UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO-MATEMATIČKI
FAKULTET

Primena kvalitativnih metoda u fizici u osnovnoj školi

- master rad -

Mentor:
prof. dr Maja Stojanović

Kandidat:
Tatjana Cvejović

Novi Sad, 2015.

Sadržaj

1. UVOD

Mali je broj fizičkih problema koji se mogu tačno rešiti. Međutim, fizičari i primenjeni matematičari su razvili brojne kvalitativne metode za analizu fizičkih problema i dobijanje procene opsega njihovih rešenja.

Pet opštih principa je značajno za matematičke formulacije i rešenja skoro svih naučnih problema: konstrukcija modela, dimenziona analiza, problem simetrije, analitičke karakteristike fizičkih kvantiteta i metoda malih parametara.

U radu će biti opisana prva tri principa odnosno postupka za rešavanje naučnih problema:

1. Konstrukcija modela
2. Dimenziona analiza
3. Problem simetrije,

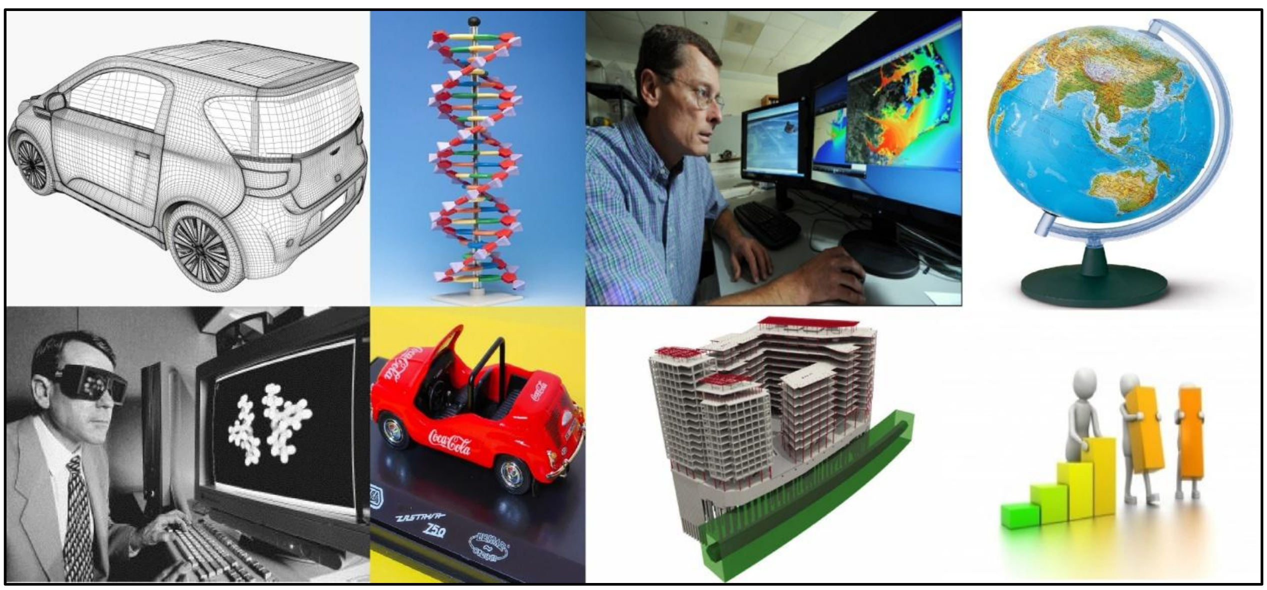
zato što je za razumevanje poslednja dva potrebno znanje matematičkog aparata i fizičkih zakona koji učenicima osnovnih škola nisu poznati.

Za sva tri principa biće dat teorijski uvod i primeri koji ilustruju njihovu primenu, naravno prateći nastavni plan i program fizike osnovnih škola.

2. MODELI

2.1 Potreba za konstrukcijom modela

U svim sferama čovekovog života susrećemo se sa modelovanjem. Modeli su široko rasprostranjni u nauci, tehnici, ekonomiji, psihologiji, umetnosti... U zavisnosti od oblasti primene mogu imati različito značenje, ali sa jednom svrhom: pronalaženja uticaja različitih parametara na ispitivani sistem. Primenjuju se za opisivanje osobina sistema ili pojava, ili kako bi objasnili ili predvideli njihovu suštinu. Naravno, sistem je prilikom ispitivanja zamenjen modelom, čija je svrha upravo eksperimentisanje zarad otkrivanja određenih naučnih činjenica. U zavisnosti od sličnosti modela sa ispitivanim sistemom dobićemo i odgovarajući rezultat. Veća sličnost pruža bolje rezultate, ali tom prilikom treba naročito obratiti pažnju na broj parametara i složenost veza među njima. U velikom broju slučajeva za opisivanje složenih veza između velikog broja parametara, potreban je izuzetno sofisticiran matematički aprat. Jednačine koje se dobiju primenom tog aparata, nisu uvek rešive, čak ni najsavremenijim računarima. Prema tome, treba uvek napraviti aproksimacije u skladu sa traženim rezultatima, odnosno videti kako se veze mogu pojednostaviti, a da rezultat ostane u prihvatljivim granicama.



Slika 1. Modeli u svakodnevnom životu

U skladu sa tim, osvrnućemo se na model koji je možda i najpoznatiji svim ljudima, svih uzrasta. Reč je o modelu automobila. Poznato je da dečaci od malih nogu dobijaju na poklon ove, možemo slobodno reći igračke, u kojima neretko primete sličnost sa “pravim” automobilima koje mogu videti na ulicama. Ovi autići svakako nemaju isti nivo detalja kao i “pravi” automobili, pa opet sasvim mala deca znaju da ih razlikuju i da primete koji od njih je nalik nekom “pravom” automobilu. To nam jasno govori da je model čak i uz određena pojednostavljenja veoma koristan za opisivanje određenog objekta, ili u fizici sistema ili pojave.

Međutim, postoje i sistemi, kao što je atomsko jezgro npr., za koje odgovarajući skup jednačina nije poznat, pa je najbolji pristup upravo konstrukcija modela i upoređivanje njegovih osobina sa nekim od osobina sistema. Naravno, izuzetno je bitno da model bude samoodrživ i da odgovara realnom sistemu što je moguće više. Nastoji se da se postojeći modeli poboljšavaju ili se konstruišu novi, pogodniji modeli. Teorijske modele u fizici analiziramo upotrebom matematičkog aparata, uz primenu adekvatnih fizičkih zakona. Dobijeni rezultati umnogome doprinose otkrivanju uzroka pojava i međusobne povezanosti pojava. Nije lako definisati pravila za konstrukciju modela, ali će kroz primere biti dati različiti pristupi ovom problemu.

Za predstavljanje sistema koriste se različiti modeli, kao što su:

1. Mentalni (misaoni)
2. Verbalni
3. Strukturni
4. Fizički
5. Analogni
6. Matematički
7. Računarski
8. Simulacioni itd.

Svaki od navedenih načina daje određenu vrstu objašnjenja modela i njegovih karakteristika. Često ih delimo na materijalne (model hemijske strukture molekula ili modela aviona) i simboličke modele (matematički, računarski itd.).

2.2 Mikroskopski i makroskopski pristup

U teorijskoj fizici se se primenjuju dva pristupa, mikroskopski i makroskopski koji dovode do različitih tipova modela. Kod mikroskopskog pristupa značajni su mikro parametri, koji se najčešće javljaju u vidu sila koje deluju između manjih objekata kao što su molekuli i atomi ili još manje čestice. Za opisivanje sistema pomoću makroskopskog pristupa te sile se usrednjavaju, što ovaj pristup svakako svodi na prosečan opis pojedinačnih interakcija.

Modeli mikroskopskih pojava i objekata obično su vrlo grube aproksimacije stvarnog stanja i zbog toga mogu da opišu predmet modeliranja samo delimično u to u jednom vrlo uskom segmentu. Za razliku od mikroskopskog pristupa koji opisuje atomske i međučestične interakcije, makroskopski pristup zanemaruje ove detalje i sistem opisuje u celosti. Činjenica je da promena mikroskopskih parametara dovodi do promene čitavog sistema. Znamo da su bolesti određenog organizma izazvane najpre promenama koje su izazvane na mikro nivou. Naime, bakterije i virusi izazivaju promene na nivou ćelije, a ove promene su pak vidljive na nivou celog organizma. Međutim, poznato je i da se promena jedne ćelije nekog organizma, koji se sastoji od milijardi ćelija, neće značajno odraziti na organizam u celini. Isto tako i promena jednog atoma nekog tela, koje se sastoji od velikog broja atoma, neće značajno uticati na strukturu niti na svojstva tog tela. Takoreći promenu možemo zanemariti. Upravo na ovaj način deluju makroskopski modeli. Oni zanemaruju interakcije na nivou mirkočestica, osim ukoliko ove promene nisu vidljive na nivou celog makro modela.

2.3 Modelovanje u fizici

Cilj modelovanja u nastavi fizike jeste da učenici steknu osnovna znanja vezana za različite modele kojima se opisuju fizički procesi, i da se osposobe za prepoznavanje, izgradnju i primenu ovih modela. Učenici treba da steknu osnovu za nastavljanje obrazovanja na višim školama i fakultetima, na kojima su problemi modeliranja različitih (pre svega fizičkih) procesa važan deo izučavanja prirodno-naučnih i tehničko-tehnoloških disciplina.

Učenicima treba postupno uvoditi modele. U osnovnoj školi izučavaju se modeli:

1. Materijalne tačke
2. Linearnog harmonijskog oscilatora
3. Matematičkog klatna
4. Svetlosnog zraka i tačkastog izvora svetlosti
5. Tačkastog naelektrisanja
6. Atoma
7. Jezgra

i u ovom radu će dalje biti reči o njima.

2.4 Primeri

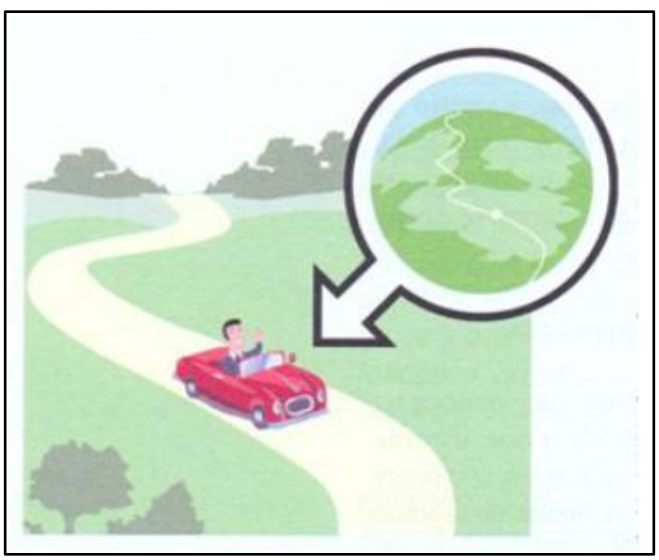
2.4.1 Materijalna tačka

Za opisivanje kretanja tela u zavisnosti od konkretnih uslova mehanika koristi različite fizičke modele. Najprostiji fizički model je ***materijalna tačka*** - telo koje ima masu ali čije dimenzije i oblik u datom zadatku pri proučavanju njegovog kretanja mogu da se zanemare. Dimenzije i oblik tela se zanemaruju kada su one mnogo manje od rastojanja koje telo prelazi ili od rastojanja tog i drugih tela, slika 2.

Pojam materijalne tačke je krajnje apstraktan, ali njegovo uvođenje olakšava rešavanje praktičnih zadataka.

Na primer, razmatrajući kretanje planeta oko Sunca po orbitama možemo smatrati da su one materijalne tačke, jer su njihove dimenzije mnogo manje od rastojanja koje prelaze. Lokomotiva može biti materijalna tačka u odnosu na rastojanje koje može da pređe. Isto tako automobil, brod, avion kada posmatramo njihovo kretanje u odnosu na Zemljinu površinu. Elektron je takođe materijalna tačka u odnosu na orbitu po kojoj se kreće. Fudbalska lopta na fudbalskom terenu je materijalna tačka.

Treba napomenuti da zamena nekog tela materijalnom tačkom, pri određenim uslovima, ne utiče na korektnost i valjanost fizičkih zaključaka pošto zbog posedovanja mase materijalna tačka ima inerciju i deluje gravitacionom silom.



Slika 2. Primer materijalne tačke

2.4.2 Linerani harmonijski oscilator

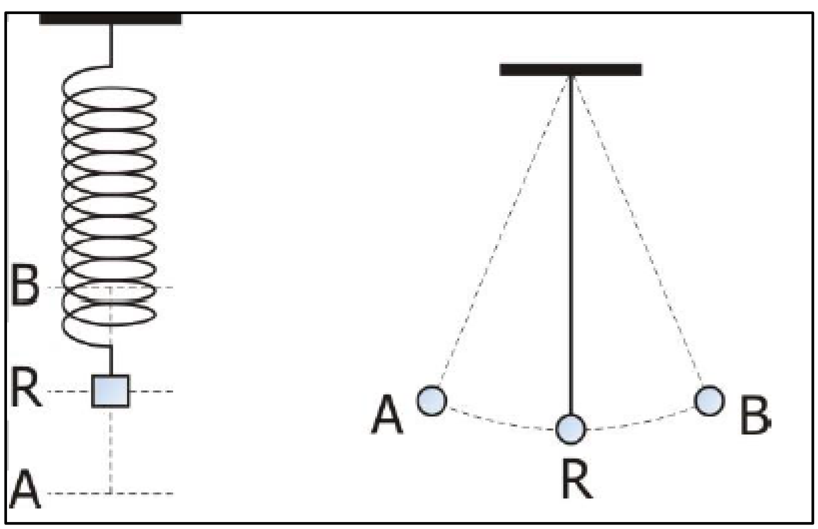
Postoji veliki broj kretanja koja se nakon određenih vremenskih intervala ponavljaju na isti način ili približno isti način, kao što su kretanja planeta, oscilovanje klatna zidnog časovnika, ljuljanje na ljuljašci itd.

Periodično kretanje se nakon određenih vremenskih intervala ponavlja na isti način ili približno isti način. Jedan od oblika periodičnog kretanja je oscilatorno kretanje.

Oscilatorno kretanje je periodično kretanje koje se ponavlja duž jedne putanje.

Pri proučavanju osilatornog kretanja koristi se pojednostavljen sistem, ***lineani harmonijski oscilator***. On se sastoji od metalne elastične opruge čiji je jedan kraj fiksiran, a na drugi je zakačeno telo (slika 3). Dimenzije tela su toliko male da je ono poistovećeno sa materijalnom tačkom. Zanemaruje se sila trenja, odnosno gravitaciona silu ukoliko se radi o modelu koji osciluje u vertikalnoj ravni, kao što je slučaj sa prvim modelom sleva na slici 3. Dakle, bitno je reći da su kod linearnog harmonijskog oscilatora zanemarene sve spoljašnje sile, te da je jedina sila koja deluje u sistemu zapravo sila elastične opruge.

Primeri oscilatornog kretanja su dati na slici 3.



Slika 3. Oscilovanje tega okačenog na oprugu i oscilovanje klatna

Telo se spoljnom (prinudnom) silom izvodi iz ravnotežnog položaja, a pod dejstvom elastične sile vraća u ravnotežni položaj. Ova sila se naziva restituciona sila.

Planom i programom redovne nastave osnovnih škola nije predviđeno da se uvodi model linearnog harmonijskog oscilatora pod ovim nazivom. Učenicima se skreće pažnja da oscilatorno kretanje opisuje elastična opruga na čijem se kraju nalazi metalna kuglica zanemarljivih dimenzija u odnosu na dimenzije opruge, koja se spoljašnjom silom izvodi iz ravnotežnog položaja. Na redovnoj nastavi u osnovnim školama se takođe ne izvode ni jednačine harmonijskog oscilatora niti bilo kakav matematički račun koji je u vezi sa harmonijskim oscilovanjem, ali se uvode određeni osnovni pojmovi, kao što su frekvencija oscilovanja, period oscilovanja itd. Učenicima se može informativno reći da se položaj tela koje izvodi harmonijsko kretanje menja tokom vremena po sinusnom (kosinusnom) zakonu.

Osnovne veličine kojima se opisuje oscilatorno kretanje su: oscilacija, period, elongacija, amplituda i frekvencija.

Oscilacija je jedan zatvoren ciklus kretanja posle kojeg se kretanje ponavlja na potpuno ili približno isti način. Ako telo krene iz ravnotežnog položaja onda je jedna oscilacija određena sledećim položajima tela: R - A - R - B - R, a ako krene iz amplitudnog položaja onda je jedna oscilacija određena položajima: A - R - B - R - A, slika 3.

Period je vreme trajanja jedne oscilacije,

$$T = \frac{t}{n},$$

gde je t vreme trajanja n oscilacija, uz uslov da oscilacije jednako traju.

Elongacija je udaljenost trenutnog položaja tela od ravnotežnog položaja, R, i meri se duž putanje u smeru od ravnotežnog položaja.

Amplituda, x_0, je najveća elongacija. Na slici 3 amplituda je udaljenost od R do A ili od R do B merena duž putanje.

Frekvencija, f, je broj oscilacija u jedinici vremena,

$$f = \frac{n}{t}.$$

Period i frekvencija su u recipročnoj zavisnosti,

$$T = \frac{1}{f}.$$

Merna jedinica za frekvenciju je Herc (Hz), koji je jednak jednoj oscilaciji u sekundi.

2.4.3 Matematičko klatno

Matematičko klatno je model koji se sastoji iz kuglice zanemarljivih dimenzija, koja je okačena o neistegljivu nit zanemarljive mase (slika 3, drugi model s leva). Klatno je postavljeno tako da može da osciluje u vertikalnoj ravni pod delovanjem gravitacione sile. Naravno zanemaruje se otpor vazduha i trenje u tački vešanja.

Model matematičkog klatna poslužio je italijanskom fizičaru Galileu Galileju da pokaže da njegov period oscilovanja ne zavisi od mase, već samo od njegove dužine. To znači da klatna jednakih dužina i različitih masa za isto vreme načine jednu oscilaciju.

U osnovnoj školi formula za period oscilovanja matematičkog klatna se ne izvodi, već se uvodi samo krajnji izraz:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

gde je :

T - period matematičkog klatna

l - dužina klatna

g - ubrzanje Zemljine teže (9,81 $\frac{m}{s^2}$)

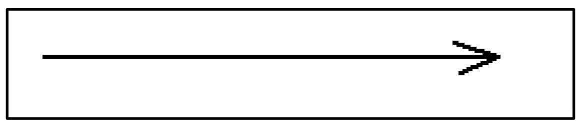
π = 3,14

2.4.4 Svetlosni zrak i tačkasti izvor svetlosti

U optici, oblasti fizike koja se bavi proučavanjem svetlosti i njenih karakteristika, najznačajniji modeli su:

1. Model svetlosnog zraka i
2. Model tačkastog izvora svetlosti.

Svetlosni zrak je uzan snop svetlosti koji se predstavlja u vidu pravih usmerenih linija, slika 4. Svetlosni zrak pokazuje pravac i smer prostiranja svetlosti. Skup svetlosnih zraka čini svetlosni snop.



Slika 4. Model svetlosnog zraka

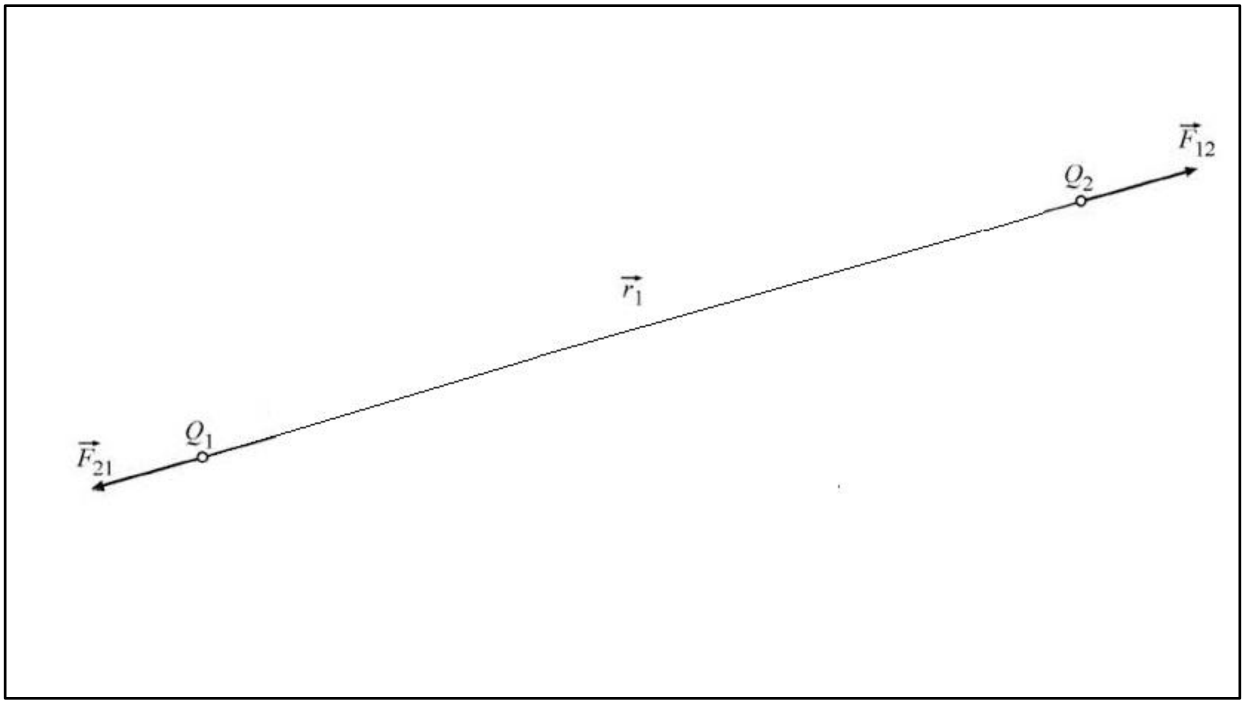
Pod tačkastim izvorom svetlosti podrazumeva se svetlosni izvor čije su dimenzije mnogo manje od dimenzija objekta koji osvetljava ili koji se nalazi na velikoj udaljenosti od njega.

U našem planetarnom sistemu, Sunce je jedino nebesko telo koje je izvor svetlosti. Sunce nema male dimenzije, ali se nalazi na velikoj udaljenosti od nas, pa se može smatrati tačkastim izvorom svetlosti, slika 5. Mala električna sijalica u laboratoriji je takođe primer tačkastog izvora svetlosti, jer ima mnogo manje dimenzije od objekta koji osvetljava.

Slika 5. Sunce

2.4.5 Tačkasto naelektrisanje

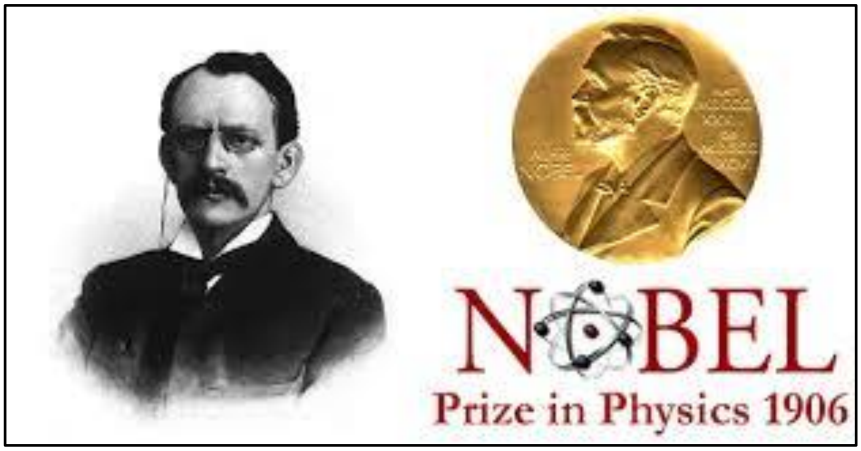
Model tačkastog naelektrisanja se u osnovnoj školi uvodi pri definisanju Kulonovog zakona. Tačkasta naelektrisanja su ona naelektrisanja čije su dimenzije zanemarljive u odnosu na njihovo međusobno rastojanje. Dakle, smatra se da ova tela praktično nemaju dimenzije te da je čitavo naelektrisanje koje poseduju upravo smešteno u jednoj tački.



Slika 6. Kulonov zakon za dva tačkasta naelektrisanja

2.4.6 Model atoma

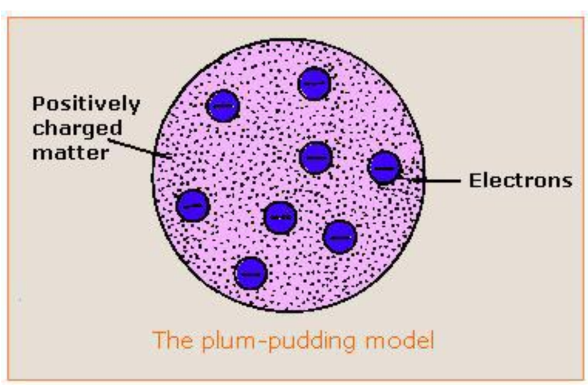
Prvi pokušaj da atom predstavi slikovito, tj. da napravi model atoma, uradio je 1903. godine engleski fizičar Tomson[1] pa se ovaj model prema njemu naziva ***Tomsonov*** ili ***statički*** **model atoma**.



Slika 7. Dž. Dž. Tomson

Otkriće elektrona, kao i saznanje da svi atomi sadrže elektrone bili su prvi pogled u unutrašnjost atomske strukture. Kako su elektroni nosili negativno naelektrisanje, a atomi su bili električno neutralni, to je značilo da atomi moraju sadržati i pozitivno naelektrisane delove čiji naboj neutrališe negativno naelektrisanje elektrona.

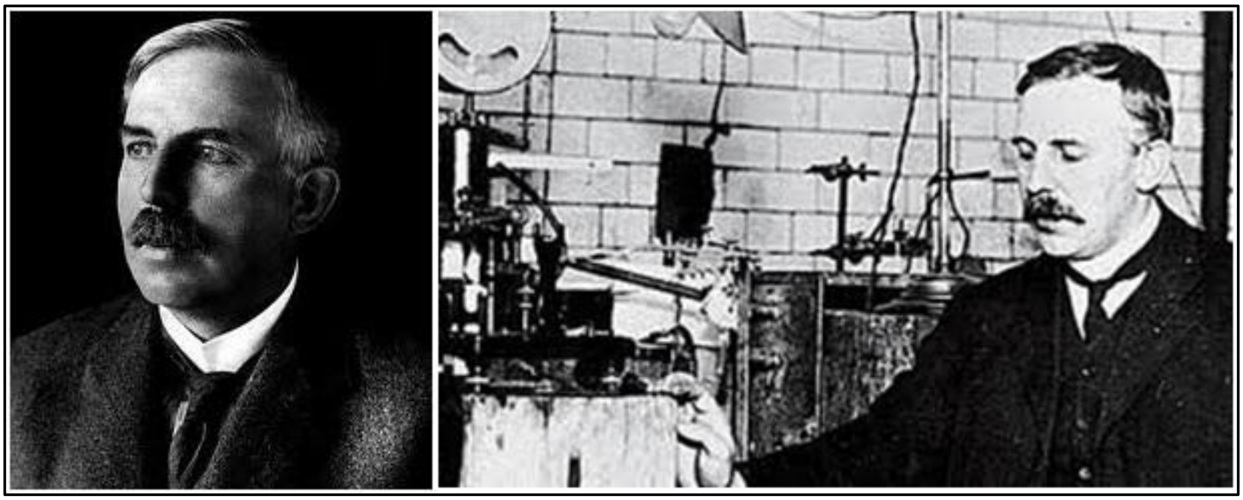
Nakon niza eksperimenata sa elektronski cevima Tomson je 1898. godine predložio modela atoma u vidu sfere poluprečnika 0,1 *nm* po kojoj je ravnomerno raspoređeno pozitivno naelektrisanje, a u kojoj su elektroni ubačeni kao šljive u poznatom engleskom pudingu sa šljivama. Zato je ovaj model poznat i pod imenom "plum-pudding" model, slika 8.



Slika 8. Tomsonov model atoma

[1] Sir Joseph John "J. J." Thomson (1856-1940) - engleski fizičar, najpoznatiji po otkriću elektrona i masenog spektrometra. Nagrađen je Nobelovom nagradom za fiziku 1906. godine.

I pored toga što ga eksperimentalni podaci nisu podržavali Tomsonov model se održao gotovo trideset godina jer je jednostavno nedostajao način kako eksperimentima utvrditi šta se nalazi unutar atoma. Kako je atom veoma malih dimenzija, bilo je potrebno pronaći sondu koja je približnih dimenzija ili manja od atoma. To su 1911. godine učinili Gajger[2] i Marsden[3] po ideji Ernsta Radeforda[4] izloživši atom dejstvu alfa-čestica o čemu će biti reči u sledećem delu poglavlja.



Slika 9. Ernest Raderford

Raderfordovi asistenti Gajger i Marsden su dobili zadatak da prouče rasejanje *a* čestica (jezgra atoma helijuma) pri prolasku kroz vrlo tanke folije zlata. Polazeći od Tomsonovog modela atoma pretpostavljalo se da će *a* čestice bez ikakvog ometanja prolaziti kroz zlatnu foliju. Međutim, pokazalo se da neke *a* čestice znatno skreću sa svog pravca, dok se neke odbijaju od atoma folije i vraćaju nazad, slika 10.

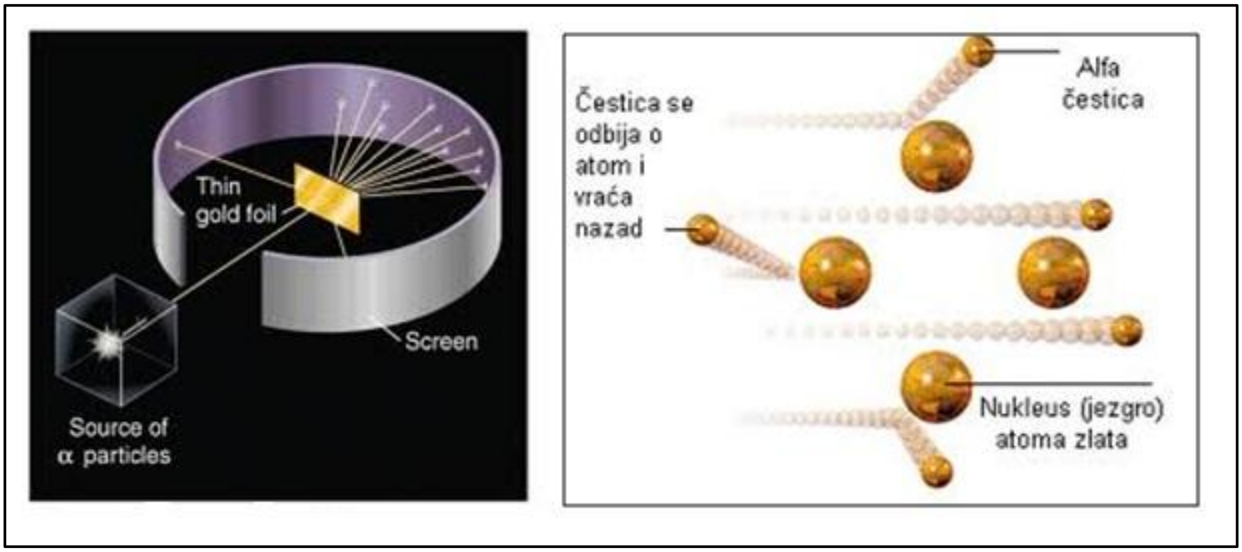
Analizirajući rezultate eksperimenta Raderford je došao do genijalnog zaključka. Shvatio je da se mora odbaciti Tomsonov model atoma, po kome je atom homogena sfera. Umesto toga Raderford je tvrdio da atom sadrži centralni deo, koji je nazvao jezgro tj. nukleus. Jezgro je izuzetno malo (oko 10 000 puta manje od atoma) ali ogromne gustine, pa sadrži praktično celokupnu masu atoma. Ono je nosilac pozitivnog naelektrisanja, a oko njega kruže elektroni.

[2] Johannes Wilhelm Geiger (1882 – 1945) - nemački fizičar poznat po Gajgerovom brojaču i po tzv. Geiger Mardsen eksperimentima u kojima je otkriveno atomsko jezgro.

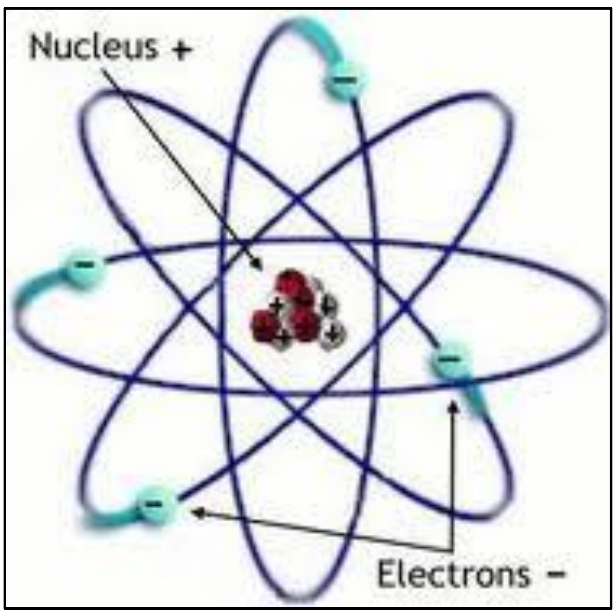
[3] Ernest Marsden (1889 – 1970) - britanski fizičar rođen na Novom Zelandu.

[4] Ernest Rutherford (1871 – 1937) - britanski fizičar i hemičar rođen na Novom Zelandu kojeg smatraju ocem nuklearne fizike. 1908. godine dobio je Nobelovu nagradu za hemiju za svoje radove u oblasti nuklearne transformacije elemenata.

Ovaj model atoma naziva se ***dinamički*** ili ***planetarni*** **model atoma**, zbog formalne sličnosti sa Sunčevim sistemom, slika 11.



Slika 10. Raderfordov eksperiment



Slika 11. Raderfordov model atoma

Ovakav model atoma sa jezgrom je imao poteškoće sa gledišta klasične fizike. Pošto je kretanje elektrona ubrzano, dinamički model može dovesti do zračenja elektromagnetne energije, a samim tim se njegova energija smanjuje, pa bi elektron pao u jezgro. Naravno to se realno ne dešava. Zbog nedostataka je usledila izmena ovog modela.

Slika 12. Nils Bor

Danski fizičar Nils Bor (*Niels Bohr*, 1885-1962) je 1913. godine uveo izmene u dinamički model atoma. Kako Borovo objašnjenje modela atoma pevazilazi fizička i matematička znanja učenika osnovnih škola, njegov model atoma neće biti obrađen u radu.

Ono što bi učenici eventualno mogli da znaju je da je Borov model uz pomoć teorije dao prilično dobro određene mnoge fizičke karakteristike atoma. Uprkos velikom uspehu, Borova teorija je bila ograničena samo na atom vodonika. Ona nije mogla da interpretira kretanje dva elektrona u atomu helijuma. Međutim, savremeno shvatanje atoma, njegove karakteristike, kao i procesi koji se u njemu odigravaju, određeni savremenim metodama daju sliku koja je bliža realnosti, jer oni u razmatranje uključuju karakteristike sastavnih delova atoma koje su isključivo svojstvene mikrosvetu. Za opisivanje kretanja elektrona u jezgru nije moguće primeniti klasičnu mehaniku. Zato je bilo neopravdano porediti kretanje elektrona oko jezgra sa kretanjem planeta oko Sunca.

2.4.7 Model jezgra

Atomsko jezgro ili nukleus je centar atoma koji se sastoji od nukleona - protona i neutrona. Postojanje protona (grčki *prôton* - prvi) otkrio je Raderford 1911. godine, a postojanje čestica sličnih masa, ali bez naelektrisanja, otkrio je engleski fizičar Džejms Čedvik[5] 1931. godine. Čestice su dobile naziv po latinskoj reči *neutrum* što znači neutroni.

Slika 13. Džejms Čedvik

Pošto je atomsko jezgro, kao i većina pojava i objekata na mikroskopskom nivou, po osobinama potpuno različito od svega što vidimo u svetu oko nas, za njegovo razumevanje korisitmo se modelima. Kao što je ranije u radu rečeno modeli mikroskopskih pojava i objekata obično su vrlo grube aproksimacije stvarnog stanja i zbog toga mogu da opišu predmet modeliranja samo delimično i to u jednom vrlo uskom segmentu.

Postoji nekoliko modela atomskog jezgra, ali su najpoznatiji model kapi i model ljuske. Kako planom i programom fizike za osnovu školu ovi sadržaji nisu predviđeni za obradu, učenike treba samo informativno upoznati sa tim.

[5] James Chadwick (1891 - 1974) - engleski fizičar. 1935. godine dobio Nobelovu nagradu za fiziku za otkriće neutrona.

3. DIMENZIONA ANALIZA

Kako se u našoj školskoj praksi i literaturi, vrlo mala pažnja, praktično zanemarljiva, posvećuje dimenzionoj analizi, naredno poglavlje razmatra ovu metodu kvalitativne analize. Nakon uvida u dimenzije fizičkih veličina, prikazaćemo primere koji ilustruju primenu dimenzione analize na proveru korektnosti fizičkih jednačina, određivanje jedinica i dimenzija fizičkih veličina i određenih konstanti. Za talentovanije učenike ponuđen je primer primene dimenzione analize na kvantitativno izvođenje formula koji se mogu raditi u okviru dodatne nastave.

3.1 Pojmovi o merenju veličina i jedinicama merenja

Svaka fizička veličina se na osnovu svojih osobina može prikazati kvalitativno i kvantitativno. Kvalitativna osobina je određena svojstvom posmatrane veličine ili osobenošću materijalne vrste čiju prirodu ona karakteriše. Pri tome svaka od veličina ima i svoje određeno kvantitativno značenje. Između fizičkih veličina koje karakterišu posmatranu pojavu postoji uzajamna veza. Uspostavljanje takve veze omogućava dublje prodiranje u suštinu kvalitativne i kvantitativne osobine pojave koja se izučava. Tako na primer, uspostavljanje veze između mase tela, ubrzanja i sile predstavlja u stvari II Njutnov zakon. Jasno je da ta zakonitost ne bi mogla biti otkrivena bez merenja mase, sile i ubrzanja.

Pri merenju fizičkih veličina veoma je važan izbor *jedinica merenja*. Pod pojmom jedinice neke fizičke veličine, podrazumeva se jedna od konvencionalnih mera za tu veličinu, čime je određena osnova za njeno kvantitativno upoređivanje. Merenje fizičkih veličina predstavlja proces kojim se eksperimentalno utvrđuje koliko puta je merena veličina veća ili manja od odgovarajuće prethodno proizvoljno izabrane i utvrđene jedinice.

Ako se sa X označi fizička veličina koju je potrebno meriti, sa a jedinica merenja , a sa A njihov odnos, tada rezultat merenja može biti prikazan izrazom:

$$X = A\,a\,.$$

Ova jednačina se naziva *osnovna jednačina merenja.* Broj A koji predstavlja matematički odnos između merene veličine i jedinice kojom se ta veličina meri ($A = \frac{X}{a}$) naziva se *brojna* *vrednost merene veličine*. Proizvod *A a* predstavlja *rezultat merenja* i uvek se sastoji od brojne vrednosti i jedinice merenja.

3.2 Osnovne i izvedene jedinice i dimenzije

Pošto se merenja fizičkih veličina mogu svrstati u neposredna i posredna, pogodno je neposredno merljive jedinice izabrati za osnovne jedinice i preko njih definisati posredno merljive jedinice. Na taj način posredno merljive jedinice postaju izvedene jedinice.

Prvi korak pri dimenzionoj analizi je da se svim fizičkim veličinama pridruže odgovarajuće dimenzije. Fizičke veličine se dele u dve grupe, zavisno od toga da li im je dimenzija osnovna ili izvedena. Dimenzije izvedenih veličina se izražavaju preko dimenzija osnovnih veličina na osnovu odgovarajućih fizičkih formula.

Često se koristi simbol veličine u uglastoj zagradi, npr. [x] je dimenzija veličine x. Dimenzija u stvari govori o vrsti fizičke veličine tj. ukazuje na njenu fizičku prirodu. Nezavisno od toga da li je rastojanje koje se meri izraženo u metrima, kilometrima ili stopama, reč je o merenju dužine. U tom smislu se kaže da je dimenzija (fizička priroda) rastojanja *dužina*.

U mehanici recimo, za osnovne veličine uzimamo dužinu *l*, vreme *t* i masu *m*. Ovo nije jedini mogući izbor osnovnih veličina, ali je najčešće korišćen. U literaturi nalazimo da su neki autori uzeli masu, dužinu i silu za osnovne veličine. Ako koristimo dužinu, brzinu i vreme kao osnovne veličine, nećemo valjano raditi jer je nemoguće izraziti dimenzije mase, a samim tim i dimenzije sile i drugih veličina izvedenih preko mase. Istovremeno, brzina je izražena preko dužine i vremena, pa nema razloga da je uzimamo kao osnovnu fizičku veličinu.

U elektrodinamici se koriste M, L, T i I, kao osnovne dimenzije. Sa I označavamo dimenzije jačine električne struje. U termodinamici među osnovne dimenzije ubrajamo i dimenziju temperature Θ.

Od velike je važnosti da se u literaturi koristi isti sistem jedinica i dimenzija. SI sistem jedinica sa odgovarajućim dimenzijama se pokazao najvaljanijim i u najširoj upotrebi. Stoga je u tabeli 1 dat primer osnovnih fizičkih veličina, njihovih mernih jedinica i dimenzija.

Tabela 1.

Fizička veličina	**Oznaka fizičke veličine**	**SI jedinica**	**Dimenzija fizičke veličine**
Dužina	l	m	[L]
Masa	m	kg	[M]
Vreme	t	s	[T]
Temperatura	T	K	[Θ]
Jačina struje	I	A	[I]
Jačina svetlosti	J	cd	[J]
Količina supstancije	n	mol	[N]

Ako znamo dimenzije osnovnih fizičkih veličina, možemo odrediti i dimenzije izvedenih fizičkih veličina odnosno njihovih mernih jedinica.

Na primer, dimenzije brzine izražavamo na sledeći način:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \Rightarrow [v] = \mathrm{L}^{1} \cdot \mathrm{T}^{-1}\ .$$

Dimenzije gustine određujemo preko izraza:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \Rightarrow [\rho] = \mathrm{M}^{1} \cdot \mathrm{L}^{-3}.$$

Preko osnovnih dimenzija izražavamo i dimenzije sile:

$$F = m \cdot a\ ;\ \ \mathrm{N} = \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \Rightarrow [F] = \mathrm{M}^{1} \cdot \mathrm{L}^{1} \cdot \mathrm{T}^{-2}\ .$$

Dimenzije pritiska su:

$$p = \frac{F}{S}\ ;\ \ \mathrm{Pa} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} = \frac{\mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{\mathrm{m}^2} = \frac{\mathrm{kg}}{m \cdot s^2} \Rightarrow [p] = \mathrm{M}^{1} \cdot \mathrm{L}^{-1} \cdot \mathrm{T}^{-2}\ .$$

Dimenzije rada su:

$$A = F \cdot s\ ;\ \mathrm{J} = \mathrm{N} \cdot \mathrm{m} = \frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}}{s^2} \cdot \mathrm{m} = \frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2}{s^2} \Rightarrow [A] = \mathrm{M}^{1} \cdot \mathrm{L}^{2} \cdot \mathrm{T}^{-2}\ .$$

3.3 Provera korektnosti fizičkih jednačina

Fizički zakon i formula kojom je prikazan ne smeju da zavise od sistema jedinica. To je sasvim prirodno i normalno jer zakoni prirode uspostavljaju vezu između veličina koje su postojale do sada, a postojaće i posle nas, dok je sistem jedinica stvar dogovora između ljudi. Odavde sledi veoma važan zaključak: *obe strane bilo koje jednačine moraju da imaju iste dimenzije.*

Iz tog razloga je dobro da se proveri dimenziona zasnovanost bilo koje relacije koja se napiše, odnosno jednakost leve i desne strane u pogledu dimenzionalnosti.

Najilustrativniji je primer zakona održanja energije. Znamo da je ukupna mehanička energija jednaka zbiru kinetičke i potencijalne energije:

$$E = E_k + E_p, \text{ odnosno } E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h \, .$$

Dimenzije kinetičke energije su:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} \Rightarrow [E_k] = \mathrm{M}^1 \cdot \mathrm{L}^2 \cdot \mathrm{T}^{-2} \, ,$$

a potencijalne:

$$E_p = m \cdot g \cdot h = \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \mathrm{m} \Rightarrow [E_p] = \mathrm{M}^1 \cdot \mathrm{L}^1 \cdot \mathrm{L}^1 \cdot \mathrm{T}^{-2} = \mathrm{M}^1 \cdot \mathrm{L}^2 \cdot \mathrm{T}^{-2} \, ,$$

$$E = \mathrm{J} = \mathrm{N} \cdot \mathrm{m} = \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \mathrm{m} \Rightarrow [E] = \mathrm{M}^1 \cdot \mathrm{L}^1 \cdot \mathrm{L}^1 \cdot \mathrm{T}^{-2} = \mathrm{M}^1 \cdot \mathrm{L}^2 \cdot \mathrm{T}^{-2} \, ,$$

dakle vidimo da je ova jednačina dimenziono korektna.

Iako se ne obrađuje u osnovnoj školi, Bernulijeva jednačina za stacionarno proticanje fluida kroz strujnu cev može poslužiti kao dobar primer za proveravanje dimenzione homogenosti. S obzirom da su sve veličine koje figurišu u krajnjem izrazu za Bernulijevu jednačinu učenicima poznate, učenici bi trebali samostalno vrlo lako da dođu do rešenja tj. pokažu da svi članovi u izrazu imaju dimenzije pritiska.

Izraz za Bernulijevu jednačinu je sledeći:

$$p + \rho \cdot g \cdot h + \frac{\rho \cdot v^2}{2} = const.$$

Dimenzije pritiska su:

$$p = \frac{F}{S} \, ; \ \mathrm{Pa} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} = \frac{\mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{\mathrm{m}^2} = \frac{\mathrm{kg}}{m \cdot s^2} \Rightarrow [p] = \mathrm{M}^1 \cdot \mathrm{L}^{-1} \cdot \mathrm{T}^{-2} \, .$$

Drugi član u izrazu ima dimenzije:

$\rho \cdot g \cdot h = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \mathrm{m} = \frac{\mathrm{kg}}{m \cdot s^2} \Rightarrow [\rho \cdot g \cdot h] = \mathrm{M}^1 \cdot \mathrm{L}^{-1} \cdot \mathrm{T}^{-2}$.

Treći član u izrazu ima dimenzije:

$\rho \cdot v^2 = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} = \frac{\mathrm{kg}}{m \cdot s^2} \Rightarrow [\rho \cdot v^2] = \mathrm{M}^1 \cdot \mathrm{L}^{-1} \cdot \mathrm{T}^{-2}$.

Iz priloženog se može videti da zaista svi članovi imaju dimenzije pritiska.

U izrazu za pređeni put kod ravnomerno promenljivog pravolinijskog kretanja na primer, potrebno je pokazati da svi članovi imaju dimenzije rastojanja, odnosno dužine.

Formula je sledeća:

$$s = v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}.$$

$s = \mathrm{m} \Rightarrow [s] = \mathrm{L}^1$

Prvi član nakon znaka jednakosti ima dimenzije:

$v_0 \cdot t = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot \mathrm{s} = \mathrm{m} \Rightarrow [v_0 \cdot t\,] = \mathrm{L}^1$,

a drugi:

$a \cdot t^2 = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \mathrm{s}^2 = \mathrm{m} \Rightarrow [a \cdot t^2] = \mathrm{L}^1$,

odakle vidimo da je jednačina dimenziono homogena.

Pored analize dimenzione homogenosti jednačina učenike treba naučiti i da pomoću dimenzione analize određuju dimenzije i jedinice konstanti u fizičkim zakonima.

Jedan od zadataka može biti da se odrede dimenzije i jedinice dielektrične konstante u vakuumu u Kulonovom zakonu za silu.

Izraza za Kulonovu silu glasi:

$$F = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2},$$

odakle izraz za dielektričnu konstantu ima sledeći oblik:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot F} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2},$$

iz ovog izraza dalje nalazimo potrebne dimenzije:

$[F] = \mathrm{M}^1 \cdot \mathrm{L}^1 \cdot \mathrm{T}^{-2}$,

$q_1 \cdot q_2 = I^2 \cdot t^2 = \mathrm{A}^2 \cdot \mathrm{s}^2 \Rightarrow [q_1 \cdot q_2] = \mathrm{I}^2 \cdot \mathrm{T}^2$,

$[r^2] = \mathrm{L}^2$,

$[\varepsilon_0] = \dfrac{\mathrm{I}^2 \cdot \mathrm{T}^2}{\mathrm{M}^1 \cdot \mathrm{L}^1 \cdot \mathrm{T}^{-2} \cdot \mathrm{L}^2} = \mathrm{I}^2 \cdot \mathrm{T}^4 \cdot \mathrm{M}^{-1} \cdot \mathrm{L}^{-3}$,

a zatim i odgovarajuću jedinicu:

$\{\varepsilon_0\} = \dfrac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2} = \dfrac{\mathrm{A}^2 \cdot \mathrm{s}^2}{\mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \mathrm{m}^2} = \dfrac{\mathrm{A}^2 \cdot \mathrm{s}^4}{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^3}$.

U narednom primeru odredićemo dimenzije i jedinice univerzalne gravitacione konstante iz Njutnovog zakona gravitacije.

Formula za Njutnov zakon gravitacije je sledeća:

$$F = G \cdot \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

a izraz za univerzalnu gravitacionu konstantu koji se iz nje izvodi glasi:

$$G = \frac{F \cdot r^2}{m_1 \cdot m_2},$$

dalje nalazimo potrebne dimenzije:

$[F] = \mathrm{M}^1 \cdot \mathrm{L}^1 \cdot \mathrm{T}^{-2}$,

$[r^2] = \mathrm{L}^2$,

$[m_1 \cdot m_2] = \mathrm{M}^{2,}$

$[G] = \dfrac{\mathrm{M}^1 \cdot \mathrm{L}^1 \cdot \mathrm{T}^{-2} \cdot \mathrm{L}^2}{\mathrm{M}^2} = \mathrm{L}^3 \cdot \mathrm{M}^{-1} \cdot \mathrm{T}^{-2}$,

a potom i odgovarajuću jedinicu:

$\{\mathrm{G}\} = \dfrac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2} = \dfrac{\mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2} = \dfrac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^2}$.

3.4 Kvalitativno izvođenje formula

Kvalitativno izvođenje formula je namenjeno radu sa darovitim učenicima.

Ako se fizička pojava opisana sa *n* fizičkih veličina $q_1, q_2, q_3, ..., q_n$ može napisati u obliku

$$f(q_1, q_2, q_3, ..., q_n) = 0 ,$$

u kojem se pojavljuje ukupno *k* osnovnih dimenzija (kao što su dužina, masa, vreme) , tada se fizička pojava može napisati kao funkcija *n*-*k* nezavisnih bezdimenzionalnih veličina (Π varijabli) u obliku

$$\boxed{\varphi\,(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, ..., \Pi_n) = 0}$$

Bakingemova (Buckingham) Π - teorema predstavlja uopštenje dimenzione analize na više od tri fizičke veličine. Sam postupak predstavlja skup pravila po kojima se obavlja pretvaranje fizičkih veličina u bezdimenzionalne. Svaka bezdimenzionalna Π varijabla zavisi od ne više od *k + 1* fizičkih veličina.

3.4.1 Kvalitativno izvođenje formule za period oscilovanja matematičkog klatna

Pretpostavimo da period τ zavisi od dužine klatna ℓ, njegove mase *m* i gravitacionog ubrzanja *g*:

$$f(\tau, l, m, g) = 0 \quad . \tag{1}$$

Osnovne dimenzije u mehanici su L, M, T odnosno dužina, masa, vreme respektivno. U ovom problemu imamo 4 fizičke veličine, a broj bezdimenzionih kompleksa ćemo naći kada od ukupnog broja veličina oduzmemo broj osnovnih dimenzija;

4 veličine - 3 dimenzije = 1 bezdimenzioni kompleks .

$$g = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \Rightarrow [g] = \mathrm{L}^1 \cdot \mathrm{T}^{-2}$$

Na osnovu principa dimenzione homogenosti, pišemo:

$$\tau^{\alpha} \cdot \ell^{\beta} \cdot m^{\gamma} \cdot g^{\delta} = const.^0$$

ili kada veličine τ, ℓ, m, g izrazimo preko osnovnih dimenzija L, M, T:

$$T^{\alpha} \cdot L^{\beta} \cdot M^{\gamma} \cdot \left(LT^{-2}\right)^{\delta} = const.^{0}$$

$$T^{\alpha} \cdot L^{\beta} \cdot M^{\gamma} \cdot L^{\delta} \cdot T^{-2\delta} = const.^{0}$$

$$L^{\beta+\delta} \cdot M^{\gamma} \cdot T^{\alpha-2\delta} = const.^{0}$$

Dobili smo sistem tri jednačine sa četiri nepoznate koji možemo predstaviti tablicom dimenzija.

Tabela 2.

	τ	*l*	*m*	*g*
	α	β	γ	δ
L	0	1	0	1
M	0	0	1	0
T	1	0	0	-2

$$\beta + \delta = 0 \qquad \alpha - 2\delta = 0 \qquad \gamma = 0$$

Biramo da eksponent uz traženu veličinu τ bude, a = 1. Rešavanjem sistema jednačina dobijamo:

$$\beta = -\frac{1}{2}, \gamma = 0, \delta = \frac{1}{2}.$$

Zato bezdimenzioni kompleks ima oblik:

$$\Pi_1 = \tau^1 \cdot \ell^{-\frac{1}{2}} \cdot m^0 \cdot g^{\frac{1}{2}}.$$

Polazna jednačina (1) dobija oblik: f_1 (Π_1) = 0 ⇒ f_1 (Π_1) = f_1 ($\tau \cdot \sqrt{\frac{g}{l}}$) = 0

Rešenje ove funkcije je neka konstanta c :

$$\tau \cdot \sqrt{\frac{g}{l}} = c \qquad \Rightarrow \qquad \tau = c \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}\,.$$

Ovo je korektno rešenje, jer znamo da period oscilovanja matematičkog klatna ne zavisi od njegove mase, već samo od dužine klatna i gravitacionog ubrzanja. Dimenzionom analizom nismo utvrdili koliku vrednost ima ovaj konstantan faktor. Međutim, teorijska analiza i eksperiment pokazuju da je period oscilovanja matematičkog klatna:

$$\tau = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}\,.$$

3.4.2 Kvalitativno izvođenje formule za period oscilovanja linearnog harmonijskog oscilatora

Pretpostavimo da period T zavisi od mase tela okačenog na kraj opruge ,m, i koeficijenta elastičnosti opruge k :

$$f\,(T, m, k) = 0. \tag{2}$$

Prvo ćemo naći dimenzije za date fizičke veličine:

$T = \mathrm{s} \Rightarrow [T] = \mathrm{T}$

$m = \mathrm{kg} \Rightarrow [m] = \mathrm{M}$

$F = k \cdot x \Rightarrow k = \frac{F}{x} = \frac{N}{m} \Rightarrow [k] = \frac{\mathrm{M}^1 \cdot \mathrm{L}^1 \cdot \mathrm{T}^{-2}}{\mathrm{L}^1} = \mathrm{M}^1 \cdot \mathrm{T}^{-2}$

U ovom primeru osnovne dimenzije su M i T, odnosno masa i vreme. Imamo tri fizičke veličine,a dve dimenzije pa je broj bezdimenzionih kompleksa, kao i u prethodnom primeru, jedan.

3 veličine - *2 dimenzije = 1 bezdimenzioni kompleks* .

Na osnovu principa dimenzione homogenosti, pišemo:

$$T^{\alpha} \cdot m^{\beta} \cdot k^{\gamma} = const.^{0}$$

ili kada veličine *T*, *m*, *k* izrazimo preko osnovnih dimenzija M i T:

$$T^{\alpha} \cdot M^{\beta} \cdot \left(MT^{-2}\right)^{\gamma} = const.^{0}$$

$$T^{\alpha} \cdot M^{\beta} \cdot M^{\gamma} \cdot T^{-2\gamma} = const.^{0}$$

$$M^{\beta+\gamma} \cdot T^{\alpha-2\gamma} = const.^{0}$$

Dobili smo sistem dve jednačine sa tri nepoznate koji možemo predstaviti tablicom dimenzija.

Tabela 3

	T	*m*	*k*
	α	β	γ
M	0	1	1
T	1	0	-2

$$\beta + \gamma = 0 \qquad \alpha - 2\gamma = 0$$

Biramo da eksponent uz traženu veličinu *T* bude, *a* = 1. Rešavanjem sistema jednačina dobijamo:

$$\beta = -\frac{1}{2}, \gamma = \frac{1}{2}.$$

Zato bezdimenzioni kompleks ima oblik:

$$\Pi_1 = T^1 \cdot m^{-\frac{1}{2}} \cdot k^{\frac{1}{2}}.$$

Polazna jednačina (2) dobija oblik: $f_1(\Pi_1) = 0 \Rightarrow f_1(\Pi_1) = f_1\left(T \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}\right) = 0$

Rešenje ove funkcije je neka konstanta *c* :

$$T \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} = c \qquad \Rightarrow \qquad T = c \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}\ .$$

U okviru dodatne nastave sa talentovanim učenicima mogu se raditi i neki popularizacioni zadaci.

<u>Primer 1.</u>

U romanu *Jonathan Swift,"Guliverova putovanja"*, glavni junak je 12 puta viši od Liliputanaca. Da li to znači da su trebali Guliveru da spreme 12 puta više hrane?

Slika 14. Guliver i Liliputanci

<u>Rešenje</u>

Kolike su potrebe neke osobe za hranom zavisi od njene mase. Masa je proporcionalna sa zapreminom, čije su dimenzije:

$$[V] = \mathrm{L}^3 .$$

Dimenzije zapremine Gulivera su $[V_G] = \mathrm{L_G}^3$, a dimenzije zapremine Liliputanaca $[V_L] = \mathrm{L_L}^3$.

Iz uslova zadatka sledi da je:

$$\mathrm{L_G} = 12 \cdot \mathrm{L_L} ,$$

pa zaključujemo da je:

$$\frac{[V_G]}{[V_L]} = \frac{\mathrm{L_G^3}}{\mathrm{L_L^3}} = \frac{(12 \ \cdot \ \mathrm{L_L})^3}{\mathrm{L_L^3}} = \frac{1728 \ \cdot \ \mathrm{L_L^3}}{\mathrm{L_L^3}} = 1728 .$$

Znači, Gzliverove potrebe za hranom su, ne 12 puta veće kako se možda u prvi mah pomisli, nego 12^3 puta tj. 1728.

Primer 2.

U *Gulliver-ovim putovanjima* Jonathan Swift-a, Lemuel Gulliver se upoznaje sa stanovnicima zemlje Lilliput, koji su potpuno istovetni ljudskim bićima, samo što su manji: njihova prosečna visina je 45 mm. Drugim rečima, Liliputanci su λ = 40 puta manji od običnih ljudi.

Koliko tereta (u jedinicama svoje sopstvene težine) može Liliputanac da podigne?

Težina tereta je određena silom koja je raspoloživa za podizanje tereta, a sila je proporcionalna površini poprečnog preseka mišića. Pošto je Liliputanac sazdan kao običan čovek, poprečni presek njegovog mišića je λ^2 = 1 600 puta manji.

Težina samog Lilliputanca je $Q = m\,g = \rho\,V\,g$, gde je g gravitaciona konstanta, ρ gustina koja je ista kao i kod običnih ljudi, a V je zapremina. Pošto je Liliputanac 40 puta manji, zapremina mu je λ^3 = 64 000 puta manja od zapremine sličnog čoveka, pa je takođe i težina 64000 puta manja.

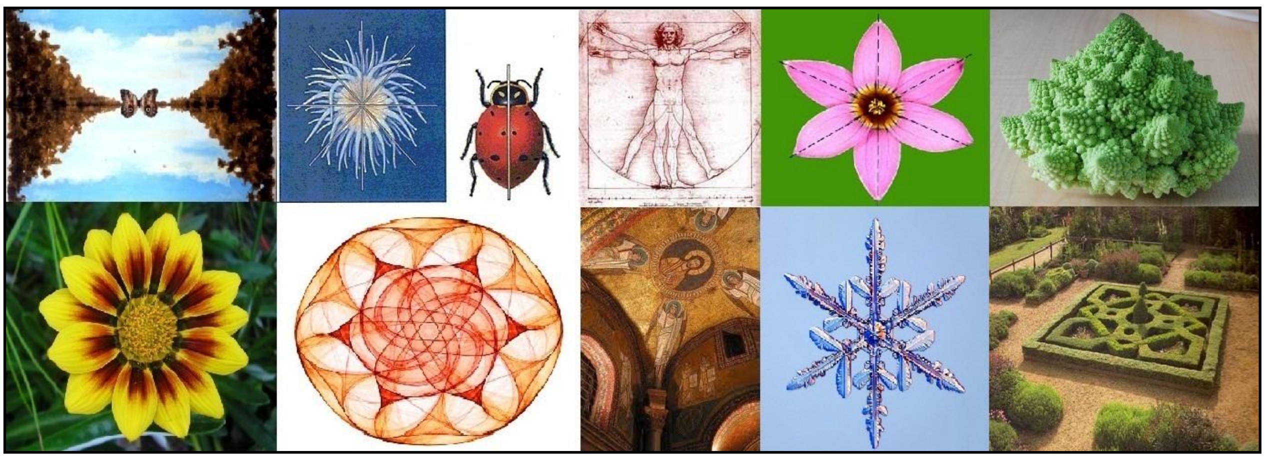
Proiziliazi da Liliputanac može da podigne 1/1 600-nu tereta koji običan čovek podigne, što je međutim još uvek $\frac{\lambda^{-2}}{\lambda^{-3}} = \lambda$ = 40 puta više—u jedinicama njegove sopstvene (64 000 puta manje) težine—nego običan čovek. *Proporcionalno*, Liliputanac je λ = 40 puta jači od običnog čoveka.

Dimenziona analiza je važna u planiranju merenja, analizi rezultata, njihovom prestavljanju, kao i analizi grešaka. Kako dimenziona analiza omogućuje analitičko povezivanje fizičkih veličina i pre teorijske analize na osnovu poznatih zakona fizike ili pre eksperimentalnog angažmana, ona predstavlja bitnu etapu u rešavanju fizičkih problema.

Dimenzionu analizu učenici treba da koriste pri proveri znanja koja usvajaju (da li je jednačina dimenziono homogena), kao i na časovima utvrđivanja (ponavljanje gradiva, rešavanje zadataka) i ocenjivanja (ukoliko nisu sigurni od kojih fizičkih veličina zavisi posmatrana veličina, koje dimenzije i jedinice ima data fizička veličina, i sl).

4. SIMETRIJE

Simetrija je jedna od najneverovatnijih i najfascinantnijih pojava u Univerzumu. Opšte je poznato da simetrije stvaraju prijatnost i smirenost uma. Nalazimo da smirenost izaziva posmatranje: nebeskih tela prilikom njihovog kretanja, simetričnosti kristala, različitih biljaka i životinja; takođe uživamo u simetriji umetničkih dela, na čiji je nastanak uticalo i sa kojim je povezano spoljašnje okruženje. Činjenica je da je savremena umetnost, naročito slikanje, u novije vreme pokušala da napusti simetriju, uglavnom iz buntovnih razloga koji su u suprotnosti sa tradicionalnim shvatanjima života i sveta koji nas okružuje. Međutim, na sreću, čak ni moderne tehnike ne mogu lako da promene simetriju sveta koji nas okružuje, niti zakone koji opisuju procese koji učestvuju u njegovom funkcionisanju. Iz tog razloga proučavanje simetrije i njene primene u učenjima o zakonima prirode je veoma značajno.



Slika 15. Simetrija u svakodnevnom životu

Reč simetrija je grčkog porekla koja doslovno znači proporcionalnost odnosno samerljivost. Ovaj pojam je jedan od osnovnih teorijskih pojmova i kao takav obuhvaćen je najrazličitijim oblastima savremene nauke. Simetrija je različito poimana kroz istorijski razvoj civilizacije. U Starom veku ona je predstavljala pojam koji je opisivao lepotu i harmoniju. Danas razlikujemo dve vrste simetrije:

- Vizuelna - opažamo čulom vida; karakteristična za umetničko poimanje i predstavljanje sveta
- Apstraktna - teorijska simetrija; karakteristična za naučno poimanje i predstavljanje sveta.

4.1 Simetrije u fizici

Pojam simetrije se u fizici odnosi na osobinu neizmenjenosti u odnosu na neku operaciju. Često se kao sinonim za ovaj pojam koristi i termin "*invarijantnost*". Međutim, postoji uverenje da je invarijantnost samo jedna od komponenti simetrije i da se pod ovim pojmom podrazumeva "*očuvanje*". Ukoliko na ovaj način koncipiramo simetriju, onda je ona skup invarijantnosti i transformacije. Naime, za određeni objekat možemo reći da je simetričan ako nakon primenjene transformacije ostaje invarijantan. Termin očuvanje obično se odnosi na nepromenljivost u prostoru. Sa druge strane, invarijantnost predstavlja nepromenjljivost u odnosu na proizvoljnu transformaciju.

Najjednostavnija definicija simetrije data je od stane Hermana Vajla[6], i ona je gotovo očigledna. Prema njegovoj definiciji objekat (ili fizički zakon) je simetričan ako je moguće na njemu izvršiti neku operaciju nakon koje bi taj objekat (ili jednačina koja opisuje fizički zakon) ostao isti kao u prvobitnom stanju.

Simetrija ima dvostruku ulogu u fizici. Prva predstavlja opis fizičkih sistema i njihovih stanja kroz fenomene kao što su zakoni održanja u prirodi. Druga uloga je u korišćenju osobina simetrije za opis eksperimenta i njegove analize, pojednostavljenjem njegovih karakteristika.

Simetriju u fizici delimo prema nekoliko kriterijuma. Prema prostoru u kojem deluju delimo ih na:

1. Prostorno - vremenske
2. Simetrije unutrašnjih prostora.

Prema načinu delovanja simetrije se dele na:

1. Diskretne
2. Kontinualne.

Prema parametrima transformacije:

1. Globalne
2. Lokalne simetrije.

Pošto je rad pisan u skladu sa predzanjima učenika osnovnih škola detaljna analiza gore pomenutih podela neće biti data.

[6] Hermann Weyl (1885-1955)- nemački matematičar, izuzetan doprinos dao teorijskoj fizici (kvantnoj mehanici), kompleksnoj analizi, diferencijalnim i integralnim jednačinama...

4.1.1 Vizuelne simetrije u fizici

U ovom delu ćemo se osvrnuti na vizuelne simetrije u fizici, obraćajući pažnju ponajviše na one primere koji se najčešće mogu sresti u gradivu za osnovnu školu. Pojedine od ovih simetrija su učenicima mnogo očiglednije i prihvatljivije prilikom proučavanja gradiva u srednjoj školi, ali se u osnovnoj mogu pomenuti u vidu pripreme učenika za ono gradivo koje ih očekuje u srednjoj školi. Ovi primeri se navode neobavezno na redovnoj nastavi, a nešto konkretnije i na dodatnoj nastavi. Od vizuelnih simetrija ćemo pomenuti: simetriju oblika i dimenzija prilikom elastične deformacije tela (gradivo za 6. i 7. razred osnovne škole), zatim simetriju u kristalografiji (gradivo za 8. razred osnovne škole i korelacija sa gradivom iz hemije za 7. i 8. razred osnovne škole), simetriju talasa u mehanici, simetriju upadnog i odbojnog ugla prilikom odbijanja talasa, simetriju koja se javlja prilikom konstrukcije likova kod sfernih ogledala i sočiva i simetriju magnetnih pojava (8. razred).

4.1.1.1 Simetrija oblika i dimenzija prilikom elastične deformacije tela

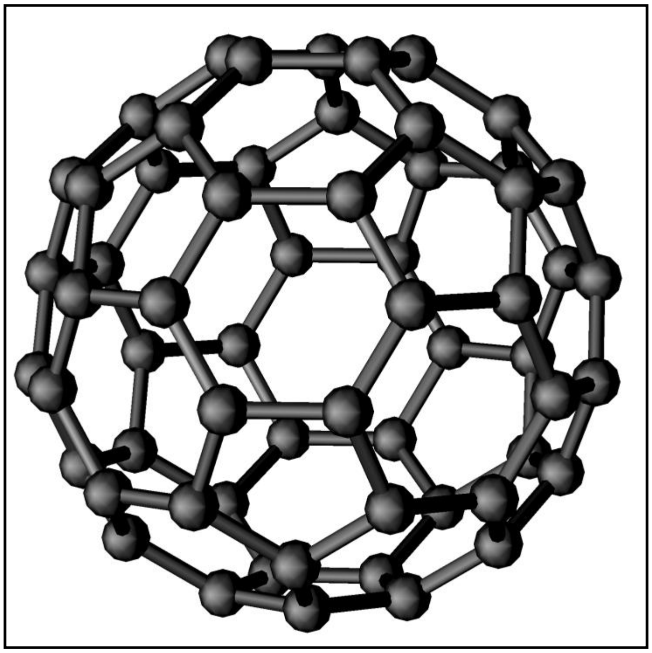
Kada govorimo o deformaciji tela možemo reći da postoji dva osnovna tipa deformacija i8i to na osnovu podatka koji govori o tome da li tela doživljavaju privremenu ili trajnu deformaciju. Naime, one deformacije kod kojih se telo nakon prestanka delovanja sile vraća u prvobitno stanje nazivamo elastičnim. Druge, tj. one kod kojih telo doživaljava trajnu deformaciju pod uticajem sile, nazivamo plastičnim. Dakle, elastičnost predstavlja osobinu tela da se vrati u prvobitan položaj nakon prestanka delovanja spoljašnje ili spoljašnjih sila koje na to telo deluju. Tom prilikom telo nakon defomacije ima iste dimenzije, zapreminu i oblik, kao i pre početka delovanja sile koja je takoreći dovela do privremenog deformisanja tela.

Iz svega navedenog možemo zaključiti da se govori o simetriji pre i nakon prestanka delovanja sile kod elastičnih tela. Postoje mnogi primeri ovakvih tela, a samo neki od njih su: gumica, elastična opruga, sunđer, balon, trambolina (slika 16)...

Slika 16. Simetričnost elastičnih tela

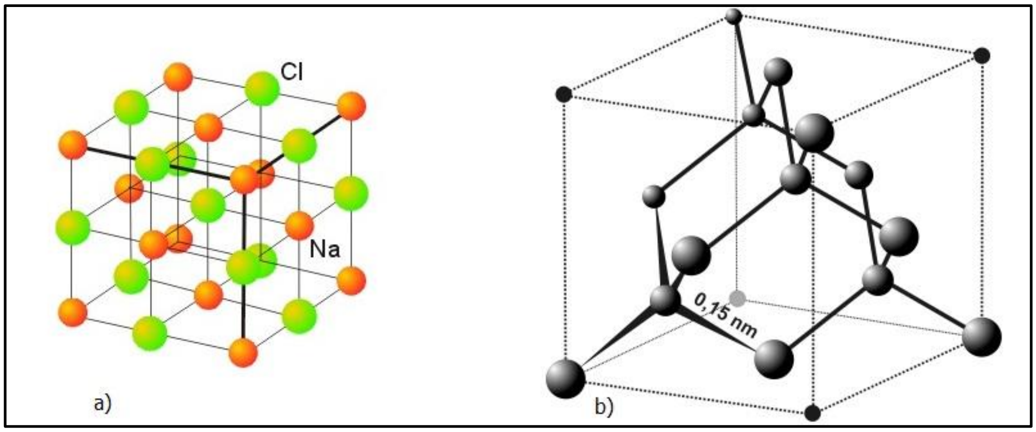
4.1.1.2 Simetrija u kristalografiji

Pojam simetrije se u kristalografiji odnosi na strukturu tela i njihov oblik, koji se mogu posmatrati i predstaviti modelom. Primer simetrične kristalne strukture koji se najčešće navodi u gradivu iz hemije i fizike u osnovnoj školi je molekul C_{60} (fuleren) koji poseduje najsavršeniju simetrijsku formu koju danas poznajemo (slika 17).



Slika 17. Struktura molekula C_{60}

Takođe primeri koji se vrlo često pominju u gradivu za osnovnu školu su primeri strukture kuhinjske soli i dijamantske strukture. Na slici 18. predstavljene su ove dve strukture, čija je simetrija veoma očigledna čak i na prvi pogled.



Slika 18. Kristalna struktura: a) kuhinjske soli; b) dijamanta

4.1.1.3 Simetrija talasa u mehanici

Simetrija talasa u mehanici predstavlja možda i najočigledniji primer vizuelne simetrije koja se sreće u gradivu za osnovnu školu. O vizuelnom doživljaju talasa najbolje govori najjednostavniji eksperiment u vezi sa mehaničkih talasima, koji predstavlja uvod u pomenutu nastavnu jedinicu. Naravno reč je o ogledu koji se izvodi bacanjem kamena na mirnu površinu vode. Delići vode tada počinju da osciluju, a prenošenjem oscilacija kroz vodenu sredinu uočavamo talas, koji se sastoji od velikog broja koncentričnih kružnica čiji je centar upravo u tački dodira kamena i vodene sredine. Sferno-simetrični talas koji nastaje ovom prilikom prava je, kao što smo uostalom već i rekli, slika koja opisuje vizuelnu simetriju (slika 19).

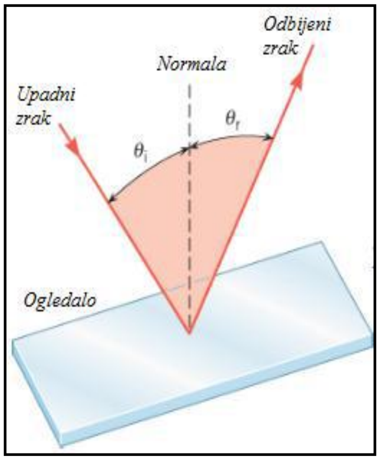
Slika 19. Sferno-simetrični talas na površini vode

4.1.1.4 Simetrija upadnog i odbojnog ugla prilikom odbijanja talasa

Talas menja pravac prilikom nailaska na graničnu površinu koja razdvaja dve sredine različitih svojstava. Deo talasa se tada odbija, a deo prelama i nastavlja kretanje u drugoj sredini. Upravo fizička različitost sredina utiče na promenu brzine širenja talasa i na druge karakteristike koje ga opisuju, što uslovljava i promenu pravca njegovog kretanja.

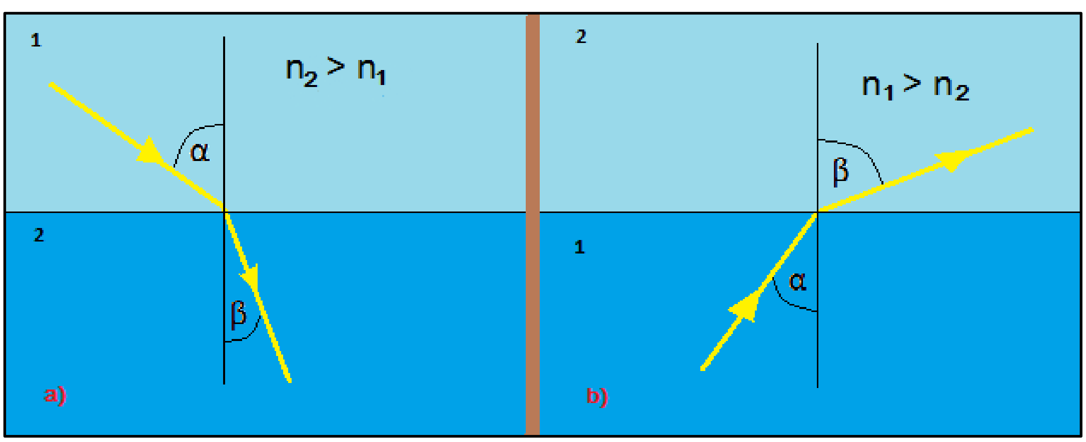
Ovo važi za sve vrste talasa, kako za mehaničke tako i za elektromagnetne, pa samim tim i svetlost. Na taj način stvorena je mogućnost da se ovakve pojave posmatraju, te su iz tog razloga ovo vizuelne simetrije.

Ono zbog čega se simetrija javlja je upravo zakon odbijanja talasa koji kaže da je upadni ugao (θ_i) jednak odbojnom uglu (θ_τ). Upadni ugao je ugao između zraka i normale na graničnu površinu, a odbojni predstavlja ugao između odbijenog talasa i normale na graničnu površinu (slika 20).



Slika 20. Odbijanje talasa

Takođe, simetrija se javlja i u slučaju prelamanja. Naime, prilikom prelaska talasa iz optički ređe (npr. vazduh) u optički gušću sredinu (npr. voda) upadni ugao (α) je veći od prelomnog ugla (*β*), što znači da se svetlosni zrak prelama ka normali. U slučaju prelaska iz vode u vazduh važi obrnuto, što znači da se svetlosni zrak prelama od normale. Simetrija leži u činjenici da je upadni ugao (α) iz prvog slučaja jednak prelomnom uglu (*β*) koji se javlja u drugom slučaju, ukoliko je reč o identičnim sredinama u oba primera (slika 21).



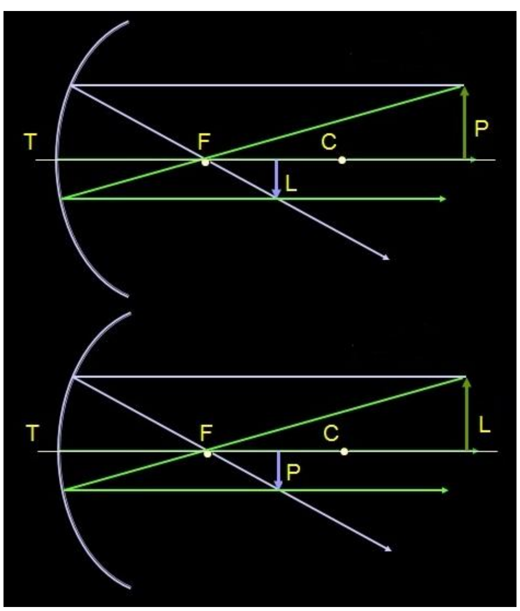
Slika 21. Prelamanje svetlosti pri prelazu: a) iz optički ređe u optički gušću sredinu i b) pri prelazu iz optički gušće u optički ređu sredinu

4.1.1.5 Primeri vizuelne simetrije prilikom konstrukcije likova kod sfernih ogledala i sočiva

Simetrija prilikom konstukcije likova, u oba naslovom navedena slučaja, se može potvrditi kako eksperimentalno tako i teorijski. Činjenica je da između predmeta i lika vlada određena geometrijska srazmera, te da ukoliko predmet približavamo ogledalu (ili sočivu) uočavamo da se lik udaljava i povećava. Ukoliko pak predmet udaljavamo, lik se približava i smanjuje. Pokazalo se da ukoliko predmet postavimo na mesto njegovog lika, lik ćemo dobiti na mestu gde se nalazio predmet. Upravo ovaj podatak pokazuje da je reč o simetriji, pogotovo ako imamo u vidu da važi za sve pozicije predmeta, kako one koje su tačno određene (npr. centar krivine kod sfernog ogledala), tako i za one koje su proizvoljno odabrane.

Primer: Konstrukcija likova kod sfernih ogledala

Za proizvoljno odabranu udaljenost predmeta od ogledala (npr. $R < p$), dobijamo lik na nekoj udaljenosti (u ovom slučaju $f < l < R$). Ukoliko predmet sada postavimo na mesto gde smo u prethodnom slučaju dobili lik ($f < p < R$), lik koji se tom prilikom dobije je na istoj onoj udaljenosti na kojoj se nalazio predmet u prethodnom slučaju. Ukoliko je novi predmet iste veličine kao prethodni lik, lik koji sada dobijamo je isti kao i prvobitan predmet što jasno govori o simetriji (slika 22). Potpuno identično se ponašaju likovi i u slučaju konstrukcije kod sočiva. Jedina razlika je u načinu na koji se dobijaju, tj. u karakterističnim zracima.

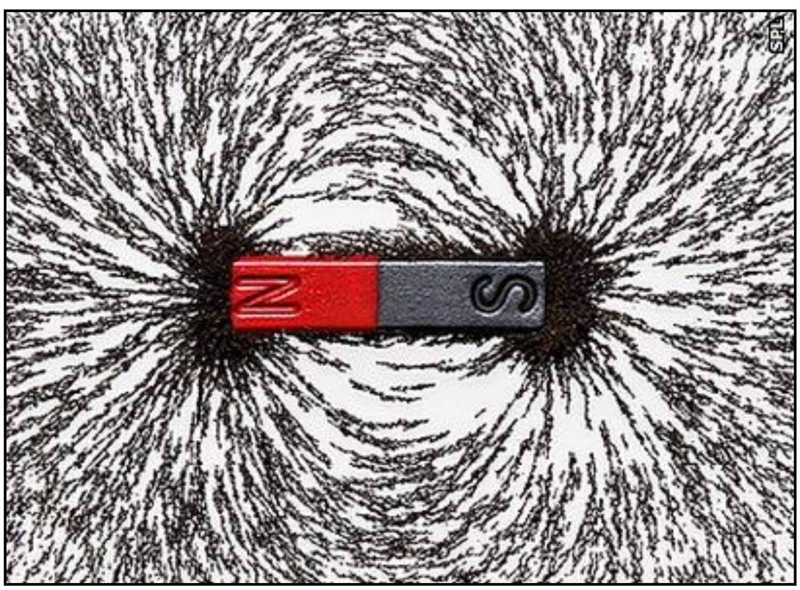


Slika 22. Simetrija prilikom konstrukcije likova

4.1.1.6 Simetrija magnetnih pojava

Magneti su tela koja privlače gvožđe. Dele se na stalne i veštačke. Stalni magneti su sačinjeni od prirodne rude magnetit, dok su veštački magneti namagnetisana tela od gvožđa. Stalni magneti se proizvode u obliku šipke, potkovice, magnetne igle itd. Predstavljaju magnetne dipole, koji se sastoje od severnog i južnog pola. Polove ne možemo razdvojiti. Fizičkim deljenjem magneta, bilo da je u pitanju razdvajanje na dve identične polovine ili je u pitanju proizvoljno komadanje, dobijamo nove magnete od kojih svaki ima po dva pola (severni i južni).

Magnetno polje je najjače upravo na polovima, dok udaljavanjem od polova slabi. Ova činjenica je veoma značajna za uočavanje simetrije magnetnih pojava. Naime, ovo je najjednostavnije pokazati kroz prvi eksperiment koji se izvodi u osnovnoj školi prilikom prvog susreta učenika sa magnetima. Po listu papira se ravnomerno rasporede opiljci od gvožđa, a zatim se na njih spusti jedan šipkasti magnet (ovaj oblik je najbolji zbog veoma očigledne simetrije koja se u ovom slučaju javlja). Pod uticajem magnetnog polja opiljci će se organizovati kao na slici 23. Jasno je da je reč o simetriji.



Slika 23. Vizuelna simetrija kod magneta

4.1.2 Apstraktne simetrije u fizici

U klasičnoj mehanici simetrije su manje-više jednostavne. Fizički, i to uglavnom Njutnovi, zakoni se ne menjaju u inercijalnim referentnim sistemima. Kako je Zemlja približno inercijalni referentni sistem, jasno je da se svi sistemi koji se ravnomerno kreću u odnosu na Zemlju ponašaju kao inercijalni sistemi. Dakle, primer inercijalnog sistema je autobus sa putnicima koji se kreće ravnomernom brzinom. Ipak, Njutnova mehanika nije primenljiva u neinercijalnim sistemima, odnosno u onim sistemima koji se kreću ubrzano u odnosu na Zemlju. Primer neinercijalnog sistema bi mogao biti pomenuti autobus sa putnicima koji se kreće ubrzano u odnosu na okruženje. U ovakvim sistemima važe nešto drugačiji zakoni od onih koje srećemo u svakodnevnom životu. Takođe, objekti koji se kreću brzinama koje su približne brzini svetlosti podležu drugačijim fizičkim zakonima i drugačijim simetrijama od onih koje srećemo u klasičnoj mehanici. Ovi zakoni su umnogome komplikovaniji, tako da ćemo se u ovom delu praktično zadržati na inercijalnim sistemima, pogotovo ako se ima u vidu da se ovo proučavanje odnosi na gradivo koje je propisano planom i programom osnovne škole.

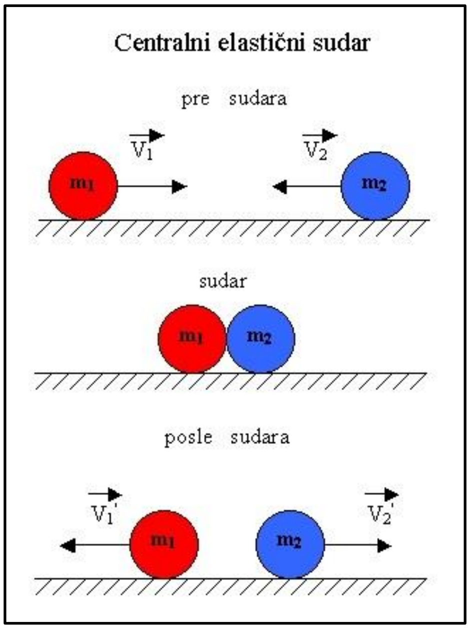
U ovom delu biće opisana simetrija: elastičnog sudara, početne i krajnje energije prilikom slobodnog pada, početne i krajnje brzine tela pri vertikalnom hicu naviše i transformacije energije prilikom oscilovanja matematičkog klatna.

4.1.2.1 Simetrija elastičnog sudara

Ova vrsta simetrije izlazi iz okvira gradiva za redovnu nastavu fizike u osnovnoj školi. Ipak, na dodatnoj nastavi se uz uvođenje pojma impulsa, veoma lako može pokazati učenicima koji se to procesi odigravaju prilikom sudara dva tela.

Sudari predstavljaju interakcije dva ili više tela u kojim se naglo menja brzina tela u jako kratkom vremenskom intervalu, takoreći trenutku. Centralni sudar je sudar tela po liniji koja spaja njihove centre. Sudari se dele na apsolutno elastične i apsolutno neelastične. Zapravo ovo su dva granična slučaja, jer su oni u svakodnevnom životu uglavnom nešto između ta dva. Elastični su oni sudari u kojima važi i zakon održanja energije i zakon održanja impulsa. Neelastični su sudari u kojim važi samo zakon održanja impulsa. Naravno učenicima treba objasniti da se prilikom ovog sudara ne pretvara sva uložena kinetička energija u kinetičku energiju nakon sudara, nego se deo energije troši na unutrašnju energiju tela, te su otuda tela posle sudara zagrejana na mestu dodira.

Posmatrajmo jedan apsolutno elastičan centralni sudar dve kugle. Mase ove dve kugle su m_1 i m_2, dok su sa v_1 i v_2 obeležene brzine ovih tela pre sudara, odnosno v_1' i v_2' nakon sudara (slika 24).



Slika 24. Apsolutno elastičan centralni sudar

Za zakon održanja impulsa važi sledeće:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2' .$$

Za zakon održanja energije važi:

$$\frac{1}{2}m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 \cdot v_2^2 = \frac{1}{2}m_1 \cdot v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2 \cdot v_2'^2 .$$

Izvođenjem se dobija:

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)\cdot v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2} \text{ i } v_2' = \frac{(m_2 - m_1)\cdot v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2} .$$

Ukoliko su mase dva tela jednake dobija se da je:

$$v_1' = v_2 \quad i \quad v_2' = v_1 .$$

Iz navedenog zaključujemo da *prilikom centralnog apsolutno elastičnog sudara dva tela jednakih masa razmenjuju svoje brzine.*

Jasno je dakle, da će u slučaju mirovanja drugog tela pre sudara, brzina prvog tela biti nula nakon sudara, dok će se drugo telo kretati istom onom brzinom koju je imalo prvo telo pre navedenog sudara. Važi i obrnuto, ukoliko je prvo telo mirovalo pre sudara, drugo telo će mirovati nakon sudara. U ovome se ogleda simetrija datog procesa.

4.1.2.2 Simetrija početne i krajnje energije prilikom slobodnog pada

Slobodan pad predstavlja kretanje tela pod uticajem sile zemljine teže $F = m \cdot g$, bez početne brzine ($v_o = 0$). Prilikom ovog kretanja, ukoliko se zanemare sile otpora sredine, važi zakon održanja energije. U ovom zakonu leži simetrija energije koja će biti pokazana na sledećem primeru.

Kugla se pusti da slobodno pada sa određene visine h. Pokazaćemo da je energija simetrična u ovom slučaju, te da je jednaka u početnom i krajnjem položaju, kao i u nekom proizvoljno odabranom položaju.

Energija tela u početnom položaju se svodi na potencijalnu energiju koju telo ima u tom položaju:

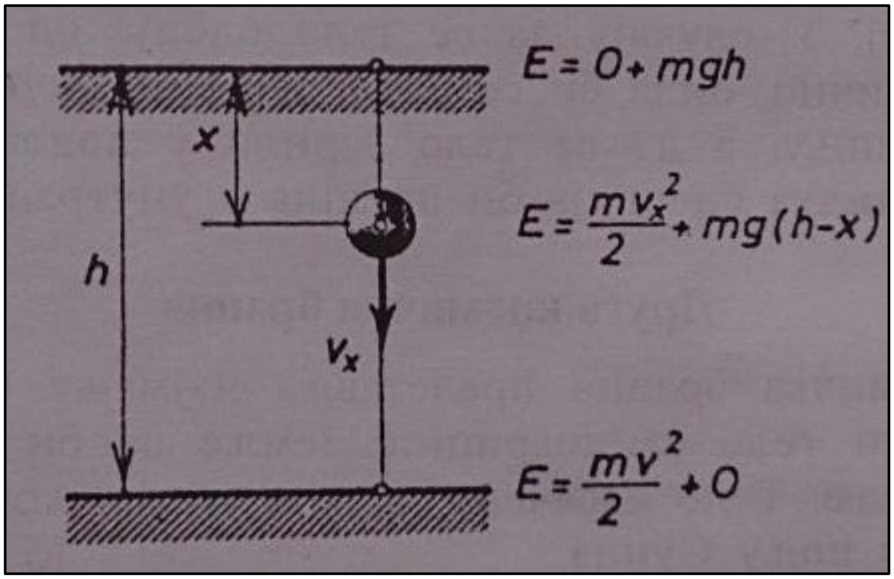
$$E = E_p = mgh.$$

Posle pada za proizvoljnu visinu (x) telo ima brzinu v_x i kinetičku energiju $\frac{m\,v_x^2}{2}$, a potencijalnu $mg(h - x)$. Ukupna mehanička energija je: $E = \frac{m\,v_x^2}{2} + mg(h - x)$. Kako je brzina slobodnog pada $v = \sqrt{2gh}$, gde je h visina koju pređe prilikom pada, onda će nakon pređenih x, imati brzinu $v_x = \sqrt{2gx}$. Dakle, mehanička energija u drugom položaju će biti:

$$E = \frac{m}{2} 2gx + mg(h - x) = mgh\,.$$

U krajnjem položaju će biti jednaka samo kinetičkoj energiji, pošto je potencijalna jednaka nuli. Tako da dobijamo:

$$E = \frac{m\,v^2}{2} = \frac{m}{2}2gh = mgh\ .$$



Slika 25. Slobodan pad

4.1.2.3 Simetrija početne i krajnje brzine tela pri vertikalnom hicu naviše

Vertikalni hitac naviše je ubrzano kretanje tela pod uticajem sile zemljine teže $F = m \cdot g$. Ovom prilikom se telu saopštava početna brzina (v_o), a pravac kretanja leži u vertikalnoj ravni. Ovo kretanje se sastoji iz dve etape. Prvo je usporeno kretanje naviše. Zatim, kada telo dostigne maksimalnu visinu, intenzitet brzine opada na nulu, a potom kreće druga etapa kretanja, slobodan pad.

Dokazano je da ukoliko se zanemare spoljašnji uticaji, kao što je sila otpora sredine, ovde važi zakon održanja energije. Upravo je ovo razlog zašto se javlja simetrija, no o tome će biti reči kada pokažemo simetričnost datog primera.

U početku kretanja, kao što je već rečeno, telu se saopštava početna brzina v_o. Maksimalna visina koju telo dostiže dobija se iz sledeće dve jednačine:

$$h = v_o t - \frac{1}{2} g t^2 \ \text{ i } \ v = v_o - gt,$$

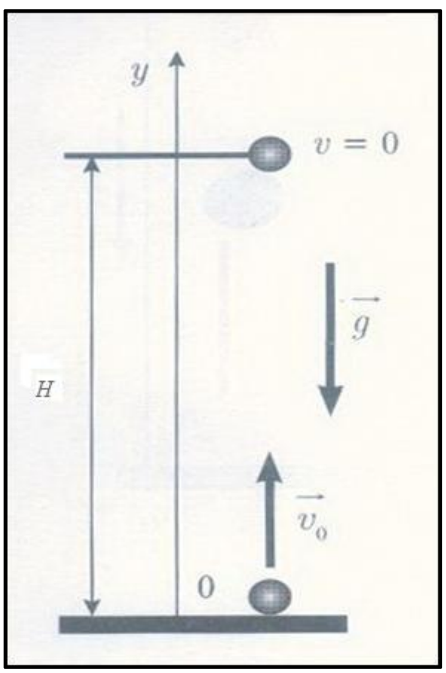
a pošto je na maksimalnoj visini v = 0, druga jednačina dobija oblik $v_o = gt$. Zamenom t = $\frac{v_o}{g}$ u prvu jednačinu, dobijamo izraz za maksimalnu visinu: H = $\frac{v_o^2}{2g}$. Ovo takođe predstavlja i visinu sa koje telo slobodno pada na površinu zemlje. Pošto je početna brzina u ovom slučaju jednaka nuli, krajnja brzina će imati sledeći oblik $v = \sqrt{2gH}$. Ukoliko odavde izrazimo visinu, dobijamo izraz: H = $\frac{v^2}{2g}$. Izjednačavanjem izraza za visinu i skraćivanjem istih veličina dobijamo:

$$v = v_o,$$

što pokazuje simetriju u ovom slučaju.

Ova simetrija je upravo posledica zakona održanja energije, kako smo već i naveli. Naime, kako telo ima maksimalnu kinetičku energiju na početku prvog dela kretanja i na kraju drugog dela kretanja, jasno je da su i brzine maksimalne u ovim trenucima. Dakle, jednakost brzina je mogla biti dokazana i preko zakona održanja energije. Skraćeno:

$$E_{ko} = E_k \Rightarrow \frac{mv_o^2}{2} = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v_o = v\ .$$

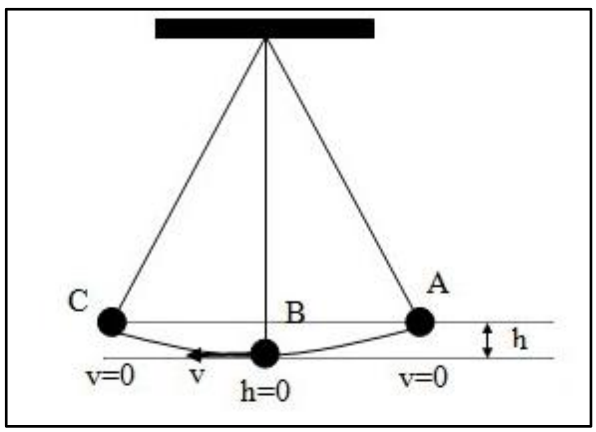


Slika 26. Vertikalni hitac naviše

4.1.2.4 Simetrija transformacije energije prilikom oscilovanja matematičkog klatna

Model matematičkog klatna opisan je u poglavlju 2.3.4. Što se tiče simetrije, ona je uočljiva prilikom opisa zakona održanja energije tokom njegovog kretanja.

Kada matematičko klatno izvedemo iz ravnotežnog položaja i pustimo da osciluje, dolazi do prelaska potencijalne u kinetičku energiju i obrnuto, u zavisnosti od trenutnog položaja kuglice, slika 27. Na maksimalnoj visini, u tački A, kuglica nema kinetičku energiju jer joj je brzina nula, zato što se zaustavlja u tom trenutku vremena. U ovom položaju ima maksimalnu potencijalnu energiju, koja zatim opada. U isto vreme kinetička energija raste i maksimalna vrednost joj je na nultoj visini, u tački B, kada je potencijalna energija jednaka nuli. Zatim potencijalna energija raste, a kinetička opada sve do drugog maksimalnog položaja tj. do tačke C i tako u krug.



Slika 27. Simetrija matematičkog klatna

5. ZAKLJUČAK

Cilj nastave fizike u školama jeste sticanje funkcionalne pismenosti (prirodno-naučne, matematičke, tehničke), sistematsko sticanje znanja o fizičkim pojavama i procesima i njihovo razumevanje na osnovu fizičkih modela i teorija, osposobljavanje učenika za primenu znanja i rešavanje problema i zadataka u novim i nepoznatim situacijama, aktivno sticanje znanja o fizičkim pojavama kroz istraživački pristup itd.

U većini slučajeva u našoj školskoj praksi fizičke teme se razmatraju sa matematičkog aspekta. U nastavi dominira kvantitativno rešavanje problema, kada učenici numerički određuju rešenja jednačina kako bi došli do odgovora, nad kvalitativnim pristupom u kome su učenici uključeni u konceptualizaciju fenomena. Kako bismo učenike motivisali u razvoju konceptualnih rešenja, potrebno je u nastavu uključiti primere kvalitativnih pitanja.

Veća primena kvalitativnih metoda u nastavi fizike bi verovatno dala bolje rezultate kako u pogledu interesantnije nastave tako i u pogledu razumevanja metoda fizike i sticanja osnova za primenu stečenih znanja u različitim discilinama.

LITERATURA

[1] M. Giterman and V. Halpner, *Qualitative Analysis of Physcial Problems*, Academic press, New York London Toronto Sydney San Francisco (1981)

[2] Svetomir Cvijović, Bojan Đorđević, Aleksandar Tasić, *Jedinice, dimenzije i dimenziona analiza*, Građevinska knjiga, Beograd (1980)

[3] Jaroslav Slivka, Mira Terzić, *Obrada rezultata fizičkih eksperimenata*, Univerzitet u Novom Sadu, Prirodno-matematički fakultet (1995)

[4] Richard Feynman, *Osobitosti fizikalnih zakona*, Školska knjiga, Zagreb (1986)

[5] Marija Krneta, Katarina Stevanović, *Fizika - udžbenik sa šesti razred osnovne škole,* Bigz, Beograd (2010)

[6] Marija Krneta, Katarina Stevanović, *Fizika - udžbenik sa sedmi razred osnovne škole,* Bigz, Beograd (2010)

[7] Darko V. Kapor, Jovan P. Šetrajčić, *Fizika 8,* Zavod za udžbenike i nastavna sredstva Beograd (2008)

[8] http://physics1.howard.edu/~thubsch/HEP/Dimenzije.pdf

[9] http://tesla.pmf.ni.ac.rs/people/nesiclj/predavanja/biologija/2010/glava1-2010.

[10] www.student.fizika.org

[11] www.wikipedia.org

Kratka biografija

Tatjana Cvejović rođena je u Šapcu 26.06.1988. godine. Osnovnu školu "*Stojan Novaković*" završila je Šapcu 2003. godine. Nakon završene osnovne škole, upisala je "*Šabačku gimnaziju*", prirodno - matematičkog usmerenja. 2008. godine upisala je *Prirodno - matematički fakultet* Univerziteta u Novom Sadu, gde je diplomirala 2014. godine i stekla zvanje diplomirani profesor fizike. Iste godine upisala je Master studije na katedri Metodike nastave Departmana za fiziku. Radi kao nastavnik fizike u osnovnoj školi.

UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET

KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA

Redni broj:	
RBR	
Identifikacioni broj:	
IBR	
Tip dokumentacije:	Monografska dokumentacija
TD	
Tip zapisa:	Tekstualni štampani materijal
TZ	
Vrsta rada:	Master rad
VR	
Autor:	Tatjana Cvejović
AU	
Mentor:	dr Maja Stojanović, vanredni profesor
MN	
Naslov rada:	Primena kvalitativnih metoda u fizici u osnovnoj školi
NR	
Jezik publikacije:	Srpski (Latinica)
JP	
Jezik izvoda:	srpski/engleski
JI	
Zemlja publikovanja:	Srbija
ZP	

Uže geografsko područje: **UGP**	Vojvodina
Godina: **GO**	2015
Izdavač: **IZ**	Autorski reprint
Mesto i adresa: **MA**	Prirodno-matematički fakultet, Trg Dositeja Obradovića 4, Novi Sad
Fizički opis rada: **FO**	broj glava-5/broj strana-54/broj referenci-7/broj tabela-3/broj slika-27/broj priloga-0
Naučna oblast: **NO**	Fizika
Naučna disciplina: **ND**	Metodika nastave fizike
Predmetna odrednica/ ključne reči: **PO**	Kvalitativne metode, modeli, dimenziona analiza, simetrija
UDK	
Čuva se: **ČU**	Biblioteka departmana za fiziku, PMF-a u Novom Sadu
Važna napomena: **VN**	nema
Izvod: **IZ**	U ovom master radu data je primena kvalitativnih metoda u fizici za osnovnu školu. Predstavljene su osnovne karakteristike modela i modelovanja, dimenzione analize i simetrije u fizici. Dati su različiti primeri za navedene metode u skladu sa nastavnim planom i programom osnovnih škola.
Datum prihvatanja teme od NN veća: **DP**	02.09.2015.

Datum odbrane: **DO**	.09.2015.
Članovi komisije: **KO**	
Predsednik:	dr Milica Pavkov-Hrvojević, redovni profesor Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu
član:	dr Sonja Skuban, vanredni profesor Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu
član:	dr Maja Stojanović, vanredni profesor Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu

UNIVERSITY OF NOVI SAD

FACULTY OF SCIENCE AND MATHEMATICS

KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number:	
ANO	
Identification number:	
INO	
Document type:	Monograph publication
DT	
Type of record:	Textual printed material
TR	
Content code:	Final paper
CC	
Author:	Tatjana Cvejović
AU	
Mentor/comentor:	dr Maja Stojanović, associate profesor
MN	
Title:	The application of qualitative methods in physics in elementary school
TI	
Language of text:	Serbian (Latin)
LT	
Language of abstract:	English
LA	
Country of publication:	Serbia

CP

Locality of publication: Vojvodina

LP

Publication year: 2015

PY

Publisher: Author's reprint

PU

Publication place: Faculty of Science and Mathematics, Trg Dositeja Obradovića 4, Novi Sad

PP

Physical description: chapters – 5/pages – 54/references – 7/tables – 3/pictures– 27/appendices – 0

PD

Scientific field: Physics

SF

Scientific discipline: Methodology of physics teaching

SD

Subject/ Key words: Qualitative methods, models, dimensyonal analysis, symetries

SKW

UC

Holding data: Library of Department of Physics, Trg Dositeja Obradovića 4

HD

Note: none

N

Abstract:

AB

This work presents a use of qualitative methods in physics for elementary school . The basic characteristics of models and modeling , dimensional analysis and symmetry in physics are represented. Different examples of these methods in accordance with the curriculum of primary schools are aslo shown.

Accepted by the Scientific Board: 02.09.2015.

ASB

Defended on:	.09.2015.
DE	
Thesis defend board:	
DB	
President:	dr Milica Pavkov-Hrvojević, full profesor on Faculty of Science , Novi Sad
Member:	dr Sonja Skuban, associate profesor on Faculty of Science , Novi Sad
Member:	dr Maja Stojanović, associate profesor on Faculty of Science , Novi Sad