

D-221



Diplomski rad

**TRNINIĆ
STEVAN**

UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET
INSTITUT ZA FIZIKU

Природно-математички факултет
Радна заједница заједничких послова

Г.	12. IX. 1983		
Ориј. д.	Број	Пријави	Вредност
03	10 / 36		

Trninić Stevan

TEORIJSKI OSNOVI PROCESA FISIJE

- diplomski rad -

Novi Sad, 1983.

Zahvaljujem se mentoru - profesoru Dr Lazaru
Marinkovu - na pomoći koju mi je pružio pri izradi
ovog diplomskog rada.

Takodje se zahvaljujem asistentu Vesković
Miroslavu na korisnim savetima.

S A D R Ž A J

1. UVOD - - - - -	1
2. MODEL TEČNE KAPI - - - - -	3
2.1 Opšte o modelima jezgra - - - - -	3
2.2 Osobine modela tečne kapi - - - - -	4
2.3 Semi-empirijska masena formula - - - - -	6
3. FISIJA INDUKOVANA NEUTRONIMA - - - - -	10
4. VEROVATNOĆA PROCESA FISIJE - - - - -	25
5. JEZGRA PODLOŽNA FISIJI - - - - -	35
5.1 Rezonantni zahvat neutrona - - - - -	35
5.2 Fisija proizvedena termalnim neutronima - - - -	38
5.3 Fisija proizvedena brzim neutronima - - - -	43
6. POJAVE KOJE PRATE FISIJU - - - - -	48
6.1 Fisioni fragmenti - - - - -	48
6.2 Istovremeni neutroni - - - - -	49
6.3 Zakasneli neutroni - - - - -	51
6.4 Energija oslobođena u procesu fisije - - - -	53
7. FISIJA PROIZVEDENA DEUTERONIMA, PROTONIMA I γ - ZRAČENJEM - - - - -	56
7.1 Uvod - - - - -	56
7.2 Fisija proizvedena deuteronomima i protonima - -	56
7.3 Foto-fisija - - - - -	59
8. SPONTANA FISIJA - - - - -	60
9. ZAKLJUČAK - - - - -	65
10. LITERATURA - - - - -	66

1. U V O D

Ubrzo posle otkrića neutrona (1932 g.) i indukovane radioaktivnosti (1934 g.), italijanski fizičar E. Fermi i njegovi saradnici izložili su dejstvu neutrona sve do tada poznate elemente periodnog sistema. Dobijeni rezultati ukazivali su na to, da se interakcija izmedju neutrona i jezgra obično odvija na sledeći način: neutron biva zahvaćen od strane jezgra Z^A (Z - broj protona, A - maseni broj), pri čemu ovo prelazi u nestabilno jezgro Z^{A+1} , koje se β - emisijom transformiše u stabilno jezgro $(Z+1)^{A+1}$. Na osnovu toga Fermi je predpostavio da se bombardovanjem uranijuma neutronima, mogu dobiti transuranski elementi, odnosno elementi sa rednim brojem $Z > 92$.

Izvršen je niz eksperimenata, sa ciljem da se dokaže postojanje transuranskih elemenata.

Nemački radiohemičari Hahn i Strassmann su hemijskim metodom identifikovali nekoliko izotopa radijuma, kao nosioce aktivnosti, koje nastaju ozračivanjem uranijuma neutronima. Ovaj rezultat nije se mogao prihvati. Naime, pri transformaciji uranijuma u radijum trebalo bi da se emituju dve α - čestice. Medjutim α - čestice nisu detektovane.

Septembra 1938. godine, istražujući aktivnosti koje nastaju bombardovanjem uranijuma neutronima, jugoslovenski naučnik profesor Pavle Savić i Irena Curie, utvrdili su da je nosilac jedne od aktivnosti element koji je po hemijskim osobinama sličan lantanu ($Z = 57$).

Eksperimenti Hahn-a i Strassmann-a, koji su usledili nekoli-



ko meseci kasnije, potvrdili su rezultate Pavla Savića i Irene Curie i doveli do otkrića novih radioaktivnih izotopa, koji spadaju u grupu elemenata retkih zemalja. Na osnovu svega toga Hahn i Strassmann su zaključili sledeće: "Kao hemičari moramo zameniti simbole Ra, Ac i Th u našem periodnom sistemu, simbolička Ba, La i Ce. Kao nuklearni hemičari, bliže povezani sa fizikom, ne možemo se odlučiti na ovaj korak koji je u suprotnosti sa svim ranijim iskustvima nuklearne fizike."

Objašnjenje dobijenih eksperimentalnih rezultata usledilo je januara 1939. godine od strane Meitner-a i Frisch-a, koji su predpostavili da uranijumsko jezgro posle apsorpcije sporog neutrona može dobiti dovoljno deformisani oblik, što izaziva njegovu deobu na dva približno jednaka fragmenta. Novootkrivenom tipu reakcije oni su dali naziv "fisija jezgra", imajući u vidu sličnost ove reakcije sa deobom ćelije u biologiji. Oni su takođe dali i prvo kvalitativno objašnjenje ovog procesa na osnovu razmatranja konkurenциje izmedju sile Kulonovog odbijanja nanelektrisanih čestica u jezgru, i stabilizirajućeg dejstva površinskog napona, na bazi modela jezgra kojeg je 1936. godine postavio Niels Bohr, a koji se naziva "model tečne kapi".

Potpuno teorijsko tumačenje procesa fisije na bazi modela tečne kapi dali su N.Bohr i J.A Wheeler 1939. godine na sastanku američkog fizičkog društva, nekoliko meseci posle njenog otkrića.

2. MODEL TEČNE KAPI

2.1. Opšte o modelima jezgra

Jezgro predstavlja složen kvantnomehanički sistem, sastavljen od protona i neutrona, koji se zajedničkim imenom nazivaju nukleoni. Unutar ovog sistema deluju dve vrste sila: elektromagnetna i nuklearna. Prva deluje samo izmedju protona, a druga izmedju svih mogućih kombinacija nukleona, nezavisno od njihovog nanelektrisanja. Jezgro, sastavljeno od A nukleona, opisuje se Šredingerovom jednačinom za sistem A čestica:

$$\begin{aligned} H\Psi(\tilde{r}_1, \dots, \tilde{r}_A; t) = \\ = \left[-\frac{\hbar^2}{2M} \sum \nabla_i^2 + V(\tilde{r}_1, \dots, \tilde{r}_A) \right] \Psi(\tilde{r}_1, \dots, \tilde{r}_A; t) = \\ = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\tilde{r}_1, \dots, \tilde{r}_A; t) \end{aligned}$$

gde su sa \tilde{r}_i označene prostorne, spinska i izospinska koordinata i -tog nukleona, ($i = 1, \dots, A$). Za tačno rešavanje ove jednačine neophodno je znati: 1) rešiti problem više tela, odnosno A nukleona i 2) oblik potencijala nuklearnih sila. Tek ako su ova dva zahteva ispunjena, dobijaju se rešenja Šredingerove jednačine koja u potpunosti opisuju osobine atomskog jezgra.

Medjutim, ovi zahtevi nisu ispunjeni. Priroda nuklearnih sila još uvek nije u potpunosti razjašnjena. Takođe ni problem medjusobnog uticaja A nukleona nije moguće tačno rešiti.

Zbog svega toga, da bi se dobila rešenja Šredingerove jednačine, koja će sa najvećom mogućom tačnošću opisati osobine

realnih jezgara i dati sliku o strukturi jezgra, koriste se različiti fizički modeli nuklearnog potencijala. U zavisnosti od izbora nuklearnog potencijala, dobijaju se različiti modeli jezgra.

Svi do sada stvorenii modeli jezgra, zasnivaju se uglavnom na dve modelske predpostavke: 1) model nezavisne čestice, prema kojem se nukleoni kreću u jezgru u nekom sopstvenom srednjem polju, neinteragujući jedan sa drugim, i 2) model jake interakcije, prema kojem se jezgro razmatra kao skup jake spregnutih čestica, koje usled jake interakcije gube svoju individualnost i zbog toga proizvode kolektivne efekte. Predstavnici modela nezavisne čestice su: Model fermijevog gasa, model slojeva, jednočestični model i drugi. U modele jake interakcije spadaju: Model tečne kapi i α - čestični model.

2.2. Osobine modela tečne kapi

Model tečne kapi formulisao je Niels Bohr 1936. godine na osnovu analogije izmedju atomskog jezgra i obične tečne kapi. U ovom modelu, materija od koje je sačinjeno jezgro posmatra se kao "kvantni fluid" veoma male kompresibilnosti, odnosno približno konstantne gustine ($\sim 2 \times 10^{17} \text{ kg/m}^3$), a jezgro kao mala uniformno nanelektrisana sferna kap ovog fluida, sa radijusom:

$$R = r_0 A^{1/3} \quad (2.2)$$

gde je A maseni broj jezgra, a r_0 veličina koja se određuje eksperimentalno.

Činjenice, na osnovu kojih je uspostavljena analogija izmedju jezgra i kapi su sledeće:

1) Gustina jezgra je konstantna veličina za sva jezgra. Slič-

no je kod tečnosti, jer gustina ne zavisi od dimenzija kapi.

2) Energija vezivanja po nukleonu, u dobroj aproksimaciji ima konstantnu vrednost za sva jezgra sa više od 12 nukleona. Energija vezivanja molekula takodje ima konstantnu vrednost, odnosno nezavisi od dimenzija kapi.

3) Nuklearne sile, koje deluju unutar jezgra, kratkog su dometa, i po karakteru su saturacione, što verovatno potiče od odbijanja nukleona na malim rastojanjima i uslovljava konstantnu vrednost gustine nukleona u zapremini jezgra ($\simeq 10^{44}$ nukl/m³). Medjumolekularne sile su takodje kratkog dometa, privlačne su, ali na rastojanjima manjim od dimenzija molekula postaju odbojne.

4) Prelaz nukleona iz slobodnog u vezano stanje može se porediti sa toplotom kondenzacije pare, gde je energija vezivanja nukleona analogna toploti koja se prilikom kondenzovanja pare oslobodi. Razlika je, medutim, u vrednosti energije vezivanja. Energija vezivanja molekula iznosi oko 10eV, dok je energija vezivanja nukleona 10^6 puta veća.

Pored pomemutih analogija, postoje i suštinske razlike. Po nekim svojim osobinama jezgro se znatno razlikuje od obične tečnosti. Na primer, srednje rastojanje izmedju dve čestice u tečnosti je, u gruboj aproksimaciji, dano vrednošću pri kojoj medjučestične sile imaju minimalnu vrednost, što bi za jezgro trebalo da iznosi ~ 0.7 fm. Medutim, nukleoni u jezgru su na srednjem rastojanju od ~ 2.4 fm. Razlog za ovako veliku razliku u poredjenju sa običnom tečnošću je taj, što se nukleoni pokoravaju Fermijevoj statistici, i zato je jezgro "kvantni fluid". Paulijev princip sprečava nukleone da se previše približe jedan drugom. Na taj način, slučajna rasutanja u kvantnom fluidu su

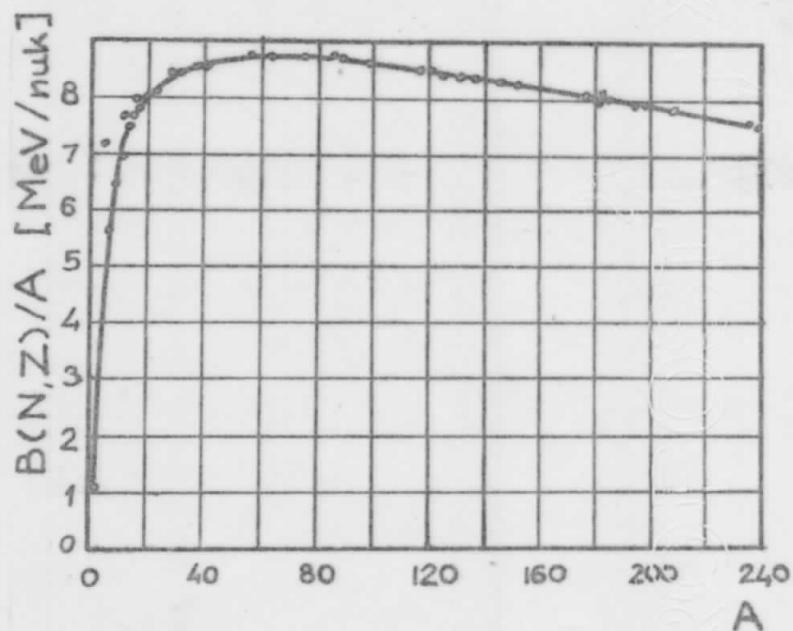
veoma retka, dok je u običnom ova pojava dominantna. Prema tome, srednji slobodan put nukleona umutar osnovnog stanja jezgra (ili umereno pobudjenog) je reda veličine dimenzija jezgra.

Osim toga, molekularne sile su elektromagnetsnog porekla, a nuklearne sile imaju specifičan vid.

Bez obzira na ove suštinske razlike, nuklearna svojstva i procesi mogu se opisivati u analogiji sa tečnom kapi.

2.3. Semi - empirijska masena formula

Ako se posmatra kriva na slici 2.1, koja izražava zavisnost srednje vezivne energije po nukleomu $B(N,Z)/A$ od broja nukleona A (N i Z su brojevi neutrona i protona, respektivno), zapaža se sledeće.



Slika 2.1

Srednja vezivna energija po nukleomu, za jezgra sa više od 12 nukleona, ima približno konstantnu vrednost:

$$\frac{B(N,Z)}{A} \Big|_{A>12} \simeq - 8.5 \frac{\text{MeV}}{\text{nukl}} \quad (2.3)$$

Ovo se objašnjava saturacionim osobinama nuklearnih sila. Naime, ako neko jezgro ima A nukleona, i ako se predpostavi da svaki od njih interaguje sa svim ostalima, tada će u tom jezgru biti $\frac{1}{2} Ax(A-1)$ interakcija. Totalna vezivna energija bi tada trebala da bude proporcionalna broju svih mogućih međunukleonskih interakcija $\frac{1}{2} Ax(A-1)$, a srednja vezivna energija po nukleonu, proporcionalna broju nukleona A. Ovo očigledno nije u saglasnosti sa krivom na slici 2.1. Uzrok ovom neslaganju je taj, što jedan nukleon u jezgru interaguje samo sa ograničenim brojem ostalih nukleona. Broj mogućih interakcija ograničen je kratkim dometom nuklearnih sila, i kombinovanim delovanjem Paulijevog principa i principa neodredjenosti.

Bilo je mnogo pokušaja da se eksperimentalna kriva prikazana na slici 2.1. predstavi u vidu funkcionalne zavisnosti totalne vezivne energije B (N,Z) od broja neutrona i protona N.i Z. Najpoznatija formula ove vrste je semi-empirijska masena formula Bethe-Weizsäcker-a

$$B(N,Z) = -a_v A + a_s A^{2/3} + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_I \frac{(N-Z)^2}{A} + a_p \lambda A^{-3/4} \quad (2.4)$$

dobijena na osnovu modela tečne kapi. Koeficijenti a_v , a_s , a_c , a_I i a_p odredjeni su eksperimentalno, i iznose:

$$a_v = 15.68 \quad a_s = 18.56 \quad a_c = 0.717 \quad a_I = 28.1 \quad a_p = 34 \text{ (MeV)}$$

Fizičko značenje formule (2.4) je sledeće. Prvi član proporcionalan je sa $A(\sim R^3)$, i zato se naziva zapreminske član. On predstavlja totalnu vezivnu energiju oslobođenu pri formiranju jezgra.

Drugi član proporcionalan je sa $A^{2/3} (\sim R^2)$ i zato se naziva površinski član. On uzima u obzir činjenicu da su nukleoni

na površini jezgra vezani slabije nego oni unutar jezgra, jer im je samo deo površine izložen dejstvu nuklearnih sila. Usled ovog površinskog efekta totalna vezivna energija se smanjuje.

Treći član uzima u obzir Kulonovo odbijanje izmedju protona u jezgru. Kako Kulonova sila nema saturaciono svojstvo, Kulonova energija biće proporcionalna sa Z^2 i obrnuto proporcionalna sa radijusom jezgra R. Kulonova energija teži da smanji energiju vezivanja u jezgru.

Četvrti član naziva se asimetrični član, i on uzima u obzir činjenicu da energija vezivanja jezgra zavisi od odnosa broja neutrona i protona u njemu. Najstabilnija laka jezgra su ona kod kojih je broj protona jednak broju neutrona, $Z=N$. Kod jezgara koja imaju redni broj $Z > 20$ ne javljaju se stabilni izotopi sa $N=Z$, već samo oni kod kojih je $N > Z$. Višak neutrona se javlja da bi kompenzovao odbojnju Kulonovu силу medju protonima. Jezgra kod kojih je narušen odnos $N=Z$, imaju manju energiju vezivanja. Drugim rečima, sa povećanjem masenog broja A narušava se odnos N/Z , usled čega se smanjuje energija vezivanja.

Poslednji član uzima u obzir činjenicu da nuklearne sile imaju takvu osobinu da spinove dve istorodne čestice na istom nivou orijentisu antiparalelno. Takvo je stanje energetski niže od onog koje je popunjeno sa dva raznorodna nukleona. Ako se paran broj nukleona označi sa P, a neparan sa N, tada je paran broj protona i neutrona označen sa P-P, čime je označeno parno-parno jezgro. Prema ovom načinu obeležavanja, postoje i P-N odnosno N-P jezgra, koja su u odnosu na P-P jezgra vezana slabije, dok su najslabije vezana N-N jezgra. Koeficijent λ ima sledeće vrednosti:

$$\lambda = -1 \text{ za P-P jezgra}$$

$\lambda = 0$ za N-P i P-N jezgra

$\lambda = +1$ za N-N jezgra

Analogno jednačini (2.4) koja predstavlja Bethe-Weizsäckerovu semi-empirijsku formulu za određivanje vezivne energije jezgra, može se napisati i formula za određivanje mase jezgra, na sledeći način:

$$M_j(N, Z) = Nm_n + Zm_p - a_v A + a_s A^{2/3} + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_I \frac{(N-Z)^2}{A} + a_p \lambda A^{-3/4} \quad (2.5)$$

gde su m_n i m_p , mase neutrona i protona respektivno, a koeficijenti a_v , a_s , a_c , a_I , a_p su maseni ekvivalenti odgovarajućih koeficijenata iz relacije (2.4), izraženi u (ajm).

Poslednja jednačina predstavlja Bethe-Weizsäckerovu semi-empirijsku formulu za određivanje mase jezgra.

Dobijena semi-empirijska formula (2.4) veoma dobro opisuje eksperimentalnu krivu, prikazanu na slici 2.1.

Semi-empirijska masena formula (2.5), može se iskoristiti za procenu količine energije oslobođene u procesu fisije.

3. F I S I J A I N D U K O V A N A N E U T R O N I M A

Saglasno modelu tečne kapi, jezgro u stabilnom stanju predstavlja sistem čvrsto vezanih čestica sa minimumom potencijalne energije i oblika je sfere radijusa R . Apsorpcijom neutrona, jezgro biva jako pobudjeno i deformiše se. Dolazi do odstupanja od ravnotežnog sfernog oblika, koje vodi povećanju površinske energije E_s . Istovremeno sa povećanjem površinske energije E_s , smanjuje se elektrostatička energija E_e , koja ima maksimalnu vrednost samo pri sfernom obliku jezgra, kada su protoni na minimalnom rastojanju. Kako suma površinske i elektrostatičke energije $E_s + E_e$ predstavlja potencijalnu energiju E_{s+e} jezgra, znači da se pri deformisanju jezgra menja njegova potencijalna energija.

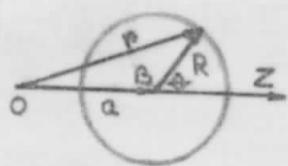
Dalji tok razmatranja biće ograničen samo na proučavanje malih deformacija, odnosno malih odstupanja od sfernog oblika, i to takvih pri kojima površina jezgra ostaje aksijalno simetrična. Da bi se ispitala stabilnost jezgra pri ovim deformacijama, mora se na neki način opisati njegova površina. Ako se osa simetrije izabere kao polarna osa Z , i početak koordinatnog sistema postavi u centar nedeformisanog jezgra, jednačina površine jezgra imaće oblik:

$$r(\theta) = R \{ 1 + \alpha_0 + \alpha_2 P_2(\cos\theta) + \alpha_3 P_3(\cos\theta) + \dots \} \quad (3.1)$$

gde je $r(\theta)$ - radijus vektor, povučen iz početka koordinatnog sistema do proizvoljne tačne na površini jezgra; α_n - su mali parametri koji ispočetka karakterišu deformaciju jezgra, a posle njegove podele rastojanje izmedju fragmenata jezgra; $P_n(\cos\theta)$ su Ležandrovi polinomi.

U jednačini (3.1) izostavljen je član $\alpha_1 P_1(\cos\theta)$, koji sadr-

ži prvi polinom Ležandra, jer on odgovara pomeranju celog jezgra duž ose Z, bez promene njegovog oblika. Ovo se dokazuje primenom kosinusne teoreme,



$$r^2 = R^2 + a^2 - 2aR\cos\beta$$

Ako je veličina pomeranja $a \ll R$, poslednja jednačina može se transformisati na sledeći način:

$$\begin{aligned} r &\approx \sqrt{R^2 - 2aR\cos\beta} = R \sqrt{1 - 2\frac{a}{R} \cos(\pi - \theta)} = \\ &= R (1 + 2\frac{a}{R} \cos\theta)^{1/2} = R (1 + \frac{a}{R} \cos\theta + \dots) \end{aligned}$$

Prema tome, jednačina površine jezgra, koje se pomera bez deformacije duž ose Z biće:

$$r(\theta) = R(1 + \alpha_1 P_1(\cos\theta)), \text{ gde je } \alpha_1 = \frac{a}{R}$$

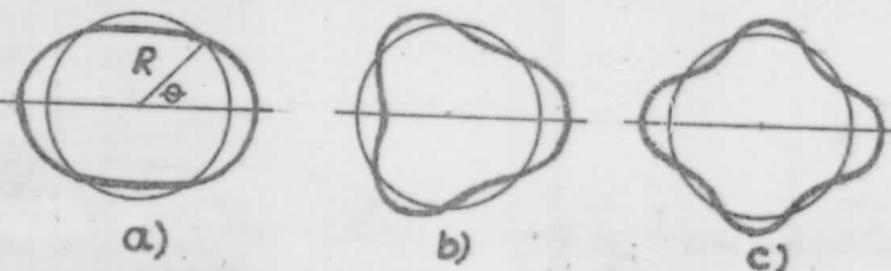
Jednačina (3.1) može se razložiti na više članova, od kojih svaki uzima u obzir oscilacije određenog tipa. Tako jednačinama

a) $r = R[1 + \alpha_2 P_2(\cos\theta)]$, $\alpha_2 > 0$

b) $r = R[1 + \alpha_3 P_3(\cos\theta)]$, $\alpha_3 > 0$

c) $r = R[1 + \alpha_4 P_4(\cos\theta)]$, $\alpha_4 > 0$

odgovaraju deformacije prikazane na slici (3.1).



Slika 3.1

Polinomu $P_n(\cos\theta)$ odgovara deformacija koja pri određenim uslovima može dovesti do fisije jezgra na n - delova. U slučaju da je $\{P_n \cos(\pi - \theta) = P_n(\cos\theta)\}$, u razvoju (3.1) ostaje



mo parni polinomi Ležandra; parametri $\alpha_3, \alpha_5, \dots$, jednaki su nuli, zbog aksijalne simetrije deformacija.

Promena zapremine i površine jezgra pri malim deformacijama biće ispitana za slučaj kada su vrednosti parametara α_0 i α_2 male, a vrednosti svih ostalih parametara jednake nuli. Tada je saglasno jednačini (3.1):

$$r = R (1 + \alpha_0 + \alpha_2 P_2(\cos\theta)) \quad (3.2)$$

Zapremina jezgra je

$$\begin{aligned} V &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_0^r r^2 dr \sin\theta d\theta d\psi = 2\pi \int_0^{\pi} \int_0^r r^2 dr \sin\theta d\theta = \\ &= 2\pi \int_0^{\pi} \sin\theta d\theta \int_0^r r^2 dr \end{aligned}$$

Zbog ranije predpostavke o parametrima α_0 i α_2 , mogu se zanemariti članovi koji sadrže $\alpha_0^3, \alpha_2^3, 3\alpha_0^2, \alpha_0\alpha_2^2$ i $\alpha_0^2\alpha_2$, pa se dobija da je

$$V = \frac{4\pi R^3}{3} (1 + 3\alpha_0 + \frac{3}{5}\alpha_2^2) \quad (3.3)$$

Kako je u modelu tečne kapi (odeljak 2.2.) predpostavljeni da je nuklearna materija praktično nestišljiva, sledi da zapremina deformisanog jezgra mora svo vreme biti jednak $4\pi R^3/3$. Ovo je ispunjeno u slučaju kad je:

$$\alpha_0 = -\frac{1}{5} \alpha_2^2 \quad (3.4)$$

Kako jezgro poseduje simetriju u odnosu na Z osu, njegova površina se može izračunati po poznatoj formuli $S = 2\pi \int y dS$.

U sfernom koordinatnom sistemu ($y = rs \sin\theta$) je:

$$\begin{aligned} S &= 2\pi \int_0^{\pi} \sin\theta r^2 \sqrt{1 + \frac{1}{r^2} (\frac{dr}{d\theta})^2} d\theta = \\ &= 2\pi \int_0^{\pi} \sin\theta R^2 (1 + \alpha_0 + \alpha_2 P_2(\cos\theta))^2 \sqrt{1 + \frac{1}{r^2} (R\alpha_2 \frac{dP_2}{d\theta})^2} d\theta \end{aligned}$$

Uzimajući u obzir da je

$$\frac{dP_2}{d\theta} = -3\cos\theta \sin\theta$$

i zanemarujući članove koji sadrže α_0^2, α_2^3 i $\alpha_0\alpha_2^2$, dobija

se da je

$$S = 4\pi R^2 \left(1 + 2\alpha_0 + \frac{4}{5} \alpha_2^2\right)$$

Pri uslovu (3.4), poslednja jednačina može biti predstavljena u obliku

$$S = 4\pi R^2 \left(1 + \frac{2}{5} \alpha_2^2\right) \quad (3.5)$$

Sada je mogućno naći energiju E_s^0 , uslovljenu površinskim naponom jezgra. Označavajući koeficijent površinskog napona sa σ , za površinsku energiju nedeformisanog jezgra dobija se izraz

$$E_s^0 = 4\pi R^2 \sigma = 4\pi r_0^2 \sigma A^{2/3} \quad (3.6)$$

Radi zadovoljavajućeg slaganja sa eksperimentalnim podacima, u jednačinu (3.6) treba staviti $r_0 = 1.4 \times 10^{-15} \text{ m}$, odnosno $4\pi r_0^2 \sigma = 14$ (ako se energija meri u MeV). Tada sledi da je

$$E_s^0 = 14 A^{2/3} \quad (3.7)$$

Pri porastu površine deformisanog jezgra, energija E_s biće jednak

$$E_s = 14 A^{2/3} \left(1 + \frac{2}{5} \alpha_2^2\right) \quad (3.8)$$

Za jezgro sfernog oblika, elektrostatička energija E_e uzajamnog dejstva protona jednaka je

$$E_e^0 = \frac{3e^2}{5r_0} Z^2 A^{-1/3} = 0.675 Z^2 A^{-1/3} \quad (3.9)$$

Da bi se izračunao uticaj deformacije jezgra na veličinu energije uzajamnog elektrostatičkog dejstva, treba primetiti da potencijal Kulonovog uzajamnog dejstva zavisi od srednje vrednosti ($1/\bar{r}$). Koristeći (3.2) i (3.4), nalazi se da je:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{r}\right) &\approx \frac{3}{4R} \int_0^{\pi} (1 + 2\alpha_0 + 2\alpha_2 P_2 + \alpha_0 \alpha_2 P_2 + \alpha_2 P_2^2) \sin\theta d\theta = \\ &= \frac{3}{2R} \left(1 - \frac{1}{5} \alpha_2^2\right) \end{aligned} \quad (3.10)$$

Za jezgro sfernog oblika (nedeformisano) $\left(\frac{1}{r}\right) = \frac{3}{2R}$, pa je jednačinu (3.9) moguće napisati u vidu

$$E_e^0 = \frac{2}{5} e^2 z^2 \left(\frac{1}{r}\right) \quad (3.11)$$

Jednačina (3.9) važi za deformisano jezgro, samo treba zameniti vrednost $\left(\frac{1}{r}\right)$ iz (3.10).

Tada se za energiju E_e uzajamnog elektrostatičkog dejstva deformisanog jezgra dobija izraz

$$E_e = \frac{3}{5} \frac{e^2 z^2}{r_0} \left(1 - \frac{1}{5} \alpha_2^2\right) A^{-1/3} \quad (3.12)$$

Promena potencijalne energije jezgra $\Delta E_{s+e} = E_s + E_e - (E_s^0 + E_e^0)$ na osnovu (3.7), (3.8), (3.9) i (3.12) može biti predstavljena u obliku

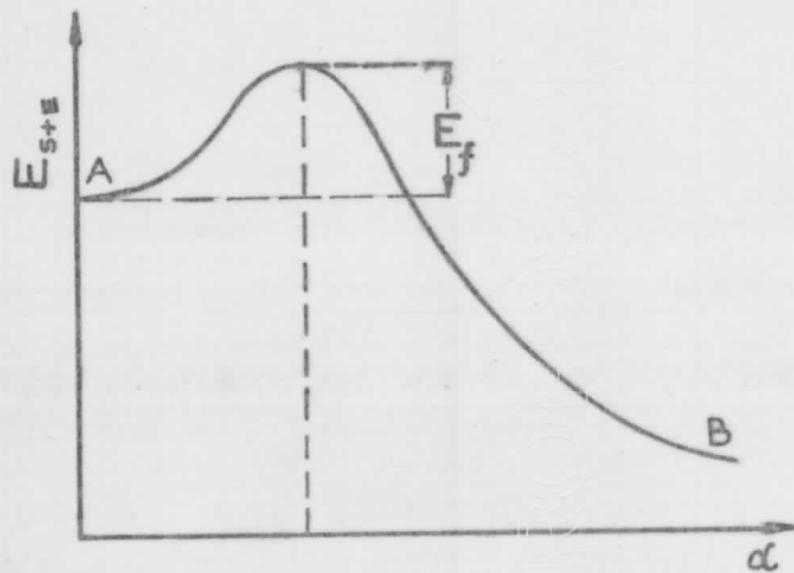
$$\Delta E_{s+e} = \alpha_2^2 \frac{A^{-1/3}}{5} \left(8\pi r_0^2 \sigma A - \frac{3e^2}{5r_0} z^2\right) \quad (3.13)$$

Poslednji izraz dozvoljava da se izvedu neki zaključci o stabilnosti jezgra pri malim deformacijama. Ako je $\Delta E_{s+e} > 0$, tj. potencijalna energija jezgra pri deformaciji raste, jezgro je stabilno, i obratno. Drugi sabirak u (3.13) raste brže od prvoga, i zato pri određenoj vrednosti Z^2/A promena potencijalne energije ΔE_{s+e} mora postati negativna. Ova vrednost $(Z^2/A) = (Z^2/A)_0$ nalazi se iz uslova $\Delta E_{s+e} = 0$, odakle sledi

$$(Z^2/A)_0 = \frac{40\pi r_0^3 \sigma}{3e^2} = 47.8 \quad (3.14)$$

gde je uzeto da je $r_0 = 1.4 \times 10^{-15}$ m.

Jezgra se ponašaju kao kvazistabilni sistemi u slučaju ako je $(Z^2/A) < (Z^2/A)_0$. Kvazistabilnost se podrazumeva u tom smislu, što je za proces fisije, odnosno za proizvodnju kritične deformacije potrebno potrošiti odredjenu količinu energije E_f koja se naziva energija aktivacije, ili kritična fisiona energija. Ovu energiju u jezgro unosi zahvaćeni neutron. Ako se potencijalna energija jezgra E_{s+e} predstavi u funkciji deformacije, ili rastojanja izmedju fisionih fragmenata, dobija se kriva prikazana na slici 3.2.



Slika 3.2

Deo krive levo od isprekidane vertikalne linije pokazuje potencijalnu energiju jezgra u funkciji deformacije. Deo krive desno od isprekidane vertikalne linije pokazuje promenu potencijalne energije u slučaju razdvajanja dva fragmenta pod dejstvom Kulonovog odbijanja. Sa slike 3.2 je očigledno da fisiju jezgra sprečava potencijalna barijera.

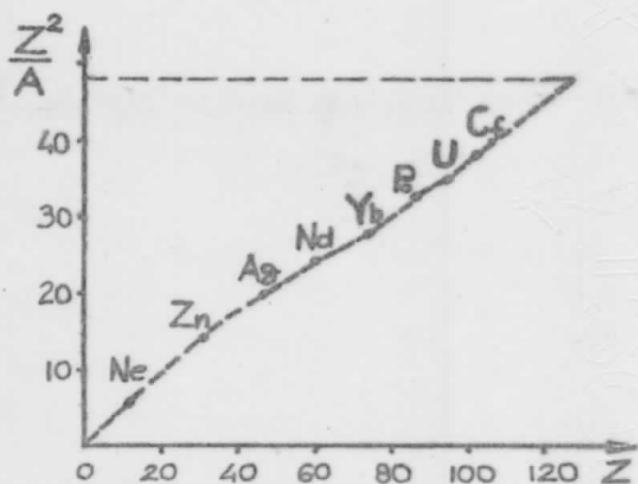
Prema tome, da bi se jezgro koje se na početku nalazi u stabilnom stanju A, podelilo na dva dela i prešlo u stanje B, po-

trebno je utrošiti odredjenu količinu energije na savladjivanje ove potencijalne barijere. To je, kao što je već ranije po- menuto, tzv. kritična fisiona energija E_f . Ona se smanjuje sa rastom odnosa Z^2/A , i pri $Z^2/A = (Z^2/A)_o$ postaje jednaka nuli. Tada više ne postoji potencijalna barijera koja spričava ras- pad jezgra. Visina ove barijere, odnosno stabilnost jezgra, za- visi na taj način, od bezdimenzionog parametra.

$$x = \frac{Z^2}{A} / \left(\frac{Z^2}{A} \right)_o < 1$$

Jezgra sa $Z^2/A \approx 47.8$ savršeno su nestabilna, i ne mogu se sresti u prirodi.

Da bi se našlo Z , kojem odgovara $Z^2/A \sim 47.8$, moguće je, koristeći tablicu izotopa, nacrtati grafik zavisnosti Z^2/A od Z što je prikazano na slici 3.3. Ako se ovaj grafik ekstrapolira,



Slika 3.3

nalazi se da vrednosti $Z^2/A \sim 47.8$ odgovara $Z \approx 120$. Očigledno, ova vrednost Z određuje granicu periodnog sistema Mendeljejeva.

Od čega zavisi kritična fisiona energija E_f , moguće je objasniti ako se uzme u obzir da deformacija jezgra zavisi od više

parametara.

U procesu fisije jezgro mora poprimiti oblik, šematski prikazan na slici 3.4.



Slika 3.4

Nastanak "istegnuća" moguće je objasniti, samo ako se uzme u obzir uticaj drugih članova u razvoju (3.1). Jezgro bi moglo imati oblik, prikazan na slici 3.4, ako se predpostavi, da jednačina površine ima oblik

$$r = R \{ 1 + \alpha_0 + \alpha_2 P_2(\cos\theta) + \alpha_4 P_4(\cos\theta) \}$$

uz uslov, da je $\alpha_2 > 0$, a $\alpha_4 < 0$, jer pri $\alpha_2 > 0$ i $\alpha_4 > 0$, "istegnuća" nema. Iako nestabilnost jezgra u odnosu na fisiju na dva dela, u osnovi zavisi od člana $\alpha_2 P_2(\cos\theta)$, zavisiće i od člana $\alpha_4 P_4(\cos\theta)$.

U opštem slučaju treba uzeti u obzir ceo red (3.1). Međutim, za razliku od obične tečne kapi, koja ima bekonačan broj stepeni slobode, deformacija jezgra sastavljenog od konačnog broja mukleona može biti opisana pomoću ograničenog, premda i dosta velikog broja članova ovoga reda.

Sva rasudjivanja pri uračunavanju n - članova reda (3.1), analogna su sprovedenim, pri razmatranju deformacije (3.2).

Prema tome, sledi da je:

$$\Delta E_{s+e} = 4\pi r_0^2 \rho A^{2/3} \left[\frac{2}{5} \alpha_2^2 + \frac{5}{7} \alpha_3^2 + \dots + \frac{(n-1)(n+2)}{2(2n+1)} \alpha_n^2 + \dots \right] -$$

$$-\frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{r_0} A^{-1/3} \left\{ \frac{1}{5} \alpha_2^2 + \frac{10}{49} \alpha_3^2 + \dots + \frac{5(n-1)}{(2n+1)^2} \alpha_n^2 + \dots \right\} \quad (3.15)$$

Članovi koji sadrže parametar α_2 , odgovaraju "elipsoidalnoj" deformaciji, pri kojoj je jezgro kvazistabilno, kada je $Z^2/A < (Z^2/A)_0$. Ako su moguće samo deformacije tipa $\alpha_n P_n(\cos\theta)$ (pri $n > 2$), dobija se uopšteni uslov stabilnosti:

$$\frac{Z^2}{A} \frac{20}{(2n+1)(n+2)} < \left(\frac{Z^2}{A} \right)_0 \quad (3.16)$$

Iz ove nejednakosti sledi da je jezgro koje je stabilno pri elipsoidalnim deformacijama, stabilno i pri deformacijama tipa $\alpha_n P_n(\cos\theta) (n > 2)$.

Medjutim, ovi uslovi primenjuju se samo u slučaju, ako jedan tip deformacije ne vrši uticaj na deformaciju drugog tipa. U stvarnosti je drugačije, Na posebnom primeru je pokazano, da na deformaciju, odredjenu parametrom α_2 , uticaj vrši deformacija, opisana parametrom α_4 (slika 3.4).

Izrazi, slični izrazu (3.15), koji sadrže samo kvadrate parametara α_n , ne mogu se iskoristiti za nalaženje E_f , jer oni ne dovode do krive prikazane na slici 3.2. Zaista, veličina ΔE_{s+e} (3.15), kao funkcija parametara α_n^2 , nema maksimuma. Zato se moraju uzeti u obzir i članovi sa višim stepenima parametara α_n .

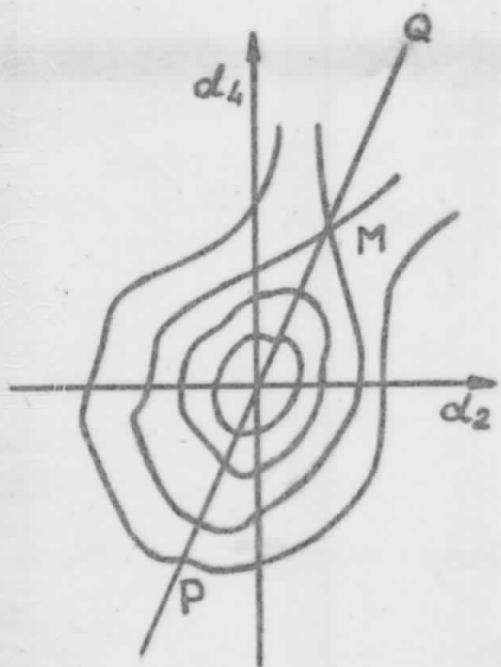
Pošto je fisija jezgra na dva fragmenta najverovatnija, osnovni član koji određuje deformaciju jezgra, biće član koji sadrži parametar α_2 . Uticaj člana, koji sadrži parametar α_4 , već je pokazan.

Pri njegovom uračunavanju dobija se da je:

$$\begin{aligned} \Delta E_{s+e} = & 4\pi r_0^2 A^{2/3} 6 \left\{ \frac{2}{5} \alpha_2^2 + \frac{116}{105} \alpha_2^3 + \frac{101}{35} \alpha_2^4 + \frac{2}{35} \alpha_2^2 \alpha_4 + \alpha_4^2 + \dots \right\} - \\ & - \frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{r_0} A^{-1/3} \left\{ \frac{1}{5} \alpha_2^2 + \frac{64}{105} \alpha_2^3 + \frac{58}{35} \alpha_2^4 + \frac{8}{35} \alpha_2^2 \alpha_4 + \frac{5}{27} \alpha_4^2 + \dots \right\} \quad (3.17) \end{aligned}$$

Ovaj izraz može biti iskorišten samo u slučaju, ako su α_2 i α_4 mali, tj. deformacija jezgra neznatna.

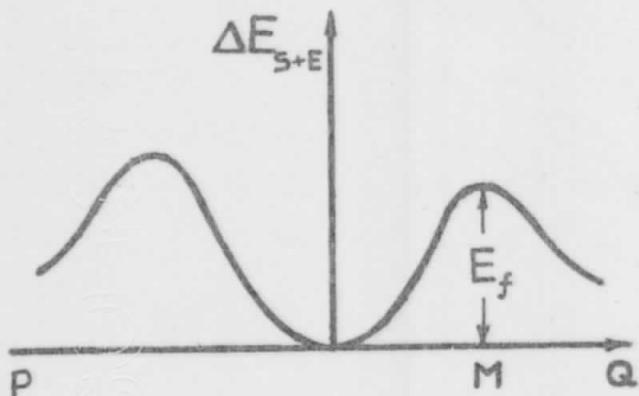
Ako je jezgro stabilno, njegovom sfernog obliku odgovara minimum potencijalne energije. U tom stanju parametri α_2 i α_4 jednaki su nuli. Promena potencijalne energije ΔE_{s+e} pri ovome je takođe jednaka nuli. Malim vrednostima α_2 i α_4 za stabilna jezgra odgovara $\Delta E_{s+e} > 0$. Pri porastu α_2 i α_4 veličina ΔE_{s+e} dostiže maksimum, i dalje povećanje α_2 i α_4 ili jednog od njih, dovodi do smanjenja ΔE_{s+e} . Zavisnost ΔE_{s+e} od parametara α_2 i α_4 može se predstaviti u pravouglom koordinatnom sistemu, tako što se na dve ose sistema nanesu vrednosti α_2 i α_4 , a na treću osu, koja je normalna na prethodne dve, nanesi promena potencijalne energije jezgra ΔE_{s+e} . Tada će veličina ΔE_{s+e} obrazovati površinu, odnosno reljef koji je sličan brdu sa "kraterom", smeštenim u koordinatnom početku (slika 3.5).



Slika 3.5

Visina ivica ovoga kratera je različita na različitim mestima. Na mestu gde je visina ivice kratera minimalna, obrazuje se

sedlasta površ. Pone linije na slici 3.5 su izoenergetske linije, i predstavljaju geometrijsko mesto tačaka sa jednakim vrednostima ΔE_{s+e} . Tačka M je tačka "prevoja" sedlaste površine, ili sedlasta tačka. Ako se izvrši presek energetske površine sa ravni PQ, koja prolazi kroz sedlastu tačku i osu ΔE_{s+e} , dobija se kriva na slici 3.6. Vrednost ΔE_{s+e} , koja odgovara sed-



Slika 3.6

lastoj tački M, jednaka je kritičnoj fisionoj energiji E_f .

Za određivanje položaja tačke M neophodno je naći ekstremum ΔE_{s+e} , i to maksimum ΔE_{s+e} po parametru α_2 i minimum po parametru α_4 , ako ΔE_{s+e} , kako je predpostavljeno, zavisi samo od dva parametra, α_2 i α_4 . Pri uračunavanju uticaja ostalih parametara, trebalo bi naći maksimum po parametru α_2 i minimum po svim ostalima.

Ranije je već napomenuto da je kritična fisiona energija E_f različita od nule usled toga, što je $Z^2/A < (Z^2/A)_0$, i postaje jednaka nuli u slučaju $Z^2/A = (Z^2/A)_0$. Zato je moguće predstaviti E_f u vidu proizvoda površinske energije $4\pi r_o^2 \sigma A^{2/3}$ i neke bezdimenzione funkcije $f(x)$:

$$E_f = 4\pi r_o^2 A^{2/3} \sigma f(x) \quad (3.18)$$

gde je

$$x = \frac{Z^2/A}{(Z^2/A)_0}$$

Utvrdjivanje oblika funkcije $f(x)$ za bilo koje vrednosti x , predstavlja značajnu teškoću. Međutim, moguće je naći funkciju $f(x)$ u graničnim oblastima $x \ll 1$ i $(1-x) \ll 1$.

Prva od njih odgovara $Z \rightarrow 0$ i nema praktičnog značaja, jer jezgra sa $Z < 40$ nisu podložna fisiji.

Zato će ponašanje funkcije $f(x)$ biti ispitano u slučaju kada je $(1-x) \ll 1$, tj. blizu kritične vrednosti parametra x . U ovoj oblasti, jezgro postaje nestabilno, čak i pri malim deformacijama, tj. moguće je koristiti jednačinu (3.17). Određivanjem minimuma ΔE_{s+e} po α_4 pri $\alpha_2 = \text{const}$, nalazi se da je:

$$\alpha_4 = -\frac{243}{595} \alpha_2^2 \quad (3.19)$$

Eliminišući na osnovu (3.19) α_4 iz (3.17) i određujući maksimum ΔE_{s+e} po α_2 , dobija se za E_f :

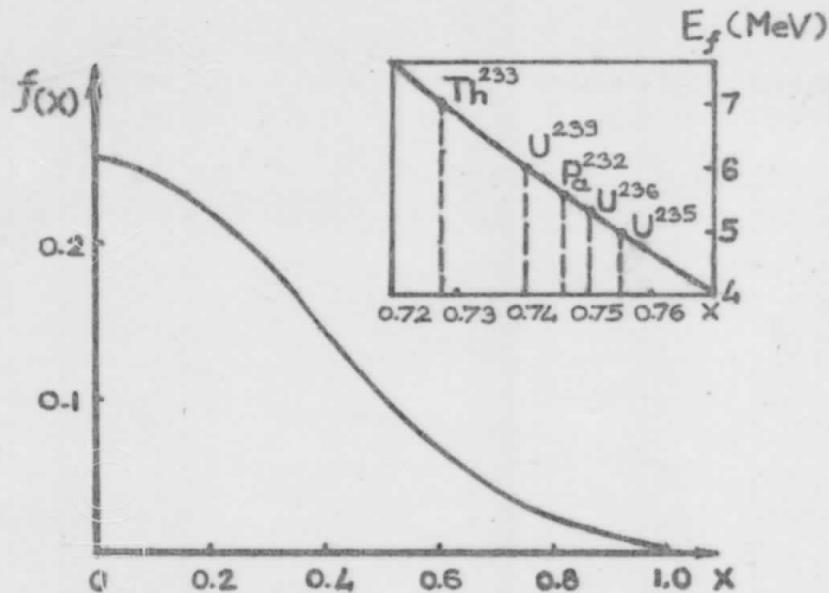
$$E_f = \left\{ \frac{98}{135} (1-x)^3 - \frac{11368}{34425} (1-x)^4 + \dots \right\} 4\pi r_0^2 A^{2/3} 6 ,$$

odakle je

$$f(x) = \frac{98}{135} (1-x)^3 - \frac{11368}{34425} (1-x)^4 + \dots \quad (3.20)$$

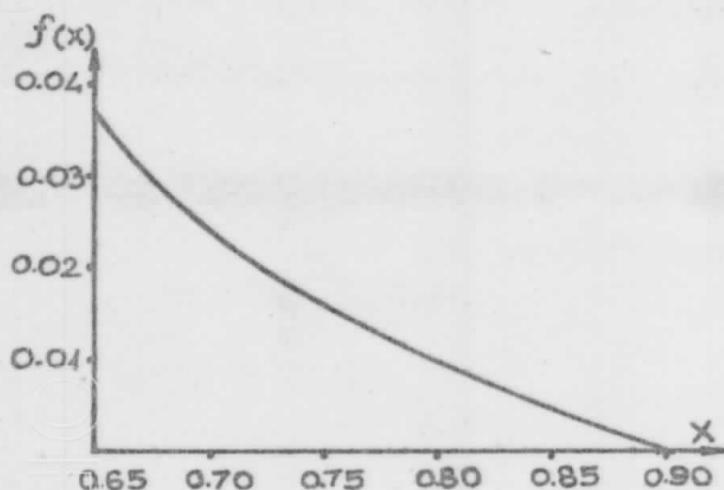
Ovaj rezultat podesan je samo za jezgra, koja su podložna fisiji pod uticajem veoma malih deformacija, tj. kada $x \rightarrow 1$. Zavisnost $f(x)$ od x pokazana je na slici 3.7. Za prirodno radioaktivna jezgra x leži u granicama od 0.72 do 0.76 (u gornjem uglu slike 3.7, ovaj deo krive $f(x)$ prikazan je uvećan).

Izvršena procena je samo prva aproksimacija, jer za teška jezgra ($x \approx 0.75$), deformacije koje dovode do fisije, ne mogu biti jako male. Preciznija procena može biti dobijena uzimanjem u obzir viših stepena α_n , a takodje i neparnih harmonika.



Slika 3.7

Na slici 3.8, prikazan je tok funkcije $f(x)$ u najinteresantnijoj oblasti ($0.65 < x < 0.90$), koja odgovara teškim jezgrima.



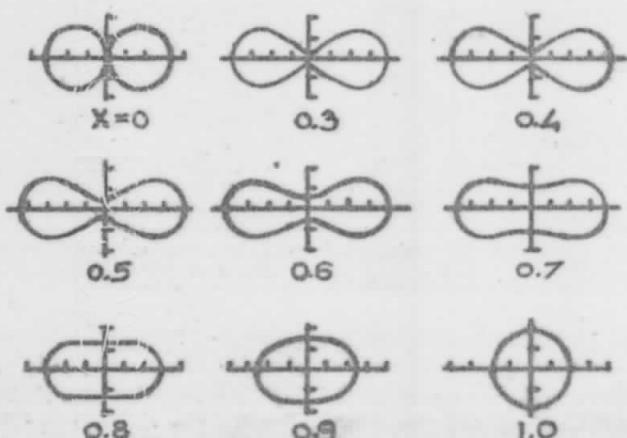
Slika 3.8

U tablici 3.1, date su vrednosti funkcije $f(x)$ i parametra α_n , koje odgovaraju sedlastim tačkama.

Na slici 3.9, prikazani su oblici površine jezgra u sedlastoj tački, za različite vrednosti x .

Tablica 3.1

x	$f(x)$	α_2	α_4	α_6	α_8	α_{10}
0.90	0.0007	0.23	0.019	- 0.0016	-	-
0.81	0.0050	0.47	0.083	- 0.006	- 0.006	-
0.77	0.0093	0.55	0.11	- 0.01	- 0.01	-
0.74	0.0136	0.70	0.193	- 0.008	- 0.020	-
0.65	0.0400	2.4	1.15	- 0.11	- 0.22	0.03

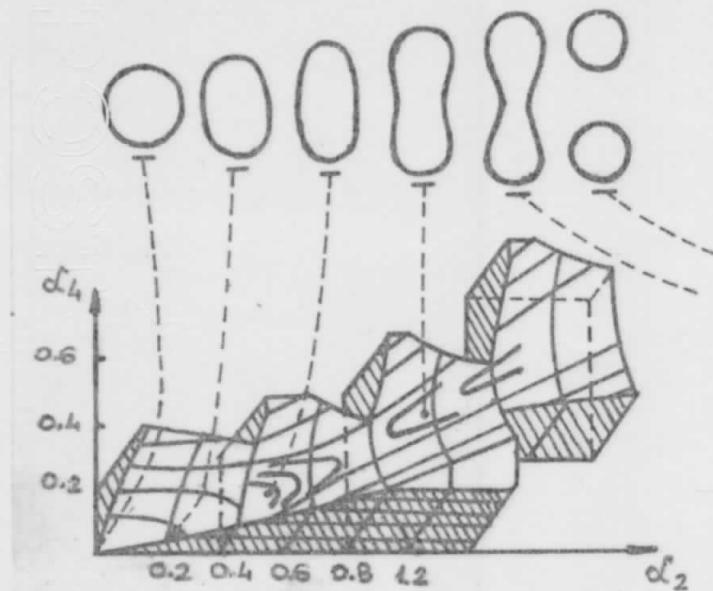


Slika 3.9

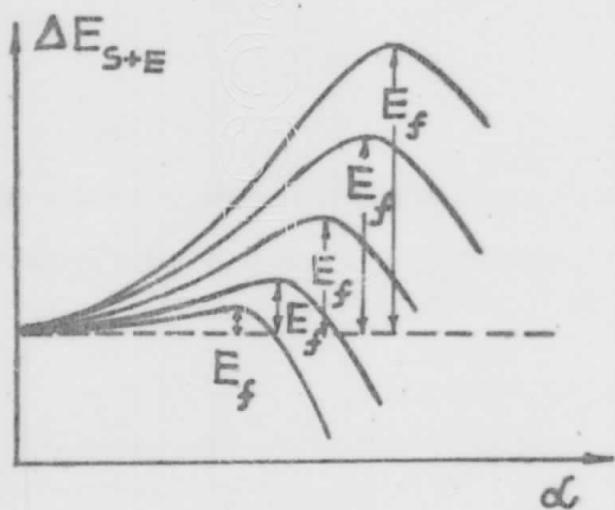
Na osnovu dosadašnjih razmatranja, mogućno je izgraditi energetsku površinu u funkciji parametara α_2 i α_4 . Na slici 3.10, prikazan je oblik ove površine u okolini sedlaste tačke za $x = 0.74$. U gornjem delu slike, pokazana je promena oblika jezgra pri kretanju preko sedlaste tačke.

Dalji proračuni omogućili su preciziranja zavisnosti ΔE_{s+e} od stepena deformatacije jezgra i vrednosti x (slika 3.11). Pokazalo se, da jednačina (3.20) mora biti zamjenjena sledećom:

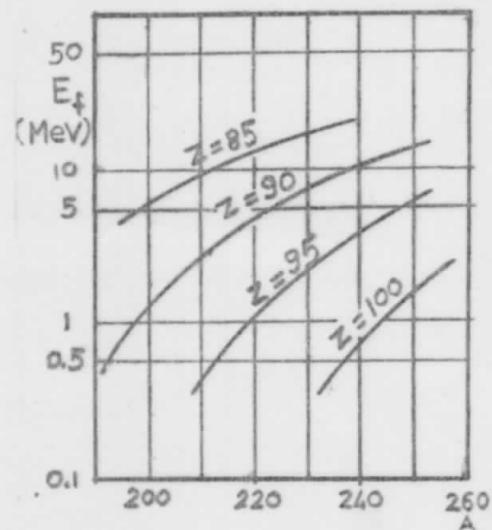
$$f(x) = 0.728(1-x)^3 - 0.661(1-x)^4 + 3.330(1-x)^5 + \dots \quad (3.21)$$



Slika 3.10



Slika 3.11



Slika 3.12

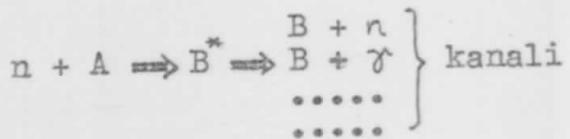
Pomoću jednačine (3.21) moguće je odrediti kritičnu fisiomu energiju E_f za jezgra, raspoređena na kraju periodnog sistema elemenata. Zavisnost E_f od A i Z prikazana je na slici 3.12.

4. VEROVATNOĆA PROCESA FISIJE

Interakcija slobodnog neutrona i atomskog jezgra može se odigrati na razne načine. Jedna od mogućih interakcija neutrona i jezgra je tzv. potencijalno rasejanje neutrona. Pri takvoj interakciji neutron ne prodire u jezgro atoma, već samo do polja jezgra, izmenjujući sa jezgrom kinetičku energiju kao pri klasičnom elastičnom sudaru.

Sve ostale reakcije izmedju neutrona i jezgra, koje su zanimljive za oblast koja se u ovom radu razmatra (energija neutrona do nekoliko MeV), nastaju kao posledica stvaranja složenog jezgra. Neutron prodire u jezgro A i pri tome se formira složeno jezgro B, koje relativno dugo živi (10^{-13} sec). Ovo složeno jezgro je pobudjeno energijom veze neutrona i kinetičkom energijom koju je neutron uneo u jezgro. (To je jedan deo prvobitne kinetičke energije neutrona - drugi deo, zbog održanja količine kretanja, odlazi na kinetičku energiju složenog jezgra).

Posle kratkog vremena složeno jezgro se raspada. Pri tome, moguće načine raspada složenog jezgra, odnosno moguće kanale reakcije, određuju samo osobine složenog jezgra, a ne način njegovog formiranja. Reakcije koje se odvijaju preko složenog jezgra, šematski se predstavljaju na sledeći način:



Posle stvaranja složenog jezgra, mogući su sledeći kanali reakcije: 1) Iz složenog jezgra se emituje jedan neutron, a residualno jezgro ostaje u svom osnovnom stanju. To je elastični proces koji se naziva rezonantno rasejanje. 2) Iz složenog jez-

gra se emituje jedan neutron, a rezidualno jezgro ostaje pobudjeno na nekom od svojih energetskih nivoa. Ovaj proces naziva se neelastično rasejanje neutrona. 3) Neutron ostaje trajno vezan u jezgru. Pobude izazvane energijom veze i kinetičkom energijom neutrona, složeno jezgro se oslobadja emisijom jednog ili više γ - kvanata i ostaje u osnovnom stanju. To je radijativni zahvat neutrona. 4) Složeno jezgro podleže fisiji uz istovremenu emisiju nekoliko neutrona, i sl.

Efikasni presek za raspad složenog jezgra po nekom kanalu reakcije, može se napisati u obliku

$$\sigma_i = \sigma_c G_i \quad (4.1)$$

gde je σ_c - efikasni presek za formiranje složenog jezgra upadnim neutronom, a G_i je verovatnoća za raspad složenog jezgra po nekom kanalu reakcije.

Svako stanje (ili nivo) složenog jezgra sa energijom pobudjenja E , karakteriše se dvema veličinama. To su srednji život $\bar{\tau}(E)$ pobudjenog stanja, i njegova totalna širina $\Gamma(E)$. Ove dve veličine povezane su relacijom neodredjenosti.

$$\Gamma(E) = \frac{\hbar}{\bar{\tau}(E)} \quad (4.2)$$

Kako se složeno jezgro može raspasti po raznim kanalima reakcije, totalna širina $\Gamma(E)$ nivoa, može se napisati na sledeći način:

$$\Gamma(E) = \sum_i \Gamma_i(E) \quad (4.3)$$

gde suma ide preko svih kanala reakcije po kojima se može raspasti složeno jezgro. Veličina $\Gamma_i(E)$ naziva se parcijalna širina za raspad po (i) - tom kanalu.

Veličina Γ_i može se definisati i na sledeći način. Ako se posmatra skup od N jednakih složenih jezgara, koji je uredjen tako da N ostaje konstantno u toku vremena (tj. kada se proizvodi isto toliko složenih jezgara koliko se i raspada), broj raspada po (i)-tom kanalu u jedinici vremena biće $N\Gamma_i/\hbar$. Verovatnoća raspada složenog jezgra po (i)-tom kanalu sada se može napisati u funkciji parcijalne i totalne širine nivoa:

$$G_i = \frac{\Gamma_i}{\Gamma} \quad (4.4)$$

Prema tome, verovatnoća raspada složenog jezgra po bilo kojem kanalu reakcije, proporcionalna je odgovarajućoj parcijalnoj širini Γ_i za taj kanal. Zamenom jednačine (4.4) u (4.1), sledi da je

$$\sigma_i = \sigma_c \frac{\Gamma_i}{\sum \Gamma_i} \quad (4.5)$$

Kako su ranije navedeni mogući kanali reakcije, ubuduće će biti upotrebljavani nazivi fisiona širina, neutronska širina, i radijaciona širina.

Da bi se odredila verovatnoća fisije, posmatra se mikrononski ansambl složenih jezgara, čije se energije pobudjenja nalaze u energetskom intervalu izmedju E i $E + dE$. Broj jezgara bira se tako da bude jednak broj nivoa $\varphi(E) dE$ ovog energetskog intervala. Tada će u svakom stanju biti samo po jedno jezgro. Broj jezgara koja se dele u jedinici vremena, biće $\varphi(E) \cdot dE \Gamma_f/\hbar$, gde je Γ_f - fisiona širina, a $\Gamma_f/\hbar = \lambda_f$ - verovatnoća fisionog procesa po jedinici vremena. Ovaj broj mora biti jednak broju jezgara u prelaznom stanju, koja prelaze preko potencijalne barijere u jedinici vremena. Broj nivoa jezgra u prelaznom stanju, koje prethodi deljenju, jednak je

$$\frac{dp}{h} \frac{d\omega}{dE} \rho^*(E - E_f - K) dE, \quad (4.6)$$

gde su K i p - energija i impuls fisionih fragmenata pri raspadu; ρ^* - gustina onih nivoa složenog jezgra, koji nisu povezani sa fisijom; $d\omega$ - debeljina sloja "istegmuća" jezgra (sloj orijentisan normalno na pravac deljenja).

Pošto se u početnom trenutku vremena u svakom stanju nalazi po jedno jezgro, broj fisija u jedinici vremena biće

$$n = dE \int \frac{v dp}{h} \rho^*(E - E_f - K) \quad (4.7)$$

gde je $v = d\omega/dt$ - relativna brzina fragmenata. Uzimajući u obzir, da je $v dp = dk$, dobija se da je:

$$n = \frac{dE}{h} N^* (E - E_f) \quad (4.8)$$

gde je N^* - broj nivoa složenog jezgra, koji nisu povezani sa deljenjem, sa energijom koja neprevazilazi $E - E_f$.

Izjednačavajući $\rho(E)dE \Gamma_f/h$ i (4.8), nalazi se da je Γ_f :

$$\Gamma_f = \frac{N^*(E - E_f)}{2\pi \rho(E)} = \frac{d}{2\pi} N^*(E - E_f) \quad (4.9)$$

gde je $d = 1/\rho(E)$ - rastojanje izmedju energetskih nivoa složenog jezgra.

Gornje izvodjenje, za fisionu širimu nivoa, opravdano je samo ako je N^* dovoljno veliko u poređenju sa jedinicom, odnosno ako je fisiona širina uporedljiva sa rastojanjem izmedju nivoa, ili veća od njega. S druge strane, kada energija pobudjenja samo neznatno prevazilazi kritičnu fisionu energiju, ili pada ispod E_f , do izražaja dolazi specifični kvantnomehanički tunel efekat. Verovatnoća fisionog procesa vrlo brzo opada sa opadanjem energije pobudjenja.

Izraz za verovatnoću emisije neutrona, može biti izведен u vrlo jednostavnoj formi, razmatrajući ranije uvedeni mikrokanonski ansambl. Prelazno stanje biće sferna ljska jedinične debljine, upravo iznad nuklearne površine $4\pi R^2$. Kritična energija je vezivna energija neutrona, E_n . Gustina ρ^{**} pobudjenih nivoa u prelaznom stanju je data preko spektra rezidualnog jezgra. Broj kvantnih stanja u mikrokanonskom ansamblu, koja leže u prelaznoj oblasti, i za koje impuls neutrona leži u intervalu od p do $p + dp$, i u prostornom ugлу $d\Omega$, biće:

$$(4\pi R^2 p^2 dp d\Omega / h^3) \rho^{**}(E - E_n - K) dE \quad (4.10)$$

Množeći ovo normalnom brzinom $v \cos\theta = (dK/dP) \cos\theta$ i integrirajući, dobija se za broj neutronskih emisionih procesa u jedinici vremena

$$dE (4\pi R^2 2\pi m/h^3) \int \rho^{**}(E - E_n - K) K dK \quad (4.11)$$

Izjednačavajući poslednju jednačinu sa $\rho(E)dE \Gamma_n/h$, dobija se verovatnoća emisije neutrona, izražena u energijskim jedinicama:

$$\begin{aligned} \Gamma_n &= (1/2\pi\rho) (2mR^2/h^2) \int \rho^{**}(E - E_n - K) K dK = \\ &= (d/2\pi) (A^{2/3}/K') \sum_i K_i \end{aligned} \quad (4.12)$$

Ovo je u potpunoj analogiji sa izrazom

$$\Gamma_f = (d/2\pi) \sum_i 1 \quad (4.13)$$

za fisionu širinu. Kao što suma u poslednjoj jedinacini prolazi kroz sve nivoe jezgra u prelaznom stanju koji raspolažu sa datom energijom pobudjenja, tako i suma u prethodnoj jedinaci

ide preko svih raspoloživih stanja rezidualnog jezgra, gde K_i označava odgovarajuću kinetičku energiju koja preostaje za neutron. K' predstavlja miltu kinetičku energiju elementarne čestice u jezgru. Ona je data preko $A^{2/3} n^2 / 2mR^2$ i biće 9.3 MeV ako je radijus jezgra $A^{1/3} \times 1.48 \times 10^{-15} \text{ m}$.

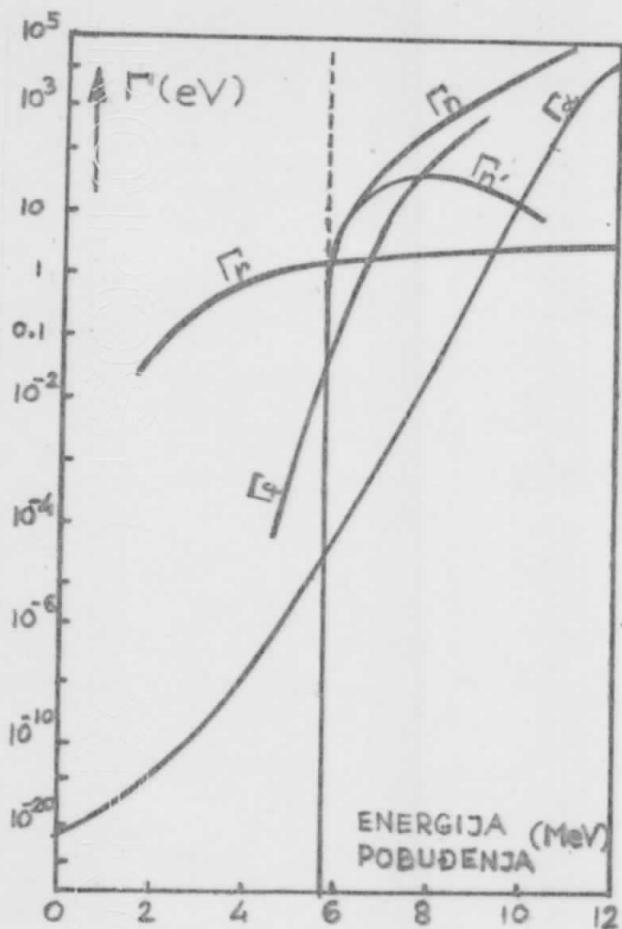
Na taj način, dobijaju se izrazi, koji daju prosečne širine nivoa, preko stanja složenog sistema koja odgovaraju mnoštvu različitih vrednosti rotacionog kvantnog broja J , dok stvarni zavari neutrona energije 1 ili 2 MeV, od strane normalnog jezgra, daje samo ograničen porast intervala vrednosti J . Ova činjenica je od male važnosti u opštem slučaju, jer širine ne zavise mnogo od J , i zato se u narednim razmatranjima, procene za Γ_f i Γ_n primenjuju onako kako su date. Veličina d predstavlja srednje rastojanje izmedju nivoa datog angularnog momenta. Ako treba odrediti parcijalnu širinu $\Gamma_{n'}$, koja daje verovatnoću da će se složeno jezgro razbiti, ostavljajući rezidualno jezgro u svom osnovnom stanju, i dajući neutronu njegovu punu kinetičku energiju, ne može se opravdati jednostavno izdvajanje odgovarajućeg člana u jednačini (4.12) i njegovo izjednačavanje sa $\Gamma_{n'}$. Mora se izvršiti detaljniji proračun, koji na kraju dovodi do izraza za parcijalnu neutronsku širinu, gde suma ide kroz one vrednosti J koje se realizuju kada se jezgro spina (i) bombarduje neutronima date energije i spina $s = 1/2$.

$$\sum (2J + 1) \Gamma_{n'} = (2s + 1) \cdot (2i + 1) \cdot (d/2\pi) (R^2/\lambda^2) \quad (4.14)$$

Ukupan prinos različitih procesa nastalih neutronskim bombardovanjem zavisi od verovatnoće absorpcije neutrona u formu složenog jezgra. Ova će biti obrnuto proporcionalna verovatnoći Γ_n/h procesa emisije neutrona, koji ostavlja rezidualno jezgro

u njegovom stanju. Za nisko energetske neutrone, Γ_n se menja kao brzina neutrona. Za jezgra srednje atomske težine, širina Γ_n iznosi približno 10^{-3} . Energija neutrona MeV. Kada energija neutrona raste od termalnih vrednosti do 100 KeV, očekuje se rast Γ_n od oko 10^{-4} eV do 0.1 ili 1 eV. Za visokoenergetske neutrone, moguća je primena jednačine (4.14), prema kojoj parcijalna širina Γ_n raste kako raste energija neutrona, osim kada je kompenzovana smanjenjem rastojanja izmedju nivoa, pri postizanju viših pobudjenja. Da bi se procenila vrednost reda veličine, uzima se da rastojanje izmedju nivoa u eV opada od 100 KeV za najniže nivoe do 20 eV na energiji pobudjenja 6 MeV (zahvat termalnih neutrona) i do 0.2 eV za neutrone energije 2.5 MeV. Kada se stavi da je $d = 0.2$ eV, dobija se, za neutrone iz $d - d$ reakcije da je $\Gamma_n = (1/2\pi) \times 5(239^{2/3}/10) \times 2.5 = 0.5$ eV. Parcijalna neutronska širina za manju energiju neće prevazići vrednost ovog reda veličine, jer je smanjenje rastojanja izmedju nivoa dominantan faktor na višim energijama.

Kada je složeno jezgro formirano, počinje konkurenčija izmedju mogućnosti fisije, emisije neutrona i radijacije, koje će biti odredjene odgovarajućim parcijalnim širinama Γ_f , Γ_n , Γ_r . Na slici 4.1. data je zavisnost ovih parcijalnih širina od energije pobudjenja tipičnog teškog jezgra. Sa slike se vidi sledeće. Radijaciona širina Γ_r neće preći red veličine 1eV, i šta više biće skoro konstantna za oblast energija pobudjenja koja nastaje apsorpcijom neutrona. Fisiona širina Γ_f , biće ekstremno mala za energije pobudjenja ispod kritične fisione energije E_f , ali iznad ove tačke Γ_f postaje primetno, i uskoro prevazilazi radijacionu širimu i raste skoro eksponencijalno na višim energijama. Prema tome, ako je kritična energija E_f , potrebna za fi-



Slika 4.1

siju, uporedljiva sa energijom pobudjenja koja proistiće iz zahvata neutrona, ili veća od nje, mora se očekivati da će radijacija biti verovatnija nego fisija. Ali, ako je visina barijere nešto niža od vrednosti vezivne energije neutrona, i u svakom slučaju, kada se bombardovanje vrši neutronima dovoljne energije, radijativni zahvat biće uvek manje verovatan, nego deljenje. Kada brzina bombardujućih neutrona raste, ne može se očekivati neograničen prinos fisije, zbog toga što će proizvodnjom upravljati konkurenca u složenom jezgru, izmedju mogućnosti fisije i emisije neutrona. Širina Γ_n koja daje verovatnoću poslednjeg procesa, za energije neutrona manje od oko 100KeV biće jednaka parcijalnoj širini Γ_n' za emisiju neutrona koja ostavlja rezidualno jezgro u osnovnom stanju, jer je pobudjenje

produkt jezgra energetski nemoguće. Za više energije neutrona, međutim, broj raspoloživih nivoa rezidualnog jezgra raste brzo, i Γ_n postaje mnogo veće od $\Gamma_{n'}$, rastući skoro eksponencijalno sa energijom.

U oblasti energija gde su nivoi složenog jezgra dobro razdvojeni, efikasni presek koji upravlja prinosom različitih procesa, može biti dobijen direktnom primenom disperzione teorije Breit-a i Wigner-a, prema kojoj se proces formiranja i dezintegracije složenog jezgra, opisuje u analogiji sa optičkom disperzijom. U slučaju rezonancije, gde je energija E upadnog neutrona blizu specifične vrednosti E_0 , koja karakteriše izolovani nivo složenog sistema, za fisioni i radijacioni efikasni presek dobijaju se sledeći izrazi:

$$\sigma_f = \pi \lambda^2 \frac{2J + 1}{(2s+1)(2i+1)} \frac{\Gamma_{n'} \Gamma_f}{(E-E_0)^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (4.15)$$

$$\sigma_r = \pi \lambda^2 \frac{2J + 1}{(2s+1)(2i+1)} \frac{\Gamma_{n'} \Gamma_r}{(E-E_0)^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (4.16)$$

Ovde je $\lambda = \hbar/p = \hbar/(2mE)^{1/2}$ talasna dužina neutrona podeljena sa 2π , (i) i J su rotacioni kvantni brojevi prvobitnog i složenog jezgra, $s = 1/2$, i $\Gamma = \Gamma_n + \Gamma_r + \Gamma_f$ je totalna širina rezonantnog nivoa na polovini maksimuma.

U oblasti energija gde složeno jezgro ima mnogo nivoa čije je rastojanje d uporedljivo sa totalnom širinom, ili manje od nje, disperziona teorija ne može biti direktno primenjena zbog faznih odnosa izmedju doprinosa različitih nivoa. Bliža diskusija pokazuje, međutim, da u slučaju fisije i radijativnog zahvata, efikasni presek može biti dobijen sumiranjem mnoštva članova oblika (4.15) ili (4.16). Ako je talasna dužina neutrona velika u poređenju sa dimenzijama jezgra, sumi će

doprinositi samo ona stanja složenog jezgra, koja se mogu realizovati zahvatom neutrona multog angularnog momenta, i tako se dobija

$$\sigma_f = \pi \lambda^2 \Gamma_n (\Gamma_f / \Gamma) (2\pi/d) \times \begin{cases} 1 \text{ ako je } i = 0 \\ 1/2 \text{ ako je } i > 0 \end{cases} \quad (4.17)$$

$$\sigma_r = \pi \lambda^2 \Gamma_n (\Gamma_r / \Gamma) (2\pi/d) \times \begin{cases} 1 \text{ ako je } i = 0 \\ 1/2 \text{ ako je } i > 0 \end{cases} \quad (4.18)$$

S druge strane, ako λ postaje znatno manje od radijusa jezgra R (slučaj neutrona energije preko milion eV), sumiranje da je

$$\sigma_f = \frac{\pi \lambda^2 \sum (2J+1) \Gamma_{n'}^{(J)}}{(2s+1)(2i+1)} (\Gamma_f / \Gamma) (2\pi/d) = \pi R^2 \Gamma_f / \Gamma \quad (4.19)$$

$$\sigma_r = \pi R^2 \Gamma_r / \Gamma \quad (4.20)$$

Jednostavan oblik rezultata, koji se dobija upotrebom jednačine (4.14), izvedene za $\Gamma_{n'}$, je neposredna posledica činjenice da je efikasni presek za svaki dati proces, za brze neutrone, dat projekcijom površine jezgra, pomnoženom odnosom izmedju verovatnoće po jedinici vremena da će složeni sistem reagovati na dati način i ukupne verovatnoće svih mogućih reakcija.

5. J E Z G R A P O D L O Ž N A F I S I J I

5.1 Rezonantni zahvat neutrona

Meitner, Hahn i Strassmann su zapazili da se bombardovanjem uranijuma neutronima energije od nekoliko eV, indukuje - aktivnost sa poluživotom od 23 minuta. Neutroni ovih energija ne proizvode one aktivnosti, koje se stvaraju u slučaju ozračivanja uranijuma termalnim ili brzim neutronima, a za koje se zna da potiču od β - nestabilnih fisionih dragmenata. Poreklo ove 23-minutne aktivnosti zato je pripisano uobičajenom tipu radijativnog zahvata, koji ima rezonantni karakter. Efektivna energija E_0 rezonantnog nivoa, odredjena je uporedjivanjem apsorpcije neutrona koji proizvode aktivnost i termalnih neutrona u boru, B.

$$E_0 = (\pi kT/4) \left[\mu_{\text{term}}(\text{B}) / \mu_{\text{rez}}(\text{B}) \right] = 25 \pm 10 \text{ eV} \quad (5.1)$$

Apsorpcioni koeficijent samog uranijuma za neutrone koji proizvode aktivnost, iznosi $0.3 \text{ m}^2/\text{kg}$, a odgovarajući efektivni poprečni presek $0.3 \text{ m}^2/\text{kg} \times 238 \times 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg} = 1.2 \times 10^{-25} \text{ m}^2$. Ako se apsorpcija pripiše jednom rezonantnom nivou, sa neprimetnim Doppler-ovim širenjem, efikasni presek na tačnoj rezonanciji biće dva puta veći, odnosno $2.4 \times 10^{-25} \text{ m}^2$. S druge strane, ako je stvarna širina Γ mala u poređenju sa Doppler-ovim širenjem

$$\Delta = 2(E_0 kT/238)^{1/2} = 0.12 \text{ eV}$$

dobija se stvarni efikasni presek na tačnoj rezonanciji $2.7 \times 10^{-25} \Delta / \Gamma (\text{m}^2)$.

Prema A.O. Nier-u, obilnosti izotopa U^{235} i U^{234} u odnosu na U^{238} su $1/139$ i $1/17000$. Prema tome, ako je rezonantna apsorpcija uzrokovana bilo kojim od njih, efikasni presek na rezonanciji biće u svakom slučaju $139 \times 2.4 \times 10^{-25} \text{ m}^2$ ili $3.3 \times 10^{-23} \text{ m}^2$. Meitner, Hahn i Strassmann su istakli da je to u suprotnosti sa talasnom teorijom, koja za graničnu vrednost efikasnog preseka daje izraz $\pi \chi^2$. Za neutrone energije 25 eV, $\pi \chi^2$ iznosi samo $25 \times 10^{-25} \text{ m}^2$. Zato je zahvat pripisan procesu $\text{U}^{238} \rightarrow \text{U}^{239}$, u kojem se spin menja od $i = 0$ do $J = 1/2$. Primenom formule za rezonanciju (4.16) dobija se

$$25 \times 10^{-25} \times 4 \Gamma' \Gamma / \Gamma^2 = 2.7 \times 10^{-25} (\Delta / \Gamma) \text{ ili}$$

$$2.4 \times 10^{-25} \text{ m}^2 \quad (5.2)$$

saglasno tome da li je širina nivoa $\Gamma = \Gamma' + \Gamma_r$ mala ili ne u poređenju sa Doppler-ovim širenjem. Na osnovu eksperimentalnih podataka za druga jezgra, pri sličnim energijama neutrona, zna se da je $\Gamma' \ll \Gamma_r$. Ovaj uslov čini rešenje jednačine (5.2) jedinstvenim. Dobija se da je $\Gamma' = \Gamma_r / 40$, ako je totalna širina veća od $\Delta = 0.12 \text{ eV}$, i $\Gamma' = 0.003 \text{ eV}$ ako je totalna širina manja od Δ . Tako ni u jednom slučaju netronska širina nije manja od 0.003 eV . Poredjenje sa elementima srednjih atomskih težina, navodi na to da se za neutronsku širinu očekuje vrednost $0.001 \times (25)^{1/2} = 0.005 \text{ eV}$. Γ' ne može biti veće od ove vrednosti za uranijum, u pogledu malog rastojanja izmedju nivoa, ili, što je ekivalentno, u pogledu male verovatnoće da će po jednoj čestici u ovako velikom jezgru, biti skoncen-

trisano dovoljno energije, da se omogući otpuštanje neutrona. Prema tome, za neutrone energije 25 eV, Γ_n' je približno 0.003 eV.

Ovaj rezultat ukazuje na to da radijaciona širina za rezonantni nivo složenog jezgra U^{239} ne može preći ~ 0.12 eV. Ona može biti manja, ali ne mnogo manja, prvo, zbog toga što su vrednosti veličine eV ili veće za Γ_r , zapažene u jezgrima srednje atomske težine, i drugo, zbog toga što su vrednosti reda 0.001 eV ili veće zapažene u prelazima izmedju individualnih nivoa radioaktivnih elemenata. Prihvatljiva procena za Γ_r bi la bi 0.1 eV.

Dosadašnja razmatranja o zahvatu neutrona kojim se formira složeno jezgro U^{239} , radi jednostavnosti su izražena kao da postoji jedan rezonantni nivo, ali rezultati se samo neznatno menjaju, ako nekoliko nivoa daje apsorpciju. Doprinos efekta rezonancije efikasnom preseku za radijativni zahvat termalnih neutrona, zavisiće u suštini od broja nivoa, a isto tako i njihove jačine. Na bazi ovoga, Anderson i Fermi su pokazali da radijativni zahvat sporih neutrona ne može biti uslovljen na niskim energijama samo jednim nivoom. Ako bi to bio slučaj, za efikasni presek bi iz jednačine (4.16) sledilo

$$\sigma_r(\text{termalni}) = \pi \chi^2 \Gamma_n'(\text{termalni}) \Gamma_r / E_0^2 \quad (5.3)$$

Kako je Γ_n' proporcionalno brzini neutrona, trebalo bi da se dobiće, na efektivnoj termalnoj energiji $\pi kT/4 = 0.028$ eV

$$\sigma_r(\text{termalni}) \sim 23 \times 10^{-22} \times 0.003 (0.028/25)^{1/2} 0.1 / (25)^2 \sim \\ \sim 0.4 \times 10^{-28} \text{ m}^2 \quad (5.4)$$

Anderson i Fermi su medjutim direktnim merenjem efikasnog preseka dobili vrednost $1.2 \times 10^{-28} \text{ m}^2$.

Zaključak da je rezonantna apsopcijsa na efektivnoj energiji od 25 eV stvarno uslovljena više nego jednim nivoom, daje mogućnost da se proceni red veličine rastojanja izmedju nivoa u izotopu U^{239} , ako se radi jednostavnosti predpostavi proizvoljna fazna veza izmedju njihovih individualnih doprinosa. Uzimajući u obzir izmereni efikasni presek, i onaj koji daje formula (5.4) za jedan nivo, a takođe i činjenicu da nivoi ispod termalnih energija, a isto tako i iznad, doprinose apsorpciji, dolazi se do toga da je rastojanje izmedju nivoa reda veličine $d = 20 \text{ eV}$.

5.2 Fisija proizvedena termalnim neutronima

Prema Meitner-u, Hahn-u i Strassmann-u, i drugim istraživačima, ozračivanje uranijuma termalnim neutronima, daje velik broj perioda radioaktivnosti, koji potiču od fisionih framena-ta. Direktnim merenjem fisionog efikasnog preseka za termalne neutrone, ustanovljeno je da iznosi $2 - 3 \times 10^{-28} \text{ m}^2$ (za prosečnu stvarnu smešu izotopa), tj. oko dva puta je veći od efikasnog preseka za radijativni zahvat. Doprinos izotopa U^{238} ovom efektu je zanemarljiv, jer je zapaženo da rezonantni zahvat neutrона energije $\sim 25 \text{ eV}$ od strane ovog jezgra daje samo 23-minutnu aktivnost. Nemogućnost Meitner-a, Hahn-a i Strassmann-a da za neutrone ove energije utvrde bilo kakav primetan prinos perioda radioaktivnosti karakterističnih za fisiju, pokazuje, da za spore neutrone, verovatnoća fisije izotopa U^{238} nije veća od $1/10$ radijacione verovatnoće. Poredjenjem jednačina (4.15)

i (4.16) dobija se da efikasni presek za fisiju ovog izotopa ne može prevazići vrednost σ_f (termalni) = $(1/10)\sigma_r$ (termalni) = $= 0.1 \times 10^{-28} \text{ m}^2$. Zbog toga je praktično celokupna fisija, proizvedena termalnim neutronima, pripisana jednom od redjih izotopa uranijuma. Ako se fisija pripše procesu $U^{234} + n \rightarrow U^{235} \rightarrow$ fisija, dobija se da je

$$\sigma_f \text{ (termalni)} = 17\ 000 \times 2.5 \times 10^{-28} \text{ m}^2 \approx 4 \times 10^{-24} \text{ m}^2.$$

Medjutim, ako se fisija pripše procesu $U^{235} + n \rightarrow U^{236} \rightarrow$ fisija, σ_f (termalni) će biti $3 - 4 \times 10^{-26} \text{ m}^2$.

Mora se očekivati da se radijaciona širina i neutronska širina za spore neutrone, neće suštinski razlikovati za različite uranijumove izotope. Zato se predpostavlja da je

$$\Gamma_n \text{ (termalni)} = 0.003 (0.028/25)^{1/2} = 10^{-4} \text{ eV.}$$

Ako se fisija termalnim neutronima pripše složenom jezgru U^{235} , efikasni presek zavisiće uglavnom od jednog nivoa, u slučaju da je rastojanje izmedju nivoa znatno veće od širine nivoa za ovo jezgro. Tada se korištenjem jednačine (4.15) dobija da je

$$\Gamma_f / [E_0^2 + \Gamma^2/4] = 4 \times 10^{-24} / 23 \times 10^{-22} \times 10^{-4} = 17(\text{eV})^{-1} \quad (5.5)$$

Kako je $\Gamma > \Gamma_f$, ovaj se uslov može napisati u obliku nejednačine

$$E_0^2 < (\Gamma/4) ((4/17) - \Gamma) \quad (5.6)$$

iz koje sledi prvo, da je $\Gamma \leq (4/17)\text{eV}$, i drugo, da je $|E_0| < (2/17)\text{eV}$. Na taj način, nivo bi trebao da bude vrlo uzak

i vrlo blizu termalnim energijama. Ali u ovom slučaju, fisički efikasni presek mora opadati veoma brzo sa porastom energije neutrona. Kako je $\lambda \sim 1/v$, $E \sim v^2$, $\Gamma_{n'} \sim v$, dobija se saglasno jednačini (4.15) da je $\sigma_f \sim 1/v^5$ za neutrone energija većih od pola eV. Ovakvo ponašanje je sasvim protivrečno nalazima kolumbijske grupe (Anderson, Booth, Dunning, Fermi, Glasoe, Slack) da je fisioni efikasni presek obrnuto proporcionalan brzini neutrona, $\sigma_f \sim 1/v$. Zato, ako se fisija pripiše procesu $U^{234} + n \rightarrow U^{235} \rightarrow$ fisija, mora se predpostaviti da je širina nivoa veća od rastojanja izmedju nivoa. Ali, kako samo rastojanje izmedju nivoa sigurno prevazilazi radijacionu širinu, totalna širina će u suštini biti jednak Γ_f . Zato se efikasni presek (4.17) za delimično preklopljene nivoe, može napisati u obliku

$$\sigma_f = \pi \lambda^2 \Gamma_{n'}^2 \pi / d \quad (5.7)$$

Odavde se nalazi, da je rastojanje nivoa

$$d = 23 \times 10^{-22} \times 10^{-4} \times 2\pi / 4 \times 10^{-24} = 0.4 \text{ eV} \quad (5.8)$$

što je nerazumljivo malo. Energije veze neutrona u složenim jezgrima U^{235} i U^{239} su 5.4 MeV i 5.2 MeV, respektivno. Štaviše, ova dva jezgra imaju ista neparno-parna svojstva, i trebalo bi da imaju slične distribucije nivoa. Iz razlike ΔE izmedju vezivnih energija u pomenutim složenim jezgrima, može se dobiti odnos odgovarajućih rastojanja izmedju nivoa pomoću izraza $\exp(\Delta E/T)$. Ovde je T temperatura jezgra, koja je približno procenjena na 0.5 MeV, što daje vrednost $\exp 0.6 = 2$. Iz ranijih zaključaka da je red veličine rastojanja nivoa u $U^{239} \sim 20 \text{ eV}$, trebalo bi očekivati da je rastojanje nivoa u U^{235} reda $\sim 10 \text{ eV}$,

što se ne slaže sa vrednošću dobijenom u jednačini (5.8). Dakle, prema rezultatu jednačine (5.8), sasvim je malo verovatno da najredji uranijumov izotop podleže fisiji termalnim neutronima.

Zato je fisija termalnim neutronima gotovo u potpunosti pripisana reakciji $U^{235} + n_t \rightarrow U^{236} \rightarrow$ fisija. Dve su mogućnosti da se objasni efikasni presek σ_f (termalni) $\sim 3.5 \times 10^{-26} m^2$ za fisiju izotopa U^{235} preko formiranja složenog jezgra U^{236} , saglasno tome, da li je širina nivoa manja od rastojanja izmedju nivoa, ili je uporedljiva sa njim. U prvom slučaju najveći deo fisije mora se pripisati izolovanom niovu, i na osnovu ranijih razmatranja za ovaj nivo se dobija

$$\Gamma_f / [E_0^2 + \Gamma^2/4] = [(2s+1)(2i+1)/(2J+1)] 0.15(eV)^{-1} = R \quad (5.9)$$

Ako je spin U^{235} $3/2$ ili veći, desna strana jednačine (5.9) biće približno $0.3 \quad (eV)^{-1}$. Ali ako je $i = 1/2$, desna strana biće ili 0.6 ili $0.2 \quad (eV)^{-1}$. Gornja granica rezonantne energije i širine nivoa može se napisati na sledeći način:

$$\Gamma_{<4/R} = \begin{cases} 13 & i \geq 3/2 \\ 7 & i = 1/2, J = 0 \\ 20 \text{ eV} & i = 1/2, J = 1 \end{cases} \quad (5.10)$$

$$|E_0| < 1/R = \begin{cases} 3 & i \geq 3/2 \\ 1.7 & i = 1/2, J = 0 \\ 5 \text{ eV} & i = 1/2, J = 1 \end{cases}$$

S druge strane, nagoveštaji da se fisioni efikasni presek za niskoenergetske neutrone, menja sa brzinom kao $\sim 1/v$, dovođe do zaključka da su ili E_0 ili $\Gamma/2$ ili oboje, veći od nekoliko eV. Ovo dopušta da se iz jednačine (5.9) dobije donja granica za Γ_f :

$$\Gamma_f = R [E_0^2 + \Gamma^2/4] > 10 - 400 \text{ eV} \quad (5.11)$$

U datom slučaju, različiti uslovi nisu protivrečni jedan drugom, i zato je moguće pripisati fisiju efektu jednog rezonantnog nivoa.

Može se proceniti i rastojanje izmedju nivoa u složenom jezgru U^{236} . Vezivna energija zahvaćenog neutrona u ovom složenom jezgru je znatno veća nego u slučaju U^{239} , i zato bi trebalo očekivati manje rastojanje izmedju nivoa, nego što je vrednost od ~ 20 eV, procenjena za U^{239} . S druge strane, poznato je da je za slične energije, gustina nivoa niža u parno-parnim, nego u neparno-parnim jezgrima. Na taj način, rastojanje nivoa u U^{236} može ipak biti 20 eV, ali, neosporno je da ne može biti veće. Iz jednačine (5.11) sledi da će nivoi verovatno biti delimično preklopljeni.

U slučaju delimično preklopljenih nivoa, prema jednačini (4.17) dobija se

$$\delta_f = (\pi \chi^2 / 2) \Gamma_n (2\pi / d) \quad (5.12)$$

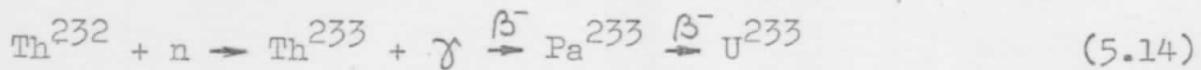
ili, prema tome, rastojanje izmedju nivoa

$$d = (23 \times 10^{-22} / 2) \times 10^{-4} \times (2\pi / 3.5 \times 10^{-26}) = 20 \text{ eV} \quad (5.13)$$

Kako je nivoima pripisana nerazložena struktura, fisiona širina mora biti, u svakom slučaju, 10 eV. Ove vrednosti za rastojanje izmedju nivoa i fisionu širim, daju prihvatljivo objašnjenje procesa fisije, indukovanih termalnim neutronima.

Osim prirodnih izotopa U^{234} i U^{235} , fisiji termalnim neutronima podležu i veštački izotopi U^{233} i Pu^{239} .

U^{233} se dobija zahvatom sporih neutrona od strane torijuma:



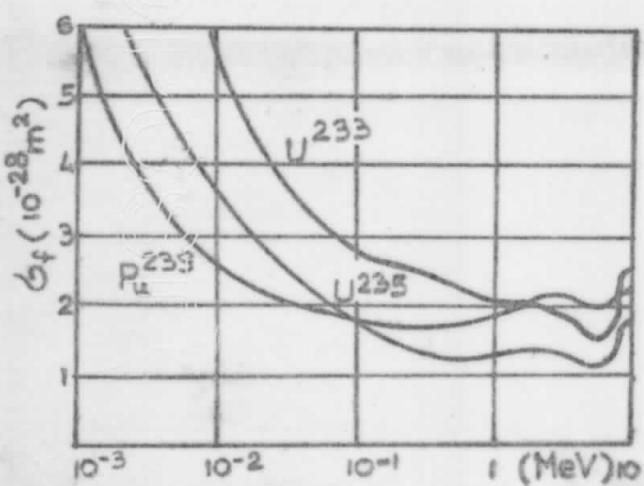
Pu^{239} se proizvodi zahvatom sporih neutrona u U^{238} :



Izotopi U^{234} , U^{235} , U^{233} , i Pu^{239} podležu fisiji termalnim neutronima, usled toga, što je kod svakog od njih, kritična fisiona energija manja od vezivne energije neutrona u odgovarajućem složenom jezgru.

Naprimjer, za prirodne uranijumove izotope, kritične fisione energije iznose $E_f(\text{U}^{235}) = 5 \text{ MeV}$ i $E_f(\text{U}^{236}) = 5.25 \text{ MeV}$, što je manje od odgovarajućih vezivnih energija neutrona, čije su vrednosti $E_n(\text{U}^{235}) = 5.4 \text{ MeV}$ i $E_n(\text{U}^{236}) = 6.4 \text{ MeV}$. Zato ne postoji energetski prag reakcije.

Zavisnost fisionih efikasnih preseka od energije neutrona, za izotope U^{233} , U^{235} , i Pu^{239} , prikazana je na slici 5.1.



Slika 5.1

5.3 Fisija proizvedena brzim neutronima

Diskusija na bazi teorije fisije proizvedene brzim neutronima je pojednostavljena, prvo, zbog činjenice da verovatnoća radijacije može biti zanemarena u poređenju sa verovatnoćom

fisije i verovatnoćom emitovanja neutrona, i drugo, okolnošću da je redukovana talasna dužina neutrona λ mala u poređenju sa radijusom jezgra ($R \sim 9 \times 10^{-15} \text{ m}$) i da smo u oblasti kontinualne raspodele nivoa. Na taj način, fisioni efikasni presek biće dat jednačinom

$$\sigma_f = \pi R^2 \Gamma_f / \Gamma \sim 2.4 \times 10^{-28} \Gamma_f / (\Gamma_f + \Gamma_n) \quad (5.16)$$

ili u funkciji odnosa širine nivoa i rastojanja izmedju nivoa

$$\sigma_f \sim 2.4 \times 10^{-28} (\Gamma_f/d) / [(\Gamma_f/d) + (\Gamma_n/d)] \quad (5.17)$$

Prema rezultatima iz glave 4,

$$\Gamma_n/d = (1/2\pi) (A^{2/3}/10 \text{ MeV}) \sum_i K_i \quad (5.18)$$

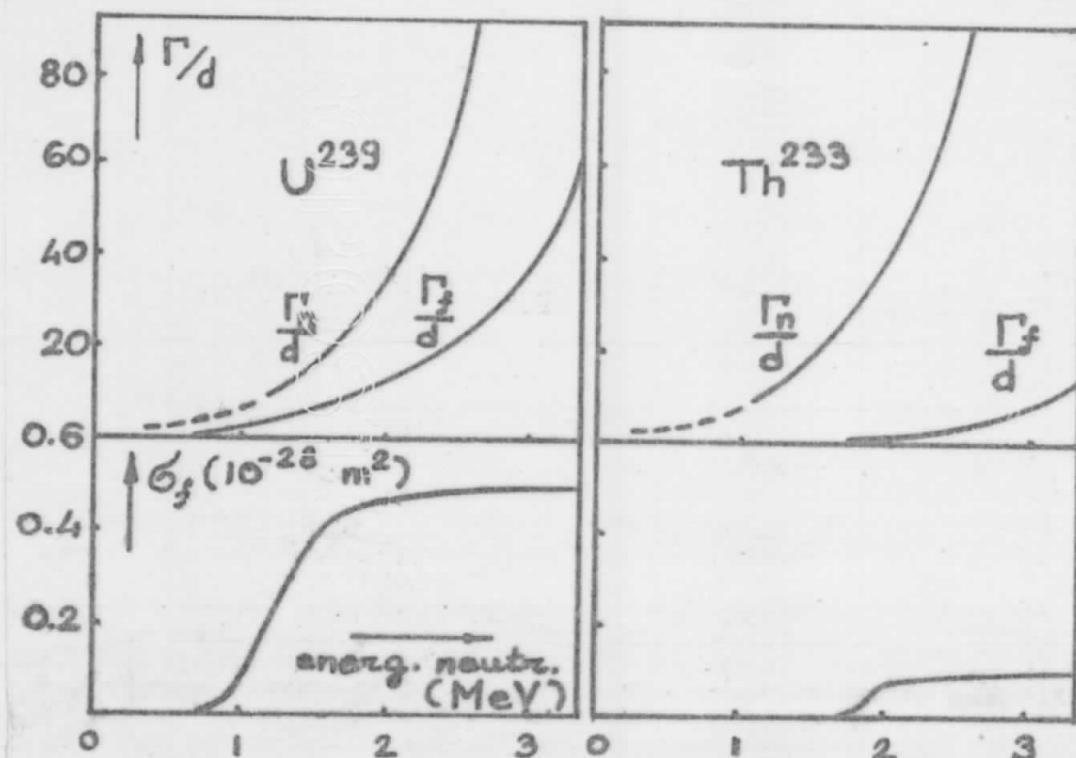
i

$$\Gamma_f/d = (1/2\pi) N^* \quad (5.19)$$

Upotrebljavajući jednačinu (5.17), vidi se da nije potrebno znati rastojanje nivoa d složenog jezgra, već samo onog od rezidualnog jezgra (jednačina (5.18)) i broj N^* raspoloživih nivoa jezgra koje se deli u prelaznom stanju (jednačina (5.19)).

Razmatrajući ga kao funkciju energije, odnos fisione širine prema rastojanju izmedju nivoa d, biće ekstremno mali za pobudjenja manja od kritične fisione energije. Sa rastom pobudjenja iznad cve vrednosti, jednačina (5.19) brzo postaje opravdana, i mora se predvideti rapidan rast pomenutog odnosa. Ako rastojanje nivoa u prelaznom stanju može biti uporedljivo sa onim, kod nižih stanja običnog teškog jezgra (~ 50 do 100 keV), očekuje se vrednost $N^* = 10 - 20$ za energiju 1 MeV iznad fisione barijere. Ali, u svakom slučaju, vrednost Γ_f/d raste skoro linearno sa raspoloživom energijom, preko intervala reda

veličine milion eV, kada rast postaje primetno brži, zahvaljujući očekivanom smanjivanju rastojanja izmedju nivoa jezgra u prelaznom stanju, pri ovakvim pobudjenjima. Ponašanje Γ_f/d je prikazano na slici 5.2. Kako se odnos Γ_n/d menja sa ener-



Slika 5.2

gijom, moguće je mnogo tačnije predvideti, nego za prethodni. Označavajući sa K energiju neutrona, za broj pobudjenih nivoa rezidualnog (= prvočitnog) jezgra, dobija se vrednost od $K/0.005$ MeV do $K/0.1$ MeV, i za prosečnu kinetičku energiju neelastično rasejanog neutrona $\sim K/2$, tako da se suma K_i u (5.18) lako razvija dajući, ako se K izrazi u MeV

$$\Gamma_n/d \sim 3 - 6 \times K^2 \quad (5.20)$$

Ovu formulu nije opravdano primenjivati za energije ispod

$K = 1 \text{ MeV}$, a za energije iznad 1 MeV mora se uzeti u obzir postepeno smanjivanje rastojanja izmedju nivoa u rezidualnom jezgru, što ima za posledicu rast desne strane jednačine (5.20).

Dva odnosa uvedena u efikasni presek fisije za brze neutrone (5.17) menjaju se sa energijom na isti način za sva teška jezgra. Jedina razlika od jezgra do jezgra, javlja se, u kritičnoj fisionoj energiji, što ima za posledicu premeštanje jedne krive u odnosu na drugu, kao što je pokazano na slici 5.2. Na taj način, mogu se utvrditi karakteristične razlike izmedju jezgara, budući da se očekuje promena efikasnog preseka za brze neutrone sa energijom.

Meitner, Hahn i Strassmann zapazili su da brzi neutroni,isto tako kao i termalni, proizvode u uraniju niz aktivnosti, koji se pojavljuje kao rezultat nuklearne fisije. Ladenburg, Kanner, Barschall i van Voorhis (prinstonska grupa) nacinali su direktna merenja fisionog efikasnog preseka, za neutrone energije 2.5 MeV, dobivši $0.5 \times 10^{-28} \text{ m}^2$ ($\pm 25\%$). Kako doprinos koji ovom efikasnom preseku daje U^{235} ne može prevazići $\pi R^2/139 \sim 0.02 \times 10^{-28} \text{ m}^2$, efekt mora biti pripisan procesu $U^{238} + n \rightarrow U^{239} \rightarrow$ fisija. Za ovo jezgro, verovatnoća fisije je zanemarljiva na niskim energijama. Promena fisionog efikasnog preseka sa energijom, imaće, prema tome, oblik kao na slici 5.2. U vezi sa ovim, Ladenburg i saradnici su zapazili da se efikasni presek malo menja izmedju 2 i 3 MeV. Vrednost kritične fisione energije za U^{239} je za manje od 2 MeV iznad vezivne energije neutrona. Istraživanja vašingtonske grupe za fisioni efikasni presek daju: $\sigma_f = 0.003 \times 10^{-28}$ na 0.6 MeV, i $0.012 \times 10^{-28} \text{ m}^2$ na 1 MeV. Na osnovu istraživanja vašingtonske i prinstonske grupe, procenjeno je, da je kritična fisiona energija

E_f za U^{239} veća za $3/4$ MeV od vezivne energije neutrona u istom, koja iznosi ~ 5.2 MeV:

$$E_f (U^{239}) \sim 6 \text{ MeV} \quad (5.21)$$

Drugi zaključak, koji se može izvući iz apsolutnog efikasnog preseka Ladenburga i saradnika, je da je odnos ($\bar{\sigma}_f/d$) prema ($\bar{\sigma}_n/d$), kao što je pokazano na slici 5.2 suštinski pravilan. Ovo potvrđuje predpostavku, da se rastojanje energetskih nivoa u prelaznom stanju jezgra koje se deli, ne razlikuje u redu veličine od onog kod nižih nivoa normalnog jezgra.

Za fisioni efikasni presek Th^{232} , pri energijama neutrona od $2 - 3$ MeV, od strane prinstonske grupe nadjeno je da iznosi $\bar{\sigma}_f = 0.1 \times 10^{-28} \text{ m}^2$. Fisiona barijera u ovom slučaju je za 1.75 MeV veća od vezivne energije neutrona u složenom jezgru Th^{233} . Kako je $E_n (Th^{233}) = 5.2$ MeV, sledi da je

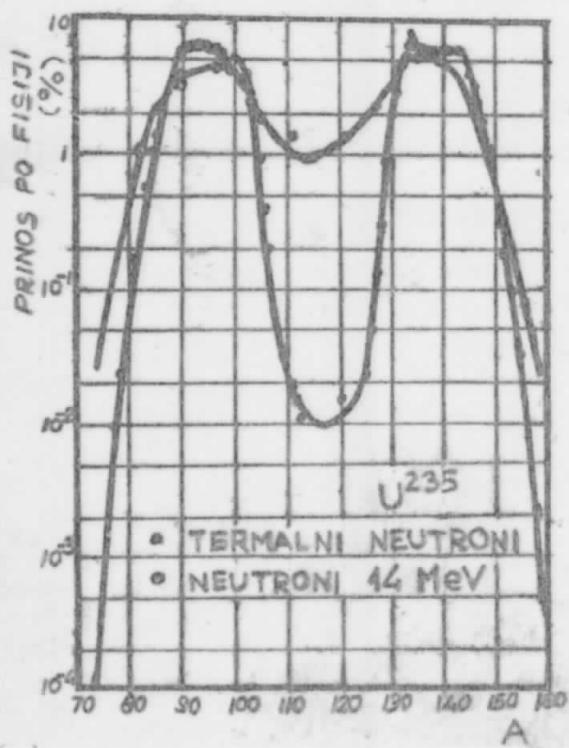
$$E_f (Th^{233}) \sim 7 \text{ MeV} \quad (5.22)$$

Posmatranjem slike 5.2, zaključuje se da u procesu fisije izotopa U^{238} i Th^{232} brzim neutronima, postoji prag reakcije. Ovo sledi iz činjenice, da su fisione barijere veće od vezivnih energija neutrona u odgovarajućim složenim jezgrima, U^{239} i Th^{233} .

6. POJAVE KOJE PRATE FISIJU

6.1 Fisioni fragmenti

U procesu fisije jezgro se deli na dva dela, koji se nazivaju fisionim fragmentima. Deoba atomskog jezgra ne vrši se uvek na isti način, tako da se ne dobijaju uvek dva ista fisiona fragmenta. To je statistički proces, za koji se mogu dati samo srednje vrednosti. Ove srednje vrednosti se razlikuju, kako za pojedine vrste fisibilnih jezgara, tako i za razne energije neutrona koji izazivaju fisiju. Na slici 6.1 data je, kao

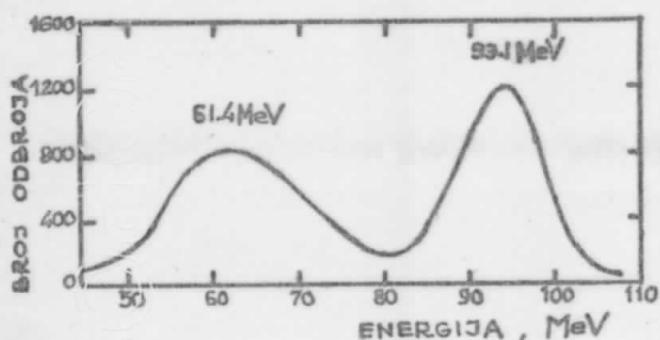


Slika 6.1

primer raspodela masa fisionih fragmenata pri fisiji U^{235} termalnim neutronima, i neutronima energije 14 MeV. Prinos pojedi-

nih jezgara pri fisiji dat je u procentima. Ukupan zbir svih prinosa je 200 %, pošto se procenti odnose na broj fisija, a pri svakoj fisiji nastaju po dva fisiona fragmenta. Pri još većim energijama neutrona, minimum u srednjem delu krive iščezava, odnosno, najverovatnija postaje simetrična fisija, kada nastaju dva ista fragmenta. U opštem slučaju, u procesu fisije javljaju se jedan lakši i jedan teži fragment, koji uzmiču u suprotnim pravcima.

Na slici 6.2 dat je spektar kinetičkih energija fisionih fragmenata, koji nastaje kada se U^{235} bombarduje termalnim neutronima. U spektru se javljaju dva pika, od kojih onaj sa većom energijom odgovara lakšem fragmentu, a onaj sa manjom energijom težem fragmentu.



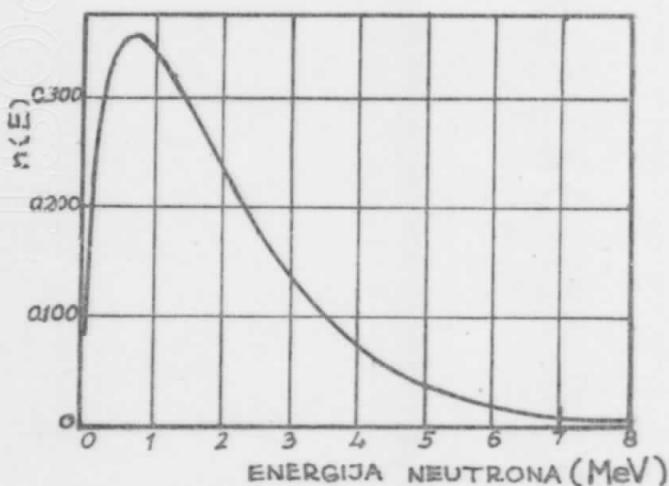
Slika 6.2

6.2 Istovremeni neutroni

Istovremeno sa procesom fisije, javlja se emisija brzih neutrona. Poreklo ovih neutrona objašnjava se na sledeći način. Fisioni fragmenti u trenutku nastajanja, odnosno razdvajanja, su veoma pobudjeni, jer imaju višak neutrona u odnosu na protone. Zbog toga se, kao prvi stepen procesa raspada koji vodi stabilnosti, u vrlo kratkom vremenskom intervalu, posle fisije

($\sim 10^{-14}$ sek), javlja emisija neutrona iz ovih fragmenata.

Spektar ovih neutrona, pri fisiji U^{235} termalnim neutronima, ima oblik prikazan na slici 6.3. Očigledno je, da su u pi-



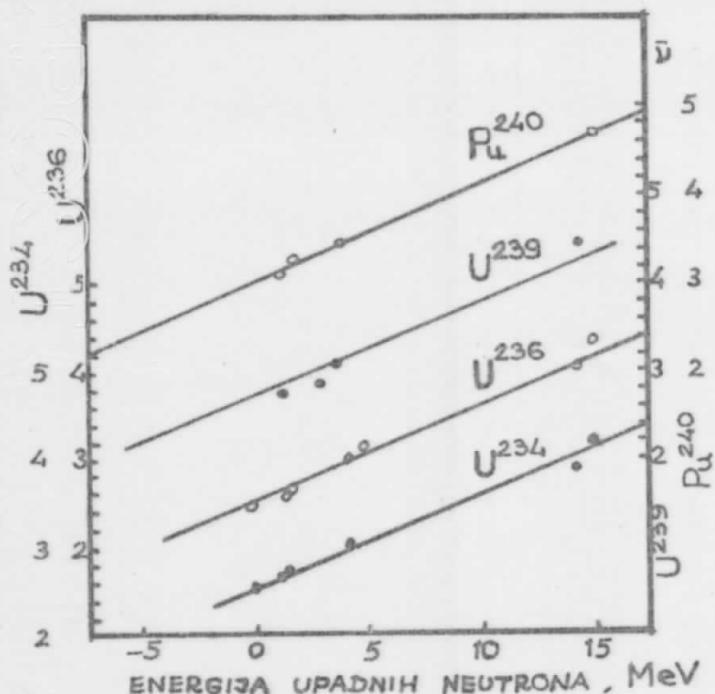
Slika 6.3

tanju brzi neutroni, koji statistički posmatrano, poseduju čitav spektar energija od 0 pa do oko 10 MeV, sa maksimumom na oko 0.8 MeV. Srednja energija neutrona iznosi ~ 1.5 MeV.

Ovaj spektar se analitički može izraziti semi-empirijskom relacijom.

$$n(E) = 0.453e^{-1.036E} \operatorname{sh} \sqrt{2.29E} \quad (6.1)$$

Koliki će biti prinos neutrona po jednoj fisiji, zavisi od toga koje je fisibilno jezgro u pitanju, i kolika je energija bombardujućih neutrona. Šematski je ova zavisnost prikazana na slici 6.4 za razne izotope (na slici su označena odgovarajuća složena jezgra). Vidi se, da je prinos brzih neutrona pri jednoj termalnoj fisiji izotopa U^{235} , $\bar{\nu}(U^{235}) = 2.5$. Prema tome, neutroni se umnožavaju za faktor $\bar{\nu}$, odnosno na svaki neutron koji je izgubljen u fisiji, nastaje $\bar{\nu}$ novih neutrona, ali brzih. Ovi neutroni mogu se koristiti za dalju fisiju U^{235} ,

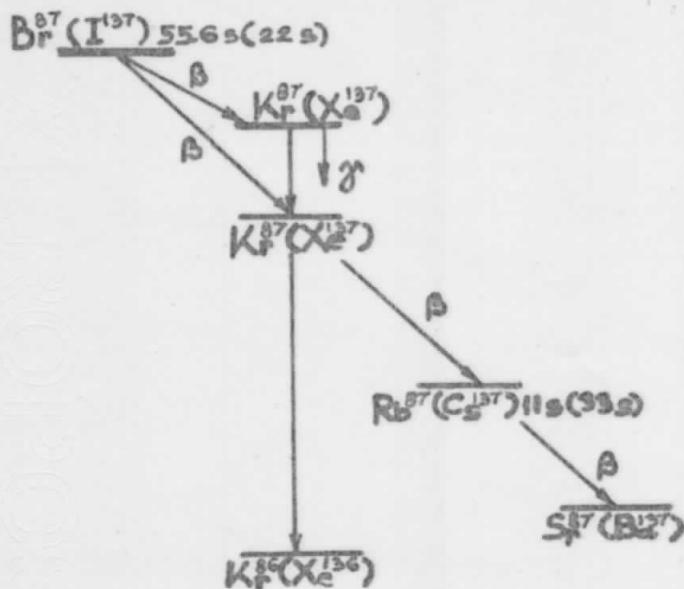


Slika 6.4

odnosno, za proizvodnju lančane fisione reakcije, ali se pre toga moraju usporiti do termalnih energija.

6.3 Zakasneli neutroni

Manji deo neutrona, emituje se iz fisionih fragmenata sa izvesnim zakašnjenjem. Naime, i pored emisije neutrona iz fragmenata neposredno pri fisiji (tzv. istovremeni neutroni), fragmenti su još uvek sa viškom neutrona, i raspadaju se nizom β^- -emisija, čime se smanjuje odnos neutrona i protona. U nekim od tih nizova β^- -proces ostavlja proizvedeno jezgro u tako visoko pobudjenom stanju da emisija neutrona postaje veoma verovatna. Tada dolazi do emisije zakasnelyih neutrona, a vreme kašnjenja jednako je vremenu radioaktivnog raspada prethodnog jezgra. Dobro poznati slučaj prikazan je na slici 6.5. Sa slike se vidi, da u toku radioaktivnog raspada fragmenata, dolazi i do emisije γ -zračenja.



Slika 6.5

Poznavanje vremena kašnjenja ovih neutrona je značajno zbog proračuna i upravljanja radom nuklearnih reaktora. Zakanjeli neutroni su iz praktičnih razloga podeljeni u izvestan broj grupa, i svakoj od njih pripisano je odgovarajuće vreme kašnjenja τ_i . Broj zakasnjenih neutrona date grupe u odnosu na ukupan broj neutrona, emitovanih pri fisiji je β_i , dok je ukupan broj zakasnjenih neutrona

$$\beta = \sum \beta_i$$

Srednje kašnjenje svih zakasnjenih neutrona je

$$\bar{\tau} = \frac{1}{\lambda} = \frac{\sum \beta_i \bar{\tau}_i}{\beta}$$

gde je λ odgovarajuća konstanta raspada. U tabeli 6.1 dat je prinos zakasnjenih neutrona pri fisiji U^{235} termalnim neutronima.

Tabela 6.1

Jezgro	Vreme poluraspada (s)	Grupa	Vreme polu- raspada grupe (s)	Konstanta raspada (s ⁻¹)	β_i
Br ⁸⁷	54.5	1	55,72	0,0124	0,000215
I ¹³⁷	24.4	2	22,72	0.0305	0.001424
Br ⁸⁸	16.3				
I ¹³⁸	6.3				
Br ⁸⁹	4.4	3	6.22	0.111	0.001274
Rb ⁹⁴	6.5				
I ¹³⁹	2.0				
?	1.6-2.4				
Br ⁹⁰	1.6	4	2.30	0.301	0.002568
Kr ⁹³	1.3				
I ¹⁴⁰ +?	0.5	5	0.610	1.14	0.000748
Br + ?	0.2	6	0.230	3.01	0.000273
					0.0065

6.4. Energija oslobođena u procesu fisije

Energija oslobođena pri fisiji, može se izračunati primenom semi-empirijske masene formule (2.5) Bethe-Weizsäckera, na sledeći način:

$$E = (M_0 - \sum_i M_i)c^2 \quad (6.2)$$

gde je M_0 - masa prvobitnog jezgra, a M_i su mase fragmenta.

Ako se predpostavi, da se jezgro masenog broja A i nailek-

trisanja Z deli na dva dela, kojima odgovaraju maseni brojevi kA i $(1 - k)A$, i nanelektrisanja kZ i $(1 - k)Z$, tada se, primenom semi-emprijske formule (2.4), dobija sledeći izraz za energiju oslobođenu u procesu fisije:

$$E = a_s A^{2/3} \left[1 - k^{2/3} - (1 - k)^{2/3} \right] + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} x \\ x \left[1 - k^{5/3} - (1 - k)^{5/3} \right] \quad (6.3)$$

Zapreminski i asimetrični član se ne menjaju, a poslednji član u jednačini (2.4) je zanemaren.

Rezultat se može proceniti na osnovu grafika (2.1) koji izražava zavisnost srednje vezivne energije po nukleonu $B(N,Z)/A$ od masenog broja A . Kao što se vidi sa grafika, srednja vezivna energija po nukleonu $B(N,Z)/A$, jezgra sa masenim brojem $A = 240$ je ~ 7.6 MeV/nuk. U slučaju simetrične binarne fisije ovog jezgra, dobiće se dva jezgra sa masenim brojevima $A = 120$ i srednjom energijom veze po nukleonom ~ 8.5 MeV/nuk. Prema tome, energija oslobođena pri fisiji biće reda:

$$E \approx 2 \times 120 \times 8.6 - 240 \times 7.6 \approx 220 \text{ MeV} \quad (6.4)$$

Ranije je napomenuto da se neposredno pri fisiji, pored nastajanja fisionih fragmenata, javljaju istovremeni neutroni i istovremeno γ - zračenje, i da se kao rezultat radioaktivnog raspada fragmenata, javljaju β^- - zračenje, zakasneli neutroni i zakasnelo γ - zračenje. Interesantno je videti, kako je energija oslobođena pri fisiji raspodeljena. Ovo je ilustrovano tabelom 6.2, za slučaj fisije izotopa U^{235} termalnim neutronima.

Tabela 6.2

Nosilac energije	Emitovana energija (MeV)
Fisioni fragmenti	168
Istovremeni i zakasneli neutroni	5
Istovremeno γ - zračenje	7
Zakasnelo γ - zračenje	7
β^- - zračenje	8
Neutrino	12
U k u p n o:	207

Očigledno, da najveći deo energije, oslobođene pri fisiji, 81 %, odnose fisioni fragmenti u vidu kinetičke energije.

7. F I S I J A P R O I Z V E D E N A D E U T E R O N I M A , P R O T O N I M A I γ - Z R A Č E N J E M

7.1 Uvod

Bez obzira na proces pobudjenja koji se koristi, osetan prinos nuklearnih fisija dobiće se samo ako je energija pobudjenja dovoljno iznad kritične fisione energije, i ako je verovatnoća deobe složenog jezgra uporedljiva sa verovatnoćama drugih procesa koji vode do razbijanja sistema. Kako je otpuštanje neutrona najvažniji proces koji konkuriše fisiji, poslednji uslov biće zadovoljen ako kritična fisiona energija ne prevazilazi mnogo energiju veze neutrona, što je uistinu slučaj kod najtežih jezgara. Prema tome, primetnu fisiju kod ovih jezgara proizveće ne samo neutroni, već takođe i deuteroni, protoni i γ - zraci dovoljne energije.

7.2 Fisija proizvedena deuteronima i protonima

Oppenheimer i Phillips su istakli, da jezgra sa velikim nanelektrisanjem reaguju sa deuteronima koji nemaju previše visoku energiju, preko mehanizma polarizacije i disocijacije veze proton-neutron u polju jezgra, budući da se neutron apsorbuje, a proton odbija. Energija pobudjenja E , novoformiranog jezgra, data je preko kinetičke energije E_d deuterona, umanjene za energiju disocijacije I i za kinetičku energiju K izgubljenog protona, te uvećane za vezivnu energiju neutrona E_n u proizvedenom jezgru:

$$E = E_d - I - K + E_n \quad (7.1)$$

Kinetička energija protona ne može prevazići vrednost $E_d + E_n - I$, niti pasti ispod potencijalne energije, koju proton ima u Kulonovom polju, na najvećem mogućem rastojanju od jezgra. Ovo rastojanje i odgovarajuću kinetičku energiju K_{\min} , izračunao je Bethe. Za veoma niske vrednosti energije deuterona, E_d , on je našao da je $K_{\min} \sim 1 \text{ MeV}$. Kada E_d raste do izjednačenja sa energijom disocijacije $I = 2.2 \text{ MeV}$, on dobija da je $K_{\min} \sim E_d$. Čak i kada bombardujući potencijal dostiže vrednost koja odgovara visini elektrostatičke barijere, K_{\min} je ipak i dalje reda veličine $\sim E_d$, mada posle ove vrednosti, porast E_d ne proizvodi dalji porast K_{\min} . Kako je visina barijere za jedinično nanelektrisanu česticu kod najtežih jezgara reda veličine 10 MeV , može se predpostaviti da je $K_{\min} \sim E_d$ za deuterone energija koje se obično koriste. Maksimalna energija pobudjenja proizvedenog jezgra biće

$$E_{\max} \sim E_n - I \quad (7.2)$$

Kako je ova veličina znatno manja od vrednosti fisionih barijera u torijumu i uranijumu, mora se očekivati da će opisani proces biti propraćen pre radijacijom, nego fisijom, osim kada je kinetička energija deuterona veća od 10 MeV .

Kada se kinetička energija deuterona približava vrednosti 10 MeV , mora se uzeti u obzir i mogućnost procesa u kojem je deuteron u celini zahvaćen, što dovodi do formiranja složenog jezgra sa pobudjenjem reda veličine

$$E_d + 2E_n - I \sim E_d + 10 \text{ MeV} \quad (7.3)$$

Tada će uslediti konkurenциja izmedju mogućnosti fisije i

emisije neutrona (emisija protona biće zanemarljiva zbog visine elektrostaticke barijere). Povećanje nanelektrisanja jezgra usled zahvata deuterona, sniziće kritičnu fisionu energiju i povećati verovatnoću fisije u odnosu na verovatnoću emisije neutrona. Ako se posle zahvata deuterona dogodi emisija neutrona, fisiona barijera će se opet smanjiti u odnosu na vezivnu energiju neutrona. Kako će kinetička energija emitovanog neutrona biti reda termalnih energija, proizvedeno jezgro imaće pobudjenje reda $E_d + 3$ MeV.

Efikasni presek za fisiju pri ovoj reakciji, može biti procenjen množenjem odgovarajućeg fisionog efikasnog preseka (4.15) za neutrone, faktorom koji uzima u obzir efekat elektrostatickog odbijanja jezgra u ometanju zahvata deuterona:

$$\sigma_f \sim \pi R^2 e^{-P} \left\{ \Gamma_f(E') / \Gamma(E') + \left[\Gamma_n(E') / \Gamma(E') \right] \times \left[\Gamma_f(E'') / \Gamma(E'') \right] \right\} \quad (7.4)$$

P je Gamow penetracioni eksponent za deuteron energije E i brzine v:

$$P = (4Ze^2/\hbar v) \left\{ \text{arc cos } x^{1/2} - x^{1/2} (1-x)^{1/2} \right\} \quad (7.5)$$

gde je $x = (ER/Ze^2)$. πR^2 je projekcija površine jezgra. E' je pobudjenje složenog jezgra, a E'' srednje pobudjenje rezidualnog jezgra formiranog emisijom neutrona. U slučaju fisi je izotopa U^{238} deuteronima energije 6 MeV, fisioni efikasni presek procenjen je na vrednost:

$$\sigma_f^d \sim 10^{-33} \text{ m}^2 \quad (7.6)$$

Protoni će biti efikasniji od deuterona na istoj energiji

jer iz jednačine (7.5) sledi da će Gamow penetracioni eksponent biti manji za lakše čestice. Za protone energije 6 MeV, efikasni presek za fisiju u uranijumu U^{238} , procenjen je na vrednost

$$\sigma_f \sim 10^{-32} m^2 \quad (7.7)$$

7.3 Foto-fisija

Saglasno disperionoj teoriji nuklearnih reakcija, efikasni presek za fisiju γ - zračenjem talasne dužine $2\pi\lambda$, i energije $E = \hbar\omega$, dat je preko jednačine

$$\sigma_f = \pi\lambda^2 \frac{2J+1}{2(2i+1)} \cdot \frac{\Gamma_r \Gamma_f}{(E-E_0)^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (7.8)$$

u slučaju izolovanog rezonantnog nivoa. Γ_r/\hbar je verovatnoća po jedinici vremena da će jezgro u pobudjenom stanju, izgubiti svoju celokupnu energiju pobudjenja emisijom samo jednog γ - zraka.

Najinteresantnija situacija je ona, u kojoj je pobudjenje, koje unosi upadno zračenje, dovoljno da dovede jezgro u oblast delimično preklapajućih nivoa. U tom slučaju efikasni presek biće

$$\sigma_f = \pi\lambda^2 \left[(2J+1)/2(2i+1) \right] \cdot (2\pi/a) \Gamma_r \Gamma_f / \Gamma \quad (7.9)$$

Efikasni presek za foto-fisiju procenjen je poredjenjem prinos-a fisije sa prinosom foto-neutrona. Odnos efikasnih preseka za ova dva procesa je $\sigma_f = (\Gamma_f / \Gamma_n) \sigma_n$.

Za γ - zrake energije 12 - 17 MeV, efikasni presek za fotofisiju U^{238} procenjen je na $\sim 10^{-31} m^2$, a za foto-fisiju T_{α}^{232} na $\sim 10^{-32} m^2$.

8. S P O N T A N A F I S I J A

Mogućnost fisije teškog jezgra postoji čak i kada se jezgro nalazi u osnovnom stanju, prolaznjem kroz oblast prostora, gde klasično gledano, kinetička energija ima negativnu vrednost. Drugim rečima, iako jezgru nije data energija spolja, ono uspeva da savlada fisionu barijeru, ali ne tako što prelazi preko nje, već kroz nju. Ovo je moguće zahvaljujući kvantomehaničkom tunel efektu. Pojava je otkrivena od strane Flerova i Petržaka, i nazvana je spontanom fisijom.

Teorija spontane fisije, koja je uvedena od strane Frenkela, u suštini je slična teoriji α - raspada, koju je razradio Gamow još 1929. godine. Osnovna predpostavka teorije α - raspada je, da α - čestica postoji formirana u samom jezgru. Zahvaljujući tunel efektu, ona može proći kroz potencijalnu barijeru, pri čemu je verovatnoća ovog efekta određena izrazom

$$p \approx \exp \left\{ - \frac{4\pi}{\hbar} \int \sqrt{2m [V(x) - E]} dx \right\} \quad (8.1)$$

gde je m - masa α - čestice; $V(x)$ - potencijalna energija i E - ukupna energija α - čestice ($E < V(x)$). Jednačina (8.1) predstavlja izraz za transparenciju potencijalne barijere.

U slučaju spontane fisije, moguće je koristiti ovu grubu predstavu. Pri tome je

$$E = \frac{1}{2} \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} v^2 \quad (8.2)$$

gde su M_1 i M_2 mase fisionih fragmenata, a v - relativna brzina

fragmenata.

Kinetička energija fragmenata približno se poklapa sa potencijalnom energijom elektrostatičkog odbijanja, koju fragmenati poseduju, kada je rastojanje izmedju njih blisko radijusu jezgra R . Prema tome je:

$$\frac{1}{2} \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \cdot v^2 = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R} \quad (8.3)$$

gde su Z_1 i Z_2 , redni brojevi fragmenata.

U izrazu (8.1), za dati slučaj umesto m treba staviti redukovani masu $M_1 M_2 / (M_1 + M_2)$.

Posle nekoliko transformacija, dobija se da je

$$p \approx \exp \left\{ - \frac{4\pi^2}{h} e \cdot \sqrt{\frac{R}{2M}} \sqrt{M_1 M_2} \sqrt{Z_1 Z_2} \right\} \quad (8.4)$$

gde je $M = M_1 + M_2$ - masa prvobitnog jezgra.

Bohr i Wheeler su takođe pokušali da objasne spontanu fisisu, mehanizmom sličnim mehanizmu α -raspada. Oni su za transparenciju potencijalne barijere dobili izraz

$$p \approx \exp \left\{ - \frac{2\pi}{h} \sqrt{2ME_f} \alpha \right\} \quad (8.5)$$

gde je E_f - kritična fisiona energija posmatranog jezgra, M - masa jezgra, a α - parametar deformacije, jednak po redu veličine radijusu jezgra. Bohr i Wheeler su predpostavivši da je frekvencija sudara sa potencijalnom barijerom $\sim 10^{21} \text{s}^{-1}$, ocenili vreme života U^{238} u odnosu na spontanu fisiju.

$$\tilde{T} = \frac{1}{10^2 I_p} \approx 10^{22} \text{ godina} \quad (8.6)$$

Daljim razvitkom teorije spontane fisije, Frenkel i Metropolis su dobili sledeći izraz za period poluraspada u odnosu na

spontanu fisiju:

$$T = 10^{-21} + kE_f \text{ (godina)} \quad (8.7)$$

gde je E_f (MeV) - kritična fisiona energija, a $k=7.85 \text{ (MeV)}^{-1}$. Oni su za period spontane fisije izotopa U^{238} dobili vrednost $T = 10^{26}$ godina.

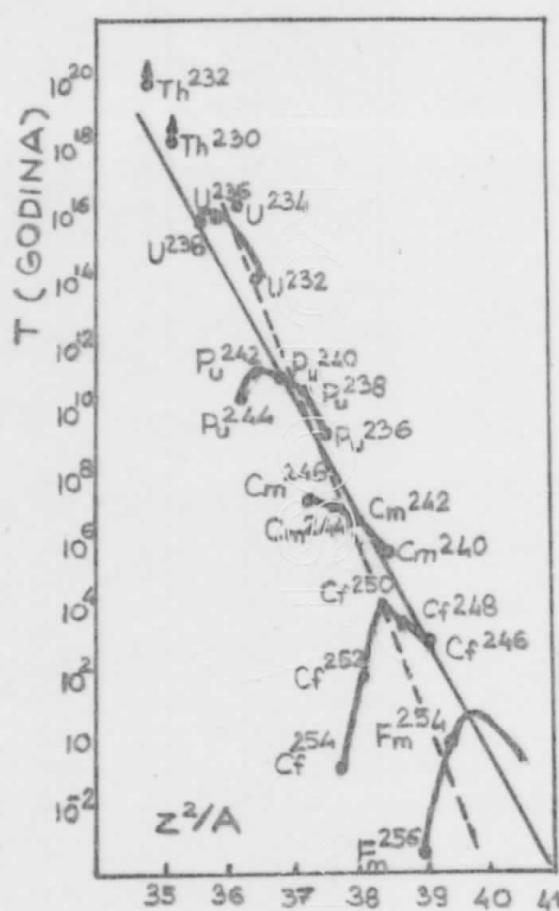
Nijedan od ovih rezultata nije u saglasnosti sa eksperimentalno određenim periodom spontane fisije izotopa U^{238} , koji iznosi 8.0×10^{15} godina.

Izučavanje perioda spontane fisije, dovelo je do otkrića nekih zakonomernosti kod parno-parnih jezgara. Za razliku od njih, periodi poluraspada jezgara sa neparnim brojem nukleona, ne podležu nikakvoj sistematizaciji.

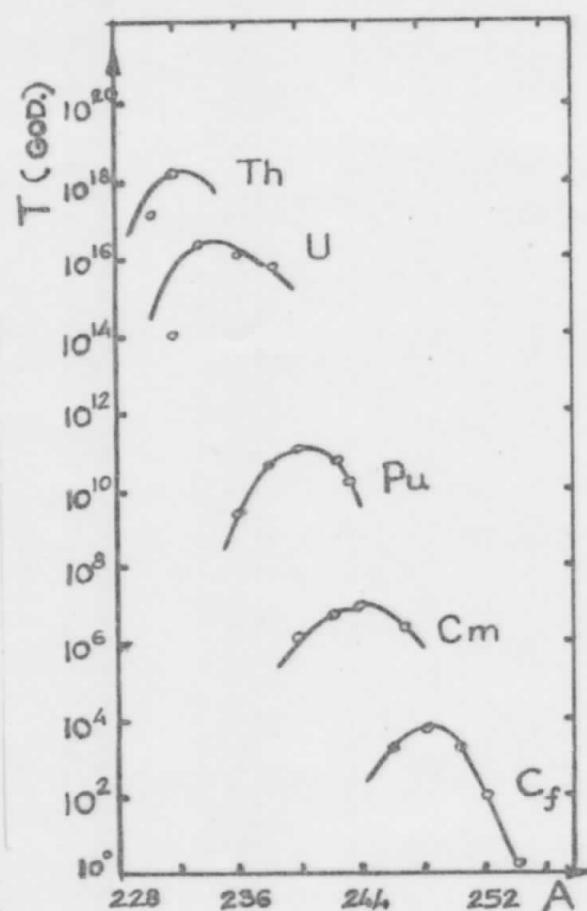
Prve rade na ovom polju načinili su Seaborg, Whitehouse i Galbrait, koji su zapazili da se periodi spontane fisije parno-parnih jezgara, smanjuju eksponencijalno sa rastom veličine Z^2/A , odnosno linearno, ako se posmatra zavisnost logaritma perioda spontane fisije $\ln T$.

Na slici 8.1, koja prikazuje zavisnost logaritma perioda spontane fisije $\ln T$ za parno-parna jezgra, od veličine Z^2/A , puna linija odgovara podacima Seaborg-a. Interesantno je primetiti, da extrapolacija ove prave u oblast vrlo malih vrednosti perioda spontane fisije (tj. u oblast perioda poluraspada reda 10^{-20} sec), daje za vrednost veličine Z^2/A , broj približno jednak graničnoj vrednosti, dobijenoj na osnovu modela tečne kapi.

Krive na slici 8.1, koje spajaju izotope pojedinih elemenata, odgovaraju kasnijim zapažanjima, da medju izotopima svakog



Slika 8.1



Slika 8.2

elementa, postoji onaj sa odgovarajućim masenim brojem A , koji je najstabilniji u odnosu na spontanu fisiju (maksimum krive). Izotopi, koji su lakši ili teži od ovog izotopa, manje su stabilni.

Isprekidana prava linija na slici 8.1, povezuje maksimume krivih, odnosno najstabilnije izotope. Očigledno je, da najstabilniji izotopi leže približno na pravoj liniji.

Kasnije je ustanovljeno da su ovi izotopi maksimalno stabilni i u odnosu na β^- - raspad.

Na slici 8.2, data je zavisnost logaritma perioda spontane fisije $\ln T$, od masenog broja A , za parno-parna jezgra.

Periodi poluraspada teških jezgara u odnosu na spontanu fisiju, prema tome, zavise ne samo od Z^2/A , već i od odnosa broja protona i neutrona.

Ranije je već napomenuto, da se periodi koje daje teorija, ne poklapaju sa eksperimentalno dobijenim vrednostima. To sve doči o nesavršenosti teorije spontane fisije, jer, budući da se zasniva na teoriji α - raspada, ona polazi od predpostavke da fisioni fragmenti postoje formirani u jezgru pre njegovog raspada. Ovo naravno, nije tačno, jer oni se formiraju neposredno u procesu fisije jezgra.

9. Z A K L J U Č A K

U ovom radu izložena je teorija nuklearne fisije, koju su razvili N. Bohr i J. A. Wheeler 1939 godine. Teorija je zasnovana na modelu jezgra koji se naziva "model tečne kapi", a formulisao ga je N. Bohr 1936 godine. Budući da je to najjednostavniji model jezgra, to se i teorija fisije, koja se na njemu zasniva, odlikuje jednostavnošću. Ova teorija pogodna je samo za jezgra koja podležu fisiji pod uticajem veoma malih deformacija, tj. kad $x \rightarrow 1$. Ovo ograničenje ne umanjuje njenu vrednost. Iako jednostavna, Bohr-Wheeler-ova teorija daje zadovoljavajuću sliku mehanizma nuklearne fisije.

U cilju što boljeg razumevanja procesa fisije, razvijene su i druge teorije, koje se zasnivaju na predpostavkama, koje su strane Bohr-Wheeler-ovoj teoriji, i u skladu s tim, daju i drugčije rezultate.

Treba napomenuti, da je otkriće procesa fisije odigralo važnu ulogu u razvoju nuklearne fizike. Zahvaljujući procesu fisije koji se odvija u nuklearnom reaktoru, dobijen je veliki fluks neutrona, čime je omogućena detekcija neutrina.

Proces fisije značajan je i zbog toga, što je propraćen oslobadjanjem velike količine energije.

10. LITERATURA

1. Dr Lazar Marinčov, Osnovi nuklearne fizike, Novi Sad, 1976.
2. N. Bohr, J. A. Wheeler, Phys. Rev. 56, 426(1939).
3. L. Willets, Theories of Nuclear Fission, Clarendon, Oxford, 1964.
4. V. V. Maljarov, Osnovi teorii atomnogo jadra, Fizmatgiz, Moskva, 1959.
5. K. A. Petřák, Príloženie № 1 k žurn. "Atomnaja energija" (1957).
6. E. Segré, Nuclei and Particles, W. A. Benjamin, Inc., New York, 1965.
7. E. Segré, Experimental Nuclear Physics, Volume II, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1953.
8. J. M. Blatt, V. F. Weisskopf, Theoretical Nuclear Physics, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1952.
9. D. Halliday, Introductory Nuclear Physics, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1955.
10. D. Popović, Nuklearna energetika, Naučna knjiga, Beograd, 1978.
11. K. Wildermunt, J. Tang, Edinaja teorija jadra, Mir, Moskva, 1980.

12. W. E. Burc h a m, Nuklearna fizika - uvod sa fizikom čestica, Naučna knjiga, Beograd, 1974.
13. K. Bek u r c, K. V i r t c, Nejtronaja fizika, Atomizdat, Moskva, 1968.
14. R i c h a r d, S e a r s, W e h r, Z e m a n s k y, Modern univerzity physics, Addison - Wesley publishing Co, 1975.
15. P. E. K o l p a k o v, Osnovi jadernoj fiziki, Moskva 1969.