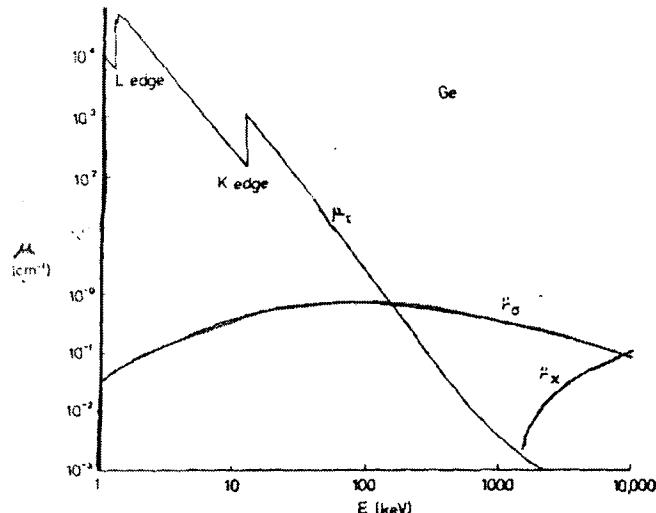
Настајање парова може да се додоги и у пољу атомског електрона при чиму се добијају слична решења за пресек. За апроксимативни рачун за ову интеракцију уместо  $Z^2$  у горњи образац се ставља  $Z(Z+1)$ .

## 2.2.4. Атенуација

У претходним одељцима дат је преглед најзначајнијих ефеката интеракције појединачних фотона са материјалом кроз који пролазе. На овом месту ће бити речи о здруженом ефекту атенуације снопа моноенергетских фотона. Под атенуацијом се подразумева слабљење снопа фотона услед депоновања енергије фотона у материјалу као и расејавање фотона из снопа у самом материјалу. Атенуација се описује величином која се назива атенуациони коефицијент  $\mu$ . Атенуациони коефицијент се дефинише као:

$$\mu = \sigma \cdot \rho \cdot \frac{N_A}{M} \quad (2.7.)$$

где је  $\sigma$  ефикасни пресек дефинисан једначинама (2.2.), (2.5.), (2.6.) за сваки ефекат понаособ,  $\rho$  густина,  $M$  молска маса, а  $N_A$  Авогадров број. Линеарни атенуациони коефицијент има димензије реципрочне дужине. Јасно је да је преко пресека атенуациони коефицијент функција енергије фотона, а ова енергијска зависност је приказана на Сл. 2.2. за германијум, најважнији материјал за конструкцију детектора за  $\gamma$ -спектроскопију.



**Слика 2.2.** Линеарни атенуациони коефицијент за Ge за фотоефекат, Комптоново расејање и производњу парова

материје (у овом случају посматрају се  $\gamma$ -фотони), увек се морају имати у виду ова три основна процеса који су горе наведени. Како је и изложено, када су у питању фотони великих енергија сва три ефекта су укључени у процес атенуације, због тога је укупни атенуациони коефицијент збир атенуационих кјоефицијената за ова три ефекта, једнако добро као што је укупни пресек дат као збир појединачних.

$$\mu = \mu_f + \mu_c + \mu_p = \rho(\sigma_f + \sigma_c + \sigma_p) \frac{N_A}{M} \quad (2.8.)$$

## 2.3. Извори гама зрачења

Извор  $\gamma$ -зрака представља извесна количина материјала која садржи атоме емитере  $\gamma$ -зрака. Дакле, под овим појмом се не мисли само на атоме емитере, већ су ту укључени и носачи радиоизотопа и материјали матрикса. За  $\gamma$ -спектрометрију осим њихове активности и састава зрачења од значаја су и њихове опште особине: унiformност, атенуација зрачења у самом извору, стабилност, генерисање секундарног зрачења и друге.

У основном, разликују се две врсте извора:

1. они који садрже радиоактивни материјал и континуално емитују зрачење. При чему радиоактивне атоме садрже у материјалу носача од истог елемента или у матриксу од других елемената. Али исто тако, постоје извори ове врсте којима радиоактивни атоми нису убачени у неактивни материјал
2. они који су сачињене од атома неактивног материјала, који промптоно емитују зрачење када се озрачују споља честицама и/или фотонима

Поред ових, негде између ова два типа, постоје и извори који у себи садрже и извор за побуђење али и супстанцу за побуђивање.

Према димензијама, извори  $\gamma$ -зрачења се деле на:

- тачкасте
- површинске
- просторне

Строго узевши, сви извори су просторни, али у зависности од димензија детектора наспрам димензија извора, као и растојања извор-детектор, неке од њих могуће је сврстати у тачкасте или површинске. Тако, извор чије су димензије доволно мале да је за дату експерименталну поставку ефикасност детекције иста као и за идеални тачкасти извор, може се априксивно сматрати као тачкасти. По аналогији, површинским извором се може сматрати онај извор чија је дебљина доволно мала да ефикасност буде иста као и за бесконачно танак извор исте величине, укључујући и ефекат геометрије и ефекат атенуације.

Готово сва мерења брзине емисије фотона у  $\gamma$ -спектрометрији су релативна мерења. Извор који се мери упоређује се или директно са стандардним извором емитера истих фотона, или индиректно са стандардним изворима емитерима других фотона, коришћеним за прављење калибрационе криве ефикасности спектрометра. У идеалним околностима и мерени извор и калибрациони извор имају исти облик, густину и хемијски састав. У реалним случајевима разлике постоје које захтевају одређене корекције.

Фотони који подлежу интеракцијама унутар извора или материјала којима је извор обухваћен, не могу да стигну до детектора са својом оригиналном енергијом, те стога не доприносе врху укупне енергије. Укупна атенуација, односно удео фотона који интерагују унутар извора независно од правца под којим је фотон емитован, обично није од интереса. Од правог интереса је удео фотона емитованих у просторни угао дефинисан детектором, а који су атенуирани у извору. Одређивање ове величине детаљно се разматра у [§3.3.].

Често се унапред претпоставља, нарочито када је у питању корекција на самоатенуацију, да су радиоактивни атоми у извору распоређени унiformно. Нехомогеност извора који се геометријски могу сматрати тачкастим може бити од значаја на ниским енергијама до око 20 keV. На вишим енергијама нехомогеност извора игра улогу код извора велике запремине.

Интеракција фотона са материјалом извора и његовог држача доводи до секундарног зрачења (према ефектима описаним у [§2.2.]). Да би се смањио број расејаних кваната, покривке извора, подлоге, држачи и зидови контејнера треба да су танки колико је то механички прихватљиво. За распрострањене изворе, расејање у контејнеру је често занемарљиво у односу на расејање у материјалу матрикса. За дату дебљину подлоге и геометрију држача, интензитет расејања зависи од енергије фотона и од густине  $\rho$  и атомског броја  $Z$  расејавајућег материјала. Све док су трајекторије емитованих фотона кроз материјал кратке у поређењу са средњом дужином пута  $1/\mu$ , број аката расејања је

пропорционалан Комптоновом делу  $\mu_c$  линеарног атенуационог коефицијента  $\mu$ . За енергије изнад 100 keV масени атенуациони коефицијент  $\mu_c/\rho$  се сасвим мало мења са  $Z$ , тако да је број расејаних фотона у основи пропорционалан густини материјала за дате димензије подлоге и држача. На енергијама испод 100 keV ситуација је другачија. У материјалима ниског редног броја  $\mu_c/\rho$  може бити веће него у материјалима високог редног броја. Осим тога, у материјалима високог редног броја преовлађује photoелектрична апсорпција, тако да се фотони скоро сасвим апсорбују у површинској области подлоге и држача. Због тога у овој области материјали високог редног броја нису извори секундарног зрачења, изузев флуоресцентног X-зрачења. Насупрот овоме, за материјале ниског редног броја пресек за photoелектричну апсорпцију је много мањи, тако да целина материјала држача постаје извор комптонски расејаних фотона. Код неких материјала енергија флуоресцентних X-зрака може да се поклапа или да интерфеира са енергијама линија у мерењу спектру, тако да је понекад потребно избегавати одређене материјале.

### 2.3.1. Геометрија извор-детектор

Када се за одређену серију мерења постави и повеже детектор и одговарајућа електроника, мора се донети одлука о томе каква геометрија извора и какав узајамни положај извора и детектора ће бити оптималан за циљ постављен у тој серији мерења.

Што се тиче положаја извора у односу на детектор, односно колико ће извор бити близу самог детектора, то највише зависи од активности извора, али је пожељно размотрити и неке друге аспекте. Предности малог растојања извор-детектор су:

- већа брзина бројања за дату активност извора, из чега следи да је потребно краће време мерења за захтевани одборој у врховима, односно за захтевану статистичку несигурност; мањи утицај позадинског зрачења околине
- могућност да се узме мања количина радиоактивног материјала дате концентрације активности и да се тако смање корекције на атенуацију
- да се смањи атенуација фотона у ваздуху, што је од значаја само за нискоенергијске фотоне

На већим растојањима извора од детектора предности су следеће:

- мање корекције на коинцидентно сумирање
- мање корекције на насумично сумирање за дату активност извора
- тачнија процена атенуације фотона у рас прострањеним изворима
- мања осетљивост ефикасности детекције на мале промене облика извора и његовог положаја

Из овога следи да у сваком конкретном мерењу одлука о растојању извор-детектор треба да буде известан компромис. Разумни циљ је да се појединачни доприноси укупној мерији несигурности ускладе тако да имају упоредиве износе. Ако се прихвати овакав циљ мора се одупрети тежњи да се извор постави што ближе детектору да би се оптимализовала статистика бројања. Сасвим је сигурно да постављање извора директно испред детектора резултује веома малом несигурношћу у одбороју врха (<1%), али тада несигурност корекције на коинцидентно сабирање постаје много већа.

Важно је познавати грешку која настаје када се промаши предвиђени положај извора. Ако је растојање тачкастог извора  $d$  веће од пречника детектора, у првој апроксимацији ефикасност детекције за тачкасти извор пропорционална је ефективном просторном углу  $\Omega$  [§3.3.] који се мења приближно са  $d^{-2}$ . Релативна промена просторног угла за промашај положаја  $\Delta d$  може се проценити из:

$$\frac{\Delta\Omega}{\Omega} = -2 \frac{\Delta d}{d} \quad (2.9.)$$

Значи, за тачкасти извор на 10 cm, грешка од 0.5 mm у репродуковању положаја проузроковаће грешку ефикасности од 1%. За мања растојања употребљава се тачнији израз за просторни угао:

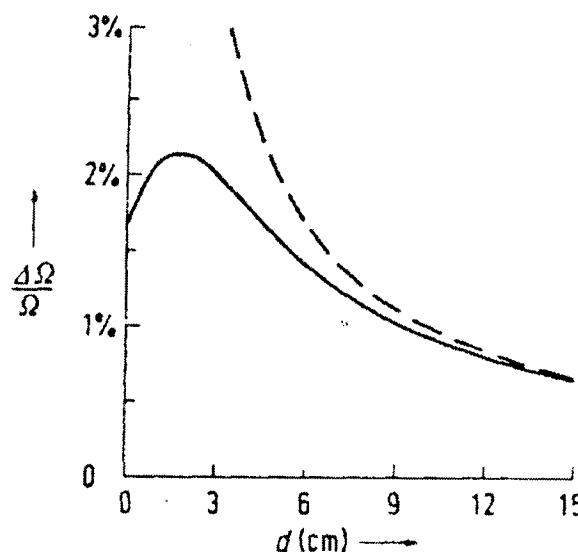
$$\Omega = 2\pi \left( 1 - \frac{d}{\sqrt{d^2 + R^2}} \right)$$

где је  $R$  полу пречник детектора. Тада је:

$$\frac{\Delta\Omega}{\Omega} = \frac{\frac{d}{R} \cdot \frac{\Delta d}{d}}{\left( 1 + \frac{d^2}{R^2} \right) \sqrt{1 + \frac{d^2}{R^2} - \frac{d}{R}}} \quad (2.10.)$$

Анализом криве  $\frac{\Delta\Omega}{\Omega} = f(d)$  која је представљена на Сл. 2.4. види се да за  $d < R$  промена растојања проузрокује промену просторног угла која је слабо зависна од  $d$ . То значи да у том интервалу растојања нема разлога да се бира веће растојање само ради постизања мање осетљивости на варијацију растојања извор-детектор. За изворе који нису тачкасти много је теже проценити ефекте промене растојања извор-детектор, а метода за процену ефективног просторног угла у овом случају изложена је у [§3.3.]

Ефикасност детекције је много мање осетљива на померања извора ван осе детектора и на мале варијације пречника извора него на промене растојања извор-детектор.



**Слика 2.4.** Релативна несигурност ефективног просторног угла за несигурност положаја извора од 0.5 mm као функција растојања извор-детектор  $d$  у геометрији тачкастог извора за кругни детектор полу пречника 3 cm. Континуална крива одговара (2.10.), док испрекидана одговара (2.9.)

### 2.3.2. Геометрија распострањених извора

Максимални ефективни просторни угао постиже се у геометријама у којима или извор опкољава детектор (Маринелијев пехар), или када детектор опкољава извор када је извор мали (детектор облика јаме). Овакве поставке се због тога фаворизују код узорака ниских активности. Иако геометрија Маринелијевог пехара представља оптималну расподелу за

веће количине материјала, стандардни облици Маринелијевог пехара су у пракси због потешкоћа оптимализације облика најчешће замењени цилиндричном геометријом.

Када треба да се одреди концентрација активности из велике запремине материјала ниске активности, поставља се питање колико материјала треба употребити за припрему узорка. Мерена брзина бројања ће се сигурно повећавати непрекидно како се додаје материјал, али за запремине веће од 1 или 2 l пораст брзине бројања неће више бити значајан, јер додати материјал доспева на све веће растојање од детектора, те даје све мањи допринос укупној брзини бројања. За геометрију цилиндричног извора, где се цилиндрични контејнер са узорком ставља на капу детектора, одређена је оптимална висина пуњења од 5 cm за енергије у интервалу 150-1500 keV [Bikit86]. Детаљи овог извођења дати су у [§4.1.]. Израчунавања показују да смањење висине за 50% од оптималне вредности од 5 cm резултује смањењем брзине бројања за 30%, док повећање ове висине за 50% у односу на оптималну повећава брзину бројања за свега 6%. На ниским енергијама самоатенуација поставља горњу границу корисне висине (у води, на енергији од 50 keV самоатенуација износи 10%). За додатни материјал извора изнад 3 cm атенуација је већ 60% те стога не доводи до значајног повећања брзине бројања.

Ако се узме дефинисана маса извора, а оптимализује однос полупречника и висине у цилиндричној геометрији, у [Vesić89] показано је да оптимални облик извора тежи више спљоштеном него аксијално издуженом облику.

### 3. Ефикасност детекције

У спектрометрији фотона ефикасност се сасвим генерално може дефинисати као однос брзине бројања детекторског система и брзине емисије фотона дате енергије. У  $\gamma$ -спектрометрији уобичајени су следећи појмови везани за ефикасност:

- *Релативна ефикасност* је номинална перформанса детектора која представља однос ефикасности детекције  $\gamma$ -зрака од 1332 keV из  $^{60}\text{Co}$  према ефикасности стандардног сцинтилационог детектора са кристалом NaI(Tl) величине 3x3
- *Апсолутна ефикасност врха укупне енергије* је однос површине врха укупне енергије у мереном спектру према броју  $\gamma$ -зрака емитованих из извора. Из ње се одређује активност радионуклида у извору (зависи од геометрије извор-детектор)
- *Апсолутна тотална ефикасност* је однос одбороја на ма ком месту у спектру према броју  $\gamma$ -зрака емитованих из извора. Овде се узима у обзир врх укупне енергије и све некомплетне апсорпције представљене комптонским континуумом.
- *Сопствена ефикасност* је однос одбороја у спектру према броју  $\gamma$ -зрака који падну на детектор. Може се дефинисати као сопствена ефикасност врха укупне енергије или као сопствена тотална ефикасност. Ова ефикасност је основни параметар детектора и независна је од геометрије извор-детектор.

#### 3.1. Израчунавање ефикасности

Ефикасност врха укупне енергије зависи од енергије на сложен начин. У интервалима енергија где је фотоефекат доминантан ефекат интеракције  $\gamma$ -зрака са материјалом детектора, ова енергијска зависност се може проценити помоћу производа вероватноће да фотон стигне до детектора и вероватноће да буде апсорбован. Уз претпоставку да фотони упадају нормално на површину детектора, може се апроксимирати сопствена ефикасност  $\epsilon_{\text{in}}$  детектора без прозора, за енергије до 70 keV једначином:

$$\epsilon_{\text{in}} = 1 - e^{-\mu d} \quad (2.11.)$$

где је  $\mu$  линеарни атенуациони коефицијент за германијум, а  $d$  дебљина детектора. Овде се претпоставља да фотон или пролази кроз детектор без икакве интеракције, или ако пак дође до интеракције тада он доприноси врху укупне енергије.

На вишим енергијама вишеструки догађаји комптонских расејања и производње парова доприносе врху укупне енергије, због тога је израчунавање ефикасности по (2.11.) немогуће. До сада није изведена аналитичка функција заснована на физичким процесима у детектору која би на задовољавајући начин описивала енергијску зависност ефикасности врха укупне енергије изнад 100 keV. Предложено је неколико полуемпиријских израза за ефикасност ([Freeman66], [Mowat69],[Harvey70],[Euler70]) који се заснивају на процесима који су описаны у [§2.2.], али ни један од модела не обећава елиминацију потребе за експерименталним одређивањем ефикасности.

##### 3.1.1. Метод Монте Карло

Метод Монте Карло се заснива на симулацији историја појединачних фотона. У овом методу се прати сваки фотон од неког тачкастог извора, на свом путу кроз запремину извора па све до детектора, као и у самом детектору. Овај метод подразумева да фотон интерагује са материјом према ефектима који су описаны у [§2.2.], док се при тим ефектима стварају електрони, позитрони и секундарни фотони у које спадају фотони закочног зрачења, флуоресцентног зрачења као и анихиляциони квант. У методу Монте Карло се ове честице као и секундарни фотони такође прате кроз детектор. Да би се одредио резултат интеракције, у свакој тачки интеракције користи се вероватноћа сваког могућег типа

интеракције као и сви могући углови расејања. Пратећи на овај начин све могуће процесе до њиховог крајњег стадијума могуће је израчунати комплетну спектралну расподелу, при чему та расподела не садржи статистичко ширење ни ефекте зрачења које је расејано из околине детектора ка самом детектору. Уколико је циљ рачуна одређивање ефикасности врха укупне енергије, праћење догађаја се може прекинути у тренутку када било која од честица напусти детектор.

Улазни подаци неопходни за Монте Карло интеграцију су:

- Димензије извора као и растојање извор-детектор
- Димензије кућишта детектора и осетљивих и неосетљивих зона детектора
- Елементарни састав и густина као и њихови атенуациони коефицијенти свих материјала, кроз које пролазе фотони
- Пресеци за различите интеракције фотона у материјалу детектора у функцији енергије и угла расејања
- Информације о транспорту електрона и позитрона кроз материјал детектора

У суштини, овај метод не даје никаква ограничења за облике извора и детектора, па ни њихове узајамне геометријске поставке, мада је цилиндрична геометрија најједноставнија за израчунавање.

Оригинална метода ефикасности пролаза (трансфера) у основи користи Гаусове интеграције за израчунавање тражених тоталних ефикасности детекције. Монте Карло интеграција је још један прикладан избор за вишедимензионе системе, и као таква представља интеграције по релевантним запреминама самог узорка и детектора. Монте Карло интеграције су кратког времена рада, ефикасане и једноставне за имплементацију.

У прошлости је Монте Карло апроксимација била развијена само за NaI детекторе, пошто се NaI детектор може описати много мањим бројем параметара него што је то случај код HPGe детектора. До сада је развијен само један програм за *efficiency transfer* са HPGe детектором који користи Монте Карло интеграције, с тиме да се у овом програму геометрија детектора задржава на једноцилиндричном детекторском систему. Овај програм захтева да се ефекти самоапсорпције у узорку као и ефекти атенуације у неактивним слојевима, рачунају одвојено од прорачуна за вероватноћу интеракција  $\gamma$ -зрачења са кристалом детектора.

У овим прорачунима рачуната ефикасност пика пуне енергије разликовала се од мерење за 5-10%, па и више, а уједно ни прорачуни за пређене путеве  $\gamma$ -зрака кроз релевантне слојеве нису били баш најтачнији могући. Несигурност експерименталних вредности је обично много мања од 5%, тако да се ове разлике морају приписати систематским грешкама или несигурностима израчунавања. Овај ниво одступања је прихватљив и има три главна разлога. Прво, постоји ограничење због статистике. Метод Монте Карло симулира физички процес губитка енергије у кристалу детектора, стога уколико би постојао захтев да овај метод даје резултате са малом статистичком несигурношћу, он не би чинио много апроксимација, а ово би захтевало значајно време за израчунавања по свакој тачки интеракције, као и обраду изузетно великог броја догађаја. Друго, сам реални детектор представља ограничење због тога што постоје приметне несигурности у облику и величини осетљиве запремине детектора. Иако произвођачи детектора дају ове податке, они најчешће нису дововољно тачни. Треће, постоји и физичко ограничење које се првенствено односи на вероватноће интеракције и угаоне дистрибуције фотона и електрона. Таблични атенуациони коефицијенти за фотоне имају несигурност 2-5%, те тако чине систематски грешку у просторној расподели преноса енергије. Несигурност ефеката описаних у [§2.2.] је још већа. Такође постоје несигурности у вези транспорта електрона и позитрона. Тешко је проценити како ове несигурности утичу на резултате прорачуна Монте Карло. А ту се свакако провлачи спектрометријски проблем при упоређивању рачунатих и измерених вредности, јер се може произвољно оценити шта од продужетка врха припада врху, а шта не.

Развијен је програм [Vidmar05] који користи много разумљивији и прикладнији детекторки модел, који у себи садржи све релевантне податке о процесима, те узима све самоапсорpcione и атенуационе ефекте у разматрање, као саставне делове својих прорачуна, што свакако доводи до побољшања резултата прорачуна. Овај метод може да се

примени за оба типа (n- и p-) полупроводничких детектора, као и цилиндричних геометрија извора свих облика и састава узорка; али само ако се извор поставља коаксијално са детектором.

Рачун ефикасности се спроводи преко једначине (3.5.). Две виртуелне тоталне ефикасности се рачунају преко програма а затим се требају измерити ефикасности. Резултат је тражена ефикасност пуне енергије запреминског извора.

За прорачуне вероватноће интеракције сваког  $\gamma$ -зрака са кристалом детектора  $I_i$ , дужина пређеног пута кроз кристал детектора треба бити позната, једнако добро као и кроз апсорбујуће слојеве између извора  $\gamma$ -зрака и кристала детектора. Пошто је модел само цилиндрични, једина комплексна операција која се захтева у овом програму је рачунање дужине путева које прелази  $\gamma$ -зрак кроз цилиндар датих димензија. Вероватноћа интеракције  $P_i$  за  $\gamma$ -зрак је тада дата једначином:

$$P_i = [1 - e^{-\mu \cdot l_i}] F \quad (3.1.)$$

где је  $\mu$  атенуациони коефицијент германијума, а  $F$  фактор атенуације који представља производ чланова  $e^{-\mu_j \cdot l_{ij}}$ , где су индексом  $j$  означени материјали кроз које  $\gamma$ -зрак пролази на свом путу ка детектору, док су  $l_{ij}$  пређени путеви фотона у одговарајућим материјалима.

Језгро-емитер  $\gamma$ -зрака се бира најсушично унiformном дистрибуцијом преко целе запремине узорка, и узима се да свако од њих најсушично и изотропно еmitује фотоне у просторни угао  $\Omega_i$ . Одабиром много оваквих  $\gamma$ -зрака те одмеравајући њихове вероватноће интеракције, и сумирајући конституенте Монте Карло интеграција даје тоталну ефикасност потребну за метод проласка (трансфера) у сагласности са једначином (3.5.), односно:

$$\varepsilon = \frac{1}{4\pi N} \sum_{i=1}^N \Omega_i P_i \quad (3.2.)$$

где је  $N$  број  $\gamma$ -зрака (најсушично одабраних) створених у извору. За апликацију једначине (3.4.) сваки прорачун треба бити спроведен два пута, за тачкасти извор те за запремински извор.

Овај програм је потврђен експериментима из *Euromet* студије [Lepy00] у којој је упоређено неколико програма за израчунавање пролаза (трансфера) за p-тип HPGe детектор, као и за различите геометрије извор-детектор и густине узорка. Резултат ове студије потврдио је ваљаност овог програма. Тотални Монте Карло кодови, који су такође били обухваћени овом студијом су давали боље резултате, али су захтевали много дуже време калкулација. Упоредо са овим, констатовано је подцењивање вредности ефикасности за мале енергије, а прецењивање за високе енергије како код овог програма тако и код других; објашњење овога се тек очекује.

Ипак ова израчунавања методом Монте Карло могу бити од изузетне користи за добијање релативних ефикасности, будући да у овом случају несигурности у интеракционим параметрима и геометријским улазним подацима имају мале утицаје на коначни резултат, у којем због тога доминира статистичка несигурност Монте Карло метода.

Сасвим генерално, резултати израчунавања могу доста помоћи у интерполацији и екстраполацији експерименталних тачака. Са повећањем прецизности у познавању димензија осетљиве области код савремених детектора, побољшаним табличним вредностима физичких параметара и повећањем брзине рачунара, потреба за експерименталном калибрацијом детекције ће се постепено смањивати.

### 3.2. Експериментална калибрација ефикасности

Овде се посматра ефикасност врха укупне енергије  $\varepsilon$  која представља однос одброја детектованог под врхом укупне енергије према броју распада у извору:

$$\varepsilon = \frac{R}{A \cdot p_\gamma} \quad (3.3.)$$

где је  $R = N_{\Delta t} / \Delta t$  брзина бројања под врхом укупне енергије изражена у  $s^{-1}$ ,  $A$  (Bq) средња вредност активности извора у датом интервалу времена док је  $p_\gamma$  вероватноћа емисије мерених  $\gamma$ -зрака дате енергије.

Сасвим генерално, активност извора је позната величина, као и  $p_\gamma$  за линије које се користе приликом калибрације ефикасности, док се вредности  $R$  добијају мерењем. Тако је у потпуности омогућено израчунавање ефикасности за различите (познате) енергије  $\gamma$ -зрака које емитује калибрациони извор. При овоме, активност извора мора бити коришћена на распад од дана припреме коришћењем поузданних вредности за полуживот датог нуклида.

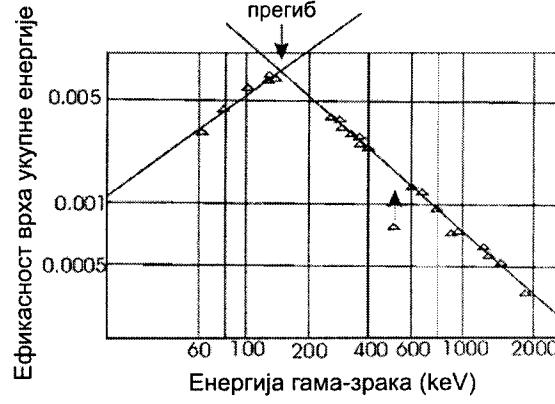
Уобичајено је да се на основу мерења већег броја  $\gamma$ -зрака конструише крива ефикасности графички представљена у функцији енергије. На Сл. 3.1. приказана је та функционална зависност за коаксијални детектор р-типа у log-log скали. Представљена на овај начин зависност је линеарна у већем делу највише коришћеног енергетског интервала (130-2000 keV). Ван овог интервала ефикасност опада; испод 130 keV због апсорпције у капи детектора као и у мртвим слојевима, док на енергијама изнад 2000 keV ефикасност опада брже него што индицира линеарна релација. Тешко је одредити једноставну функцију која би одговарала подацима у целом енергиском интервалу, па се често подаци деле у две области, као што се и на Сл. 3.1. види, једну испод прегиба на око 130 keV и једну изнад.

Када је крива ефикасности конструисана она се може интерполирати да би се добиле вредности ефикасности потребне за израчунавање активности из површине врха решавањем једначине (3.3.) по  $A$ .

Постоје ситуације када у пракси није потребна комплетна калибрациониа крива. Тада се узорци и стандарди мере под идентичним условима, па се површине врхова у њиховим спектрима пореде директно. Увек је много боље вршити мерења у односу на референтни стандард за сваки тражени радионуклид, него користити се резултатима интерполације калибрационе криве.

Осим тога што је неопходно водити рачуна да калибрациони спектри треба да буду високог квалитета, важно је водити рачуна о експерименталним условима под којима се калибрациони извори мере. Идеалан случај би представљао тачкасти извор монокроматског зрачења, при малој брзини бројања и на разумно малом растојању извор-детектор. Калибрациони крива често може бити неадекватна за примену на реални узорак а најчешћи разлози за то су:

- Промена растојања извор-детектор
- Промена облика извора
- Апсорпција унутар извора
- Насумично сумурање при велиkim брзинама бројања
- Радиоактивни распад извора током бројања



Слика 3.1. Крива ефикасности за коаксијални детектор р-типа са затвореним крајем



### 3.2.1. Корекције услед растојања извор-детектор

Интензитет γ-зрака емитованих из извора опада са растојањем према инверзном квадратном закону, мада строго узвиши, ово се може применити само за тачкасте изворе и тачкасте детекторе. Потпуна апсорпција γ-зрака се најчешће састоји од вишеструког расејања унутар детектора, стога тачка нултог растојања извор-детектор мора бити негде унутар активне запремине кристала детектора. Ова тачка се одређује експериментално, тако што се претпостави да важи закон инверзног квадрата, па тада брзина бројања мора бити:

$$R \propto d^{-2}$$

где растојање  $d$  представља суму познатог растојања од извора до капе детектора  $D$  и непознатог растојања од капе детектора до нулте тачке унутар детектора  $d_0$ , као што је то приказано на Сл. 3.2. Из тога следи да је:

$$\frac{1}{\sqrt{R}} = \text{const} \cdot (D + d_0)$$

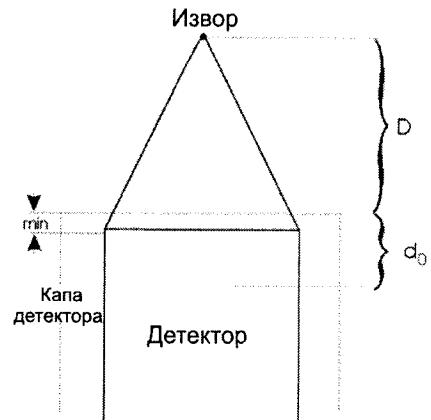
Помоћу ове функције може се добити вредност  $d_0$ , тако што се активност извора мери са различитих растојања  $D$ , тада ће на снимљеном графику одсечак на апсциси давати вредност  $d_0$ . За  $R$  се може узети укупна брзина бројања γ-зрака или брзина бројања на некој датој енергији из површине врха у спектру. Вредност  $d_0$  није константна већ представља функцију од енергије γ-зрака. Нискоенергетски фотони апсорбују се у делу детектора који је најближи капи детектора, док ће ефективна нулта тачка за γ-зраке са њиховим порастом енергије проридати све више у запремину детектора.

Крива из претходног разматрања показује нелинеарност у непосредној близини детектора. Без обзира на то, изгледа да се инверзни закон квадрата може употребити ако је позиција нулте тачке  $d_0$  одређена за дату енергију γ-зрака, као и ако је растојање извор-детектор доволјно велико. Ово друго ограничење последица је изгубљених одбода због правог коинцидентног сумирања. За нуклид који емитује γ-зраке једне енергије ово ограничење није неопходно.

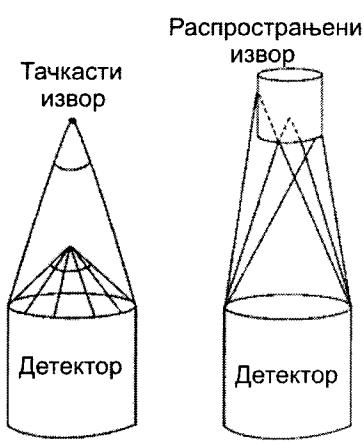
Корекције овог типа најбоље је избегавати. Много је боље стандардизовати неколико позиција и мерити емпиријске корекционе факторе за њих. Такве корекције су тачне само у случају ако се одређују за сваку γ-линију сваког радионуклида.

### 3.2.2. Корекције услед разлике у геометрији узорка

Уколико имамо фиксирано растојање извор-детектор, али се сада облик извора мења, или тачније, одступа од тачкастог извора, то ће узроковати опадање интензитета γ-зрака на месту детектора. За рас прострањене изворе израчунавање ефективног просторног угла који одређује упадни интензитет γ-зрака [§3.3.], се битно компликује. Ово се јавља због тога што свака тачка рас прострањеног извора види детектор под другим углом, како то сугерише Сл. 3.3., те стога различито доприноси укупном интензитету γ-зрака.



Слика 3.2. Корекција извор-детектор, приказ релевантних величина



Слика 3.3. Различити просторни углови под којима се види детектор из извора

За изворе у облику танког диска изведене су приближне једначине и објављене су табеле корекционих фактора активности распрострањеног извора на еквивалент тачкастог извора [Debertin88]. Основни проблем за просторне изворе су компликоване интеграције и немогућност добијања једноставног израза за израчунавање геометријског корекционог фактора. Најчешће, лабораторије раде са малим бројем стандардизовних геометрија узорака, а најједноставнији начин за успостављање релације између узорака разних геометрија је преко емпириских фактора одређених експериментално за сваку енергију  $\gamma$ -зрака и за сваки радионуклид понаособ.

### 3.2.3. Корекција на висину цилиндричног узорка

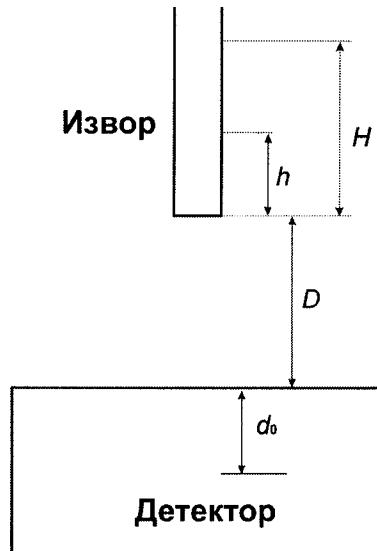
Емпириска корекција за мале промене висине цилиндричних извора се може лако израчунати. Цилиндрични извор се може апроксимативно сматрати тачкастим извором који је смештен на неком растојању од базе извора која је ближа детектору, унутар запремине реалног извора. Ако се предпостави да ће за мале промене висине то растојање бити константни део  $f$  од укупне висине цилиндра  $H$ , тада је:

$$\frac{1}{\sqrt{R}} = kD + kd_0 + kf\bar{h}$$

где је  $\bar{h}$  ефективна висина извора, како је то приказано на Сл. 3.4. За сталну позицију извора у односу на детектор, прва два члана ове једначине су константна па их је могуће груписати у константу  $K$ :

$$\frac{1}{\sqrt{R}} = K + kf\bar{h}$$

сада је потребно ставити извесну количину радиоактивног материјала у цилиндрични држач, па мерити како се мења брзина бројања при постепеном разређивању материјала неком пасивном супстанцом. Линеарна регресија  $1/\sqrt{R}$  према висини извора омогућује да се одреди  $K$  као одсечак и  $kf$  као нагиб праве. Из претходне једначине се може извести следећи израз за корекцију активности на стандардну висину  $H_s$ :



Слика 3.4. Корекција на висину узорка, приказ релевантних величина

$$R_s = R_H \left( \frac{1 + FH}{1 + FH_s} \right)^2$$

где је  $F = f/kK$ . При извођењу ове једначине начињена су многа поједностављења, тако да се не може очекивати да ова корекција буде задовољавајућа за велике промене у геометрији. Уједно, овде нису укључене корекције на право коинцидентно сумирање.

Опадање ефикасности са растојањем, ако се узорак мери близу детектора, је такво да има мало смисла да се висина узорка повећава много преко 2 см. Ако је потребно мерити већи узорак, боље је уместо висине повећавати површину узорка најмање до површине кристала детектора.

### 3.2.4. Самоапсорпција у рас прострањеном извору

Унутар рас прострањених извора услед апсорпције  $\gamma$ -зрака долази до тзв. самозаклањања, посебно ако је извор велике густине. Зато је битно да се у калибрацији ефикасности упоређују директно калибрациони извори и узорци припремљени у истој геометрији и са истом густином. Ако постоје варијације густине од узорка до узорка, упутно је размотрити могућност смањења густине узорка помоћу неактивног материјала, за шта се обично користи прах целулозе који има малу густину и веома мало доприноси апсорпцији. Разлике у густини ће и надаље постојати али су доволјно мале да се могу занемарити.

Због ефекта самоапсорпције унутар извора ефикасност детектора се не може изразити просто као производ енергијски независног геометријског фактора, унутрашње ефикасности и фактора апсорпције већ само приближно као:

$$\varepsilon(E) = \frac{R(E)}{T(E) \cdot p_\gamma(E) \cdot A} \quad (3.4.)$$

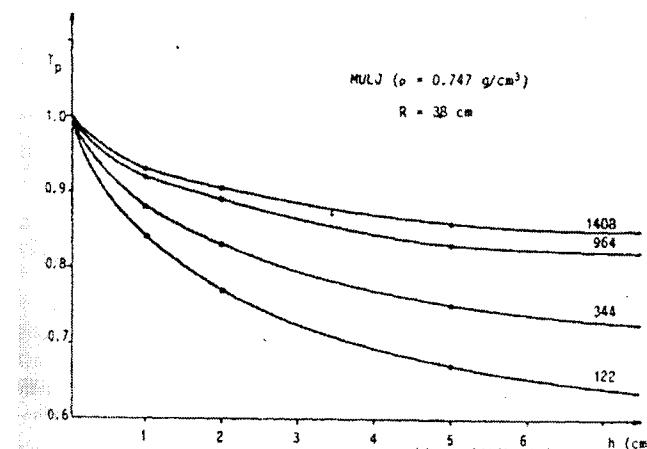
где је  $R(E)$  измерена брзина бројања,  $T(E)$  транспаренција извора [Kaplanis82], а производ  $p_\gamma(E) \cdot A$  је брзина емисије  $\gamma$ -зрака. Ово важи само у случају када се калибрација ефикасности детектора и мерење узорака врши у истој геометријској поставци. За цилиндричне изворе транспаренција се може одредити као:

$$T(E) = e^{-\mu(E) \cdot l_m}$$

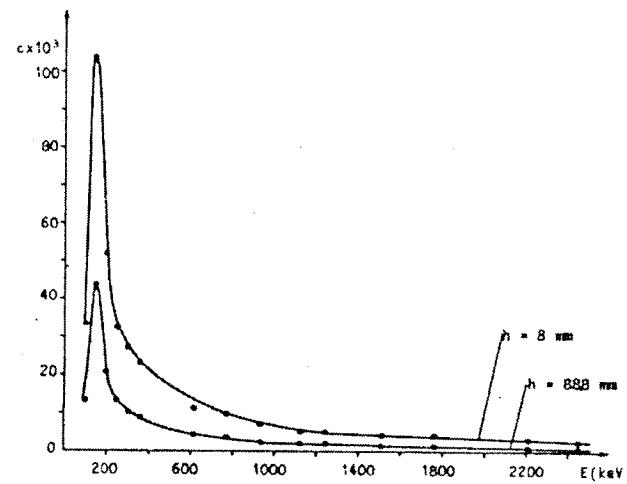
где је  $\mu(E)$  линеарни атенуациони кофицијент, а  $l_m$  средња слободна путања фотона у извору, која се може одредити за цилиндричне узорке различитих висина. Вредност линеарног атенуационог кофицијента за узорке различите густине, гранулације и порозности најбоље је одредити експериментално мерењем атенуације  $\gamma$ -зрака из тачкастог извора, и то како за калибрациони рас прострањени извор, тако и за узорке чија се специфична активност жели мерити [Bikit85]. График зависности транспаренције речног муља од висине узорка, по одређеним енергијама представљен је на Сл. 3.5.

На Сл.3.6. приказана је крива ефикасности Ge(Li) детектора за цилиндричне изворе различитих висина.

Могуће је и израчунавање ефикасности за рас прострањене изворе полазећи од познате калибрације ефикасности за тачкасте изворе. Метод за израчунавање ефикасности коаксијалних детектора за цилиндрично формирани узорке разрађен је у [Moens81]. Овај метод



Слика 3.5. Транспаренција узорка муља различитих висина



Слика 3.6. Крива ефикасности Ge(Li) детектора за цилиндричне изворе

узима у обзир атенуацију фотона у извору и у сваком релевантном атенуационом слоју укључујући кућиште детектора и неактивне делове запремине детектора. Метод је заснован на израчунавању тоталне ефикасности  $\varepsilon_t$ , дефинисане као вероватноће да фотон погоди активну зону детектора без претходне интеракције у извору или околним слојевима и да интерагује са материјалом детектора photoелектричном апсорпцијом, комптонским расејањем или производњом пара. У рачун улазе све димензије детектора (пречник и дебљина активне зоне, величина језгра детектора, мртвих и контактних слојева, кућишта итд.) и извора, те масени атенуациони коефицијенти свих релевантних материјала. Интеграли у рачунској процедуре решавају се нумерички. Да би се добила ефикасност врха укупне енергије  $\varepsilon$ , аутори претпостављају и доказују да је однос  $\varepsilon/\varepsilon_t$  независан од геометрије извор-детектор и од геометрије извора и да је својствена карактеристика самог детектора.

Ако је ефикасност врха укупне енергије  $\varepsilon_p$  одређена експериментално за геометрију тачкастог извора, ефикасност врха укупне енергије за произвољну геометрију  $\varepsilon_v$  може бити изведена из:

$$\varepsilon_v = \varepsilon_p \frac{\varepsilon_{t,v}}{\varepsilon_{t,p}} \quad (3.5.)$$

где су  $\varepsilon_{t,v}$  и  $\varepsilon_{t,p}$  одговарајући резултати израчунавања тоталне ефикасности. Тотална ефикасност  $\varepsilon_t$  није иста као она дефинисана раније у [§3]. Наиме, експериментална тотална ефикасност, која се добија као однос укупног снимљеног одброја према укупном броју емитованих фотона дате енергије, обично је већа, јер сви фотони расејани некохерентно у извору и у окружујућим материјалима доприносе спектру, а нису садржани у овде коришћеној вредности  $\varepsilon_t$ . Предност овог метода је у томе што се рачуна однос ефикасности, тако да грешке улазних информација имају тенденцију потирања.

Само израчунавање засновано је на концепту тзв. ефективног просторног угла  $\bar{\Omega}$  за дату конфигурацију извор-детектор, који ће бити детаљније разрађен у [§3.3.]. Може се показати да је:

$$\frac{\varepsilon_{t,v}}{\varepsilon_{t,p}} = \frac{\Omega_v}{\Omega_p}$$

тако да, ако се за дате конфигурације могу израчунати ефективни просторни углови  $\Omega_p$  и  $\Omega_v$ , могуће је на основу мерене ефикасности за тачкасти извор  $\varepsilon_p$  рачунски одредити ефикасност за волуминозни извор  $\varepsilon_v$ :

$$\varepsilon_v = \varepsilon_p \frac{\Omega_v}{\Omega_p} \quad (3.6.)$$

Док је у оригиналном раду [Moens81] израчунавање ограничено на случај када је полупречник цилиндричног извора мањи од полупречника детектора,  $R_s < R_d$ , у [Lippert83] развијен је сличан модел без овог ограничења.

Овај метод је тестиран са тачкастим, површинским и цилиндричним изворима на различитим растојањима за различите полупроводничке детекторе и добијено је слагање експерименталних и израчунатих вредности испод 3%, када су димензије детектора добро познате. Код израчунатих вредности иначе могу настати грешке услед погрешних претпоставки о димензијама детектора и атенуационих коефицијената. Провера утицаја ових несигурности улазних података показала је да је пречник детектора најкритичнији параметар. Ако имамо на располагању експерименталне калибрације ефикасности за две или више мерних геометрија, упоређивање израчунатих ефикасности омогућава

побољшавање улазних параметара, побољшавајући на тај начин тачност израчунавања за следеће геометрије. Кориснички оријентисани програм Angle за персоналне рачунаре заснован на овом принципу овде ће бити укратко презентован у [§3.3.3.].

### 3.3. Метод ефективног просторног угла

За апсолутно мерење  $\gamma$ -активности, потребно је познавати апсолутну ефикасност врха укупне енергије  $\varepsilon$  бројачког уређаја за дату енергију  $\gamma$ -зрака  $E_\gamma$ . Експериментално одређивање ефикасности врха укупне енергије као функције од  $E_\gamma$  је једноставно у случају тачкастих извора и великих растојања извор-детектора. Припремање прецизно искалибрисаних  $\gamma$ -извора различитих облика и састава је тежак посао; штавише, понекад је неоствариво, као у случају када треба да се одреди ефикасност за велики метални  $\gamma$ -емитер. Стога, повољније је проблем апсолутне ефикасности врха укупне енергије решавати рачунским путем. У том смислу, одређене методе израчунају само геометријски просторни угао под којим се детектор види из извора, што је незадовољавајуће за детекцију  $\gamma$ -зрака, будући да се тако изоставља разматрање два главна проблема, атенуације  $\gamma$ -зрака и одзива детектора на упадајуће  $\gamma$ -зраке. У суштини ти ефекти се не могу кориговати засебним прорачунима. Други методи пак укључују одзив детектора у своје прорачуне, али ограничавајући само на одређивање totalне ефикасности  $\varepsilon_t$ . То је урађено за једноставне цилиндричне детекторе, као што су NaI(Tl)-кристални, планарни Ge(Li) детектори, или германијумски детектор са сопственом проводљивошћу (intrinsic), како за тачкасте изворе, тако и за изворе облика диска. Totalна ефикасност великих коаксијалних Ge(Li) детектора, са једним или са оба отворена kraja, takoђe је израчуната на такав начин, али само за тачкасте изворе постављене на оси симетрије детектора. Ипак, ни једна од горе наведених метода није у прорачуне укључивала атенуацију.

У [Gunnik72] и [Cline79] је развијена семијемпириска метода за налажење ефикасности врха пуне енергије коаксијалног Ge(Li) детектора укључујући експлицитне или имплицитне корекције за атенуацију  $\gamma$ -зрака. Размотрени су тачкасти извори, али и извори у облику диска, као и цилиндрични и сферни извори. Ипак те технике су засноване на апроксимативном математичком моделу, који детекторе и изворе представљају као физичке тачке.

Циљ рада [Moens81] био је представљање новог и тачнијег прилаза прорачуну ефикасности врха пуне енергије коаксијалних Ge(Li) детектора. Метод је очигледно применљив и на детекторе без p-језгра, као што су NaI(Tl), германијумски детектор са сопственом проводљивошћу (intrinsic) итд. Узети су у обзир тачкасти извори, извори у облику диска и цилиндрични извори. Није коришћен никакав поједностављујући модел, а геометријски аспект, допринос бројању детектора и атенуација  $\gamma$ -зрака у извору и у апсорбујућим међуслојевима третирани су истовремено. Иако је метод семијемпириски, експериментални поступак потребан у његовој примени је кратак, једноставан и користи се у већини нуклеарних лабораторија.

Да би се детектовао као догађај испод врха укупне енергије,  $\gamma$ -фотон емитован из извора мора да задовољи три захтева:

- треба да погоди активну зону детектора без енергетских губитака у самом извору или у материјалу међуслоја,
- треба да интерагује са детекторским материјалом на начин другачији од кохерентног расејања,
- фотон треба да пренесе сву своју енергију на материјал детектора доприносећи тако одброју испод врха укупне енергије (поште прикупљање носилаца наелектрисања није узето у обзир у овом прилазу).

Директно рачунање ефикасности врха укупне енергије  $\varepsilon$  захтева веома сложене прорачуне. Са друге стране, тотална ефикасност  $\varepsilon_t$  се може израчунати много лакше. Због тога овде изнесена метода даје ефикасност врха укупне енергије полазећи од прорачуна тоталне ефикасности. Прво се даје ефективни просторни угао  $\bar{\Omega}$ , који узима у обзир вероватноћу да буду испуњена прва два горе наведена услова, па је тотална ефикасност тада дата као:

$$\varepsilon_t = \frac{\bar{\Omega}}{4\pi}$$

веза између  $\varepsilon_t$  и  $\varepsilon$  може се одредити на следећи начин. Ефикасност врха укупне енергије се може представити као:

$$\varepsilon = \varepsilon_f + \varepsilon_c + \varepsilon_p$$

где су  $\varepsilon_f$ ,  $\varepsilon_c$  и  $\varepsilon_p$  удели  $\varepsilon$  који одговарају фотоефекту, вишеструком Комптоновом расејању и производњи парова. Слично томе,  $\bar{\Omega}$  можемо представити преко збира, дефинишући ефективне просторне углове  $\bar{\Omega}_f$ ,  $\bar{\Omega}_c$  и  $\bar{\Omega}_p$  који представљају вероватноће да емитовани  $\gamma$ -квант интерагује фотоелектричним, Комптоновим или пар ефектом респективно, те се може написати:

$$\varepsilon = \frac{1}{4\pi} (\bar{\Omega}_f + \kappa \cdot \bar{\Omega}_c + \nu \cdot \bar{\Omega}_p)$$

где су  $\kappa$  и  $\nu$  удели доприноса Комптоновог и пар-ефекта одброју укупне енергије. Може се доказати да је:

$$\frac{\bar{\Omega}}{\mu_t} = \frac{\bar{\Omega}_f}{\mu_f} = \frac{\bar{\Omega}_c}{\mu_c} = \frac{\bar{\Omega}_p}{\mu_p} \quad (3.7.)$$

где је  $\mu_t$  тотални линеарни апсорpcionи коефицијент детекторског материјала за  $\gamma$ -зраке дате енергије  $E_\gamma$ , а  $\mu_f$ ,  $\mu_c$  и  $\mu_p$  су апсорpcionи коефицијенти за фотоелектрични, Комптонов и пар ефект. Користећи (3.7.), добија се:

$$\varepsilon = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\mu_f + \mu_c \kappa + \mu_p \nu}{\mu_t} \right) \bar{\Omega} = \frac{1}{4\pi} \frac{P}{T} \bar{\Omega} = \frac{P}{T} \varepsilon_t \quad (3.8.)$$

где је  $P/T$  "виртуелни" однос врха укупне енергије према укупном одброју, а који се односи на голи детектор без материјала који га окружује.

Када је  $\varepsilon_t$  познато, проблем се своди на одређивања односа  $P/T$ . Вредности  $\kappa$  и  $\nu$  су непознате и могуће их је добити само апроксимативно из Монте Карло прорачуна, те је јасно да се однос  $P/T$  не може експериментално одредити. Уобичајено дефинисани однос врха према укупном одброју, који важи за актуелни детекторски систем, није применљив у овом случају; заправо, укупној површини спектра доприносе  $\gamma$ -зраци некохерентно расејани у међуслојевима и околним материјалима, који стижу до детектора са смањеном енергијом. Експериментално добијени однос врха према укупном одброју је функција параметара узорка и детекционе геометрије. Однос  $P/T$  у (3.8.) односи се на оголјено, активно језгро детектора. На тај начин на "виртуелни" однос врха према укупном одброју, нарочито у области ниских енергија, утичу секундарни ефекти, као што је поште сакупљање носилаца наелектрисања и други. Међутим, у раду [Moens81] је претпостављено да је овај однос независан од узорка и детекционе геометрије и да је својствена карактеристика коришћеног детектора.

Семијемпириско одређивање  $\varepsilon$  за било какав узорак и било какву детекциону геометрију може се извести на следећи начин. Прво се експериментално одреде криве  $\varepsilon_{\text{ref}} = f(E_\gamma)$  за тачкасте изворе на великим растојањима од детектора; ово је стандардна процедура која се може користити за вишелинијске  $\gamma$ -изворе као што су  $^{152}\text{Eu}$ ,  $^{226}\text{Ra}$ ,  $^{182}\text{Ta}$ ,  $^{160m}\text{Ho}$ , пошто се у том случају праве коинциденције могу занемарити. Затим се израчуна  $\bar{\Omega}$  за ову експерименталну референтну конфигурацију, као и за свако дато растојање извора од детектора и геометрију извора, тако да се омогући конструкција кривих  $\varepsilon = f(E_\gamma)$ , што се мора учинити за довољан број  $\gamma$ -енергија.

Ефикасност врха пуне енергије  $\varepsilon$  за било коју разматрану конфигурацију и за било које друге енергије се може израчунати из:

$$\varepsilon = \varepsilon_{\text{ref}} \cdot \frac{\bar{\Omega}}{\bar{\Omega}_{\text{ref}}} \quad (3.9.)$$

Једина овде учињена претпоставка је константност "виртуелног" односа врха укупне енергије према укупном одброју  $P/T$ . Експериментални резултати наведени у [Moens81] оправдавају ову претпоставку са несигурношћу од пар процената.

### 3.3.1. Израчунавање геометријског просторног угла за цилиндричне изворе

Под појмом геометријског просторног угла  $\Omega$  се подразумева угао под којим извор види детектор. Полазећи од ове дефиниције, ефективни просторни угао  $\bar{\Omega}$  се добија ако се у њу укључе физички фактори као што су ефект самоапсорпције извора и атенуација детектора.

Геометријски просторни угао се израчунава помоћу релације:

$$\Omega = \int_V d\Omega_S$$

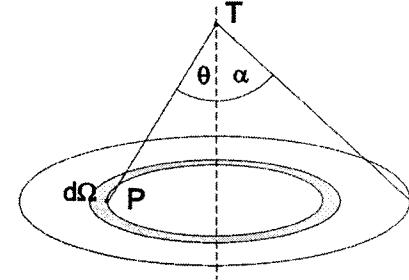
где је  $V$  – запремина извора, а  $S$  – површина детектора која се види из извора.

Израчунавање геометријског просторног угла за тачкасти извор  $T$  који се налази на оси детектора Сл.3.7. је једноставно. Тада проблем се своди на једноструку интеграцију по углу  $\theta$ , односно како је то на Сл. 3.7. приказано, биће:

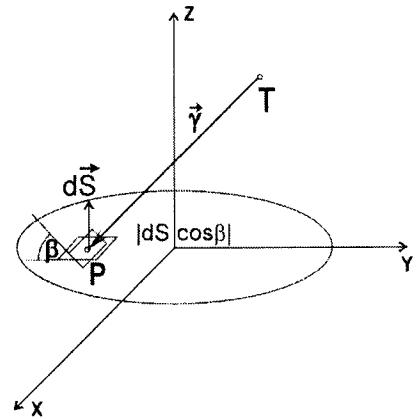
$$\Omega = \int_0^\alpha 2\pi \sin \theta d\theta = 2\pi(1 - \cos \alpha)$$

Ситуација се знатно компликује уколико је од интереса да се израчуна просторни угао извора коначних димензија. Првенствено је потребно одредити геометријски просторни угао за тачкасти извор  $T$  ван осе симетрије детектора, тада ситуација је приказана на Сл. 3.8.

Нека вектор  $\vec{\gamma}$  представља гама зрак који креће из тачке  $T$  и продире у детектор у тачки  $P$ . Елемент просторног угла  $\Omega$  је:



Слика 3.7. Положај извора у односу на детектор. Тачкасти извор на оси детектора



Слика 3.8. Положај извора у односу на детектор. Тачкасти извор ван осе детектора

$$d\Omega = \frac{dS \cdot |\cos \beta|}{\gamma^2} = \frac{|\vec{\gamma} \cdot d\vec{S}|}{\gamma^3}$$

док је укупни просторни угао за тачкаст извор ван осе симетрије детектора:

$$\Omega_T = \int \frac{|\vec{\gamma} \cdot d\vec{S}|}{\gamma^3}$$

Вектор  $\vec{\gamma}$  се може представити као:

$$\vec{\gamma} = (x_p - x_T)\vec{e}_x + (y_p - y_T)\vec{e}_y + (z_p - z_T)\vec{e}_z,$$

док је  $d\vec{S} = dx dy \cdot \vec{e}_z$ , а пошто је  $P$  тачка на површи детектора тј. у равни  $xOy$ ,  $z_p = 0$ . Тада је:

$$|\vec{\gamma} \cdot d\vec{S}| = |-z_T dx dy| = z_T dx dy$$

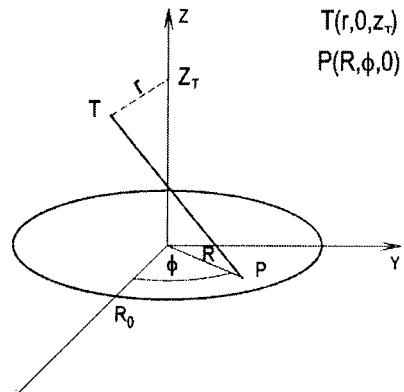
У коначном, стиже се до израза:

$$\Omega_T = \iint_S \frac{z_T dx dy}{[(x_p - x_T)^2 + (y_p - y_T)^2 + z_T^2]^{3/2}}$$

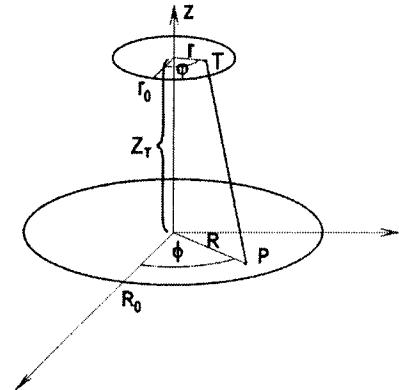
У цилиндричним координатама Сл. 3.8.а, узимајући да је  $T$  у равни  $xOz$ , тј.  $x_T = r$ ,  $y_T = 0$  ( $\phi = 0$ ), за просторни угао се добија:

$$\Omega_T = \int_0^{2\pi R_0} \int_0^r \frac{z_T R dR d\phi}{[R^2 - 2Rr \cos \phi + r^2 + z_T^2]^{3/2}}$$

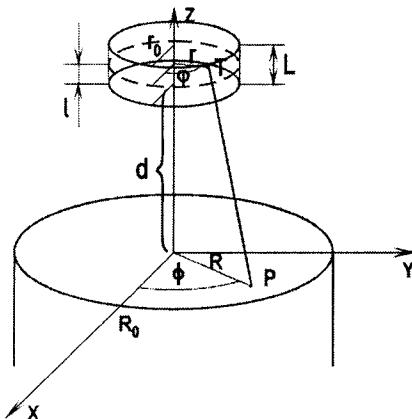
Извору облика бесконачно танког диска одговара ситуација приказана на Сл.3.9. Као што се види, случај је сличан претходном са тачкастим извором ван осе, само што се овде мора извршити и интеграција по површини диска:



Слика 3.8.а Прелаз на цилиндричне координате



Слика 3.9. Положај извора у облику бесконачно танког диска (горе) и детектора (доле) у цилиндричним координатама



Слика 3.10. Положај цилиндричног извора ван осе детектора

$$\Omega_D = \frac{1}{\pi r_0^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{r_0} \Omega_T r dr d\phi$$

пошто  $\Omega_T r dr$  не зависи од угла  $\phi$  биће:

$$\Omega_D = \frac{4z_T}{r_0^2} \int_0^{r_0} r dr \int_0^\pi \int_0^{R_0} \frac{R dR}{[R^2 - 2Rr \cos \phi + z_T^2]^{3/2}}$$

Реални случај у пракси је да извор има коначне димензије, најчешће цилиндричног облика, овом случају одговара Сл. 3.10. У овом случају се координата  $z_T$  може представити као збир растојања наспрамних површи извора и детектора  $d$  и растојања текуће тачке  $T$  од дна извора  $l$ ,  $z_T = d + l$ . Просторни угао  $\Omega_C$  за

извор цилиндричног облика се добија полазећи од просторног угла  $\Omega_D$  за диск, на седећи начин:

$$\begin{aligned}\Omega_C &= \frac{1}{L} \int_0^L \Omega_D dl = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{4(d+l)}{r_0^2} dl \int_0^{r_0} r dr \int_0^\pi d\phi \int_0^{R_0} \frac{R dR}{[R^2 - 2Rr \cos \phi + (d+l)^2]^{3/2}} \\ \Omega_C &= \frac{4}{Lr_0^2} \int_0^L dl \int_0^{r_0} dr \int_0^\pi d\phi \int_0^{R_0} \frac{(d+l) r R dR}{[R^2 - 2Rr \cos \phi + (d+l)^2]^{3/2}}\end{aligned}\quad (3.10)$$

Последњи израз је применљив за случајеве када је полу пречник извора мањи од полу пречника активног детекторског тела  $r_0 < R_0$ . За узорке цилиндричног облика код којих је  $r_0 > R_0$ , геометријском просторном углу  $\Omega_C$  се мора додати и просторни угао који третира продоре  $\gamma$ -зрака кроз омотач детекторског цилиндра као на Сл. 3.11.

Због овога, укупни геометријски просторни угао биће:

$$\Omega = \int_{(V_1+V_2), S_1} d\Omega + \int_{V_2, S_2} d\Omega = \Omega_{C1} + \Omega_{C2}$$

где је  $V_1$  унутрашњи цилиндрични део запремине извора који има полу пречник као активни део детектора, док је  $V_2$  остатак запремине извора, вански део.  $S_1$  је површина детектора окренута извору, а  $S_2$  површина омотача детектора, који сада постаје видљив из дела  $V_2$  запремине извора. Израз за  $\Omega_{C1}$  поклапа се са (3.10.). За израчунавање просторног угла  $\Omega_{C2}$  полази се од случаја тачкастог извора  $T_2$ , који се налази ван осе детектора на растојању  $r$  од осе, које је веће од полу пречника детектора ( $r > R_0$ ). Са Сл. 3.12. се види да је:

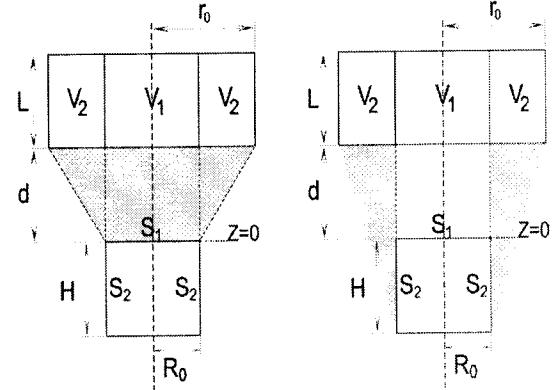
$$d\Omega_{T2} = \frac{dS_2 |\cos \beta|}{\gamma^2} = \frac{|\vec{\gamma} \cdot d\vec{S}_2|}{\gamma^3}$$

Елемент површине  $dS_2$  се може представити као  $dS_2 = R_0 d\phi dh$ . Преласком на поларне координате (у равни  $xOy$  на дну Сл. 3.12.):

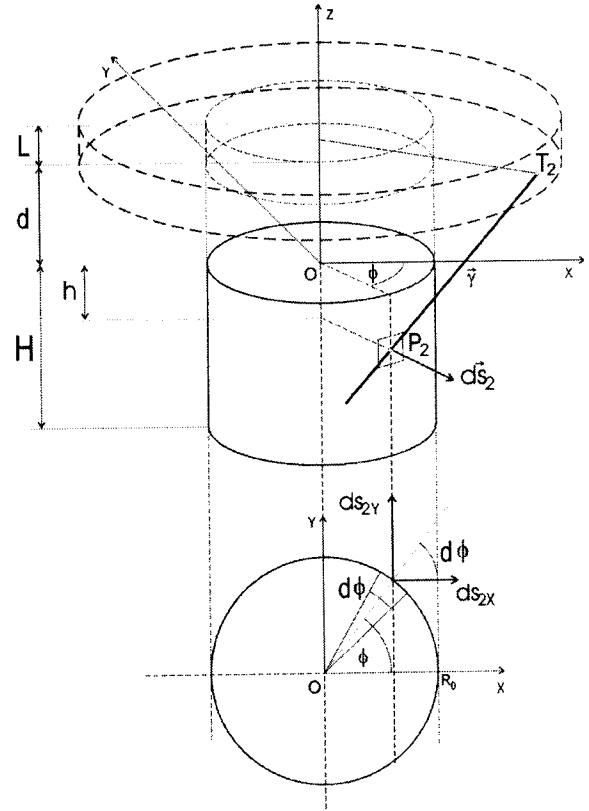
$$x = R_0 \cos \phi, \quad y = R_0 \sin \phi, \quad \phi = \arctg \frac{y}{x}$$

добија се:

- 24 -



Слика 3.11. Продор зрака кроз детектор када је  $r_0 > R_0$



Слика 3.12. Положај тачкастог извора у односу на бочну цилиндричну површину детектора за  $r_0 > R_0$ .

$$d\vec{S}_{2x} = dS_2 \cos \phi \cdot \vec{e}_x, \quad d\vec{S}_{2y} = dS_2 \sin \phi \cdot \vec{e}_y$$

$$d\vec{S}_2 = R_0 d\phi dh (\cos \phi \cdot \vec{e}_x + \sin \phi \cdot \vec{e}_y)$$

Путања  $\gamma$ -зрака може се представити релацијом:

$$\vec{\gamma} = (x_{P_2} - x_{T_2}) \vec{e}_x + (y_{P_2} - y_{T_2}) \vec{e}_y + (z_{P_2} - z_{T_2}) \vec{e}_z$$

у коју када се замене координате тачака  $T_2$  и  $P_2$  које су дате на Сл. 3.12., узимајући у обзир да је  $z_{T_2} = d + l$ :

$$\vec{\gamma} = (R_0 \cos \phi - r) \vec{e}_x + (R_0 \sin \phi) \vec{e}_y + (-h - d - l) \vec{e}_z$$

па одатле следи да је:

$$\vec{\gamma} \cdot d\vec{S}_2 = R_0 d\phi dh (R_0 - r \cos \phi)$$

$$|\vec{\gamma} \cdot d\vec{S}_2| = R_0 d\phi dh (r \cos \phi - R_0)$$

Још је остало да се одреди вредност за  $|\vec{\gamma}|$ :

$$|\vec{\gamma}|^2 = R_0^2 - 2 R_0 r \cos \phi + r^2 + (h + d + l)^2$$

$h$  је у интервалу  $(0, H)$ . Ако се уведе смена  $h' = -h$  тада је  $h'$  у интервалу  $(-H, 0)$ :

$$\gamma = \sqrt{R_0^2 - 2 R_0 r \cos \phi + r^2 + (l + d - h)^2}$$

тако се за просторни угао  $\Omega_{T_2}$  добија:

$$\Omega_{T_2} = R_0 \int_{-\phi_0}^{\phi_0} d\phi \int_{-H}^0 dh \frac{(r \cos \phi - R_0)}{\left[ R_0^2 - 2 r R_0 \cos \phi + r^2 + (d + l - h)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

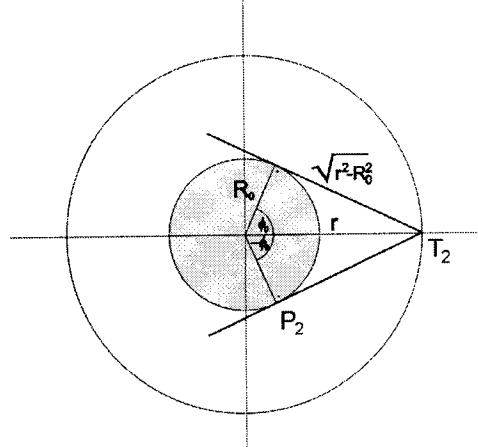
Значење граница интеграције  $-\phi_0$  и  $\phi_0$  може се разумети са Сл. 3.13. У граничном случају,  $\gamma$ -зрак је тангента кружног пресека цилиндра детектора. Јасно је да изван тих интервала који задају тангенте, зрак промашује детектор. Граница  $\phi_0$  се може изразити на следећи начин:

$$\phi_0 = \phi_0(r) = \arctg \frac{\sqrt{r^2 - R_0^2}}{R_0}$$

Услед симетрије граница интеграције по  $\phi$  биће:

$$\Omega_{T_2} = 2 R_0 \int_0^{\phi_0} d\phi \int_{-H}^0 dh \frac{(r \cos \phi - R_0)}{\left[ R_0^2 - 2 r R_0 \cos \phi + r^2 + (d + l - h)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

Ако се претпостави да извор има облик бесконечно танког шупљег диска (прстен) чији је унутрашњи полупречник једнак полупречнику детектора  $R_0$ , а спољњи  $r_0$ , за просторни угао  $\Omega_{D_2}$  се добија:



Слика 3.13. Гранични случај када  $\gamma$ -зрак има правац кретања тангенте на кружни пресек цилиндра детектора

$$\Omega_{D_2} = \frac{1}{\pi(r_0^2 - R_0^2)} \int_0^{2\pi} d\phi \int_{R_0}^{r_0} \Omega_{T_2} r dr$$

$$\Omega_{D_2} = \frac{4R_0}{r_0^2 - R_0^2} \int_{R_0}^{r_0} r dr \int_0^{\phi_0} d\phi \int_{-H}^0 \frac{(r \cdot \cos \phi - R_0) dh}{[R_0^2 - 2 \cdot r \cdot R_0 \cdot \cos \phi + r^2 + (d + l - h)^2]^{1/2}}$$

Ако се сада том бесконачно танком прстену додели дебљина  $L$ , израз за просторни угао постаје:

$$\Omega_{C_2} = \frac{1}{L} \int_0^L \Omega_{D_2} dl$$

$$\Omega_{C_2} = \frac{4R_0}{(r_0^2 - R_0^2)L} \int_0^L dl \int_{R_0}^{r_0} r dr \int_0^{\phi_0} d\phi \int_{-H}^0 \frac{(r \cos \phi - R_0) dh}{[R_0^2 - 2rR_0 \cos \phi + r^2 + (d + l - h)^2]^{1/2}}$$

Дакле, коначни израз за просторни угао, ако је извор цилиндричног облика полуупречника  $r_0$ , који је већи од полуупречника детектора  $R_0$  је:

$$\begin{aligned} \Omega_C &= \frac{1}{L} \int_0^L \frac{4(d+l)}{r_0^2} dl \int_0^{r_0} r dr \int_0^\pi d\phi \int_0^{R_0} \frac{R dR}{[R^2 - 2Rr \cos \phi + (d+l)^2]^{3/2}} + \\ &+ \frac{4R_0}{(r_0^2 - R_0^2)L} \int_0^L dl \int_{R_0}^{r_0} r dr \int_0^{\phi_0} d\phi \int_{-H}^0 \frac{(r \cos \phi - R_0) dh}{[R_0^2 - 2rR_0 \cos \phi + r^2 + (d+l-h)^2]^{1/2}} \end{aligned} \quad (3.11.)$$

### 3.3.2. Ефективни просторни угао

Како је то на почетку одељка [§3.3.1.] истакнуто, да би се дошло до ефективног просторног угла неопходно је у прорачуне геометријског просторног угла укључити физичке факторе као што су: самоапсорпција у извору и атенуација у слојевима испред детектора, тачније, атенуација суда у коме се налази извор, постоља, ваздуха, алуминијумске заштите детектора, мртве зоне детектора и друге. Корекција израза за геометријски просторни угао на ефекат атенуације у међуслојевима, врши се тако да се изрази (3.10) и (3.11.) множе фактором:

$$F_{att} = \exp(-\sum_{i=1}^m \mu_i \delta_i)$$

где је  $\delta_i$ —дужина слободног пута  $\gamma$ -зрака кроз  $i$ -ти апсорбер, а  $\mu_i$ —линеарни тотални атенуациони коефицијент  $i$ -тог апсорбера, искључујући кохерентно расејање. Овако дефинисани апсорpcionи коефицијент треба да се користи свуда у овом контексту, пошто свака интеракција која настаје у неком међуслоју свакако смањује енергију  $\gamma$ -зрака од пуне енергије, са изузетком кохерентног расејања, пошто оно не проузрокује деградацију енергије, а процес расејања је, поред тога, јако уперен према напред, тако да  $\gamma$ -зрак не скреће значајно са оригиналне путање.

Следећи релевантни фактор је вероватноћа да  $\gamma$ -зрак који пада на активну зону детектора интерагује са материјалом детектора пре него што је напусти. Да би се одредила ова вероватноћа, анализира се путања  $\gamma$ -зрака кроз детектор у најсложенијем случају, када

путања пролази кроз неактивну централну зону детектора и потом поново улази у активну зону Сл.3.14. Ако је  $I_0$  интензитет  $\gamma$ -зрака на месту упада, а  $\Delta_1$  дужина пута од места упада до места продора у неактивну централну зону где је интензитет опао на  $I_1$ :

$$I_1 = I_0 e^{-\mu_d \cdot \Delta_1}$$

где је  $\mu_d$  тотални апсорpcionи коефицијент материјала детектора.

Енергија депонована у детектору дуж  $\Delta_1$  је:

$$I_0 - I_1 = I_0 (1 - e^{-\mu_d \Delta_1}) = I_0 f_1, \quad f_1 = 1 - e^{-\mu_d \Delta_1}$$

проласком кроз неактивну централну зону, на дужини пута  $\eta$ , интензитет опадне на

$$I_2 = I_1 e^{-\mu_p \eta}$$

где је  $\mu_p$  тотални апсорpcionи коефицијент материјала централне неактивне зоне, који може бити Ge код Ge(Li) детектора или празан простор код HPGe детектора. Интензитет на месту коначног напуштања детектора је:

$$I_3 = I_2 e^{-\mu_d \Delta_2}$$

тако да је енергија остављена у детектору на делу пута  $\Delta_2$ :

$$I_2 - I_3 = I_2 (1 - e^{-\mu_d \Delta_2}) = I_2 \cdot f_2, \quad f_2 = 1 - e^{-\mu_d \Delta_2}$$

$$I_2 - I_3 = I_1 e^{-\mu_p \eta} \cdot f_2 = I_0 \cdot e^{-(\mu_d \Delta_1 + \mu_p \eta)} \cdot f_2 = I_0 \cdot f' f_2, \quad f' = e^{-(\mu_d \Delta_1 + \mu_p \eta)}$$

Укупна енергија депонована у активној зони детектора биће тада:

$$I_0 - I_1 + I_2 - I_3 = I_0 f_1 + I_0 f' f_2$$

из овога следи да се обрасци за геометријски просторни фактор требају помножити фактором:

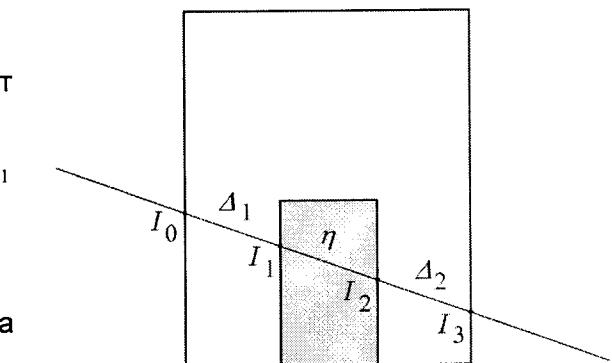
$$F_{\text{eff}} = f_1 + f_2 f'$$

У складу са овим, израз за ефективни просторни угао за тачкаст извор ће бити:

$$\overline{\Omega}_T = 2z_T \int_0^{\pi} d\phi \int_0^{R_0} \frac{F_{\text{att}} F_{\text{eff}} R dR}{[R^2 - 2Rr \cos\phi + r^2 + z_T^2]^{3/2}}$$

док се за цилиндрични облик извора добија:

$$\text{за } r_0 < R_0 : \quad \overline{\Omega}_C = \frac{4}{Lr_0^2} \int_0^L dl \int_0^{r_0} dr \int_0^{\pi} d\phi \int_0^{R_0} \frac{F_{\text{att}} F_{\text{eff}} (d+l) r R dR}{[R^2 - 2Rr \cos\phi + (d+l)^2]^{3/2}}$$



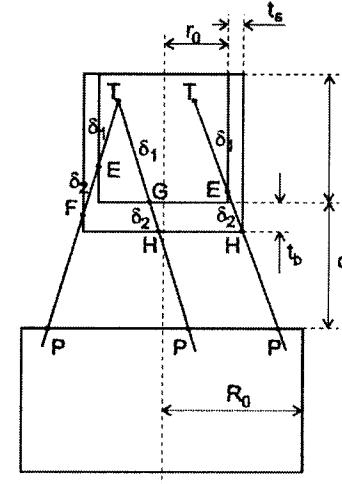
Слика 3.14. Путања  $\gamma$ -зрака кроз детектор са приказом интензитета кроз поједиње слојеве као и дужине пређеног пута у слојевима

$$\text{за } r_0 < R_0 : \quad \overline{\Omega}_C = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{4(d+l)}{r_0^2} dl \int_0^{r_0} r dr \int_0^\pi d\phi \int_0^{R_0} \frac{F_{att} F_{eff} R dR}{[R^2 - 2Rr \cos\phi + (d+l)^2]^{3/2}} + \\ + \frac{4R_0}{(r_0^2 - R_0^2)L} \int_0^L dl \int_{R_0}^{r_0} r dr \int_0^{\phi_0} d\phi \int_{-H}^0 \frac{F_{att} F_{eff} (r \cos\phi - R_0) dh}{[R_0^2 - 2rR_0 \cos\phi + r^2 + (d+l-h)^2]^{3/2}}$$

За случај тачкастог извора постављеног на оси детектора израчунавање параметара  $\delta_i$ ,  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$  и  $\eta$  је једноставно.

Међутим, ако је извор ван осе детектора ситуација се компликује. Проблем се решава тако што се узимају у обзир карактеристични путеви проласка  $\gamma$ -зрака кроз детектор.

Сличан проблем се јавља при изласку  $\gamma$ -зрака из извора. Они могу да напусте извор или кроз дно или кроз омотач посуде, а те путање су приказане на Сл.3.15. Детаљно разматрање путања интеракције у свим активним и неактивним слојевима наводи на закључак да је најбоље за све објекте узети један општи облик – цилиндрични слој на једном крају затворен диском, тзв. цилиндрична капа. Надаље се уз помоћ формула аналитичке геометрије одређују продорне тачке путање  $\gamma$ -зрака кроз омотаче и/или базе сваке цилиндричне капе, а из координата тих пророра израчунавају се одговарајуће дужине  $\delta_i$ ,  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$  и  $\eta$ .



Слика 3.15.  
Карактеристичне путање  
 $\gamma$ -зрака из извора

### 3.3.3. Програм Angle

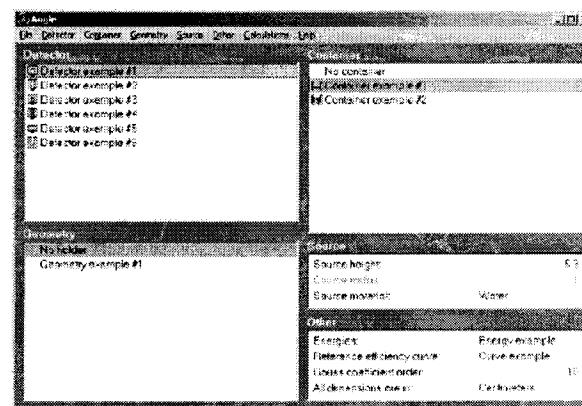
Angle је софтвер за израчунавање ефективних просторних углова и ефикасности детекције за цилиндричне и узорке Маринели типа, и за полупроводничке Ge детекторе.

За извршавање прорачуна са програмом Angle неопходно је да се унесу подаци о детектору и извору. Основни подаци који се морају унети су они који карактеришу детектор, контејнер али и геометрију извор-детектор. Све одговарајуће информације се сврставају у одговарајућим групама, али и чувају за евентуалне касније прорачуне. Овај програм оперише са пет група података: Детектор (Detector), Држач узорка (Container), Геометрија извор-детектор (Geometry), Извор (Source) и Остало (Other) као што је то приказано на Сл. 3.16.

Првенствено, програм од корисника захтева да се унесу подаци везани за детектор. Након именовања детектора, потребно је одабрати тип детектора са којим се желе вршити прорачуни, дакле једну од следећих врста:

- Closed-end coaxial HPGe
- True coaxial HPGe
- Closed-end coaxial Ge(Li)
- Opend end coaxial Ge(Li)
- Planar LEPD
- Well

Након одабира врсте детектора, програм захтева да се унесу следећи подаци непосредно везани за детектор:



Слика 3.16. Angle1 – основни прозор

- Подаци везани за детектор (*Detector*)
- Подаци везани за прозор Al-капе; уколико постоји, у супротном се не попуњава (*Window*)
- Подаци за алуминијумску капу (*Al-cap*)
- Подаци за вакуум (*Vacuum*)
- Подаци за кућиште (*Housing*)

Са десне стране, приликом уноса ових података, приложена је скица објекта и на њој карактеристике објекта које се траже од корисника да их унесе. При чему се у току уноса свих података симултанско курсором указује на скици о којој димензији/податку се ради.

Подаци везани за материјал се могу одабрати из одговарајућег *combo box* прозора. У овом прозору су већ понуђени најчешћи материјали. Уколико се жељени материјал не налази на листи, постоји могућност за унос нових материјала.

При уносу података везаних за држач узорка, могуће је одабрати цилиндрични или Маринели облик. Уколико узорак није у контејнеру, постоји могућност да се ови подаци изоставе, а тиме програм надаље врши прорачуне као да контејнера и нема, нпр. за узорак у облику таблете.

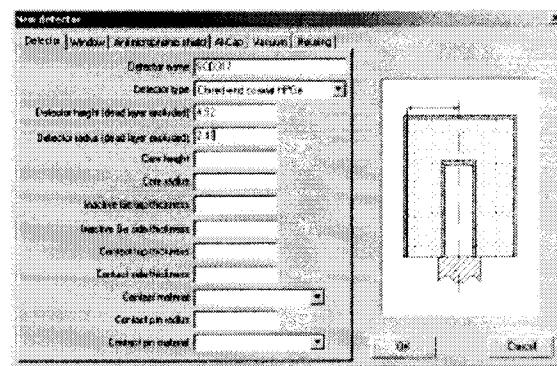
Подаци везани за геометрију односе се на држач извора/контрејнера (као у горњим случајевима, тако и овде постоји могућност да се исти не дефинише), као и околне материјале али и оне између детектора и извора (*Intercepting layers*) којих се највише пет може укључити у прорачуне, а сваки од њих се одликује врстом материјала као и бочним и базичним димензијама.

Извор се дефинише преко карактеристика материјала и његових димензија, односно радијус и висина (која за изворе облика диска може бити једнак нули, чиме се задаје површински извор), уколико се ни једна од димензија не унесе, програм ће прорачуне вршити за тачкаст извор. Јасно, уколико се предвиди постојање контејнера, радијус извора се не може уносити/мењати, дакле, радијус је потребно дефинисати само у случају ако се претходно одабрала опција *No container*.

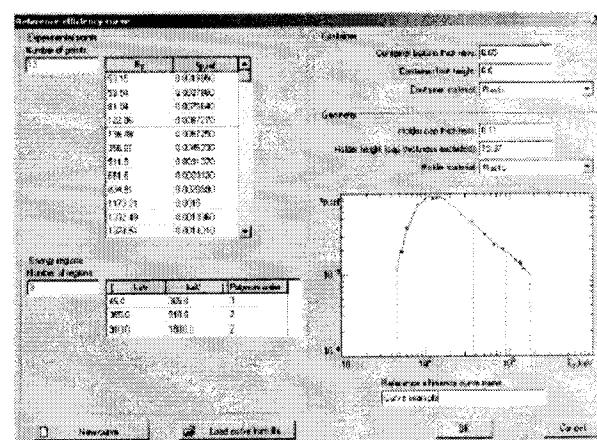
Уколико материјал од којег је сачињен извор са којим се желе вршити прорачуни није на листи понуђених, тада се он уноси. Приликом уноса материјала могу се одабрати следеће опције везане за материјал извора:

- Мешавина елемената (овде се уноси сваки елемент појединачно бројем, симболом и процентним уделом у смеши, након чега се задаје и густина материјала)
- Једињење (уносе се карактеристике једињења, елементи и број атома сваког елемента од којих је сачињено једињење, након чега се задаје и густина материјала)
- Мешавина једињења (осим података из прве ставке ове листе, овде су неопходни и удели сваког једињења у смеши као и густина материјала)

У одељку *Other* могуће је уносити/изменити дате криве ефикасности. Уколико се не одабре ова опција, крива ефикасности се неће рачунати. Када се дефинишу упутства за



Слика 3.17. Angle2 – унос података



Слика 3.18. Angle3 – израчунавање криве ефикасности

криву ефикасности, неколико група битних параметара морају бити унети: експерименталне тачке, региони интерполяције, подаци везани за контејнер и геометрију. Експериментални подаци (тачке) морају бити унете, тачније број тачака као и одговарајући број енергија за које се одређују ефикасности. Одговарајућу унети подаци истовремено се цртају у log-log дијаграму приказаном у истом прозору. Нацртана крива представља криву фитовану кроз експерименталне тачке. За добијање најбољег фита колико је то могуће, интерполяција се може разделити у интервале са различитим полиномима. Интервали су одређени енергетски у јединицама keV.

## 4. Оптимализација цилиндричне геометрије извора $\gamma$ -зрачења

### 4.1. Оптимализација висине извора

У овом одељку ће бити презентован метод оптимализације висине распострањеног извора цилиндричног облика са фиксираним полупречником, који се из практичних разлога узима да буде једнак са полупречником капе детектора; у [Bikit86] је разрађен једноставан метод за приближно одређивање оптималне висине цилиндричног извора. Обзиром да мерени одборој расте са масом узорка, решење проблема није очигледно.

Када је потребно одредити специфичну активност материјала који еmitује  $\gamma$ -зраке енергије  $E$  и апсолутног интензитета  $p$  помоћу детектора са ефикасношћу детекције  $\varepsilon(E)$ , вредност специфичне активности  $A(E)$  може се повезати са измереном површином врха пуне енергије  $N(E)$  и временом мерења  $t$  као:

$$A(E) = \frac{N(E)}{p(E) \cdot \varepsilon(E) \cdot T(E) \cdot m} \quad (4.1.)$$

где је  $m$  маса узорка, а  $T(E)$  транспаренција узорка. Према [Moens81] производ  $p(E) \cdot \varepsilon(E)$  се не може коректно раздвојити, али ако је ефикасност детектора експериментално одређена, тада претходни образац важи тачно. Експериментално одређивање ефикасности детектора подразумева да су узорак и референтни материјал мерени у идентичним геометријским условима.

У случају цилиндричне геометрије извора константног радијуса, са константном густином  $\rho$  узорка, маса узорка се мења линеарно са висином извора:  $m = kH$ , где је константа  $k = \pi\rho R^2$ . Користећи ову линеарну зависност и формулу за несигурност одбороја  $\Delta N = \sqrt{N}$ , за несигурност мерене специфичне активности се добија:

$$(\Delta A)^2 = \frac{A}{tpk} \left( \frac{1}{\varepsilon TH} + Aptk \left( \frac{\Delta(\varepsilon T)}{\varepsilon T} \right)^2 \right)$$

уз занемаривање обично веома малих несигурности за мерења времена и масе.

Како се из (4.1.) види, производ  $\varepsilon TH$  може се схватити као нормализована брзина бројања, односно као одборој за извор са  $A = p = k = 1$ , у јединици времена. Да би се нашла оптимална висина цилиндричног извора  $H_0$  која минимализује експерименталну несигурност, овде се анализира зависност  $(\Delta A)^2$  од висине извора. Због поједностављења, али и избегавања анализе о тешко предвидивој систематској грешци  $\Delta(\varepsilon T)$  на прецизност мерења специфичне активности, претпоставља се да је релативна грешка  $\Delta(\varepsilon T)/\varepsilon T$  независна од висине извора. За мале висине извора ова апроксимација сигурно важи, када је нормализована брзина бројања  $\varepsilon TH$  мала и мале варијације  $\Delta(\varepsilon T)/\varepsilon T$  са висином извора не утичу значајно на вредност  $(\Delta A)^2$ . Са друге стране, за велике висине извора допринос  $(\varepsilon TH)^{-1}$  је занемарљив, али релативна грешка  $\Delta(\varepsilon T)/\varepsilon T$  расте са висином извора. Из овога следи да је опште дефинисана оптимална висина цилиндричног извора  $H = H_0$  управо она висина извора за коју нагиб тангенте на криву  $\varepsilon TH = f(H)$  има најбрже смањење, односно то је превојна тачка криве.

Не може се тврдити да је у свим случајевима геометрије извора могуће одредити ову превојну тачку криве  $\varepsilon TH = f(H)$ , али за случај цилиндричног извора који се овде разматра могуће је ту тачку барем приближно лоцирати и то на следећи начин. Мереним подацима [Bikit86] може да се прилагоди једноставна експоненцијална функција:

$$\varepsilon T = Fe^{-aH} \quad (4.2.)$$

за дужине извора мање од 10 см. Што значи да је зависност производа  $\varepsilon T$  од висине извора за мале вредности  $H$  експоненцијална. Израз (4.2.) не може бити тачан јер нормализована брзина бројања  $\varepsilon TH$  не може имати максимум. Али изгледа врло прихватљиво претпоставити да ће реална крива  $\varepsilon TH = f(H)$  имати превојну тачку за исту вредност  $H = H_0$  за коју ће функција  $HFe^{-aH}$  имати максимум. Тада тражени максимум је:

$$H_0 = \frac{1}{a}$$

тако се стиче до једноставног израза за оптималну висину извора, која је одређена само параметром нагиба експоненцијалне функције (4.2.) прилагођене експерименталним вредностима. Треба напоменути да циљ поступка прилагођавања овде није најбоље представљање измерених података, него извлачење "брuto" експоненцијалне вредности из њих.

Транспаренција материјала (у [Bikit86] речни муль) одређена је помоћу:

$$T(E, H) = \exp[-\mu(E) \cdot l_m(H)]$$

где је  $l_m$  средња дужина пута фотона која је независна од материјала извора, а за потребе тог рада вредности су узете из [Kaplanis82], док су вредности линеарног атенуационог коефицијента добијене мерењем атенуације  $\gamma$ -зрака у узорку.

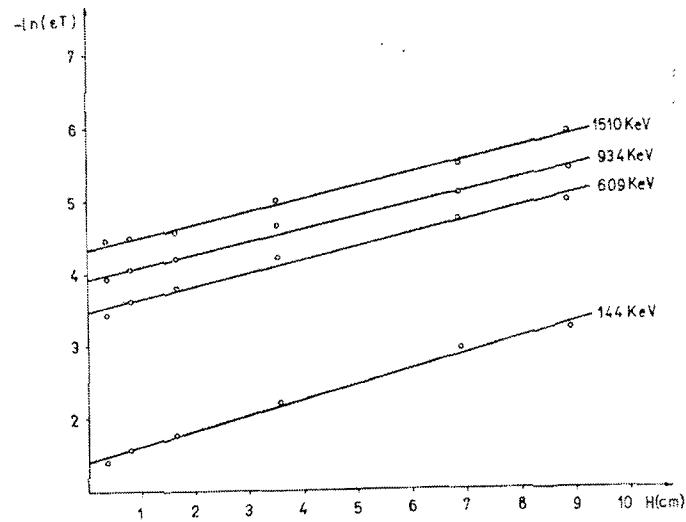
Резултати прилагођавања криве (4.2.) за четири енергије приказани су у Табели 4.1. и на Сл. 4.1.

На Сл. 4.1. нису приказане међусобно једнаке вредности несигурности мерених података од 3%. Релативне грешке подешеног параметра  $a$  од око 5% јасно показују приближни карактер поступка прилагођавања.

**Табела 4.1.** Параметри прилагођавања методом најмањих квадрата и оптимална дужина извора за узорак речног муља

$E$ (keV)	$-\ln F$	$a$ ( $\text{cm}^{-1}$ )	$H_0$ (cm)
144	2.41(5)	0.214(9)	4.67(19)
609	4.48(6)	0.181(10)	5.5(3)
934	4.92(6)	0.174(9)	5.74(29)
1510	5.35(6)	0.176(9)	5.68(29)

Из посебног прилагођавања криве ефикасности  $\varepsilon = f(H)$ , закључено је да за испитивани узорак муља мале густине и малог  $Z$ , зависност транспаренције од дужине не утиче значајно на вредност параметра  $a$ . Јасно, допринос транспаренције је најистакнутији на ниским енергијама (на 144 keV транспаренција мења вредност  $a$  за око 20%).



**Слика 4.1.** Мерена зависност производа  $\varepsilon T$  од висине извора

Посматрајући резултате који су приложени у Табели 4.1., може се уочити да вредности оптималне висине узорка показују релативно слабу зависност од енергије, што значи да се у обичним случајевима где се у узорку истовремено мери широка област  $\gamma$ -енергија, може користити висина узорка близка оптималној.

Презентован метод за оптимализацију висине, омогућује једноставну оптимализацију експерименталних услова за мерење специфичних активности великих узорака. Код планирања експеримента не морају се процењивати непознати фактори (активност извора, релативни интензитет  $\gamma$ -зрака итд.) и може се користити скуп кривих  $\varepsilon T = f(H)$  за мерење енергије, које су ионако потребне за одређивање специфичне активности.

Као што је већ изложено, мерење висином извора већом од оптималне вредности, која је овде приближно дефинисана, може да даде бољу статистичку тачност због пораста брзине бројања са масом извора. Због тога је важно анализирати добитак у статистичкој тачности са дужином извора преко оптималне вредности. Ако се прихвати висина од 5 см као оптимална (Табела 4.1.) за мерени опсег енергија, могу се упоредити средња нормализована брзина бројања за разматране енергије са оптималном вредношћу. Подаци изложени овде указују на то да ће смањење висине извора за 50% испод оптималне вредности резултирати губитком на брзини бројања од 30%, док ће повећање овог извора за 50% изнад оптималне вредности резултирати повећањем брзине бројања за свега 6%.

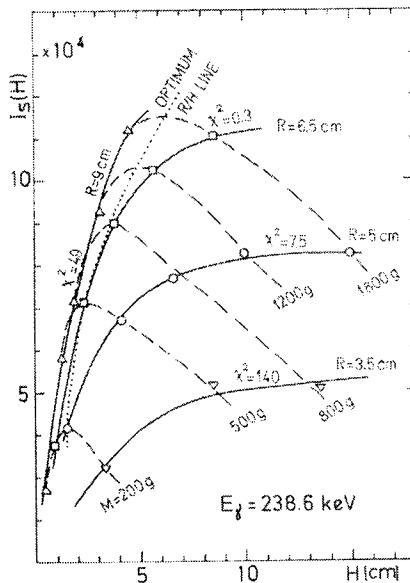
Изложено оправдава дефиницију оптималне висине извора, као веома корисне смернице у планирању мерења активности великих узорака. Јасно је да се приказани метод може применити у оптимализацији запремине узорка за различите облике извора кад год се може предвидети варијација транспаренције са запремином узорка и када се може идентификовати бруто експоненцијална зависност производа  $\varepsilon T$ .

## 4.2. Оптимализација облика извора

Искуство у употреби цилиндричне геометрије извора у  $\gamma$ -спектроскопији указује на то да интензитет спектралних линија значајно зависи од актуелног облика цилиндра; штавише да постоји оптимални облик цилиндричног извора који се може одредити анализирајући интензитет спектралних линија у зависности од облика извора.

Оптимализација облика [Vesić89] се испитује тако што се густина узорка одржава константном у контејнеру цилиндричне геометрије коаксијално постављеном у односу на детектор, док се кроз низ мерења мењају маса, радијус и висина узорка. При овоме се растојање извор-детектор одржава константним током мерења. Енергетски интервал у коме су снимани спектри је 50-2700 keV.

Зависност мерењог спектралног интензитета од висине узорка, са масом и радијусом узорка као параметрима за две енергије 238.6 и 2614.6 keV приказани су на Сл. 4.2.. и Сл. 4.3. На Сл. 4.2. види се, да испрекидане линије које повезују тачке за један узорак дате масе, имају јасно изражен максимум који се помера са висином узорка при повећању радијуса цилиндра. У овом случају, за масу од 200 g било је око 65% више одброја са извором радијуса 5 cm, него ли са 3.5 cm илик 9 cm; док је за масу од 800 g око 80% више одброја за радијус 6.5 cm него за 3.5 cm. За још већу масу од 1800 g оптимални радијус извора се померао



Слика 4.2. Зависност спектралног интензитета линије  $E=238.6$  keV од висине извора, са масом и радијусом извора као параметрима

ка 8 см. Уколико се густина одржава константном, за дате радијусе промена масе узорка условљава промену висине извора; а са претходним разматрањем везаним за Сл. 4.2., лако се долази до закључка да паралелно постоје оптимални радијус али и оптимална висина узорка. Одавде следи оправданост потраге за оптималним обликом извора у цилиндричној геометрији, који ће се према овим резултатима налазити између максимално спљоштеног и максимално аксијално издуженог цилиндра; и то нагињући више ка спљоштеним облицима, него аксијално издуженим.

Индикативно је да су ефекти одговорни за постојање оптималног облика извора практично независни од енергије  $\gamma$ -зрака, што се може уочити поређењем резултата приказаних на Сл. 4.2. и Сл. 4.3. Ово наводи на закључак да је геометрија извора, пре него апсорпција, важнија у овом погледу те да потпуно оправдава геометријске аргументе постојања оптималног облика извора.

Даља анализа случајева приказаних на Сл. 4.2. и Сл. 4.3. указује да зависност интензитета спектралне линије од висине, експоненцијално сатурира. Уколико се посматрају идеални линеарни извори [Dixon51], односно цилиндрични извори који сво зрачење емитују паралелно оси извора/детектора, показано је да за такве изворе важи:

$$I_s(H) = I_{\text{SAT}} \cdot (1 - e^{-\mu H})$$

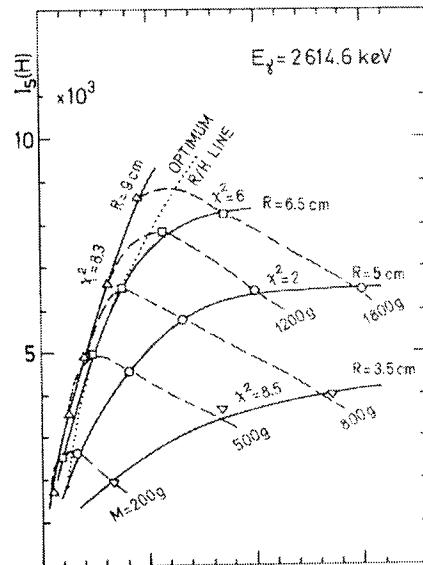
где је  $\mu$  апсорпциони коефицијент материјала извора,  $H$  висина извора, а  $I_{\text{SAT}}$  сатурациони интензитет. Запремински узорци се суштински разликују од идеалних линијских те свакако није за очекивати да се претходна једначина може применити и за запреминске узорке. У ствари, при фитовању горње функције, као параметар фитовања она има једино  $H$  као висину узорка, па је стога за изложене податке она неадекватна. Модификована функција са два параметра би била:

$$I_s(H) = I_{\text{SAT}} \cdot (1 - e^{-\eta \mu H})$$

где је  $\eta$  други слободан параметар. Нелинеарни фит даје функције које су презентоване пуним линијама на Сл. 4.2. и Сл. 4.3. Слагање је очигледно, а разлика између измерених и фитованих вредности не прелази 5%. Интерпретација параметра  $\eta$  је могућа само у комбинацији са параметрима  $H$  или  $\mu$ . Ако се уведе нова величина  $H_{\text{eff}} = \eta H$ , она би представљала ефективну висину извора, тј. висину линеарног узорка направљеног од истог материјала, који би давао исте интензитеете као и запремински узорак висине  $H$ . Слично, уводи се величина  $\mu_{\text{eff}} = \mu \eta$  која представља ефективни самоапсорpcionи коефицијент, тачније апсорpcionи коефицијент линеарног извора, исте висине, који би производио исти интензитет као и запремински узорак са коефицијентом  $\mu$ . У складу са овим, може се успоставити аналогија са обичним апсорpcionим коефицијентом преко:

$$\mu_{\text{eff}} = \mu \eta = \frac{\ln 2}{H_{1/2}}$$

где би се са  $H_{1/2}$  означавала полудебљину самоапсорције запреминског извора, односно висину извора која би, када се дода на постојећу висину извора, повећавала интензитет за



Слика 4.3. Зависност спектралног интензитета линије  $E=2614.6$  keV од висине извора, са масом и радијусом извора као параметрима

половину разлике постојећег интензитета и сатурационог (у случају линеарног узорка  $\mu_{\text{eff}} = \mu$ , или  $\eta = 1$ ). У коначном, интензитет спектралне линије би био:

$$I_s(H) = I_{\text{SAT}} \cdot (1 - e^{-\mu_{\text{eff}} H}) \quad (4.3.)$$

где су сада  $I_{\text{SAT}}$  и  $\mu_{\text{eff}}$  (или  $H_{1/2}$ ) два параметра који се требају емпиријски одредити за сваки елементарни састав извора, радијус извора као и енергију  $\gamma$ -зрака. Другачије речено, овом методом се за дати радујус извора оптимализује висина извора.

За одређивање параметара из претходне једначине за сваки појединачни случај, најбоље је мерити зависност  $I_s = I_s(H)$  и то са колико год је могуће више тачака (5 тачака је најчешће доволјно), и тада методом најмањих квадрата фитовати  $I_{\text{SAT}}$  и  $\mu_{\text{eff}}$  са њиховим грешкама (релативне грешке параметара најчешће су мање од 3%). Уколико се уместо  $\eta$  користи директно  $\mu_{\text{eff}}$  као параметар фита, није потребно да се познаје реални апсорпциони коефицијент  $\mu$  материјала извора.

Једна од предности цилиндричне геометрије је једноставност корекције за самоапсорпцију. Уколико се са  $I_s$  означи интензитет спектралне линије која је снимљена од стране детектора, а са  $I_c$  интензитет који би био снимљен у случају да нема ефекта самоатенуације, тада су та два интензитета повезана као:

$$I_c = CI_s$$

где је  $C$  корекциони фактор:  $C = \frac{\mu_{\text{eff}} H}{1 - e^{-\mu_{\text{eff}} H}}$

Користећи (4.3.), из претходне једначине се добија:

$$I_s = \frac{I_c}{\mu_{\text{eff}} H} \cdot (1 - e^{-\mu_{\text{eff}} H}) \quad \Rightarrow \quad I_{\text{SAT}} = \frac{I_c}{\mu_{\text{eff}} H}$$

или, може се написати:  $I_c = I_{\text{SAT}} \mu_{\text{eff}} H = kH$

Сада када је корекција ефективно одређена, увод у појам ефикасности детекције омогућиће даље генерализације овог метода. Тотална ефикасност детекције  $\varepsilon_{\text{TOT}}$ , која одговара спектралним интензитетима на Сл. 4.2. и Сл. 4.3. а може се изразити као:

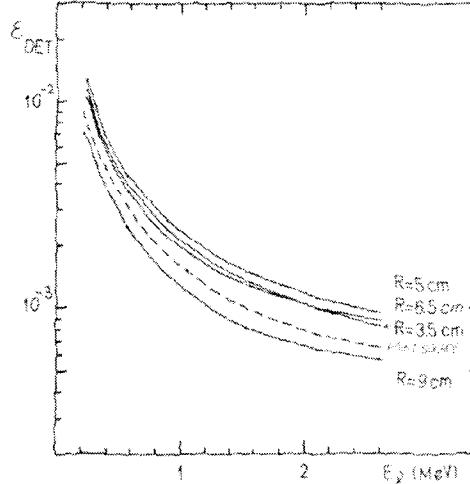
$$\varepsilon_{\text{TOT}} = \frac{I_s}{aMp_{\gamma}t}$$

где је  $A = aM$  тотална активност извора чија је специфична активност  $a$ , а маса  $M$ ;  $p_{\gamma}$  је број датих  $\gamma$ -зрака по распаду, а  $t$  је време терења. Замењивањем  $I_s$  са  $I_c/C$  у претходној

једначини и увођењем  $M = \pi\rho R^2 H$ , добија се:

$$\varepsilon_{\text{DET}} = C\varepsilon_{\text{TOT}} = \frac{I_c}{aMp_{\gamma}t} = \frac{\mu_{\text{eff}} I_{\text{SAT}}}{\pi\rho a R^2 p_{\gamma} t}$$

или:



Слика 4.5. Зависност ефикасности детекције од енергије зрачења за различите радијусе извора

$$\varepsilon_{\text{DET}} = \frac{\mu_{\text{eff}}^m I_{\text{SAT}}}{\pi a R^2 p_{\gamma} t}$$

где је  $\mu_{\text{eff}}^m$  ефективни масени коефицијент самоапсорпције  $\mu_{\text{eff}}^m = \mu_{\text{eff}} / \rho$ . Величина  $\varepsilon_{\text{DET}}$  добијена на овај начин очигледно представља праву ефикасност детектора, односно тоталну ефикасност детекције без ефекта самоапсорпције, она не зависи од висине извора, али остаје функција радијуса извора као и енергије  $\gamma$ -зрачења. Резултат ове анализе је да је ефикасност детекције за обе енергије највећа за радијус од 5 см, а значајно је мања само за радијус 9 см. У коначном, на Сл. 4.5. приказана је зависност ефикасности детекције запреминских извора за различите радијусе од енергије  $\gamma$ -зрака. За поређење на истој слици је испрекиданом линијом дата крива ефикасности детекције за тачкасту извор који се налази на растојању 15 см од детектора. Енергијска зависност тачкастог и запреминских узорака је веома слична.

За дати радијус извора, сатурација интензитета спектралне линије са повећањем висине извора се очекивала да буде експоненцијална (4.3.). Радијус извора који најбоље кореспондира са овим условом требало би да буде одређен за сваки детектор појединачно. Анализа [Vesić89] говори да је та вредност негде између 5-7 см. Избором радијуса из овог интервала, не само да ће се добити најбоља експоненцијална самоапсорпциона корекција, него ће то такође донети глобалну статистику одброја најближу оптималној.

#### 4.3. Експериментална поставка

Циљ овог рада је представљала оптимализација облика цилиндричног извора, при чему је намера била да се оптимализација врши тако што се овај пут ни један параметар геометрије самог извора не сматра константним. Односно, у истраживањима која су презентована у [§4.1. и §4.2.] дат је преглед оптимализација цилиндричних облика извора где су или радијус или висина цилиндра биле константне величине током једне серије мерења, а у експерименту који је овде реализован вредности радијуса и висине су кроз целу серију мерења мењане.

Узорак коришћен у мерењима је земљиште које је захваћено одмах испод површинског органског слоја. Као такав, узорак земљишта је природно сушен неколико дана, те је након тога уситњен у ситни прах и проситан да би се одстраниле евентуалне крупније примесе органског порекла. Сматрано је да је тако припремљен узорак у довољној мери осушен и хомоген, те се након тога приступило пуњењу цилиндричних контејнера и мерењима.

Табела 4.3.0. Процентуални приказ елементарног састава земљишта

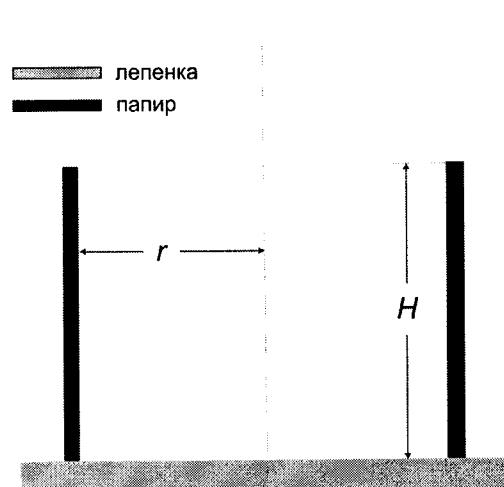
Елементарни састав земљишта (%)	O	Si	Al	Fe	C	Ca	K	Na	Mg	N
	47.0	35.0	8.0	3.9	2.1	1.4	1.3	0.6	0.6	0.1

Густина земљишта, када је оно било сабијено у цилиндре, је оцењена на:  $1.28 \text{ g/cm}^3$  и сматрана је константном величином у целој серији мерења.

Земљиште је сабијано у цилиндричне контејнере чији је попречни пресек приказан на Сл.4.6. Омотач сваког цилиндра је израђен од дебelog папира дебљине 0.25 mm, док је база цилиндра израђена од лепенке дебљине 1 mm. Сваки цилиндар је пуњен са 100 g земље, при чему су димензије цилиндра приказане у Табели 4.2. У истој табели дати су подаци за величину  $h$  која представља реалну висину извора, тачније то је висина сабијене земље у

сваком цилиндру. Ова висина је израчуната преко густине узорка која се сматрала константном, из тог разлога што су флуктуације висине поготово код цилиндра великог радијуса и поред брижљиве припреме узорака значајне, што је свакако представљало потешкоћу за одређивање висине.

Овако припремњени узорци су постављени директно на капу детектора, те се приступило мерењима која су трајала  $\approx 70$  ks.

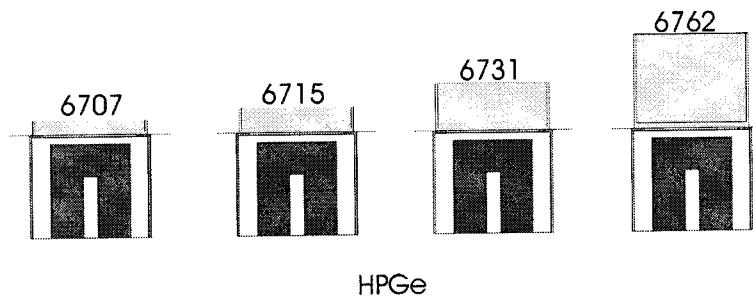


Слика 4.6. Попречни пресек цилиндричних држача извора

Табела 4.2. геометријски подаци за сваки извор понаособ

cilindar	$r$ (cm)	$H$ (cm)	$h$ (cm)
KZlatko4	2	8	6.22
KZlatko5	2.5	6	3.98
KZlatko6	3	6	2.76
KZlatko7	3.5	5	2.03
KZlatko8	4	4	1.56
KZlatko9	4.5	4	1.23
KZlatko10	5	3.5	1.00
KZlatko12	6	3	0.69
KZlatko15	7.5	2.5	0.44

Са друге стране, да би се одредила апсолутна ефикасност детекције за дате облике, неопходно је било одредити активност извора. За одређивање активности извора за задате енергије, исти узорак земљишта којим су пуњени цилиндри, постављен је у тзв. стандардну кутију 6762. За стандардну кутију узима се она чија је висина заједно са њеним поклопцем 31 mm, а пречник 67 mm (6731). За мерења и мањих и већих запремина узорака, стандардна кутија се скраћује по висини, односно на половину висине (6715), на четвртину висине (6707), или уколико се две стандардне кутије поставе једна на другу добија се двострука висина (6762), Сл. 4.7. Мерења за одређивање активности као и сви прорачуни за ефективне просторне углове калибрационог извора вршена су помоћу кутије 6762. Будући да је кутија 6762 формирана од две кутије 6731,  $\gamma$ -зрак који је емитован из узорка смештеног у горњој кутији, на свом путу до детектора има два апсорбера више, односно  $\gamma$ -зрак пролази кроз дно горње кутије али и поклопац доње кутије. Ово свакако треба узети у обзир при прорачунима, и то тако што се претпоставља да је дно кутије 6762 дупло дебље од стандардне кутије.



Слика 4.7. Стандардне геометрије система извор-детектор

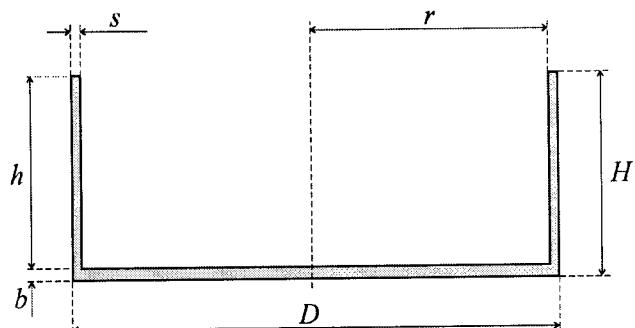
На Сл 4.8. је приказан попречни пресек стандардне кутије, а у Табели 4.3. приложене су димензије за кутију 6731.

Мерење са стандардном кутијом за одређивање активности вршило се у геометрији извор-детектор истоветно оној под којом су вршена мерења узорака за оптимализацију, односно кутија са узорком је постављена директно на капу детектора.

Стандардни, калибрациони узорак коришћен у овом експерименту је калибрациони извор калцијум-фосфат материјал добијен млевењем и хомогенизацијом сирове руде фосфата с високим садржајем  $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$ . Ова руда садржи значајне примесе радионуклида из низа  $^{238}\text{U}$ . Обзиром да руда настаје у безводним условима, потомци у низу  $^{238}\text{U}$  су у радиоактивној равнотежи са родоначелником. Мање нарушавање равнотеже може настати приликом млевења због могућности еманације племенитог гаса  $^{222}\text{Rn}$  из материјала. Ово се компензује тиме што се материјал чува у затвореним контејнерима око 40 дана, што је реда величине десетоструко увећаног времена полураспада изотопа  $^{222}\text{Rn}$ , чиме се равнотежа практично поново успоставља. Концентрација активности  $^{238}\text{U}$  у материјалу који овде служи као калибрациони извор износи 1.54 Bq/g и одређена је у Физичкој лабораторији Института за нуклеарне науке у Винчи.

Када су сви услови геометрије извора као и геометрије извор-детектор били дефинисани, те узорци припремљени и постављени на детектор, приступило се мерењима одбороја по каналима вишеканалног  $\gamma$ -спектрометра. У Лабораторији за ниске активности Департмана за физику у Новом Саду користи се полупроводнички детектор HPGe коаксијалног типа са затвореним крајем, Сл. 4.9. Код полупроводничких детектора, нуклеарно зрачење интерагујући са полупроводником формира пар електрон-шупљина који омогућује детекцију проласка овог зрачења. Полупроводници n-типа се користе за детекцију наелектрисаних честица, док се полупроводници p-типа користе за детекцију  $\gamma$ -зрачења као и X-зрачења.

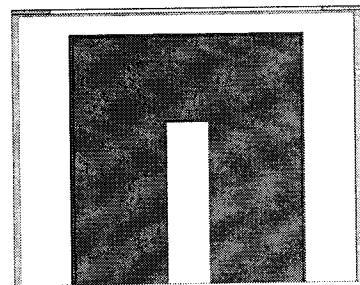
За израду PN-споја код германијумског детектора користи се супстрат p-типа (германијум + акцепторске примесе) у који се извесном технологијом дифузионим процесом уносе донорски атоми који ће створити веома танак слој полупроводника n-типа, па самим тим и слој просторног наелектрисања. При томе концентрација донорских примеса треба да је знатно већа да би обезбедила протезање слоја просторног наелектрисања што више у полупроводнику p-типа, односно да би се тиме максимално могуће повећала ефикасна запремина детектора. Електрични контакт се најчешће остварује направљањем танког слоја злата на крајеве да би се омогућио пролазак и наелектрисаних честица до ефикасне запремине детектора/слоја просторног наелектрисања. PN-спој се поларизује инверзно (n-тип на позитивни пол). Инверзном поларизацијом се омогућава постојање слоја просторног наелектрисања у коме нема слободних носилаца наелектрисања. Порастом инверзног



Слика 4.8. Попречни пресек стандардне кутије за узорак

Табела 4.3. Димензије стандардне кутије 6731

Стандардна кутија 6731	
Пречник $D$ [mm]	72.27(22)
Унутрашњи популаречник $r$ [mm]	34.79(24)
Дебљина странице $s$ [mm]	1.34(21)
Висина $H$ [mm]	29.8(4)
Унутрашња висина $h$ [mm]	27.98(29)
Дебљина дна $b$ [mm]	1.8(5)



Слика 4.9. Попречни пресек детектора HPGe

напона поларизације се повећава слој просторног наелектрисања, што има за последицу повећање ефикасне запремине детектора, са друге стране инверзни напон поларизације ограничен је напоном пробоја полупроводника. Када нуклеарно зрачење пролази кроз слој просторног наелектрисања креира пар електрон-шупљина, слободне носиоце наелектрисања чије је кретање кроз PN-спој фаворизовано инверзним напоном поларизације. Ове честице се прикупљају на крајевима PN-споја. Како је детектор укључен у струјно коло преко извесног радног отпорника, кроз струјно коло ће протећи струја као последица генерисања слободних носилаца наелектрисања, а на радном отпорнику се услед ове струје јавља промена напона која је пропорционална енергији честице која је генерисала парове слободног наелектрисања.

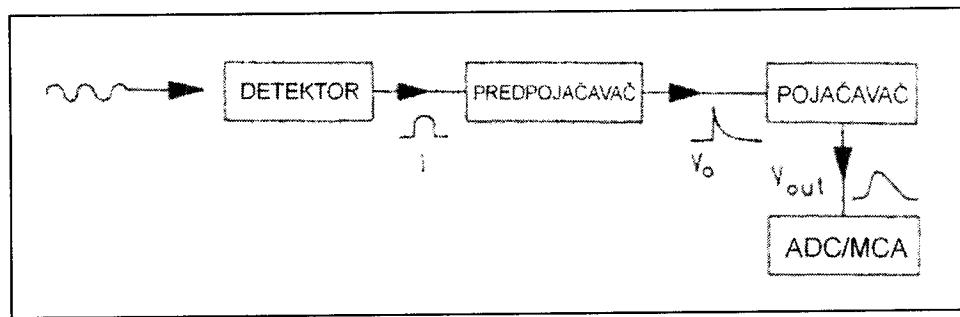
Полупроводнички детектори имају предност у односу на гасне детекторе, јер при сваком акту стварања слободног наелектрисања честица губи 3.6 eV што је за око десет пута мање енергије потребне за стварање јонског пара у гасној средини (32 eV). Другачије речено, унутар полупроводничког детектора нуклеране честице образују 10 пута више парова наелектрисања, а већим бројем насталих парова наелектрисања боље је дефинисан и настали импулс, а што обезбеђује много бољу енергетску резолуцију детектора.

За мерења која су презентована у овом раду користио се HPGe детектор Canberra са полупроводником високе чистоће са малом концентрацијом акцепторских примеса. Параметри детектора коришћеног у овом раду дати су у Табели 4.4.

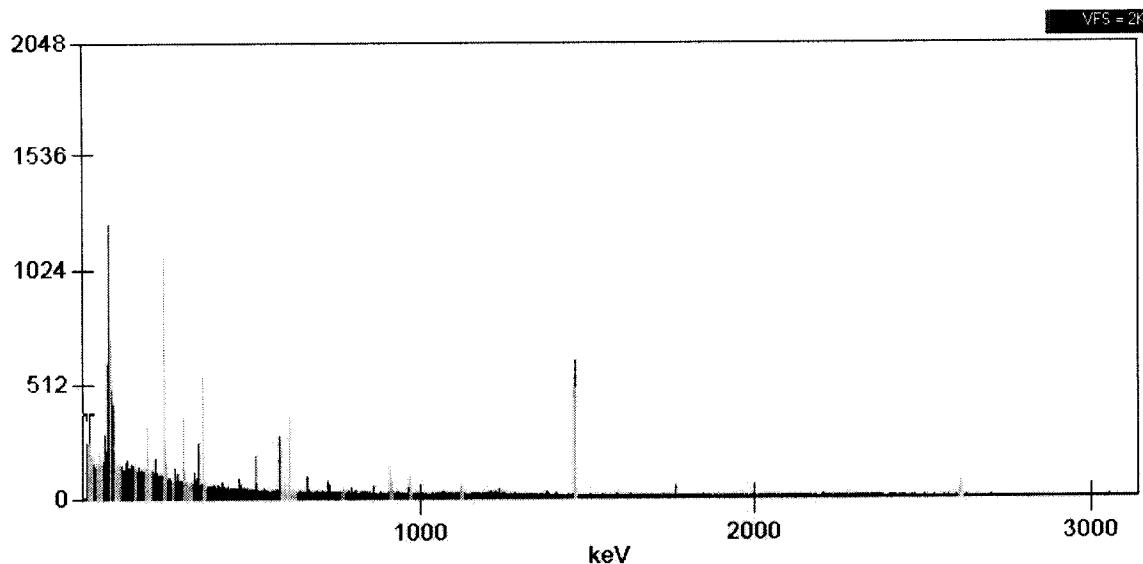
У коначном,  $\gamma$ -зрачење које пада на детектор генерише струјни сигнал који се води у предпојачавач осетљив на наелектрисање (charge-sensitive preamplifier), где се формира напонски сигнал. Сигнал се даље обликује у појачавачу, а затим се, након анализе висине сигнала у аналогно-дигиталном конвертору (ADC) и вишеканалном анализатору (MCA) чува у облику енергетског хистограма. Поједностављена шема елемената спектроскопског система дата је на Сл. 4.10.

Табела 4.4. Карактеристике детектора

Произвођач	CANBERRA
Модел	GC3518
Геометрија	коаксијални са затвореним крајем
Модел криостата	7935SL-7 вертикална конфигурација
Кристал полупроводника	p-тип
Релативна ефикасност	35%
Резолуција (keV)	1.80
Радни напон (kV)	4.5
Улазни прозор	0.9 mm Al
Пречник кристала (mm)	61
Висина кристала (mm)	52
Полупречник језгра (mm)	17
Висина језгра (mm)	34
Дебљина кушишта	1.6 mm Al
Дебљина прозора	1.5 mm Al



Слика 4.10. Основни елементи спектроскопског система



Слика 4.11. Пrikaz једног од снимљених спектара у овом раду

#### 4.4. Експериментално одређивање ефикасности

Из снимљених спектара (један од њих је на Сл. 4.11.) за узорке постављене у цилиндре који су наведени у Табели 4.2.,читани су нето интензитети (одброји) врхова пуне енергије за одређене енергије, као и време мерења за сваки узорак појединачно. Ово је учињено помоћу програма CAMBERRA, који омогућује и одсецање спектралног континуума. Стога се нето одброја управо односи на вредност одброја без континуума. За исте линије накнадно је са фонског спектра истоветном процедуром очитан фонски одброј за одговарајуће енергије. На основу ових података се могла израчунати брзина бројања, користећи се релацијом:

$$R = \frac{I}{t} - \frac{I_f}{t_f} \quad (4.4.)$$

где је  $I$  нето интензитет (одброј) спектралне линије на датој енергији а  $t$  је време мерења датог одброја за дати облик; индексом  $f$  су означене величине које се односе на фонски спектар, разумљиво, за исту вредност енергије. Добијени резултати су приказани у Табели 4.6.

У овом раду вршена је оптимализација облика цилиндричног извора на основу анализе ефикасности детекције у функцији параметара облика цилиндра, тачније висине и радијуса цилиндра. Пошто су брзине бројања презентоване у Табели 4.6. израчунате, одређена је ефикасност помоћу:

$$\varepsilon = \frac{R}{a \cdot m \cdot p_\gamma} \quad (4.5.)$$

где је  $R$  нето брзина бројања,  $a$  специфична активност,  $m$  маса узорка која је у целом сету мерења била константна и износила  $m = 100 \text{ g}$ , док је  $p_\gamma$  вероватноћа емисије  $\gamma$ -кванта. Сви

релевантни подаци потребни за даљи рачун ефикасности такође су представљени у Табели 4.6. Што се тиче специфичне активности, она је одређена тако што је снимљен узорак земљишта које је коришћено и у серији експеримената, али у стандардној кутији 6762. На основу ових података, и помоћу софтвера GENIE добијене су специфичне активности представљене у Табели 4.5.

Каснији прорачуни ефективног просторног угла помоћу програма *Angle*, показали су да се ефективни просторни углови за стандардне кутије, када се у њима налазе узорци калцијум-фосфата и земљишта, разликују од 3.6-9.8%. Због овога, резултати ефикасности су кориговани за однос ових ефективних просторних углова, и то преко следећег обрасца:

$$\varepsilon = \frac{\Omega_{f,s}}{\Omega_{z,s}} \cdot \frac{R}{a \cdot m \cdot p_\gamma}$$

где је заправо ефикасност из обрасца (4.5.) помножена корекционим односом ефективних просторних углова фосфата и земљишта у стандардној кутији 6762. Резултати овако добијених ефикасности детекције приказани су у Табела 4.7. Овој табели следе графички прикази зависности ефикасности од висине (од Сл. 4.12.1. – Сл. 4.12.7.) односно радијуса (од Сл. 4.13.1. – Сл. 4.13.7.) цилиндра, по задатим енергијама.

**Табела 4.5.** Специфичне активности одређене помоћу програма GENIE као и остали релевантни подаци потребни за прорачун

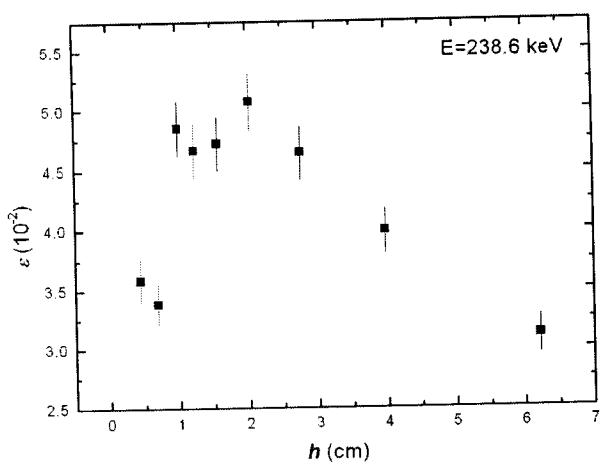
ИЗОТОП	E (keV)	$a$ (Bq/kg)	$p_\gamma$ (%)
$^{40}\text{K}$	1460.8	680(30)	10.67
$^{208}\text{Tl}$	2614.0	14.3(9)	99.20
$^{212}\text{Pb}$	238.6	44.2(19)	43.60
$^{214}\text{Bi}$	609.3	38.3(20)	46.10
$^{214}\text{Pb}$	351.9	37.6(16)	37.10
$^{214}\text{Pb}$	295.0	37.6(16)	19.20
$^{228}\text{Ac}$	911.2	37.7(27)	26.60

**Табела 4.6.** Експериментални резултати – нето брзина бројања ( $10^{-2} \text{ s}^{-1}$ ),  
за све припремљене цилиндричне геометрије извора

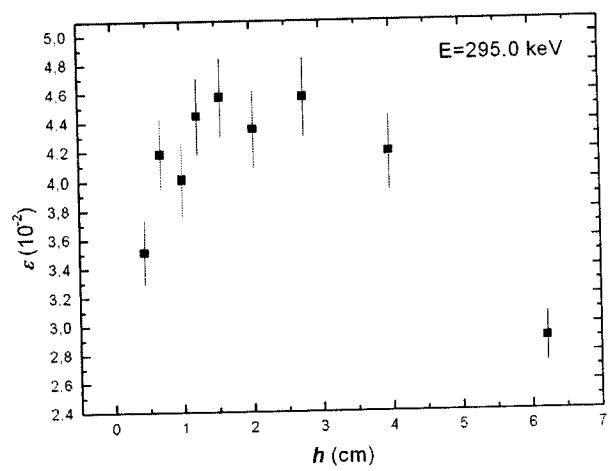
ЦИЛИНДАР	висина цилиндра $h$ (cm)	радијус цилиндра $r$ (cm)	нето брзина одбороја ( $10^{-2} \text{ s}^{-1}$ ), за линије на енергијама (keV):					
			238.6 ( $^{232}\text{Pb}$ )	295.0 ( $^{234}\text{Pb}$ )	351.9 ( $^{214}\text{Bi}$ )	609.3 ( $^{228}\text{Bi}$ )	911.2 ( $^{228}\text{Ac}$ )	1460.8 ( $^{40}\text{K}$ )
Kzlatko4	6.22	2.0	5.45(14)	1.92(8)	3.67(11)	2.48(10)	1.21(7)	5.02(12)
Kzlatko5	3.98	2.5	7.01(15)	2.78(12)	4.78(12)	3.34(10)	1.68(7)	7.48(13)
Kzlatko6	2.76	3.0	8.15(16)	3.03(12)	4.91(12)	3.91(11)	1.84(8)	7.98(13)
Kzlatko7	2.03	3.5	8.90(16)	2.88(12)	5.44(13)	3.65(11)	1.95(8)	8.56(14)
Kzlatko8	1.56	4.0	8.28(16)	3.03(12)	5.22(13)	3.85(11)	2.01(8)	8.54(14)
Kzlatko9	1.23	4.5	8.17(16)	2.94(12)	5.41(13)	3.95(11)	1.94(8)	8.40(14)
Kzlatko10	1.00	5.0	8.52(17)	2.66(12)	5.13(14)	3.91(11)	1.79(8)	7.98(15)
Kzlatko12	0.69	6.0	5.94(14)	2.77(11)	3.70(11)	2.96(10)	1.39(7)	5.93(12)
Kzlatko15	0.44	7.5	6.28(15)	2.33(11)	4.10(12)	3.12(10)	1.51(7)	6.12(13)
<b>вероватноћа емисије фотона</b>								
			$p_{\gamma}$ (%)					
			43.60	19.20	37.10	46.10	26.60	10.67
								99.20
<b>специфична активност</b>								
			$a$ (Bq/kg)					
			44.2(19)	37.6(16)	37.6(16)	38.3(20)	37.7(27)	680(30)
								14.3(9)
<b><math>\Omega</math> за калцијум-фосфат</b>								
			$\rho = 1.67 \text{ g/cm}^3$	0.523251	0.522204	0.522199	0.5148733	0.500802
								0.471946
<b><math>\Omega</math> за земљиште</b>				0.574544	0.568855	0.565805	0.549717	0.493732
			$\rho = 1.29 \text{ g/cm}^3$					0.450811

**Табела 4.7.** Експериментални резултати – ефикасност детекције у функцији енергије, за све припремљене цилиндричне геометрије извора

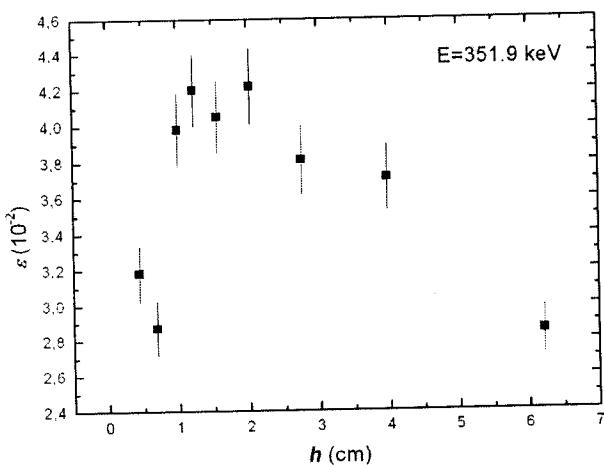
ЦИЛИНДАР	висина цилиндра $h$ (cm)	радијус цилиндра $r$ (cm)	ЕФИКАСНОСТ $\varepsilon$ ( $10^{-2}$ ), за линије на енергијама (keV):					
			238.6 ( $^{232}\text{Pb}$ )	295.0 ( $^{214}\text{Pb}$ )	351.9 ( $^{214}\text{Pb}$ )	609.3 ( $^{214}\text{Bi}$ )	911.2 ( $^{228}\text{Ac}$ )	1460.8 ( $^{40}\text{K}$ )
Kzlatko4	6.22	2.0	3.11(16)	2.90(17)	2.85(14)	1.50(10)	1.27(12)	0.72(4)
Kzlatko5	3.98	2.5	3.99(19)	4.19(25)	3.71(18)	2.02(12)	1.77(15)	1.08(5)
Kzlatko6	2.76	3.0	4.64(22)	4.57(27)	3.81(19)	2.36(14)	1.94(16)	1.15(5)
Kzlatko7	2.03	3.5	5.07(24)	4.35(26)	4.22(21)	2.21(13)	2.06(17)	1.23(6)
Kzlatko8	1.56	4.0	4.72(22)	4.57(27)	4.05(20)	2.33(14)	2.12(17)	1.23(6)
Kzlatko9	1.23	4.5	4.66(22)	4.44(26)	4.20(20)	2.39(14)	2.05(17)	1.21(6)
Kzlatko10	1.00	5.0	4.85(23)	4.01(25)	3.98(20)	2.36(14)	1.89(16)	1.15(6)
Kzlatko12	0.69	6.0	3.38(17)	4.18(24)	2.87(15)	1.79(11)	1.46(13)	0.86(4)
Kzlatko15	0.44	7.5	3.58(18)	3.51(22)	3.18(16)	1.89(12)	1.59(13)	0.88(4)
								0.60(6)



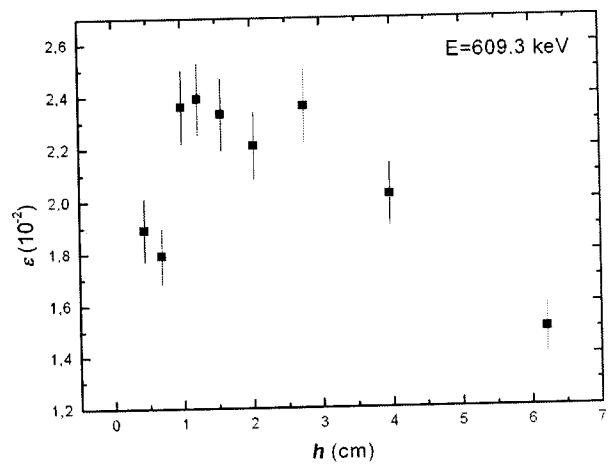
Слика 4.12.1.



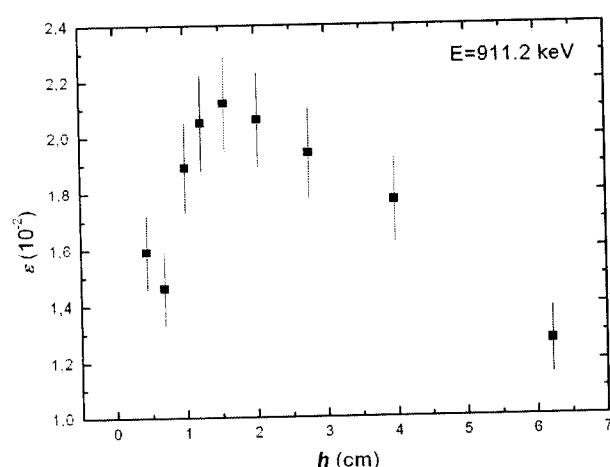
Слика 4.12.2.



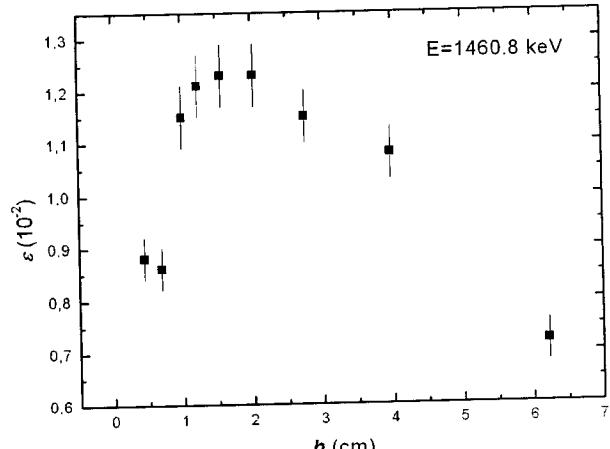
Слика 4.12.3.



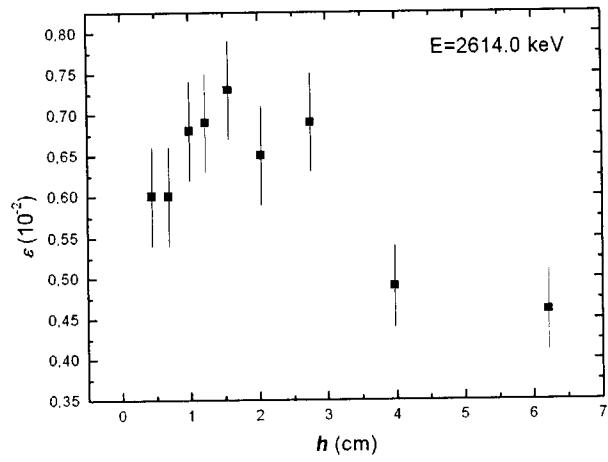
Слика 4.12.4.



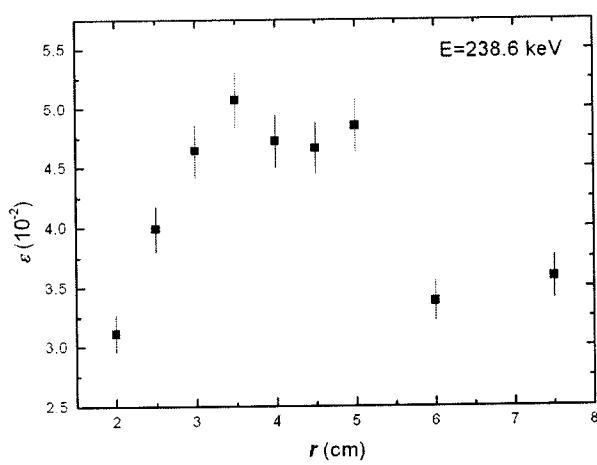
Слика 4.12.5.



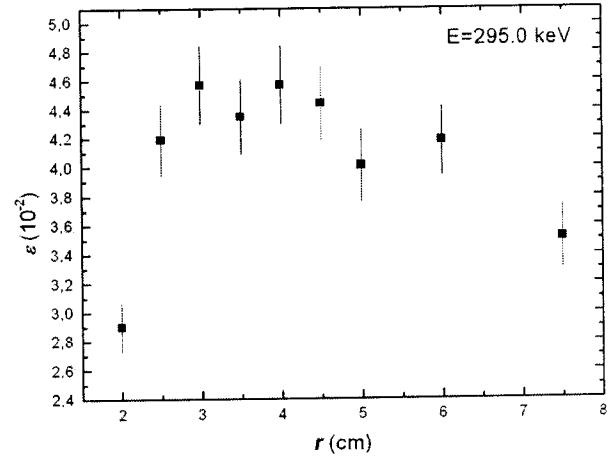
Слика 4.12.6.



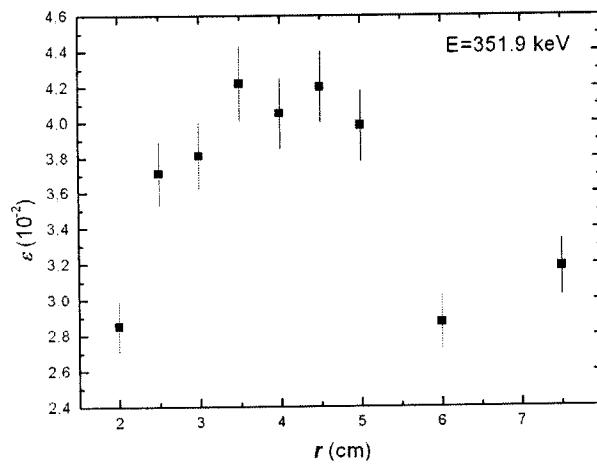
Слика 4.12.7.



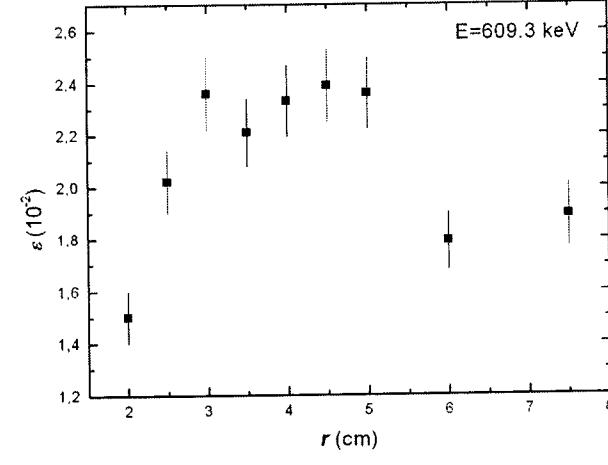
Слика 4.13.1.



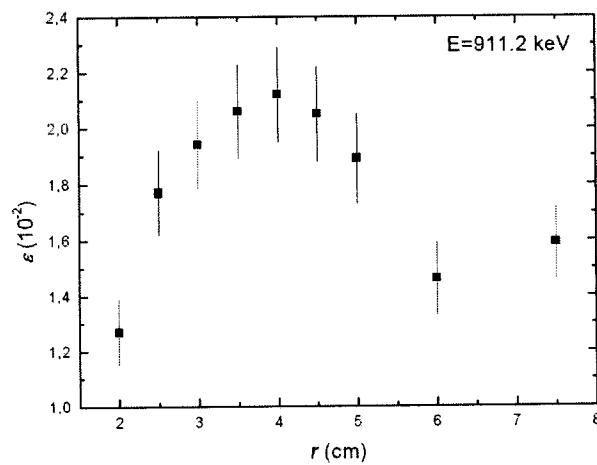
Слика 4.13.2.



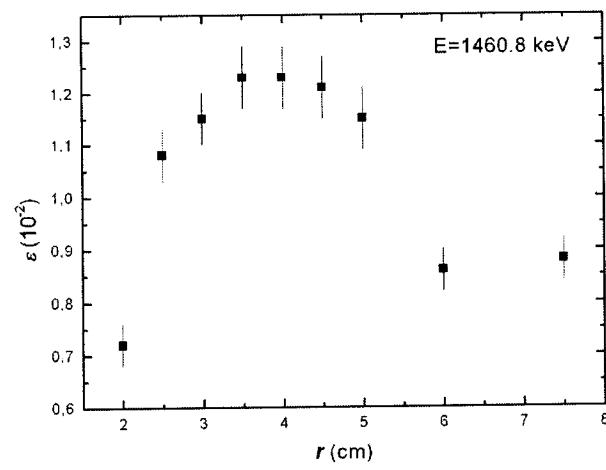
Слика 4.13.3.



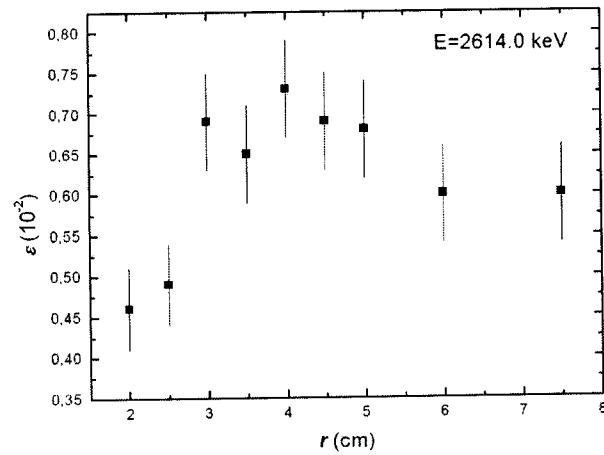
Слика 4.13.4.



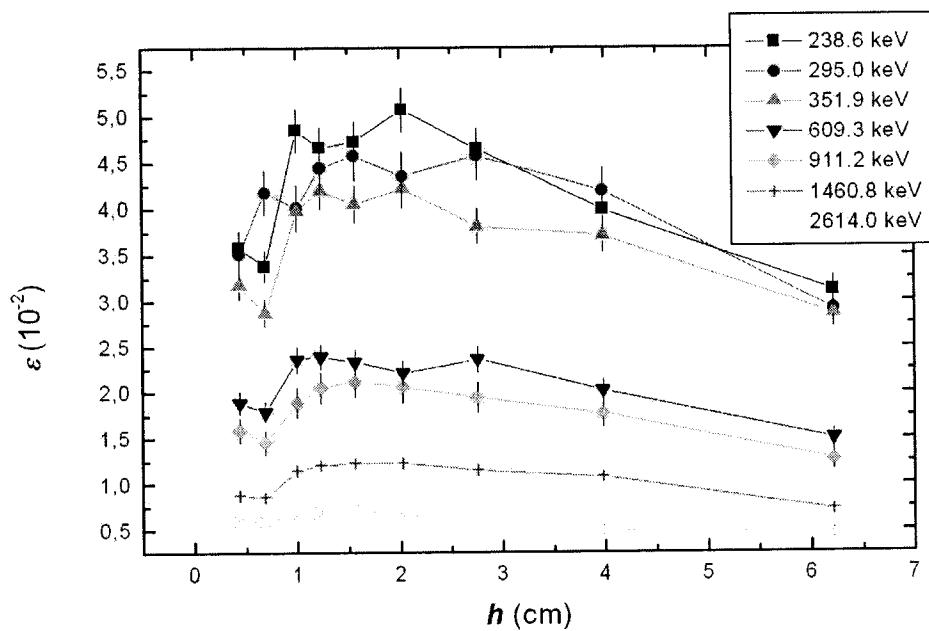
Слика 4.13.5.



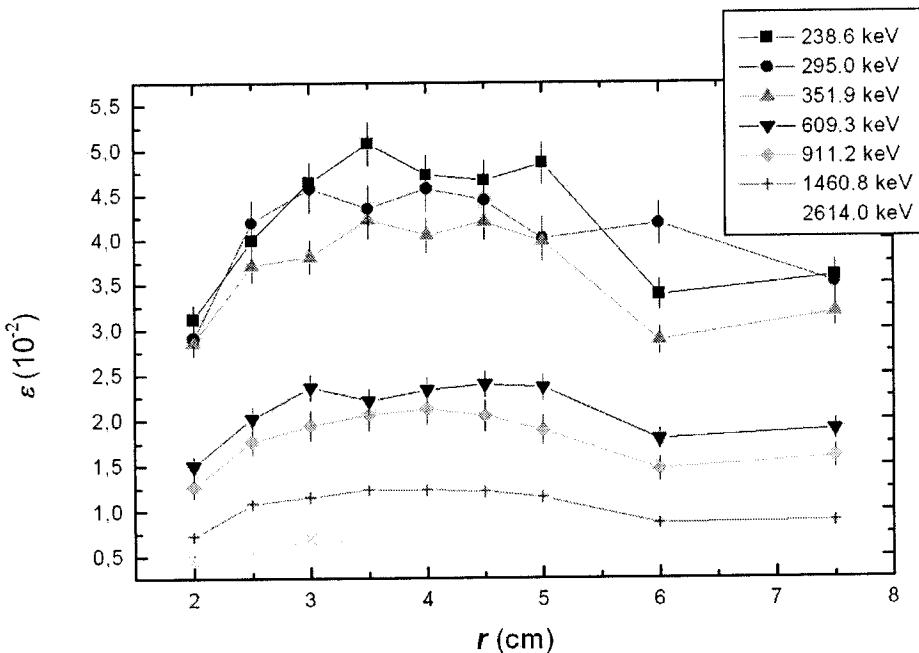
Слика 4.13.6.



Слика 4.13.7.



Слика 4.14.1. Упоредни приказ зависности ефикасности од висине цилиндра, за задате вредности енергија



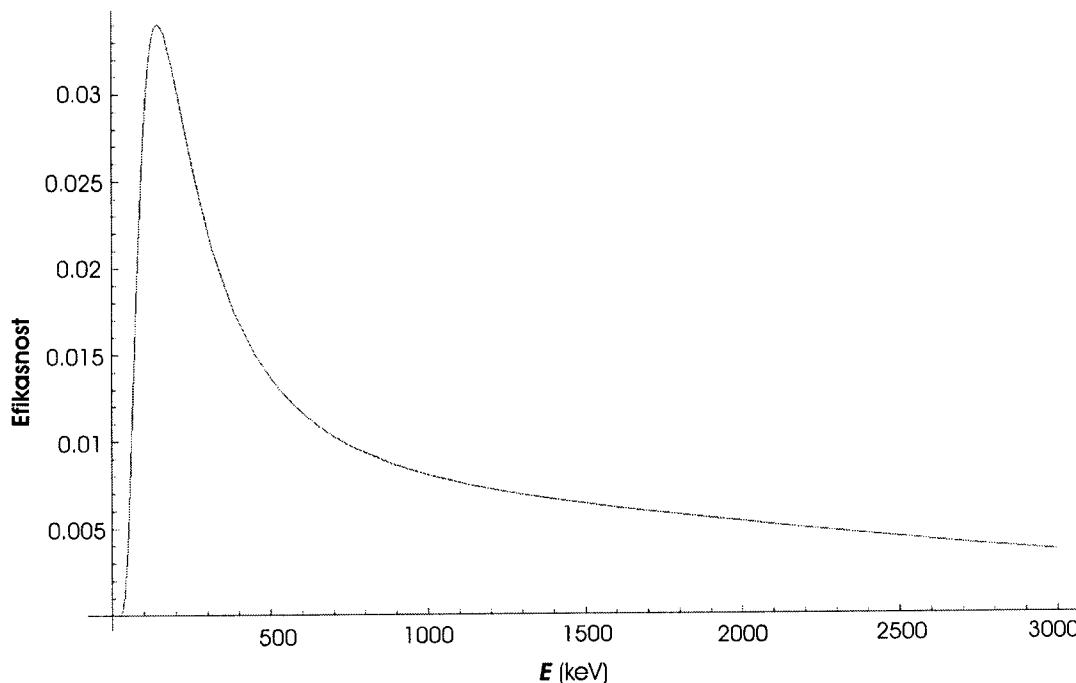
Слика 4.14.2. Упоредни приказ зависности ефикасности од радијуса цилиндра, за задате вредности енергија

#### 4.5. Семијемпириско одређивање ефикасности

За ову методу одређивања ефикасности потребно је познавање ефикасности калибрационог извора  $\varepsilon_{\text{ref}}$  која се одређује експерименталним путем снимајући криву  $\varepsilon_{\text{ref}} = f(E_\gamma)$  за једну дату геометрију извора. Када је ова ефикасност позната, остаје још само да се израчунају ефективни просторни углови за калибрациони извор  $\Omega_{\text{ref}}$  за исту геометрију којом је снимана референтна крива ефикасности. Након овога је могуће одредити семијемпириску ефикасност рачунајући само ефективне просторне углове за дате енергије као и за жељене геометрије, извора преко релације:

$$\varepsilon = \varepsilon_{\text{ref}} \cdot \frac{\Omega}{\Omega_{\text{ref}}} \quad (4.6.)$$

У овом раду је коришћен калибрациони извор калцијум-фосфат [§4.3.1.]. За овај калибрациони извор пакован у стабдардну кутију 6762 снимљена је крива ефикасности  $\varepsilon_{\text{ref}} = f(E_\gamma)$  која је приказана на Сл. 4.15.



Слика 4.15. Крива ефикасности детекције за калибрациони извор калцијум-фосфат пакован у кутији 6762

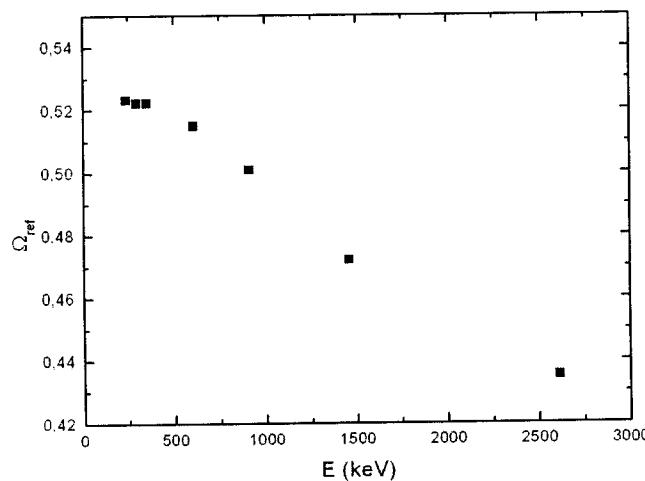
Ова крива ефикасности за калибрациони извор фитована је функцијом (4.7.), док су параметри фита дати у Табели 4.8.:

$$\varepsilon_{\text{ref}} = \exp \left\{ A + B_1 \ln E_\gamma + B_2 \ln^2 E_\gamma + B_3 \ln^3 E_\gamma + B_4 \ln^4 E_\gamma + B_5 \ln^5 E_\gamma \right\} \quad (4.7.)$$

**Табела 4.8.** Параметри фитовања

Параметри функције (4.7.)	
A	-146.9
B <sub>1</sub>	88.64
B <sub>2</sub>	-19.57
B <sub>3</sub>	1.739
B <sub>4</sub>	-0.03493
B <sub>5</sub>	0.001912

Помоћу функције (4.7.) одређене су вредности  $\varepsilon_{\text{ref}}$  за оне енергије за које су рачунате експерименталне ефикасности [§4.3.1.]. Ове вредности  $\varepsilon_{\text{ref}}$  приложене су у Табели 4.9. У истој табели су приказане вредности ефективног просторног угла за калцијум-фосфат  $\Omega_{\text{ref}}$ , које су рачунате помоћу програма *Angle* за случај да је калцијум-фосфат пуњен у стандардну кутију 6762. Зависност ефективног просторног угла за калцијум-фосфат у функцији енергије приложена је и на Сл. 4.16.

**Слика 4.16.** Ефективни просторни угао за калцијум-фосфат као калибрациони извор у интервалу енергија који је посматран у овом раду

За прорачуне семијемпириске ефикасности још је требало помоћу програма *Angle* израчунати ефективне просторне углове за геометрије цилиндра који су наведени у Табели 4.2., као и за све енергије које су се анализирале у овом раду. Добијени резултати ових прорачуна такође су наведени у Табели 4.6.

Израчунате вредности семијемпириских ефикасности помоћу релације (4.6.), дате су у Табели 4.10. Овако израчунате ефикасности у зависности од висине и радијуса цилиндра дате су на Сл. 4.17.1 – Сл. 4.17.7. и Сл. 4.18.1. – Сл. 4.18.7.

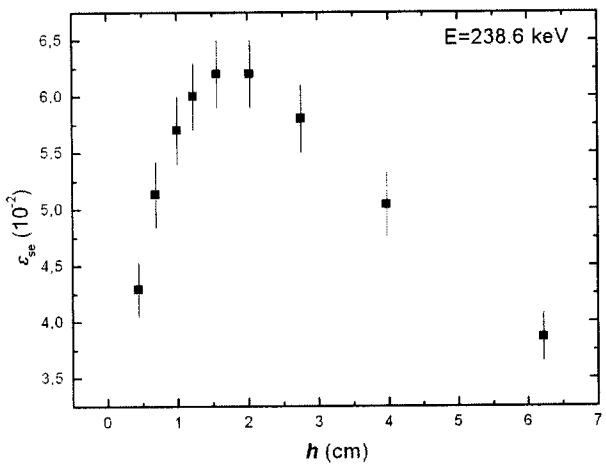
Овим графицима следе два упоредна графика, где су приказане семијемпириски добијене ефикасности у функцији радијуса, за све енергије које су се анализирале у овом раду.

**Табела 4.9.** Резултати прорачуна ефективних просторних углова помоћу програма *Angle* у функцији енергије, за све цилиндричне облике извора који су анализирани.

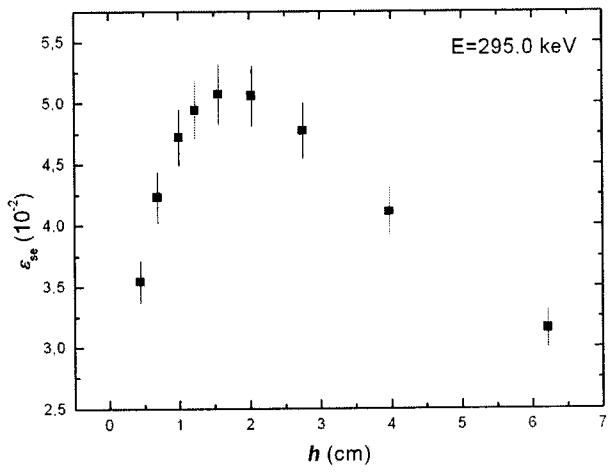
ЦИЛИНДАР	висина цилиндра $h$ (cm)	радијус цилиндра $r$ (cm)	Ефективни просторни углови $\Omega$ , за линије на енергијама (keV):				
			238.6 ( $^{212}\text{Pb}$ )	295.0 ( $^{214}\text{Pb}$ )	351.9 ( $^{214}\text{Pb}$ )	609.3 ( $^{214}\text{Bi}$ )	911.2 ( $^{228}\text{Ac}$ )
KZlatko4	6.22	2.0	0.748193	0.732226	0.722647	0.687769	0.653782
KZlatko5	3.98	2.5	0.976521	0.954666	0.940845	0.890831	0.843317
KZlatko6	2.76	3.0	1.133674	1.108077	1.091144	1.029790	0.972328
KZlatko7	2.03	3.5	1.200572	1.175459	1.158064	1.093355	1.032183
KZlatko8	1.56	4.0	1.1989	1.176242	1.159806	1.096607	1.035921
KZlatko9	1.23	4.5	1.166118	1.146899	1.132198	1.073107	1.015022
KZlatko10	1.00	5.0	1.111366	1.094975	1.081863	1.027290	0.972686
KZlatko12	0.69	6.0	0.994128	0.981216	0.970159	0.922350	0.873774
KZlatko15	0.44	7.5	0.832370	0.821946	0.812589	0.771793	0.730479
$\Omega_{\text{ref}}$			0.523251	0.522204	0.522199	0.514873	0.500802
$\varepsilon_{\text{ref}} (10^{-2})$			2.70(15)	2.25(11)	1.90(13)	1.15(6)	0.86(5)
						0.649(15)	0.423(21)

**Табела 4.10.** Резултати семиемпириског метода одређивања ефикасности за све цилиндричне геометрије које су анализиране, у функцији енергије

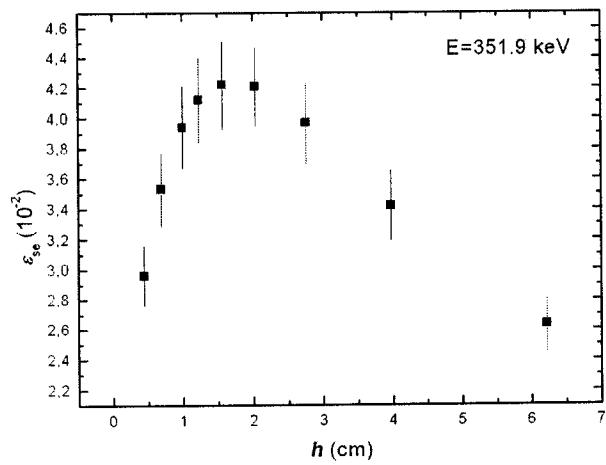
ЦИЛИНДАР	Висина цилиндра <i>h</i> (cm)	Радијус цилиндра <i>r</i> (cm)	ЕФИКАСНОСТ $\varepsilon$ ( $10^{-2}$ ), за линије на енергијама (keV):				
			238.6 ( $^{212}\text{Pb}$ )	295.0 ( $^{214}\text{Pb}$ )	351.9 ( $^{214}\text{Bi}$ )	609.3 ( $^{228}\text{Bi}$ )	911.2 ( $^{40}\text{K}$ )
KZlatko4	6.22	2.0	3.86(21)	3.15(15)	2.63(18)	1.54(8)	1.12(6)
KZlatko5	3.98	2.5	5.04(28)	4.11(20)	3.42(23)	1.99(10)	1.45(8)
KZlatko6	2.76	3.0	5.8(3)	4.77(23)	3.97(27)	2.30(12)	1.70(10)
KZlatko7	2.03	3.5	6.2(3)	5.06(25)	4.21(29)	2.44(13)	1.77(10)
KZlatko8	1.56	4.0	6.2(3)	5.07(25)	4.22(29)	2.45(13)	1.78(10)
KZlatko9	1.23	4.5	6.0(3)	4.94(24)	4.12(28)	2.40(12)	1.74(10)
KZlatko10	1.00	5.0	5.7(3)	4.72(23)	3.94(27)	2.29(12)	1.67(10)
KZlatko12	0.69	6.0	5.13(29)	4.23(21)	3.53(24)	2.06(11)	1.50(9)
KZlatko15	0.44	7.5	4.29(24)	3.54(17)	2.96(20)	1.72(9)	1.24(7)
						0.919(21)	0.581(29)



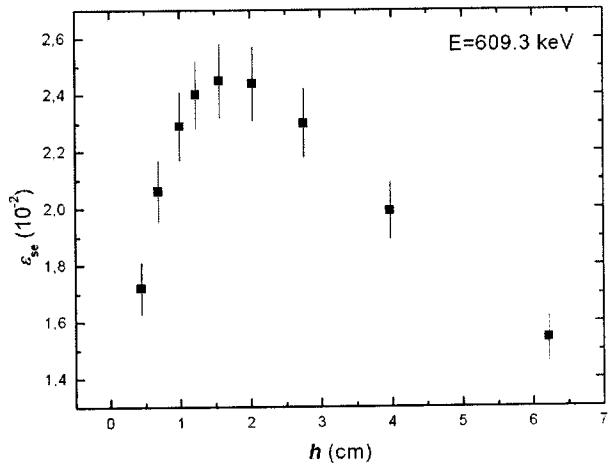
Слика 4.17.1.



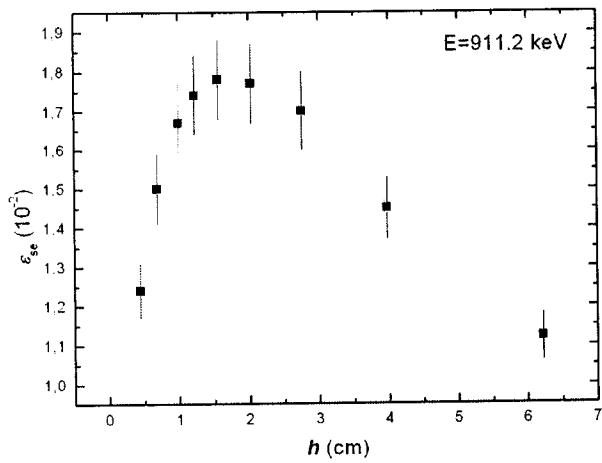
Слика 4.17.2.



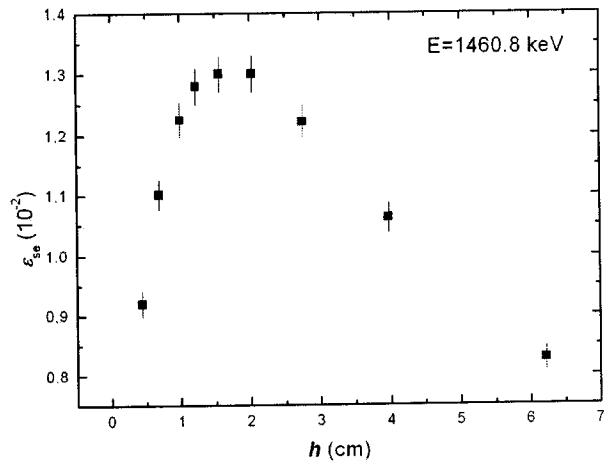
Слика 4.17.3.



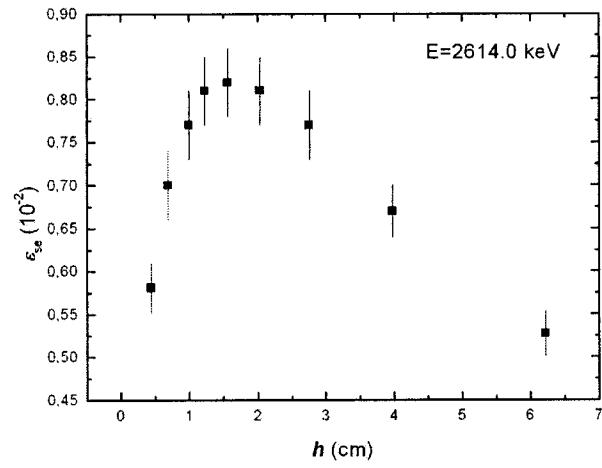
Слика 4.17.4.



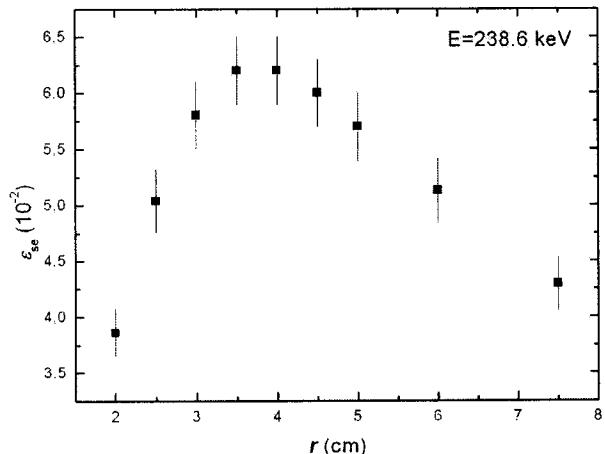
Слика 4.17.5.



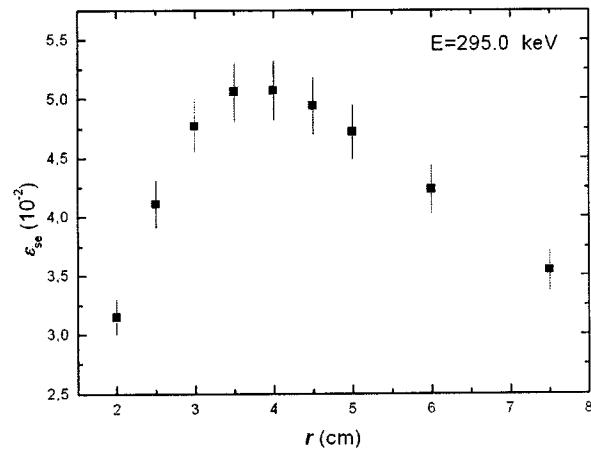
Слика 4.17.6.



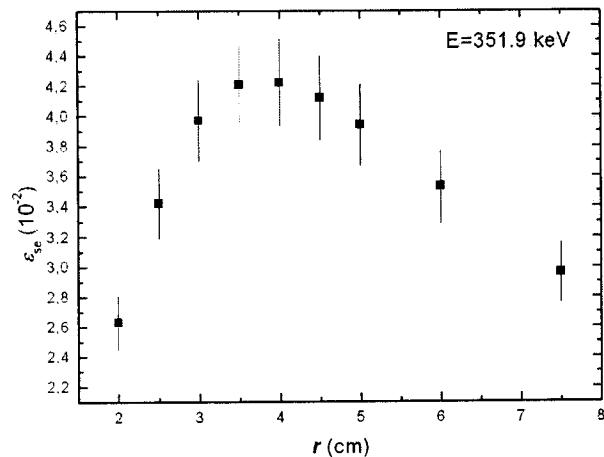
Слика 4.17.7.



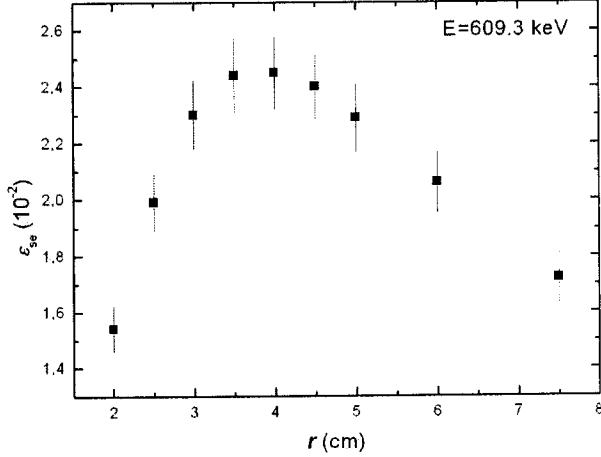
Слика 4.18.1.



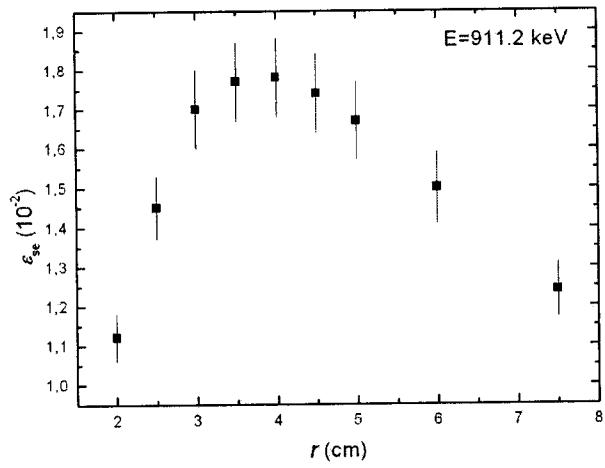
Слика 4.18.2.



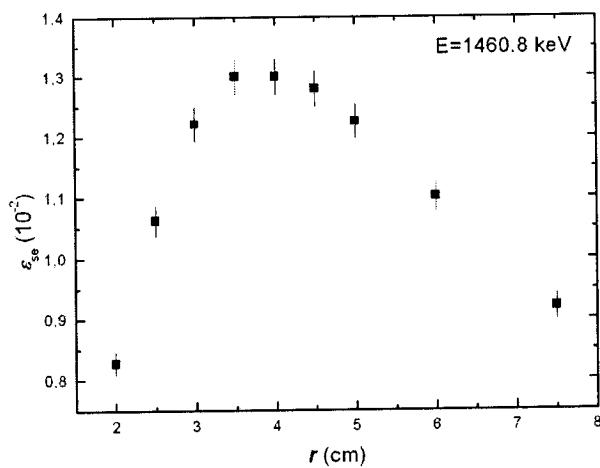
Слика 4.18.3.



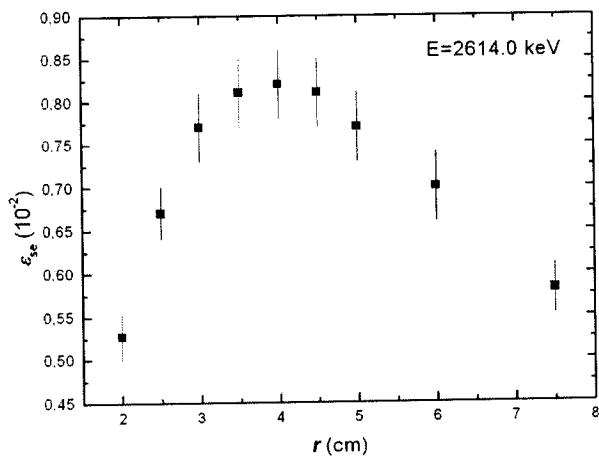
Слика 4.18.4.



Слика 4.18.5.

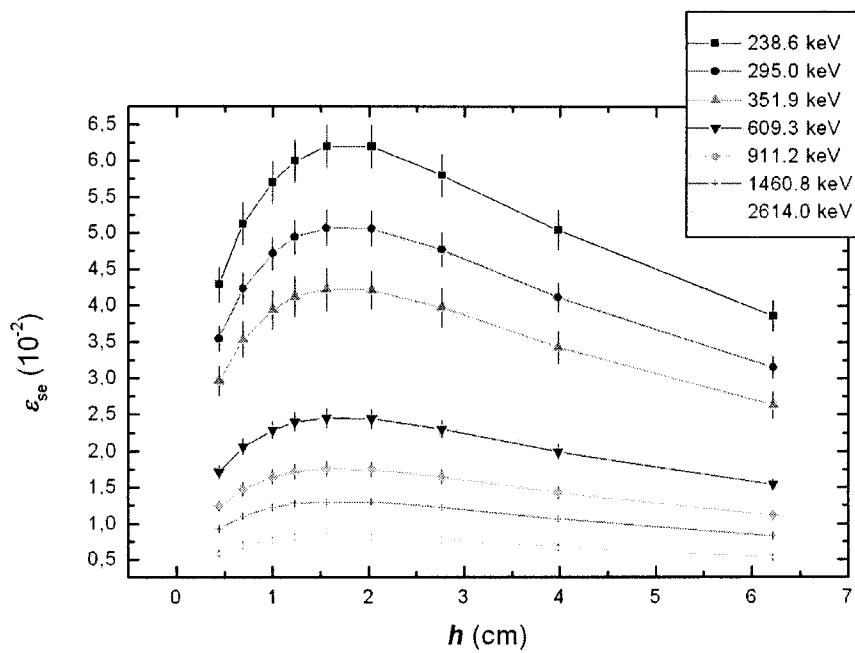


Слика 4.18.6.

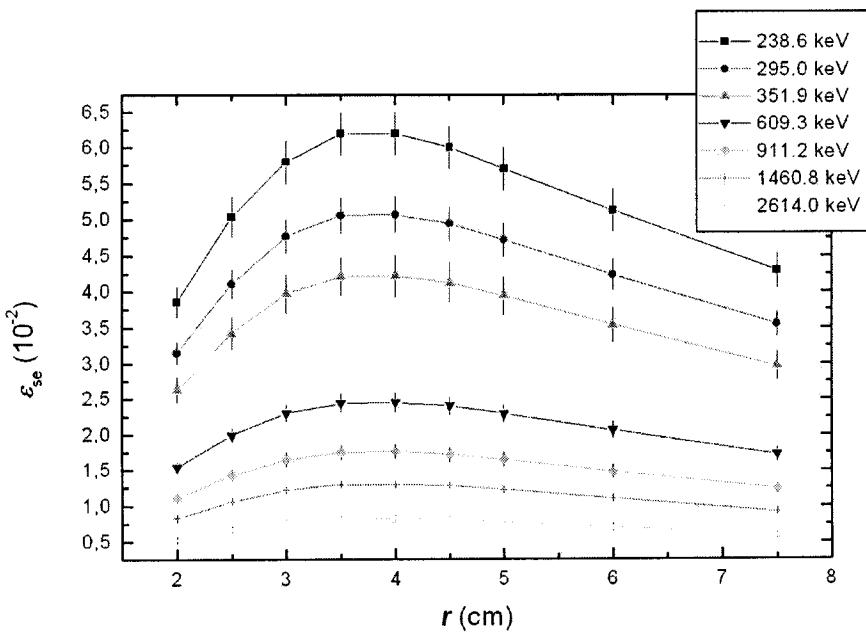


Слика 4.18.7.

Упоредни приказ семиемпириски одређених ефикасности за све енергије, у зависности од висина и радијуса дат је на Сл. 4.19.1. и Сл. 4.19.2., респективно.



Слика 4.19.1.

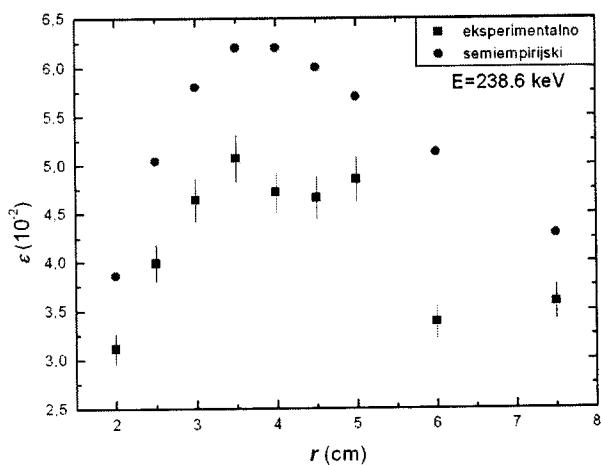


Слика 4.19.2.

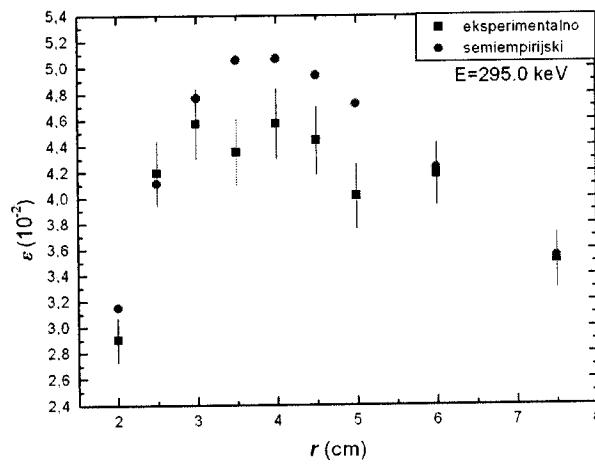
#### 4.2.3. Поређење експерименталног и семијемпириског одређивања ефикасности

У намери што је могуће директнијег поређења експерименталног и семијемпириског метода израчунавања ефикасности, у овом одељку су презентовани упоредни графици ефикасности у функцији радијуса за сваку анализирану енергију понаособ од Сл 4.20.1.-Сл. 4.20.7. Овим графицима следи Табела 4.11. са релативним одступањима за ефикасности које су одређене са ове две методе, на свим енергијама и за све посматране цилиндричне облике. Релативно одступање је овде рачувано према обрасцу:

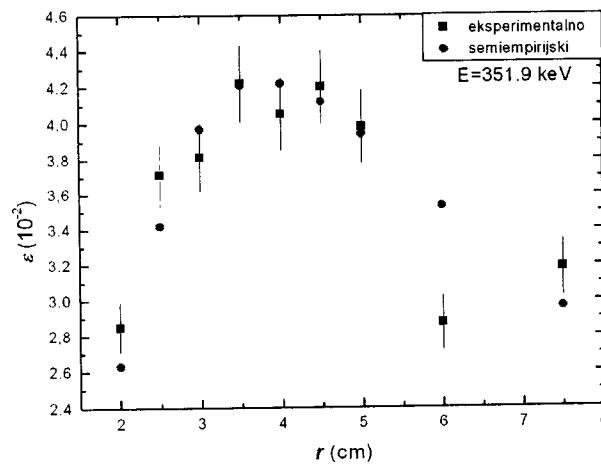
$$\sigma = \frac{|\varepsilon - \varepsilon_{se}|}{\varepsilon_{se}} \cdot 100\%$$



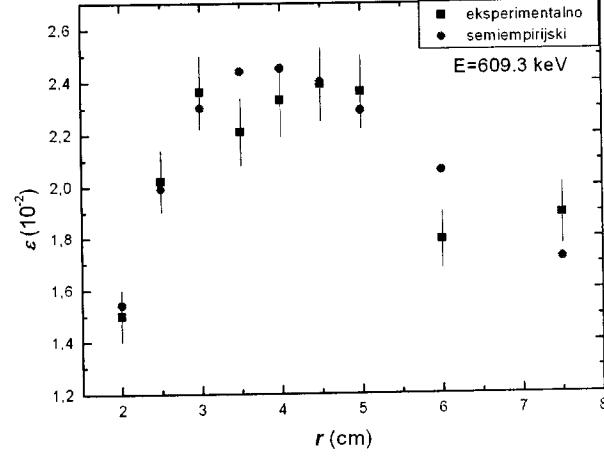
Слика 4.20.1.



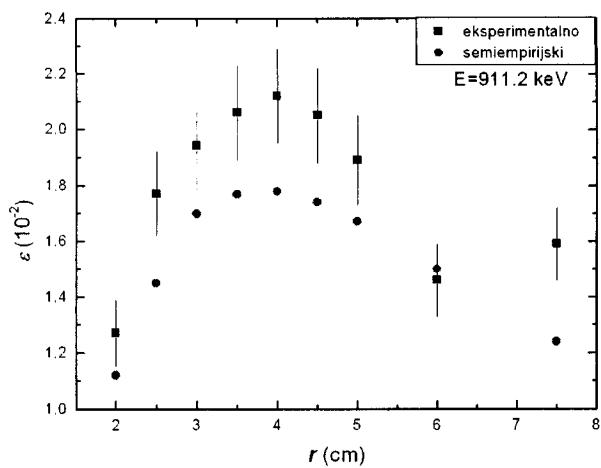
Слика 4.20.2.



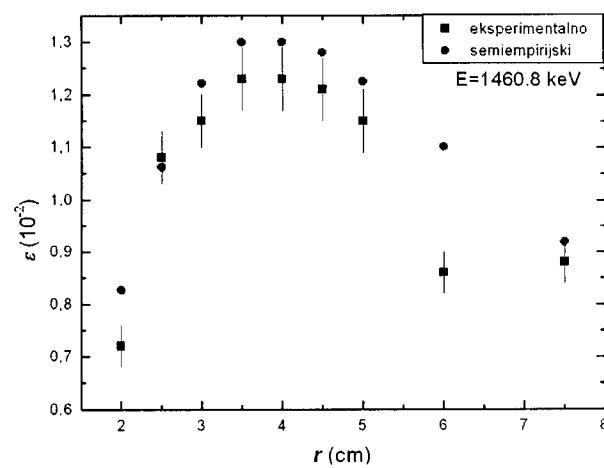
Слика 4.20.3.



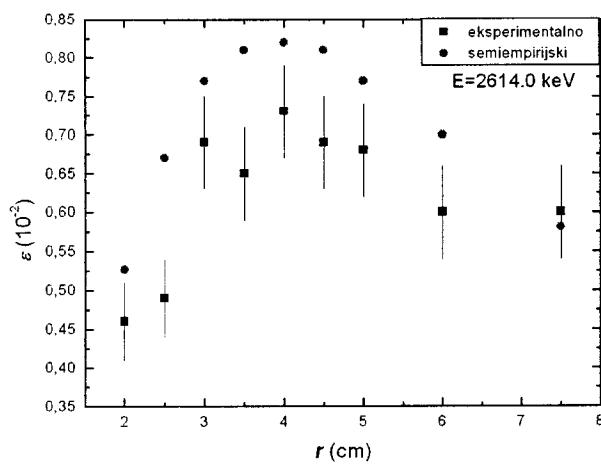
Слика 4.20.4.



Слика 4.20.5.



Слика 4.20.6.



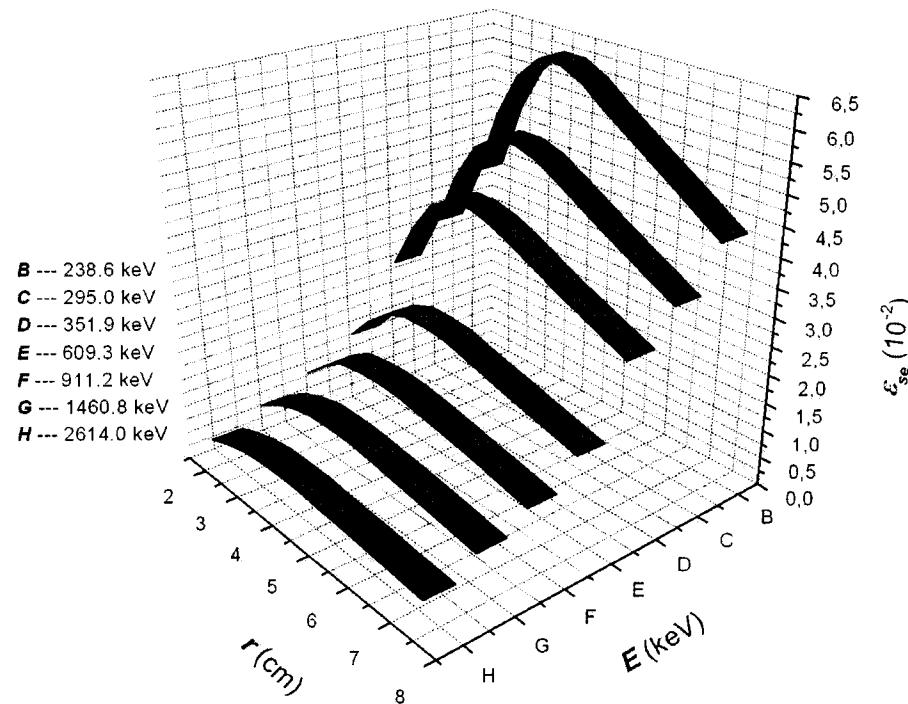
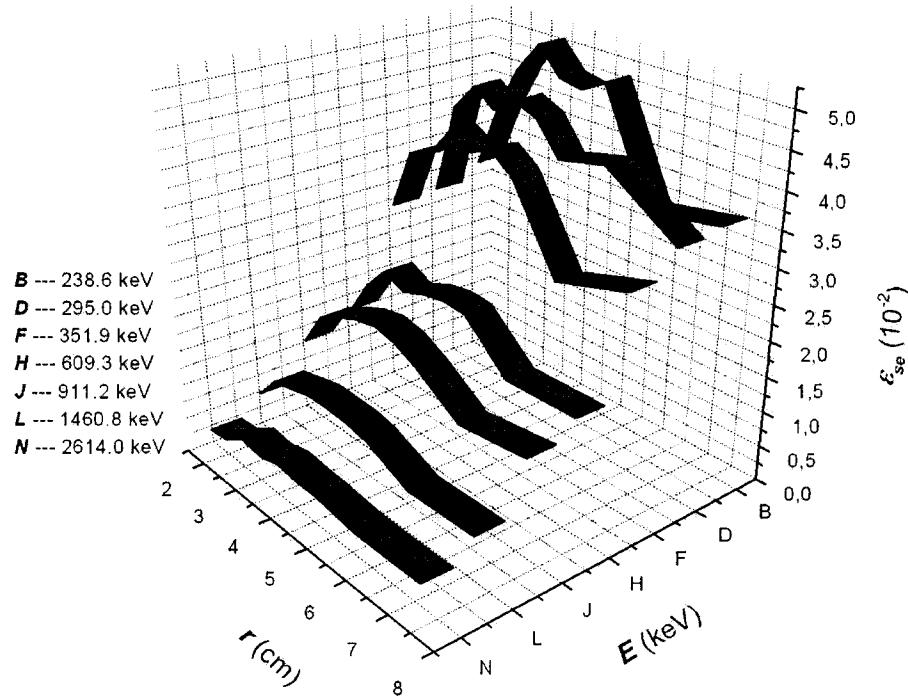
Слика 4.20.7.

Табела 4.11. Релативна одступања резултата експерименталног и семиемпириског метода одређивања ефикасности

ЦИЛИНДАР	$h$ (cm)	$r$ (cm)	РЕЛАТИВНА ОДСТУПАЊА $\sigma$ (%)							$\bar{\sigma}$
			за линије на енергијама (keV):	238.6 ( $^{212}\text{Pb}$ )	295.0 ( $^{214}\text{Pb}$ )	351.9 ( $^{214}\text{Pb}$ )	609.3 ( $^{214}\text{Bi}$ )	911.2 ( $^{228}\text{Ac}$ )	1460.8 ( $^{40}\text{K}$ )	
Kzlatko4	6.22	2.0	19.4	7.9	8.3	2.6	13.3	12.9	12.7	11.0
Kzlatko5	3.98	2.5	20.8	1.9	8.5	1.5	22.0	1.7	26.9	11.9
Kzlatko6	2.76	3.0	20.0	4.2	4.0	2.6	14.1	5.8	10.4	8.7
Kzlatko7	2.03	3.5	18.2	14.0	0.2	9.4	16.4	5.4	20.7	12.0
KZlatko8	1.56	4.0	23.9	9.9	4.0	4.9	19.1	5.4	11.0	11.7
KZlatko9	1.23	4.5	22.3	10.1	1.9	0.4	17.8	5.5	14.8	11.0
KZlatko10	1.00	5.0	14.9	15.0	1.0	3.1	13.2	6.0	11.7	10.0
KZlatko12	0.69	6.0	34.1	1.2	18.7	13.1	2.7	21.9	14.3	16.0
KZlatko15	0.44	7.5	16.6	0.8	7.4	9.9	28.2	4.2	3.3	11.1
$\bar{\sigma}$				21.2	7.2	6.0	5.3	16.31	7.6	13.4

ИДНДР	ПОРЕДБЕНА ТАБЕЛА - залије на енергијама (keV):												288.6 ( $^{208}\text{Pb}$ )				295.0 ( $^{214}\text{Po}$ )				351.9 ( $^{214}\text{Po}$ )				609.3 ( $^{214}\text{Bi}$ )				911.2 ( $^{228}\text{Po}$ )				1460.8 ( $^{40}\text{K}$ )				2614.0 ( $^{208}\text{Tl}$ )			
	$\bar{\sigma}$ (%)	$\varepsilon (10^{-2})$	$\varepsilon_s (10^{-2})$	$\sigma (\%)$	$\varepsilon (10^{-2})$	$\varepsilon_s (10^{-2})$	$\sigma (\%)$	$\varepsilon (10^{-2})$	$\varepsilon_s (10^{-2})$	$\sigma (\%)$	$\varepsilon (10^{-2})$	$\varepsilon_s (10^{-2})$	$\sigma (\%)$	$\varepsilon (10^{-2})$	$\varepsilon_s (10^{-2})$	$\sigma (\%)$	$\varepsilon (10^{-2})$	$\varepsilon_s (10^{-2})$	$\sigma (\%)$	$\varepsilon (10^{-2})$	$\varepsilon_s (10^{-2})$	$\sigma (\%)$	$\varepsilon (10^{-2})$	$\varepsilon_s (10^{-2})$	$\sigma (\%)$	$\varepsilon (10^{-2})$	$\varepsilon_s (10^{-2})$	$\sigma (\%)$												
K1dak4	11.0	3.11(16)	3.88(21)	19.4	290(17)	3.15(15)	7.9	285(14)	2.63(18)	8.3	1.50(10)	1.54(8)	26	1.27(12)	1.12(6)	13.3	0.72(4)	0.87(19)	12.9	0.46(5)	0.52(26)	12.7																		
K1dak5	11.9	3.99(19)	5.04(28)	20.8	4.19(25)	4.11(20)	1.9	3.71(18)	3.42(23)	8.5	2.02(12)	1.99(10)	1.5	1.77(15)	1.45(8)	22.0	1.08(5)	1.02(25)	1.7	0.48(5)	0.67(3)	26.9																		
K1dak6	8.7	4.64(22)	5.83(3)	20.0	4.57(27)	4.77(23)	4.2	3.81(19)	3.97(27)	4.0	2.35(14)	2.30(12)	26	1.94(16)	1.70(10)	14.1	1.15(5)	1.22(28)	5.8	0.68(6)	0.77(4)	10.4																		
K1dak7	12.0	5.07(24)	6.23(3)	18.2	4.35(26)	5.06(25)	14.0	4.22(21)	4.21(29)	0.2	2.21(13)	2.44(13)	9.4	2.05(7)	1.77(10)	16.4	1.23(6)	1.30(3)	5.4	0.65(6)	0.82(4)	20.7																		
K1dak8	11.7	4.72(22)	6.23(3)	23.9	4.57(27)	5.07(25)	9.9	4.05(20)	4.22(29)	4.0	2.33(14)	2.45(13)	4.9	2.12(17)	1.73(10)	19.1	1.23(6)	1.30(3)	5.4	0.73(6)	0.82(4)	11.0																		
K1dak9	11.0	4.68(22)	6.03(3)	22.3	4.44(26)	4.94(24)	10.1	4.20(20)	4.12(28)	1.9	2.39(14)	2.40(12)	0.4	2.05(7)	1.74(10)	17.8	1.21(6)	1.28(3)	5.5	0.69(6)	0.81(4)	14.8																		
K1dak10	10.0	4.88(23)	5.73(3)	14.9	4.01(25)	4.72(23)	15.0	3.99(20)	3.94(27)	1.0	2.36(14)	2.29(12)	3.1	1.88(16)	1.67(10)	13.2	1.15(6)	1.22(28)	6.0	0.68(6)	0.77(4)	11.7																		
K1dak12	16.0	3.38(17)	5.13(29)	34.1	4.18(24)	4.23(21)	1.2	2.87(15)	3.53(24)	18.7	1.79(11)	2.06(11)	13.1	1.46(13)	1.50(9)	2.7	0.86(4)	1.10(25)	21.9	0.60(6)	0.70(4)	14.3																		
K1dak15	11.1	3.58(18)	4.29(24)	16.6	3.51(22)	3.54(17)	0.8	3.18(16)	2.98(21)	7.4	1.89(12)	1.72(9)	9.9	1.58(13)	1.24(7)	28.2	0.88(4)	0.91(21)	4.2	0.60(6)	0.53(29)	3.3																		
$\bar{\sigma}$ (%)		21.2				7.2				6.0				5.3				16.31				7.6				13.4														

**Табела 4.12.**  
Упоредна табела са подацима  
експерименталног и  
семијемпириског метода  
одређивања ефикасности  
детекције, са приложеним  
релативним одступањима



#### 4.3.4. Дискусија резултата

- Резултати експерименталног одређивања ефикасности:

На графицима зависности ефикасности од радијуса, очевидно је да се није издвојио јединствени оштри максимум за једну фиксирану геометрију узорка. Може се констатовати да се радијус коме одговара максимална вредност ефикасности налази у интервалу 3-5 см.

На поредбеном графику зависности експериментално одређене ефикасности од радијуса, лако се могу уочити разлике у ефикасности на анализираним енергијама. Види се да ефикасност опада са порастом енергије  $\gamma$ -зрака, али се не региструје померање области највећих ефикасности за различите енергије, код разних геометрија цилиндричних извора.

На истом поредбеном графику, уочава се већа релативна промена ефикасности за ниже енергије, што је свакако последица самоапсорпције и атенуације  $\gamma$ -зрака. Ефикасност за средње геометрије (цилиндри KZlatkob и KZlatko7, који су својим вредностима радијуса приближнији радијусу капи детектора) на низим енергијама је много већа у овој серији мерења, у односу на максимално спљоштене геометрије или аксијално издужене. Ови ефекти нису толико од значаја на већим енергијама, стога су и релативне промене ефикасности детекције за дате енергије много мање.

Што се тиче зависности ефикасности од висине, овде је та област максималних вредности ефикасности суженија, те је самим тим област у којој се може очекивати оптимална висина много боље дефинисана; првенствено на вишим енергијама. Разлог овоме лежи у променама геометрије узорака кроз ову серију мерења. Поредећи податке из Табеле 4.2., види се да промена висине од максималне до минималне износи 5.78 см док је промена радијуса 5.5 см. У случају који је овде разматран, запремина узорка кроз целу серију мерења је била константна, а она од висине зависи по линеарном закону, док од радијуса по квадратном; што је са вредностима промена ових величине резултирало поменутим сужењем области максимума ефикасности. Оптимална висина налази се у интервалу 1-2 см.

- Резултати семијемпириског одређивања ефикасности:

Резултати семијемпириског метода одређивања ефикасности су у сагласности са резултатима експерименталног одређивања ефикасности. И на основу ових резултата се могу одредити интервали максималних вредности радијуса. Према својим положајима ови интервали максимума налазе се унутар интервала који су добијени експерименталном методом. Са том разликом, да је код резултата семијемпириског метода тај интервал у коме се може очекивати оптимални радијус или висина, сужен у односу на интервал који је добијен експерименталним методом. У овом методу, оптимална висина се налази у интервалу 1-1.5 см, док су максималне вредности ефикасности добијене при радијусима цилиндра од 3.5-4 см. Као и код експерименталних резултата, ни овде се интервали максималних ефикасности не померају по вредностима висине или радијуса са променом енергије  $\gamma$ -зрака.

Строго узевши, подаци добијени семијемпириском методом могли су бити фитованы, те помоћу тако добијене криве могао се одредити јединствени максимум ефикасности, а самим тим и оптимална геометрија цилиндричног узорка. Међутим, за такав поступак би можда било боље претходно одредити више тачака ефикасности баш у тим интервалима максимума; на тај начин би се у многоме смањила грешка овакве процене оптималне цилиндричне геометрије.

Један од фактора који је могао имати утицаја на регистроване нето вредности интензитета је варијација концентрације  $^{222}\text{Rn}$  у ваздуху, пошто су мерења вршена у току 15 дана, а за сам рачун коришћени су интензитети само једног фонског спектра.

Кроз целу серију мерења користила се константна маса узорка, која је била релативно мала. Ово се свакако одразило на резултате кроз смањење ефеката атенуације и самоапсорпције у узорку.

Поређење ова два метода даје релативна одступања у просеку од 11% за ефикасности детекције, гледајући по облику цилиндричне геометрије.

Потврђено је да оптимални цилиндрични облик тежи више спљоштеној него аксијално издуженој геометрији јер су највеће ефикасности добијене у овом раду за цилиндричне облике KZlatko6 и KZlatko7, што радијусом приближно одговара радијусу капе детектора.

Ниже енергије од 238.6 keV се нису узимале у обзир у овом раду пошто је при анализи спектара утврђено да је статистика одброја за ове енергије лоша. Израчунате ефикасности за њих су биле одређене са несигурношћу истог реда величине као и сама вредност ефикасности, те су надаље ове енергије искључене из анализе.

## 5. Литература

- [Bikit86] I. Bikit, M. Vesković, Nuclear Instruments and Methods, A243, 227 (1986)
- [Cline79] J. E. Cline, Computers in Activation Analysis and Gamma-Ray Spectroscopy, Proc. of the American Nuclear Society Topical Conference at Mayaguez, Puerto Rico, April 30 – May 4, 1978 (1979)
- [Debertin88] K. Debertin, R. G. Helmer, Gamma- and X-ray spectrometry with semiconductor detectors, Nort-Holland, Amsterdam, 1988.
- [Dixon51] W. R. Dixon, Nucleonics 8 (1951) 68
- [Freeman66] J. M. Freeman, J. G. Jenkin, Nuclear Instruments And Methods 43 269 (1966)
- [Gunnink72] R. Gunnink, J.B. Niday, Computerized Qualitative Analysis by Gamma-Ray Spectrometry, Vol. 1, Description of the GAMMAL Program, USAEC Rept. UCRL-51061 (Vol. 1), Univ. of California, NTIS, (1972)
- [Harvey70] R. J. Harvey, Nuclear Instruments And Methods 86 189 (1970)
- [Kaplanis82] S. N. Kaplanis, Int. J. Appl. Radiat. Isot. 33 605 (1982)
- [Lepy00] M.-C. Lepy, Euromet Action 418: Transfer of Ge detectors efficiency calibration from point source geometry to other geometries, Rapport CEA-R-5894(E), Gif-Sur-Yvette, 2000
- [Lippert83] J. Lippert, Int. J. Appl. Radiat. And Isot. 34 1097 (1983)
- [Moens81] L. Moens, J. De Doner, Lin Xilei, F. De Corte, A. De Wispelaere, A. Simonits, J. Hoste, Calculation of the absolute peak efficiency of gamma-ray detectors for different counting geometries, Nuclear Instruments and Methods 187 451 (1981)
- [Mowat69] R. S. Mowat, Nuclear Instruments And Methods 70 237 (1969)
- [Slivka00] J. Сливка, И. Бикит, М. Весковић, Љ. Чонкић, Гама спектрометрија специјалне методе и примене, Универзитет у Новом Саду, Природно-математички факултет, Нови Сад 2000.
- [Stanivuk00] Љ.Станивук, Провера основних радних карактеристика полупроводничког Gamma-X HPGe детектора, Дипломски рад, Универзитет у Новом Саду, Природно-математички факултет, 2000.
- [Трескавица05] Трескавица, Одређивање ефикасности полупроводничких детектора преко ефективног просторног угла за цилиндричне узорке различитог састава, Дипломски рад, Универзитет у Новом Саду, Природно-математички факултет, 2005.
- [Vesić89] D. Vesić, I. V. Aničin, Nuclear Instruments and Methods A276, 216 (1989)
- [Vesić99] D. Vesić, J. Puzović, I. V. Aničin, Nuclear Instruments and Methods A50, 999 (1999)
- [Vidmar05] T. Vidmar, Nuclear Instruments and Methods A550,603 (2005)



**УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ  
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ  
КЉУЧНА ДОКУМЕНТАЦИЈСКА ИНФОРМАЦИЈА**

**Редни број:**

РБР

**Идентификациони број:**

ИБР

**Тип документације:**

Монографска документација

ТД

**Тип записа:**

Текстуални штампани материјал

ТЗ

**Врста рада:**

Дипломски рад

ВР

**Аутор:**

Златко Штрбац

АУ

**Ментор:**

проф. др Иштван Бикит

МН

**Наслов рада:**

Оптимализација цилиндричне геометрије  
узорака за гама спектрометрију

НР

**Језик публикације:**

Српски (Ћирилица)

ЈР

**Језик извода:**

Српски/Енглески

ЈИ

**Земља публикације:**

Србија и Црна Гора

ЗП

**Уже географско подручје:**

Војводина

УГП

**Година:**

2005.

ГО

**Издавач:**

Ауторски репрингт

ИЗ

**Место и адреса:**

МА

**Физички опис рада:**

ФО

**Научна област:**

Физика

НО

**Научна дисциплина:**

Нуклеарна физика

НД

**Предметна одредница /  
кључне речи:** оптимализација облика, извор  $\gamma$ -зрака, ефикасност  
детекције, ефективни просторни угао, Angle

**ПО**

**УДК:**

**Чува се:**

**ЧУ**

**Важна напомена:**

**ВН**

**Извод:**

У овом раду је извршена оптимализација облика цилиндричне геометрије извора  $\gamma$ -зрачења са девет различитих облика, од аксијално издуженог до сплоштеног. Експериментални део рада базира на испитивањима зависности ефикасности детекције од радијуса и висине цилиндра, те енергије  $\gamma$ -зрачења. Поред експерименталног одређивања ефикасности детекције, презентована је и такозвана семијемпириска метода одређивања ефикасности. Овом методом се помоћу познате ефикасности детекције калибрационог извора и ефективних просторних угла мерења и калибрационог извора могу одредити ефикасности детекције за било који облик исте геометрије извора као и код калибрационог извора.

**ИЗ**

**Датум прихватавања теме од** 10.10.2005.

**стране НН већа:**

**ДП**

**Датум одбране:** 04.11.2005.

**ДО**

**Чланови комисије:**

**КО**

**Председник:**

др Јарослав Сливка, редовни професор  
Природно-математичког факултета у Новом Саду  
др Иштван Бикит, редовни професор  
Природно-математичког факултета у Новом Саду  
др Радомир Кобиларов, редовни професор  
Природно-математичког факултета у Новом Саду

**Члан:**

**Члан:**

**UNIVERSITY OF NOVI SAD  
FACULTY OF SCIENCES  
KEY WORDS DOCUMENTATION**

**Accession number:**  
**ANO**  
**Identification number:**  
**INO**  
**Document type:** Monograph document  
**DT**  
**Type of record:** Printed text  
**TR**  
**Contents code:**  
**CC**  
**Author:** Zlatko Štrbac  
**AU**  
**Mentor:** dr Ištván Bikit  
**MN**  
**Title:** Optimization of cylindrical samples for gamma spectrometry  
**TI**  
**Language of text:** Serbian (cyrillic)  
**LT**  
**Language of abstract:** Serbian/English  
**LA**  
**Country of publication:** Serbia and Montenegro  
**CP**  
**Locality of publication:** Vojvodina  
**LP**  
**Publication year:** 2005.  
**PY**  
**Publisher:** Author's reprint  
**PU**  
**Publ. place:**  
**PP**  
**Physical description:**  
**PD**  
**Scientific field:** Physics  
**SF**  
**Scientific discipline:** Nuclear Physics  
**SD**

**Key word:** optimization of shape, detection efficiency, Angle  
**KW**  
**UC:**  
**Holding data:**  
**HD**  
**Note:**  
**N**  
**Abstract:** In this work performed is optimization of the shape cylindrical geometry of the source of gamma radiation with 9 different shapes. Experimental part of the work is based on the examination of dependence between detection efficacy and radius & height of cylinders, and energy. Beside experimental detection efficacy a semiempirical method of efficacy determination was also presented. In this method, with known calibrational source detection efficacy and effective space angles of measured and calibrated source, detection efficacies for any shape of same geometry as in the calibrated source can be determined.  
**AB**  
**Accepted by the** 10.10.2005.  
**Scientific Board on:**  
**ASB**  
**Defended:** 04.10.2005.  
**DE**  
**Thesis defend board:**  
**DB**  
**President:** dr Jaroslav Slivka, full professor,  
Faculty of Sciences, Novi Sad  
**Member:** dr Ištván Bikit, full professor,  
Faculty of Sciences, Novi Sad  
**Member:** dr Radomir Kobilarov, full professor,  
Faculty of Sciences, Novi Sad