



UNIVERZITET U NOVOM ŠADU  
PRIRODNO-MATEMATIČKI  
FAKULTET  
DEPARTMAN ZA FIZIKU



# NAJNOVIJE EKSPERIMENTALNE PROVERE OPŠTE TEORIJE RELATIVNOSTI

- diplomski rad –

Mentor:  
Prof. dr Milan Pantić

Kandidat:  
Tijana Randelović

Novi Sad, 2011

## **Predgovor**

Ovom prilikom želela bih da se zahvalim prvenstveno mojoj porodici na svesrdnoj podršci tokom svih godina studija i profesorima PMF-a na ukazanom poverenju, kao i znanjima i sposobnostima koje su mi preneli.

Ovaj diplomski rad, ipak, posvećujem svom sinu Dimitriju, uz koga svaki trud dobija jedan novi smisao, u nadi da ce buduće generacije unaprediti dostignuća naše.

Tijana Ranđelović

## Sadržaj

1. Uvod	4
2. Postavke Opšte teorije relativnosti	5
2.1 Opšti princip relativnosti	5
2.2 Ajnštajnovе jednačine polja	5
3. Istorijske potvrde OTR	7
3.1 Edingtonov eksperiment	8
3.2 Precesija perihela Merkura	12
3.3 Gravitacioni crveni pomak	14
4. Testiranja principa ekvivalentnosti	17
4.1 Razvoj ideje o principu ekvivalentnosti	17
4.2 Slabi princip ekvivalentnosti (WEP)	19
Eöt-Wash grupa	21
MICROscope	22
Galileo Galilei	24
STEP	25
4.3 Jaki princip ekvivalentnosti	26
Lunar Laser Ranging (LLR)	27
5. Zaključak	30
Literatura	31

## 1. Uvod

Osnovni motivi za izvođenje eksperimenata koji bi potvrdili Opštu teoriju relativnosti (OTR) su se menjali s vremenom. Najpre je bilo bitno utvrditi primat ove teorije nad Njutnovom, dok je danas značajno izdvojiti najistinitiju, najsveobuhvatniju od mnogih teorija koje se bave gravitacijom. Viđenje sveta koje danas vlada je potpuno objašnjeno Opštom teorijom relativnosti na makro nivou i Standardnim modelom elementarnih čestica<sup>1</sup> na mikro nivou. Problem nastaje zbog toga što ove dve teorije nisu kompatibilne, svaka važi samo u svom domenu, pa se tu nameće pitanje graničnih domena. Osim toga, otkriće tamne energije, odnosno činjenica da se poznati svemir širi ubrzano, nam jasno stavlja do znanja da trenutno važeće shvatanje sveta mora da se promeni ili upotpuni, kako bi ovaj fenomen bio objašnjen.

Alternative Ajnštajnovoj teoriji gravitacije (kako se drugačije naziva OTR) se mogu podeliti na četiri tipa teorija:

1. Teorije - direktni nastavljači OTR
2. Teorije koje teže tome da kvantizuju gravitaciju
3. Teorije koje pokušavaju da ujedine gravitaciju sa drugim interakcijama
4. Teorija svega (M-teorija)

Svaka od ovih teorija dolazi u sukob sa OTR na nekom nivou i upravo je ovo suočavanje teorija glavni pokretač za postavke različitih eksperimenata.

U ovom radu će biti napre date osnove Opšte teorije relativnosti, zatim će biti reči o istorijskim potvrdama ove teorije. Nakon toga sledi srž rada gde je najpre teorijski pojašnjen princip ekvivalencije, a zatim dat pregled najbinijih eksperimenata koji testiraju ovaj princip, preko njega Ajnštajnovu teoriju, pa tako i današnje viđenje sveta.

---

<sup>1</sup> U okviru Standardnog modela (1970. godina) formalno su objedinjene tri inerakcije: nuklearna jaka, slaba i elektromagnetna. Ova teorija objedinjuje kvantnu mehaniku i Specijalnu teoriju relativnosti.

## 2. Postavke Opšte teorije relativnosti

### 2.1 Opšti princip relativnosti

Opšta teorija relativnosti je metrička teorija gravitacije. U Specijalnoj teoriji relativnosti gravitacija nije bila uzimana u razmatranje, pa se prostor svodio na ravan prostor Minkovskog i “operisalo” se u inercijalnim sistemima reference za koje su važile Lorencove transformacije koordinata. STR je zasnovana na Specijalnom principu relativnosti: *Svi fizički zakoni su istog oblika u inercijalnim sistemima reference.*

Kada se uzima u obzir gravitacija, nužno se moraju imati u vidu i neinercijalni sistemi reference, pa Opšti princip relativnosti glasi:

*Svi fizički zakoni su istog oblika u svim sistemima reference (inercijalnim i neinercijalnim).*

Odnosno, fizičke zakone je neophodno *kovarijantno* formulisati, za šta se kao zgodan pokazao tenzorski račun i Rimanovi prostori. Transformacije koordinata mogu biti potpuno proizvoljne. Zahtev kovarijantnosti ispoljava se i u činjenici da za slučaj slabih polja, jednačine polja dobijaju oblik koji je u skladu sa Njutnovom mehanikom.

### 2.2 Ajnštajnovе jednačine polja

Gravitaciono polje je u Njutnovoј teoriji potpuno određeno Poasonovom diferencijalnom jednačinom drugog reda, koja opisuje gravitacioni potencijal  $\varphi$ :

$$\nabla^2 \varphi = 4\pi\gamma\rho \quad (1)$$

Ovde je uspostavljena veza između drugog izvoda potencijala i svojstva materije, gustine. Ona važi u nerelativističkoј fizici i neprimenljiva je za izuzetno jaka polja.

Ajnštajnova teorija je imala za zadatak da dâ takve jednačine gravitacionog polja koje će važiti za najopštije slučajeve, a koje će se pri primeni na slaba polja svoditi na Poasonovu jednačinu. Dakle, Ajnštajn je krenuo od toga da treba dovesti u vezu gravitacioni potencijal (koji je u opštoј teoriji relativnosti opisan metričkim tenzorom  $g_{\mu\nu}$ ) sa osobinama materije (date tenzorom energije-impulsa  $T_{\mu\nu}$ ). Pošto će u jednačinama figurisati metrički tenzor, gravitacija će postati neodvojiva od geometrije prostora.

On dolazi do sledećeg sistema od deset<sup>2</sup> parcijalnih diferencijalnih jednačina drugog reda:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = \pm \kappa T_{\mu\nu} \quad (2)$$

gde je  $R_{\mu\nu}$  Ričijev tenzor dobijen kontrakcijom Rimanovog tenzora  $R^{\alpha}_{\mu\nu\alpha}$ , koji se definiše na sledeći način:

$$R_{\mu\nu} = R^{\alpha}_{\mu\nu\alpha} = \frac{\partial \Gamma^{\alpha}_{\mu\alpha}}{\partial x^{\nu}} - \frac{\partial \Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}}{\partial x^{\alpha}} + \Gamma^{\beta}_{\mu\alpha} \Gamma^{\alpha}_{\beta\nu} - \Gamma^{\beta}_{\mu\nu} \Gamma^{\alpha}_{\beta\alpha} \quad (3)$$

$\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}$  su Kristofelovi simboli druge vrste koji se dobijaju kontrakcijom Kristofelovog simbola prve vrste kontravarijantnim metričkim tenzorom  $g^{\mu\nu}$ , a u kom figurišu izvodi metričkog tenzora:

<sup>2</sup> Ovo je posledica toga što je  $g_{\mu\nu}$  simetrični tenzor koji ima deset nezavisnih komponenti.

$$\Gamma_{\mu\nu,\alpha} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x^\mu} + \frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} \right) \quad (4)$$

Kako se u Rimanovom, a time i u Ričijevom tenzoru javljaju izvodi Kristofelovih simbola po koordinatama, odnosno drugi parcijalni izvodi metričkog tenzora po koordinatama, a metrički tenzor se može shvatiti kao analogon potencijala iz Njutnove teorije u Ajnštajnovoj teoriji gravitacije, jednačine (2) zadržavaju formu Poasonove jednačine (1). Skalar  $R$  koji se javlja u (2) je Ričijev skalar (skalar krivine) i dobija se kontrakcijom Ričijevog tenzora. Konstanta  $\Lambda$  je kosmološka konstanta.

Sistem Ajnštajnovih jednačina u najvećem broju slučajeva nije egzaktno rešiv, pa se za njegovo rešavanje moraju primeniti brojne aproksimacije.

Do sada je pronađen samo mali broj analitičkih rešenja od kojih je najjednostavnije Švarcšildovo rešenje koje važi za tela koja je moguće aproksimirati nerotirajućom savršenom sferom bez naelektrisanja, sa sferno-simetričnom distribucijom mase u njoj i koje se nalazi u praznom prostoru.

### 3. Istorijske potvrde OTR

Iako je bio potpuno ubeđen u valjanost svoje teorije i za to mu nisu bili potrebni nikakvi eksperimentalni dokazi, Ajnštajn je u svojoj knjizi "*O specijalnoj i opštoj teoriji relativnosti*" u okviru dodatka III, predložio tri tzv. "ključna eksperimenta" koja bi otklonila svaku sumnju u istinitost teorije: Skretanje svetlosnog zraka gravitacionim poljem, precesija perihela Merkura i gravitacioni crveni pomak.

U skladu sa Njutnovom teorijom gravitacije i Keplerovim zakonima, planete pri kretanju oko Sunca opisuju elipse sa Suncem u jednoj od žiža. Sa visokom tačnošću se može tvrditi da je Sunce sferno simetrično telo i da se gravitaciono polje planeta može zanemariti u odnosu na polje Sunca, te da se planete oko Sunca kreću po geodezicima. Dakle, za istraživanje kretanja planeta i gravitacionog polja Sunca uopšte, možemo koristiti Švarcšildovo rešenje dato metrikom:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - r_g/r} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \quad (6)$$

gde je  $r_g = 2\gamma m/c^2$  Švarcšildov radijus.

Geodezijske linije su u opštem slučaju date jednačinom:

$$\frac{d^2 x^\sigma}{ds^2} + \Gamma_{\mu\nu}^\sigma \frac{dx^\mu}{ds} \frac{dx^\nu}{ds} = 0 \quad (7)$$

a Kristofelovi simboli za Švarcšildovu metriku su:

$$\begin{aligned} \Gamma_{00}^1 &= \frac{\nu'}{2} e^{\nu-\lambda}, \quad \Gamma_{01}^0 = \frac{\nu'}{2}, \quad \Gamma_{11}^1 = \frac{\lambda'}{2}, \quad \Gamma_{22}^1 = -re^{-\lambda}, \quad \Gamma_{12}^2 = \frac{1}{r}, \\ \Gamma_{33}^1 &= -re^{-\lambda} \sin^2 \theta, \quad \Gamma_{33}^2 = -\sin \theta \cos \theta, \quad \Gamma_{23}^3 = \cot \theta, \quad \Gamma_{13}^3 = \frac{1}{r} \end{aligned} \quad (8)$$

Kada se uvrste (8) u (7), za jednu vremensku i tri prostorne koordinate sfernog koordinatnog sistema ( $x^0 = ct$ ,  $x^1 = r$ ,  $x^2 = \theta$ ,  $x^3 = \varphi$ ) dobiju se četiri diferencijalne jednačine koje opisuju kretanje planeta:

$$\begin{aligned} c \frac{d^2 t}{ds^2} + \nu' \frac{cdt}{ds} \frac{dr}{ds} &= 0, \\ \frac{d^2 r}{ds^2} + \frac{\nu'}{2} \left[ e^{2\nu} \left( \frac{cdt}{ds} \right)^2 - \left( \frac{dr}{ds} \right)^2 \right] - re^\nu \left[ \left( \frac{d\theta}{ds} \right)^2 + \sin^2 \theta \left( \frac{d\varphi}{ds} \right)^2 \right] &= 0, \\ \frac{d^2 \theta}{ds^2} + \frac{2}{r} \frac{dr}{ds} \frac{d\theta}{ds} - \sin \theta \cos \theta \left( \frac{d\varphi}{ds} \right)^2 &= 0, \\ \frac{d^2 \varphi}{ds^2} + 2 \left[ \frac{1}{r} \frac{dr}{ds} + \cot \theta \frac{d\theta}{ds} \right] \frac{d\varphi}{ds} &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

Rešavanjem ovog sistema i uvrštavanjem tih rešenja u (6) dolazi se do relativističkog oblika Binetovog obrasca koji opisuje kretanje tela u polju centralnih sila:

$$\frac{d^2\rho}{d\varphi} + \rho = \frac{mc^2}{K_2^2} + 3m\rho^2 \quad (10)$$

Ovde je  $K_2 = cr^2 d\varphi/ds$  i  $\rho = 1/r$ .

Od jednačine (10) se polazi pri analizi prethodno navedenih istorijskih eksperimenata.

### 3.1 Skretanje svetlosti u blizini tela velike mase i Edingtonov eksperiment

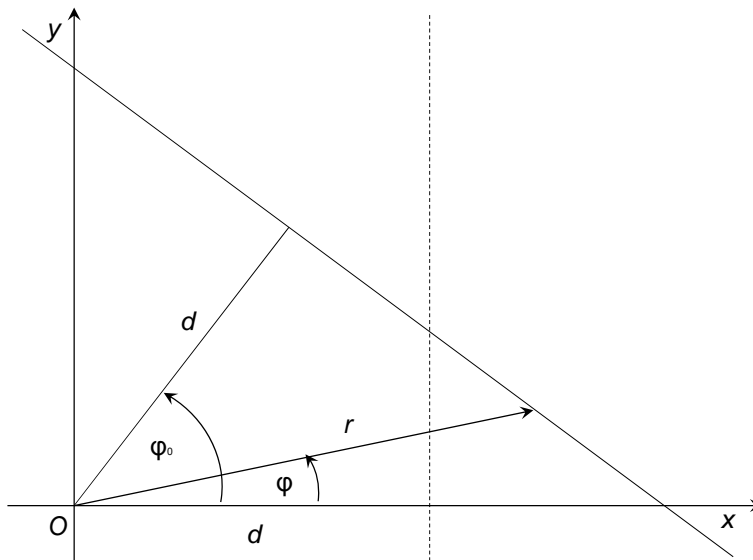
Prema Ajnštajnovoj teoriji, svetlost se pri prolasku kroz gravitaciono polje ponaša na sličan način kao i telo koje bi se tuda kretalo. Zrak svetlosti će, dakle skrenuti sa svoje pravolinijske putanje pod uticajem zakrivljenosti prostor-vremena, tj. kretaće se po geodeziku koji nije više prava linija.

Kretanje tela, pa time i svetlosti, u relativističkoj mehanici je dakle opisano relativističkim oblikom Bineovog obrazca (10). Treba pri tom imati u vidu da za svetlost važi  $ds = 0$ , odnosno  $K_2 = \infty$ , tako da je kretanje svetlosti u gravitacionom polju opisano jednačinom:

$$\frac{d^2\rho}{d\varphi} + \rho = 3m\rho^2 \quad (11)$$

Rešenje homogenog dela ove jednačine je jednačina prave u polarnim koordinatama (Slika 1):

$$\rho^{(1)} = \frac{1}{d} \cos(\varphi - \varphi_0) \quad (12)$$



Slika 1. Prava u polarnom koordinatnom sistemu ( $\varphi Or$ )

Ako se za koordinatnu osu sistema bira  $\varphi_0 = 0$ , ova prava ce biti paralelna y-osi:

$$\frac{d^2\rho^{(2)}}{d\varphi} + \rho^{(2)} = \frac{3m}{d^2} \cos^2 \varphi \quad (13)$$



Opšte rešenje jednačine je

$$\rho \approx \rho^{(2)} = \frac{1}{d} \left[ \cos \varphi + \frac{m}{d} (\cos^2 \varphi + 2 \sin^2 \varphi) \right] \quad (14)$$

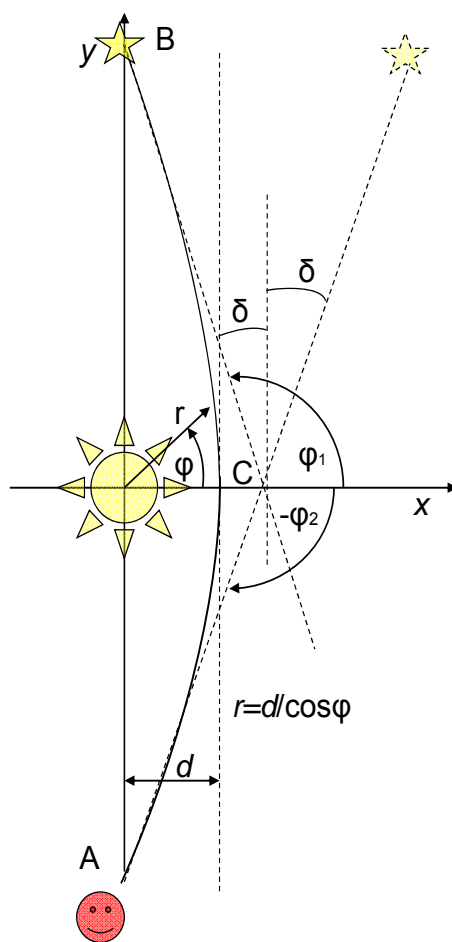
Jednačina (14) predstavlja konačnu jednačinu kretanja fotona. Drugi član jednačine ukazuje na odstupanje od prave linije.

Sa slike 2. se može videti da veličinu skretanja svetlosti  $\alpha$  možemo okarakterisati pomoću asimptota trajektorije:

$$\alpha = 2\delta = \varphi_1 - \varphi_2 - \pi, \quad (15)$$

a asimptote dobijamo iz uslova  $r \rightarrow \infty$ , odnosno  $\rho \rightarrow 0$ :

$$\cos^2 \varphi - \frac{d}{m} \cos \varphi - 2 = 0. \quad (16)$$



Slika 2. Skretanje svetlosti u blizini Sunca

Rešenja prethodne jednačine su:

$$(\cos \varphi)_{1,2} = \frac{d}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{d}{2m}\right)^2 + 2} \quad (17)$$

Zbog prirode kosinusne funkcije, uzima se samo negativno rešenje, odnosno:

$$\cos \varphi = \frac{d}{2m} \left[ 1 - \sqrt{1 + \frac{8m^2}{d^2}} \right] \approx \frac{d}{2m} \left( 1 - 1 - \frac{4m^2}{d^2} \right) = -\frac{2m}{d} \quad (18)$$

$$\varphi_{1,2} = \pm \left( \frac{\pi}{2} - \frac{2m}{d} \right) \quad (19)$$

odnosno, na osnovu (15), odstupanje svetlosnog zraka u blizini Sunca računamo pomoću sledeće formule:

$$\alpha = \varphi_1 - \varphi_2 - \pi = 2\delta = \frac{4m}{d} = \frac{4\gamma M}{c^2 d} \quad (20)$$

Kada se prethodni izraz primeni na rub Sunca tj.  $d = R_{\odot} = 6.95 \cdot 10^5 \text{ km}$ ,  $M = M_{\odot} = 1.97 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ , dobija se:

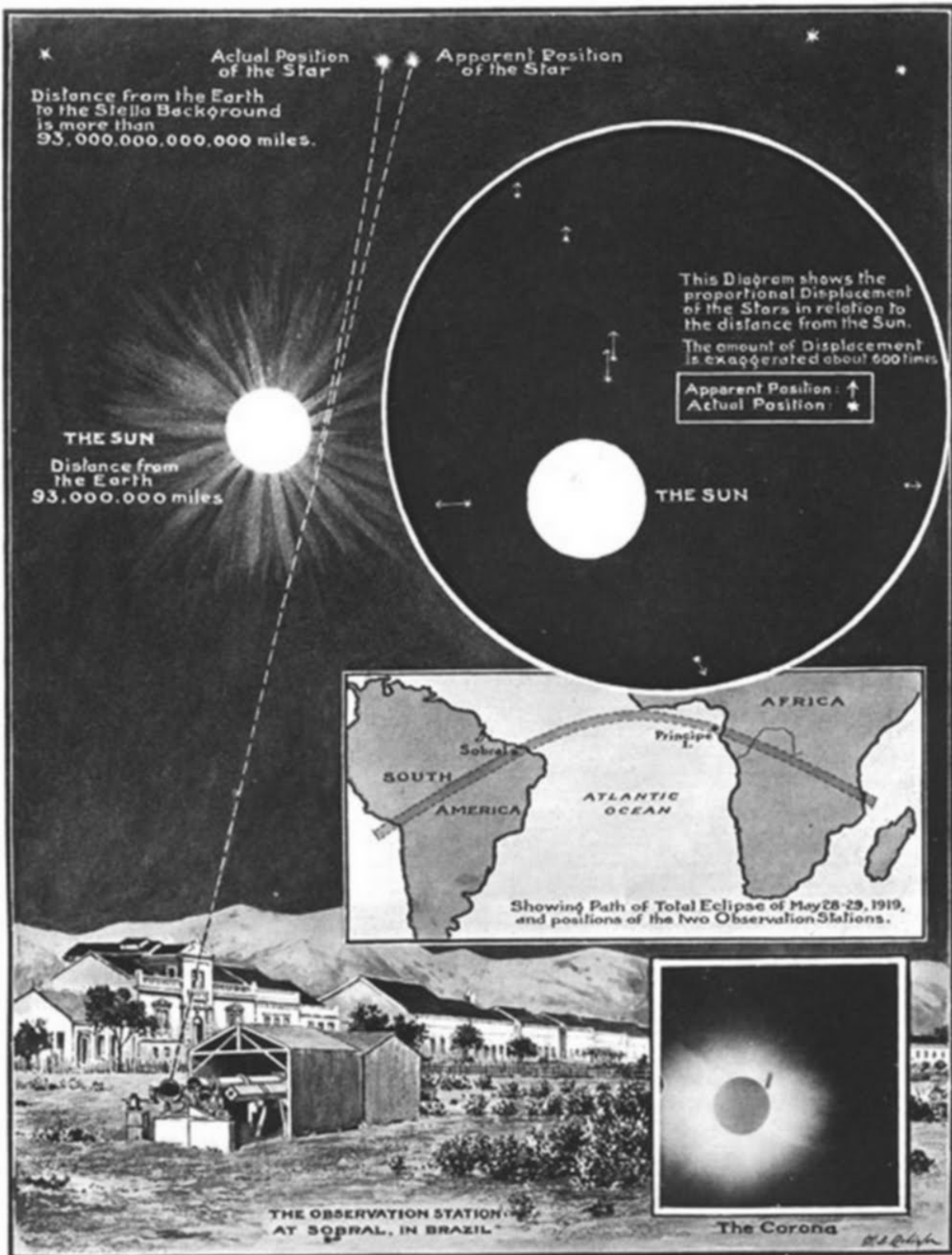
$$\alpha = 8,5 \cdot 10^{-6} \text{ rad} \approx 1,75'' \quad (21)$$

Artur Eddington je 1919. godine pokušao da eksperimentalno dokaže ovaj Ajnštajnov teorijski rezultat. U maju te godine desilo se totalno pomračenje Sunca koje je i praktično omogućilo ovakav eksperiment. Posmatranja su izvršile dve ekspedicije, jedna na afričkom ostrvu Principe, a druga u brazilskom gradu Sobral. Pri Eddingtonovoj postavci podrazumevala se greške merenja usled nestabilnosti fotografskih ploča koje su u to vreme bile jedine dostupne za ovaj tip eksperimenta. Međutim, povoljna je okolnost bila to što je usled blizine sjajnih zvezda iz jata Hijade bilo moguće koristiti teleskope velike žižne daljine sa manjom greškom posmatranja.

Slika 3. opisuje Eddingtonov eksperiment, a objavljena je prvi put u dnevniku "Illustrated London News" 22. Novembra 1919. godine. Naredni paragraf je prevod originalnog potpisa ove slike.

*Rezultati Britanske ekspedicije dobijeni iz posmatranja totalnog pomračenja Sunca prošlog maja, potvrdili su teoriju profesora Ajnštajna da gravitacija deluje na svetlost. Dr A.C. Crommelin, jedan od Britanskih naučnika koji su učestvovali u ekspediciji je rekao: "Ovo Pomračenje je posebno pogodovalo svrsi jer je bilo čak dvanaest značajnije sjajnih zvezda blizu sunčevog limba. Proces posmatranja se sastojao u tome da se fotografišu te zvezde u momentima potpunog pomračenja, pa da se zatim te fotografske ploče uporede sa pločama istih zvezda slikanih u vreme kada nije bilo Sunca u blizini. Ukazatelj na to da se svetlost zvezda savija pod uticajem sunčeve gravitacije bila bi pojava da na pločama fotografisanim za vreme eklipse, zvezde deluju odgurnute od Sunca u odnosu na njihove pozicije na pločama nezavisnim od pomračenja... Druga kamera iz Sobrala i kamera sa Principe podržavaju Ajnštajnovu teoriju... Ovo je od izuzetnog filozofskog značaja. Prave linije ne postoje u Ajnštajnovom prostoru, one su samo delovi gigantskih krivih.*

Od tada je bilo nekoliko uspešnih pokušaja da se ponovi Eddingtonov eksperiment. Jedan od značajnih je ekspedicija *Texas Mauritanian Eclipse Team* na pomračenje 30. juna 1973. godine.



Slika 3. Edingtonov eksperiment

### 3.2 Precesija perihela Merkura

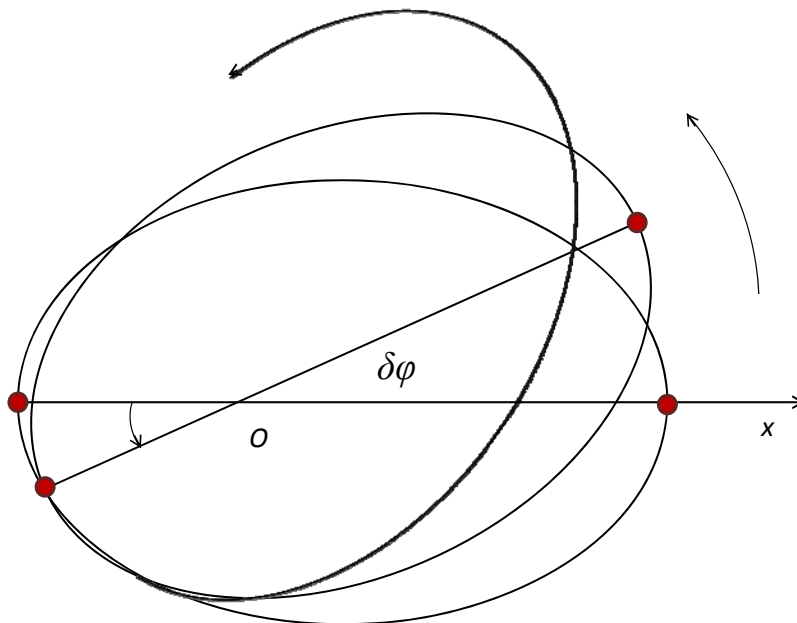
Posmatranjima je ustanovljeno da Njutnova mehanika ne opisuje dovoljno precizno putanje planeta. Čak i kada se uključe gravitacioni uticaji velikih i bliskih planeta, čime se i u okviru Njutnove teorije perihel planeta kreće u vremenu u smeru revolucije, ostaje razlika teorije u odnosu na rezultate posmatranja od 43"/100 god. za Merkur. Što je ekscentricitet planete veći to je slabije poklapanje posmatrane orbite sa izračunatom, otud je i Merkur sa najvećim ekscentricitetom putanje među planetama i najzgodniji za analizu. To nepoklapanje je sa velikom tačnošću objašnjivo u sklopu Opšte teorije relativnosti.

Kako je ranije rečeno, kretanje planeta u polju Sunca u relativističkoj mehanici opisano je relativističkim oblikom Bineovog obrasca (10). Rešavanjem ove jednačine iterativnom metodom u drugoj aproksimaciji se dobija:

$$\rho = \frac{1}{r} = \frac{mc^2}{K_2^2} [1 + \varepsilon \cos(\varphi - \delta\varphi_0)] \quad (22)$$

Ovo rešenje na prvi pogled izgleda isto kao i jednačina konusnog preseka u nerelativističkoj mehanici, međutim ovde je član  $\delta\varphi_0$  promenljiva a ne konstanta i menja se u vremenu čime se elipsa (za  $\varepsilon < 1$ , podrazumeva se) zaokreće u toku vremena u smeru kretanja planete (slika 4).

$$\delta\varphi_0 = \frac{3m^2 c^2}{K_2^2} \varphi \quad (23)$$



Slika 4. Kretanje perihela planeta

Valja izvesti koliko veličina koja u (23) stoji kao konstanta proporcionalnosti iznosi za Sunce.

Imajući u vidu da je za Sunce  $m = \frac{\gamma M_{\odot}}{c^2}$ , gde je na osnovu trećeg Keplerovog zakona  $\gamma M_{\odot} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 a^3$ , da je u nerelativističkoj mehanici parametar  $K_2$  je dat sa  $K_2 = \frac{2S}{T}$ , gde je  $S = ab\pi$  površina orbite, ( $a$  je velika poluosa elipse, a  $b = a\sqrt{1-\varepsilon^2}$  je mala poluosa), jednačina (23) dobija sledeći oblik:

$$\delta\varphi_0 = \frac{12\pi^2 a^2}{c^2 T^2 (1-\varepsilon^2)} \varphi \quad (24)$$

Iz (24) se vidi da je konstanta proporcijalnosti iz (23) potpuno određena parametrima orbite pojedine planete. Za period  $T$  ugao  $\varphi$  se promeni od 0 do  $2\pi$ , pa se za neko  $t$   $\varphi$  promeni od 0 do  $2\pi t/T$ . Na osnovu ovoga možemo izraziti  $\delta\varphi_0$  u direktnoj zavisnosti od vremena:

$$\delta\varphi_0 = \frac{24\pi^3 a^2}{c^2 T^3 (1-\varepsilon)} t \quad [rad] \quad (25)$$

Jednačina (25) predstavlja obrazac za ugaono pomeranje perihela.

U tabeli 1. su prikazani razni doprinosi kretanju Merkura i Zemlje predviđeni Njutnovom mehanikom, kao i razlika sume tih doprinosa i posmatranih orbita. Na kraju tabele se ta razlika poredi sa relativističkim doprinosom za obe planete, predviđenim u okviru OTR.

Uzrok	Kretanje perihela ["]	
	<i>Merkur</i>	<i>Zemlja</i>
Merkur	0,025±0,00	-13,75±2,3
Venera	277,857±0,68	345,49±0,8
Zemlja	90,038±0,08	
Mars	2,536±0,00	97,69±0,1
Jupiter	153,584±0,00	696,85±0,0
Saturn	7,302±0,01	18,74±0,0
Uran	0,141±0,00	0,57±0,0
Neptun	0,042±0,00	0,18±0,0
Spljoštenost Sunca	0,010±0,02	0,00±0,0
Mesec		7,68±0,0
Opšta precesija (julijanski vek 1850)	5025,646±0,50	5025,65±0,5
<b>Suma</b>	5557,18±0,85	6179,1±2,5
<b>Posmatrano kretanje</b>	5599,74±0,41	6183,7±1,1
<b>Razlika (P-S)</b>	42,56±0,94	4,6±2,7
<b>Relativistički uticaj</b>	<b>43,03±0,03</b>	<b>3,8±0,0</b>

Tabela 1. Poređenje nerelativističkih i relativističkih uticaja na kretanje Merkura i Zemlje

S obzirom na to da je posmatračkih podataka vezanih za kretanje planeta bilo u izobilju i u momentu objavljivanja Opšte teorije relativnosti, ona je samo objasnila ono što Njutnovom mehanikom nije moglo biti objašnjeno. Nije bilo potrebe za novim eksperimentima koji bi potvrdili ovaj fenomen.

### 3.3 Gravitacioni crveni pomak

Ako se atom pri emitovanju fotona nalazi u gravitacionom polju, frekvencija tih fotona se po predviđanjima Opšte teorije relativnosti menja.

Pretpostavimo da je gravitaciono polje Sunca stacionarno, tada se metrika može pisati u obliku:

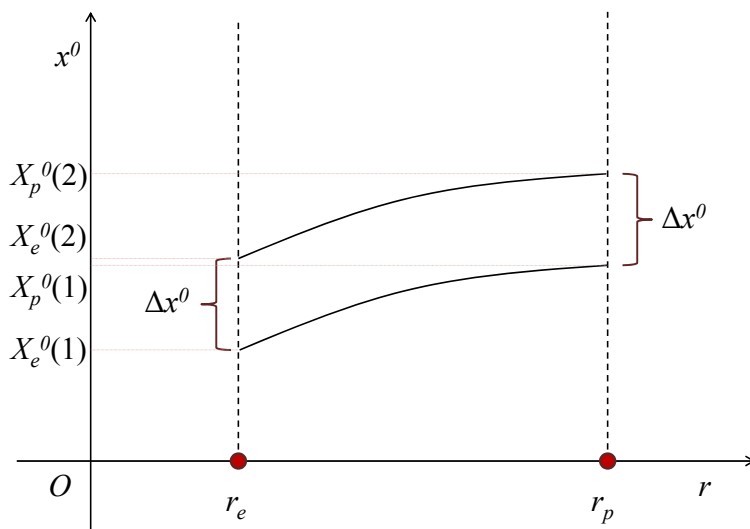
$$ds^2 = g_{00} (dx^0)^2 + g_{ij} dx^i dx^j, \quad (i, j = 1, 2, 3)$$

Pritom uvek možemo odabrati takav sistem reference u kom je  $\partial g_{\mu\nu} / \partial x^0 = 0$ . Neka u tom sistemu neki izvor svetlosti na Suncu miruje u tački  $r_e$ , i neki posmatrač na Zemlji miruje u tački  $r_p$ . Posmatrani izvor svetlosti sada emituje svetlosni signal u intervalu  $\Delta x_e^0 = x_e^0(2) - x_e^0(1)$ , što predstavlja koordinatno vreme između kraja i početka emitovanja signala. Posmatrač na Zemlji meri isto koordinatno vreme  $\Delta x_p^0 = x_p^0(2) - x_p^0(1)$ :

$$\Delta x_p^0 = \Delta x_e^0 \equiv \Delta x^0 \quad (26)$$

Vreme trajanja emitovanja signala na Suncu, kao i interval između dva dolaska signala na Zemlju invarijantan je, tj ne zavisi od metrike:

$$\begin{aligned} (\Delta s_p)^2 &= (g_{00})_p c^2 (\Delta x_p^0)^2, & (\Delta s_e)^2 &= (g_{00})_e c^2 (\Delta x_e^0)^2 \\ \frac{(\Delta s_p)^2}{(\Delta s_e)^2} &= \frac{(g_{00})_p}{(g_{00})_e} \end{aligned} \quad (27)$$



Međutim, posmatrač koristi sopstveno vreme  $\tau$ , a ne koordinatno vreme jer za njega važi metrika:

$$\Delta s^2 = c^2 \Delta \tau^2 - \Delta l^2 \quad (28)$$

Interval sopstvenog vremena prijemnika nije jednak odgovarajućem intervalu sopstvenog vremena emitera i jednačina (28) se posebno primenjuje na tačku  $r_p$  i tačku  $r_e$ .

$$\begin{aligned}\Delta s_p &= c\Delta\tau_p \\ \Delta s_e &= c\Delta\tau_e\end{aligned}\quad (29)$$

Uvrštavanjem (29) u (27) dobijamo:

$$\frac{\Delta s_p}{\Delta s_e} = \frac{c\Delta\tau_p}{c\Delta\tau_e} = \frac{T_p}{T_e} = \sqrt{\frac{(g_{00})_p}{(g_{00})_e}}, \quad \Delta\tau_p \equiv T_p, \quad \Delta\tau_e \equiv T_e$$

Pošto je  $\omega = 2\pi/T$ , važi i:

$$\begin{aligned}\frac{\omega_p}{\omega_e} &= \sqrt{\frac{(g_{00})_e}{(g_{00})_p}} \\ \frac{\delta\omega}{\omega} &= \frac{\omega_p - \omega_e}{\omega_e} = \sqrt{\frac{(g_{00})_e}{(g_{00})_p}} - 1\end{aligned}\quad (30)$$

ili preko talasnih dužina:

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda_e} = \frac{\lambda_p - \lambda_e}{\lambda_e} = \sqrt{\frac{(g_{00})_p}{(g_{00})_e}} - 1\quad (31)$$

ako se uzme da je polje Sunca slabo polje, važi:

$$\sqrt{g_{00}} = \sqrt{1 - 2\varphi/c^2} \approx 1 - \varphi/c^2, \quad \varphi = |\varphi|\quad (32)$$

$$\begin{aligned}\frac{\delta\omega}{\omega_e} &= \frac{\varphi_p - \varphi_e}{c^2} \\ \frac{\delta\lambda}{\lambda_e} &= \frac{\varphi_e - \varphi_p}{c^2}\end{aligned}\quad (33)$$

Jednačina (33) predstavlja *Ajnštajnov efekat* ili *efekat crvenog pomaka* i ukazuje na pomeranje spektralnih linija ka većim talasnim dužinama usled kretanja u gravitacionom polju.

Za slučaj iz našeg primera ( $r = R_\odot = 6,96 \cdot 10^5 \text{ km}$  i  $M_\odot = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ ):

$$\frac{\delta\omega}{\omega_e} = -\frac{\varphi_e}{c^2} = -\frac{\gamma M_\odot}{R_\odot c^2} = -2,12 \cdot 10^{-6}$$

Gotovo pedeset godina astronomi su pokušavali da eksperimentalno potvrde ovo predviđanje Ajnštajnovе teorije. Ova pojava odgovara pretpostavci da foton ima gravitacionu (tešku) masu  $m = E/c^2$ , s tim da bi se deo te energije trošio na beg iz gravitacionog polja. Preostala energija, a time i frekvencija se smanjuje, a talasna dužina se povećava, tj spektralne linije se pomeraju ka crvenom. Za eksperimentalnu potvrdu ovog fenomena valjalo bi precizno izmeriti frekvenciju fotona emitovanog na nekoj masivnoj zvezdi, i meriti frekvenciju istog atoma u laboratorijskim

uslovima, s tim da je potrebno isključiti uticaj doplerovog efekta. S obzirom da su u pitanju zaista male vrednosti razlike, neophodni su instrumenti visoke preciznosti, pa prema tome eksperiment nije mogao biti izveden dok god tehnologija nije uznapredovala do određenog nivoa.

Pronalazak atomskih časovnika je bio ključni momenat u ovom isčekivanju. Ideje za eksperiment su se kretale u smeru korišćenja Zemljinog gravitacionog polja. Brojni istraživači su tvrdili da su identifikovali gravitacioni crveni pomak iz astronomskih posmatranja od kojih je najpouzdanija, iako kritikovana, bila analiza spektralnih linija Sirijusa W.S. Adamsa 1925. godine. Ipak, pouzdanih merenja nije bilo sve do šezdesetih godina prošlog veka i to u zemaljskim uslovima (Pound, Rebka i Snider, period između 1959 i 1965 godine).

Nakon lansiranja prvih veštačkih satelita i svemirskih sondi omogućena je i precizna astronomska potvrda ovog.



## 4. Testiranja principa ekvivalentnosti

### 4.1 Razvoj ideje o principu ekvivalentnosti

Pored Opšteg principa relativnosti, princip ekvivalentnosti stoji u osnovama OTR.

Ideja o principu ekvivalentnosti u formi jedinstvenosti slobodnog pada datira još od početka XVII veka kada je po legendi (koja možda jeste, možda nije istinita) Galileo Galilej izveo čuveni eksperiment sa tornja u Pizi pri kom je istovremeno ispustio dve kugle različite mase sa vrha ovog tornja kako bi dokazao da će u istom trenutku pasti na Zemlju<sup>3</sup>. Svrha ovog eksperimenta bi bila da opovrgne Aristotelovo vidjenje gravitacije po kom masivniji objekti padaju brže. Otpor vazduha, odnosno prisustvo atmosfere je ono što nas u zemaljskim, svakodnevnim uslovima sprečava da ovu činjenicu sebi dokažemo jednostavnim eksperimentom. Na Mesecu nema ovakvih smetnji pa je tamo snimkom ovekovečen test pri kom astronaut ispušta istovremeno čekić i pero, koji zatim padaju istovremeno na površinu Meseca. Ono što se sa sigurnošću može tvrditi je da je Galilej izvodio niz eksperimenata sa strmom ravni i na taj način se bavio gravitacijom i mehanikom uopšte. On je uveo koncept ubrzanja u fiziku, tvrdeći da sila (gravitacije) proizvodi ubrzanje, a ne direktno brzinu, kako se to do tada, po Aristotelovom viđenju mislilo. Na tekovinama Galilejevog rada, Njutn kasnije formuliše svoje zakone mehanike i univerzalni zakon gravitacije. U okviru Njutnovih zakona, takođe stoji i princip ekvivalentnosti u obliku jednakosti tromo i teške mase. Naime, masa koja figuriše kao konstanta proporcijalnosti u drugom Njutnovom zakonu je mera inertnosti tela, dakle inerciona odnosno *troma masa*:

$$\mathbf{F} = m_i \mathbf{a} \quad (34)$$

Ako sada na isto telo deluje sila gravitacije (neka bude baš takva da je istog intenziteta i pravca, a suprotnog smera od sile iz prethodne jednačine), važiće univerzalni zakon gravitacije:

$$\mathbf{F} = -m_g \nabla \varphi$$

Sila gravitacije sada deluje na telo preko svog polja, a konstanta proporcionalnosti je gravitaciona ili *teška masa*. Na tešku masu se, dakle može gledati kao na "gravitacioni naboj", što je po prirodi sasvim drugačije od inertnosti. Pošto su po definiciji obe spomenute mase konstante za dato telo, njihov odnos će takođe biti konstantan, pa je Njutn rešio da u okviru svoje teorije izabere jedinice tako da odnos ove dve mase bude baš jedan, tj. da pretpostavi jednakost ove dve karakteristike svakog tela:

$$m_i = m_g$$

Oдавde se eksplicitno vidi i da je, kako je Galilej predvideo, ponašanje čestica pri slobodnom padu nezavisno od ma kakvih karakteristika tih čestica, pa ni od njihove mase:

$$\mathbf{a} = \nabla \varphi$$

Ajnštajn je ovaj princip uzeo za polaznu tačku pri formulaciji svoje Opšte teorije relativnosti. On kaže da u dovoljno malom delu prostor-vremena ne možemo razlikovati gravitaciono polje od

<sup>3</sup> Iako je diskutabilna istinitost ovog događaja, zasigurno se zna da je Galilej izveo sledeći misaoni eksperiment, koji se tiče neposredno fenomena slobodnog pada: "Zamislite dva objekta, jedan masivniji od drugoga, međusobno vezanih kanapom. Ovakav sistem bacite sa vrha neke kule. Ako pretpostavimo da masivniji objekti zaista padaju brže od manje masivnih (odnosno da manje masivni padaju sporije) kanap će se ubrzo zategnuti pošto će lakši objekat kasniti u padu za težim. Međutim, pošto sistem kao celina ima veću masu od samog masivnijeg tela, ceo sistem bi trebao još brže da pada. Ova kontadikcija nas vodi ka zaključku da je početna pretpostavka pogrešna."

ubrzanog sistema reference isključivo na osnovu kinematičkih eksperimenata (slobodni pad).<sup>4</sup> Princip o kome je do sada bilo reči je u modernoj gravitacionoj fizici poznat pod nazivom *Slabi princip ekvivalentnosti*.

Ajnštajn je dalje pretpostavio da ekvivalencija dva ovako postavljena sistema reference može da se proširi na sve zakone fizike, umesto da se ograniči na zakone mehanike, pa je takav princip postavio za osnovu svoje nove teorije *Referentni sistem, koji apsolutno miruje ili se kreće konstantnom brzinom u homogenom gravitacionom polju jačine  $g$  i sistem reference, koji se kreće sa konstantnim ubrzanjem  $a$  u odsustvu gravitacionog polja, su fizički ekvivalentni ako je  $g = -a$* . Drugačije rečeno: "U dovoljno malom delu prostor-vremena (lokalno) svi zakoni fizike se svode na zakone koji važe u Specijalnoj teoriji relativnosti; nije moguće utvrditi postojanje gravitacionog polja." Treba primetiti da po ovakvoj postavci, ne postoji način da se utvrdi da li je posmatrani referentni sistem neineracionalni (ubrzan se kreće) ili inercialni (miruje u gravitacionom polju). Kako u STR nije bilo moguće izdvojiti apsolutno mirujući sistem reference, tako ni u OTR ne možemo razlikovati lokalno inercialni od klase svih inercialnih sistema reference. Ovako proširen princip ekvivalentnosti poznat je pod nazivom *Ajnštajnov princip ekvivalentnosti*. Može se nizom argumenata doći do toga da ako ovaj princip važi, prostor-vreme mora biti zakrivljeno. Iz empirijske pozicije, bitno je tako formulirati ovaj princip da je moguće postaviti eksperiment, ili niz eksperimenata, koji će ga potvrditi ili opovrgnuti. Ajnštajnov princip ekvivalentnosti nije moguće proveriti jedinstvenim eksperimentom, međutim, sa sigurnošću ćemo moći da kažemo da on važi ukoliko se raznim eksperimentima potvrde sledeći fenomeni:

1. Slabi princip ekvivalencije
2. Ishod bilo kog lokalnog ne-gravitacionog eksperimenta je nezavistan od brzine slobodno-padajućeg sistema reference u kom se eksperiment izvodi (*Lokalna Lorencovska invarijantnost*)
3. Ishod bilo kog lokalnog ne-gravitacionog eksperimenta je nezavistan od toga gde se i kada u univerzumu taj eksperiment izvodi (*Lokalna poziciona invarijantnost*)

Ovde je najpre važno definisati pojam slobodno-padajućeg sistema reference. Jasno je da je reč o neineracionalnom sistemu reference, dakle o sistemu reference koji se kreće ubrzano. Međutim, gravitaciono ubrzanje nije analogno ubrzanjima koja su uzrokovana drugim vrstama interakcije zato što ne postoji takvo telo na koje gravitacija ne deluje, koje je neutralno za gravitaciju. Tako na primer, za ispitivanje nekog elektromagnetnog polja možemo pronaći elektroneutralno telo za koje ćemo vezati sistem reference, koji ćemo s pravom zvati inercialni, jer možemo tvrditi da ga elektromagnetno polje ne ubrzava. Ubrzanje svake naelektrisane čestice u tom polju biće ispravno izmereno u odnosu na ovako postavljen sistem reference i sistem koji bismo vezali sada za naelektrisanu česticu u tom polju bio bi neineracionalan, odnosno ubrzan. Pošto ne postoji takvo telo za koje bismo mogli vezati inercialni sistem reference u kom bismo ispitivali dejstvo gravitacionog polja na probnu česticu, neće biti moguće "objektivno" izmeriti ubrzanje te čestice koje nastaje usled polja. Zato svaki sistem reference koji se nalazi u gravitacionom polju nećemo zvati ubrzan, već da bismo избегli pojam ubrzanja koristimo termin *slobodni pad*.

Posebno je naglašeno da eksperimenti koji se ovde izvode moraju biti ne-gravitacioni jer se iz "... zakoni fizike se svode na one koji važe u Specijalnoj teoriji relativnosti" jasno vidi da Ajnštajnov princip ekvivalentnosti ne podrazumeva zakone gravitacije (STR se ne bavi

<sup>4</sup> Ajnštajn je u svom misaonom eksperimentu ilustrativno pokazao kako je univerzalnost slobodnog pada tesno vezana za ideju jednakosti trombe i teške mase: čovek u škrinji koja se ravnomerno ubrzano kreće tako što je "neko biće" kanapom vuče na gore veruje da je u gravitacionom polju što zaključuje na osnovu toga što tela koja ispušta padaju istom brzinom na pod škrinje, bez obzira na njihovu masu i druge karakteristike. Odavde neposredno sledi Ajnštajnova formulacija ovog principa

gravitacijom). Drugim rečima, pri sprovođenju pomenutih testova kojima bismo pokušavali da utvrdimo prisustvo spoljašnjeg gravitacionog polja u referentnom sistemu u kom se nalazimo, zabranjeno nam je da kao test-tela koristimo tela velike mase čiji bi sopstveni gravitacioni efekti došli do izražaja. Sledeće prirodno proširenje principa ekvivalentnosti, dakle treba da uključi i ovakve eksperimente.

Po *Jakom principu ekvivalentnosti* efekti svih fizičkih zakona, pa i onih vezanih za gravitaciju, biće isti bez obzira da li se odvijaju u sistemu reference koji se nalazi u spoljašnjem gravitacionom polju, ili u sistemu koji se ubrzano kreće. Dakle, posmatrani fenomen može podrazumevati ispitivanje ponašanja objekata toliko jakog gravitacionog polja da se ne može zanemariti uticaj tog polja na samo to telo. Princip zahteva da Gravitaciona konstanta bude ista bilo gde u svemiru, a time je nekompatibilan sa uvođenjem pete interakcije.

Bitno je razjasniti razliku između raznih principa zato što se različite teorije gravitacije razlikuju, između ostalog, po tome koji od ovih principa važi. Sve metričke teorije gravitacije podržavaju Ajnštajnov princip ekvivalencije, ali ne i jaki princip koji važi u Opštoj teoriji relativnosti. Teorije koje nastaju osamdesetih godina dvadesetog veka, koje pokušavaju da pomire kvantnu mehaniku i gravitaciju (kvantna gravitacija i teorije struna), dolaze u konflikt već i sa slabim principom ekvivalentnosti. U narednim odeljcima bavićemo se i eksperimentima koji ispituju domen Ajnštajnovog principa ekvivalencije. Ovakvim eksperimentima se direktno sukobljavaju Opšta teorija relativnosti sa jedne strane i nove nemetričke teorije polja s druge.

## 4.2 Slabi princip ekvivalentnosti (WEP)

Lorand Etvoš (Loránd Eötvös) je izumeo torzionu vagu uz pomoć koje se dokaz slabog principa ekvivalentnosti može izvršiti do izuzetne tačnosti. On je prvi put izveo ovaj eksperiment još 1889. godine, znatno pre postavke Ajnštajnovih teorija relativnosti. Mnoga istraživanja novijeg datuma slabog principa ekvivalentnosti se takođe svode na originalni Etvošov eksperiment.<sup>5</sup>

Ukupna masa nekog tela se može, imajući u vidu ekvivalenciju mase i energije, izraziti kao suma raznih doprinosa toj masi (masa/energija mirovanja, energija elektromagnetne interakcije, energija slabe interakcije, energija jake interakcije...). Ovo bi trebalo da važi i za tromu i za tešku masu na jednak način. Ukoliko bi se uočila nekakva razlika u ovim masama, ta razlika bi se mogla pripisati različitom doprinosu nekih od ovih energija:

$$m_G = m_I + \sum_A \frac{\eta^A E^A}{c^2} \quad (35)$$

$m_G$  i  $m_I$  su teška i troma masa, respektivno,  $\eta^A$  je Etvošov parametar za svaki od doprinosa masi, a  $E^A$  je unutrašnja energija koja potiče od A-tog doprinosa. Kada bi se jednačina (35) podelila sa  $m_I$  dobio bi se odnos dve mase. Razlika ovakvih odnosa primenjenih na dva tela različitih struktura je veličina koja ilustruje odstupanje od principa ekvivalencije i naziva se *Etvošov parametar*:

<sup>5</sup> Torziona vaga koju je Etvoš koristio prilikom izvođenja svog eksperimenta 1889. godine sastojala se od dve kugle različitih masa postavljenih na suprotne krajeve štapa koji je bio obešen za tanki konac. Ogledalo koje je bilo zakačeno za štap je reflektovalo svetlost koja do njega dolazi ka malom teleskopu. Čak i najmanje promene u smislu rotacije štapa prouzrokovale bi skretanje svetlosti, što bi bilo uočljivo zahvaljujući uveličanju teleskopa. Posmatrano iz Zemljinog neinercijalnog (uzima se u obzir rotacija Zemlje) sistema reference, osnovne dve sile koje su ovde od značaja i koje deluju na ove dve kugle osim sile zategnutosti konca su sila gravitacije (figuriše teška masa) i centrifugalna sila (figuriše troma masa) koja potiče od zemljine rotacije. Osnovna ideja eksperimenta je u tome da ako troma i teška masa nisu ekvivalentne, sistem neće uspostaviti ravnotežu, pa će se vremenom štap zarotirati. Ukoliko važi slabi princip ekvivalencije, sistem će vremenom u zemljinom referentnom sistemu uspostaviti ravnotežu, tj vektorska suma svih sila u sistemu biće jednaka nuli i teleskop neće beležiti nikakve promene.

$$\eta = \left[ \frac{m_G}{m_I} \right]_1 - \left[ \frac{m_G}{m_I} \right]_2 = \sum_A \frac{\eta^A E^A}{c^2} \quad (36)$$

Alternativna verzija eksperimenta je direktni test univerzalnosti slobodnog pada (Galilejevski, ispuštanjem masa) koji se svodi na merenje razlike u ubrzanju dva tela. Ukoliko se takva razlika uoči, princip ekvivalencije je narušen. Odnos razlike u ubrzanjima dva tela  $\Delta a$  i aritmetičke sredine tih ubrzanja (*vodećeg ubrzanja*)  $a$  daje opet Eötvös-ov parametar koji se i definiše na ovaj način:

$$\eta \equiv \frac{\Delta a}{a} = \frac{2(a_1 - a_2)}{a_1 + a_2} \quad (37)$$

Iz (37) se jasno vidi da će test univerzalnosti slobodnog pada biti osetljiviji za veća ubrzanja. Pri izvođenju eksperimenta Galilejevskog tipa, vodeće ubrzanje je Zemljino gravitaciono ubrzanje duž lokalne vertikale (oko  $9,81m/s^2$ ). Ako se princip ekvivalentnosti dokazuje pomoću torzione vage, vodeće ubrzanje je horizontalna komponenta gravitacionog ubrzanja Zemlje, odnosno centripetalno ubrzanje usled Zemljine rotacije i iznosi oko  $0,017m/s^2$  a usmereno je duž pravca sever-jug u lokalnoj horizontalnoj ravni. Ukoliko se za referentno polje uzima gravitaciono polje Sunca, vektor ubrzanja je postavljen u horizontalnu ravan sa komponentama u pravcima istok-zapad i sever-jug i ono iznosi oko  $0,006m/s^2$ . Nasuprot tome što je gravitaciono ubrzanje Zemlje najveće od ponuđenih, prvi precizniji, i mnogi naredni testovi su bili izvođeni pomoću torzione vage. Razlog leži u tome što je vaga konstruisana tako da je merenje diferencijalno, za razliku od galilejevskih eksperimenata i što se eksperiment izvodi tokom dužeg vremena, pa će greška merenja vremena biti manja. Pri ovakvim eksperimentima, s obzirom na malo vodeće ubrzanje, treba uzeti u obzir eventualne smetnje, tj dodatne komponente ubrzanja u horizontalnoj ravni koje bi dolazile usled gravitacionog privlačenja okolnih većih planina. Takođe, što se tiče materijala od kojih će test-tela biti sastavljena, treba birati čvrsta tela, diamagnetike dobre električne provodljivosti kako bi se izbegla eventualna privlačenja usled prisustva magnetnog ili električnog polja. U tabeli je dat prikaz raznih eksperimenata potvrde slabog principa ekvivalentnosti koji su do sada izvršeni.

Godina	Eksperiment	Vodeće Ubrzanje	Materijali	$\eta$
1922	Lorand Etvoš	Zemlja $g_{\perp} = 0,017m/s^2$	Cu, Pt	$5 \cdot 10^{-9}$
1964	Prinston grupa	Sunce $g = 0,006m/s^2$	Au, Al	$10^{-11}$
1971	Moskovska grupa	Sunce $g = 0,006m/s^2$	Al, Pt	$10^{-12}$
1990	Etvoš grupa	Zemlja $g_{\perp} = 0,017m/s^2$	Be, Ti, Al	$10^{-13}$

Tabela 2. Dosadašnji testovi slabog principa ekvivalencije

Kao što se vidi iz tabele, svakim narednim eksperimentom je  $\eta$  bliže nuli, tj svaki naredni eksperiment bolje potvrđuje slabi princip ekvivalentnosti. Ovo se postiže poboljšavanjem mehanizma torzione vage koja se u eksperimentu koristi, mada i izborom atraktora i materijala od kojih su test tela sačinjena. Princeton grupa ima bolji rezultat od Etvošovog eksperimenta uprkos tome što je vodeće ubrzanje znatno manje. Razlog leži u tome što Zemljina revolucija obezbeđuje stabilnije kretanje od Zemljine rotacije oko svoje ose, što je vreme izvođenja eksperimenta duže i što su zanemarljivi eventualni ometajući uticaji. Svi dosadašnji eksperimenti su rađeni u laboratorijama na površini Zemlje, a kao vodeće ubrzanje koristilo se centripetalno ubrzanje Zemlje usled rotacije ili usled revolucije oko Sunca. Kada bi se postavio eksperiment u nisku Zemljinu orbitu bilo bi moguće za vodeće ubrzanje iskoristiti daleko veće Zemljino gravitaciono ubrzanje, što

bi moglo da popravi Etvošov parametar za do tri reda veličine. Na ovoj ideji se zasnivaju budući eksperimenti. Za 2015 godinu je planirano lansiranje prvog ovakvog satelita, a u planu su i mnogi drugi eksperimenti, što u orbiti, što na Zemlji. Neki od predloženih eksperimenata, radi još veće preciznosti koju bi torzionom vagom čak i u orbiti bilo nemoguće postići, uvode sasvim nove metode provere principa ekvivalentnosti. Pregled najavljenih eksperimenata dat je u sledećoj tabeli.

Naziv eksperimenta	Očekivano $\eta$
MicroSCOPE	$10^{-15}$
POEM	$10^{-16}$
QuITE	$10^{-16}$
I.C.E.	$10^{-16}$
Galileo Galilei	$10^{-17}$
STUF	$10^{-17}$
STEP	$10^{-18}$

Tabela 3. Testovi slabog principa ekvivalencije koji su u planu.

Većina od predloženih eksperimenata jesu eksperimenti koji bi se odigrali u svemirskoj letilici na niskoj orbiti oko Zemlje. Ovakvo okruženje ima brojne prednosti u odnosu na laboratorijske uslove na Zemlji, zahvaljujući kojima se i predviđaju rezultati navedeni u tabeli 3:

- Pre svega, gravitaciono ubrzanje je veće za tri reda veličine ( $9,81 \text{ m/s}^2$  naspram  $0,017 \text{ m/s}^2$ );
- Zatim uslovi bestežinskog stanja omogućavaju da test mase budu vrlo slabo međusobno vezane, čime se postiže izuzetna osetljivost pri merenju difrencijalnih efekata;
- U svemiru je postavka eksperimenta u najvećoj mogućoj meri izolovana od okolnih smetnji koje predstavljaju veliki problem kod zemaljskih laboratorija;
- Postoji mogućnost sinhronizacije rotacije satelita (laboratorije) sa rotacijom aparature, što se pokazalo korisnim kod eksperimenata zasnovanih na torzionoj vagi koja rotira.

Rezultati svih navedenih dosadašnjih testova se umnogome mogu smatrati pozitivnim, jer je do sada najbolji rezultat  $\approx 10^{-13}$  vrlo malo odstupanje od nule. Međutim, postoje teorije koje i sa ovim rezultatom još uvek ugrožavaju Opštu teoriju relativnosti (sa njom i ostale metričke teorije) kao dominantnu među teorijama gravitacije. Takve teorije predlažu postojanje pete interakcije koja bi bila kratkog dometa, jačine oko 1% jačine gravitacione interakcije čiji bi se efekti osetili pri većoj preciznosti eksperimenta. Radi bolje ilustracije, u daljem tekstu će biti predstavljeni neki od gore spomenutih eksperimenata.

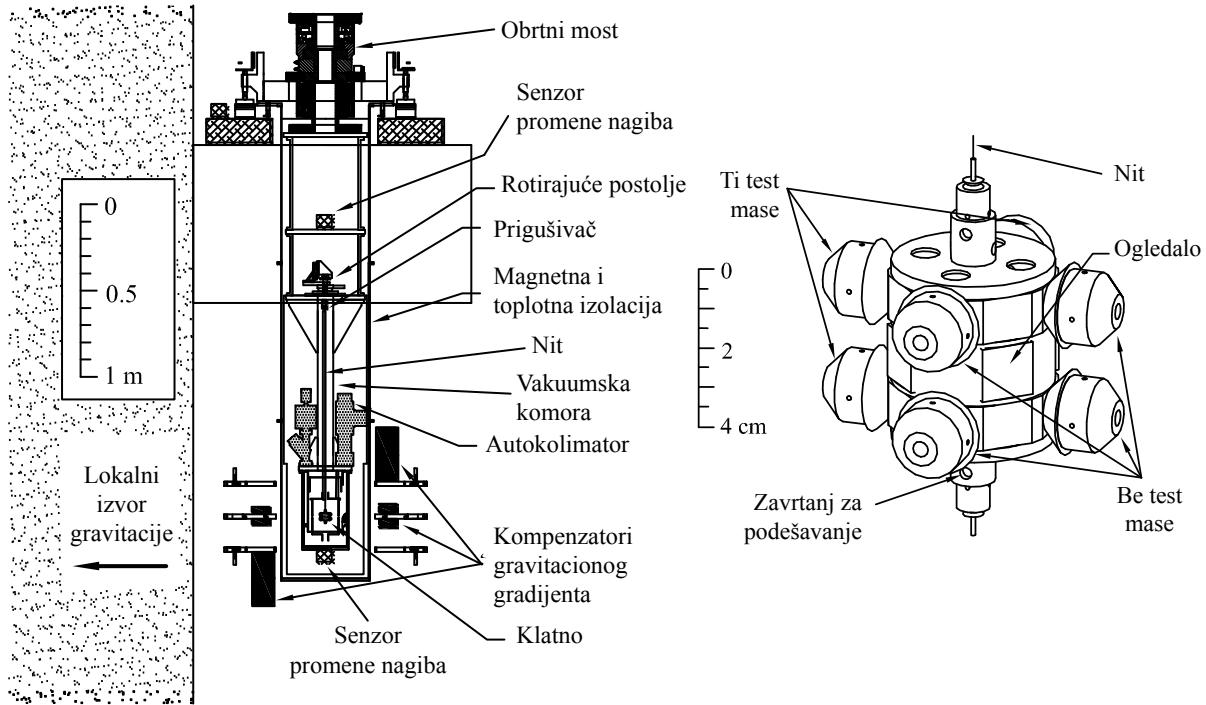
### Etvoš grupa

Za najnovije testove Etvoš grupe (2008 godine) korišćena je torziona klatno smešteno u vakuumsku komoru (slika 5). Komora je okačena za obrtni most koji rotira konstantnom brzinom sa periodom od oko 20 minuta. Osa rotacije se održava u vertikalnom položaju sa odstupanjem od par nanometara pomoću sistema za kontrolu nagiba. Autokolimator rotira zajedno sa klatnom i neprekidno šalje svetlosni signal ka ogledalu. Postoji četiri ogledala na klatnu koja omogućavaju merenja pri četiri različite orijentacije klatna, kako bi se signal koji potiče od vodećeg ubrzanja mogao razdvojiti od smetnji prouzrokovanih malim neuniformnostima u brzini okretanja obrtnog mosta.

Klatno poseduje osu simetrije četvrtog reda i horizontalnu ogledalsku ravan, što za posledicu ima smanjen unutrašnji moment inercije kao i gravitacioni uticaj okolnog reljefa. Za klatno je pričvršćeno osam cilindričnih test-masa i to četiri sačinjena od berilijuma (Be), i po četiri od

aluminijuma (Al), odnosno od titanijuma (Ti), dakle moguće je sačiniti dva različita strukturna dipola (Be-Ti i Be-Al). Test-tela od gušćih materijala su izdubljena, kako bi teške mase svih test-masa bile jednake.

Za obrtni most je zakačen optički čitač uglova, a rotacija se reguliše pomoću digitalne povratne sprege koja generiše rotirajuće magnetno polje koje dalje prenosi obrtnu silu na koaksijalni bakarni cilindar pričvršćen direktno za rotor obrtnog mosta.



Slika 5. Na slici levo je poprečni presek aparature, a na slici desno crtež same torzione vage

Sakupljeni su podaci eksperimenata koji su u kontinuitetu trajali po 75 (Be-Ti dipoli) i 96 (Be-Al dipoli) dana i na osnovu njih dobijeni su sledeći rezultati:

$$\left. \begin{aligned} a_N(Be) - a_N(Ti) &= (+0,6 \pm 3,1) \cdot 10^{-15} \text{ m/s}^2 \\ a_W(Be) - a_W(Ti) &= (-2,5 \pm 3,5) \cdot 10^{-15} \text{ m/s}^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \eta_{\oplus}(Be, Ti) = (+0,3 \pm 1,8) \cdot 10^{-13} \quad (38)$$

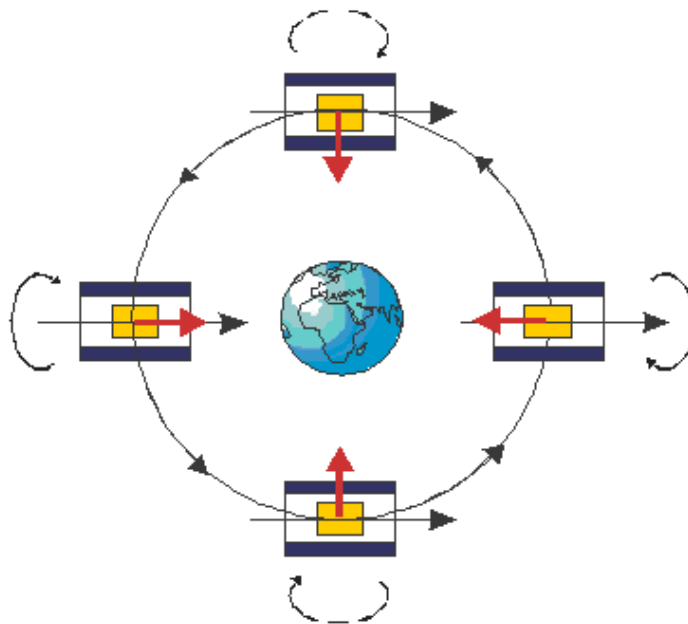
$$\left. \begin{aligned} a_N(Be) - a_N(Al) &= (-2,6 \pm 2,5) \cdot 10^{-15} \text{ m/s}^2 \\ a_W(Be) - a_W(Al) &= (+0,7 \pm 2,5) \cdot 10^{-15} \text{ m/s}^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \eta_{\oplus}(Be, Al) = (-1,5 \pm 1,5) \cdot 10^{-13} \quad (39)$$

Indeksi N i W označavaju pravce severa i zapada, respektivno.

### **MICROScope**

Prva odobrena misija za testiranje principa ekvivalencije u svemiru je Microscope svemirska misija (**MICRO**Satellite pour l'**O**bservation du **P**rincipe d'**E**quivalence). Prvobitno je lansiranje satelita bilo planirano za 2004, pa zatim za 2010. godinu. Trenutno se lansiranje planira u aprilu 2015. godine, a očekuje se tačnost merenja od oko  $10^{-15}$ . Ova preciznost je omogućena zahvaljujući najnovijim elektrostatičkim akcelorometrima proizvedenim za potrebe svemirskih istraživanja,

koji postižu veliku osjetljivost na sobnoj temperaturi. Takođe, istraživanja u oblasti geodezije s kraja dvadesetog veka u mnogome su doprinela detaljnom mapiranju jačine zemljinog gravitacionog polja izraženog preko redova sfernih harmonika kao i preciznijem izračunavanju Zemljine orbite. Mikrosateliti, kakav je planiran u svrhu ove misije, imaju masu manju od 120 kg i mogu da nose tovar od 40 kg, odnosno 50 litara.



Slika 6. Koncept Microscope misije: Elektrostatička sila se precizno meri duž rotirajuće komore.

Za ovaj eksperiment koristi se Zemljino gravitaciono polje i posmatra se slobodni pad dva tela sačinjena od različitih materijala (Galilejevski tip eksperimenta). Bitno je da su oba tela potčinjena potpuno istoj jačini gravitacionog polja. Kontrolisano elektrostatičko polje primorava tela da ostanu na istoj orbiti. Svako narušavanje ovako postavljene geometrije sistema daje osnovu za sumnju u narušavanje principa ekvivalencije.

Prikupljanje podataka može trajati danima i nedeljama zahvaljujući slabijem gravitacionom polju u orbiti. Rotacija referentnog sistema eksperimenta u odnosu na referenti sistem Zemljinog gravitacionog polja takođe pomaže u razdvajanju eventualnog narušavanja principa ekvivalencije od šumova prouzrokovanih nesavršenostima instrumenata ili okolinom. Razmatra se da frekvencija rotacije bude reda veličine  $10^{-3}$  Hz sa pažljivo odabranim fazama u odnosu na položaj satelita duž orbite.

Lansirani satelit bi sa sobom nosio u orbitu dva poprilično identična instrumenta svaki od kojih sadrži po dve koncentrične test mase. U prvom instrumentu bi bile jednake mase sačinjene od istog materijala (kontrolni eksperiment), a u drugom iste test mase sačinjene od različitih materijala. Kako bi se što je moguće više umanjila sistematska greška, logika eksperimenta se oslanja na duplo poređenje izlaza iz dva para elektrostatičkih akcelerometara čije su inercijalne mase – test mase.

Što se tiče izbora materijala, najverovatniji kandidati su platina i titanijum. Masa tela varira između 0,4 kg i 1,7 kg.

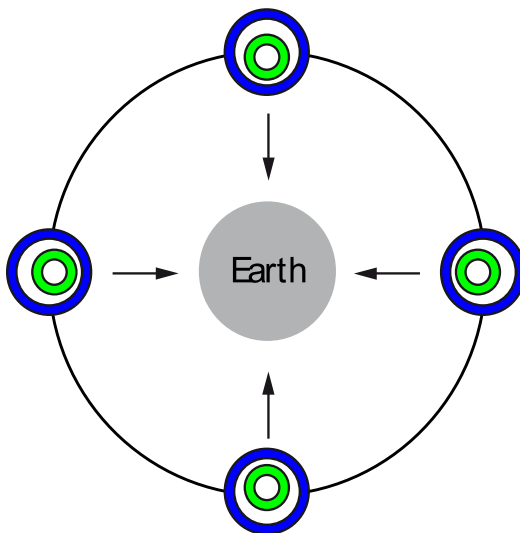
Očekivani uspeh ove misije će svakako otvoriti put novim istraživanjima.

### **Galileo Galilei**

GG je svemirski projekat za mali satelit koji bi bio lansiran u nisku Zemljinu orbitu da bi testirao princip ekvivalencije do tačnosti od  $10^{-17}$ . Ovo bi popravilo dosadašnje rezultate za četiri reda veličine.

Test mase su koncentrični šuplji cilindri (svaki od po 10 kg) koji rotiraju velikom brzinom oko svoje ose simetrije. Zahvaljujući izboru ovako velikih test masa omogućeno je postizanje visoke tačnosti mernih instrumenata već na sobnoj temperaturi, jer je termalni šum manji što su mase veće. Izborom cilindrične simetrije korotirajućeg sistema postižu se visoke frekvencije bez dodatnog pogona. Odgovarajuće prirodne frekvencije rotacije su mnogo manje od frekvencije rotacije aparature, što se naziva “*superkritična rotacija*”. Slabo vezane test mase su veoma osetljive na diferencijalne sile kakva bi bila sila koja nastaje usled narušavanja principa ekvivalencije. S obzirom da sistem brzo rotira, diferencijalni signal se može modulirati na visoku frekvenciju, što dodatno umanjuje mogućnost greške.

Na slici 7. je prikazan presek u ravni normalnoj na osu rotacije i simetrije sistema koji čine spoljašnji i unutrašnji test cilindar. Cilindri su različitog sastava i međusobno slabo vezani u ravni i kreću se unutar satelita na orbiti oko Zemlje. Centri masa su na slici prikazani u slučaju narušavanja principa ekvivalencije i ne poklapaju se.



Slika 7. Signal narušavanja Principa ekvivalencije na Galileju duž orbite.

Eksperiment se izvodi na sobnoj temperaturi, a veliki ugaoni momenat omogućava visoku stabilnost ose rotacije, pa nije potrebna dodatna kontrola položaja.

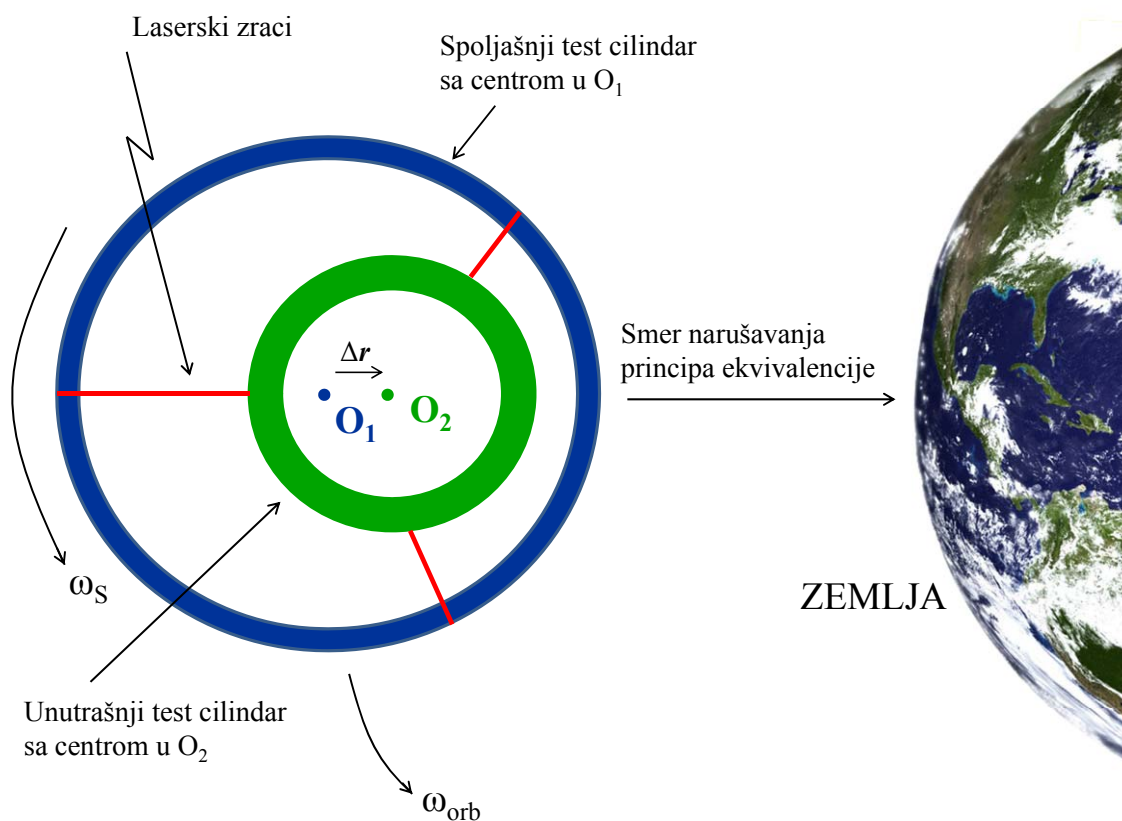
Ukoliko bi Princip ekvivalencije bio narušen, došlo bi do pomeraja centara masa. Vektor pomeraja  $\Delta r$  je usmeren ka centru Zemlje, a njegov intenzitet zavisi od krutosti veze u sistemu. Ovo mehaničko pomeranje se dalje transformiše u signal električnog potencijala zahvaljujući sistemu za očitavanje podataka koji je lociran na pola puta između cilindara. Kako se ploče tog sistema rotiraju zajedno sa čitavom postavkom, očekivani signal se modulira u frekvenciji rotacije (trenutno najverovatnije 1 Hz). U originalnom Etvošovom eksperimentu signal je bio u formi jednosmerne struje i nije bilo moduliranja frekvencije.



GG je izabran od strane Italijanske svemirske agencije (ASI) u okviru njihovog malog svemirskog programa 1997. godine. Najbolja orbita za eksperiment je skoro ekvatorijalna (mala visina, mali ekcentricitet).

Prototip čitave postavke GG svemirskog eksperimenta je napravljen i isproban u laboratorijskim uslovima u okviru zemaljskog (Ground) Galileo Galilei eksperimenta (GGG)

Sa slike 8. se može videti da su test cilindri osetljivi u ravni normalnoj na osu rotacije, a ne duž ove ose, što je između ostalog ono što izdvaja ovu misiju od konkurentnih projekata Microscope i STEP. Ovakva postavka garantuje održavanje relativne pozicije ravnoteže test masa u uslovima brze rotacije.



Slika 8. Ilustracija postavke eksperimenta GG misije.

### **STEP**

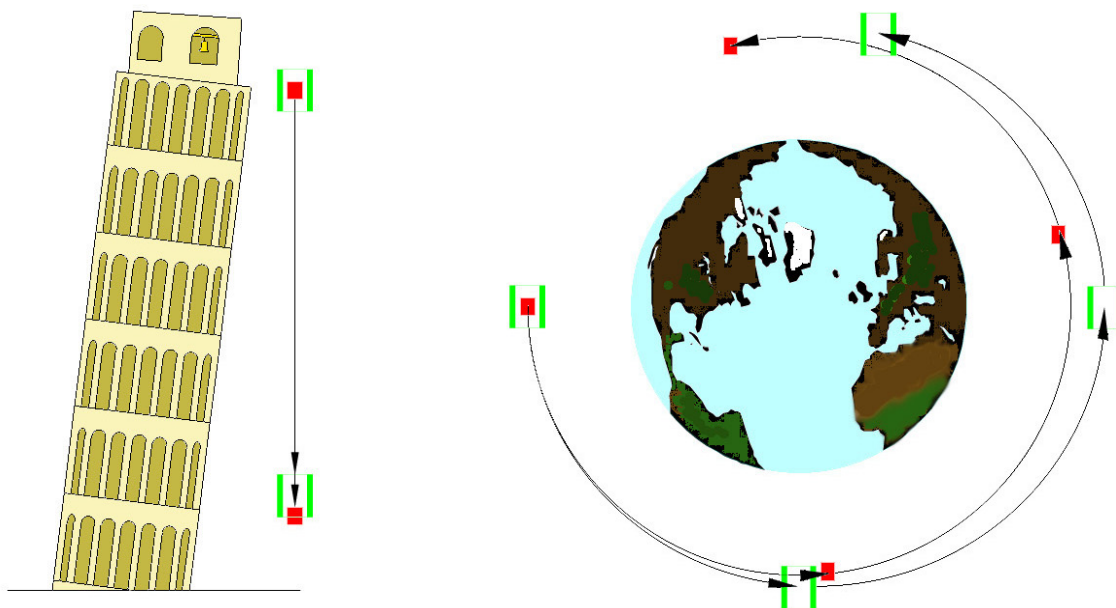
Satellite Test of the Equivalence Principle (STEP) je zajednički Američko – Evropski projekat za testiranje principa ekvivalencije. Očekivana tačnost merenja ovog eksperimenta je reda veličine čak  $10^{-18}$ , što je najveća preciznost među svim eksperimentima koji su trenutno u fazi razvoja. Ako bi rezultati i ovog eksperimenta pokazali da jednakost tromе i teške mase važi, to bi značilo veliki kamen spoticanja za mnoge teorije koje pretenduju da “obore” Opštu teoriju relativnosti, dok bi eventualni pozitivni rezultat doprineo otkrivanju pete interakcije.

STEP će uporediti ubrzanja četiri para test masa u Zemljinoj orbiti. Planirano je da slobodno – plutajuće test mase budu izolovane od spoljašnjih uticaja unutar kriogene komore obložene superprovodljivim štitom i ultra-visokim vakuumom. Ubrzanja će se meriti superprovodnim

kolima uz pomoć kvantnog inerferometra (SQUID) kako bi se postigla što veća osetljivost. Komora je unutrašnji deo složenog satelita u kom je pomoću proporcionalnih potiskivača omogućeno da test mase uvek zauzimaju centralnu poziciju. Ovom tehnikom su poremećaji u vidu nisko-frekventnih ubrzanja usled vazdušnog pritiska, magnetnog polja i solarnog pritiska svedeni na minimum. Poremećaji usled gravitacionog gradijenta su onemogućeni pravilnim postavljanjem test masa u centar sistema. Planirano je da se satelit kreće u orbiti vrlo bliskoj kružnoj i sinhrono sa Suncem, kako bi se umanjile temperaturne razlike tokom putanje. Najoptimalnija visina je oko 550 km.

Zahvaljujući tome što se pri ovom eksperimentu koristi puno Zemljino gravitaciono ubrzanje, mase su u stanju slobodnog pada mnogo duže nego što bi to moglo da se uradi bilo gde na Zemlji. Za razliku od slobodnog pada sa tornja na Zemlji, slobodni pad u ovakvom okruženju kakvo se pravi na STEP satelitu traje u nedogled. Bilo kakva eventualna razlika u ubrzanjima koja bi predstavljala narušavanje principa ekvivalencije može da prouzrokuje pomeranje masa jedne u odnosu na drugu koje može biti merljivo zahvaljujući vremenskom periodu od čak više hiljada sekundi.

Cilindrična geometrija problema se nameće kao najbolje rešenje jer se svako kretanje van relevantnog pravca i smera valja onemogućiti.



Slika 9. Ilustracija slobodnog pada na Zemlji (slika levo) i u Zemljinoj orbiti pri STEP misiji (slika desno)

### 4.3 Jaki princip ekvivalentnosti

Kao što je ranije rečeno, *Jaki princip ekvivalentnosti* podrazumeva da efekti svih fizičkih zakona, pa i onih vezanih za gravitaciju, budu isti bez obzira da li se odvijaju u sistemu reference koji se nalazi u spoljašnjem gravitacionom polju, ili u sistemu koji se ubrzano kreće. Princip zahteva nepromenljivost gravitacione konstante, pa ispitivanje ovoga može biti jedan od načina eksperimentalne potvrde jakog principa ekvivalentnosti.

Odnos tromе i teške mase i ovde mora da važi i određen je jednačinom:

$$\left[ \frac{m_G}{m_I} \right]_{SEP} = 1 + \eta \left( \frac{E}{mc^2} \right) \quad (40)$$

$\eta$  pretstavlja Etvošov parametar. Ovaj parametar može biti izražen i preko PPN<sup>6</sup>- parametara:

$$\eta = 4\beta - \gamma - 3$$

Ošta teorija relativnosti predviđa za vrednosti PPN parametara  $\beta = \gamma = 1$ , pa je očekivana vrednost Etvošovog parametra  $\eta = 0$ .

Veličina  $E$  iz (40) je sopstvena gravitaciona energija koja opisuje gravitacioni doprinos nekog test-tela spoljašnjem gravitacionom polju i negativnog je predznaka. Za idealizovan slučaj tela sfernog oblika i uniformne gustine, ova energija je data sa:

$$\frac{E}{mc^2} = -\frac{3Gm}{5Rc^2}$$

$G$  je gravitaciona konstanta,  $R$  je poluprečnik sfere

Za tela koja je moguće koristiti u laboratorijskim eksperimentima vrednost ova energija je reda veličine  $10^{-25}$ , a s obzirom da do danas najpreciznija merenja dolaze tek do tačnosti od  $10^{-13}$ , ovaj doprinos ukupnom gravitacionom polju nije potrebno uzeti u obzir, pa se ispitivanje principa ekvivalencije svodi na jednakost tromе i teške mase. Međutim kada bismo ispitivali princip ekvivalencije pri međusobnom delovanju tela astronomskih masa, ovaj efekat se ne bi smeo zanemariti.  $\left( \frac{E}{mc^2} \right)_{\odot} \sim -3,52 \cdot 10^{-6}$  za Sunce i  $\left( \frac{E}{mc^2} \right)_{\oplus} = 4,6 \cdot 10^{-10}$  za Zemlju

Da bi smo ilustrovali jaki princip ekvivalencije, zamislićemo da se Zemljina sopstvena gravitaciona energija ne pokorava jakom principu ekvivalencije. Drugim rečima, ne dobijaju se iste vrednosti za tromu i tešku masu i Zemlja i Mesec ne ubrzavaju jednako ka Suncu kao što bi to činila tela istog sastava a laboratorijskih masa. Ako dalje pretpostavimo da postoji očekivani doprinos Zemljine sopstvene gravitacije za tešku masu a da taj doprinos potpuno izostaje u slučaju tromе mase, za rezultat bi smo imali dodatno ubrzanje Zemlje ka Suncu u odnosu na Mesec s obzirem na to da se Mesečeva sopstvene gravitacije može zanemariti.

Trenutno je sistem Zemlja, Mesec, Sunce najpogodnija pozornica za ispitivanje jakog principa ekvivalentnosti.

### ***Lunar Laser Ranging (LLR)***

LLR je eksperiment koji traje već decenijama. Osnovna svrha mu je precizno određivanje mesečeve orbite, što se postiže merenjem vremena od puštanja svetlosnog signala poslatog ka reflektoru postavljenom na Mesecu do vraćanja tog signala na Zemlju.

Prilikom misije Apollo 11 na površinu Meseca je postavljen prvi retroreflektor, a zatim su postavljena još dva za vreme misija Apollo 14 i Apollo 15. Na površini meseca su i francuski retroreflektori postavljeni prilikom sovjetskih misija Luna17 i Luna 21.

<sup>6</sup> Parametrizovani Post-Njutnovski (PPN) formalizam je matematički aparat kojim je opisano kretanje nebeskih tela u uslovima slabih polja kada se može primeniti Njutnovska aproksimacija. Ovaj formalizam je primenljiv u raznim metričkim teorijama gravitacije s tim da sami parametri imaju različite vrednosti u svakoj od teorija, pa se određivanjem ovih parametara eksperimentalno proveravaju ovakve teorije.



Slika 10.

Na osnovu podataka prikupljenih u periodu od 1970-1975 godine došlo se do preciznosti od 25 cm, što je znatno poboljšano do 1984 (preciznost od 12-16 cm), nakon čega je zahvaljujući **McDonald Laser Ranging Sistemu (MLRS)** do kraja osamdesetih godina prošlog veka, preciznost povećana na 3 cm. 1990 se i francuski LLR sistem uključio u projekat sa observatorije na Obali Slonovače. Najdalja preciznost do koje se došlo je 2 cm.

Dosadašnja LLR merenja su doprinela širokom opsegu naučnih istraživanja. Danas se Lunarne efemeride prave isključivo na osnovu ovih podataka, a značajnu ulogu imaju i u preciznom određivanju Zemljinog položaja i precesije. Na polju fundamentalne nauke, najznačajniji doprinos imaju u testiranju jakog principa ekvivalencije. LLR je zapravo trenutno jedino sredstvo za testiranje jakog principa. Ovde su Zemlja i Mesec test-objekti u gravitacionom polju Sunca. LLR konkretno ima za zadatak da utvrdi da li tj. do koje tačnosti gravitaciono ubrzanje Sunca jednako deluje na Zemlju i Mesec uprkos njihovom različitom sastavu (ovim bi bio potvrđen slabi princip) i s obzirom na doprinos sopstvene gravitacije Zemlje ukupnom gravitacionom polju (doprinos jakog principa ekvivalencije). Ukoliko bi jaki princip bio narušen, Zemlja i Mesec bi imala različita ubrzanja ka Suncu, što bi se sa Zemlje detektovalo kao poremećaj Mesečeve orbite. Amplituda poremećaja se može grubo proceniti na sledeći način:

$$\left( \frac{E}{mc^2} \right)_{\otimes} \cdot r_{\otimes} = 5 \cdot 10^{-10} \cdot 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m} = 75 \text{ m}$$

Na osnovu podataka dobijenih sa LLR se već zna da mesečeva orbita nije pomerena do tačnosti od 5 mm zahvaljujući tačnosti sirovih podataka od 2-3 cm. Ovim je Jaki princip ekvivalentnosti potvrđen do tačnosti od  $5 \cdot 10^{-4}$ .

Na osnovu podataka dobijenih ovim eksperimentom, moguće je meriti promenljivost gravitacione konstante u vremenu sa najvećom preciznošću do sada, a kao još jednu potvrdu OTR, imamo de Sitterovog<sup>7</sup> efekat koji je eksperimentalno potvrđen opet na osnovu LLR podataka 1988. godine.

**Apache Point Lunar Laser-rangng Operation (APOLLO)** projekat koji je u fazi razvoja bi trebalo da znatno popravi dosadašnje rezultate LLR merenja:

- Slabi princip ekvivalencije do  $10^{-14}$
- Jaki princip ekvivalencije do  $10^{-5}$
- de Sitterovu precesiju do  $10^{-4}$
- vremensku promenljivost gravitacione konstante do  $10^{-13}$  godišnje

---

<sup>7</sup>De Sitterov efekat (de Sitterova precesija, geodetska precesija ili geodetski efekat) je relativistički doprinos precesiji. Ovaj efekat za sistem Zemlja – Mesec – Sunce je predvideo Willem de Sitter 1916. godine.

## 5. Zaključak

Zahvaljujući najnovijim tehnološkim dostignućima, buduće eksperimentalne postavke, od kojih su najznačajnije pomenute u ovom radu, biće u mogućnosti da testiraju princip ekvivalencije 3 do 5 redova veličine preciznije nego što je to do sada postignuto. Ovaj napredak u preciznosti je od posebnog značaja imajući u vidu da neke alternativne teorije Opštoj teoriji relativnosti, baš u tom opsegu predviđaju njeno narušavanje u vidu postojanja pete fundamentalne sile u prirodi. Ukoliko rezultat i ovih eksperimenata bude negativan (tj. ne utvrdi se razlika između trome i teške mase), Ajnštajnova teorija gravitacije će još dugo ostati neprikosnovena među konkurentnim teorijama. Ostaje i dalje problem kvantizacije gravitacije u cilju pronalaženja „teorije svega“, ali, treba imati u vidu da, u praktičnom pogledu, Opšta teorija relativnosti uz Standardni model čestica daje odlične rezultate.

Svi dosadašnji testovi bez sumnje potvrđuju Opštu teoriju relativnosti kao apsolutno važeću teoriju gravitacije u svom domenu.

## Literatura

1. Slava G. Turyshev. *Experimental Tests of General Relativity: Recent Progress and Future Directions*. Usp.Fiz.Nauk **179**, 3034, (2009). arXiv:0809.3730v2 [gr-qc]
2. Clifford M. Will. *The Confrontation between General Relativity and Experiment*. Living Rev. Relativity **9**, (2006). Available at: <http://www.livingreviews.org/lrr-2006-3>
3. Milan Pantić, *Uvod u Ajnštajnovu teoriju gravitacije*. Prirodno-matematički fakultet u Novom Sadu, Novi Sad, (2005).
4. *Einsteinova opća teorija relativnosti*. Priredio Gerald E. Tauber. Globus/Zagreb, (1984).
5. Albert Ajnštajn. *Moja teorija*. STYLOS, Novi Sad, (1998).
6. E.G. Adelberger, J.H. Gundlach, B.R. Heckel, S. Hoedl and S. Schlamminger. *Torsion balance experiments: A low-energy frontier of particle physics*. Progress in Particle and Nuclear Physics, **62**, (2009), ISSN 0146-6410 (<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0146641008000720>)
7. Pierre Touboul and Manuel Rodrigues. *The MICROSCOPE space mission*. Class. Quantum Grav. **18**, (2001). Available at: [www.iop.org/Journals/cq](http://www.iop.org/Journals/cq)
8. Anna M. Nobili, Gian Luca Comandi, Raffaello Pegna, Donato Bramanti, Suresh Doravari, Francesco MacCarone and David M. Lucchesi. *Testing the weak equivalence principle*. Proceedings of the International Astronomical Union, **5**, (2009) pp 390-401 doi:10.1017/S1743921309990688
9. Internet prezentacija STEP misije: <http://einstein.stanford.edu/STEP/>
10. Battat, J. B. R.; Murphy, T. W., Jr.; Adelberger, E. G.; Gillespie, B.; Hoyle, C. D.; McMillan, R. J.; Michelsen, E. L.; Nordtvedt, K.; Orin, A. E.; Stubbs, C. W. and Swanson, H. E. *The Apache Point Observatory Lunar Laser-ranging Operation (APOLLO): Two Years of Millimeter-Precision Measurements of the Earth-Moon Range*. Publications of the Astronomical Society of the Pacific, **121**, p. 29-40 (2009) (PASP Homepage)

## Biografija

Tijana Ranđelović, devojčako Miljković, rođena 20.02.1983. u Novom Sadu. Osnovnu školu pohađala u Sremskim Karlovcima, a gimnaziju “Jovan Jovanović-Zmaj” u Novom Sadu završila 2002. god. Godine 2004. upisala prvu godinu PMF, odsek za fiziku, smer Astronomija (sa astrofizikom). Majka jednogodišnjeg Dimitrija Ranđelovića.





UNIVERZITET U NOVOM SADU  
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET

KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA

*Redni broj:*

**RBR**

*Identifikacioni broj:*

**IBR**

*Tip dokumentacije:*

Monografska dokumentacija

**TD**

*Tip zapisa:*

Tekstualni štampani materijal

**TZ**

*Vrsta rada:*

Diplomski rad

**VR**

*Autor:*

Tijana Ranđelović

**AU**

*Mentor:*

Dr Milan Pantić

**MN**

*Naslov rada:*

Najnovije eksperimentalne provere Opšte teorije relativnosti

**NR**

*Jezik publikacije:*

srpski (latinica)

**JP**

*Jezik izvoda:*

srpski/engleski

**JI**

*Zemlja publikovanja:*

Srbija i Crna Gora

**ZP**

*Uže geografsko područje:*

Vojvodina

**UGP**

*Godina:*

2011

**GO**

*Izdavač:*

Autorski reprint

**IZ**

*Mesto i adresa:*

Prirodno-matematički fakultet, Trg Dositeja Obradovića 4, Novi Sad

**MA**

*Fizički opis rada:*

(5/30/10/3/8/0/0)

**FO**

*Naučna oblast:*

Fizika

**NO**

*Naučna disciplina:*

Opšta teorija relativnosti

**ND**

*Predmetna odrednica/ ključne reči:*

Princip ekvivalentnosti, slobodan pad, Eötvös-ov parametar

**PO**

**UDK**

*Čuva se:*

Biblioteka departmana za fiziku, PMF-a u Novom Sadu

**ČU**

*Važna napomena:*

nema

**VN**

*Izvod:*

Ovim radom dat je pregled istorijskih potvrda Opšte teorije relativnosti, kao i novijih istaživanja iz ove oblasti. Posebna pažnja obračena je na testiranje principa ekvivalencije.

**IZ**

*Datum prihvatanja teme od NN veća:*

**DP**

*Datum odbrane:*

**DO**

*Članovi komisije:*

**KO**

*Predsednik:*

Dr Milica Pavkov-Hrvojević, vanredni profesor

*član:*

Dr Tijana Prodanović, docent

*član:*

Dr Milan Pantić, redovni profesor

UNIVERSITY OF NOVI SAD  
FACULTY OF SCIENCE AND MATHEMATICS

KEY WORDS DOCUMENTATION

*Accession number:*

**ANO**

*Identification number:*

**INO**

*Document type:*

Monograph publication

**DT**

*Type of record:*

Textual printed material

**TR**

*Content code:*

Final paper

**CC**

*Author:*

Tijana Randelović

**AU**

*Mentor/comentor:*

Dr Milan Pantić

**MN**

*Title:*

Latest experimental tests of General theory of relativity

**TI**

*Language of text:*

Serbian (Latin)

**LT**

*Language of abstract:*

English

**LA**

*Country of publication:*

Serbia and Montenegro

**CP**

*Locality of publication:*

Vojvodina

**LP**

*Publication year:*

2011

**PY**

*Publisher:*

Author's reprint

**PU**

*Publication place:*

Faculty of Science and Mathematics, Trg Dositeja Obradovića 4, Novi Sad

**PP**

*Physical description:*

(5/30/10/3/8/0/0)

**PD**

*Scientific field:*

Physics

**SF**

*Scientific discipline:*

General theory of relativity

**SD**

*Subject/ Key words:*

Equivalence principle, free fall, Eötvös parameter

**SKW**

**UC**

*Holding data:*

Library of Department of Physics, Trg Dositeja Obradovića 4

**HD**

*Note:*

none

**N**

*Abstract:*

In this work, an overview of historical confirmations of General theory of relativity, as well as some new investigations in this field, is given. Special attention is on testing the equivalence principle.

**AB**

*Accepted by the Scientific Board:*

**ASB**

*Defended on:*

**DE**

*Thesis defend board:*

**DB**

*President:*

Dr Milica Pavkov-Hrvojević, associated professor

*Member:*

Dr Tijana Prodanović, assistant professor

*Member:*

Dr Milan Pantić, full professor