

ПМФ Нови Сад

Транспорт загађујућих материја у атмосфери

Зорица Подрашчанин
Ана Ћиришан
Ана Фирањ Сремац

2024.

CIP - Каталогизација у публикацији
Библиотеке Матице српске, Нови Сад

502.3/.7:504.5

ПОДРАШЧАНИН, Зорица, 1981-

Транспорт загађујућих материја у атмосфери :
Електронски извор / Зорица Подрашчанин, Ана Ћиришан,
Ана Фирањ Сремац. - Нови Сад : Природно-математички
факултет, Департман за физику, 2024. - 1 elektronski optički
disk (CD-ROM) ; 12 cm

Nasl. sa naslovnog ekrana. - Библиографија.

ISBN 978-86-7031-673-7

1. Ћиришан, Ана, 1981- [аутор] 2. Фирањ Сремац, Ана,
1983- [аутор]
а) Атмосфера -- Загађивачи

COBISS.SR-ID 147419913

Садржај

Предговор	6
1. Вертикална подела атмосфере	8
1.1 Хемијски састав атмосфере	10
1.2 Природни и вештачки извори загађења.....	10
1.3 Загађујуће супстанције у атмосфери	13
1.4 Озон и фотохемијски смог.....	15
1.5 Планетарни гранични слој.....	17
1.6 Дневни ход ПГС-а	20
1.7 Вертикални профил температуре у ПГС-у.....	22
1.8 Вертикални профил ветра у ПГС-у.....	24
2. Атмосферска стабилност.....	26
2.1 Статичка стабилност атмосфере	26
2.2 Динамичка стабилност атмосфере.....	33
2.3 Изглед димне перјанице у зависности од вертикалне промене температуре.....	34
3. Гаусови модели за транспорт загађујућих супстанција	38
3.1 Правац и смер ветра	38
3.2 Концентрација	40
3.3 Једначина континуитета	42
3.4 Турбулентно кретање.....	47
3.5 Проблем затварања.....	50
3.6 Гаусов модел димне перјанице	51
3.7 Метода суперпозиције извора	56

3.8 Одређивање брзине ветра на висини извора	59
3.9 Класе стабилности и стандардне девијације концентрације	66
3.10 Пасквил-Гифордове класе стабилности	67
3.11 Пасквил-Гифордов метод одређивања класе стабилности	69
3.12 Одређивање класе стабилности на основу градијентног Ричардсоновог броја	74
3.13 Одређивање класе стабилности методом вертикалног градијента температуре.....	74
3.14 Балтинк-Малет класе стабилности	75
3.15 Новије класе стабилности.....	77
3.16 Полуемпиријско израчунавање стандарде девијације концентрације	78
3.17 Подизање димне перјанице	85
3.18 Депозиција	90
3.19 Типови извора.....	95
3.20 Линијски извори	97
3.21 Запремински извори	101
3.22 Гаусов паф модел	102
3.23 Полуемпиријске статистичке методе за израчунавање стандардних девијација концентрације пафа.....	108
3.24 Одређивање висине ПГС-а	109
4. Хемијски транспортни модели	112
4.1 Повезивање метеоролошких модела за прогнозу времена и атмосферских хемијских модела.....	112
4.2 Моделовање хемијских реакција	114
4.3 Примери хемијских транспортних модела.....	121

4.3.1 EMEП модел	121
4.3.2 WRF/Chem модел	124
Додатак А: Математичко извођење Гаусовог модела димне перјанице.....	126
Додатак Б: Одређивање висине Сунца.....	138
Додатак В: Одређивање вертикалних профила брзине ветра и потенцијалне температуре методом градијента и флукса.....	140
Литература.....	149

Предговор

Овај уџбеник је превасходно намењен студентима који слушају курс „Транспорт загађујућих материја у атмосфери“ на Департману за Физику, Природно-математичког факултета у Новом Саду, али и свима онима који из радозналости или потребе желе или морају да науче основе моделирања транспорта загађујућих материја у атмосфери. Посебан фокус је на Гаусовским моделима за транспорт загађујућих супстанција из тачкастог извора. Поред тога, читалац ће моћи да научи и основе на којима се заснивају хемијски транспортни модели.

Транспорт загађујућих материја у атмосфери није лако разумети без основног познавања метеоролошких величина и процеса, као и микрометеорологије. Па је тако, и ову књигу било тешко написати, а не претерати са основама метеорологије и микрометеорологије, а са друге стране написати довољно да читалац који се пре тога није сусретао са метеорологијом може да прати уџбеник, а опет да и онај који поседује завидно знање метеорологије има шта да научи. Тешко је било и избалансирати између математичких извођења без којих студенти предмет не сматрају „довољно битним“ и техничког приступа који је због практичне примене проблема којим се бави овај уџбеник, неопходан. Зато ће се читаоцу који се није сусретао са метеорологијом пре читања овог уџбеника чинити да је део првог поглавља неразуман и да захтева додатно објашњење, због чега је и написано друго поглавље, тако да им саветујемо да после прва два потпоглавља прочитају друго поглавље па се врате назад. Они који су се до сада сусретали са метеорологијом ће друго поглавље сматрати скоро непотребним. Скоро

непотребним, јер и за њих је последње потпоглавље непознато. Аутори су при писању овог уџбеника користили своје претходне радове, семинарске, магистарске и докторске тезе, као и слике из истих да би читаоцу и практично приближили садржај уџбеника.

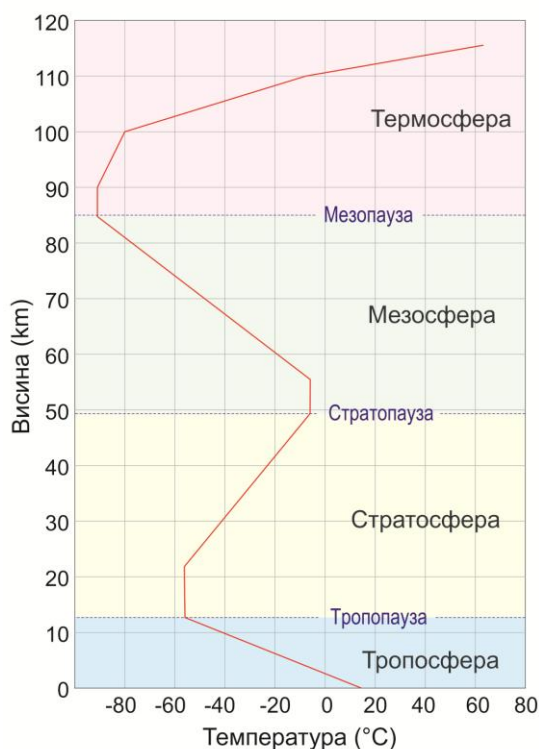
Аутори желе да се захвале свима онима који су се на РМФ-у бавили транспортом загађујућих материја, како студентима тако и колегама јер су нам њихови радови били велика помоћ при писању уџбеника. Али, морамо да нагласимо да је за писање овог уџбеника посебно заслужен др Петар Мали који нас је свако јутро питао докле смо стигли и када већ намеравамо да га завршимо. Тако да је некада било лакше писати, него тражити изговор за неписање. Наравно, захвални смо му и на помоћи у исправљању недостатака у самом тексту и математичким извођењима. Посебну захвалност дугујемо др Соњи Гомбар која је својим трудом и марљивошћу овај уџбеник довела до складне литературе за читање. Не смемо да заборавимо ни трећег рецензента, др Гордана Мимића који је као студент слушао овај предмет и чији су нам мишљење и савети били изузетно значајни. На крају, овог уџбеника не би ни било да није било пионирског рада др Боровоја Рајковића и др Зорана Гршића на развоју првих Гаусовских модела у Србији на којима се већина уџбеника и заснива.

1. Вертикална подела атмосфере

Земљина атмосфера (у даљем тексту атмосфера) представља гасовити омотач наше планете који, према проценама, има масу $5,29 \times 10^{18}$ kg (Lide, 1996). Три четвртине укупне масе Земљине атмосфере се налази унутар слоја од Земљине површине до око 11 km висине. У зависности од научне дисциплине која се бави проучавањем атмосфере, постоје различите вертикалне поделе атмосфере. Најчешће коришћена подела је на основу вертикалне расподеле температуре. На основу ове поделе, атмосфера се дели на: тропосферу, стратосферу, мезосферу, термосферу и егзосферу (слика 1.1). Између тропосфере и стратосфере се налази тропопауза, између стратосфере и мезосфере се налази стратопауза, док се мезопауза налази између мезосфере и термосфере (Wallace and Hobbs, 2006).

Слој у коме се одвија транспорт загађујућих материја је тропосфера. У тропосфери температура најчешће опада са висином, што знатно олакшава вертикално кретање ваздуха, тако да је ово слој у коме се честице аеросола (ситне чврсте честице или течне капљице које се налазе у ваздуху) и гасови лако крећу вертикално навише. У овом слоју се формирају и облаци, тако да честице аеросола у њима могу бити испране облачним и кишним капљицама. На врху тропосфере се налази слој константне температуре који се назива тропопауза. Изнад овог слоја температура почиње да расте и тај слој се назива стратосфера. Појава раста температуре са висином, у било ком делу атмосфере, назива се **инверзија**. Вертикално кретање у присуству инверзије, па тако и у стратосфери, је тешко могуће, јер се хладнији ваздух налази на нижим, а

топлији ваздух на вишим висинама. Када у тропосфери дође до јаких грмљавинских непогода, њихово вертикално кретање бива заустављено на нивоу тропопаузе. Ту се ваздух подигне неколико километара у најнижим слојевима стратосфере и притом се разилази у хоризонталном правцу. Честице аеросола које тада доспеју у стратосферу се ту задржавају веома дуго, чак и до годину дана (Месингер и Јањић, 1989).



Слика 1.1: Вертикална подела атмосфере (Stull, 2017).

1.1 Хемијски састав атмосфере

Као што је већ речено, атмосфера је гасовити омотач Земље у коме садржај гасова варира од слоја до слоја. Гасови који се налазе у атмосфери могу се поделити на оне који су постојани и имају стално исти удео у ваздуху, **сталне**, и оне чији се удео мења, **променљиве**. Гасови, њиховеа моларне масе, запремински удео и удео у маси атмосфере приказани су у табели 1.1. Поред гасовитих састојака, у атмосфери се налазе чврсте и течне честице, **аеросоле или РМ** (енг. *particulate matter*) **честице**. Аеросоле су чврсте честице или мале течне капи настале из дима, прашине, летећег пепела и кондензованих гасовитих супстанци, различитих димензија, од врло малих, које могу да ступају у хемијске реакције са гасовима, до довољно великих да се могу приметити голим оком. Посебну групу аеросола које се јављају у атмосфери чине **хидрометеори**, који представљају скуп честица воде у течном, чврстом или коегзистенцији оба стања (Seinfeld and Pandis, 1998). РМ честице се деле на РМ₁₀ и РМ_{2,5} честице. На основу дефиниције ЕПА (енг. *United States Environmental Protection Agency*) РМ₁₀ честице се дефинишу као честице које се могу удахнути, а њихов пречник је мањи од 10 μm . РМ_{2,5} честице представљају честице које се могу удахнути, али је њиховом пречник мањи од 2,5 μm .

1.2 Природни и вештачки извори загађења

Гасови, течности или чврсте материје суспендоване у ваздуху у довољно високој концентрацији да утичу на здравље људи, животиња

или вегетације или да изазову ерозију површина називају се загађујућим супстанцијама или полутантима (Jacobson, 2005). Гасови представљају око 90% масе загађујуће супстанције, а 10% чине чврсте честице (Mackenzie and Cornwell, 1991). Процеси којима се полутанти емитују у атмосферу називају се извори загађења (Лазих, 2011). Извори загађења ваздуха могу бити:

1. природни и
2. вештачки (антропогени).

Природне изворе загађења чине процеси који се одвијају у природи без утицаја човека. Најпознатији природни извори загађивача су биогени процеси, океани, шумски пожари и вулканске ерупције.

Вештачки извори су они извори које је створио човек својим деловањем. У вештачке изворе загађења ваздуха спадају (Лазих, 2011):

1. хемијска индустрија,
2. процеси вађења и обраде минерала,
3. сагоревање угља,
4. пољопривреда,
5. саобраћај,
6. насеља,
7. термо и нуклеарне електране и др.

Табела 1.1: Гасови, њихова моларна маса, запремински удео и удео у маси атмосфере (Месингер и Јањић, 1989).

Гасови	Моларна маса g mol^{-1}	Запремински удео	Удео по маси
Азот (N_2)	28,016	0,7808	75,51%
Кисеоник (O_2)	32,00	0,2095	23,14%
Аргон (Ar)	39,94	0,0093	1,28%
Водена пара (H_2O)	18,02	0-0,04	
Угљен-диоксид (CO_2)	44,01	325 ppmv ¹	
Неон (Ne)	20,18	18 ppmv	
Хелијум (He)	4	5 ppmv	
Криптон (Kr)	83,70	1 ppmv	
Водоник (H)	2,02	0,5 ppmv	
Озон (O_3)	48,00	0-12 ppmv	

¹ Јединица мере ppmv детаљно је објашњена у поглављу 4.3.

1.3 Загађујуће супстанције у атмосфери

Најчешће загађујуће супстанције које се јављају у атмосфери су: сумпорна једињења, оксиди азота, угљен-моноксид, угљен-диоксид, озон и др. Неки од њих ће бити детаљније описани у наставку.

Сумпорна једињења која су најчешће присутна у атмосфери су сумпор-диоксид (SO_2) и сумпорна киселина (H_2SO_4). Вештачки извори сумпор-диоксида су термоелектране, рафинерије нафте, топлане и фабрике папира. Природним путем сумпор-диоксид доспева у атмосферу током вулканских ерупција. Оксидацијом сумпор-диоксида настаје сумпор-триоксид, који у влажном ваздуху прелази у сумпорну киселину. Сумпорна киселина, када се удише у већим количинама, негативно утиче на респираторне органе и ствара иритацију очију и коже.

Најзначајнији *оксиди азота* који се јављају у атмосфери су азот-моноксид (NO), азот-диоксид (NO_2) и азот-субоксид (N_2O). Ови оксиди најчешће настају приликом сагоревања фосилних горива на високим температурама. Поред тога, азот-субоксид природним путем настаје у земљишту, мочварама и при емисији из мора и океана.

Угљен-моноксид (CO) је гас без боје и мириса. Изузетно је отрован. Настаје услед непотпуног сагоревања фосилних горива у енергетским постројењима, моторним возилима, домаћинствима итд. Угљен-моноксид се у плућима везује за хемоглобин, што смањује апсорпцију кисеоника.

Табела 1.2: Дозвољена концентрација полутаната у атмосфери у Сједињеним Америчким Државама (САД), Канади и Великој Британији (Stull, 2017).

Време усредњавања	САД	Канада	Велика Британија
Сумпор-диоксид (SO₂)			
1 година	0,03 ppmv	0,023 ppmv	
1 дан	0,14 ppmv	0,115 ppmv	125 µg m ⁻³
3 сата	1300 µg m ⁻³ или 0,5 ppmv		
1 сат		0,334 ppmv	350 µg m ⁻³
15 минута			266 µg m ⁻³
Азот-диоксид (NO₂)			
1 година	100 µg m ⁻³ или 0,053 ppmv	0,053 ppmv	40 µg m ⁻³
1 дан		0,106 ppmv	
1 сат	0,100 ppmv	0,213 ppmv	200 µg m ⁻³
Угљен-моноксид (CO)			
8 сати	10000 µg m ⁻³ или 9 ppmv	13 ppmv	10000 µg m ⁻³
1 сат	40000 µg m ⁻³ или 35 ppmv	31 ppmv	
Озон (O₃)			
1 година		0,015 ppmv	
1 дан		0,025 ppmv	
8 сати	0,075 ppmv	0,065 ppmv	100 µg m ⁻³
1 сат	0,12 ppmv	0,082 ppmv	
PM₁₀			
1 година		70 µg m ⁻³	40 µg m ⁻³
1 дан	150 µg m ⁻³	120 µg m ⁻³	50 µg m ⁻³
PM_{2,5}			
1 година	15 µg m ⁻³		25 µg m ⁻³
1 дан	35 µg m ⁻³	30 µg m ⁻³	

Угљен-диоксид (CO_2) настаје као продукт сагоревања угљеника и угљеникових једињења у присуству кисеоника. Вулкани, шумски пожари и распадање биљака су највећи природни извори овог једињења. Угљен-диоксид се троши у процесу фотосинтезе и при стварању карбоната. Овај гас „стаклене баште“ интензивно апсорбује део дуготаласног зрачења које емитује Земљина површина и, на тај начин, утиче на загревање атмосфере. Његова концентрације се, услед интензивног коришћења фосилних горива, од индустријске револуције до сада значајно повећала. То је утицало и на повећање средње годишње температуре ваздуха на Земљи.

Озон (O_3) је алотропска модификација кисеоника, гас непријатног мириса који иритира очи и дисајне органе. Више речи о овом гасу биће у следећем поглављу.

Дозвољена концентрација полутаната у атмосфери прописана је стандардима држава. Ове концентрације за Сједињене Америчке Државе (САД), Канаду и Велику Британију за одређено време усредњавања приказане су у табели 1.2 (Stull, 2017).

1.4 Озон и фотохемијски смог

Озон је безбојан гас састављен од три молекула кисеоника (O_3). Природним путем настаје електричним пражњењима или интеракцијом ултравиолетног (УВ) Сунчевог зрачења са молекулом кисеоника у стратосфери. Такође је присутан и у тропосфери, где већи део настаје антропогеним утицајем (индустрија, саобраћај, итд.), док мањи део бива

транспортиван из стратосфере или се ту образује фотохемијским реакцијама природним путем.

Стратосферски, такозвани „добар озон“, је неопходан за опстанак живих бића на Земљи јер представља баријеру (озонски омотач) за штетно УВ Сунчево зрачење. Он чини 90% укупног атмосферског озона чија највећа концентрација се налази на висини од 30 до 35 km. Дисоцијација O_2 и стварање O_3 одиграва се у фотохемијски иницираним процесима. Рекомбинацијом O_2 са атомом кисеоника настаје O_3 . Продукција озона је избалансирана његовим губитком у хемијским реакцијама са молекулима који садрже азот, хлор и бром, као и реакцијом са слободним хидроксилним (ОН) радикалима.

Тропосферски, приземни озон, сматра се „лошим озоном“ јер је директан контакт са озоном штетан по живе организме. Највећи део приземног озона настаје у фотохемијским реакцијама са у којима учествују оксиди азота и испарљива органска једињења (енг. *Volatile Organic Compounds* – VOC). Испарљива органска једињења настају и природним путем, али највећим делом су резултат људске активности: сагоревања фосилних горива, рафинерија, топлана, хемијске индустрије итд. Губитак озона се дешава и у овом слоју атмосфере кроз различите хемијске реакције, али је незнатан у односу на његову продукцију. Смањење емисије азотних оксида и VOC неопходно је у циљу смањења концентрације озона у приземном слоју ваздуха. Високе концентрације озона код човека могу изазвати респираторне проблеме, иритацију грла, астму или друге проблеме, а такође могу нанети штете усевима и шумама.

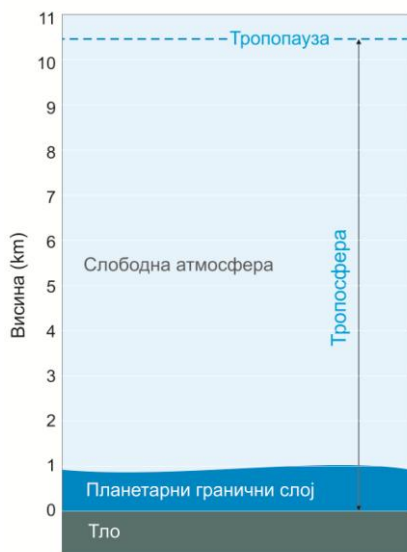
Приземни озон, поред азот-диоксида, пероксиацетил нитрата (ПАН), алдехида, и других секундарних загађивача, главна је компонента фотохемијског смога, измаглице браонкасте нијансе и непријатног мириса, карактеристичне за урбане средине и летњи период. Ова врста смога настаје низом хемијских реакција азотних оксида и угљоводоника под дејством Сунчевог УВ зрачења. Издувни гасови из моторних возила и саобраћајне гужве у јутарњим или послеподневним часовима највише доприносе његовом формирању. Фотохемијски смог познат је и под називом „Лосанђелески смог“. Иако је карактеристичан за густо насељене средине, фотохемијског смог се јавља и изнад руралних области као и у њиховој околини, јер ветар може пренети загађиваче и на десетине километара од извора. Поред топлих и сунчаних дана, метеоролошки услови који погодују развоју и дужем задржавању фотохемијског смога су температурна инверзија, слаба облачност и слаб ветар. Штетни ефекти смога су бројни како за човека тако и за животну средину: смањује видљивост, респираторни проблеми, иритација очију, оштећење биљака, слабљење неких материјала (нпр. гуме, текстила).

1.5 Планетарни гранични слој

Како се највећи део процеса који се тичу транспорта загађујућих супстанција одвија управо у тропосфери, у овој књизи користићемо поделу тропосфере у односу на процесе који се у њој одвијају, тј. поделу која се често користи у микрометеорологији, на

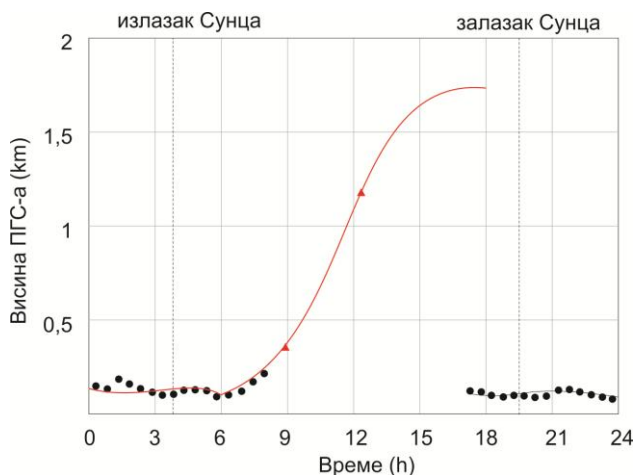
планетарни гранични слој (ПГС) и слободну атмосферу (слика 1.2) (Рајковић и Месингер, 2002).

Планетарни гранични слој представља слој атмосфере у коме се осећа утицај тла преко вертикалне размене количине кретања, енергије (топлоте) и масе (влажности) (Panofsky and Dutton, 1984). Висина ПГС-а се мења у зависности од доба дана и године и варира од неколико десетина метара до три километра (Stull, 2017). Промена висине ПГС-а током летњег дана приказана је на слици 1.3. Слободна атмосфера представља слој атмосфере у коме се не осећа утицај подлоге и простире се од горње границе ПГС-а до тропопаузе.



Слика 1.2: Вертикални пресек тропосфере (Рајковић и Месингер, 2002).

ПГС је слој у коме се одвија највећи део транспорта загађујућих супстанци и зато га је неопходно детаљније описати. Слој најближи тлу је слој у коме је кретање превасходно ламинарно и због тога се назива ламинарни или вискозни подслој. Горња граница овог подслоја се назива висина трења, z_0 , и варира од неколико mm до неколико cm. У овом слоју се транспорт супстанција врши путем молекуларне дифузије. Како је дебелина овог слоја веома мала, он се у већини модела за транспорт загађујућих супстанција занемарује.



Слика 1.3: Промена висине ПГС-а током летњег дана (van Ulden and Holtslag, 1985). Кружићима и троугловима су претстављене измерене вредности.

Изнад ламинарног слоја се налази слој константних флукса. Овај слој чини око 10% укупног ПГС-а и назива се површински подслој.

Ово је слој у коме је турбуленција доминантни механизам транспорта па се и флуксеви количине кретања, енергије и масе дефинишу као турбулентни флуксеви. Изнад овог слоја налази се тзв. измешани слој. У измешаном слоју долази до интензивног мешања загађујућих супстанција са околним ваздухом због турбулентне природе кретања у њему. Постоје два узрока настанка турбуленције: термички, услед загревања ваздуха од тла, и механички, услед смицања ветра (промене ветра са висином).

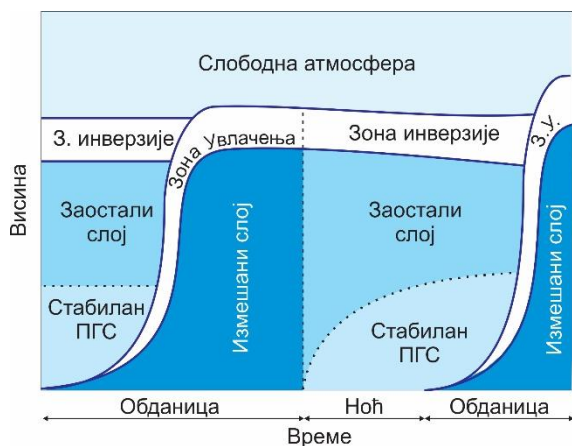
1.6 Дневни ход ПГС-а

Загревање Земљине површине током обданице, и њено хлађење услед емисије инфрацрвеног зрачења током ноћи, одговорни су за дневни циклус површинских флуксева топлоте, количине кретања, влаге и пасивне супстанце као и размену истих флуксева између тла и атмосфере. Флуксеви утичу на адвекцију и конвективна кретања унутар планетарног граничног слоја. Као резултат тога, могу се одредити вертикални профили и дневне варијације температуре, ветра, влажности ваздуха, одређених загађивача итд.

Структуру планетарног граничног слоја и његов дневни ход можемо представити на примеру ведрога летњег дана изнад копна (слика 1.4). Током обданице, услед загревања тла, развија се и ПГС-ом доминира статички нестабилан² и конвективно измешани слој. Од слободне атмосфере одвојен је наизменично турбулентном али статички

² Статичка стабилност атмосфере ће детаљно бити описана у поглављу 2.

стабилном зоном увлачења, коју карактеришу јаки градијенти физичких величина. При тлу ПГС-а, на 20-200 m од тла, налази се површински слој, познат и као слој константних флуксева - слој под утицајем силе трења од подлоге. Са заласком Сунца изнад површинског слоја почиње да се формира статички стабилан ноћни слој, док је изнад њега тзв. заостали слој, који је преостао од измешаног слоја током обданице, знатно умањене турбуленције и статички неутралан. У зони увлачења се током ноћи губи турбуленција и тај слој постаје слој инверзије, који је и даље статички стабилан. Развијеност појединих слојева, па самим тим и дневни ход ПГС-а зависи од више фактора: доба дана, годишњег доба, типа или састава подлоге итд.



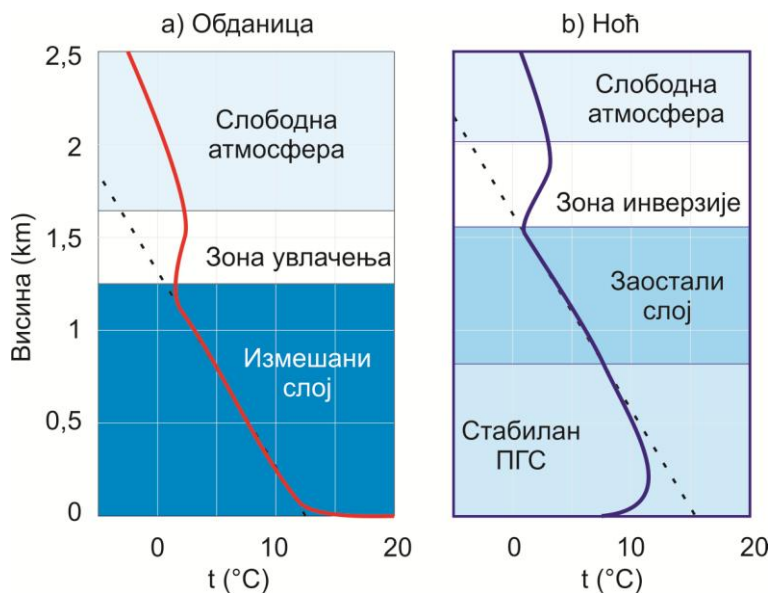
Слика 1.4: Дневни ток ПГС-а (Stull, 2017).

1.7 Вертикални профил температуре у ПГС-у

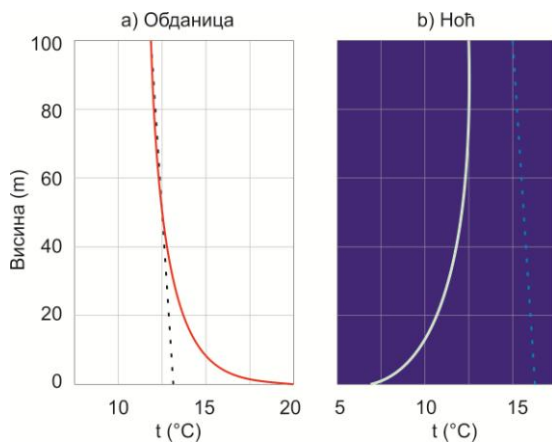
Вертикални профил температуре у ПГС-у првенствено зависи од температурне разлике подлоге (тла) и приземних слојева атмосфере. Стога, осмотримо разлику између типичног дневног и ноћног вертикалног профила температуре (слике 1.5 и 1.6). Током ведрога дана подлога се више загрева од ваздуха изнад ње, што доводи до турбулентног кретања ваздуха услед флуksа топлоте од површине Земље у атмосферу. У површинском слоју ПГС-а, који је статички нестабилан, температурни профил се одређује израчунавањем флуksа топлоте преко модификоване логаритамске функције, користећи теорију Монин-Обухов (детаљније у поглављу 3.8). Пренос топлоте, самим тим и влаге и разних загађивача, из површинског слоја у измешани слој ПГС-а врши се турбулентним елементима званим термалима, који представљају мале вртлоге ваздуха. Кроз цео измешани слој ПГС-а, температурни профил је приближно адијабатски. Турбулентно мешање је заступљено све до зоне увлачења и карактерише статички нестабилну атмосферу. Сама зона увлачења, где ваздух из слободне атмосфере доспева у горњи део измешаног слоја, је статички стабилна, карактеристична по јаким температурним градијентима и температурној инверзији. Она представља природну баријеру за турбулентно мешање из ПГС-а.

Током ноћи подлога је хладнија од приземних слојева атмосфере и флуks топлоте је усмерен од атмосфере ка тлу. Површински слој и доњи део измешаног слоја се хладе од стране површине и постају статички стабилни. Профил температуре у

површинском слоју такође се одређује модификованом логаритамском функцијом за флуks топлоте по теорији Монин-Обухов, али за стабилну атмосферу. Изнад стабилног слоја пружа се заостали слој, део измешаног слоја који није под утицајем хлађења од подлоге и у коме се задржава приближно адијабатски профил температуре, као и током обданице. На врху ПГС-а је статички стабилан слој који карактерише температурна инверзија.



Слика 1.5: Вертикални профил температуре а) током обданице, б) током ноћи за случај ведрог времена изнад копна. Испрекидана линија представља адијабатски профил температуре (Stull, 2017).



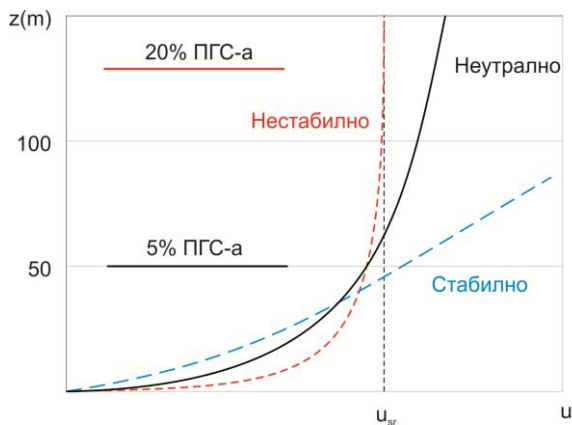
Слика 1.6: Профил температуре у површинском слоју ПГС-а: а) током обданице, б) током ноћи. Испрекидана линија представља адијабатски профил температуре (Stull, 2017).

1.8 Вертикални профил ветра у ПГС-у

Унутар ПГС-а ветар се креће брзином која је мања од брзине геострофског ветра³ због утицаја силе трења од подлоге и константног турбулентног мешања између слојева ваздуха (слика 1.7). При самом тлу, на висини једнакој висини трења, брзина ветра је нула. Вертикални профил ветра у површинском слоју ПГС-а има логаритамску зависност. Брзина ветра расте са удаљавањем од тла и профил се израчунава преко флукса количине кретања по теорији Монин-Обухова (детаљније у

³ Геострофски ветар је вектор хоризонталне брзине ветра за који је Кориолисова сила тачно у равнотежи са хоризонталном компонентом силе градијента притиска (Месингер и Јањић, 1989).

поглављу 3.8). У случају неутралне статичке стабилности у ПГС-у, профил ветра зависи од храпавости подлоге и најприближнији је логаритамском. За стабилну стратификацију која се најчешће јавља током ноћи због смањеног турбулентног мешања, профил ветра ближе тлу (5% ПГС-а) је приближно логаритамски, јер брзина ветра слаби под утицајем трења од подлоге, а са висином расте и прелази у линеаран. Изнад површинског слоја, у овом случају, не осећа се више утицај подлоге и ветрови добијају на снази, крећући се брзинама које су веће од брзине геострофског ветра. Тај феномен је познат као ноћни млаз. У случају нестабилне стратификације, типичне током обданице, турбулентно мешање је интензивно у слоју који представља 20% висине ПГС-а гледано од тла. Унутар тог слоја брзина ветра расте експоненцијално са висином. Изнад споменутог слоја промена ветра са висином је униформна и брзина ветра је типично мања од брзине геострофског ветра.



Слика 1.7: Профил ветра у површинском слоју ПГС-а зависно од статичке стабилности атмосфере (Stull, 2017).

2. Атмосферска стабилност

Стабилност неког система представља његов одговор на мале поремећаје. Ако систем пригуши поремећај, онда кажемо да је такав систем стабилан. Ако систем не пригуши поремећај, већ на њега одговори неправилним покретима или правилним осцилацијама, кажемо да је систем нестабилан. У случају када систем не реагује на поремећај, кажемо да је систем неутралан.

Када говоримо о стабилности тока флуида, па и саме атмосфере, она може бити **нестабилна**, **неутрална** и **стабилна**. На стабилност атмосфере утичу многи процеси (сила потиска, инерција, смицање ветра, ротација и др.). Ради поједностављења нашег разумевања стабилности тока флуида, фокусираћемо се само на два процеса: на силу потиска, која се јавља због разлике температура (густина) посматраног делића и околног ваздуха, и смицање ветра (промена брзине ветра са висином). Када стабилност тока флуида дефинишемо само преко силе потиска, тада говоримо о **статичкој стабилности**, док када уз силу потиска додамо и смицање ветра, говоримо о **динамичкој стабилности** атмосфере (Stull, 2017).

2.1 Статичка стабилност атмосфере

Загревање или хлађење ваздуха од стране подлоге одражава се на промену његове густине. Топлији ваздух има мању густину од хладног ваздуха. Ова промена густине утиче на подстицање или слабљење турбуленције и повезана је са статичком стабилношћу

атмосфере. Статичка стабилност атмосфере се одређује упоређивањем стварног температурног градијента са сувоадијабатским, односно влажноадијабатским градијентом ако је у питању ваздух који садржи кондензовану водену пару. То је разлог зашто се овај тип стабилности назива и термичка стабилност атмосфере. Стварни температурни градијент ваздуха, γ , се дефинише као промена температуре (ΔT) са висином (Δz):

$$\gamma = -\frac{\Delta T}{\Delta z} . \quad (2.1)$$

Сувоадијабатски градијент температуре представља промену температуре делића ваздуха са висином при којој нема размене енергије између делића и околног ваздуха ($dq = 0$), тј. процес је адијабатски. Тада први принцип термодинамике за делић ваздуха густине ρ можемо написати као:

$$c_p dT = \alpha dp , \quad (2.2)$$

где је c_p специфична топлота ваздуха при константном притиску ($1000 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$), $\alpha = 1/\rho$, док су dT и dp тотални диференцијал температуре и притиска, редом. Када применимо хидростатичку једначину

$$\frac{dp}{dz} = -\rho' g \quad (2.3)$$

(ρ' је густина околног ваздуха) и поделимо израз са dz , (тоталним диференцијалом висине), добијемо:

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{\rho'}{\rho} \frac{g}{c_p}. \quad (2.4)$$

Ако искористимо претпоставку о једнакости притисака унутар делића ваздуха и околног ваздуха, применом једначине стања влажног ваздуха⁴, густине у једначини 2.4 можемо да заменимо виртуелним температурама⁵, T_v :

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{g}{c_p} \frac{T_v}{T_v'}. \quad (2.5)$$

Како се, у природи, температура ваздуха који се вертикално креће мало разликује од околног ваздуха, једначину 2.5 можемо написати као:

⁴ $p = \rho R_d T_v$ где је ρ густина ваздуха, T_v виртуална температура, а R_d гасна константа за сув ваздух ($287 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$).

⁵ Виртуелна температура је она температура коју треба да има замишљен суви ваздух, да би, при истом притиску, имао исту густину као и посматрани влажни ваздух (Месингер, и Јањић, 1989):

$$T_v = (1 + 0.608q) T,$$

где је q специфична влажност ваздуха. Специфична влажност ваздуха представља однос масе водене паре у одређеној запремини и укупне масе ваздуха те исте запремине.

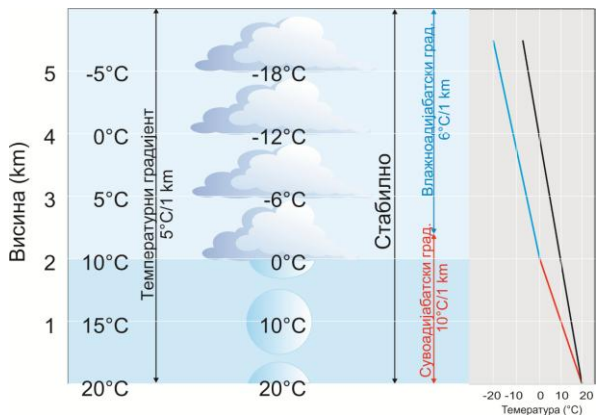
$$\gamma_a = -\frac{dT}{dz} = \frac{g}{c_p}. \quad (2.6)$$

У једначини 2.6 γ_a представља сувоадијабатски градијент температуре. Сувоадијабатски градијент температуре износи $0,98^\circ\text{C}$ на 100 m. То значи да ако посматрамо делић сувог ваздуха који се креће адијабатски навише, његова температура на сваких сто метара опадне за $0,98^\circ\text{C}$, односно ако се креће вертикално наниже, она се повећа за $0,98^\circ\text{C}$ на сваких сто метара.

Вертикалним адијабатским уздицањем влажни ваздух се хлади на исти начин као и сув ваздух све до момента када његова температура постане довољно ниска да постаје засићен воденом паром, па у њему долази до кондензације. Ниво на коме водена пара прелази у капи назива се ниво кондензације. Приликом кондензације водене паре ослобађа се латентна топлота која додатно загрева делић ваздуха који се уздиже. Услед тог загревања, његова температура спорије опада него температура сувог ваздуха при истим условима. Ако се делић ваздуха који је засићен воденом паром креће вертикално наниже, онда долази до испаравања при чему се троши латентна топлота делића ваздуха и његова температура спорије расте него температура сувог ваздуха. Температурни градијент по којем се мења температура делића влажног ваздуха приликом уздицања или спуштања назива се влажноадијабатски градијент и износи од $0,6$ до $0,7^\circ\text{C}$ на 100 m (Ђурић и Јанц, 2016).

Када говоримо о термичкој стабилности, атмосфера може бити статички стабилна, нестабилна, условно нестабилна и неутрална.

Атмосфера је статички стабилна када је вертикални температурни градијент околног ваздуха мањи од сувоадијабатског и влажноадијабатског градијента (слика 2.1а). Када се делић ваздуха уздигне вертикално, адијабатски (сувоадијабатски или влажноадијабатски) за Δz , његова температура ће за ΔT бити мања од температуре околног ваздуха, самим тим ће и његова густина бити већа, па ће се он вратити на почетни ниво. Исто тако, ако се спусти вертикално наниже за исто Δz , његова температура ће бити већа од температуре околног ваздуха а његова густина мања и он ће се вратити у почетни положај.

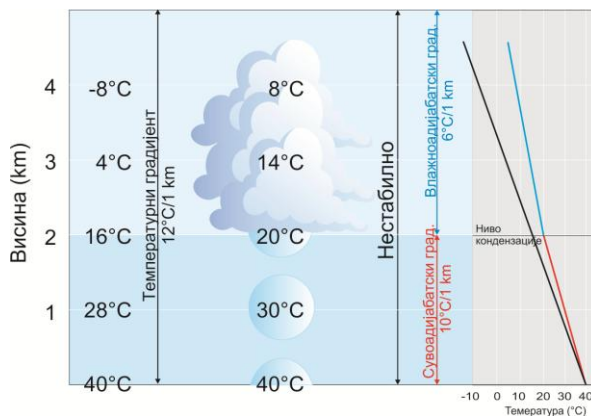


2.1a: Термички стабилна атмосфера.

Атмосфера је нестабилна када је вертикални температурни градијент околног ваздуха већи од сувоадијабатског и влажноадијабатског градијента (слика 2.16). Тада је делић ваздуха који

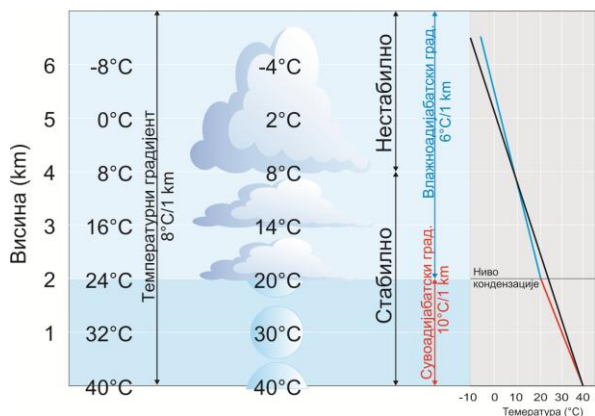
се адијабатски уздигне вертикално навише за Δz топлији од околног ваздуха на истој висини и наставља са кретањем навише. Ако се делић ваздуха помери наниже за Δz , постаје хладнији од своје околине и наставља да се креће наниже.

Често се у атмосфери јавља и случај када се вертикални температурни градијент налази између вредности влажноадијабатског и сувоадијабатског градијента (слика 2.1в). У тој ситуацији, за засићен ваздух атмосфера је нестабилна, а за незасићен стабилна. Такав вид термичке стабилности се назива условна нестабилност.



2.1б: Термички нестабилна атмосфера.

Атмосфера је неутрална ако је ваздух незасићен воденом паром и његов вертикални температурни градијент је једнак сувоадијабатском градијенту. Када је ваздух засићен воденом паром, онда је атмосфера неутрална, а вертикални температурни градијент једнак је влажноадијабатском температурном градијенту.



2.1в: Термички условно нестабилна атмосфера.

У метеорологији је устаљена пракса да се статичка стабилност атмосфере не представља преко вертикалних градијената температуре, већ се користе вертикалне промене потенцијалне температуре. Потенцијална температура, θ , је температура коју би делић ваздуха имао када би адијабатски путем био доведен на неки стандардни, константан притисак, p_0 :

$$\theta = T \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{R}{c_p}} . \quad (2.7)$$

У изразу 2.7 са T и p су означени температура и притисак делића на нивоу на коме су се налазили пре довођена на стандардни притисак.

Гасна константа за сув ваздух R износи $287 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, тако да $\frac{R}{c_p}$ износи 0,286. За стандардни притисак се обично узима вредност од 1000 hPa. Атмосфера је термички стабилна ако је промена потенцијалне температуре са висином већа од 0, статички неутрална ако је једнако нули и статички нестабилна ако је мања од 0:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \theta}{\partial z} &> 0 \text{ стабилно,} \\ \frac{\partial \theta}{\partial z} &= 0 \text{ неутрално,} \\ \frac{\partial \theta}{\partial z} &< 0 \text{ нестабилно.}\end{aligned}\tag{2.8}$$

2.2 Динамичка стабилност атмосфере

Као што је већ споменуто, динамичка стабилност атмосфере дефинише се преко силе потиска и смицања ветра. Однос силе потиска и смицања ветра је представљен помоћу градијентног Ричардсоновог броја (Stull, 1988):

$$R_{ig} = -\frac{\beta g \frac{\partial \Theta}{\partial z}}{\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)^2}\tag{2.9}$$

где је $\beta = \frac{1}{\theta_0}$, θ_0 карактеристична температура ваздуха која има вредност 300 К, $\frac{\partial \Theta}{\partial z}$ је вертикални градијент потенцијалне температуре, а $\frac{\partial U}{\partial z}$ је вертикални градијент брзине ветра, тзв. смицање ветра.

Градијентни Ричардсонов број се користи као мера динамичке стабилности атмосфере. Када је Ричардсонов број мањи од критичног Ричардсоновог броја ($R_{ic} = 0,25$), онда је атмосфера динамички стабилна, ако је већи од критичног Ричардсоновог броја, онда, је атмосфера нестабилна и ако је једнак критичном Ричардсоновом броју, онда је атмосфера динамички неутрална.

2.3 Изглед димне перјанице у зависности од вертикалне промене температуре

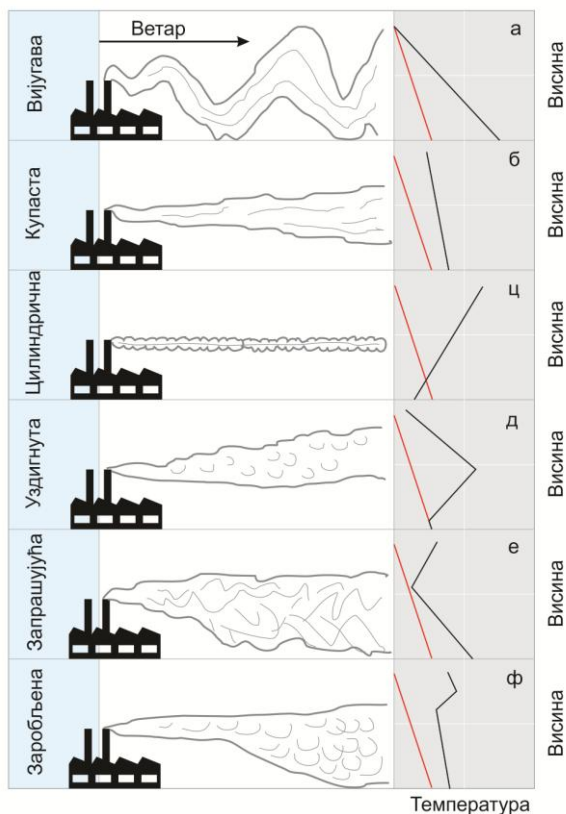
Статичка стабилност атмосфере утиче на развој турбуленције у атмосфери, па самим тим и на изглед димне перјанице. На слици 2.2 су представљени изгледи димних перјаница (видљивог облика испуштене загађујуће супстанције) из тачкастог извора загађења у зависности од статичке стабилности атмосфере (Vesilind et al., 2010, Zannetti, 1990). Црвеном линијом је означен сувоадијабатски градијент температуре, а црном линијом стварни градијент температуре (градијент температуре околног ваздуха). На слици 2.2а је приказана тзв. вијугава (енг. *looping*)

перјаница, која настаје када је атмосфера изразито нестабилна (градијент температуре околног ваздуха је већи од $1^{\circ}\text{C}/100\text{ m}$), а брзина ветра већа од 10 m s^{-1} . Овај изглед перјанице се јавља током безоблачних летњих обданица, када је загревање тла од стране Сунчевог зрачења велико. Перјаница изгледа као да таласа у вертикалном правцу, а понегде дотиче и само тло. Загађујућа супстанција у самој перјаници је добро измешана услед веома развијеног турбулентног кретања.

Током облачних или ветровитих дана, када је атмосфера умерено стабилна, присутно је слабо хоризонтално и вертикално мешање унутар перјанице. Перјаница тада има купаст (енг. *coning*) облик и приказана је на слици 2.2б.

Током ведрих ноћи са slabим ветром температура ваздуха расте од тла навише, односно долази до температурне инверзије. Ширење димне перјанице је хоризонтално, док је мешање у вертикалном правцу слабо. Овако настала перјаница има изглед цилиндра (енг. *fanning*) и не додирује тло (слика 2.2ц).

До сада смо разматрали изглед димних перјаница у случају када је у целом површинском слоју температурни градијент ваздуха исти. Међутим, постоје и ситуације када се температурни градијент ваздуха мења са висином, односно мења се и сама стабилност атмосфере. Када се врх димњака нађе изнад површинске инверзије у слоју нестабилне атмосфере, настаје тзв. уздигнута перјаница (енг. *lofting*) (слика 2.2д). Ширење у овом типу димне перјаници је могуће само вертикално навише, али не и наниже због температурне инверзије у нижим слојевима. Овакви услови доводе до смањене концентрације загађујућих супстанција у близини тла.



Слика 2.2: Изглед димне перјанице у зависности од статичке стабилности слојева атмосфере (Zannetti, 1990). (Црвеном линијом је на слици представљен сувоадијабатски градијент температуре, а црном линијом је представљен температурни градијент околног ваздуха).

У случају када је висина димњака у нестабилном слоју атмосфере који се налази испод инверзног слоја (слика 2.2е), ширење димне

перјанице у вертикалном правцу је могуће само надоле, јер се инверзни слој који се налази изнад димњака понаша као поклопац и не дозвољава ширење перјанице навише. Таква димна перјаница се назива запрашујућа димна перјаница (енг. *fumigating*). Овај тип перјанице је повезан са високом концентрацијом загађујуће супстанције у близини тла.

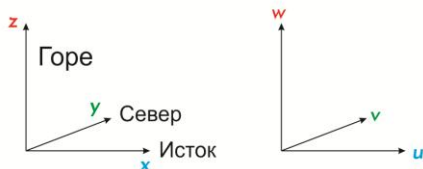
Када се висина димњака нађе у стабилно до неутрално стратификованом слоју ваздуха испод ниске инверзије, перјаница се налази између инверзног слоја и тла и због тога се назива заробљена (енг. *trapping*) (слика 2.2ф). Оваква ситуација се најчешће дешава у дубоким и уским долинама.

3. Гаусови модели за транспорт загађујућих супстанција

У претходном поглављу смо показали да ширење димне перјанице зависи од турбулентног кретања ваздуха. Да бисмо у потпуности описали транспорт загађујућих супстанци, познавање турбуленције у атмосфери није нам довољно, јер оно описује њено ширење, али не и њен транспорт у смеру у ком дува ветар. Зато је неопходно извести једначину за транспорт загађујућих супстанција у коју су укључени и транспорт у смеру дувања ветра и турбуленција. Међутим, пре извођења ове једначине, потребно је упознати се и са појмом ветра и концентрације.

3.1 Правац и смер ветра

За описивање метеоролошких величине у тачки или на малим размерама, користимо десни Декартов координатни систем (слика 3.1) у ком је x оса усмерена у правцу истока, y оса у правцу севера и z оса усмерена од тла навише.



Слика 3.1: Десни Декартов координатни систем (Stull, 2017).

Компоненте ветра у правцима x , y , и z означавамо са u , v и w , респективно, тако да је u позитивно од запада ка истоку, v је позитивно од југа ка северу, а w је позитивно од тла навише.

У поларним координатама хоризонтална брзина ветра се представља преко правца (α) и брзине (јачине) ветра (u) (слика 3.2).



Слика 3.2: Поларни координатни систем који се користи у математици и метеорологији (Stull, 2017).

Током историје, смер ветра се везивао за географски смер, смер који показује компас, и за смер из којег дува тако да је северни ветар означен са 0° (v позитивно), јужни са 180° (v негативно), западни са 270° (u позитивно) и источни са 90° (u негативно). Такав начин представљања ветра се задржао и до данас у метеорологији. Како се математичко представљање углова (слика 3.2) разликује од метеоролошког, стандардне тригонометријске трансформације не могу бити коришћене при преласку из правоуглог координатног система (u , v) у поларни систем (u , α), већ се користе следеће једначине (Stull, 2017):

$$u = \sqrt{u^2 + v^2} \quad (3.1)$$

$$\alpha = 90^\circ - \frac{360^\circ}{C} \arctan\left(\frac{v}{u}\right) + \alpha_0 \quad (3.2)$$

где је $\alpha_0 = 180^\circ$ када је $u > 0$ и $\alpha_0 = 0$ када је $u \leq 0$, а $C = 360^\circ$. Приликом преласка из поларног координатног система у правоугли координатни систем користе се следеће трансформације (Stull, 2017):

$$u = -u \cdot \sin(\alpha) \quad (3.3)$$

$$v = -u \cdot \cos(\alpha) . \quad (3.4)$$

3.2 Концентрација

Количина загађујуће супстанције у ваздуху се изражава на два начина:

- количина масе полутанта у кубном метру ваздуха концентрација, c , или
- однос количине супстанције загађивача (молова) и укупне количине супстанције свих састојака ваздуха (молова) тзв. однос смеше, q (Stull, 2017).

Када је реч о концентрацији загађујућих гасова у атмосфери q се изражава као однос запремине посматраног гаса и укупне запремине

ваздуха. Напоменимо, да су ове две дефиниције q , због једначине стања за гасове, идентичне. Јединица мере SI система за концентрацију је kg m^{-3} , али се због малих вредности чешће користе $\mu\text{g m}^{-3}$ и ng m^{-3} . Јединица мере за однос смеше је mol mol^{-1} . Када је реч о концентрацији загађујућих гасова у атмосфери однос смеше се изражава као милионити/милијардити део укупне запремине (енгл. parts per million/billion by volume), ppmv/ppbv (Stull, 2017). У литератури се често изоставља v , које указује да се посматра удео запремине гаса у укупној запремини ваздуха и користи се само ppm/ppb. Када је потребно прећи из односа смеше у ppmv на концентрације у $\mu\text{g m}^{-3}$, примењује се релација:

$$q[\text{ppmv}] = \frac{aT}{pM_s} C \left[\frac{\mu\text{g}}{\text{m}^3} \right] \quad (3.5)$$

где је T апсолутна температура (K), p атмосферски притисак (kPa), M_s молекуларна маса супстанције и, $a = 0,008314 \text{ kPa K}^{-1}(\text{ppmv})(\mu\text{g m}^{-3})^{-1}$ (Stull, 2017). Често се при преласку из односа смеше на концентрацију користе стандардне вредности за притисак и температуру. При стандардном притиску на нивоу мора, 101,325 kPa и температури од 15°C израз 3.5 постаје:

$$q[\text{ppmv}] = \frac{b}{M_s} C \left[\frac{\mu\text{g}}{\text{m}^3} \right] \quad (3.6)$$

где је $b=0,02363 \text{ (ppmv)} \cdot (\mu\text{g m}^{-3})^{-1}$ (Stull, 2017). Вредности неких загађујућих супстанција изражених као 1 ppmv/ppbv и $1 \mu\text{g m}^{-3}$ дате су у табели 3.1

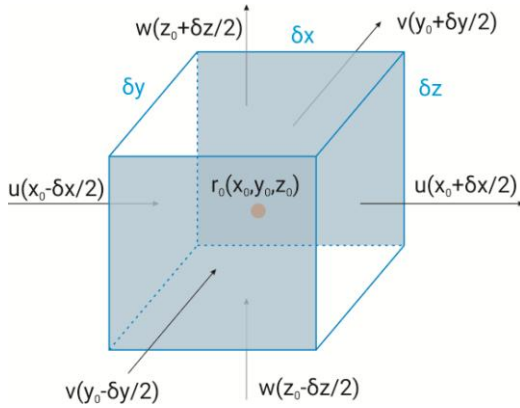
Табела 3.1: Вредности неких загађујућих супстанција изражених као 1 ppmv/ppbv и $1 \mu\text{g m}^{-3}$.

Азот-диоксид NO ₂	1 ppbv = 1,91 $\mu\text{g m}^{-3}$	$1 \mu\text{g m}^{-3} = 0,52 \text{ ppbv}$
Азот-моноксид NO	1 ppbv = 1,25 $\mu\text{g m}^{-3}$	$1 \mu\text{g m}^{-3} = 0,80 \text{ ppbv}$
Сумпор-диоксид SO ₂	1 ppbv = 2,66 $\mu\text{g m}^{-3}$	$1 \mu\text{g m}^{-3} = 0,38 \text{ ppbv}$
Озон O ₃	1 ppbv = 2,00 $\mu\text{g m}^{-3}$	$1 \mu\text{g m}^{-3} = 0,50 \text{ ppbv}$
Угљен-моноксид CO	1 ppmv = 1,16 $\mu\text{g m}^{-3}$	$1 \mu\text{g m}^{-3} = 0,86 \text{ ppmv}$
Бензен C ₆ H ₆	1 ppbv = 3,25 $\mu\text{g m}^{-3}$	$1 \mu\text{g m}^{-3} = 0,31 \text{ ppbv}$

3.3 Једначина континуитета

Посматрајмо малу запремину $\delta x \delta y \delta z$ у којој се налази супстанција масе M чија концентрација варира у простору и времену $c(x,y,z,t)$ (Слика 3.3) (Sofiev, 2009). У једнодимензионом случају, у x правцу, промена масе у јединици времена у тачки $\vec{r}_0(x_0, y_0, z_0)$ ће бити једнака разлици масе која уђе и изађе из посматране запремине кроз површину $\delta y \delta z$ у јединици времена:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \left(u \left(x_0 - \frac{\delta x}{2}, y_0, z_0 \right) c \left(x_0 - \frac{\delta x}{2}, y_0, z_0 \right) - u \left(x_0 + \frac{\delta x}{2}, y_0, z_0 \right) c \left(x_0 + \frac{\delta x}{2}, y_0, z_0 \right) \right) \delta y \delta z \cdot \quad (3.7)$$



Слика 3.3: Делић ваздуха запремине $\delta x \delta y \delta z$ и масе M (Sofiev, 2009).

Ако се унутар посматране запремине налазе извор и повор масе по јединици запремине, e и r , онда једначина 3.7 постаје:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \left(u \left(x_0 - \frac{\delta x}{2}, y_0, z_0 \right) c \left(x_0 - \frac{\delta x}{2}, y_0, z_0 \right) - u \left(x_0 + \frac{\delta x}{2}, y_0, z_0 \right) c \left(x_0 + \frac{\delta x}{2}, y_0, z_0 \right) \right) \delta y \delta z + (e - r) \delta x \delta y \delta z. \quad (3.8)$$

Када једначину 3.8 поделимо са $\delta x \delta y \delta z$, при чему $\delta x \rightarrow 0$, $\delta y \rightarrow 0$, $\delta z \rightarrow 0$ и $\delta t \rightarrow 0$ добијамо једначину континуитета у диференцијалном облику за једнодимензионални случај:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = - \frac{\partial (uc)}{\partial x} + e - r. \quad (3.9).$$

Када поновимо извођење у y и z правцу, добијамо једначину континуитета у тродимензионом случају:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -\frac{\partial(uc)}{\partial x} - \frac{\partial(vc)}{\partial y} - \frac{\partial(wc)}{\partial z} + e - r. \quad (3.10)$$

Једначину 3.10 можемо скраћено записати и у следећем облику:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -\nabla \cdot (\vec{u}c) + e - r, \quad (3.11)$$

где је $\vec{u} = (u, v, w)$.

Ако уведемо релацију⁶:

$$\nabla \cdot (\vec{u}c) = c\nabla \cdot \vec{u} + \vec{u} \cdot \nabla c \quad (3.12)$$

и искористимо дефиницију тоталног диференцијала

$$\frac{dc}{dt} = \frac{\partial c}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla c, \quad (3.13)$$

добијамо **једначину континуитета** за концентрацију

⁶ Ово је релација за дивергенцију производа скаларног и векторског поља.

$$\frac{dc}{dt} = -c \nabla \cdot \vec{u} + e - r . \quad (3.14)$$

Једначина 3.14 описује транспорт концентрације, па се често назива и **транспортна** или **дисперзиона једначина**. Ова једначина представља промену концентрације у одређеној тачки услед адвекције, дифузије, извора и понора концентрације. Као извор концентрације узима се емисија загађујуће супстанције, док понор концентрације може бити сува и влажна депозиција, гравитационо таложење као и радиоактивни распад, када се посматра транспорт радионуклида.

На сличан начин се може извести и једначина континуитета за однос смеше. Прво изведимо једначину континуитета за густину ваздуха. У случају када не постоји извор и понор супстанције унутар посматране запремине, једначина континуитета за густину стишљивог флуида има облик:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \cdot \vec{u} . \quad (3.15)$$

Често је погодно промену концентрације загађујуће супстанције представити преко односа смеше,

$$q = \frac{c}{\rho} . \quad (3.16)$$

Транспортна једначина за q има следећи облик:

$$\frac{\partial(q\rho)}{\partial t} = -\nabla \cdot (\vec{u}q\rho) + e - r . \quad (3.17)$$

Када уврстимо једначину континуитета за густину ваздуха у једначину 3.17 и поделимо је са густином ваздуха добијамо једначину за q :

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -(\vec{u} \cdot \nabla)q + e_q - r_q , \quad (3.18)$$

Када искористимо дефиницију тоталног диференцијала једначина 3.18 постаје

$$\frac{dq}{dt} = e_q - r_q \quad (3.19)$$

где су $e_q = e/\rho$ и $r_q = r/\rho$ изражени у јединици мере за однос смеше по јединици времена.

Транспортне једначине за концентрацију и однос смеше се разликују по члану $c\nabla \cdot \vec{u}$ који се јавља у једначини за концентрацију (3.14), а нема га у једначини за однос смеше (3.19). Поменути члан представља утицај дивергенције брзине ветра на концентрацију загађујуће супстанције. Ове две једначине постају исте само када је густина ваздуха хомогена.

3.4 Турбулентно кретање

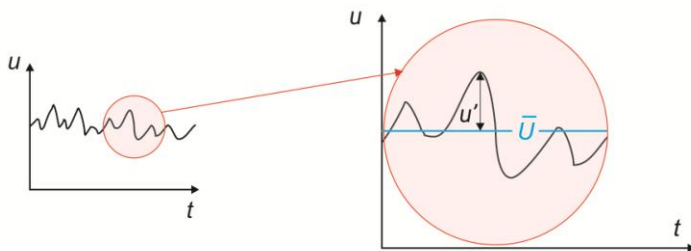
Приликом извођења једначина за концентрацију и однос смеше претпоставили смо да се ове величине, као и брзина ветра, мењају из тренутка у тренутак. У овим једначинама није присутна турбуленција. Како је у реалним условима у ПГС-у увек присутна турбуленција, потребно је конструисати једначине које описују турбулентни ток. Да бисмо добили једначине за турбулентни ток користићемо такозвано Рејнолдсово усредњавање по коме се турбулентни ток посматра као сложен феномен састављен од усредњеног (средњег) тока и хаотичног дела тока (одступања). На тај начин тренутне вредности величина можемо представити као збир средњих вредности (означавамо их великим словом) и одступања од средњих вредности, флуктуација (означавамо их примом) (Рајковић и Месингер, 2009), слика 3.4:

$$c = C + c'$$

$$\vec{u} = \vec{U} + \vec{u}' \quad (3.20)$$

$$e = E + e'$$

$$r = R + r'.$$



Слика 3.4: Тренутна брзина ветра, средња вредност и одступање од средње вредности (Рајковић и Месингер, 2002).

Средње вредности и одступања неке физичке величине могу бити дефинисане преко ансамбла. Ансамбл представља скуп реализација које имају исту вредност макропараметара. Приликом турбулентног кретања сви чланови ансамбла су међусобно различити (Рајковић и Месингер, 2009). У реалним условима, приликом експеримената или осматрања немамо ансамбл реализација. Уместо тога можемо користити ергодичку хипотезу и заменити усредњавање по ансамблу усредњавањем по времену. Тако да, када говоримо о усредњавању говоримо о усредњавању у временском периоду довољно дугачком да сума флукуација постане 0, али довољно кратком да промене у средњим вредностима тока буду занемариве. Такође, подразумевамо да су флукуације много мање од њихових средњих вредности и извода по времену.

Једначину континуитета, користећи Рејнолдсово усредњавање можемо написати као:

$$\frac{\partial(C+c')}{\partial t} = -\nabla \cdot \left((\vec{U} + \vec{u}') (C + c') \right) + E + e' - R + r'. \quad (3.21)$$

Користећи следећа правила усредњавања, при чему оператор усредњавања означавамо хоризонталном цртом изнад чланова:

$$1) \overline{k} = k, \text{ где је } k = \text{const},$$

$$2) \overline{(kA)} = kA,$$

$$3) \overline{(\overline{A})} = A,$$

$$4) \overline{(AB)} = AB,$$

$$5) \overline{(A+B)} = A+B,$$

$$6) \overline{\frac{dA}{dt}} = \frac{dA}{dt},$$

$$7) \overline{a'} = 0,$$

извршимо усредњавање једначине 3.11 да бисмо добили једначину за средње вредности.

$$\frac{\partial(C+c')}{\partial t} = -\nabla \cdot \left((\bar{U} + \bar{u}') (C + c') \right) + \bar{E} + \bar{e}' - \bar{R} - \bar{r}', \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial(C)}{\partial t} + \frac{\partial(c')}{\partial t} = -\nabla \cdot (\bar{U}C) - \nabla \cdot (\bar{U}c') - \nabla \cdot (\bar{u}'C) - \nabla \cdot (\bar{u}'c') + \bar{E} + \bar{e}' - \bar{R} - \bar{r}'. \quad (3.23)$$

На основу правила 7 о усредњавању други члан на левој страни и други, трећи, шести и осми члан са десне стране знака једнакости су 0. Применом осталих правила усредњавања на преостале чланове добијамо транспортну једначину за средње вредности концентрације:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\nabla \cdot (\bar{U}C) - \nabla \cdot (\bar{u}'c') + \bar{E} - \bar{R}. \quad (3.24)$$

У једначини 3.24 се као последица усредњавања јавио нови члан $\bar{u}'c'$, тзв. Рејнолдсов члан који представља коваријансу првог реда флукуација брзине ветра и концентрације. Једначина 3.14 је тако погодна само за посматрање средњих вредности концентрација, али не и за посматрање тренутних вредности концентрација.

3.5 Проблем затварања

Како се после усредњавања у једначини транспорта концентрације као непозната величина јавио нови члан, $\bar{u}'c'$, ову

једначину је постало немогуће решити. На основу аналогије са молекуларном дифузијом овај члан се може представити помоћу турбулентног коефицијента дифузије, K и градијента средње вредности:

$$\overline{u'c'} = -K \nabla C . \quad (3.25)$$

Како се врши параметризација члана првог реда, ово затварање се назива затварањем првог реда или, због употребе коефицијента турбулентне дифузије, K -теорија затварања. Када уврстимо једначину 3.25 у једначину 3.24, добијамо једначину која има само једну непознату и можемо је решити:

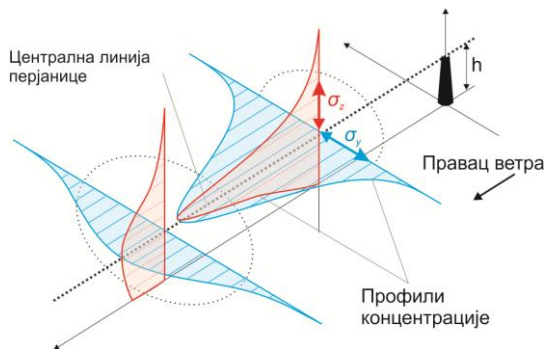
$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\nabla \cdot (\bar{U}C) - \nabla \cdot (K \nabla C) + E + R . \quad (3.26)$$

3.6 Гаусов модел димне перјанице

Једначина 3.26 је парцијална диференцијална једначина другог реда параболичног типа, која може бити решена употребом разних нумеричких метода, као и аналитичким путем у одређеним случајевима. У случају када подразумевамо хомоген, стационарни ток и стационарни тачкасти извор који се налази на висини h , ова једначина може бити решена и аналитичким путем. Аналитичко решење тада има добро познати облик Гаусове једначине димне перјанице:

$$C(x, y, z) = \frac{Q}{2\pi\sigma_y\sigma_z U} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{\sigma_y}\right)^2\right) \left(\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-h}{\sigma_z}\right)^2\right) + \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z+h}{\sigma_z}\right)^2\right) \right), \quad (3.27)$$

где је C временски усредњена концентрација, Q је интензитет извора, x правац је постављен у правцу ветра, z је вертикални правац, y је хоризонтални правац постављен нормално на x , а U је средња брзина ветра на висини извора, слика 3.5.

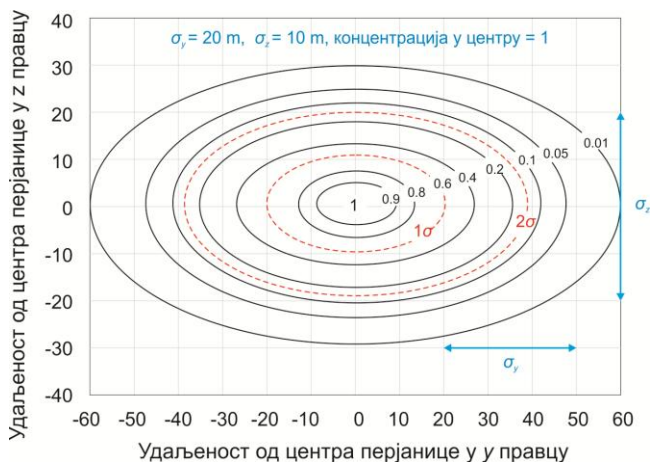


Слика 3.5: Гаусов модел димне перјанице (Stockie, 2012).

Интензитет извора преко закона одржања масе може бити представљен као:

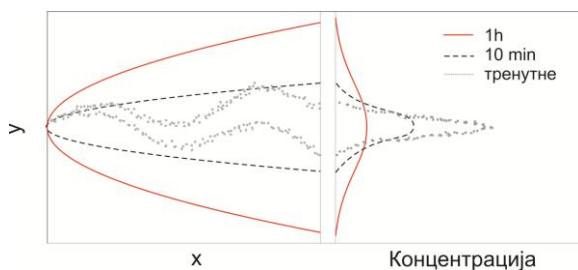
$$\iint_{y,z} UCdydz = Q. \quad (3.28)$$

Стандардне девијације концентрације су означене са σ_y и σ_z и описују хоризонтално и вертикално ширење загађујуће супстанције услед турбулентне дифузије. Математичко извођење једначине 3.27 дато је у додатку А. Једначина 3.27 се назива Гаусовом једначином димне перјанице, јер је расподела концентрације у хоризонталном и вертикалном смеру гаусовска. То значи да се 95% загађујуће супстанције налази у границама $\pm\sigma_y\sigma_z$. Расподела концентрације загађујуће супстанције у зависности од вредности стандардних девијација концентрације је приказана на слици 3.6.



Слика 3.6: Стандардне девијације концентрације (Hanna et al., 1981).

Како је могуће користити гаусовску расподелу за опис ширења концентрације загађујуће супстанције? Због турбулентног кретања у атмосфери изглед димне перјанице се мења из тренутка у тренутак. Како не знамо у потпуности да опишемо турбулентно кретање, тешко је описати и понашање димне перјанице у сваком тренутку. Али, ако посматрамо концентрацију димне перјанице као средњу вредност у одређеном временском периоду видећемо да она има Гаусову расподелу у y и z правцу. Усредњавање концентрације димне перјанице у различитим временским интервалима је приказано на слици 3.7 (Hoinaski et al., 2016).

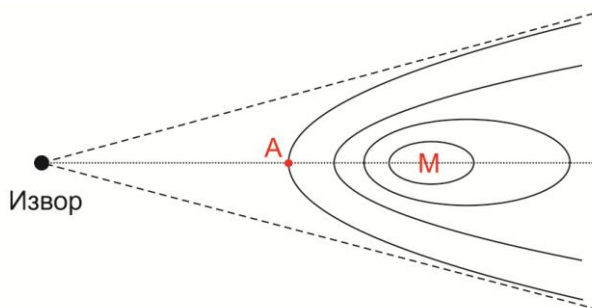


Слика 3.7: Усредњавање концентрације димне перјанице у различитим временским интервалима (Hoinaski et al., 2016).

На основу једначине 3.17 концентрација на нивоу тла, $z = 0$, се рачуна као (Turner, 1970):

$$C(x, y, z) = \frac{Q}{\pi \sigma_y \sigma_z U} \exp \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{y}{\sigma_y} \right)^2 \right) \left(\exp \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{h}{\sigma_z} \right)^2 \right) \right). \quad (3.29)$$

Једначина 3.29 дефинише изглед димне перјанице на тлу тзв. отисак (енг. *footprint*), слика 3.8 (Turner, 1970).



Слика 3.8: Изглед димне перјанице на $z = 0$, тзв отисак. Са М је означена максимална, а са А минимална концентрација на тлу (Scorer, 2002).

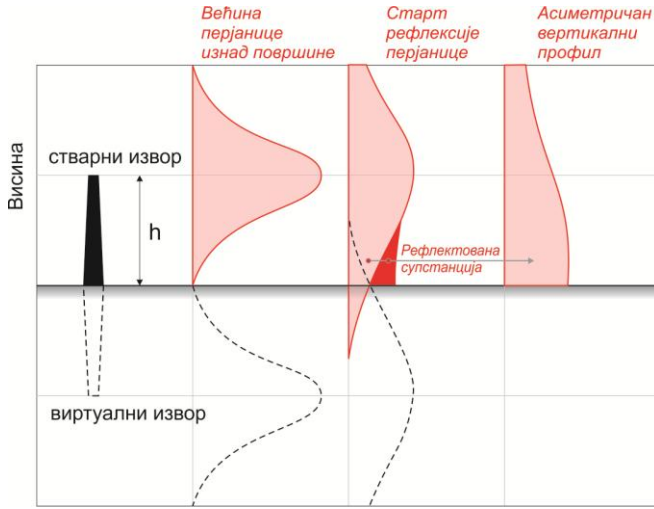
Када се концентрација на тлу рачуна дуж централне линије ($y = 0$) једначина 3.27 постаје (Turner, 1970):

$$C(x, y, z) = \frac{Q}{\pi \sigma_y \sigma_z U} \left(\exp \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{h}{\sigma_z} \right)^2 \right) \right). \quad (3.30)$$

Стационарно стање које се подразумева приликом посматрања тока и емисије извора код овог модела ограничава његову употребу на растојања 10-100 km. Гаусов модел димне перјанице даје лоше резултате и у ситуацијама када је брзина ветра мала. Нажалост те ситуације су доказано најопасније када је реч о дисперзији загађујућих супстанција у атмосфери.

3.7 Метода суперпозиције извора

Последњи члан у једначини 3.27 представља тоталну рефлексију од тла и проистиче из чињенице да се димна перјаница током времена рашири и дотиче тло приликом чега се рефлектује. Ако се извор налази на висини h , можемо замислити други извор на висини $-h$ која се налази испод тла. Извор који се налази на висини $-h$ испод тла представља слику извора који се налази на висини h изнад тла и његов утицај на расподелу концентрације унутар перјанице почиње тек када димна перјаница дотакне површину. Овај метод урачунавања границе у модел расподеле концентрације назива се методом суперпозиције (Turner, 1970) (слика 3.9).



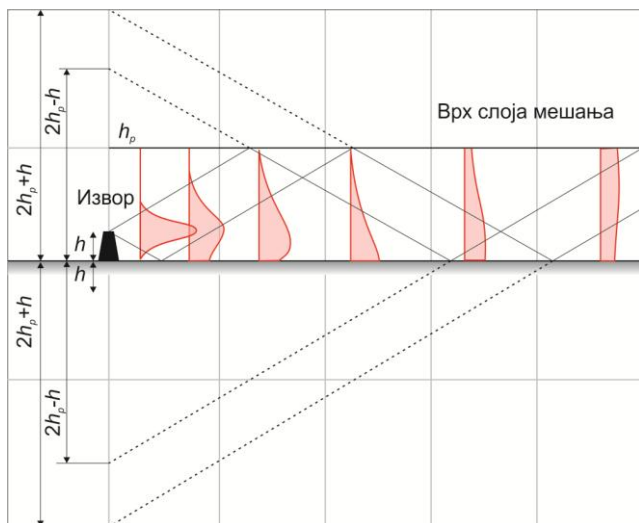
Слика 3.9: Суперпозиција извора (Turner, 1970).

Овај метод се примењује и у случају неутралне и нестабилне стратификације атмосфере када се на врху ПГС-а јавља инверзија, која се понаша као граница. Додавајући нове изворе слика, као што је то представљено на слици 3.10, добијамо једначину следећег облика (Hunt et al., 1988):

$$\chi(x, y, z) = \frac{Q}{\sqrt{2\pi U \sigma_y \sigma_z}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{y^2}{\sigma_y^2}\right) \left[\exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(z-h)^2}{\sigma_z^2}\right) + \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(z+h)^2}{\sigma_z^2}\right) + \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(z-2h_p+h)^2}{\sigma_z^2}\right) + \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(z+2h_p-h)^2}{\sigma_z^2}\right) + \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(z-2h_p-h)^2}{\sigma_z^2}\right) + \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(z+2h_p+h)^2}{\sigma_z^2}\right) \right],$$

3.31

где h_p представља висину ПГС-а. Први члан у угластој загради представља ширење оригиналног извора; други члан представља његову рефлексију од тла; трећи члан представља рефлексију оригиналног извора на врху граничног слоја. Четврти члан представља рефлексију извора испод тла на врху граничног слоја. Пети члан представља рефлексију извора изнад граничног слоја од тла. Шести члан представља рефлексију извора слике на двострукој дубини висине ПГС-а.



Слика 3.10: Суперпозиција извора у случају када се на висини ПГС-а јави температурна инверзија (Hunt et al., 1988).

3.8 Одређивање брзине ветра на висини извора

У метеорологији се брзина ветра стандардно мери на висини од 10 m изнад тла. Како нам је за израчунавање концентрације супстанције на основу једначине 3.27 потребна брзина ветра на висини извора неопходно је израчунати је на основу брзине ветра на 10 m висине изнад тла. Најједноставнији начин да се то уради је да се користи степени закон. Овај закон је због своје једноставности нашао широку примену у техничким наукама. Степени закон има следећи облик:

$$U(z) = U(z_{10}) \left(\frac{z}{z_{10}} \right)^{\alpha} \quad (3.32)$$

где коефицијент α зависи од Пасквилових класа стабилности атмосфере и његове вредности су дате у табели 3.2. Пасквилове класе стабилности атмосфере ће детаљно бити објашњене у наредним поглављима.

Табела 3.2: Вредности коефицијента α у зависности од Пасквилових класа стабилности и врсте подлоге (Ying et al., 2017).

Класа стабилности	α	α
	Урбана средина	Рурална средина
А	0,15	0,07
Б	0,15	0,07
Ц	0,20	0,01

Д	0,25	0,15
Е	0,30	0,35
Ф	0,30	0,55

Поред наведене методе, за рачунање средње брзине ветра на висини извора се користи и тзв. логаритамски профил ветра:

$$U(z) = \frac{u_*}{\kappa} \ln \frac{z}{z_0}, \quad (3.33)$$

где је κ Фон Карманова константа чије вредности су у интервалу 0,35-0,42, а z_0 висина трења (висина изнад тла на којој је брзина ветра нула). Висина трења зависи од типа тла. Карактеристичне вредности висине трења за одређене типове земљишта су дате у табели 3.3. Са u_* је обележена брзина трења:

$$u_* = \left[\left(\overline{u'w'} \right)^2 + \left(\overline{v'w'} \right)^2 \right]^{0.25} \quad (3.34)$$

Иако се једначина 3.33 често користи у пракси она важи само за хомогени флуид када је вертикални флуks количине кретања приближно константан, а постојање вертикалног градијента брзине једини извор

Табела 3.3: Карактеристичне вредности висине трења за одређене типове земљиште (van Ulden et al., 1985)

Кратак опис подлоге	Висина трења $z_0 [m]$
Отворено море	0,0002
Муљ, снег; без вегетације и објеката	0,005
Равно земљиште; трава, неколико изолованих објеката	0,03
Ниски усеви; расејани објекти, $x/h > 20$	0,1
Високи усеви; расејани објекти, $15 < x/h < 20$	0,25
Паркови, грмље; бројни објекти $x/h \approx 10$	0,5
Просечно велики објекти (предграђа, шуме)	1,0
Градски центар; ниске и високе зграде	-

турбуленције. Овакви случајеви су у пракси доста ретки, јер је турбуленција у ПГС-у углавном условљена нехомогеношћу у пољу температуре, односно густине. Када у флуиду постоји нехомогено поље температуре, односно густине, говоримо о тзв. стратификованом флуиду. Монин и Обухов су педесетих година прошлог века предложили да се флуксеви за нехомогене флуиде рачунају уопштавањем резултата који важе за хомогене флуиде. Њихова основна идеја је била да се пође од релације за хомоген флуид тако што би се израз за градијент брзине помножио универзалном функцијом односа

дужине и карактеристичног дужинског размера ($\xi = \frac{z}{L}$), $\Phi_m(\xi)$, коју одређују параметри који карактеришу дате процесе у стратификованом флуиду (Рајковић и Месингер, 2002):

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{u_*}{\kappa z} \Phi_m(\xi). \quad (3.35)$$

Монин и Обухов су предложили да карактеристични дужински размер (L), иначе основни проблем ове теорије, буде представљен преко параметара који репрезентују основне процесе који у стратификованој атмосфери утичу на ниво турбулентне кинетичке енергије. На основу тога, L се рачуна као:

$$L = \frac{u_*^3}{\kappa \beta g w' \theta'_0} \quad (3.36)$$

где брзина трења, u_* описује утицај смицања основне струје на генерисање турбуленције. Кинематички флуks топлоте од подлоге ($\overline{w' \theta'_0}$) представља други део механизма генерисања турбуленције, преко рада силе потиска, као извора/понора турбулентне кинетичке енергије. Са чланом βg је представљен параметар рада силе потиска, који описује стање стратификације флуида, у ком $\beta = \frac{1}{\Theta_0}$, где је Θ_0 карактеристична вредност за потенцијалну температуру у атмосфери

(најчешће 300 K) (Рајковић и Месингер, 2002). Знак дужине Монин-Обухов је одређен знаком флукса топлоте од подлоге ка атмосфери. У том случају ако је подлога топлија од нижих слојева атмосфере L је позитивно. И обрнуто, ако је подлога хладнија од ваздуха изнад ње L је негативно.

Универзална функција $\Phi_m(\xi)$ је одређена у канзаском експерименту. У случају нестабилне и неутралне стратификације ова функција има следећи облик:

$$\Phi_m(\xi) = (1 + 11.5\xi)^{-\frac{1}{3}} \quad (3.37)$$

док у случају стабилне стратификације има облик:

$$\Phi_m(\xi) = 1 + 5\xi. \quad (3.38)$$

Да бисмо добили коначан израз за средњу брзину ветра на висини z , интегралимо једначину од висине z_0 до висине z :

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{u_*}{kz} \Phi_m(\xi) \quad (3.39)$$

$$\frac{k}{u_*} U(z) = \int_{z_0}^z \frac{\Phi_m(\xi)}{z} dz \quad (3.40)$$

Интеграл $\int_{z_0}^z \frac{\Phi_m(\xi)}{z} dz$ можемо написати и као:

$$\int_{z_0}^z \frac{\Phi_m(\xi)}{z} dz = \int_{z_0}^z \frac{1 - 1 + \Phi_m(\xi)}{z} dz = \int_{z_0}^z \frac{dz}{z} - \int_{\xi_0}^{\xi} \frac{1 - \Phi_m(\xi)}{\xi} d\xi, \quad (3.41)$$

где први интеграл са десне стране описује неутралну, а други део нестабилну или стабилну стратификацију.

Користећи функцију у случају нестабилне и неутралне стратификације први интеграл са десне стране једначине даје логаритамску функцију, а да бисмо решили интеграл I :

$$I = \int_{\xi_0}^{\xi} \frac{1 - \Phi_m(\xi)}{\xi} d\xi, \quad (3.42)$$

користићемо следећу смену:

$$x = (1 + 11,5\xi)^{1/3}, \quad (3.43)$$

па је

$$\xi = \frac{x^3 - 1}{11,5} \Rightarrow d\xi = \frac{3x^2 dx}{11,5} \text{ и } x_0 = \left(1 + 11,5 \frac{z_0}{L}\right)^{1/3}. \quad (3.44)$$

Интеграл I добија облик

$$I = \int_{x_0}^x \frac{3x dx}{1+x+x^2}, \quad (3.45)$$

односно

$$I = \frac{3}{2} \ln \frac{1+x+x^2}{1+x_0+x_0^2} - \sqrt{3} \left(\arctan \frac{2x+1}{\sqrt{3}} - \arctan \frac{2x_0+1}{\sqrt{3}} \right). \quad (3.46)$$

Коначно решење једначине има облик:

$$U(z) = \frac{u_*}{\kappa} \left(\ln \frac{z}{z_0} - \frac{3}{2} \ln \frac{1 + \left(1 + 11,5 \frac{z}{L}\right)^{1/3} + \left(1 + 11,5 \frac{z}{L}\right)^{2/3}}{1 + \left(1 + 11,5 \frac{z_0}{L}\right)^{1/3} + \left(1 + 11,5 \frac{z_0}{L}\right)^{2/3}} + \sqrt{3} \left(\arctan \frac{2 \left(1 + 11,5 \frac{z}{L}\right)^{1/3} + 1}{\sqrt{3}} - \arctan \frac{2 \left(1 + 11,5 \frac{z_0}{L}\right)^{1/3} + 1}{\sqrt{3}} \right) \right). \quad (3.47)$$

У случају стабилне стратификације вертикални профил брзине ветра има облик

$$U(z) = \frac{u_*}{\kappa} \left(\ln \left(\frac{z}{z_0} \right) + 5 \frac{z - z_0}{L} \right) \quad (3.48)$$

У једначинама 3.47 и 3.48 брзина ветра је функција дужине Монин-Обухов, која зависи од кинетичког флукса топлоте од подлоге,

што отежава решавање ових једначина. Постоје две методе решавања ових једначина: метода флуksа и метода профила. Ове методе ће детаљно бити објашњене у додатку В.

3.9 Класе стабилности и стандардне девијације концентрације

На концентрацију загађујуће супстанције из одређеног извора утичу адвекција и турбулентна дифузија. Под адвекцијом подразумевамо транспорт загађујуће супстанције у правцу средње брзине ветра, док под турбулентном дифузијом подразумевамо њено ширење под утицајем турбулентног кретања. Ако погледамо једначину (3.19) видимо да концентрација загађујуће супстанције зависи од средње брзине ветра, али не и од турбулентног кретања. Утицај турбулентног кретања се крије у стандардној девијацији концентрација. Стандардна девијација концентрације се може рачунати на више начина. У првобитним моделима димне перјанице ова величина се рачунала на основу емпиријских функција у зависности од стабилности атмосфере. Међутим, стабилност атмосфере се ретко одређује као што је то описано у другом поглављу, због недостатка висинских мерења (мерења на различитим вертикалним висинама у односу на тло). То је разлог због којег су развијене методе за одређивање стабилности на основу стандардних, приземних мерења. Неки од начина одређивања стабилности атмосфере и стандардних девијација у Гаусовим моделима димне перјанице биће приказани у наредним поглављима.

3.10 Пасквил-Гифордове класе стабилности

Пасквил и Гифорд су предложили да се стабилност атмосфере представи преко 6 класа стабилности, тзв. ПГ класе стабилности. Класе стабилности су означене словима од А (јако нестабилно) до Ф (стабилно) (Pasquill, 1961). Касније је додата и класа Г којом су представљени статички изузетно стабилни услови (Табела 3.4) (Turner, 1964).

Табела 3.4: Пасквил-Гифордове класе стабилности.

ПГ класа стабилности	
А	Јако нестабилно
Б	Умерено нестабилно
Ц	Благо нестабилно
Д	Неутрално
Е	Умерено стабилно
Ф	Стабилно
Г	Јако стабилно

А – Јако нестабилно. Дању, током летње половине године до, тла долази велика количина Сунчевог краткоталасног зрачења, од којег се прво загрева тло, а затим доњи слојеви ваздуха. Загрејани ваздух се вертикално подиже у више слојеве атмосфере, што изазива интензивно мешање ваздуха. У оваквим условима, концентрација загађујуће супстанције је висока у близини самог извора, али због велике дифузије

на кратким растојањима од извора у приземном слоју ваздуха концентрација загађујуће супстанције је ниска.

Б – Умерено нестабилно. Ова класа стабилности је веома слична претходној, с том разликом што је дифузија гасова спорија, па је и димна перјаница мањег радијуса. За разлику од класе А која се јавља само током топлих летњих дана, ова класа се може јавити и у прелазима између годишњих доба.

Ц – Благо нестабилно. Ова класа представља прелазни тип између нестабилног и неутралног стања атмосфере. Перјаница која настане у оваквој стабилности атмосфере има мањи радијус и загађење се транспортује даље од извора за разлику од перјаница насталих у претходне две класе стабилности.

Д – Неутрално. Ова класа се јавља при облачном и ветровитом времену, када се градијент температуре ваздуха налази између неутралног и изотермног. Уколико је димњак довољно висок, а терен раван, неће доћи до веће концентрације загађујуће супстанције у близини тла.

Е – Умерено стабилно. Настаје када је приземна инверзија испод извора загађења, најчешће при заласку Сунца. Изнад слоја инверзије долази до ширења перјанице, али због постојања инверзије перјаница не стиже до тла. Овакви услови погодују испуштању загађујуће супстанције из високих извора, јер се тако спречава велика концентрација загађујућих супстанција у близини тла.

Ф – Стабилно. Ова класа стабилности се јавља најчешће током ноћи, када се створи инверзија у приземном слоју. Када је ова класа

стабилности заступљена погодно је за емисију из високих извора загађења, док код ниских извора долази до загађења у нижим слојевима.

3.11 Пасквил-Гифордов метод одређивања класе стабилности

Пасквил-Гифордов метод за одређивање класе стабилности атмосфере обухвата оба механизма настанка турбуленције, смицање ветра (механички) и рад силе потиска (термички), и предложен је од стране Пасквила 1961. године. Овај метод подразумева да је нето зрачење индикатор конвективне турбуленције, а брзина ветра на 10 m висине индикатор механичке турбуленције. Одређивање нето зрачења се врши на основу долазног Сунчевог зрачења и облачности током дана и ноћи. Овај метод одређивања класе стабилности је изузетно једноставан и заснован на параметрима доступним на свим површинским метеоролошким станицама. Одређивање класе стабилности овим методом је приказано у табели 3.4 током дана и табели 3.5 током ноћи (Stull, 2017).

Табела 3.4: Одређивање класе стабилности Пасквил-Гифордовом методом током дана.

Брзина ветра на 10 m висине (m/s)	Долазно Сунчево зрачење		
	Јако	Умерено	Слабо
<2	А	А-Б	Б
2-3	А-Б	Б	Ц

3-4	Б	Б-Ц	Ц
4-6	Ц	Ц-Д	Д
>6	Ц	Д	Д

Табела 3.5: Одређивање класе стабилности Пасквил-Гифордовом методом током ноћи.

Брзина ветра на 10 m висине (m s^{-1})	Облачност	
	$\geq 4/8$	$\leq 3/8$
<2	Г	Г
2-3	Е	Ф
3-4	Д	Е
4-6	Д	Д
>6	Д	Д

Турнер је побољшао овај метод уводећи НРИ индекс као меру долазног Сунчевог зрачења (Турнер, 1964). За рачунање НРИ индекса користе се висина Сунца⁷, облачност и висина облака. На основу ове методе се класа стабилности одређује на следећи начин: врста (И) у табели 3.6 одређује се на основу брзине ветра мерене на висини 10 m (нв).

⁷ Начин на који се одређују ови параметри је приказан у додатку Б.

Табела 3.6 Зависност коефицијента И од брзине ветра на 10 m висине.

нв (m s^{-1})	нв (km h^{-1})	И
$\text{нв} \leq 0,5$	$\text{нв} \leq 1,8$	1
$0,5 < \text{нв} \leq 1,8$	$1,8 < \text{нв} \leq 6,5$	2
$1,8 < \text{нв} \leq 2,8$	$6,5 < \text{нв} \leq 10,1$	3
$2,8 < \text{нв} \leq 3,2$	$10,1 < \text{нв} \leq 11,5$	4
$3,2 < \text{нв} \leq 3,8$	$11,5 < \text{нв} \leq 13,7$	5
$3,8 < \text{нв} \leq 4,8$	$13,7 < \text{нв} \leq 17,3$	6
$4,8 < \text{нв} \leq 5,2$	$17,3 < \text{нв} \leq 18,7$	7
$5,2 < \text{нв} \leq 6,0$	$18,7 < \text{нв} \leq 21,6$	8
$6,0 < \text{нв}$	$21,6 < \text{нв}$	9

На основу висине Сунца (вс) одређује се коефицијент НРИ (Табела 3.7) за мерење које се врши током дана.

Табела 3.7 Зависност коефицијента НРИ од висине Сунца (вс).

вс	НРИ
$60^\circ < \text{вс}$	4
$35^\circ < \text{вс} \leq 60^\circ$	3
$15^\circ < \text{вс} \leq 35^\circ$	2
$\text{вс} \leq 15^\circ$	1

Ако је мерење вршено током ноћи, коефицијент НРИ одређује се помоћу Табеле 3.8. Коефицијент спно, у овој табели, описује покривеност неба облацима.

Табела 3.8: Зависност коефицијента НРИ од коефицијента спно за мерења током ноћи.

спно	НРИ
0-4	-2
5-9	-1

Овако добијени коефицијент НРИ коригује се на основу измерене висине базе облака (Табела 3.9).

Табела 3.9: Корекција коефицијента НРИ у зависности од коефицијента спно и коефицијента нб који зависи од висине базе облака.

спно	нб < 2100 m	2100 m < нб < 4900 m	4900 m < нб
0-4	НРИ = НРИ	НРИ = НРИ	НРИ = НРИ
5-9	НРИ = НРИ-2	НРИ = НРИ-1	НРИ = НРИ
10	НРИ = 0	НРИ = НРИ-1	НРИ = НРИ-1

Одузимањем коефицијента НРИ од 5, формира се Ј врста Табеле 3.10, помоћу које се, када су познате вредности И колоне, одређује класа стабилности на основу метеоролошких мерења.

Табела 3.10: Одређивање Пасквил-Гифордове класе стабилности у зависности од претходно одређених коефицијената И и Ј.

	J = 5-НРИ						
И	1	2	3	4	5	6	7
1	А	А	Б	Ц	Д	Ф	Ф
2	А	Б	Б	Ц	Д	Ф	Ф
3	А	Б	Ц	Д	Д	Е	Ф
4	Б	Б	Ц	Д	Д	Е	Ф
5	Б	Б	Ц	Д	Д	Д	Е
6	Б	Ц	Ц	Д	Д	Д	Е
7	Ц	Ц	Д	Д	Д	Д	Е
8	Ц	Ц	Д	Д	Д	Д	Д
9	Ц	Д	Д	Д	Д	Д	Д

3.12 Одређивање класе стабилности на основу градијентног Ричардсоновог броја

Класу стабилности могуће је одредити и на основу градијентног Ричардсоновог броја, R_{ig} (2.9). Веза између класа стабилности и градијентног Ричардсоновог броја приказана је у табели 3.10 (Ashrafi and Hoshyaripour, 2008).

Табела 3.10: Веза између Пасквил-Гифордових класа стабилности и градијентног Ричардсоновог броја.

Класа стабилности		Градијентни Ричардсонов број
А	Веома нестабилно	$Ri_g < -0,04$
Б	Нестабилно	
Ц	Умерено нестабилно	$-0,03 < Ri_g < 0$
Д	Неутрално	$Ri_g = 0$
Е	Умерено стабилно	$0 < Ri_g < 0,25$
Ф	Стабилно	$Ri_g > 0,25$

3.13 Одређивање класе стабилности методом вертикалног градијента температуре

У случају када постоје мерења температуре на два нивоа у атмосфери, могуће је користити и тзв. методу градијента температуре за

одређивање класе стабилности. Током година многи дифузиони експерименти су извршени да би се нашла веза између Пасквилових класа стабилности и градијента температуре и приказана је у табели 3.11.

Табела 3.11 Веза између класе стабилности и вертикалног градијента температуре (IAEA, 1980).

$\frac{\Delta T}{\Delta z} \left(\frac{K}{100m} \right)$	< -1,9	-1,9 - -1,7	-1,7 - -1,5	-1,5 - -0,5	-0,5 - 1,5	> 1,5
Класа стабилности	А	Б	Ц	Д	Е	Ф

3.14 Балтинк-Малет класе стабилности

Балтинк-Малет (Bultynck-Malet) класе стабилности (Pèrez et al., 2011) развијене су у Белгијском нуклеарном истраживачком центру у Мољу. На основу ове класификације, стабилност атмосфере се дели на 7 класа. Класе су означене са Е1 до Е6, где је са Е1 означена стабилна атмосфера, а са Е6 веома нестабилна атмосфера. Класа Е7 је дефинисана за велике брзине ветра (Табела 3.12). За одређивање Балтинк-Малет класе стабилности неопходна су мерења брзине ветра на 69 m (U) и мерења потенцијалне температуре на висини од 8 m и 114 m. На основу ових мерења се одређује вредности S и λ :

$$S = \frac{d\theta}{dz} \quad (3.49)$$

$$\lambda = \log(|S| \cdot 10^6) . \quad (3.50)$$

Након одређивања ових параметара из табеле 3.12 се одређује класа стабилности.

Табела 3.12: Балтинк-Малет класе стабилности (Pèrez et al., 2011).

Класа стабилности	Ознака	$S > 0$	$S < 0$	$U(\text{ms}^{-1})$
Стабилна	E1	$\lambda \geq 2,75$		≤ 11
Умерено стабилна	E2	$1,75 < \lambda \leq 2,75$		≤ 11
Неутрална	E3	$\lambda \leq 1,75$	$\lambda \leq 2$	≤ 11
Умерено нестабилна	E4		$2 < \lambda \leq 2,75$	≤ 11
Нестабилна	E5		$2,75 < \lambda \leq 3,3$	≤ 11
Веома нестабилна	E6		$\lambda \geq 3,3$	≤ 11
Олује	E7			≥ 11

3.15 Новије класе стабилности

Да би показао утицај стабилности на профиле ветра до висине од 200 метара Holtslag (1984) уводи девет класа стабилности. Ове класе стабилности варирају од веома нестабилне (а) до веома стабилне (и). Ове класе стабилности су дефинисане на основу дужине Монин-Обухов. Веза између ових класа стабилности, дужине Монин-Обухов и Пасквилових класа стабилности је дата у табели 3.13.

Табела 3.13: Везе између Холтслагових класа стабилности, дужине Монин-Обухов и Пасквилових класа стабилности (Holtslag, 1984).

Холтслагове класе стабилности	Монин-Обухов дужина	Пасквилове класе стабилности
а	$-40 \leq L < -12$	Б
б	$-200 \leq L < -40$	Ц
ц	$-1000 \leq L < -200$	Д
д	$ L > 1000$	Д
е	$200 < L \leq 1000$	Д
ф	$100 < L \leq 200$	Е
г	$40 < L \leq 100$	Е
х	$10 < L \leq 40$	Ф
и	$0 \leq L \leq 100$	Ф

Коришћењем оваквих класификација стабилности стање планетарног граничног слоја се описује само једним параметром, класом стабилности која се одређује на основу површинских мерења. Мерења су показала да гранични слој не може бити описан само на основу класе стабилности, већ да се мора увести нови параметар који узима у обзир целокупно стање планетарног граничног слоја. Данас је као параметар стабилности прихваћен однос између висине планетарног граничног слоја и дужине Монин-Обухов, h_p / L . За одређивање овог параметра неопходно је познавање површинских података за брзину ветра, температуру, висину трења, као и висину планетарног граничног слоја која се може одредити или мерењем или израчунавањем на основу одговарајуће параметризације. Стабилан гранични слој (СГС) се јавља када је $h_p / L \geq 0,3$, неутралан граничан слој (НГС) се јавља када је $-0,3 < h_p / L < 0,3$ и нестабилан граничан слој за $h_p / L \leq -0,3$. У случају када је површински слој под јаким утицајем силе потиска, $h_p / L \leq -1$, јавља се тзв. конвективни гранични слој (КГС). Да би се на овај начин одредила стабилност атмосфере мора се добро познавати њена структура.

3.16 Полуемпиријско израчунавање стандарде девијације концентрације

Када посматрамо димну перјаницу усредњену у времену као што је то приказано на слици 3.6 тешко да можемо јасно да одредимо

њене ивице. Зато за представљање облика перјанице не користимо њене ивице, већ га представљамо уз помоћ стандардних девијација концентрације, које представљају квадратни корен варијансе концентрације. Стандардна девијација концентрације у z правцу на растојању x , од извора је дефинисана као (Stull, 2017):

$$\sigma_z = \left[\frac{\sum_{k=1}^K C_k (z_k - h)^2}{\sum_{k=1}^K C_k} \right]^{0.5} \quad (3.51)$$

где је h висина извора, K број вертикалних нивоа у моделу, а C_k концентрација на нивоу k . Сличну једначину можемо написати и за хоризонтално ширење. Вредност стандардне девијације концентрације расте како се удаљавамо од извора због ширења загађујуће супстанције. Када је неопходно ивице перјанице се дефинишу као локације на којима је концентрација 10% од концентрације на централној линији.

У првобитним Гаусовим моделима за израчунавање стандардних девијација коришћене су полуемпиријске формуле. Најчешће коришћене формуле су Пасквил-Гифордове (Gifford, 1961) које су графички представљене од стране Турнера (1970), а аналитички их је представио Грин (Green et al. 1980). Гринове формуле за израчунавање стандардних девијација концентрације су представљене у зависности од растојања од извора, x у следећем облику:

$$\sigma_y(x) = \frac{k_1 x}{[1 + (x/k_2)]^{k_3}} \quad (3.52)$$

$$\sigma_z(x) = \frac{k_4 x}{[1 + (x/k_2)]^{k_5}} \quad (3.53)$$

где су константе k_1 , k_2 , k_3 , k_4 , k_5 дате у табели у зависности од Пасквил-Гифордове класе стабилности.

Табела 3.14: Параметри за одређивање Гринових стандардних девијација.

Класа стабилности	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
А	0,250	927	0,189	0,1020	-1,918
Б	0,202	370	0,162	0,0962	-0,101
Ц	0,134	283	0,134	0,0722	0,102
Д	0,0787	707	0,135	0,0475	0,465
Е	0,0566	1,070	0,137	0,0335	0,624
Ф	0,0370	1,170	0,134	0,0220	0,700

Такође, често коришћени начини одређивања стандардних девијација предложени су од стране Бригса (Briggs, 1973) и Пасквил-Гифорда (Environmental Protection Agency (EPA), 1995). Бригсове формуле за урбане и руралне услове су приказане у Табели 3.15. Ове формуле се слажу са Пасквил-Гифордовим у опсегу од 100 m до 10 km

од извора. Овакав начин рачунања стандардних девијација концентрације се још назива и МакЕлрој-Пулер (енг. *McElroy-Pooler*) метод (McElroy and Pooler, 1968). Пасквил-Гифордове стандардне девијације концентрације се могу рачунати и по формулама датим у табели 3.16.

Табела 3.15: Зависност Бригсових стандардних девијација концентрације од растојања, у зависности од Пасквилових класа стабилности.

Рурални тип		σ_y	σ_z
А	Веома нестабилно	$0,22x (1+0,0001x)^{-1/2}$	$0,20x$
Б	Нестабилно	$0,16x (1+0,0001x)^{-1/2}$	$0,12x$
Ц	Умерено нестабилно	$0,11x (1+0,0001x)^{-1/2}$	$0,08x (1+0,0002x)^{-1/2}$
Д	Неутрално	$0,08x (1+0,0001x)^{-1/2}$	$0,06x (1+0,0015x)^{-1/2}$
Е	Умерено стабилно	$0,06x (1+0,0001x)^{-1/2}$	$0,03x (1+0,0003x)^{-1}$
Ф	Стабилно	$0,04x (1+0,0001x)^{-1/2}$	$0,016x (1+0,0003x)^{-1}$
Урбани тип		σ_y	σ_z
А	Веома нестабилно	$0,32x (1+0,0004x)^{-1/2}$	$0,24x (1+0,001x)^{1/2}$
Б	Нестабилно	$0,32x (1+0,0004x)^{-1/2}$	$0,24x (1+0,001x)^{1/2}$
Ц	Умерено нестабилно	$0,22x (1+0,0004x)^{-1/2}$	$0,20x$
Д	Неутрално	$0,16x (1+0,0004x)^{-1/2}$	$0,14x (1+0,0003x)^{-1/2}$
Е	Умерено стабилно	$0,11x (1+0,0004x)^{-1/2}$	$0,08x (1+0,0015x)^{-1/2}$

Φ	Стабилно	$0,11x (1+0,0004x)^{-1/2}$	$0,08x (1+0,0015x)^{-1/2}$
---	----------	----------------------------	----------------------------

Табела 3.16: Зависност Пасквилових стандардних девијација концентрације од растојања, у зависности од Пасквил-Гифордових класа стабилности.

$\sigma_y = 465,11628x \tan(\theta)$ $\theta = 0.017453293(c - d \ln(x))$		c	d
А	Веома нестабилно	24,167	2,5334
Б	Нестабилно	18,333	1,8096
Ц	Умерено нестабилно	12,5	1,0857
Д	Неутрално	8,33	0,72382
Е	Умерено стабилно	6,25	0,54287
Φ	Стабилно	4,1667	0,36191

$\sigma_z = ax^b$	x (km)	x (km)	a	b
-------------------	--------	--------	---	---

А	Веома нестабилно	<0,1	122,8	0,9447
		0,1-0,15	158,08	1,0542
		0,16-0,2	170,22	1,0932
		0,21-0,25	179,52	1,1262
		0,26-0,3	217,41	1,2644
		0,31-0,4	258,89	1,4094
		0,41-0,5	346,75	1,7283
		0,51-3,11	453,85	2,1166
		>3.11	**	**
Б	Нестабилно **	<0,2	90,673	0,93198
		0,21-0,4	98,483	0,98332
		>0,4	109,3	1,09710
Ц	Умерено ** нестабилно	За све удаљености	61,141	0,91465
Д	Неутрално	<0,3	34,459	0,86974
		0,31-1	32,093	0,81066
		1,01-3	32,093	0,64403
		3,01-10	33,504	0,60486
		10,01-30	36,650	0,56589
		>30	44,053	0,51179
Е	Умерено стабилно	<0,1	24,26	0,8366
		0,1-0,3	23,331	0,81956
		0,31-1	21,628	0,7566
		1,01-2	31,628	0,63077

		2,01-4	22,534	0,57154
		4,01-10	24,703	0,50527
		10,01-20	26,970	0,46713
		20,01-40	35,42	0,37615
		>40	47,618	0,29592
Ф	Стабилно	<0,2	15,209	0,81558
		0,21-0,7	14,457	0,78407
		0,7-1	13,953	0,68465
		1,01-2	13,953	0,63227
		2,01-3	14,823	0,54503
		3,01-7	16,187	0,46490
		7,01-15	17,836	0,41507
		15,01-30	22,651	0,32681
		30,01-60	27,074	0,27436
		>60	34,219	0,21716

** У случају да σ_z пређе вредност од 5000 m, узима се да је њена вредност 5000 m.

За Балтинк-Малетове класе стабилности стандардне девијације се рачунају као (Pèrez et al., 2011):

$$\sigma_y = Ax^a, \quad (3.54)$$

$$\sigma_z = Bx^b. \quad (3.55)$$

Константе се налазе у табели 3.17.

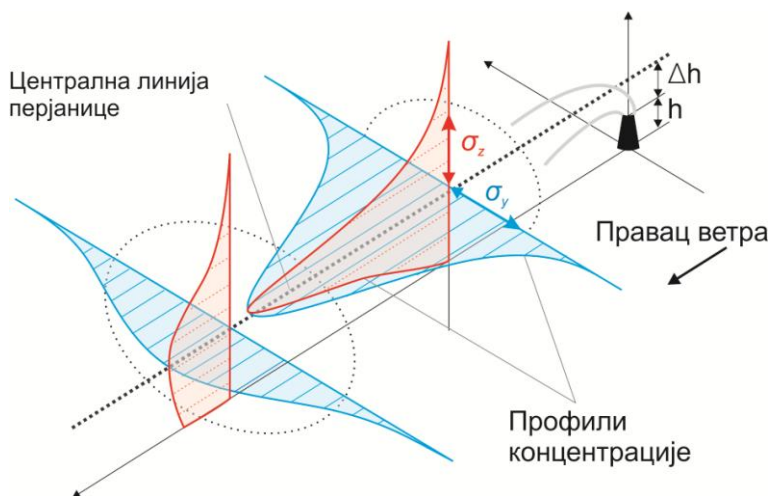
Табела 3.17: Константе за рачунање стандардних девијација концентрације на основу Балтинк-Малетових класа стабилности.

Класа стабилности	A	a	B	b
E1	0,235	0,796	0,311	0,711
E2	0,297	0,796	0,381	0,711
E3	0,418	0,796	0,520	0,711
E4	0,586	0,796	0,700	0,711
E5	0,826	0,796	0,950	0,711
E6	0,946	0,796	1,321	0,711
E7	1,043	0,698	0,819	0,669

3.17 Подизање димне перјанице

Ширење концентрације загађујуће супстанције се одређује у односу на центар масе, тзв. централну линију (слика 3.11). У случају када је супстанција емитована брзином нула и када јој је температура иста као и температура околног ваздуха централна линија се налази на висини извора. Уколико се супстанција испушта одређеном брзином и ако је њена температура различита од температуре околног ваздуха долази до подизања или спуштања димне перјанице. Тада се у једначини 3.27 висина извора замењује висином централне линије, односно ефективном висином, $h + \Delta h$, где је са Δh представљено подизање димне перјанице у односу на висину извора због брзине и потиска

супстанции која напушта извор. Ефективна висина се често назива и висина средње линије. Подизање димне перјанице је изузетно значајно за одређивање максималне концентрације супстанции на тлу, јер је она пропорционална реципрочној вредности квадрата ефективне висине димњака. Ако се ова висина повећа 10 пута, максимална концентрација на тлу ће се смањити око 100 пута. Због ове чињенице се градњом веома високих димњака смањује концентрација загађујуће супстанции на тлу.



Слика 3.11: Подизање димне перјанице (Stockie, 2012).

Фактори који утичу на подизање димне перјанице настале услед убризгавања супстанции у атмосферу су: особине димњака (извора), метеоролошки услови и особине саме супстанции. Особине димњака и

саме супстанције које утичу на подизање димне перјанице су: брзина изласка и температура супстанције, околне зграде које изазивају механичку турбуленцију, извори топлоте у непосредној близини димњака који могу изазвати конвективну турбуленцију, као и висина самог извора. Атмосферска турбуленција контролише мешање супстанције са околним ваздухом и након мешања скоро у потпуности елиминише потисак и количину кретања загађујуће супстанције. Брзина ветра, висина трења и стабилност атмосфере су основни фактори који одређују интензитет турбуленције. Неке од формула које се користе за израчунавање подизања димне перјанице у себи садрже члан за количину кретања и потисак загађујуће супстанције, мада већина користи само потисак загађујуће концентрације, док се количина кретања загађујуће супстанције представља индиректно кроз друге чланове. Метеоролошки чланови који утичу на подизање димне перјанице су хоризонтални ветар и стабилност атмосфере. Стабилност атмосфере је представљена помоћу вертикалног градијента температуре.

Подизање димне перјанице је могуће израчунати на више начина. Најчешће се користе емпиријске формуле које је предложио Бригс (Brigs, 1969). Ове формуле зависе од стабилности атмосфере и температуре супстанције која напушта димњак. У зависности од температуре супстанције разликујемо два типа перјанице: топлу (температура загађујуће супстанције је већа од температуре околног ваздуха) и хладну перјаницу (температура загађујуће супстанције је приближно једнака или мања од температуре околног ваздуха).

Постоји неколико начина да се одреди подизање димне перјанице. У наставку књиге је представљен само један од њих. До

подизања топле перјанице долази услед деловања силе потиска. Параметар силе потиска, F_b дефинишемо као:

$$F_b = \frac{gw_s R^2 (T_s - T_a)}{T_s} \quad (3.56)$$

где је g убрзање силе Земљине теже, w_s вертикална брзина загађујуће супстанције, R пречник димњака, T_s температура супстанције, а T_a температура околног ваздуха. Сила потиска игра доминантну улогу у ширењу пасивне супстанције све до одређење удаљености тзв. критичне удаљености, x^* , када доминантну улогу преузима атмосферска турбуленција. Критична удаљеност се одређује у зависности од висине извора и стратификације атмосфере. Када је висина извора мања од 305 метара и атмосфера неутрална или нестабилна, критична удаљеност се рачуна као:

$$x^* = 2,16 F_b^{\frac{2}{5}} h^{\frac{3}{5}} . \quad (3.57)$$

У случају када је висина извора већа од 305 m критична удаљеност се рачуна као:

$$x^* = 67 F_b^{\frac{2}{5}} h^{\frac{3}{5}} . \quad (3.58)$$

У једначинама 3.57 и 3.68 константе су у одговарајућим јединицама мере. Када је удаљеност од извора мања или једнака критичној

удаљености подизање димне перјанице се при неутралној, нестабилној и стабилној стратификацији атмосфере рачуна на основу формуле:

$$\Delta h = 1,6 F_b^{\frac{1}{3}} u^{-1} x^{\frac{2}{3}}, \quad (3.59)$$

где је x удаљеност од извора у смеру ветра, а u брзина ветра на висини извора. За удаљености од извора веће од критичне удаљености и при неутралној и нестабилној стратификацији атмосфере подизање димне перјанице се рачуна као

$$\Delta h = 1,6 F_b^{\frac{1}{3}} u^{-1} x^{*\frac{2}{3}} \left[\frac{2}{5} + \frac{16x}{25x^*} + \frac{11}{5} \left(\frac{x}{x^*} \right)^2 \right] \left(1 + \frac{4x}{5x^*} \right)^{-2}. \quad (3.60)$$

У случају стабилне стратификације критична удаљеност, x^* се рачуна као

$$x^* = 2,4 u S^{\frac{-1}{2}}, \quad (3.61)$$

где је са S означен фактор стабилности атмосфере, који се рачуна у зависности од температуре ваздуха T (К), убрзања силе земљине теже g

и промене потенцијалне температуре са висином $\frac{d\theta}{dz}$ (K m^{-1})

$$S = \frac{g}{T} \frac{d\theta}{dz}. \quad (3.62)$$

Висина подизања димне перјанице се за случај када је удаљеност од извора већа од критичне удаљености у стабилној стратификацији рачуна као:

$$\Delta h = 22,83 \left(\frac{F}{uS} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (3.63)$$

У случају хладне перјанице при неутралним и нестабилним условима подизање димне перјанице се рачуна по формули:

$$\Delta h = 1,44 \left(\frac{w_s}{u} \right)^{\frac{2}{3}} x^{\frac{1}{3}} r^{\frac{2}{3}} \quad (3.64)$$

где је r унутрашњи полупречник извора. При стабилним условима подизање хладне димне перјанице се рачуна по формули:

$$\Delta h = 1,5 \left(\frac{w_s r}{2} \right)^{\frac{2}{3}} u^{\frac{1}{3}} S^{-\frac{1}{6}}. \quad (3.65)$$

3.18 Депозиција

Депозиција је процес таложења загађујућих материја на тло. Ова појава је веома битна за смањење загађења у атмосфери. Постоје два основна механизма депозиције: сува и влажна депозиција. Влажна

депозиција се често назива и спирање. До суве депозиције долази када гасови или честице доспеју на површину и залепе се на њу или долазе у интеракцију са њом. Седиментација је један од механизма суве депозиције при којем долази до таложења тешких/великих честица на тло услед деловања гравитације. Овај процес се често назива и гравитационо таложење честица. Механизми који утичу на суву депозицију честица и гасова су молекуларна дифузија, турбулентна дифузија и адвекција.

Интензитет суве депозиције, $D(x, y)$, представља флуks материјала суспендованог у ваздуху по јединици површине и може се представити као производ брзине падања честица, V_d (брзине депозиције), и концентрације суспендоване материје на тлу, $C(x, y, 0)$:

$$D(x, y) = V_d C(x, y, 0) \quad (3.66)$$

Овде треба нагласити да брзина депозиције није права брзина за све честице, већ само има димензије брзине. У суштини само велике честице имају брзину депозиције услед деловања силе Земљине теже и она се може интерпретирати као права брзина. Брзина веома малих честица је под утицајем Брауновог кретања. Брзина средњих честица је под утицајем Брауновог кретања и гравитационог таложења. Брзина великих честица је под утицајем силе Земљине теже. Брзина депозиције велике сферне честице може да се одреди из услова равнотеже сила које на њу делују. На сферну честицу (у слободном паду) масе m_p и

полупречника r_p у вискозnoj средини делују три силе: гравитациона сила Q , Стоксова сила (сила отпора) F_s и сила потиска F_{pot} чији су интензитети:

$$Q = m_p g = \frac{4}{3} \pi r_p^3 \rho_p g \quad (3.67)$$

$$F_s = 6\pi\eta r_p V_d \quad (3.68)$$

$$F_{pot} = \frac{4}{3} r_p^3 \pi \rho g \quad (3.69)$$

где је ρ_p густина честице, ρ густина ваздуха и η коефицијент вискозности. Ове три силе се веома брзо уравнотеже и честица почиње да се креће константом брзином:

$$F_s = Q - F_{pot} . \quad (3.70)$$

Замењујући изразе (3.67)-(3.69) у израз (3.70), брзину депозиције великих сферних честица услед гравитационог таложења могуће је израчунати на следећи начин:

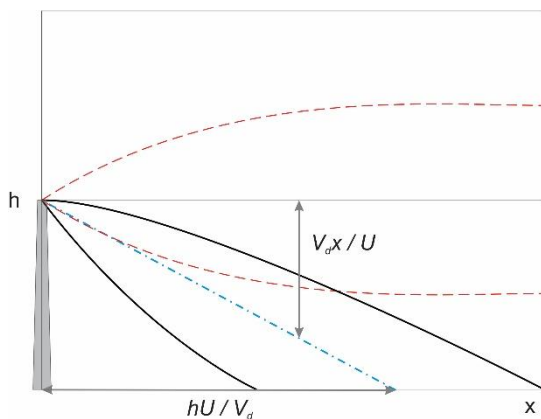
$$6\pi\eta r_p V_d = \frac{4}{3} r_p^3 \pi g (\rho_p - \rho) , \quad (3.71)$$

тј.

$$V_d = \frac{2}{9} \frac{r_p^2}{\eta} g (\rho_p - \rho) . \quad (3.72)$$

Депозиција услед гравитационог таложења (седиментација) се у Гаусовим моделима димне перјанице представља уз помоћ тзв. метода нагнуте перјанице слика 3.12. Овим методом се претпоставља да је расподела концентрације иста као и када нема депозиције, али је димна перјаница нагнута за $V_d x / U$. Нагнутост димне перјанице се додаје у једначини као и подизање димне перјанице, па израз за депозицију услед седиментације постаје (Zannetti, 1990):

$$D(x, y) = \frac{V_d Q}{\pi U \sigma_y \sigma_z} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \exp\left(-\frac{(h - V_d x / U)^2}{2\sigma_z^2}\right). \quad (3.73)$$



Слика 3.12: Нагнута димна перјаница којом се представља депозиција у Гаусовим моделима димне перјанице (Zannetti, 1990).

Када су у питању гасови, њихова брзина депозиције је одређена њиховим хемијским реакцијама са тлом.

Влажна депозиција представља процес уклањања загађујућих супстанци из атмосфере спирањем кишом или снегом. Загађујуће супстанције примарно долазе до облака где се одвијају хемијске реакције, а затим долази до спирања у форми капљица и пахуља снега. Ефикасност влажне депозиције зависи од:

- 1) врсте падавина,
- 2) места на коме се остварује контакт загађујуће супстанције са падавинама,
- 3) природе загађујуће супстанције и
- 4) процеса интеракције.

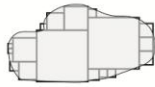
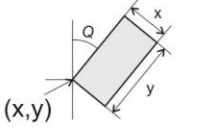
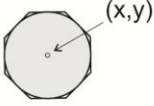
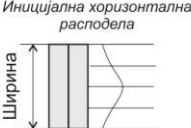
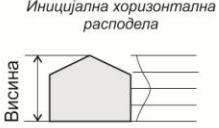
Однос између површине и запремине снега и ледених кристала је већи од истог односа код кишних капи. Зато су снег и лед ефикаснији у спирању загађујуће супстанције од кишних капи. До контакта између загађујуће супстанције и падавина може да дође у самом падавинском облаку или на путу падавина из облака до тла. Приликом контакта загађујуће супстанције и падавина унутар облака, честице загађујуће материје служе као језгра концентрације. Овим механизмом се смањује концентрација загађујуће супстанције унутар самог облака. Како падавине не доспеју увек до тла, већ испаре дуж пута од облака до тла, концентрација загађујуће супстанције испод облака се повећава. Интеракција која се остварује између падавина и загађујуће супстанције испод облака је значајнији механизам уклањања загађујућих супстанција из атмосфере него интеракција која се одвија у самом облаку (Chamberlain, 1991). Када говоримо о утицају саме природе загађивача на процес влажне депозиције, он зависи од тога да ли је загађивач у

чврстом (честице) или гасовитом агрегатном стању. Када су у питању честице, онда се утицај представља преко њихове расподеле по величини, а ако су у питању гасови, узима се у обзир њихова дифузивност и растворљивост. Неки од процеса интеракције су кондензација и Брауново кретање.

3.19 Типови извора

До сада смо посматрали ширење загађујуће супстанције из тачкастог извора. Поред тачкастог извора загађујућих супстанција у моделирању транспорта загађења се користе и други топови извора. Подела извора (слика 3.13) према типу (Good Practice Guide for Atmospheric Dispersion Modelling; 2004):

- 1) Тачкасти извори
- 2) Површински извори
 - а) Квадратног облика
 - б) Кружног облика
 - ц) Правоугаоног облика
 - д) Неправилног облика
- 3) Линијски извори
- 4) Запремински извори

Тачкасти извор		
Површински извор	 Квадратни извор	 Неправилни извор
	 Правоугаони извор	 Кружни извор
Линијски извор		
Запремински извор		

Слика 3.13: Типови извора загађења (Good Practice Guide for Atmospheric Dispersion Modelling: 2004).

3.20 Линијски извори

Када посматрамо индустријске изворе, видимо да су то углавном тачкасти извори загађујуће супстанције. Међутим, када посматрамо загађење које долази из саобраћаја, говоримо о линијским изворима загађења. Линијске изворе загађења можемо посматрати као суперпозицију серија тачкастих извора. Посматрајмо тачкасти извор интензитета Q , који се налази у центру координатног система приказаног на слици 3.14. Концентрација у тачки $P(x,y,z)$ која је последица постојања извора Q се може представити као (Khare and Sharma, 1999; Khare and Shiva, 2007):

$$C = Q\varphi(x, y, z) \quad (3.74)$$

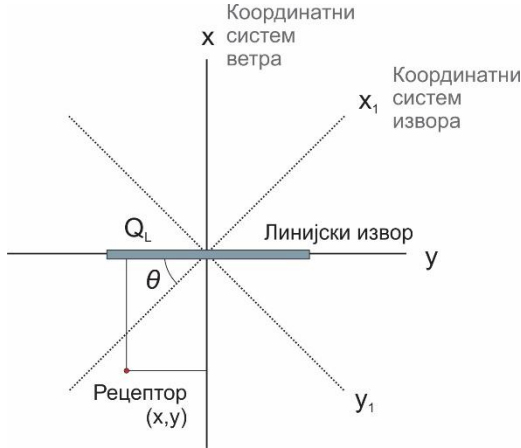
$$\text{где је } \varphi(x, y, z) = \frac{1}{2\pi\sigma_y\sigma_z U} \left(\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-h}{\sigma_z}\right)^2\right) + \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z+h}{\sigma_z}\right)^2\right) \right) \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{\sigma_y}\right)^2\right).$$

Сада интензитет тачкастог извора у једначини 3.74 заменимо бесконачно малим линијским извором константне јачине емисије Q_L по јединици дужине, тако да је део концентрације који потиче од њега:

$$dC' = Q_L \varphi(x_1, y_1, z, y_1') dy_1', \quad (3.75)$$

где је

$$\varphi(x_1, y_1, z, y_1') = \frac{1}{2\pi\sigma_y'\sigma_z'U} \left(\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-h}{\sigma_z'}\right)^2\right) + \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z+h}{\sigma_z'}\right)^2\right) \right) \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{y_1'-y_1}{\sigma_y'}\right)^2\right).$$



Слика 3.14: Линијски извор загађења (Nagendra and Khare, 2002).

Ако претпоставимо да је линијски извор дуж у правца и има дужину L , тако да је постављен под углом θ у односу на правац ветра чија је брзина U , концентрација у тачки P може да се израчуна интеграљењем једначине 3.75:

$$C' = Q_L \int \varphi(x_1, y_1, z, y_1') dy_1'. \quad (3.76)$$

Заменом φ у једначини 3.76 добијамо:

$$C'(x_1, y_1, z_1) = \frac{Q_L}{2\pi\sigma'_y\sigma'_z U} \left(\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-h}{\sigma'_z}\right)^2\right) + \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z+h}{\sigma'_z}\right)^2\right) \right) \int_{-L\sin\theta/2}^{L\sin\theta/2} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{y'_1-y_1}{\sigma'_y}\right)^2\right) dy'_1. \quad (3.77)$$

У једначини 3.77 σ'_z и σ'_y су одређени у координатном систему везаном за ветар.

Претходна једначина која је дата у координатном систему везаном за ветар сада ће бити представљена у систему везаном за линијски извор. Веза између координата система везаног за ветар и система везаног за линијски извор су дате као:

$$x_1 = x \sin \theta - y \cos \theta, \quad (3.78a)$$

$$y_1 = x \cos \theta + y \sin \theta.$$

Пошто је линијски извор дуж у осе можемо писати:

$$dy'_1 = \sin \theta dy'. \quad (3.78b)$$

Како је Q_L емисија по јединици дужине у координатном систему везаном за ветар, због трансформације у 3.78b, у координатном систему везаном за линијски извор ће бити $Q_L / \sin \theta$. Након трансформација 3.78 једначина 3.77 у координатном систему везаном за линијски извор има облик:

$$C'(x, y, z) = \frac{Q_L}{2\pi\sigma_y\sigma_z U \sin\theta} \left(\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-h}{\sigma_z}\right)^2\right) - \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z+h}{\sigma_z}\right)^2\right) \right) \int_{-L/2}^{L/2} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{y'\sin\theta - x\cos\theta - y\sin\theta}{\sigma_y}\right)^2\right) \sin\theta dy'. \quad (3.79)$$

На основу дефиниције и особина функције грешке:

$$\int_{f_1}^{f_2} \exp(-t^2) dt = \frac{\sqrt{\pi}}{2} [\operatorname{erf}(f_2) + \operatorname{erf}(-f_1)], \quad (3.80)$$

једначина 3.79 постаје:

$$C'(x, y, z) = \frac{Q_L}{2\sqrt{2}\pi\sigma_z U \sin\theta} \left(\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-h}{\sigma_z}\right)^2\right) + \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z+h}{\sigma_z}\right)^2\right) \right) \left[\operatorname{erf}\left(\frac{\sin\theta\left(\frac{L}{2}-y\right) - x\cos\theta}{\sqrt{2}\sigma_y}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{\sin\theta\left(\frac{L}{2}+y\right) + x\cos\theta}{\sqrt{2}\sigma_y}\right) \right] \quad (3.81)$$

Рачунање концентрације на основу претходне једначине је доста компликовано. Khare и Sharma (1999) су показали да се и након елиминације функције грешке у претходној једначини добију задовољавајући резултати:

$$C'(x, y, z) = \frac{Q_L}{2\sqrt{2\pi}\sigma_z U \sin \theta} \left(\exp \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{z-h}{\sigma_z} \right)^2 \right) - \exp \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{z+h}{\sigma_z} \right)^2 \right) \right). \quad (3.82)$$

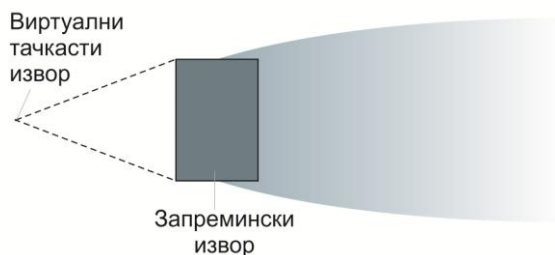
У случају када се линијски извор креће његова брзина се додаје брзини ветра тако да члан $U \sin \theta$ постаје $U \sin \theta + U_v$.

3.21 Запремински извори

Запреминске изворе можемо представити употребом тзв. виртуалног извора (Zannetti, 1990). Овим приступом се виртуални, тачкасти извор поставља испред запреминског извора тако да ширење из њега одговара ширењу из запреминског извора (слика 3.15). Позиције виртуалног извора се одређују из услова:

$$\begin{aligned} \sigma_y(x_t) &= w/2, 4 \\ \sigma_z(z_t) &= h_t/2, 4 \end{aligned} \quad (3.83)$$

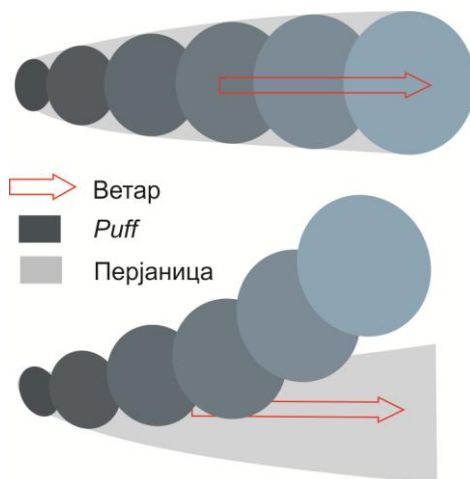
где је са w означена ширина, а са h_t висина виртуалног извора. Са x_t и z_t су означене удаљености виртуалног извора од запреминског извора дуж два правца. Исти приступ се може користити и код моделирања линијског извора. Тада w представља дужину посматраног пута, а h_t висину извора на возилу.



Слика 3.15: Запремински извор (Zannetti, 1990).

3.22 Гаусов паф модел

Гаусов модел димне перјанице се користи за одређивање средње концентрације загађујуће супстанције на малим растојањима од извора када је ветар сталан, а извор загађења континуалан. Употреба овог модел је широко распрострањена због његове једноставности. Када услови у којима се користи Гаусов модел димне перјанице нису испуњени, тј. када извор загађујуће супстанције није континуалан, а ветар је променљив користи се тзв. Гаусов паф (енг. *puff*) модел (слика 3.16).



Слика 3.16: Гаусов паф модел

(https://www.weblakes.com/products/calpuff/resources/lakes_calpuff_view_brochure.pdf).

Гаусови паф модели се заснивају на идеји да се извор загађења посматра као низ узастопних реализација запремине загађујуће супстанције, пафова, при чему се кретање и ширење сваког пафа прати појединачно. Концентрација сваког појединачног пафа, када нема рефлексије од подлоге, одређује се као:

$$C(x, y, z, t) = \frac{q}{(2\pi)^{3/2} \sigma_x \sigma_y \sigma_z} \exp \left\{ - \left[\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma_x^2} + \frac{(y-y_0)^2}{2\sigma_y^2} + \frac{(z-z_0)^2}{2\sigma_z^2} \right] \right\}, \quad (3.84)$$

где су (x_0, y_0, z_0) координате центра пафа, а q количина емитоване супстанције, односно у случају континуалног извора производ интензитета извора и времена између реализације два узастопна пафа. (Napier and Ramsdell, 2004).

У случају када постоји рефлексија од тла и инверзионог слоја члан

$$\exp\left(-\frac{(z-z_0)^2}{2\sigma_z^2}\right) \quad (3.85)$$

једначине (3.40) замењује се сумом чланова преко којих се представља рефлексија:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp\left\{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{2nh_p - h - z}{\sigma_z}\right)\right]^2 + \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{2nh_p + h - z}{\sigma_z}\right)\right]^2\right\}, \quad (3.86)$$

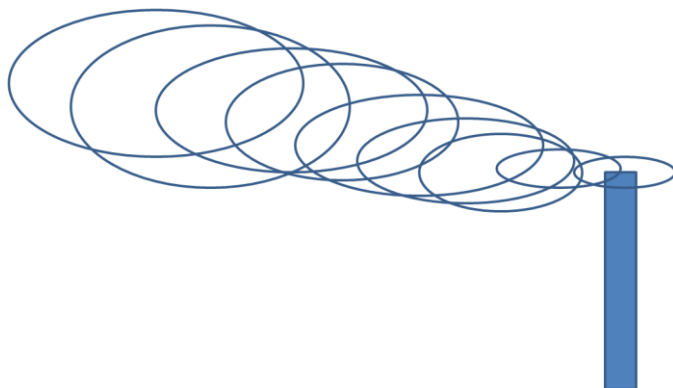
где је h висина извора, а h_p висина ПГС-а. У пракси се показало да је довољно узети суму од $n=-2$ до $n=2$. Члан 3.86 се може поједноставити када је h_p велико у односу на σ_z и $z=0$:

$$2\exp\left(-\frac{(h)^2}{2\sigma_z^2}\right). \quad (3.87)$$

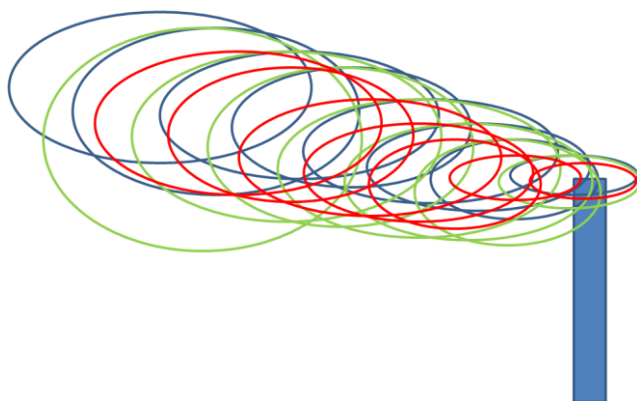
Концентрација загађујуће супстанције у датој тачки се рачуна као сума доприноса концентрација свих пафова. У случају када је извор континуалан, а ветар сталан, Гаусов паф модел и Гаусов модел димне перјанице дају сличне резултате (Слика 3.16).

Идеја на којој се заснива паф модел је изузетно једноставна када се посматра само једна реализација загађујуће супстанције, паф. Ово је илустровано на слици 3.17. Међутим, у пракси, за описивање транспорта загађујућих супстанција праћење само једног пафа није довољно. Најчешће се посматрају пафови реализовани на сваки минут. Ради илустрације самог процеса посматрајмо путању три пафа током 9 минута. На основу слике 3.18 јасно се види колико је то сложеније од посматрања само једног пафа. Како расподела концентрације у датом тренутку зависи само од положаја пафова у том истом тренутку, слика 3.19, она се добија када се сумирају расподеле концентрација сваког појединачног пафа (слика 3.20). Паф модели се стандардно користе до удаљености од 50 km од извора, али има примера када дају добре резултате и на 200 km од извора.

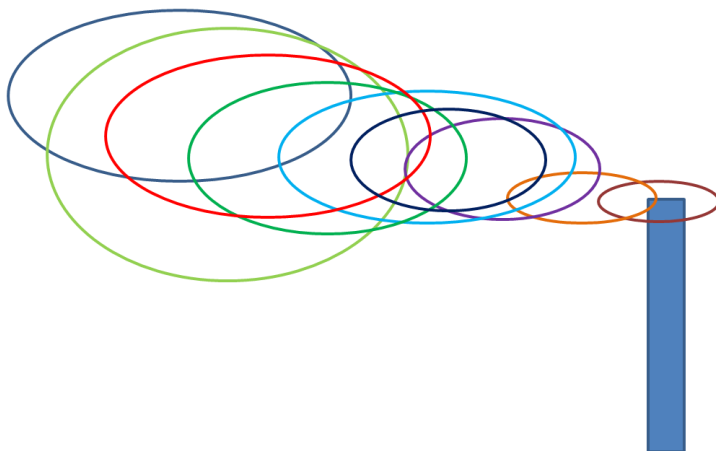
Основна мана ових модела је велики утрошак рачунског времена. Ради смањења утрошка рачунског времена, ширење сваког пафа рачуна се на ограниченом домену тачака које су симетрично распоређене у односу на центар пафа (слика 3.21). Растојање тачака на ограниченом домену око центра пафа не мора да буде исто као на целокупном домену. Коришћењем мањег растојања између тачака у ограниченом моделу се повећава тачност модела.



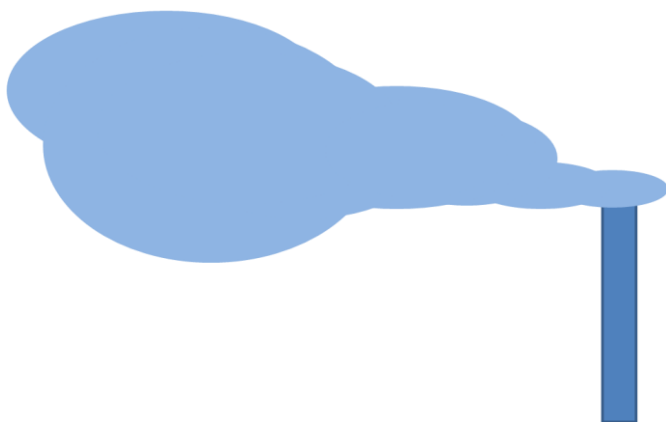
Слика 3.17: Путања једног пафа у току 9 мин. Положај пафа је приказан на сваких 1 мин.



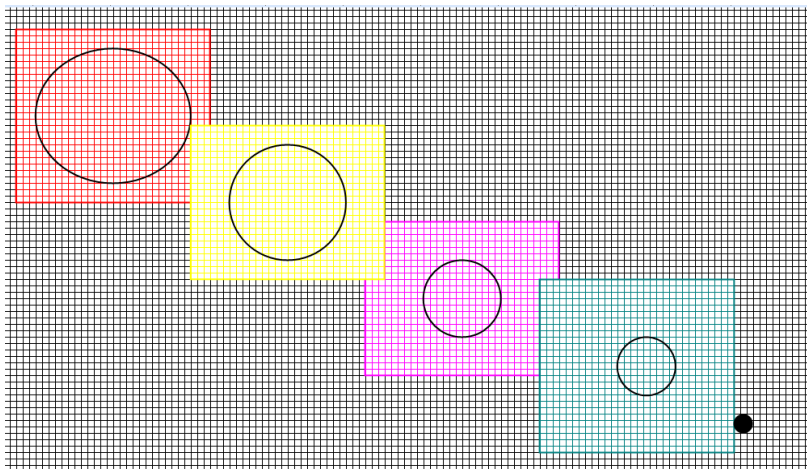
Слика 3.18: Путања три пафа у току 9 мин. Положај пафова је приказан на сваких 1 мин.



Слика 3.19: Положај пафова у деветом минути.



Слика 3.20: Сума једноминутних пафова у 9 мин.



Слика 3.21: Однос целокупног домена и домена који је формиран око појединачног пафа.

3.23 Полуемпиријске статистичке методе за израчунавање стандардних девијација концентрације пафа

Одређивање стандардних девијација концентрације код паф модела у случају када се рачунају средње вредности концентрација у посматраном временском интервалу је исто као код модела димне перјанице. За одређивање тренутних вредности стандардних девијација концентрација се користе формуле које су комбинација мерења и статистичке теорије турбуленције. Предност оваквог рачунања стандардних девијација концентрације је што се прелазак из једне у другу класу стабилности одвија постепено. Овакав приступ

израчунавању стандардних девијација концентрације користи се у многим моделима, међу којма је и ADMS (Advanced Dispersion Model System) модел за транспорт загађења (Carruthers et al. 1992, Carruthers and Weng, 1993).

Поред полуемпиријских метода одређивања стандардних девијација концентрације, постоје и сложеније методе које су добијене директно из статистичке теорије турбуленције, као и из теорије затварања другог реда. Овакав начин рачунања стандардних девијација концентрације користи се у SCIPUFF (Second-order Closure Integrated PUFF Model) моделу (Sykes, 1997).

3.24 Одређивање висине ПГС-а

Висина ПГС-а је један од основних параметара за његово описивање и самим тим игра значајну улогу у моделима за транспорт загађујућих супстанција. Овај параметар директно утиче на расподелу концентрације загађујућих супстанција у ПГС-у. Што је висина ПГС-а већа, то је концентрација загађујућих супстанција у њему мања и обрнуто. Постоје два основна начина за одређивање висине ПГС-а. Први начин је да се висина одреди из мерења профила метеоролошких величина или концентрације аеросола. Други начин је да се за одређивање висине ПГС-а користе једноставни модели који захтевају само неколико метеоролошких параметара који се стандардно мере на метеоролошким станицама (Seibert et al., 1997). Како су често мерења профила недоступна, одређивање висине врши се употребном

једноставних модела. Такви модели зависе од термичке стратификације атмосфере и један од начина за одређивање висине ПГС-а биће приказан у наставку.

У случају неутрално стратификованог ПГС-а, висина ПГС-а, h_p рачуна се помоћу израза (Blackadar and Tennekes, 1968):

$$h_p = \frac{cu_*}{f} \quad (3.88)$$

где је $c = 0.2$, а f је Кориолисов параметар. Из ове релације следи да висина ПГС-а при неутралној стратификацији зависи само од брзине ветра. Међутим, често се јавља висинска инверзија, чак и када је већи део ПГС-а неутралан. У том случају, ПГС је ограничен висином инверзионог слоја, па висину инверзије треба узети као висину ПГС-а.

Када је ПГС стабилно стратификован за рачунање висине ПГС-а се најчешће користи следећи израз (Zilitinkevich, 1972):

$$h_p = c_s \left(\frac{u_* L}{f} \right)^{1/2} \quad (3.89)$$

где је $c_s \approx 0,4$ емпиријски коефицијент. Додатна поузданост ове формуле се постиже коришћењем формуле када је задовољен услов

$$\frac{u_*}{fL} < 4. \quad (3.90)$$

У случају нестабилно стратификованог ПГС-а, промена његове висине ће бити добро описана само ако су и продукција због смицања и рада силе потиска урачунати. Једну такву шему предложио је Дридонкс (Driedonks, 1982):

$$\frac{dh_p}{dt} = A \frac{\overline{w'\theta'_0}}{\Delta\theta} + B \frac{u_*^3}{\beta h_p \Delta\theta} = \frac{Aw_*^3 + B \frac{u_*^3}{\beta h_p \Delta\theta}}{\beta h_p \Delta\theta} \quad (3.91)$$

где A варира од 0 до 1, а B од 0 до 10. w_* је конвективна скала брзине:

$$w_* = \left(B_0 h_p \right)^{\frac{1}{3}}, \quad (3.92)$$

где је

$$B_0 = \frac{gH_0}{\rho c_p T}. \quad (3.93)$$

H_0 је површински флуks осетне топлоте.

4. Хемијски транспортни модели

Хемијски транспортни модели за разлику од већ представљених модела гаусовског типа, поред транспорта загађујуће супстанције садрже и хемијске реакције које се дешавају у атмосфери. Поред тога, у овим моделима се једначина 3.14 решава коришћењем нумеричких метода, најчешће методе коначних разлика. Овакви модели су пре свега развијени за прогнозу концентрација хемијских супстанција у атмосфери на одређеном домену (регионални модели) или за целу површину Земље (глобални модели), те се често називају и моделима за прогнозу квалитета ваздуха.

За покретање хемијских транспортних модела, поред познавања метеоролошких величина у почетном тренутку времена (почетни и, у случају регионалних модела, гранични услови), неопходно је познавати и емисију хемијских супстанција у свакој тачки мреже, тзв. гридоване емисије. Ове емисије улазе у једначину 3.4 као члан који представља извор загађења. Хемијске реакције којима се описују хемијски процеси у атмосфери, као и сува и влажна депозиција, су представљене у једначини 3.4 као понор супстанције.

4.1 Повезивање метеоролошких модела за прогнозу времена и атмосферских хемијских модела

Као што је већ споменуто, за рад хемијских транспортних модела је неопходно познавање метеоролошких величина. За

метеоролошке величине у хемијским транспортним моделима неопходно је познавати почетне услове, граничне услове као и њихове вредности у сваком временском тренутку у коме се врши интеграција једначине континуитета. Обезбеђивање метеоролошких величина неопходних за рад хемијских транспортних модела назива се повезивање (капловање, енг. coupled) метеоролошких модела за прогнозу времена и атмосферских хемијских модела.

Постоје два основна принципа повезивања метеоролошких модела за прогнозу времена и атмосферских хемијских модела (Baklanov et al., 2014):

- 1) off-line повезивање и
- 2) on-line повезивање.

Off-line повезивање метеоролошких модела за прогнозу времена и атмосферских хемијских модела врши се тако што се излази из метеоролошких модела за прогнозу времена користе као улази за хемијске транспортне моделе у одређеном временском интервалу (најчешће на сваких 3-6 сати). Тако се у сваком временском кораку хемијског транспортног модела користе вредности метеоролошких величина које су добијене просторном и временском интерполацијом метеоролошких величина које су обезбеђене у одређеним временским интервалима. Код овакве врсте повезивања прво је неопходно стартовати метеоролошки модел за прогнозу времена. Када модел заврши са интеграцијом, припреме се метеоролошке величине које се касније користе у хемијским транспортним моделима. Тек након тога

могуће је стартовати хемијски транспортни модел. Овакав вид повезивања два модела је значајно бржи од on-line повезивања, али мана му је што нема повратне реакције између хемијског транспортног модела и метеоролошког модела.

On-line повезивање метеоролошких модела за прогнозу времена и атмосферских хемијских модела је урађено тако што се у сваком временском кораку врши размена вредности добијених из метеоролошког и хемијског транспортног модела. Овакав начин повезивања обезбеђује интеракцију између два модела у реалном времену. Када оба модела за рад користе исту мрежу тачака и временски интервал, такви модели се називају on-line интегрисани модели. Када су мреже тачака и временски интервали на којима врше интеграцију метеоролошки модел за прогнозу времена и хемијски транспортни модел различити, али је размена податка стална у одређеним временским интервалима такви модели се зову моделима са on-line приступом. On-line повезивање метеоролошких модела за прогнозу времена и атмосферских хемијских модела је нумерички, па самим тим и временски, много захтевније од off-line повезивања.

4.2 Моделовање хемијских реакција

Хемија која се одвија у атмосфери обухвата велики број различитих хемијских реакција у којима учествује велики број хемијских елемената и једињења. Комплексност ових реакција је велика и немогуће је све хемијске реакције које се одвијају у атмосфери моделирати у хемијском транспортном моделу. Број хемијских реакција

које се моделују у моделима за транспорт загађења варира од модела до модела и значајно утиче на време које је потребно за нумеричку интеграцију. Представити све хемијске једначине које се одвијају у атмосфери, као и брзину којом се одвијају, је веома комплексно и превазилази оквире овог уџбеника. Овде ће бити објашњен само основни принцип моделовања хемијских реакција.

Сваку хемијску реакцију карактеришу два основна параметра: молекуларност хемијске реакције и ред хемијске реакције. Молекуларност хемијске реакције представља број молекула који учествују у једној реакцији. По молекуларности реакције су најчешће мономолекуларне ($A \rightarrow P$) или бимолекуларне ($2A \rightarrow P$), ретко тримолекуларне ($A+B \rightarrow P$). Ред хемијске реакције (n) представља збир експонената над концентрацијама у изразу за брзину хемијске реакције ($aA+bB+cC \rightarrow dD$, $n=a+b+c$) (Jacobson, 2005). Молекуларност хемијске реакције се може одредити теоретски, док се ред хемијске реакције одређује експериментално.

Реакције првог реда су оне реакције код којих је константа брзине реакције директно пропорционална концентрацији једног реактанта и ни једна друга супстанција не утиче на одвијање саме реакције ($A \rightarrow B+C$):

$$-\frac{d[A]}{dt} = k_A[A]. \quad (4.1)$$

Хемијски симболи стављени у угласту заграду представљају концентрацију супстанције. Једначину 4.1 можемо решити раздвајањем променљивих, након чега добијамо:

$$-\frac{d[A]}{A} = k_A dt \quad (4.2)$$

Након интеграције 4.2 од $t = 0$ до t при чему је у $t = 0$, $[A] = [A_0]$ добијамо:

$$\begin{aligned} \ln[A] - \ln A_0 &= \ln \frac{[A]}{[A_0]} = -k_A t \\ \frac{[A]}{[A_0]} &= e^{-k_A t} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Време за које се концентрација преполови назива се полуживот и може се израчунати као:

$$\begin{aligned} \frac{[A]}{[A_0]} &= \frac{1}{2} \Rightarrow t = t_{1/2} \\ \ln \frac{1}{2} &= -k_A t_{1/2}, \quad \ln 2 = k_A t_{1/2}, \quad t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k_A} \end{aligned} \quad (4.4)$$

У ову врсту реакција спадају све реакције фотодисоцијације различитих хемијских врста које су доста заступљене у атмосфери.

Реакције другог реда могу бити два основна типа. Први тип реакција другог реда чине реакције код којих је брзина хемијске реакције пропорционална са квадратом концентрације само једног реактанта ($2A \rightarrow 2B + C$) (Atkins, 2006):

$$-\frac{d[A]}{dt} = k_A [A]^2. \quad (4.5)$$

Када поновимо поступак који смо користили код решавања једначине 4.2, добијамо

$$\frac{1}{[A]} - \frac{1}{[A_0]} = k_A t. \quad (4.6)$$

Други тип реакција другог реда чине реакције код којих су концентрације два реактанта пропорцијалне брзини хемијске реакције ($aA + bB \rightarrow C$). За рачунање брзине хемијских реакција код овог типа реакција неопходно је знати стехиометријску форму хемијске реакције, јер у зависности од коефицијента који се налази испред реактанта зависи брзина саме реакције:

$$-\frac{1}{a} \frac{d[A]}{dt} = -\frac{1}{b} \frac{d[B]}{dt} = k_A [A][B]. \quad (4.7)$$

Коефицијенти a и b су коефицијенти из стехиометријске једначине. Промене концентрација реактаната у времену могу се описати преко концентрација у почетном тренутку:

$$\begin{aligned} [A] &= [A]_0 - ax, \\ [B] &= [B]_0 - bx, \end{aligned} \quad (4.8)$$

где је x изреагована концентрација. Промену концентрације x у времену можемо приказати као:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{1}{a} \frac{d[A]}{dt} = k_A ([A]_0 - ax) ([B]_0 - bx). \quad (4.9)$$

Интеграцијом једначине 4.9 у границама од $x=0$ за $t=0$ до x за t добијамо везу између односа реактаната и брзине хемијске реакције:

$$\frac{1}{b[A]_0 - a[B]_0} \ln \left\{ \frac{[B]_0 ([A]_0 - ax)}{[A]_0 ([B]_0 - bx)} \right\} = k_A t, \quad (4.10)$$

$$\frac{[A]}{[B]} = \frac{[A]_0}{[B]_0} e^{(b[A]_0 - a[B]_0) k_A t}. \quad (4.11)$$

За реакције трећег и вишег реда формуле су дате у табели 4.1

Табела 4.1: Реакције трећег и вишег реда.

Ред реакције	Диференцијална једначина	Константа брзине реакције	Димензије константе	Полуживот
3 тип 1	$-\frac{d[A]}{dt} = k_A [A]^3$	$\frac{1}{2t} \left[\frac{1}{[A]^2} - \frac{1}{[A_0]^2} \right] = k_A$	$\text{mol}^{-2} \text{L}^2 \text{min}^{-1}$	$\frac{3}{2k_A [A_0]^2}$
3 тип 2	$-\frac{d[A]}{dt} = k_A [A]^2 [B]$	$\frac{-a}{t(b[A_0] - a[B_0])} \left(\frac{1}{[A]} - \frac{1}{[A_0]} \right) + \frac{ab}{t(b[A_0] - a[B_0])^2} \ln \left(\frac{[A][B_0]}{[A_0][B]} \right) = k_A$	$\text{mol}^{-2} \text{L}^2 \text{min}^{-1}$	$\frac{-a}{k_A [A_0] (b[A_0] - a[B_0])} - \frac{ab \ln(2 - b[A_0]a[B_0])}{k_A (b[A_0] - a[B_0])^2}$

N тип	$-\frac{d[A]}{dt} = k_A [A]^n$	$\frac{1}{(n-1)t} \left[\frac{1}{[A]^{n-1}} - \frac{1}{[A_0]^{n-1}} \right] = k_A$	$\text{mol}^{1-n} \text{L}^{n-1} \text{min}^{-1}$	$\frac{(2^{n-1} - 1)}{k_A [A_0]^{n-1} (n-1)}$
-------	--------------------------------	---	---	---

4.3 Примери хемијских транспортних модела

4.3.1 ЕМЕП модел

Један од најчешће коришћених модела у Европи за процену квалитета ваздуха је ЕМЕП (ЕМЕР MSC-W) модел (ЕМЕР Fact sheet, 2023). Спада у групу модела код којих су метеоролошки подаци и хемијски део модела повезани off-line. Овај модел развијен је у Норвешком метеоролошком институту у оквиру ЕМЕП програма (енг. ЕМЕР-European Monitoring and Evaluation Programme for Transboundary Long-Range Transported Air Pollutants). Домен овог модела обухвата Европу од 30°N-76°N и 30°W-45°E. Пројекција коју модел користи је географска пројекција са резолуцијом 0.1° x 0.1° (географска ширина-географска дужина). У вертикалном правцу модел има 20 нивоа. Као вертикалну координату користи сигма координату. Најнижих 10 слојева модела налази се у ПГС-у, а врх модела је на 100 Pa. Дебљина најнижих слојева модела је око 50 m.

За припрему улазних метеоролошких величина неопходних за рад овог модела користе се излази из IFS (eng. IFS-Integrated Forecasting System) модела. Улазни подаци се припремају на сваких 3 h на основу прогнозе времена која је стартована у 12.00 UTC претходног дана. Тродимензиона метеоролошка поља која се користе за рад ЕМЕП модела су: хоризонталне компоненте ветра, потенцијална температура, специфична влажност ваздуха и прекривеност неба облацима (облачност). Дводимензиона метеоролошка поља која користи ЕМЕП модел су маска копно-море, површински притисак, брзина трења,

конвективне и падавине великих размера, осетни и латентни флуks топлоте, прекривеност ледом, температура копна и мора, температура и релативна влажност на 2 m висине. Као почетни услови за старт модела користе се подаци добијени из EMEP 3D VAR анализа за претходни дан. Гранични услови неопходни за рад хемијског дела модела добијају се или из IFS модела или се користе стандардни гранични услови који су дефинисани као средње годишње концентрације са одговарајућим параметрима за рачунање њихове расподеле током године.

Модел користи регионалне, гридоване, антропогене емисије из CAMS-REG (CAMS Regional European emissions) регистра. Једносатне GFAS (Global Fire Assimilation System) емисије се користе за моделовање пожара.

При нумеричком решавању једначине континуитета коришћена је Ботова шема (Bott, 1989). Ботова шема четвртог реда је коришћена за адвективни део једначине, а за вертикални део је коришћена шема другог реда. Коефицијент турбуленције неопходан за моделовање вертикалног мешања прво се рачуна на основу Ричардсоновог броја.

Модел садржи део којим се описују сува и влажна депозиција. У ЕМЕП моделу је сува депозиција рачуната као брзина депозиције гасова и аеросола на основу вишеслојног модела депозиције. У вишеслојном моделу депозиције се брзина депозиције рачуна као реципрочна вредност суме отпора појединачних слојева. Брзина суве депозиције, V_d , за гасове се одређује као:

$$V_d = \frac{1}{R_a + R_b + R_c}, \quad (4.12)$$

а за аеросоле као

$$V_d = \frac{1}{R_a + R_b + R_a R_b V_g} + V_g, \quad (4.13)$$

где је R_a аеродинамички отпор, R_b отпор квазиламинарног слоја, R_c површински отпор, а V_g брзина таложења. Отпор атмосфере транспорту масе између најнижег дела ПГС-а на коме се моделује концентрација у моделу и врха биљака назива се аеродинамички отпор. Отпор дифузији супстанције кроз квазиламинарни гранични⁸ слој представљен је отпором квазиламинарног слоја. Отпор који пружа површина до које стигне супстанција (биљни склоп) и зависи од хемијских карактеристика супстанције чија се депозиција посматра и особина саме површине представља површински отпор.

Влажна депозиција је у ЕМЕП моделу представљена преко коефицијента испирања. Коефицијент испирања представља брзину испирања гаса или честица падавинама и функција је интензитета падавина. Коефицијенти испирања се разликују за гасове и честице унутар и испод облака.

Хемијска шема повезује хемију сумпора и азота са фотохемијом преко 140 хемијских реакција у које је укључено 70 атома и једињења (Andersson-Sköld and Simpson, 1999; Simpson et al. 2012). Модел разликује две врсте аеросола $PM_{2.5}$ и $PM_{2.5-10}$.

⁸ Танак слој непосредно изнад биљног склопа у коме се кретање сматра „ламинарним“.

4.3.2 WRF/Chem модел

WRF/Chem (Weather Research and Forecasting/Chemistry) спада у групу on-line интегрисаних модела. Модел се састоји из метеоролошког модела за прогнозу времена (WRF, Weather Research and Forecasting) и хемијског дела модела. Ове две компоненте су потпуно конзистентне користећи исту методу одржања масе, исту мрежу тачака у хоризонталном и вертикалном правцу и исте физичке шеме. Такође, обе компоненте имају исти корак у времену. Иако WRF модел има два динамичка језгра, хемијски део модела је повезан само на ARW динамичко језгро.

Хемијски део модела се састоји од суве и влажне депозиције, RADM2 (Regional Acid Deposition Model, version 2 (Stockwell et al., 1990)) хемијског пакета, комплексне шеме за фотолизу (Madronich, 1987) и MADE/SORGAM параметризације (Modal Aerosol Dynamics Model for Europe/Secondary Organic Aerosol Model; Ackermann et al., 1998) Аеросола. RADM2 хемијски пакет у себи садржи 22 дијагностичке и 38 прогностичких величина (молекула и једињења). Шема за фотолизу садржи 21 хемијску реакцију. Модел користи гридоване емисије које се могу користити из различитих база емисија употребом пред-процесора.

Овај модел је рачунски изузетно захтеван. За његово коришћење потребни су велики рачунарски ресурси. И поред тога, због својих карактеристика, јавно доступног кода и великих могућности примене, ово је један од модела који се у свету највише користи. Избор више врста географских пројекција, корака у времену и простору, велики број шема којима се описују физички процеси у атмосфери чине

да овај модел може да се користи на малим (као урбани) и великим просторним размерама (за територију целе Европе, Азије ...), као и у различитим врстама студија утицаја загађења на животну средину.

Додатак А: Математичко извођење Гаусовог модела димне перјанице

У циљу добијања аналитичког решења једначине 3.16⁹ користе се следеће претпоставке:

- 1) Емисија загађујуће супстанције из појединачног тачкастог извора који се налази у почетку координатног система на висини h изнад тла је константна, Q (kg/s). У складу са тим члан који представља извор може бити представљен као:

$$E(\vec{x}) = Q\delta(x)\delta(y)\delta(z-h)$$

где је са $\delta(\cdot)$ означена Диракова делта функција (m^{-1}). Уместо висине извора може се користити ефективна висина $H = h + \Delta h$, где је са Δh означено подизање димне перјанице (поглавље 3.17).

- 2) Брзина ветра је константна и усмерена у позитивном смеру x -осе.
- 3) Решење се не мења током времена, јер је брзина ветра, као и сви остали параметри, независна од времена и скала времена на којој се посматра промена је довољно дугачка.

⁹ Математичко извођење Гаусовог модела димне перјанице је преузето из рада Stockie, 2012.

- 4) Коефицијент дифузије је функција удаљености од извора дуж x осе и дифузија је изотропна, тако да је

$$K_x(x) = K_y(x) = K_z(x) \equiv K(x).$$

- 5) Брзина ветра је довољно велика да је дифузија у x правцу занемарива у односу на адвекцију, тако да члан $K_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$ може бити занемарен.

- 6) Промене у топографији су занемарене, тако да површина тла може бити посматрана као $z = 0$.

- 7) Загађујућа супстанција не продире у тло.

Ове претпоставке редукују једначину 3.16 на:

$$u \frac{\partial C}{\partial x} = K \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + K \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} + Q \delta(x) \delta(y) \delta(z - H) \quad A1$$

и посматрамо решења за $x, z \in [0, \infty)$ и $y \in (-\infty, \infty)$. За решење парцијалне диференцијалне једначине користимо и следеће граничне услове:

$$C(0, y, z) = 0, \quad C(\infty, y, z) = 0, \quad C(x, \pm\infty, z) = 0, \quad C(x, y, \infty) = 0. \quad A2$$

Први услов је последица једносмерног ветра и претпоставке да нема извора на $x < 0$. Остали услови су последица закона одржања масе. На основу претпоставке 7, вертикални флуks на тлу мора бити једнак 0, што доводи до последњег граничног услова

$$K \frac{\partial C}{\partial z}(x, y, 0) = 0. \quad A3$$

Када се посматрају заједно једначине A1-A3 представљају добро познат проблем за стационарно стање загађујуће супстанције $C(x, y, z)$.

Коефицијент турбулентне дифузије у планетарном граничном слоју је функција удаљености од извора и није једноставан за практично одређивање. Корисно је зато заменити x новом независном променљивом

$$r = \frac{1}{u} \int_0^x K(\xi) d\xi, \quad A4$$

чија је јединица мере m^2 . Видећемо касније да је r производ стандардних девијација концентрације. Ова замена променљивих елиминира коефицијент K у једначини A1, што доводи до следећег проблема константних коефицијената за $c(r, y, z) := C(x, y, z)$:

$$\frac{\partial c}{\partial r} = \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2}. \quad A5$$

Гранични услови за c су исти као и за C , само је x замењено са r .

Применимо метод раздвајања променљивих на једначину A5, подразумевајући да зависност решења од y и z може бити раздвојена на основу:

$$c(r, y, z) = \frac{Q}{u} a(r, y) \cdot b(r, z). \quad A6$$

Надаље добијамо два проблема ниже димензије који имају облик 2Д дифузних једначина:

$$\frac{\partial a}{\partial r} = \frac{\partial^2 a}{\partial y^2} \quad \text{за } 0 \leq r < \infty \text{ и } -\infty < y < \infty \quad A7$$

$$a(0, y) = \delta(y), \quad a(\infty, y) = 0, \quad a(r, \pm\infty) = 0 \quad A8$$

и:

$$\frac{\partial b}{\partial r} = \frac{\partial^2 b}{\partial z^2} \quad \text{за } 0 \leq r < \infty \text{ и } 0 \leq z < \infty, \quad A9$$

$$b(0, z) = \delta(z - H), \quad b(\infty, z) = 0, \quad b(r, \infty) = 0, \quad \frac{\partial b}{\partial z}(r, 0) = 0. \quad A10$$

У оба проблема, променљива r се може посматрати као временски зависна величина, па се гранични услови на $r = 0$ (који садрже делта функције) понашају као почетни услови за одговарајуће дифузионе једначине.

Како је А7 линеарна парцијална диференцијална једначина, може се решити применом Лапласове трансформације. У складу са тим:

$$L_r \{a(r, y)\} = \int_0^{\infty} e^{-\rho r} a(r, y) dr = \hat{a}(\rho, y) \quad A11$$

где је ρ аргумент слике. Обратите пажњу да трансформацију вршимо по координати r , $r \rightarrow \rho$, јер је $0 \leq r < \infty$, а то су управо границе за Лапласову трансформацију. На основу особине за Лапласову трансформацију извода је:

$$L_r \left\{ \frac{\partial a}{\partial r} \right\} = \rho \hat{a} - a(0, y), \quad A12$$

док је

$$L_r \left\{ \frac{\partial^2 a}{\partial y^2} \right\} = \frac{\partial^2 \hat{a}}{\partial y^2} \quad A13$$

јер се трансформација не врши по координати y . Стога након примене Лапласове трансформације L_r једначина А7 постаје:

$$\rho \hat{a} - a(0, y) = \frac{\partial^2 \hat{a}}{\partial y^2}. \quad A14$$

Применом граничних услова за извор добијамо следећу парцијалну диференцијалну једначину:

$$\frac{\partial^2 \hat{a}}{\partial y^2} - \rho \hat{a} = -\delta(y). \quad A15$$

Затим се примени Лапласова трансформација по у координати:

$$\hat{a}(\rho, \eta) = L_z \{ \hat{a}(\rho, y) \} = \int_0^{\infty} e^{-\eta y} \hat{a}(\rho, y) dy \quad A16$$

где је η аргумент слике $\hat{a}(\rho, \eta)$ добијене применом Лапласове трансформације L_y . Применимо Лапласову трансформацију на сваки члан једначине A11

$$L_y \{ -\delta(y) \} = - \int_0^{\infty} e^{-\eta y} \delta(y) dy = -e^{\eta \cdot 0} = -e^0 = -1 \quad A17$$

$$\eta^2 \hat{a} - \eta \hat{a}(\rho, 0) - \frac{\partial \hat{a}}{\partial y}(\rho, 0) - \rho \hat{a} = -1, \quad A18$$

$$\begin{aligned}
L_y \{ -\rho \hat{a}(\rho, y) \} &= - \int_0^{\infty} e^{-\eta y} \rho \hat{a}(\rho, y) dy = \\
&= -\rho \int_0^{\infty} e^{-\eta y} \hat{a}(\rho, y) dy = -\rho L_y \{ \hat{a}(\rho, y) \} = -\rho \hat{a}(\rho, \eta)
\end{aligned} \tag{A19}$$

$$L_y \left\{ \frac{\partial^2 \hat{a}}{\partial y^2} \right\} = \eta^2 \hat{a}(\rho, \eta) - \eta \hat{a}(\rho, 0) - \frac{\partial \hat{a}}{\partial y}(\rho, y) \Big|_{y=0} \tag{A20}$$

након чега се добија једначина:

$$\eta \hat{a} - \eta \hat{a}(\rho, 0) - \frac{\partial \hat{a}}{\partial y} \Big|_{y=0} - \rho \hat{a} = -1. \tag{A21}$$

Овде смо се ограничили само на $0 < y < \infty$, али ћемо ускоро показати да симетрија дозвољава проширење решења на цео домен $-\infty < y < \infty$.

Последњу једначину можемо записати као:

$$(\eta^2 - \rho) \hat{a} = -1 + \frac{\partial \hat{a}}{\partial y} \Big|_{y=0} + \eta \hat{a}(\rho, 0). \tag{A22}$$

Увођењем да је $c_1 = \hat{a}(\rho, 0)$, $c_2 = 1 - \frac{\partial \hat{a}}{\partial y} \Big|_{y=0}$ решење једначине је

$$\hat{a}(\rho, \eta) = \frac{\eta c_1 - c_2}{\eta^2 - \rho}. \tag{A23}$$

Сада се применом инверзне Лапласове трансформације на $\hat{\hat{a}}(\rho, \eta)$ добија $\hat{a}(\rho, y)$:

$$L_{\eta}^{-1} \left\{ \hat{\hat{a}}(\rho, \eta) \right\} = \hat{a}(\rho, y), \quad A24$$

$$\begin{aligned} L_{\eta}^{-1} \left\{ \hat{\hat{a}}(\rho, \eta) \right\} &= L_{\eta}^{-1} \left\{ \frac{\eta c_1 - c_2}{\eta^2 - \rho} \right\} = \\ &= c_1 L_{\eta}^{-1} \left\{ \frac{\eta}{\eta^2 - \rho} \right\} - c_2 L_{\eta}^{-1} \left\{ \frac{1}{\eta^2 - \rho} \right\} = \\ &= c_1 \cosh(\sqrt{\rho} y) - \frac{c_2}{\sqrt{\rho}} \sinh(\sqrt{\rho} y) \end{aligned} \quad A25$$

односно

$$\begin{aligned} \hat{a}(\rho, y) &= c_1 \cosh(\sqrt{\rho} y) - \frac{c_2}{\sqrt{\rho}} \sinh(\sqrt{\rho} y) = \\ &= \frac{c_1}{2} (e^{\sqrt{\rho} y} + e^{-\sqrt{\rho} y}) - \frac{c_2}{2\sqrt{\rho}} (e^{\sqrt{\rho} y} - e^{-\sqrt{\rho} y}) \end{aligned} \quad A26$$

Да би $\hat{a} \rightarrow 0$ када $y \rightarrow \infty$, неопходно је да $c_1 = \frac{c_2}{\sqrt{\rho}}$, тако да претходна релација постаје:

$$\hat{a}(\rho, y) = \frac{c_2}{\sqrt{\rho}} e^{-\sqrt{\rho} y}. \quad A27$$

Уз претпоставку да c_2 није функција ρ применимо инверзну Лапласову трансформацију:

$$L_{\rho}^{-1}\{\hat{a}(\rho, y)\} = a(\rho, y). \quad A28$$

Чиме долазимо до

$$a(r, y) = \frac{c_2}{\sqrt{\pi r}} e^{-y^2 / 4r}. \quad A29$$

Применом идентитета делта функције $\delta(y) = \lim_{r \rightarrow 0} \exp(-y^2 / 4r) / \sqrt{4\pi r}$

¹⁰ добијамо да је $c_2 = 1/2$ константно и тада је

$$a(r, y) = \frac{1}{\sqrt{4\pi r}} e^{-y^2 / 4r}. \quad A30$$

До сада смо користили $0 \leq y < \infty$ да бисмо могли да применимо Лапласову трансформацију. Како је оригинални проблем симетричан у односу на $y = 0$ осу и решење A30 је парна функција, могуће је проширити домен на $-\infty < y < \infty$. Сад ћемо применити Лапласову трансформацију по r на сваки члан једначине A9:

¹⁰ Идентитет је доказан у Радошевић и ср., 2020.

$$L_r \left\{ \frac{\partial b}{\partial r} \right\} = \rho \hat{b}(\rho, z) - b(0, z) = \rho \hat{b}(\rho, z) - \delta(z - H) \quad A31$$

$$L_r \left\{ \frac{\partial^2 b}{\partial z^2} \right\} = \frac{\partial^2 \hat{b}}{\partial z^2} \quad A32$$

одакле једначина A9 постаје

$$\frac{\partial^2 \hat{b}}{\partial z^2} - \rho \hat{b} = -\delta(z - H), \quad A33$$

где је

$$\hat{b}(\rho, z) := L_r \{b(r, z)\} . \quad A34$$

Применом Лапласове трансформације по z и дефинисањем

$$\hat{\hat{b}}(\rho, \varsigma) := L_r \{ \hat{b}(\rho, z) \} \quad A35$$

добиамо:

$$\hat{\hat{b}}(\rho, z) = \frac{1}{2\sqrt{\rho}} \left(e^{-\sqrt{\rho}(z-H)} + e^{-\sqrt{\rho}(z+H)} \right). \quad A36$$

Коначно, применом трансформације по ρ добијамо:

$$\hat{b}(r, z) = \frac{1}{\sqrt{4\pi r}} \left(e^{-\frac{(z-H)^2}{4r}} + e^{-\frac{(z+H)^2}{4r}} \right) \quad A37$$

Сада заменом A30 и A36 у A6. добијамо решење познато као Гаусово решење за димну перјаница:

$$c(r, y, z) = \frac{Q}{4\pi ur} \exp\left(-\frac{y^2}{4r}\right) \left(\exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(z-H)^2}{4r}\right) + \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(z+H)^2}{4r}\right) \right) \quad A38$$

Једначина A38 стриктно важи када је коефицијент турбулентне дифузије константан. Међутим, из практичних експеримената је јасно да коефицијент дифузије зависи од удаљености од извора и да је дифузивност анизотропна. Тада дефинишемо r као:

$$r_{y,z}(x) = \frac{1}{u} \int_0^x K_{y,z}(\xi) d\xi. \quad A39$$

Када поновимо претходно извођење за A25, добијамо

$$C(x, y, z) = \frac{Q}{2\pi u \sqrt{r_y r_z}} \exp\left(-\frac{y^2}{4r_y}\right) \left(\exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{z-H}{4r_z}\right)^2\right) + \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{z+H}{4r_z}\right)^2\right) \right) \quad A40$$

Коефицијенте дифузије је у пракси тешко одредити и због тога се уместо њега користе стандардне девијације концентрације које се лакше могу одредити и дефинисане су са:

$$\sigma_y^2(x) = \frac{2}{u} \int_0^x K_y(\xi) d\xi = 2r_y \quad A41$$

$$\sigma_z^2(x) = \frac{2}{u} \int_0^x K_z(\xi) d\xi = 2r_z. \quad A42$$

Када уврстимо A41 и A42 у A40, добијамо једначину 3.16 која се стандардно користи у моделирању транспорта загађујућих супстанција.

Додатак Б: Одређивање висине Сунца

Висина Сунца за дато време и место се може израчунати на основу поједностављене астрономске формуле (Holtslag, and van Ulden, 1982). Сунчева лонгитуда, SL , изражена у радијанима се може добити на основу израза

$$SL = 4,871 + 0,0175d + 0,033(\sin(0,0175d)), \quad \text{Б1}$$

где је d број дана у години. На основу SL , Сунчева деклинација се може израчунати као

$$\delta = \arcsin(0,398\sin(SL)). \quad \text{Б2}$$

Користећи добијене вредности за SL и δ , можемо израчунати сатни угао за који Земља мора да се окрене да би се меридијан задатог места нашао окренут директно према Сунцу:

$$h = -\chi_w + 0,043\sin(2SL) - 0,033\sin(0,0175d) + 0,262t - \pi \quad \text{Б3}$$

где је χ_w географска дужина датог места изражена у радијанима, а t је универзално време (UTC). Висина Сунца, ϕ је тада (Sellers, 1965)

$$\sin \phi = \sin \delta \sin \psi + \cos \delta \cos \psi \cos h \quad \text{Б4}$$

где је ψ географска ширина места изражена у радијанима. Са овом шемом се постиже тачност од 0,05 радијана.

Додатак В: Одређивање вертикалних профила брзине ветра и потенцијалне температуре методом градијента и флукса

1) Метода профила

За решавање једначине 3.35 и 3.36 методом профила неопходно је познавање и једначина за вертикалну промену потенцијалне температуре. Једначину за вертикалну промену потенцијалне температуре у случају нестабилне и неутралне стратификације атмосфере добијамо на сличан начин као и једначину 3.39. Ма основу теорије Монин-Обухов вертикални градијент температуре можемо представити као:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial z} = -0,74 \frac{\overline{w'\theta_0'}}{k u_* z} \Phi_h(\xi), \quad \text{В1}$$

где је

$$\Phi_h(\xi) = (1 + 16,5\xi)^{-\frac{1}{3}}, \text{ а } x_0 = \left(1 + 11,5 \frac{z_{0h}}{L}\right)^{1/3} \text{ при чему је } z_{0h} = 0,1z_0.$$

Након поновљеног извођења које је већ представљено у 3.1., коначан израз за потенцијалну температуру у нестабилно и неутрално стратификованој атмосфери постаје:

$$\Theta(z) - \Theta(z_{0h}) = -\frac{\overline{0,75w'\theta'_0}}{\kappa u_*} \left(\ln \frac{z}{z_{0h}} - \frac{3}{2} \ln \frac{1+x+x^2}{1+x_0+x_0^2} + \sqrt{3} \left(\arctan \frac{2x+1}{\sqrt{3}} - \arctan \frac{2x_0+1}{\sqrt{3}} \right) \right). \quad \text{B2}$$

За стабилно стратификовану атмосферу израз за потенцијалну температуру на датој висини је:

$$\Theta(z) - \Theta(z_{0h}) = -\frac{\overline{0,75w'\theta'_0}}{\kappa u_*} \left(\ln \frac{z}{z_{0h}} + 5 \frac{z - z_0}{L} \right). \quad \text{B3}$$

Када постоје мерења температуре на два различита нивоа (висине), на основу једначина може се израчунати $\overline{w'\theta'_0}$ и u_* , па самим тим и вертикални профили температуре и брзине ветра.

2) Метода флуksа

Методу флуksа користимо у случају када су нам позната мерења брзине ветра и температуре само на једном нивоу. Ово је веома значајно јер се рутински температура мери на 2 m висине, а брзина ветра на 10 m висине. Основна идеја ове методе је да се размер температуре θ , одређује на основу површинског флуksа топлоте и брзине трења као (Holtslag, 1984):

$$\theta_* = -\frac{H_0}{\rho c_p u_*} . \quad \text{B4}$$

где је H_0 површински флуks осетне топлоте, ρ је густина ваздуха, а c_p специфични топлотни капацитет ваздуха. Постоји више приступа за израчунавање површинског флуksа осетне топлоте на основну рутинских мерења. Неки од њих су предложени од Смита (Smith, 1990), Холстлага и ван Улдена (Holtslag and van Ulden, 1982) и Берковићева и Прахманова (Berkowicz and Prahm, 1982). Приступ који се најчешће користи за одређивање површинског флуksа топлоте у току дана и у току ноћи је приступ који су предложили Холстлаг и ван Улден.

Површински флуks топлоте се на основу овог приступа одређује из услова енергетске равнотеже (биланса) на тлу:

$$H_0 + \lambda E = Q^* - G , \quad \text{B5}$$

где је λE флуks латентне топлоте, Q^* је нето зрачење а G је флуks топлоте у дубље слојеве земљишта. θ_* се тада, на основу B2 може одредити као:

$$\theta_* = -\frac{\lambda E - Q^* + G}{\rho c_p u_*} . \quad \text{B6}$$

Нето зрачење чине долазно краткоталасно Сунчево зрачење, K^+ , и долазно дуготаласно зрачења атмосфере, L^+ и дуготаласно одлазно зрачења тла L^- :

$$Q^* = (1-r)K^+ + L^+ - L^- \quad \text{B6}$$

где је r албедо¹¹ тла.

У случају када нема облачности, долазно краткоталасно зрачење K_0^+ зависи од висине сунца φ и рачуна се на основу једноставне параметризације (Kasten and Czeplak, 1980, Collier and Lokwod 1974):

$$K_0^+ = \alpha_1 \sin \varphi + \alpha_2 \quad \text{B7}$$

где су α_1 и α_2 емпиријски коефицијенти чије су типичне вредности 990 Wm^{-2} и -30 Wm^{-2} , редом. Присуство облака значајно утиче на смањење долазног краткоталасног Сунчевог зрачења, тако да га је неопходно узети у обзир. Кастен и Чеплак (Kasten and Czeplak, 1980) су предложили израз за параметризацију долазног краткоталасног зрачења у присуству облака:

$$K^+ = K_0^+ (1 + b_1 N^{b_2}) \quad \text{B8}$$

при чему је N тотална облачност изражена у опсегу од 0 до 1, где 0 представља потпуно одсуство облака, а 1 потпуно присуство облака. b_1 и b_2 су емпиријски коефицијенти који износе $-0,75$ и $3,4$, редом.

¹¹ Албедо предстаља однос рефлектованог и укупног зрачења које пада на површину тела.

Долазно дуготаласно зрачење се може одредити у одсуству облака на основу следеће параметризације (Swinbank, 1963):

$$L_0^+ = c_1 T^6, \quad \text{B9}$$

где је T температура ваздуха (најчешће температура мерена на 2 m висине), а c_1 емпиријска константа која износи $5,31 \cdot 10^{-13} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^6$. Холтслаг и ван Улден (1986) су ову једначину прилагодили условима у којима се јавља облачност користећи линеарну корекцију (Paltridge and Platt, 1976):

$$L^+ = c_1 T^6 + c_2 N \quad \text{B10}$$

где је $c_2 = 60 \text{ W m}^{-2}$ за средње географске дужине.

Уз претпоставку да је Земља црно тело одлазно дуготаласно зрачење са тла се може израчунати на основу Штефан–Болцмановог закона као:

$$L^- = \sigma T_s^4 \quad \text{B11}$$

где је T_s температура тла, а σ је Штефан–Болцманова константа ($5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$). Како температура тла није увек позната L^- се може апроксимовати са:

$$L^- = \sigma T^4 + 4\sigma T^3 (T_s - T), \quad \text{B12}$$

при чему се други члан са десне стране једначине може представити преко нето зрачења у току дана:

$$4\sigma T^3 (T_s - T) = -C_H Q^*, \quad \text{B13}$$

где је

$$C_H = 0,38 \left[\frac{(1-\alpha)S+1}{S+1} \right], \quad \text{B14}$$

$\alpha = 0,5$, а S се за температуру ваздуха 270-310 К може израчунати као

$$S = \exp[0,055(T-273)]. \quad \text{B15}$$

Разлика температура се у току ноћи може представити као:

$$T_s - T = \frac{\theta_*}{\kappa} \left[\ln \left(\frac{z}{z_0} + 5 \frac{z}{L} \right) - \Gamma_s z \right] \quad \text{B16}$$

где је $\Gamma_s = 0,01 \text{ K m}^{-1}$ влажноадијабатски градијент. Израз за дуготаласно зрачење атмосфере тако постаје:

$$L^- = \sigma T^4 - C_H Q^*, \quad \text{B17}$$

а израз за нето зрачење (Holtslag and van Ulden, 1983)

$$Q^* = \frac{(1-r)K^+ + c_1 T^6 - \sigma T^4 + c_2 N}{1 + C_H}. \quad \text{B18}$$

Флукс латентне топлоте се може одредити на основу израза (Holtslag and van Ulden, 1983):

$$\chi E = \alpha \left[\frac{S}{S+1} (Q^* - G) + \beta \alpha \chi \Delta q du_* \right], \quad \text{B19}$$

где је $\beta \alpha \chi \Delta q du_* \approx 20 \text{ W m}^{-2}$, а $\alpha = 0,5$.

Флукс топлоте који пролази кроз слој ваздуха и вегетације и одлази у дубље слојеве тла представља флукс топлоте у дубље слојеве тла и мора бити у строгој вези са разликом температуре ваздух – тло јер слојеви ваздуха и вегетације имају већу отпорност и нижи топлотни капацитет од тла. Зато се флукс топлоте у дубље слојеве тла може представити као:

$$G = -A_G (T - T_s), \quad \text{B20}$$

где је $A_G = 5 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ емпиријски коефицијент за топлотни транспорт тла. Температурну разлику ћемо елиминисати као и приликом параметризације дуготаласног зрачења тла, тако да за дан добијамо

$$G = C_G Q^*, \quad \text{B21}$$

где је

$$C_G = \frac{A_G}{4\sigma T^3} C_H . \quad \text{B22}$$

Израз за размер температуре за дан постаје:

$$\theta_* = - \frac{[(1-\alpha)S+1](1-C_G)Q^*}{(S+1)(1+C_H)\rho c_p u_*} + \alpha Q_d , \quad \text{B23}$$

где је

$$Q_d = \beta \alpha \chi \Delta q d u_* / c_p \approx 0,033 . \quad \text{B24}$$

Током ноћи, у случају стабилне атмосфере можемо одредити размер температуре на основу (Holtslag and van Ulden, 1982)

$$\theta_* = 0.09(1-0,5N^2) . \quad \text{B25}$$

Једначина B25 је корисна апроксимација у компликованим једначинама енергетског биланса у току ноћи. Штавише, ова једначина се слаже са $\theta_* = 0,08\text{K}$ добијених из мерења током ведрих ноћи (Venkatram, 1980).

При преласку из конвективног у стабилно стратификован ПГС флуks осетне топлоте мења знак из позитивне у негативну вредност. То значи да у тренутку самог преласка флуks осетне топлоте нестаје што значи да је нето зрачење једнако нули. Угао при коме долази до преласка назива се критичан угао, φ_{crit} и одређен је са (Cimorelli, 2004)

$$\sin \varphi_{crit} = \frac{1}{990} \left[\frac{-c_1 T^6 + \sigma T^4 - c_2 n}{(1-\alpha)(1-0.75n^{3.4})} + 30 \right], \quad \text{B31}$$

где је α алbedo, σ Штефан-Болцманова константа, $c_1 = 5,31 \times 10^{-13} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-6}$, а $c_2 = 60 \text{ W m}^{-2}$.

Литература

1. Ackermann, I.J., Hass, H., Memmesheimer, M., Ebel, A., Binkowski, F.S., Shankar, U., 1998: Modal aerosol dynamics model for Europe: Development and first applications, *Atmospheric Environment*, 32, pp. 2981–2999.
2. Andersson-Sköld, Y. and Simpson, D., 1999: Comparison of the chemical schemes of the EMEP MSC-W and the IVL photochemical trajectory models, 33, pp. 1111–1129.
3. Ashrafi, K. and Hoshyaripour, G., 2008: A Model to Determine Atmospheric Stability and its Correlation with CO Concentration, *World Academy of Science, Engineering and Technology, International Journal of Environmental, Chemical, Ecological, Geological and Geophysical Engineering*, 2, pp. 96-101.
4. Atkins, P., 2006: *Physical Chemistry*, 8th Edition, Oxford University Press, UK, pp. 1100.
5. Baklanov, A., Schlünzen, K., Suppan, P., Baldasano, J., Brunner, D., Aksoyoglu, S., Carmichael, G., Douros, J., Flemming, J., Forkel, R., Galmarini, S., Gauss, M., Grell, G., Hirtl, M., Joffre, S., Jorba, O., Kaas, E., Kaasik, M., Kallos, G., Kong, X., Korsholm, U., Kurganskiy, A., Kushta, J., Lohmann, U., Mahura, A., Manders-Groot, A., Maurizi, A., Moussiopoulos, N., Rao, S. T., Savage, N., Seigneur, C., Sokhi, R. S., Solazzo, E., Solomos, S., Sørensen, B.,

- Tsegas, G., Vignati, E., Vogel, B., and Zhang, Y., 2014: Online coupled regional meteorology chemistry models in Europe: current status and prospects, *Atmospheric Chemistry Physics*, 14, pp. 317–398.
6. Berkowicz, R. and Prahm, L.P., 1982: Sensible Heat Flux Estimated from Routine Meteorological Data by the Resistance Method, *Journal of Applied Meteorology*, 21, pp. 1845-1864.
 7. Blackadar, A.K. and Tennekes H., 1968: Asymptotic similarity in neutral barotropic planetary boundary layer, *Journal of the Atmospheric Sciences*, 25, pp. 1015-1020.
 8. Briggs, G.A., 1969: Plume rise: A critical survey, Air Resources Atmospheric Turbulence and Diffusion Laboratory, Oak Ridge, Tenn.
 9. Briggs, G.A., 1973: Diffusion estimates for small emissions. NOAA, ERL Rep. ATDL-79, pp. 59.
 10. Carruthers, D.J. and Weng W.S., 1993: UK Atmospheric Dispersion Modelling System (UK-ADMS). Boundary layer structure specification document UK ADMS 1.0; P09/01L/93; 30.12.93. from UK-ADMS 1.3 Technical Specification.
 11. Carruthers, D.J. et al. 1992: UK Atmospheric Dispersion Modelling System (UK-ADMS). in: *Air Pollution Modeling and its Application*

- IX, eds. H. van Dop and G. Kallos, Plenum Press, New York, 1992. pp.15-28, Appendix A: Boundary Layer Structure.
12. Chamberlain, A.C., 1991: Radioactive Aerosols, Cambridge University Press, Cambridge.
 13. Cimorelli, J.A, Steven, G.P., Venkatram, A., Weil, C.J., Paine, J.R., Wilson, B.R., Lee, F.R., Peters, D.W., Brode, W.R., Paumier, O.J., 2004: AERMOD: Description of model formulation, EPA-454/R-03-004.
 14. Collier, L.R. and Lokwod, J.G., 1974: The estimation of solar radiation under cloudless skies with atmospheric dust, Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, 100, pp. 678-681.
 15. Ћурић, М. и Јанц Д., 2016: Метеорологија, АГМ књига, Београд.
 16. Driedonks, A.G.M., 1982: Sensitivity analysis of the equations for a convective mixed layer, Boundary-Layer Meteorol, 22, pp. 475-480.
 17. EMEP Fact sheet, <https://atmosphere.copernicus.eu/sites/default/files/2023-06/EMEP%20Fact%20sheet.pdf>.
 18. EMEP, 2003: Transboundary acidification and eutrophication and ground level ozone in Europe: Unified EMEP model description, EMEP/MSC-W Report 1/2003.

19. Environmental Protection Agency, 1995, User's guide for the industrial source complex (ISC3) dispersion models. Vol. II. Description of model algorithms, Research Triangle Park, NC: U.S. Environmental Protection Agency, Office of Air Quality Planning and Standards, Emissions, Monitoring, and Analysis Division, EPA publication No. EPA-454/B-95-003b.
20. Good Practice Guide for Atmospheric Dispersion Modelling: 2004, Prepared by the National Institute of Water and Atmospheric Research, Aurora Pacific Limited and Earth Tech Incorporated for the Ministry for the Environment.
21. Green, A.E., Singhal, R.P. and Venkateswar, R., 1980: Analytic extensions of the Gaussian plume model. JAPCA, 30, 7, pp. 773-776.
22. Gifford, F.A., 1961: Use of routine meteorological observations for estimating atmospheric dispersion, Nuclear Safety, 2, pp. 47-51, 1961.
23. Hanna, S.T., Briggs, G.A., Hosker, R.H., 1981: Handbook on atmospheric diffusion, Technical information center U.S. department of energy.
24. Hoinaski L., Franco D., Lisboa H., 2016: Comparison of plume lateral dispersion coefficients schemes: Effect of averaging time. Atmospheric Pollution Research, 7, pp. 134-141.

25. Hoinaski L., Franco D., Lisboa H., 2016; Comparison of plume lateral dispersion coefficients schemes: Effect of averaging time. *Atmospheric Pollution Research*, 7, pp. 134-141.
26. Holtslag, A.A. M. and van Ulden, A.P., 1982: Simple Estimates of Night-Time Surfaces Fluxes from Routine Weather Data, K.N.M.I., Scientific Report W.R. pp. 82-4.
27. Holtslag, A.A.M. and van Ulden, A.P., 1983: A simple scheme for daytime estimates of the surface fluxes from routine weather data, *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, 22, pp. 517-529.
28. Holtslag, A.A., 1984: Estimates of diabatic wind speed profiles from near-surface weather observations, *Boundary-Layer Met.*, 29, pp. 225-250.
29. Holtslag, A.M.M. and Nieuwstadt, F.T.M., 1986: Scaling the atmospheric boundary layer. *Boundary Layer Met.* 36, pp. 201-209.
30. Hunt, J.C.R., Holroyd, R.J., Carruthers, D.J., 1988: Preparatory Studies for a Complex Dispersion Model, Cambridge Enviromental Research Consultants, Ltd. JAPCA, 34, pp 815-827.
31. IAEA Safety Series, 1980: Atmospheric Dispersion in Nuclear Power Plant Siting, No.50-SG-S3, Vienna.
32. Jacobson, M.Z., 2005: Fundamentals of Atmospheric Modeling. 2nd Edition, Cambridge University Press, Cambridge, UK.

33. Kasten, F. and Czeplak, G., 1980: Solar and terrestrial radiation dependent on the amount and type of cloud", Solar Energy, 24, pp. 177-189.
34. Khare M. and Nagendra, S.M.S., 2007: Formulation of Delhi Finite Line Source Model (DFLSM), Artificial Neural Networks in Vehicular Pollution Modelling, 41, pp. 163-173.
35. Khare, M., Sharma, P., 1999: Performance evaluation general finite line source model for Delhi traffic conditions. Transportation Research: Part-D 4, pp. 65-70.
36. Лазић, Л., 2011: Моделовање загађења у атмосфери, Београд.
37. Lide, D.R., 1996: Handbook of Chemistry and Physics, Boca Raton, FL: CRC, 14-17.
38. Mackenzie, D.L., Cornwell, D.A., 1991: Introduction to environmental engineering, second edition., McGraw-Hill, Inc., New York.
39. Madronich, S., 1987: Photodissociation in the atmosphere, 1, actinic flux and the effects of ground reflections and clouds, Journal of Geophysical Research, 92, pp. 9740-9752.
40. McElroy, J.L. and Pooler, F., 1968: The St. Louis Dispersion Study. U.S. Public Health Service, National Air Pollution Control Administration, Report AP-53.

41. Месингер, Ф. и Јањић, З., 1989: Метеорологија, Део 1, Скрипте за студенте метеорологије за предмет метеорологија 1, Институт за метеорологију, Физички факултет у Београду.
42. Nagendra, S.M.S. and Khare, M., 2002: Line source emission modelling, *Atmospheric Environment*, 36, 13, pp. 2083-2098.
43. Napier, B.A. and Ramsdell, J.V., 2004: Atmospheric data package for the Composite Analysis, PNNL-14599 Rev. 0, Pacific.
44. Paltridge, G.W. and Platt, C. M. R., 1976: Radiative Processes in Meteorology and Climatology, Elsevier.
45. Panofsky, H. and Dutton, J., 1984: Atmospheric Turbulence. John Wiley & Sons, New York.
46. Pasquill, F., 1961: The estimation of the dispersion of windborne material. *Meteorological Magazine*, 90, pp. 33–49.
47. Pérez I.A., Garcia M.A., Paredes V., Sánchez M.L., 2011: Analysis of two atmospheric dispersion schemes from CO₂ surface concentrations at a rural site. *Journal of the Royal Meteorological Society*, 137, pp. 394-401.
48. Радошевић, С. и Мали, П., 2020: Збирка задатака из математичке физике – друго проширено издање. РМФ Нови Сад.

49. Рајковић, Б. и Месингер, Ф., 2002: Микрометеорологија, Универзитет у Београду.
50. Scorer, R.S., 2002: Air pollution meteorology, Horwood Publishing Limited.
51. Seibert, P., Bezrich, F., Grzning, S.E., Joffre, S., Rasmussen, A., Rercier, P., 1997: Mixing Height Determination for Dispersion Modelling. COST Action 710, Report of Working Group 2.
52. Seinfeld, J. and Pandis, S., 1998: Atmospheric Chemistry and Physics: From Air Pollution to Climate Change, Second Edition, Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons.
53. Sellers, W.D., 1965: Physical climatology. The University of Chicago Press.
54. Simpson, D., Benedictow, A., Berge, H., Bergström, R., Emberson, L.D., Fagerli, H., Flechard, C.R., Hayman, G.D., Gauss, M., Jonson, J.E., Jenkin, M. E., Nyíri, A., Richter, C., Semeena, V.S., Tsyro, S., Tuovinen, J.P., Valdebenito, Á., Wind, P., 2012: The EMEP MSC-W chemical transport model–technical description, Atmospheric Chemistry and Physics, 12, pp. 7825–7865.
55. Smith, F.B., 1990: Atmospheric Structure, unpublished note presented at Air Pollution Modelling for Environmental Impact Assessment, International Center for Theoretical Physics, Trieste.

56. Sofiev, M., 2009: Basic course of tropospheric composition modelling, Lecture notes.
57. Stockie, J.M., 2012: The Mathematics of Atmospheric Dispersion Modeling, SIAM REVIEW 2011 Society for Industrial and Applied Mathematics, Vol. 53, No. 2, pp. 349–372.
58. Stockwell, W.R., Middleton, P., Chang, J. S., & Tang, X., 1990: The second generation regional acid deposition model chemical mechanism for regional air quality modeling, Journal of Geophysical Research, 95, pp. 16343–16367.
59. Stull, R., 1988: An Introduction to boundary layer meteorology, Springer Netherlands.
60. Stull, R., 2017: Meteorology for Scientists and Engineers, 3rd Edition, http://www.eos.ubc.ca/books/Practical_Meteorology/
61. Sykes, R.I. and Gabruk, R.S., 1997: A second-order closure model for the effect of averaging time on turbulent plume dispersion., Journal of Applied Meteorology, 36, pp. 165-184.
62. Swinbank, W.C., 1963: Longwave radiation from clear sky. Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, 90, pp. 488-493

63. Turner, D.B., 1970: Workbook of Atmospheric Dispersion Estimates. U.S. EPA Office of Air Programs Publication NO. AP-26. Research Triangle Park, NC.
64. Turner, D.B., 1964: A diffusion model for an urban area. *Journal of Applied Meteorology*, 3, pp. 83-91.
65. Venkatram, A.K., 1980: Estimating the Monin-Obukhov length in the stable boundary layer for dispersion calculations, *Boundary-Layer Meteorology*, 19, pp. 481-485.
66. van Ulden, A.P. and Holtslag, A.A.M., 1985: Estimation of Atmospheric Boundary Layer Parameters for Diffusion Applications, *Journal of Applied Meteorology*, 24, 11, pp. 1196-1207.
67. Vesilind P.A., Morgan S.M., Heine L.G., 2010: Introduction to Environmental Engineering – SI Version. Technology & Engineering, Chapter 12, pp. 410-413.
68. Wallace J.M., Hobbs P.V., 2006: Atmospheric Science, An Introductory Survey, Second Edition, Academic Press.
69. Ying M., Wang-Li, L., Stikeleather L.F., Edwards J., 2017: Measurements and Visualization of the Fluid Field of the Plume from an Animal Housing Ventilation Fan, *Journal of Environmental Protection*, 8, pp. 1296-1311.

70. Zannetti, P., 1990: AIR POLLUTION MODELING Theories, Computational Methods and Available Software, Springer Science+ Business Media, LLC.
71. Zilitinkevich, S.S. 1972: On the determination of the height of the Ekman boundary layer, Boundary-Layer Met., 3, pp. 141-145.