

Пријављено:	8. 9. 1978.		
Орг. јед.	Број	Прилог	Вредност
03	4 / 111		

PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET NOVI SAD

DIPLOMSKI RAD

DIREKTNA REAKCIJA $O^{16}(d, p) O^{17}$ I SEMIMIKROSKOPSKI OPIS JEZGRA O^{17}

Pantić Stevan

Pri izradi ovog diplomskog rada veliku zahvalnost izražavam prof.Dr.Radoslavu Žakuli,naučnom saradniku Instituta "Boris Kidrič" u Vinči koji mi je u svakom trenutku pružao neophodnu pomoć.

Takođe se zahvaljujem dipl.ing.Markom Zoranu, asistentu Tehničkog fakulteta u Beogradu koji mi je omogućio izvesna izračunavanja na kompjuteru fakulteta.

U ovom diplomskom radu izučava se direktna nuklearna reakcija $O^{16}(d,p)O^{17}$ uzimajući u obzir da možemo jezgro O^{16} tretirati kao oscilator. Jezgro O^{16} je sa duplim magičnim brojem a stepen njegove deformacije u odnosu na idealno sferni oblik je oko 25% (1) pa prema tome ono poseduje znatne kolektivne stepene slobode. Naša pretpostavka, zasnovana na radu Gumana (2) da se osnovno stanje O^{16} može tretirati kao osnovno stanje oscilatora, bez ulazeња u činjenicu da je O^{16} izgrađen od nukleona na bazi modela ljušaka, je idealizacija ali koja pruža relativno laku mogućnost analize svojstava jezgara oko O^{16} , Ca^{40} , Pb^{208} , itd, za koje su predloženi nuklearni modeli semimikroskopskog tipa zasnovanih na radovima Forda (3), Raza (4), Alage (5) a posebno Sliva (6) i Gumana (2). Pomenuta jezgra su sa dvostruko magičnim brojem. Vađenjem ili dodavanjem malog broja nukleona dobijaju se nuklidi čija se stanja mogu na uspešan načim objasniti mešavinom čestičnih i kolektivnih stanja. Nuklearne reakcije su procesi kojima se testira valjanost modela. Međutim, test bi bio sasvim korektan kad bi se uzele sve korekture koje dolaze od distorzija kulonskog i nuklearnog tipa. No takav račun bi prevazilazio okvir jednog diplomskog rada i nije ovde sproveden. Umesto toga ovde se izučava reakcija na energijama oko 30 MeV za upadni deuteronski snop, što je dovoljno da se problem može pratiti u Bornovoj aproksimaciji ili aproksimaciji ravnih talasa (P.W.B.A) zanemariši u računu distorzije koje dolaze od kulonskih i nuklearnih sila. S druge strane eksperimentalni podaci po uglownoj raspodeli na ovako visokim upadnim energijama manje su poznati te se u ovom radu i ne navode. Međutim, svrha ovog diplomskog rada je procena vibrаторne interakcije kojom



inertan "core" kao nuklearni kolektiv deluje na deuteronske nukleone u jednom nuklearnom direktnom procesu kao što je "stripping" deuterona na jezgru O^{16} . I ta se procena može sprovesti upotrebom talasnih funkcija za jezgro O^{17} prema modelu Gumanova (2). Jezgro O^{17} učestvuje u reakciji kao rezidualno sa svojim osnovnim ($J_F^P = \frac{5}{2}^+$) i prvim pobudnim stanjem ($J_F^P = \frac{1}{2}^+$, $E_{\frac{1}{2}^+} = 0,8708 \text{ MeV}$). U radu je izložen proračun uglovne raspodele produkata reakcije koristeći pretpostavku da amplitudu direktnog procesa čini zbir amplituda od kojih jedna nosi čestični a druga kolektivni oscilatorni karakter. Na ovaj način dobija se i bolji uvid u valjanost modela koji je predložio Guman (2).

1. OSNOVNE OSOBINE MODELA O^{17}

Kao što je poznato hamiltonijan interakcije modela u kome učestvuju oscilatorni stepeni slobode, kao poseban vid kolektivne interakcije dat je izrazom

$$V_{kol}(\alpha, r) = -K(r) \sum_j \tilde{\omega}_2^j Y_2^j(\Omega) \dots \dots \dots (1.1)$$

V_{kol} se shvata kao interakcija nukleona sa oscijacijama potencijalne površine jezgra. $\tilde{\omega}_2^j$ je parametar deformacije jezgra kvadratnopolnog tipa i oblika je

$$\tilde{\omega}_2^j = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2C}} (b_2^j + (-1)^j b_2^{j+1}) \dots \dots \dots (1.2)$$

gde su b_2^j i b_2^{j+1} anihilacioni i kreacioni Bose - operatori za fotonu sa spinom 2 i projekcijom spina j . Za male deformacije je $K(r) = r \frac{\partial V}{\partial r}$. Sračunavanje radijalnog dela matričnog elemenata interakcije daje izraz

$$\langle nl | K(r) | n'l' \rangle = \int_0^\infty f_{nl}(r) f_{n'l'}(r) r^3 \frac{dv}{dr} \cong (-1)^{n+n'} K \dots \dots \dots (1.3)$$

$f_{nl}(r)$ je radijalna jednočestična funkcija koja ulazi u svojstvenu funkciju hamiltonijana

$$H_c = -\frac{\hbar^2}{2m_N} \Delta + V(r) - i \left(\frac{\hbar^2}{2m_N c} \right)^2 \vec{\ell} \vec{S} \frac{dv}{dr} \dots \dots \dots (1.4)$$

n, l su glavni i orbitalni kvantni brojevi respektivno. Pokazalo se da su vrednosti za K nezavisne od tih kvantnih brojeva i da za područje oko 0^{17} iznose između 30 - 45 MeV. Za $K = 40$ MeV C igra ulogu konstante efektivnog napona nuklearne površine u vrednosti od $C = 400$ MeV. $V(r)$ je potencijal ostalih nukleona u kome se kreće čestica i on je u modelu odabran tako da klasificuje jednočestična stanja po Nilsonovoj šemi harmonijskog oscilatora. Poslednji član je poznata spin - orbitalna interakcija koja daje korektne jednočestične niwoe. \vec{l} i \vec{S} su operatori uglovnog momenta i spina čestice. m_N je masa nukleona. Prvi član u (1.4) je operator kinetičke energije nukleona. Hamiltonijan celokupnog sistema kretanja neutrona, vibracije površine jezgra 0^{16} i međusobne interakcije nuklearne površine i neutrona (što daje jezgro 0^{17}) formuliše se sledećom relacijom

$$\hat{H} = \hat{H}_C + \hat{V}_{kol}(\alpha, \vec{r}) + \hat{H}_S(\alpha) \dots \dots \dots \quad (1.5)$$

gde je

$$\hat{H}_S(\alpha) = \hbar \omega \sum_j [b_j^{\dagger} b_j + \frac{1}{2}] \dots \dots \dots \quad (1.6)$$

$H_S(\alpha)$ predstavlja hamiltonijan koji opisuje oscilovanje površine jezgra 0^{16} . $Y_2^{\nu}(\Omega)$ je sferična funkcija, svojstvena funkcija operatora \vec{l}^2 i \vec{l}_z sa svojstvenim vrednostima $2(2+1) = 6$ i ν . Prethodni operatori su poznati operatori kvadrata uglovnog momenta i z-projekcije operatora uglovnog momenta. $Y_2^{\nu}(\Omega)$ opisuje samo orijentaciju nalaženja nukleona (u ovom slučaju spoljašnjeg neutrona) u okolini površine jezgra 0^{16} . U okviru modela opisanog hamiltonijanom (1.5) Guhan je računao svojstvene funkcije i svojstvene energetske vrednosti i našao da su stanja jezgra 0^{17} u stvari superpozicija jednočestičnih i oscilatornih stanja u obliku

$$|\Psi_{J_f M_f}\rangle > \sum_{jnl} \sum_{\tilde{N} \tilde{R}} \beta_{jnl \tilde{N} \tilde{R}}^{J_f} |jnl; \tilde{N} \tilde{R}; J_f M_f\rangle \dots \dots \quad (1.7)$$

Koeficijenti $\beta_{jnl\tilde{n}\tilde{r}}^{J_f}$ su koeficijenti konfiguracionog mešanja i dati su na tabelama Tab.1 i Tab.2. za osnovno $O^{1+}(J_f = \frac{5}{2}^+)$ i prvo pobudeno stanje $O^{1+}(J_f = \frac{1}{2}^+)$ [2]

KONFIGURACIJE	$\beta_{jne\tilde{n}\tilde{r}}^{J_f}; J_f^T = \frac{5}{2}^+$	$C = 100 \text{ MeV}$ $\hbar w = 10 \text{ MeV}$
$d\frac{5}{2}00\frac{5}{2}$	0,945	
$d\frac{5}{2}12\frac{5}{2}$	-0,248	
$d\frac{5}{2}20\frac{5}{2}$	0,035	
$d\frac{5}{2}22\frac{5}{2}$	0,016	
$d\frac{5}{2}24\frac{5}{2}$	0,048	
$d\frac{5}{2}30\frac{5}{2}$	-0,003	
$d\frac{5}{2}32\frac{5}{2}$	-0,003	
$d\frac{5}{2}34\frac{5}{2}$	-0,002	
$s\frac{1}{2}12\frac{5}{2}$	-0,201	
$s\frac{1}{2}22\frac{5}{2}$	0,035	
$s\frac{1}{2}32\frac{5}{2}$	-0,006	

Tab 1.

KONFIGURACIJE	$\beta_{jne\tilde{n}\tilde{r}}^{J_f}; J_f^T = \frac{1}{2}^+$	$C = 100 \text{ MeV}$ $\hbar w = 10 \text{ MeV}$
$d\frac{5}{2}12\frac{1}{2}$	-0,423	
$d\frac{5}{2}22\frac{1}{2}$	0,074	
$d\frac{5}{2}32\frac{1}{2}$	-0,014	
$s\frac{1}{2}00\frac{1}{2}$	0,901	
$s\frac{1}{2}20\frac{1}{2}$	0,056	
$s\frac{1}{2}30\frac{1}{2}$	-0,008	

Tab 2.

Vrednost $\hbar w$ u radu (2) kreće se od 1 - 10 MeV. Za $\hbar w = 1$ i 2 pobudeno stanje sa spinom $1/2^+$ je u stvari stanje sa jednim fononom. Znatno veća primesa oscilatornih stanja zapaža se za jače vezanje, zapravo za veće vrednosti oscilatornog kvanta $\hbar w = 3 - 10 \text{ MeV}$. U formuli (1.7) J_f i M_f su spin i projekcija spina jezgra O^{1+} . j pretstavlja

totalni moment čestice (neutrona) van površine jezgra ${}^{16}_N$. \hat{N} je broj fonona a \hat{R} je uglovni moment fonona koje porima jezgro ${}^{16}_O$ tretirano kao čist vibrator. Mi smo se ovde ograničili samo na slučaj jakog vezanja tj. na $\hbar\omega = 10 \text{ MeV}$.

2. MATRIČNI ELEMENT INTERAKCIJE

Ako sa $A_i \neq f$ obeležimo amplitudu reakcije ${}^{16}_O(d,p){}^{17}_O$ onda, kao što je poznato, uglovna distribucija se određuje izrazom

$$\frac{d\sigma}{ds^2} = \frac{M_i M_f}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{K_f}{K_i} \frac{1}{(2J_\lambda + 1)(2J_i + 1)} \sum_{\sum_p M_i} |A_{i \rightarrow f}|^2 \dots \quad (2.1)$$

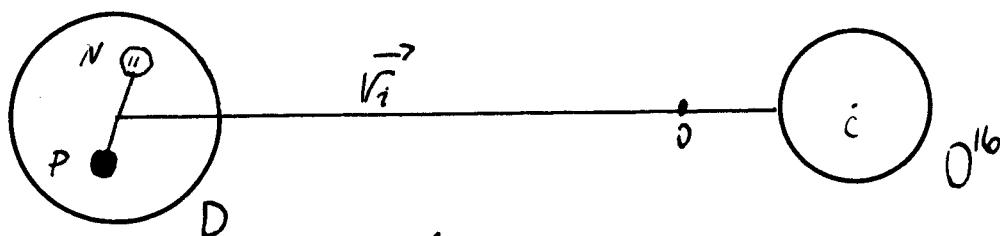
gde su J_λ i J_i spinovi jezgra deuterona i jezgra mete ${}^{16}_O$. K_i i K_f su talasni vektori koji odgovaraju relativnom kretanju jezgara u ulaznom i izlaznom kanalu reakcije ("i" - inicijalno, "f" - finalno stanje). \sum_d - magnetni kvantni broj spina deuterona a M_i - magnetni kvantni broj momenta jezgra mete. \sum_p i M_f su odgovarajući magnetni brojevi rezidualnih jezgara protona i jezgra ${}^{17}_O$. Redukovane mase jezgara u kanalima reakcije su:

$$M_i = \frac{24}{A+2} m_N = \frac{2 \cdot 16}{18} m_N \cong 1,78 m_N \quad \} \dots \quad (2.2)$$

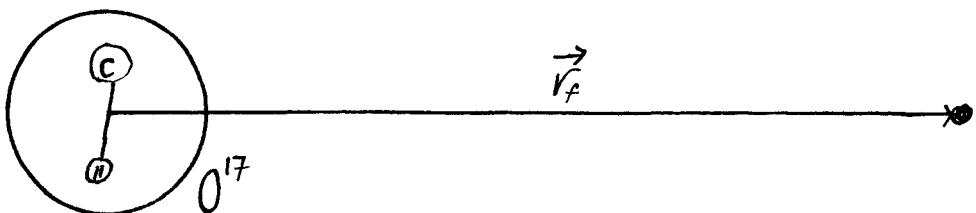
$$M_f = \frac{A+1}{A+2} m_N = \frac{17}{18} m_N \cong 0,94 m_N \quad \}$$

gde je $m_N = 1,67239 \cdot 10^{-24} [\text{kg}]$. \hbar je uobičajena oznaka za redukovana Planck-ovu konstantu.

Reakciona amplituda se gradi na sledeći način



SL. 1



SL 2

Hamiltonijani finalnog i inicijalnog kanala moraju zbog zakona očuvanja energije, biti ekvivalentni tj.

$$\hat{H}_i = \hat{T}_{pn} + \hat{T}_{dc} + \hat{V}_{pn} + \hat{V}_{nc} + \hat{V}_{pc}$$

$$\hat{H}_f = \hat{T}_{cn} + \hat{T}_{fp} + \hat{V}_{pn} + \hat{V}_{pc} + V_{nc}$$

$$H_i = H_f \quad \dots \quad (2.3)$$

gde smo sa \hat{T} označili kinetičku energiju relativnog, međusobnog, kretanja para nuklearnih konstituenata a i b, a sa \hat{V} njihovu međusobnu potencijalnu energiju. Razumljivo reč je o kvantomehaničkim operatorima odgovarajućih energija. Pre uključenja interakcije između jezgara O^{16} i d i posle uključenja međudelovanja protona p i jezgra O^{17} postoji stanje koje zovemo inicijalno i koje opisuje hamiltonijan:

$$\hat{H}_i^{(o)} = \hat{T}_{pn} + \hat{T}_{dc} + \hat{V}_{pn} \quad \dots \quad (2.4a)$$

i finalno stanje koje je opisano hamiltonijanom

$$\hat{H}_f^{(o)} = \hat{T}_{cn} + \hat{T}_{fp} + V_{cn} \quad (F \equiv O^{17}) \quad (2.4b)$$

Očigledno sam proces međudelovanja opisan je izrazom $\hat{V}_{nc} + \hat{V}_{pc}$ u inicijalnom, odnosno sa $V_{pc} + V_{pn}$ u finalnom kanalu. Sa V_{cn} smo na primer, označili interakciju između jezgara O^{16} (c- "core") i neutrona (N) u smislu

$$\hat{V}_{cn} \equiv \hat{V}(|\vec{r}|) \equiv \hat{V}(|\vec{r}_c - \vec{r}_n|) \quad \dots \quad (2.5)$$

U Bornovoj aproksimaciji amplituda reakcije (d, p) se može napisati kao

$$A_{i \rightarrow f} = \langle e^{i \vec{k}_f \cdot \vec{r}_f} \psi_f(\vec{r}_{nc}) X_{1/2}^{\Sigma_p}(p) | \hat{V}_{pn} + \hat{V}_{pc} | f_d(\vec{r}_{np}) X_{sd}^{\Sigma_d}(d) \psi_i(c) e^{i \vec{k}_i \cdot \vec{r}_i} \rangle \quad (2.6)$$

gde su međusobna rastojanja jezgara u inicijalnom i finalnom kanalu data radius vektorima (vidi sl.1 i sl.2)

$$\vec{r}_i = \vec{r}_{nc} + \frac{1}{2} \vec{r}_{pn} \quad (2.7a)$$

$$\vec{r}_f = \vec{r}_{pn} + \frac{A}{A+1} \vec{r}_{nc} \quad (2.7b)$$

Vidi se iz [2-6] da je reakcionala amplituda u stvari matrični element finalne interakcije koja se u našem slučaju sastoje i iz interakcije odilazećeg protona sa zahvaćenim neutronom \hat{V}_{pn} i koja stoga ima čestični karakter i koji stoga pišemo kao

$$\hat{V}_{pn} = \hat{V}_{\text{cest}} \quad (2.8)$$

zatim još od interakcije \hat{V}_{pc} koja ubiti znači međudelovanje odilazećeg protona sa svim ostalim nukleonima rezidualnog jezgra i koja se nije znatno menjala u toku razdvajanja deuterona i koju možemo interpretirati kao kolektivni učinak "Core"-a na proton. U predloženom semimikroskopskom modelu (2) \hat{V}_{pc} bi se mogao opisati izrazom (1.1). Samo se ovde radi o međusobnom delovanju vibratorskog polja sa protonom t.j.

$$\hat{V}_{pc} = \hat{V}_{\text{col}} = -\langle K \rangle \sum_s \hat{d}_2^s \hat{Y}_2^s(\Omega_p) \quad (2.9)$$

Interakcija (2.9) je kratkog dosega. Čestična pak interakcija u koju smo, radi kompletnosti, uključili i spinsku interakciju može se napisati u obliku

$$\hat{V}_{\text{cest}} = \frac{1}{4} [3 \hat{V}_t + \hat{V}_s + (\hat{V}_t - \hat{V}_s) \vec{b}_n \vec{b}_p] \quad (2.10)$$

gde su \hat{V}_t , \hat{V}_s tripletna ($s=1$) i singletna interakcija ($s=0$) i zavise od koordinata u obliku

$$\hat{V}(\vec{r}) = -\hat{V}_0 f\left(\frac{r}{r_0}\right) \quad (2.11)$$

gde za Gaussovou zavisnost $f\left(\frac{r}{r_c}\right)$ možemo na primer pisati (7)

$$\left. \begin{array}{l} V_0 = 72,2 \text{ MeV} \\ \frac{1}{\alpha} = r_0 = 1,47 \cdot 10^{-13} \text{ cm} \end{array} \right\} \dots \dots \dots \dots \dots \quad (2.13)$$

Često se radi udobnosti računanja umesto gausovog oblika (2.12)

uvodi δ - potencijal t.j.

Vrednost \bar{v} se određuje integracijom (2.14) po celom prostoru, naime:

$$V_0 \int dr e^{-\alpha^2 r^2} = V_0 \int d(\vec{r}) d^3 r = V \dots \dots \dots \quad (2.15)$$

pošto je $\int d^3r \delta(\vec{r}) = 1$. Integracija za \vec{V}

$$\bar{V} = \frac{V_0 \pi^{3/2}}{\alpha^3} \quad \text{--- (2.16)}$$

Tako imamo silu kratkog dosega u obliku

$$\bar{V}_{\text{cest}} = - \frac{V_0 \pi^{3/2}}{d^3} \delta(\vec{r}_{i_1}) \quad \dots \quad (2.17)$$

koji koristi i Battlerova (8) teorija i koja zamenjuje neke realističnije oblike potencijala V_{PN} . S obzirom što energija incidentnog snopa deuterona znatno veća od kulonske barijere ($V_{kul} = 2,2$ Mev) potencijal (2.17) i Bornova aproksimacija predstavljaju zadovoljavajuće rešenje za našu svrhu. Deuteron se oslobađa neutrona u reakciji direktnim mehanizmom i gradi se jezgro O^{17} i slobodni proton. Napominjemo da je moguć i proces u kome se javlja neutron u izlaznom kanalu kao slobodan (reakcija (d,n)) međutim, takav proces je manje verovatan na podbarijskim energijama upadnog deuteronskog snopa. Moguće su razne modifikacije Battlerove teorije koje su sve u okviru PWBA. Jedna, prilagođena semimikroskopskom modelu jezgra O^{17} izlaže se u ovom radu. U formuli (2.10) $\vec{\sigma}_p$ i $\vec{\sigma}_n$ su spinski operatori čije su komponente Paulijeve matrice.

3.POČETNO I KONAČNO STANJE REAKCIJE

U okviru PWBA - aproksimacije stanja kanala reakcije se grade od proizvoda određenih talasnih funkcija i to: početno stanje se sastoji od a) talasne funkcije jezgra mete ${}^0\text{O}^{16}$ koju, na osnovu predloženog nuklearnog modela možemo prikazati talasnom funkcijom fononskog vakuma

$$|{}^0\text{O}^{16}\rangle = |\tilde{N}_o, \tilde{R}_o, \tilde{M}_o\rangle = |0, 0, 0, \rangle \dots \dots \quad (3.1)$$

gde je $\tilde{N}_o = 0$ broj fonona, $\tilde{R}_o = 0$ moment fonona, $\tilde{M}_o = 0$ njegova Z - projekcija. Rekli smo da je jezgro ${}^0\text{O}^{16}$ oko 25% deformisano a da dupli magičnim broj obezbeđuje dvostruko inertnu ljsku tj. da je ${}^0\text{O}^{16}$ dobar " core " s toga opravdana pretpostavka da je osnovno stanje jezgra ${}^0\text{O}^{16}$ ujedno i osnovno stanje harmonijskog oscilatora.

b) Od talasne funkcije deuterona

$$\mathcal{S}_d(\vec{r}_p, \vec{r}_n) \chi_{sd}^{\Sigma_d}(p, n) \dots \dots \quad (3.2)$$

gde je

$$\mathcal{S}_d(\vec{r}_p, \vec{r}_n) = \sqrt{\frac{\gamma}{2\pi}} \frac{e^{-\gamma(\vec{r}_p - \vec{r}_n)}}{|\vec{r}_p - \vec{r}_n|} \dots \dots \quad (3.2a)$$

unutrašnja funkcija deuterona sa parametrom γ koji je određen na osnovu energije veze protona i neutrona u deuteronu, tj.

$$\frac{\hbar^2 \gamma^2}{2 M_{pN}} = \frac{\hbar^2 \gamma}{m_N} = B_d = 2,23 \text{ MeV} \dots \dots \quad (3.3)$$

što daje $\gamma = \frac{1}{4,31 \cdot 10^{-13}} \text{ cm}^{-1} = 2,32 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-1}$

$$\chi_{sd}^{\Sigma_d}(p, n)$$

je spinska funkcija deuterona ($S_d = 1$)

c) Od relativnog kretanja jezgra mete i projektila deuterona koje je opisano u PWBA ravnim talasom

$$e^{i \vec{k}_i \vec{r}_i} \dots \dots \quad (3.4)$$

gde je \vec{k}_i talasni vektor koji odgovara međusobnom kretanju jezgra mete i jezgra projektila. Sa \vec{r}_i smo obeležili radijus vektor koji spaja incidentna jezgra prema formuli (2.7a).

U sistemu centra masa (CM) izražen preko radijusa vektora za proton i neutron u deuteronu on iznosi

$$\vec{r}_i = \frac{A+2}{A} \cdot \frac{\vec{r}_p + \vec{r}_n}{2} = \frac{9}{16} (\vec{r}_n + \vec{r}_p) \dots \dots \dots \dots \quad (3.5)$$

Nakon ovih razmatranja, sakupivši stanja (3.1), (3.2) i (3.4) u proizvod, dobijamo funkciju ulaznog kanala kao izraz

$$|i\rangle = |e^{i\vec{k}_i \vec{r}_i}\rangle |X_{sd}^{\Sigma_d}\rangle |\mathcal{S}_d\rangle |\tilde{N}_o \tilde{R}_o \tilde{M}_o\rangle \dots \dots \dots \quad (3.6)$$

Na potpuno analogan način formulišemo i stanje izlaznog kanala. Ono se sastoji od proizvoda talasne funkcije rezidualnog jezgra

$\langle \psi_{J_f M_f} |$, spinske funkcije protona koji se javlja u rezultatu reakcije tj. od $\langle X_{1/2}^{\Sigma_p}(p) |$ i relativne funkcije izlaznog kanala

$\langle e^{i\vec{k}_f \vec{r}_f} |$ tj. u obliku:

$$\langle f | = \langle e^{i\vec{k}_f \vec{r}_f} | \langle X_{1/2}^{\Sigma_p}(p) | \langle \psi_{J_f M_f} | \dots \dots \dots \quad (3.7)$$

Stanje finalnog jezgra $\langle \psi_{J_f M_f} |$ moguće je s obzirom na (1.7) razložiti po jednočestičnim stanjima neutrona i fononskim stanjima jezgra ${}^{0^{17}}$ još eksplicitnije

$$\langle \psi_{J_f M_f} | = \sum_{jn\ell} \sum_{\tilde{N}\tilde{R}} \sum_{m\tilde{m}} \sum_{m_e \Sigma_n} \beta_{jn\ell} \tilde{N} \tilde{R} C_{jm\tilde{m}}^{J_f M_f}$$

$$C_{jm}^{jm} = \int_{\Sigma_n}^* f_{ne}(r_n) Y_e^{*m_e}(\Omega_n) \langle X_{1/2}^{\Sigma_n}(n) | \langle \tilde{N} \tilde{R} \tilde{M}_o | \dots \dots \quad (3.8)$$

Radijalni deo jednočestične funkcije $f_{nl}(r_n)$ ima dominantnu vrednost na površini jezgra ${}^{0^{16}}$ i stoga uvodimo dodatnu aproksimaciju koja se često kod prvih osnovnih analiza primenjuje sa dobrim rezultatima. Naime $f_{nl}(r_n)$ se može napisati kao

$$f_{nl}(r_n) = \frac{1}{\mathcal{H}} \delta(r_n - R_o) f_{nl}(R_o) \dots \dots \dots \quad (3.9)$$

gde je \mathcal{H} talasni vektor definisan vrednošću energije vezanja neutrona za površinu jezgra ${}^{0^{17}}$ preko formule

$$B^*(0^{17}) - B(0^{16}) = \frac{17}{32} = \frac{\pi^2 \mathcal{H}^2}{m_N} \dots \dots \dots \quad (3.10)$$

$B^*(0^{17})$ predstavlja energiju vezanja jezgra ${}^{0^{17}} B(0^{17}) = 131,766 \text{ MeV}$

a $B(O^{16})$ pretstavlja odgovarajuću energiju izotopa O^{16} tj.

$$B(O^{16}) = 127,624 \text{ MeV} [9]$$

Zvezdica kod $B(O^{17})$ označava da jezgro O^{17} može ostati u finalnom kanalu i u pobuđenom stanju. Napomenimo da proton koji izlazi iz reakcije u finalnom stanju nema u nuklearnoj fizici internu sadržinu (elementarna čestica) i stoga ga kompletno opisuje samo njegova spinska funkcija $\langle \chi_{1/2}^{\Sigma_p} |$

Koeficijenti $C_{jm_1 j_2 m_2}$ koji se pojavljuju u izrazu (3.8) su poznati koeficijenti vektorske adicije uglovnih momenata $j_1 + j_2 = j$ i njegova su svojstva iznesena u dodatku B ovog diplomskog rada.

\vec{r}_f je radijus vektor koji spaja konačna jezgra i izražava se preko vektora \vec{r}_p formulom (vidi sl.2)

$$\vec{r}_f = \frac{A+2}{A+1} \vec{r}_p \quad \dots \quad (3.11)$$

Talasni vektor \vec{k}_f odgovara relativnom kretanju O^{17} i protona kao što smo već istakli.

4. UGLOVNA RASPODELA

Na osnovu gornjih razmatranja možemo formulisati matrični element interakcije u obliku

$$\begin{aligned} A_{i \rightarrow f} &= \langle f | V_{\text{čest}} + V_{\text{kol}} | i \rangle = \langle f | V_{\text{čest}} | i \rangle + \langle f | V_{\text{kol}} | i \rangle = \\ &= A_{i \rightarrow f}^{\text{čest}} + A_{i \rightarrow f}^{\text{kol}} \quad \dots \quad (4.1) \end{aligned}$$

Čestični deo amplitudu računamo na sledeći način

$$A_{i \rightarrow f}^{\text{čest}} = \langle f | - \frac{V_0 \pi^{3/2}}{\alpha^3} \delta(\vec{r}_p - \vec{r}_n) \left[\frac{3 \bar{V}_t + \bar{V}_s}{4} + \frac{(\bar{V}_t - \bar{V}_s)}{4} \sum_n \vec{b}_p \right] | i \rangle \quad (4.2)$$

gde su \bar{V}_t i \bar{V}_s konstante koje su u slučaju Serberovih sila $V_t = -V_s = 1$ (7). Ako u (4.2) zamenimo eksplicitna značenja ket - vektora $|i\rangle$ i bra - vektora $\langle f|$ koje smo više razmotrili onda sledi

$$A_{i-f}^{\text{cest}} = - \frac{V_0 \tilde{J}}{\alpha^3} \sum_{n \neq j \neq k} \sum_{m_f m_e \in \Sigma_n} \beta_{j n e \bar{n} \bar{k}}^{J_f} C_{j m \bar{k}}^{J_f M_f} C_{e m \bar{n}}^{j m} \\ \langle \tilde{N} \tilde{R} \tilde{Y} | \tilde{N}_0 \tilde{R}_0 \tilde{M}_0 \rangle \{ \langle \chi_{1/2}^{\Sigma_p} (p) | \langle \chi_{1/2}^{\Sigma_n} (n) | \left[\frac{3\bar{V}_t + \bar{V}_s}{4} + \frac{\bar{V}_t - \bar{V}_s}{4} \vec{\sigma}_p \vec{\sigma}_n \right] \}$$

$$\chi_{sd}^{\Sigma_d} > \int d^3 r_p d^3 r_n \delta(r_p - r_n) f_{ne}(r_n) Y_e^m(\Omega) e^{i \vec{Q} \cdot \vec{r}_p} \\ e^{i \vec{K}_i \frac{A+2}{2A} \vec{r}_n} \frac{e^{-i \vec{r}_p - \vec{r}_n}}{\sqrt{\frac{A+2}{2A} \pi}} \dots \dots \dots \quad \quad \quad (4.3)$$

gde je $\vec{Q} = \frac{A+2}{2A} \vec{K}_i - \frac{A+2}{A+1} \vec{K}_f \dots \dots \quad \quad \quad (4.4)$

Pošto je $\langle \tilde{N} \tilde{R} \tilde{Y} | \tilde{N}_0 \tilde{R}_0 \tilde{M}_0 \rangle \neq 0 \neq \tilde{R}_0 \tilde{M}_0$ to znači da je

$$C_{j m \bar{k} \bar{n}}^{J_f M_f} = C_{j m \bar{n} \bar{o}}^{J_f M_f} = \delta_j \gamma_f \delta_m M_f$$

S druge strane spinski matrični element iznosi

$$M_s = \langle \chi_{1/2}^{\Sigma_p} | \langle \chi_{1/2}^{\Sigma_n} | \left[\frac{3\bar{V}_t + \bar{V}_s}{4} + \frac{\bar{V}_t - \bar{V}_s}{4} \vec{\sigma}_p \vec{\sigma}_n \right] | \chi_{sd}^{\Sigma_d} \rangle = \\ = \sum_{S \Sigma} C_{\frac{1}{2} \Sigma_p \frac{1}{2} \Sigma_n}^{S \Sigma} \langle \chi_s^{\Sigma} (p, n) | \left[\frac{3\bar{V}_t + \bar{V}_s}{4} + (\bar{V}_t - \bar{V}_s) \vec{\sigma}_p \vec{\sigma}_n \right] | \chi_{sd}^{\Sigma_d} \rangle \\ = \sum_{S \Sigma} \delta_{ssd} \delta_{\Sigma \Sigma d} \langle S(\frac{1}{2} \frac{1}{2}) | \frac{3\bar{V}_t + \bar{V}_s}{4} + \frac{\bar{V}_t - \bar{V}_s}{4} \vec{\sigma}_p \vec{\sigma}_n | \dots \dots \quad \quad \quad (4.5)$$

prema Wigner - Eckartovoj teoremi za reducirane matrične elemente sferičnih tensorskih operatora [dodatak C]

$$\langle JM(j_1 j_2) | T_K^{\mathcal{H}} | J'M'(j_1 j_2) \rangle = (-)^{2K} \langle J || T_K || J' \rangle C_{J'M'K}^{JM} \dots \quad (4.6)$$

gde je $\langle || \rangle$ oznaka za redukovani matrični element a $T_K^{\mathcal{H}}$ sferični tensorski operator ranga k i projekcije \mathcal{H} . U skladu sa rečenim prema

$$\langle S(\frac{1}{2} \frac{1}{2}) | \vec{\sigma}_n \vec{\sigma}_p | S(\frac{1}{2} \frac{1}{2}) \rangle = 2S(S+1) - 3 \dots \dots \quad (4.6a)$$

jer je $\vec{b}_n \vec{b}_p$ tenzor nultog ranga - skalar

Sledi

$$\begin{aligned} M_S &= \left[\frac{3\bar{V}_t + \bar{V}_s}{4} + \frac{\bar{V}_t - \bar{V}_s}{4} (2S_d(S_d+1)-3) \right] C_{\frac{1}{2}\Sigma_p \frac{1}{2}\Sigma_n}^{1\Sigma_d} = \\ &= C_{\frac{1}{2}\Sigma_p \frac{1}{2}\Sigma_n}^{1\Sigma_d} \left[\frac{3\bar{V}_t + \bar{V}_s}{4} + \frac{\bar{V}_t - \bar{V}_s}{4} (2 \cdot 1 \cdot 2 - 3) \right] = \\ &= \bar{V}_t C_{\frac{1}{2}\Sigma_p \frac{1}{2}\Sigma_n}^{1\Sigma_d} = C_{\frac{1}{2}\Sigma_p \frac{1}{2}\Sigma_n}^{1\Sigma_d} \quad \dots \quad (4.7) \end{aligned}$$

Na osnovu poznate razvojne formule

$$\frac{1}{|\vec{r}_p - \vec{r}_n|} = \sum_{bm_b} \frac{4\pi}{2b+1} \cdot \frac{r_n^b}{r_p^{b+1}} Y_b^{mb}(\Omega_p) Y_b^{m_b}(\Omega_n) \quad (4.8)$$

relacija (4.5), (4.7) i otsustva fononske interakcije (4.3) se svodi na:

$$A_{i \rightarrow f}^{\text{čest}} = - \frac{V_0 \pi^{\frac{3}{2}}}{\alpha^3} \frac{g^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{2}} \pi^{\frac{1}{2}}} \sum_{nl} \sum_{\Sigma_n} \sum_{m_L m_b} \frac{4\pi}{2b+1} \beta_{J_f nL00}^{J_f}$$

$$\begin{aligned} &C_{l m_L \frac{1}{2} \Sigma_n}^{J_f n_L} C_{\frac{1}{2} \Sigma_p \frac{1}{2} \Sigma_n}^{1\Sigma_d} \int d^3 r_n e^{i \vec{q} \vec{r}_n} \frac{1}{r_n} Y_b^{m_b}(\Omega_n) \\ &Y_b^{m_b}(\Omega_p) \delta\left(\frac{r_n - R_0}{\hbar}\right) f_{nl}(r_n) Y_{l'}^{m_l}(\Omega_n) \quad \dots \quad (4.8a) \end{aligned}$$

Uzećemo da je

$$\vec{q} = \frac{A+2}{A} \vec{k}_i - \frac{A+2}{A+1} \vec{k}_f \quad \dots \quad (4.9)$$

osa kvantizacije sistema te je stoga

$$e^{i \vec{q} \vec{r}_n} = \sum_L i^L \sqrt{4\pi(2L+1)} j_L(q r_n) Y_L^0(\Omega_n) \quad (4.10)$$

$j_L(q r_n)$ pretstavlja sferičnu Besselovu funkciju. Osim toga složićemo dve sferične harmonijske funkcije u jednu po obrazcu

$$Y_b^{m_b} Y_b^{*m_b} = (-1)^{m_b} \sum_{L_1} \frac{(2L+1)}{\sqrt{4\pi(2L+1)}} C_{b m_b b - m_b}^{L_1 0} C_{b_0 b_0}^{L_1 0} Y_{L_1}^0 \quad (4.11)$$

Tako da je (4.8)

$$A_{i \rightarrow f}^{\text{čest}} = - \frac{V_0 \pi^{\frac{3}{2}} g^{\frac{1}{2}}}{\alpha^3 2^{\frac{1}{2}} \pi^{\frac{1}{2}}} \sum_{b m_L L_1} \sum_{\Sigma_n} \frac{1}{2b+1} \beta_{J_f nL00}^{J_f}$$

$$C_{LM_L \frac{1}{2} \Sigma_n}^{J_f M_f} C_{\frac{1}{2} \Sigma_p \frac{1}{2} \Sigma_n}^{1\Sigma_d} C_{bm_b b-m_b}^{L10} C_{b0b0}^{L10} (-1)^{m_b} i^L$$

$$\sqrt{4\pi(2L+1)} \cdot \frac{(2L+1)}{\sqrt{4\pi(2L+1)}} \int \frac{r_n^2}{r_n} j_L(qr_n) f_{nL}(r_n)$$

$$\delta(r_n - R_0) dr_n \int d\Omega_n Y_L^*(\Omega_n) Y_L^0(\Omega_n) Y_{L_1}^0(\Omega_n) \dots (4.12)$$

$$A_{i \rightarrow f}^{\text{cest}} = -V_0 \pi^2 2^{\frac{3}{2}} \frac{8^{\frac{1}{2}}}{\alpha^3 h} R_0 \sum_{n \leq L_1, b} \sum_{\Sigma_n m_L m_b} B_{J_f nL00}^{J_f}$$

$$C_{bm_L \frac{1}{2} \Sigma_n}^{J_f M_f} C_{\frac{1}{2} \Sigma_p \frac{1}{2} \Sigma_n}^{1\Sigma_d} C_{bm_b b-m_b}^{L10} C_{b0b0}^{L10} (-1)^{m_b} i^L$$

$$\sqrt{\frac{(2L+1)}{(2L_1+1)}} j_L(qR_0) f_{nL}(R_0) \sqrt{\frac{(2L+1)(2L_1+1)}{(4\pi)(2L+1)}}$$

$$[C_{LOL_1,0}^{L0}]^2 \delta_{m_L 0} \dots \dots \dots \dots \dots \dots (4.13)$$

odnosno

$$A_{i \rightarrow f}^{\text{cest}} = -V_0 \pi^2 2^{\frac{3}{2}} 2^{\frac{1}{2}} \frac{8^{\frac{1}{2}}}{\alpha^3 h} R_0 \sum_{b n \leq L_1} \sum_{m_b} B_{J_f nL00}^{J_f}$$

$$(-1)^{m_b} i^L C_{b0 \frac{1}{2} M_f}^{J_f M_f} C_{\frac{1}{2} \Sigma_p \frac{1}{2} M_f}^{1\Sigma_d} C_{bm_b b-m_b}^{L10} C_{b0b0}^{L10}$$

$$[C_{LOL_1,0}^{L0}]^2 \frac{2L+1}{\sqrt{2L+1}} j_L(qR_0) f_{nL}(R_0)$$

$$\text{odnosno } A_{i \rightarrow f}^{\text{čest}} = - \frac{2^{\frac{1}{2}} \pi^{\frac{3}{2}} V_0 R_0 \gamma^{\frac{1}{2}}}{\alpha^3 \hbar} \sum_{b n e \in L_1} \sum_{m_b} (-1)^{m_b} i^L \frac{(2L+1)}{\sqrt{2L+1}}$$

$$\beta_{J_f n \ell 00}^{J_f} C_{10 \frac{1}{2} M_f}^{J_f M_f} C_{\frac{1}{2} \Sigma_p \frac{1}{2} M_f}^{1 \Xi_d} C_{b m_b b-m_b}^{L,0} C_{b 0 b 0}^{L,0}$$

$$[C_{LOL,0}^{lo}]^2 \int_L (Q R_0) f_{ne}(R_0) \dots \dots \dots \quad (4.14)$$

Pri izvođenju formule (4.14) koristili smo vrednost za skalarni produkt

$$(Y_L^{m_L}, Y_L^o Y_{L_1}) = \sqrt{\frac{(2L+1)(2L+1)}{4\pi(2\ell+1)}} C_{LOL,0}^{\ell, m_L} C_{LOL,0}^{lo} \delta_{m_L o} \dots \quad (4.15)$$

Napomenimo da se u analizama sa deuteronima često vrši u računu zamena

$$V^{\text{čest}} [\vec{r}_p - \vec{r}_n] \mathcal{S}_d = \sqrt{8\pi} \frac{\hbar^2}{m_N} \delta(\vec{r}_p - \vec{r}_n) \dots \dots \dots \quad (4.16)$$

pa je amplituda čestična još jednostavnijeg oblika

$$A_{i \rightarrow f}^{\text{čest}} = - \frac{\hbar^2 \sqrt{8\pi} \gamma}{m_N} \frac{R_0^2}{\hbar} \sum_{n \ell} \beta_{J_f n \ell 00}^{J_f} i^\ell \sqrt{\frac{4\pi}{(2\ell+1)}} \\ C_{10 \frac{1}{2} M_f}^{J_f M_f} C_{\frac{1}{2} \Sigma_p \frac{1}{2} M_f}^{1 \Xi_d} f_{ne}(R_0) \int (Q R_0) \dots \dots \dots \quad (4.17)$$

Sve računske kalkulacije izvedene su u ovom radu upavo prema poslednjoj formuli.

Što se tiče kolektivnog dela reakcione amplitude ona se računa prema interakciji (1.1)

$$A_{i \rightarrow f}^{KOL} = - \langle K \rangle \sum_{j n e} \sum_{\tilde{N} \tilde{R}} \beta_{j n e \tilde{N} \tilde{R}}^{J_f} C_{jm \tilde{R} j \tilde{M}}^{J_f M_f} C_{e m_e \frac{1}{2} \Sigma_n}^{j m} C_{\frac{1}{2} \Sigma_p \frac{1}{2} \Sigma_n}^{1 \Xi_d} \\ \langle \tilde{N} \tilde{R} \tilde{j} \tilde{y} || \tilde{\omega}_2^* | 000 \rangle \int d^3 r_p d^3 r_n f_{ne}^*(r_n) Y_e^{m_e}(\Omega_n) e^{i \vec{Q} \cdot \vec{r}_p} \\ \cdot e^{i K_i \cdot \vec{r}_n} \frac{A+2 \vec{r}_n}{2A} \sqrt{\frac{8}{2\pi}} \frac{e^{-\gamma |\vec{r}_p - \vec{r}_n|}}{|\vec{r}_p - \vec{r}_n|} Y_2^*(\Omega_p) \dots \quad (4.18)$$



Izraz (4.19) je rezultat eksplicitno napisane formule za matrični element kolektivne interakcije (4.1) tj.

$$A_{i \rightarrow f}^{KOL} = \langle f | \left\{ -K \sum_{\nu} \alpha_2^{\nu} Y_2(\Omega_p) \right\} | i \rangle \dots \dots \dots (4.19)$$

Integracija u amplitudi (4.19) je nešto otežana zbog prisustva talsne funkcije Y_D deuterona koja je Juckawinog oblika. Zato se predlaže transformacija koordinatnog sistema sa promenljivih $\{\vec{r}_p, \vec{r}_n\}$ na nepromenljivi $\{\vec{r}, \vec{r}_n\}$ gde je $\vec{r} = \vec{r}_p - \vec{r}_n \dots \dots \dots (4.20)$

Jakobijan transformacije

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial \vec{r}}{\partial r} & \frac{\partial \vec{r}}{\partial r_n} \\ \frac{\partial \vec{r}}{\partial r_p} & \frac{\partial \vec{r}}{\partial r_n} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \dots (4.21)$$

te je stoga

$$d^3 r_p d^3 r_n = d^3 r d^3 r_n$$

Proizvod ravnih talasa iz (4.19) se svodi na izraz

$$e^{iQ(\vec{r} + \vec{r}_n)} e^{ik_i \frac{A+2}{2A} \vec{r}_n} = e^{i\vec{q}\vec{r}} e^{iq\vec{r}_n} \dots \dots \dots (4.23)$$

i stoga je (4.19)

$$A_{i \rightarrow f}^{KOL} = - \langle K \rangle \sum_{jne} \sum_{\tilde{N}\tilde{R}} \sum_{mm_e} \sum_{\Sigma_n M \nu} \beta_{jne \tilde{N}\tilde{R}}^{j_f} C_{jm\tilde{R}\tilde{M}}^{j_f M_f} C_{\frac{1}{2} \Sigma_p \frac{1}{2} \Sigma_n}^{1 \Sigma_d} \langle \tilde{N}\tilde{R}\tilde{M} | \alpha_2^{\nu} | 000 \rangle \sqrt{\frac{8}{2\pi}} / d^3 r e^{i\vec{q}\vec{r}} \frac{e^{-qr}}{r} \int d^3 r_n e^{iq\vec{q}\vec{r}_n} f_{ne}(r) Y_e^{m_e}(\Omega_n) \left\{ Y_2^{\nu}(\Omega_p) \right\}_{\text{trans na } \vec{v}_n, r} \dots \dots \dots (4.24)$$

Pošto $Y_2^{\nu}(\Omega_p)$ reprezentuje uglovne parametre položaja protona kada je pod dejstvom sile kratkog dosega tj. kada je u okolini površine jazgra 0^{16} to se za transformaciju funkcije $Y_2^{\nu}(\Omega_p)$ služimo zbirom vektora $\vec{r}_p = \vec{r} + \vec{r}_n$ pri čemu uzimamo da je $|\vec{r}_p| = R_0$. Ovakva transformacija pretstavlja menjanje $Y_2^{\nu}(\Omega_p)$ pri translacionom pomaku i data je formulom [9-Varšalović]

Vrednost R_0 onda je

$$\sum_{\lambda=0}^2 \sum_{m_\lambda} \frac{r_n^{2\lambda}}{R_0^2} V^\lambda C_{\lambda m_\lambda, 2-\lambda, 2-m_\lambda}^{2\nu} Y_\lambda^{m_\lambda} Y_{2-\lambda}^{2-m_\lambda} (\Omega_n) \quad (4.21)$$

Tako da je

$$A_{i \rightarrow f}^{KOL} = - \langle K \rangle \sum_{JNL} \sum_{NR} \sum_{\substack{mm \\ \sum_n M_N}} \beta_{JNLNR}^{J_f N_f} C_{jmR \bar{p}}^{1 \Sigma_d} C_{\frac{1}{2} \sum_p \frac{1}{2} \sum_n}^{1 \Sigma_d} \quad (4.22)$$

$$\langle \tilde{N} \tilde{R} / \tilde{M} | \vec{d}_2^* | 000 \rangle \sqrt{\frac{8}{2\pi}} \frac{1}{R_0^2} \sum_{\lambda} \sum_{m_\lambda} C_{\lambda m_\lambda, 2-\lambda, 2-m_\lambda}^{2\nu} J_{\vec{Q}} J_{\vec{q}} \quad (4.22)$$

gde je

$$J_{\vec{Q}} = \int d^3 r e^{i \vec{Q} \vec{r}} r^\lambda Y_\lambda^{m_\lambda} (\Omega) \underset{r}{e^{-\nu r}} \dots \dots \quad (4.23)$$

$$J_{\vec{q}} = \int d^3 r_n e^{i \vec{q} \vec{r}_n} f_{nL}^{m_L} Y_L^{m_L} (\Omega_n) V_n^{2-\lambda} Y_{2-\lambda}^{2-m_\lambda} (\Omega_n) \quad (4.24)$$

Pozabavimo se detaljno integracijom izraza (4.23) i (4.24).

Pošto je

$$e^{i \vec{Q} \vec{r}} = \sum_{l'm'} 4\pi i^l j_l^l (\vec{Q} r) Y_{l'}^{m'} (\Omega) Y_{l'}^{m'} (\vec{Q}) \dots \dots \quad (4.25)$$

$$J_{\vec{Q}} = \sum_{l'm'} 4\pi i^l \hat{Y}_{l'}^{m'} (\vec{Q}) \int_{r=0}^{\infty} r^{2+\lambda-1} dr j_l^l (\vec{Q} r) \cdot$$

$$\cdot e^{-\nu r} \int d\Omega Y_{l'}^{m'} Y_\lambda^{m_\lambda}$$

Kako je $\hat{Y}_{l'}^{m'} = (-1)^{m'} \hat{Y}_{l'}^{-m'}$

$$\dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (4.26)$$

pa je

$$\int (-1)^{m'} \hat{Y}_{l'}^{-m'} Y_\lambda^{m_\lambda} = \delta_{l'n} \delta_{m_\lambda}^{m'} + m'_\lambda 0 (-1)^{m'}$$

i slob.

$$\begin{aligned} J_Q^{\vec{\alpha}} &= 4\pi i^{\lambda} Y_{\lambda}^{*} \left(\frac{m_{\lambda}}{Q} \right) (-1)^{m_{\lambda}} \int_0^{\infty} r^{\lambda+1} j(Qr) e^{-8r} dr \\ &= 4\pi i^{\lambda} Y_{\lambda}^{* m_{\lambda}}(\vec{Q}) \frac{\pi^{\frac{\lambda}{2}}}{2^{\frac{\lambda}{2}} Q^{\frac{\lambda}{2}}} \int_0^{\infty} dr r^{\lambda+\frac{1}{2}} j_{\lambda+\frac{1}{2}}(Qr) e^{-8r} \quad \dots (4.27) \end{aligned}$$

Poslednji integral ima vrednost prema zbirci Rižik i Gredštajn

$$\int_0^{\infty} dr r^{\lambda+\frac{1}{2}} j_{\lambda+\frac{1}{2}}(Qr) e^{-8r} = \frac{(2Q)^{\lambda+\frac{1}{2}} \Gamma(\lambda+1)}{\sqrt{\pi} (Q^2 + 8^2)^{\lambda+1}} \quad \dots (4.28)$$

Pa je stoga

$$J_Q^{\vec{\alpha}} = \frac{2^{\lambda} Q^{\lambda} \Gamma(\lambda+1)}{[8^2 + Q^2]^{\lambda+1}} i^{\lambda} 4\pi Y_{\lambda}^{m_{\lambda}}(\vec{Q}) \quad \dots \dots \quad (4.29)$$

Drugi integral se računa znajući da smo za q odabrali osu kvantizacija cije sistema

$$\begin{aligned} J_q^{\vec{\alpha}} &= \sum_L i^L \sqrt{4\pi(2L+1)} \int_0^{\infty} r_h^{4-\lambda} dr_n j_L(qr_n) \frac{\delta(r_n - R_0)}{\hbar} f_{ne}(r_n) \\ &\int d\Omega_n Y_e^{m_e}(\Omega_n) Y_L^{*} Y_{L-\lambda}^{v-m_{\lambda}} = \sum_L i^L (2L+1) \left[\frac{5-2\lambda}{2L+1} \right] \frac{1}{2} \\ &C_{L, 2-\lambda, m_e} C_{L, 2-\lambda, 0}^{\ell_0} \frac{R_0^{4-\lambda}}{\hbar} j_L(qR_0) f_{ne}(R_0) \delta_{m_e, v-m_{\lambda}} \quad (4.30) \end{aligned}$$

Osim toga matrični element interakcije za fononske operatore prema Wigner - Eckertovom teoremu iznosi prema relaciji (12)

$$\langle \tilde{N} \tilde{R} \tilde{M} | \tilde{\alpha}_2^{x\nu} | 000 \rangle 2\sqrt{\frac{\hbar\omega}{2C}} (-1)^{\nu} \frac{1}{\sqrt{5}} \delta_{R2} \langle N2 || b_2 || 000 \rangle \delta_{\tilde{M}, \nu} \quad (4.31)$$

Na osnovu formule (4.21) - (4.31) dobijamo kolektivni deo reakcione amplitude ka o izrazu

$$A_{i \rightarrow f}^{KOL} = -\langle K \rangle 2\sqrt{\frac{\hbar\omega}{2C}} \frac{1}{\sqrt{5}} \sqrt{\frac{\gamma}{2\pi}} \frac{R_0^2}{\hbar} 4\pi \sum_{jne} \sum_{L, \lambda=0}^2 i^{\lambda+L}$$

$$\sum_{m \neq m_f} \beta_{J_f n L \tilde{n}_2}^{J_f} C_{\ell^2 - m_f \frac{1}{2} \Sigma_n}^{J_f M_f} C_{J_f M_f - \nu}^{J_f M_f} C_{\frac{1}{2} \Sigma_p \frac{1}{2} \Sigma_n}^{1 \Sigma_d}$$

$$C_{\lambda m_\lambda, 2-\lambda, \nu-m_\lambda}^{2\nu} C_{\ell^2 - m_\lambda}^{J_f M_f} C_{\ell^2 - 2-\lambda, \nu-m_\lambda}^{J_f M_f} (-1)^\nu$$

$$\langle N2 || b_2 || 00 \rangle = \frac{1}{R_0} \lambda \frac{2^\lambda Q^\lambda \Gamma(\lambda+1)}{(R^2 + Q^2)^{\lambda+1}} (2L+1) \sqrt{\frac{5-2\lambda}{2L+1}}$$

$$\int_L (Q R_0) f_{n\ell}(R_0) Y_\lambda^{m_\lambda}(\vec{Q}) \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (4.32)$$

Ukupna amplituda u tom slučaju iznosi

$$A_{i \rightarrow f}^{\text{čest}} + A_{i \rightarrow f}^{\text{kol}} = A_{i \rightarrow f} \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (4.33)$$

pa je diferencijalni presek

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)^{\text{čest}} + \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)^{\text{kol}} + \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)^{\text{int}} \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (4.34)$$

Diferencijalni presek koji odgovara čestičnoj amplitudi (4.14) prema (2.1)

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)^{\text{čest}} = \frac{2A(A+1)}{(A+2)^2} \frac{M_n^2}{(2\pi h^2)^2} \cdot \frac{K_f}{K_i} \frac{1}{(2J_{ci}+1)(2J_i+1)} \sum_{\substack{\sum_d M_i \\ \sum_p M_f}}$$

$$\cdot \frac{2\pi^3 V_0^2 R_0^2 V}{\lambda^6 J^2} \sum_{b n L L_i} \sum_{m_b} \sum_{b' n' L' L'_i} \sum_{m'_b} (-1)^{m_b + m'_b} i^{L-L'}$$

$$\beta_{J_f n L 00}^{J_f} \beta_{J_f n' L' 00}^{J_f} C_{\ell^2 \frac{1}{2} M_f}^{J_f M_f} C_{\ell' \ell' \frac{1}{2} M_f}^{J_f M} C_{\frac{1}{2} \Sigma_p \frac{1}{2} M_f}^{1 \Sigma_d}$$

$$C_{\frac{1}{2} \Sigma_p \frac{1}{2} M_f}^{1 \Sigma_d} C_{b' m'_b b - m'_b}^{L' 0} C_{b m_b b - m_b}^{L, 0} C_{b_0 b_0}^{L' 0} C_{b' 0 b' 0}^{L' 0}$$

$$[C_{L0L_0}^{l_0}]^2 [C_{L'0L'_0}^{l'_0}]^2 \int_L (qR_0) f_{n'L'}(R_0) f_L(qR_0) f_{R_0} \quad (4.35)$$

Pošto je [prema dodatku B]

$$\sum_{M_f} C_{\frac{1}{2}M_f M_f}^{J_f M_f} C_{\frac{1}{2}M_f M_f}^{J_f M_f} = \sum_{M_f} (-1)^{L+l'+1-2J_f} C_{\frac{1}{2}M_f 10}^{J_f M_f} C_{\frac{1}{2}M_f l_0}^{J_f M_f} = \\ = \frac{2J_f + 1}{2L+1} \delta_{ll'} (-1)^{2l+1-2J_f} = \frac{2J_f + 1}{2L+1} \delta_{ll'}$$

odnosno

$$\sum_{\Sigma_d \Sigma_p} C_{\frac{1}{2}\Sigma_p \frac{1}{2}M_f}^{1\Sigma_d} C_{\frac{1}{2}\Sigma_p \frac{1}{2}M_f}^{1\Sigma_d} = \frac{2 \cdot 1 + 1}{2 \cdot \frac{1}{2} + 1} = \frac{3}{2}$$

te je stoga (4.35)

$$\left(\frac{d\mathcal{B}}{d\Omega} \right) \text{čest} = \frac{2A(A+1)}{(A+2)^2} \cdot \frac{m_n^2}{(2\pi\hbar)^2} \frac{K_f}{K_i} \frac{1}{2} (2J_f + 1) \frac{2\pi^3 / 6 \cdot R_0^2 V}{\lambda^6 \hbar^2}$$

$$\sum_{n_L} \left[B_{J_f n_L 00}^{J_f} \right]^2 f_{n_L}^2(R_0) \left| \sum_{bLL_1} \sum_{m_b} (-1)^{m_b} C_{bm_b b-m_b}^{L,0} \right. \\ \left. C_{bm_b 0}^{L,0} \left[C_{L0L_0}^{l_0} \right]^2 j_l(qR_0) \right|^2 \frac{1}{2L+1} \quad \dots \quad (4.36)$$

S druge strane kolektivna amplituda (4.32) formira kolektivni diferenijalni presek.

$$\left(\frac{d\mathcal{B}}{d\Omega} \right)^{KOL} = \frac{2A(A+1)}{(A+2)^2} \frac{m_n^2}{(2\pi\hbar)^2} \frac{K_f}{K_i} \frac{1}{(2J_f + 1)(2J_i + 1)} \sum_{\substack{\Sigma_d M_f \\ \Sigma_p M_f}}$$

$$\frac{K^2 / 6\pi^2 \hbar \omega V R_0^4 \cdot 4}{2C \cdot 5 \cdot 2\pi \hbar^2} \left| \sum_{JML} \sum_{L'N'} \sum_{\lambda=0}^2 \sum_{m_\lambda m_{\lambda'}} B_{jm_1 \tilde{n}_2}^{J_f} i^{\lambda+L} \right. \\ \left. \times C_{\lambda' m_{\lambda'} 2-\lambda, \lambda-m_\lambda}^{jm} C_{j'm_2-\lambda}^{J_f M_f} C_{\frac{1}{2}\Sigma_p \frac{1}{2}\Sigma_n}^{1\Sigma_d} C_{\lambda m_\lambda 2-\lambda, \lambda-m_\lambda}^{2\nu} \right|^2$$

$$C_{\nu-m_\lambda \frac{1}{2}\Sigma_n}^{jm} C_{j'm_2-\nu}^{J_f M_f} C_{\frac{1}{2}\Sigma_p \frac{1}{2}\Sigma_n}^{1\Sigma_d} C_{\lambda m_\lambda 2-\lambda, \lambda-m_\lambda}^{2\nu} C_{L_0 2-\lambda, \nu-m_\lambda}^{L\nu-m_\lambda}$$

$$C_{L02-\lambda0}^{20} (-1)^{\nu} \langle N2||b||00 \rangle \frac{1}{R_0^{\lambda}} \cdot \frac{2^{\lambda} Q^{\lambda} \Gamma(\lambda+1)}{(Y^2 + Q^2)^{\lambda+1}} (2L+1)$$

$$\sqrt{\frac{5-2\lambda}{2L+1}} \int_L^{\infty} (q R_0) f_{nl}(R_0) Y_{\lambda}^{m_{\lambda}}(\vec{Q}) / \dots \quad \dots \quad (4.37)$$

Posle sledećih sumiranja

$$\sum_{M_f} C_{jm, 2-\nu}^{J_f M_f} C_{j'm' 2-\nu'}^{J_f M_f} = \frac{2 J_f + 1}{2j + 1} \delta_{jj} \delta_{mm'};$$

$$\sum_{\Sigma_d \Sigma_p} \left(C_{\frac{1}{2}\Sigma_p, \frac{1}{2}\Sigma_n}^{1\Sigma_d} \right)^2 = \frac{3}{2}$$

kolektivni diferencijalni presek postaje

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)^{KOL} = \frac{2A(A+1)}{(A+2)^2} \frac{m_N^2}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{K_f}{K_i} \cdot \frac{1}{2} (2J_f + 1) \frac{16\pi^2 \hbar^2 W V R_0^4}{5C \hbar^2}$$

$$(2J_f + 1) \sum_{J_N L \tilde{N}} \left\langle \frac{\tilde{N}2||b_2||00}{2\delta+1} \right\rangle^2 \left[\beta_{jm, \tilde{N}2}^{J_f} \right]^2 \sum_{\lambda=0}^2 \sum_{m_{\nu} m_{\lambda}} i^{\lambda+L}$$

$$C_{\ell\nu-m_{\lambda}, \frac{1}{2}\Sigma_n}^{jm} C_{\lambda m_{\lambda}, 2-\lambda, \nu-m_{\lambda}}^{2\nu} C_{L0, 2-\lambda, \nu-m_{\lambda}}^{p\nu-m_{\lambda}} C_{L0 2-\lambda 0}^{20}$$

$$(-1)^{\nu+1} \frac{2^{\lambda} Q^{\lambda} \Gamma(\lambda+1)}{(Y^2 + Q^2)^{\lambda+1}} (2L+1) \sqrt{\frac{5-2\lambda}{2L+1}} \int_L^{\infty} (q R_0) f_{nl}(R_0) Y_{\lambda}^{m_{\lambda}} / \dots \quad 4.38$$

Interferentni presek se računa prema obrascu

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)^{int} = \frac{2A(A+1)}{(A+2)^2} \frac{m_N^2}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{K_f}{K_i} \frac{1}{(2J_i+1)(2J_d+1)}$$

$$\sum_{M_f M_f} \left[A_{i \rightarrow f}^{KOL} \hat{A}_{i \rightarrow f}^{cest} + \hat{A}_{i \rightarrow f}^{KOL} A_{i \rightarrow f}^{cest} \right] \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad 4.39$$

5. UČEŠĆE OSNOVNOG STANJA $J_f^{\pi} = 5/2^-$ JEZGRA O^{17}

Prema tabeli 1 vidi se da za čestični deo diferencijalnog preseka učestvuje $d^{5/2}$ neutron $n=1, \ell=2, j=5/2$. Sa separacijom energije harmonijskog oscilatora $\hbar\omega = 10 \text{ MeV}$ jedini koeficijent konfiguracionog mešanja koji daje kontribucije u prelazu je $\beta_{5/2}^{5/2} = 1200 = 0,945$. Talasni vektor \mathcal{H} koji odgovara separaciji neutrona sa površine O^{17} sa vezivnom energijom u osnovnom stanju $B(O^{17}) - B(n) = 4,142 \text{ MeV}$ i iznosi prema formuli (3.1o)

$\mathcal{H} = 4,33459 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-1}$, dok je parametar vezanja neutrona i protona u deuteronu $\nu = 2,32018 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-1}$. Radijus reakcije računamo prema formuli

$$R_o = 1,4 A^{1/3} (O^{17}) \cdot 10^{-13} \text{ cm} \cong 3,6 \cdot 10^{-13} \text{ cm} \quad \dots \dots \quad (5.1)$$

Vrednosti za talasne vektore K_f i K_i računamo iz zakona odžanja energije

$$T_i - B(O^{16}) - B(d) = T_f - B(O^{17}) - B(p) \dots \dots \quad (5.2)$$

gde je

$$\left. \begin{aligned} T_i &= \frac{A+2}{2A} \frac{\hbar^2 K_i^2}{m_N} = 30 \text{ MeV} \\ T_f &= \frac{A+2}{A+1} \frac{\hbar^2 K_f^2}{m_N} \end{aligned} \right\} \dots \dots \quad (5.3)$$

I pošto je prema tabeli o vezivnim nuklearnim energijama [8]

$$B(O^{16}) = 127,624 \text{ MeV}; B(O^{17}) = 131,766 \text{ MeV}; B(d) = 2,23 \text{ MeV}$$

s toga je posle zamene u relaciji (5.2)

$$T_f = 31,904 \text{ MeV} \dots \dots \quad (5.4)$$

što odgovara talasnom vektoru izlaznog kanala $K_f = 1,16915 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-1}$ a iz formule (4.9) sledi

$$Q = \left[\left(\frac{18}{16} \right)^2 K_i^2 + \left(\frac{18}{17} \right)^2 K_f^2 - \frac{2 \cdot 18 \cdot 18}{16 \cdot 17} K_i K_f \cos \varphi \left(\vec{K}_i \cdot \vec{K}_f \right) \right]^{1/2} \dots \dots \quad (5.5)$$

odnosno posle zamene K_i i K_f brojčanim vrednostima

$$Q = 1,77701 \cdot 10^{13} [1,000448108 - \cos(\vec{K}_i, \vec{K}_f)]^{\frac{1}{2}} \text{cm}^{-1} \dots 5.52$$

Zamenom odgovarajućih vrednosti u (4.36)

$$\left(\frac{d\mathcal{G}}{d\Omega} \right)_{i \rightarrow f}^{\text{čest}} = 7,12516 \cdot 10^{-63} f_{12}^2(R_o) / \sum_{L=1}^{\infty} i^L [C_{L0L0}^{L0}]^2$$

$$\int_L (Q R_o) \sum_{b m_b} (-)^{m_b} C_{b m_b}^{L0} {}_{b-m_b} C_{b0 b0}^{L0} \left[\frac{c \omega^2}{sr} \right] \dots 5.6$$

S druge strane, što je češći slučaj u analizi, diferencijalni presek rađen prema formuli (4.18) daje nečto prostiju relaciju

$$\left(\frac{d\mathcal{G}}{d\Omega} \right)_{i \rightarrow f}^{\text{čest}} = \frac{4,2A(A+1)}{(A+2)^2} \frac{V R_o^2}{\mathcal{H}^2} \frac{K_f}{K_i} (2J_f + 1) \sum_{nL} \cdot \left[\beta_{J_f nL00}^{J_f} \right]^2 \int_L^2 (Q R_o) f_{nL}^2(R_o) \dots 5.7$$

Odnosno posle zamenak konkretnih vrednosti za n, L, J_f, V ,

$$R_o, \mathcal{H}, K_f, K_i \quad i^L f_{nL}^2(R_o) = f_{12}^2(R_o) \quad \text{u (5.7)}$$

$$\left(\frac{d\mathcal{G}}{d\Omega} \right)_{i \rightarrow f}^{\text{čest}} = 1823 J_2^2 (Q R_o) \left[\frac{m_b}{sr} \right] \dots 5.8$$

što je prikazano na grafiku 1.

Pošto nam nisu bile pri ruci korigovane (za spin - orbitalnu vezu) radikalne funkcije $f_{nL}(r)$ modela Gurnana (2) to smo se poslužili ~~ničim~~ aproksimativnim. Neutron se kreće u polju ostalih 16 nukleona koji obrazuju sferno simetrični potencijal koji smo odabrali da bude u obliku funkcije harmonijskog oscilatora $\frac{m_n \bar{\omega}^2 r^2}{2}$ i stoga je radikalna funkcija

$$f_{12}(R_o) = \frac{4 \beta^{\frac{3}{2}}}{\pi^{\frac{1}{4}} \sqrt{15}} \beta^2 R_o^2 e^{-\frac{\beta^2 R_o^2}{2}} \dots 5.9$$

$$\text{gde je parametar harmonijskog oscilatora } \beta = \sqrt{\frac{m_n \bar{\omega}}{\hbar^2}} \dots 5.10$$

Frekvenciju ocenjujemo iz formule

$$\hbar\tilde{\omega} = 41 A^{\frac{1}{3}} \text{MeV} \quad \dots \dots \dots \quad (5.11)$$

Tako dobijamo za $\beta = 6,262 \cdot 10^{12} [\text{cm}^{-1}]$ a funkcija $f_{i_2}(R_0) = 4,86737 \cdot 10^{18} [\text{cm}^{-\frac{3}{2}}]$ što sve daje napisani brojčani faktor kod izraza (5.8).

Napomenimo da presek računat prema formuli (5.6) je za red veličine manji nego (5.7) (distribucija je potpuno ista) što govori u prilog poznatoj činjenici da je presek u PWBA veličina koja se samo procenjuje u nekim granicama koje odgovaraju intervalu za red veličine i dešta je osetljiva na izbor parametara. Predimo sada na proračun kolektivnog dodatka u preseku, prema formuli (4.38). Kolektivni deo amplitude je znatno složeniji nego čestični i možemo ga napisati u kraćoj formi u obliku izraza

$$A_{i \rightarrow f}^{kol} = M \sum_{jm_L} \beta_{jnl_2}^{5/2} \sum_{\lambda_L} \sum_p i^{L+\lambda} U_{j\lambda L}^{M_f \Sigma_d \Sigma_p} \cdot \phi_{\lambda L}^{n_L} Y_{\lambda}^{\Sigma_n - M_f} (\vec{Q}) \quad \dots \dots \dots \quad (5.12)$$

gde je $M = -8\pi \langle K \rangle \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2C} \frac{8}{2\pi}} \cdot \frac{R_0^2}{\hbar} \quad \dots \dots \dots \quad (5.13)$

$$\phi_{\lambda L}^{n_L} = \frac{1}{R_0^\lambda} \frac{2^n Q^\lambda \Gamma(\lambda+1)}{(r^2 + Q^2)^{\lambda+1}} (2L+1) \sqrt{\frac{5+2\lambda}{2L+1}} f_{n_L} (2R_0) \quad \dots \dots \dots \quad (5.13)$$

Pri čemu smo koristili činjenicu da je

$$\langle N_2 || b_2 || 00 \rangle \delta_{N_1} \langle 12 || b_2 || 00 \rangle = \delta_{N_1} 5^{\frac{1}{2}} \quad \dots \dots \dots \quad (5.14a)$$

Iz tabele 1. vidimo da u kolektivnom delu amplitude učestvuju samo koeficijenti $\beta_{5/2}^{5/2} 1212 = -0,248$; $\beta_{5/2}^{5/2} 1012 = -0,201$ ($\hbar\omega = 10 \text{ MeV}$) . Samo sa $U_{j\lambda L}^{M_f \Sigma_d \Sigma_p}$ smo označili proizvod koeficijenata vektorske adicije momenata

$$U_{jL\lambda L}^{M_f \Sigma_d \Sigma_p} = (-1)^j C_{\ell \nu - m_\lambda \frac{1}{2} \Sigma_n}^{jm} C_{jm 2-\nu}^{5/2 M_f} C_{\lambda m_\lambda 2-\lambda, \nu - m_\lambda}^{2^{\lambda}} \\ C_{L0, 2-\lambda, \nu - m_\lambda}^{L0} C_{L0 2-\lambda, 0}^{1\Sigma_d} C_{\frac{1}{2} \Sigma_p \frac{3}{2} \Sigma_n}^{1\Sigma_d} \quad \dots \quad (5.14)$$

gde je $m_\lambda = \sum_n - M_f$

Posle dužeg računanja diferencijalni presek koji odgovara vibracionom hamiltonijanu interakcije (1.1) svodi se na izraz

$$\left(\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \Omega} \right)_{i \rightarrow f}^{kol} = \frac{2A(A+1)}{(A+2)^2} \cdot \frac{m_h^2}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{K_f}{K_i} M^2 \left\{ 7,71602 \cdot 10^5 (\phi_{02}^{10})^2 - 714446 \cdot 10^5 (\phi_{11}^{10})^2 \right. \\ + 144675 \cdot 10^3 (\phi_{20}^{10})^2 + 1,20317 \cdot 10^{-3} \phi_{02}^{10} \phi_{00}^{12} - 2,84785 \cdot 10^{-4} (\phi_{02}^{10})^2 + \\ 1,70370 \cdot 10^{-4} \phi_{02}^{10} \phi_{04}^{12} + 6,90751 \cdot 10^{-3} \phi_{11}^{10} \phi_{13}^{12} - 3,18296 \cdot 10^{-4} \phi_{11}^{10} \phi_{11}^{12} + \\ 4,38274 \cdot 10^{-3} \phi_{20}^{10} \phi_{22}^{12} + 6,71209 \cdot 10^{-4} (\phi_{02}^{12})^2 + 4,32414 \cdot 10^{-4} (\phi_{11}^{12})^2 + \\ 2,33606 \cdot 10^{-4} \phi_{11}^{12} \phi_{13}^{12} + 2,91751 \cdot 10^{-4} (\phi_{13}^{12})^2 + P_1(\cos \Theta_\theta) [\\ 8,13340 \cdot 10^{-4} \phi_{11}^{10} \phi_{20}^{10} + 3,63737 \cdot 10^{-4} \phi_{02}^{10} \phi_{11}^{10} + 2,57872 \cdot 10^{-5} \phi_{02}^{10} \phi_{11}^{12} \right. \\ + 2,06758 \cdot 10^{-5} \phi_{02}^{10} \phi_{13}^{12} - 1,85816 \cdot 10^{-4} \phi_{11}^{10} \phi_{20}^{12} - 1,10711 \cdot 10^{-2} \phi_{11}^{12} \phi_{20}^{10} - \\ - 1,95236 \cdot 10^{-3} \phi_{13}^{12} \phi_{20}^{10} - 2,03408 \cdot 10^{-4} \phi_{02}^{12} \phi_{13}^{12} + 1,10744 \cdot 10^{-3} \phi_{02}^{12} \phi_{11}^{12} - \\ - 5,61625 \cdot 10^{-4} \phi_{11}^{12} \phi_{22}^{12} + 1,68805 \cdot 10^{-4} \phi_{13}^{12} \phi_{22}^{12}] + P_2(\cos \Theta_\theta) [1,72535 \cdot \\ \cdot 10^{-3} \phi_{02}^{10} \phi_{20}^{10} + 5,00112 \cdot 10^{-4} (\phi_{11}^{10})^2 - 4,13358 \cdot 10^{-3} (\phi_{20}^{10})^2 + 3,39253 \cdot \\ \cdot 10^{-4} \phi_{02}^{10} \phi_{22}^{12} - 2,14733 \cdot 10^{-3} \phi_{11}^{10} \phi_{13}^{12} - 1,57818 \cdot 10^{-3} \phi_{11}^{10} \phi_{11}^{12} \\ - 5,08879 \cdot 10^{-3} \phi_{20}^{10} \phi_{02}^{12} - 1,50089 \cdot 10^{-3} \phi_{02}^{12} \phi_{12}^{12} - 2,40507 \cdot 10^{-4} (\phi_{11}^{12})^2 - \\ - 7,94056 \cdot 10^{-4} \phi_{11}^{12} \phi_{13}^{12} + 3,92036 \cdot 10^{-5} (\phi_{13}^{12})^2 + 6,12115 \cdot 10^{-3} \phi_{20}^{10} \phi_{22}^{12}]$$

$$\begin{aligned}
 & + P_3(\cos \theta_\theta) [4,88004 \cdot 10^{-3} \phi_{11}^{10} \phi_{20}^{10} - 2,58977 \cdot 10^{-3} \phi_{11}^{10} \phi_{20}^{12} + \\
 & 7,64414 \cdot 10^{-3} \phi_{11}^{12} \phi_{20}^{10} + 5,92684 \cdot 10^{-3} \phi_{13}^{12} \phi_{20}^{10} - 2,40703 \cdot \\
 & \cdot 10^{-4} \phi_{11}^{12} \phi_{22}^{12} + 1,00344 \cdot 10^{-3} \phi_{13}^{12} \phi_{22}^{12}] + P_4(\cos \theta_\theta) \\
 & [9,9206 \cdot 10^{-3} (\phi_{20}^{10})^2 - 1,57732 \cdot 10^{-2} \phi_{20}^{10} \phi_{22}^{12} \dots \quad (5.15_d)]
 \end{aligned}$$

gde su ϕ_{nl}^{nl} izračunati prema formuli (5.15) koji eksplicitno izgledaju u obliku skupa formula

$$\phi_{02}^{10} = \frac{5^{\frac{3}{2}}}{\gamma^2 + Q^2} f_{10} J_2(q R_o)$$

$$\phi_{00}^{12} = \frac{1}{\gamma^2 + Q^2} f_{12} J_0(q R_o)$$

$$\phi_{20}^{10} = \frac{8Q^2}{R_o^2 (\gamma^2 + Q^2)^3} f_{10} J_0(q R_o)$$

$$\phi_{11}^{10} = \frac{3^{\frac{3}{2}}}{R_o} \frac{2Q}{(\gamma^2 + Q^2)^2} f_{12} J_1(q R_o)$$

$$\phi_{04}^{12} = \frac{9}{\gamma^2 + Q^2} f_{12} J_4(q R_o)$$

$$\phi_{11}^{12} = \frac{10}{3^{\frac{1}{2}}} \frac{Q}{R_o (\gamma^2 + Q^2)^2} f_{12} J_1(q R_o)$$

$$\phi_{22}^{12} = \frac{8 \cdot 5^{\frac{1}{2}}}{R_o^2} \frac{Q^2}{(\gamma^2 + Q^2)^3} f_{12} J_2(q R_o)$$

$$\phi_{02}^{12} = \frac{5}{(\gamma^2 + Q^2)} f_{12} J_2(q R_o)$$

$$\begin{aligned}\phi_{13}^{12} &= \frac{28}{5^{\frac{1}{2}}} \frac{Q}{R_o} \frac{1}{(\gamma^2 + Q^2)^2} f_{12} \int_0^1 j(2R_o) \\ \phi_{20}^{12} &= \frac{8}{5^{\frac{1}{2}}} \frac{Q^2}{R_o^2 (\gamma^2 + Q^2)^3} f_{12} \int_0^1 j(2R_o)\end{aligned}\quad (5.15)$$

gde je $f_{10} = 1,85468 \cdot 10^{18} \frac{1}{(cm)^{\frac{3}{2}}}$ radijalna funkcija nukleonskog 1s stanja. Vektor M koji стоји испред zgrade u izrazu (5.12) i koji se računa prema obrascu (5.19) ima vrednost $M = -6,54313 \cdot 10^{-36} erg cm^{\frac{5}{2}}$. Distribucija ovog vibratoričnog hamiltonijana interakcije je prikazana na grafiku 2. Gotovo isključivo dominantna vrednost preseka odnosi se na ugao $\theta = 0^\circ - 5^\circ$ i u našoj oceni parametara tu je njena vrednost oko $4 \frac{m_b}{sr}$ što daje neznatnu korekciju u ukupnom preseku. Faktor koji odgovara izrazu (5.25) ispred zgrade je $4,24848 \cdot 10^5 \frac{1}{cm^3}$. Zbog sila kratkog dosega sve su kontribucije u preseku usmerene prema prednjim uglovima.

6. INTERFERENTNI DEO PRESEKA

Budući da smo uračunavali dva oblika amplitude interakcije u adiciji prema formuli (4.33) to u preseku imamo dodatni interferentni član oblika (4.39) odnosno

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{int} = \frac{2A(A+1)}{(A+2)^2 (2\pi\hbar^2)^2} \frac{m_N^2}{K_f} \cdot \frac{1}{(2J_i+1)(2J_d+1)} \sum_{M_i M_f} \sum_{\Sigma_d \Sigma_p} \left[A_{i \rightarrow f}^{kol} \tilde{A}_{i \rightarrow f}^{čest} + A_{i \rightarrow f}^{čest} \tilde{A}_{i \rightarrow f}^{kol} \right] \quad (6.1)$$

koja se posle dužeg računa, s obzirom na definiciju amplituda preseka (4.18) (čestična) i (4.32) (kolektivna) svodi na izraz

$$\begin{aligned}\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{int} &= -1,19778 \cdot 10^9 \left\{ 4,08247 \cdot 10^{-2} \phi_{02}^{10} - 2,42601 \cdot 10^{-3} \phi_{00}^{12} \right. \\ &\quad \left. - 1,20409 \cdot 10^{-1} \phi_{02}^{12} + [9,62254 \cdot 10^{-2} \phi_{11}^{10} - 1,98666 \cdot 10^{-1} \phi_{11}^{12} - \right.\end{aligned}$$

$$- 6,58831 \cdot 10^{-2} \phi_{13}^{12} J P_1(\cos \theta_\Theta) + [1,52145 \cdot 10^{-1} \phi_{21}^{10} - \\ - 1,87721 \cdot 10^{-1} \phi_{22}^{12} J P_2(\cos \theta_\Theta)] j_2(q R_o) [\frac{mb}{sr}] \quad \dots (6.2)$$

gde je argument polinoma Legendrea $\cos \theta_\Theta$

$$\cos \theta_\Theta = \frac{\vec{q} \vec{q}}{|\vec{q}| |\vec{q}|} = \frac{1.06066 [0,99049 - \cos \theta]}{\sqrt{(1,22816 - \cos \theta)(1,00045 \cos \theta)}} \quad \dots (6.3)$$

uz $\theta = \angle \vec{K}_i \vec{K}_f$

Pik interferentnog dela dat je na grafiku 3 dok je prikaz ukupnog preseka dat na grafiku 4. Interferentni diferencijalni presek prati distribuciju čestične interakcije i njegova kontribucija je takva da povećava presek čestične interakcije u okolini maksimuma za 4,1% (odnosno za $\frac{mb}{sr}$). U ostalim uglovima njegov doprinos je zanemarljiv. To pokazuje da je učešće vibrаторnog hamiltonijana u fazi sa čestičnom interakcijom.

7. ANGULARNA DISTRIBUCIJA ZA POBUDENO STANJE $J_f = 1/2^+$

(NIVO E = 0,8708 MeV)

Videli smo da su doprinosi hamiltonijana (1.1) i distribucija neznatni, stoga pretpostavljamo da i ovde glavni doprinos i sve glavne karakteristike distribucione krive potiču od hamiltonijana interakcije koji smo nazvali čestičnim (2.10). Stoga u proračunu distribucije koristimo već gotovo rešenje za amplitudu interakcije, datu formulom (4.18). Za prelaz $0^+ \rightarrow 1/2^+$ stanje u reakciji tablica kojeficijenata konfiguracionog mešanja $\beta_{J_f n_l N \tilde{N}}^{J_f}$ iz (RAZ42) daje samo jednu vrednost $\beta_{1/2}^{1/2} 1000 = 0,901$ tako da se čestična amplituda reducira na izraz

$$A_{(0^+ \rightarrow 1/2^+)}^{\text{čest}} = - \frac{\hbar^2 \sqrt{8\pi R}}{m_N} \frac{R_o^2}{\hbar'} \beta_{1/2}^{1/2} 1000 \sqrt{4\pi} C_{1/2 \Sigma_p + 1/2 \Lambda_f / 10}^{1\Sigma_d} f_j(q' R_o) \dots \quad (7.1)$$

a diferencijani presek računamo onda po izrazu

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(0^+ \rightarrow \frac{1}{2}^+) = \frac{6A(A+1)}{(2+A)^2} \frac{K_f}{K_i} \frac{q' R_o^4}{\chi'^2} \left(\beta_{\frac{1}{2}, 1000} \right)^2 f_{10}^2 \int_0^2 (q' R_o) \quad \dots (7.2)$$

gde su nove vrednosti za talasne vektore \vec{K}_f' i $\vec{\chi}'$ računate sa korekturom u energiji izlaznog kanala zbog nivoa pobuđenja $0^{1/2}$ ($E_{1/2}^+ = 0,8708 \text{ MeV}$) i iznose

$$\left. \begin{aligned} K_f' &= 1,15308 \cdot 10^{-13} \text{ cm}^{-1} \\ \chi' &= 3,85209 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-1} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \dots \quad \dots (7.3)$$

Sama vrednost distribucije prikazana je grafiku 5 i njen tok je dat karakteristikama kvadrata sferne Besselove funkcije $\int_0^2 (q' R_o')$; q' je korigovan izraz za talasni vektor

$$q' = 1,76476 \cdot 10^{13} [1,000954658 - \cos \theta] \quad \dots (7.4)$$

Radius reakcije ostavljamo istim $R_o = 3,6 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$

što smo već upotrebili pri računu distribucije kod osnovnog stanja 0 u izlaznom kanalu. Na osnovu formule (5.1), (5.2), (5.3) distribucija (7.4) dobija oblik

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(0^+ \rightarrow \frac{1}{2}^+) = 100,2 \int_0^2 (q' R_o) \left[\frac{mb}{sr} \right] \quad \dots (7.5)$$

gde smo

$$\chi' = q' R_o = 6,35313 \sqrt{1,000954658 - \cos \theta} \quad \dots (7.6)$$

Primećujemo da je distribucija znatna na prednjim uglovima što se vidi iz grafika 5.

Na kraju da rezimiramo rezultate ovog diplomskog rada.Tema koja je ovde opširno razvijena bila je:stepen učešća kolektivne interakcije u reakciji O^{16} (d,p) O^{17} gde su talasne funkcije jezgra prikazane kao mešavina vibratoričnih i čestičnih funkcija.Pokazano je da je doprinos čiste kolektivne interakcije takav da povećava za vrlo malo angularnu distribuciju prema prednjim uglovima dok interferentna distribucija verno prati regularni čestični presek i da joj je doprinos oko 7% (u maksimumu koji leži oko ($\theta_{CM} = 40^\circ$) od čestičnog preseka za upadni deuteronski snop od 30 MeV.Drugim rečima dobilo se ono što se i ranije moglo očekivati.U direktnom procesu najveći doprinos reakciji daje mali broj nukleona dok ostali nukleoni čine manje više inertni ostatak koji gotovo ne učestvuje u reakciji

DODATAK A

Reakcije

Pri sudarima sa preraspodelom čestica sistem se opisuje operatorom H koji se može razdeliti na razne načine na dva dela

\hat{H}_i i \hat{H}_f su operatori hermitski koji opisuju kinetičku energiju kretanja i unutrašnje stanje čestica koje se međusobno sudaraju (ulazni ili inicijalni i-kanal) i koje se međusobno razilaze (izlazni ili finalni f-kanal). Na primer H_i se da rastaviti u obliku

$$\hat{H}_i = -\frac{\hbar^2}{2M_i} \Delta_i + H_A(\xi) \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (A.2)$$

Prvi član iz (A.2) je operator kinetičke energije relativnog kretanja učesnika reakcije – jezgra u inicijalnom stanju. Drugi član opisuje unutrašnja stanja jezgra koja se sudaraju. Svojstvene vrednosti hamiltonijana i svojstvene funkcije obeležićemo izrazima

$$\left. \begin{aligned} E_i &= \frac{\hbar^2 k_i^2}{2m_i} + \epsilon_{n_i} > 0 \\ \phi_i &= f_{n_i}(\xi) e^{i\vec{k}_i \cdot \vec{r}_i} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \quad (A.31)$$

U toku sudara dolazi do preraspodele čestica koje ulaze u sastav jezgra. Hamiltonian kinetičke energije i unutarnjeg stanja novih rasejanih čestica se opisuje sa

$$H_f = -\frac{\hbar^2}{2M_f} \Delta_f + H_f(\xi) \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (A.4)$$

gde su μ_i i μ_f redukovane mase jezgra u odgovarajućim kanalima. Sa \hat{V}_i i \hat{V}_f - obeležili smo operatore interakcija čestica u inicijalnom i finalnom kanalu. Neka su

$$\Phi = \mathcal{F}_{n_f}(\xi) e^{i \vec{q} \cdot \vec{r}_f} \quad \quad (A.56)$$

svojstvena vrednost i svojstvena funkcija operatora $A - 4$.

Sudar se potpuno opisuje Schrodingerovom jednačinom

$$\Psi_i^{(0)} = \Phi_i^{(0)} = f_{n_i}(\xi) e^{i \vec{k}_i \vec{r}_i} \quad \dots \quad (A.7)$$

kome odgovara energija $E_i = \frac{\hbar^2 k_i^2}{2m_i} + E_{Ni}$

Međutim, u teorijskim analizama umesto Schrödingerove diferencijalne jednačine uzimamo integralnu jednačinu u koju su interno ugradeni i granični uslovi tako umesto (A.6) imamo

$$\Psi_i^{(+)} = \Phi_i^{(0)} + (E_i - H_i + i\eta)^{-1} V_i \Psi_i^{(+)} \quad \dots \quad (A.8)$$

izraz (A.8) koji koristimo kada tražimo asimptotski oblik funkcije u inicijalnom kanalu. $\psi_i^{(+)}$ određuje i relativno kretanje i sva stanja čestica u inicijalnom kanalu. Da bi se našla veza funkcije $\psi_i^{(+)}$ sa produktima reakcije u finalnom kanalu polazi se od činjenice da ta funkcija za $\vec{r}_f \rightarrow \infty$ odgovara rasejanom talasu po promenljivoj \vec{r}_f tj.

$$\Psi_i^{(+)}) = \Psi_i^{(+)}(\vec{r}_i, \xi) = \Psi_i^{(+)}(\vec{r}_f, \zeta) \dots \dots \dots \quad (A.9)$$

i ona mora zadovoljavati jednačinu Schrodingera sa hamiltonijanom u finalnom kanalu

$$(E_i - \hat{H}_f) \psi_i^{(+)} = \hat{V}_f \psi_i^{(+)} \quad \dots \quad (A.10)$$

čije rešenje možemo simbolično potražiti u obliku integralne jednačine

$$\Psi_i^{(+)} = \phi_f^{(o)} + (E_i - \hat{H}_f + \nu n)^{-1} V_f \Psi_i^{(+)} \dots \quad (A.11)$$

koja je pogodna za iznalaženje asimptotskih oblika rasejanog talasa u finalnom kanalu. Funkcija Greena operatora leve strane jednačine (A.lo) za otvorene kanale je oblika

$$G(r_f s) r_f' s = - \frac{M_f}{2\pi\hbar^2} \sum_{n_f} S_{n_f}(s) \hat{S}_{n_f}^* \frac{\exp[i k_f |\vec{r}_f - \vec{r}'_f|]}{|\vec{r}_f - \vec{r}'_f|} \dots \quad (A.12)$$

gde je $k_f^2 = \frac{2M_f}{\hbar^2} \left(E_{n_i} - E_{n_f} + \frac{\hbar^2 k_i^2}{2M_i} \right) \geq 0 \dots \quad (A.13)$

Pošto na velikim rastojanjima r_f mogu postojati samo razilazeći od centra talasi dolazimo do izraza za asimptotski oblik $\psi_i^{(+)}$ prema formuli

$$\tilde{\psi}_i^{(+)}(r_f, s) = - \frac{M_f}{2\pi\hbar^2} \sum_{n_f} S_{n_f}(s) \hat{S}_{n_f}^*(s) \frac{\exp[i k_0 |\vec{r}_f - \vec{r}'_f|]}{|\vec{r}_f - \vec{r}'_f|}$$

$$V_f(r'_f, s) \psi_i^{(+)}(\vec{r}'_f, s') d\vec{s} d^3 r'_f \dots \quad (A.14)$$

i li

$$\tilde{\psi}_i^{(+)}(r_f, s) = \sum_{n_f} S_{n_f}(s) A_{i \rightarrow f}(\vec{n}) \frac{e^{k_f r_f}}{r_f} \dots \quad (A.15)$$

$$A_{i \rightarrow f}(\vec{n}) = - \frac{M_f}{2\pi\hbar^2} \langle \phi_f | V_f | \psi_i^{(+)} \rangle \dots \quad (A.16)$$

amplituda reakcije a \vec{n} jedinični vektor u pravcu rasejanja. Funkcija ϕ_f ovde znači

$$\phi_f = S_{n_f}(s) e^{i k_f \vec{r}_f} \dots \quad (A.17)$$

gde je k_f talasni vektor rasejanog talasa. Funkcija $\psi_i^{(+)}$ koja ulazi u (A.16) je rešenje integralne jednačine (A.8).

U praksi se uočava struja čestica sastavljena od atoma jednog od učesnika u reakciji i ta struja se u izlaznom kanalu opisuje jednim od stanja koja ulaze u sumu (A.15). Struja čestica u jediničnom talasnom ugлу sa smerom \vec{n} prikazana preko amplitude reakcije je

$$|\vec{j}_f| = \frac{\hbar |k_f|}{M_f} |A_{i \rightarrow f}(\vec{n})|^2 \dots \quad (A.18)$$

podelivši $\frac{1}{\mu}$ sa gustom struje upadnih čestica $\frac{\hbar k_i}{M_i}$ dobijamo efektivni diferencijalni presek po formuli

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{i \rightarrow f} = \frac{M_i M_f}{(2\pi\hbar)^2} \frac{k_f}{k_i} |\langle \Phi_f | V_f | \Psi_i^{(+)} \rangle|^2 \dots \dots \quad (A.19)$$

Ako u (A.16) $\Psi_i^{(+)}$ zamenimo njegovom nultom aproksimacijom ϕ_i , onda dobijamo amplitudu reakcije u Bornovoj aproksimaciji

$$A_{i \rightarrow f}(\vec{n}) = - \frac{M_f}{2\pi\hbar^2} \langle \Phi_f | V_f | \phi_i \rangle \dots \dots \quad (A.20)$$

S druge strane da smo pošli od (A.11) umesto od (A.8) dobili bi smo za amplitudu reakcije

$$A_{i \rightarrow f}^B(\vec{n}) = - \frac{M_f}{2\pi\hbar^2} \langle \phi_i | V_i | \phi_f \rangle \dots \dots \quad (A.21)$$

što se suštinski razlikuje od (A.20). Ta nejednoznačnost dolazi od fakta da funkcije inicijalnog ϕ_i i funkcije finalnog ϕ_f stanja nisu međusobno ortogonalne, jer se javljaju kao svojstvene funkcije međusobno različitih hamiltonijana \hat{H}_i i \hat{H}_f . Ako ostavimo u našem računu finalnu interakciju (A.20) i usrednjimo po magnetnim kvantnim brojevima inicijalnog a sumiramo po magnetnim kvantnim brojevima finalnog stanja sledi prema formuli (A.19) izraz za angularnu distribuciju koji se koristio u ovom diplomskom radu

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{i \rightarrow f} = \frac{M_i M_f}{(2\pi\hbar)^2} \frac{k_f}{k_i} \frac{1}{(2J_i+1)(2S_i+1)} \sum_{M_i \Sigma_i} \frac{|A_{i \rightarrow f}|^2}{M_f \Sigma_f} \dots \dots \quad (A.22)$$

DODATAK B

Vektorsko slaganje dva momenta količine kretanja

Posmatrajmo sistem koji se sastoji od dva dela čije se stanje određuje poznavanjem vrednosti momenta $\vec{J}_{(1)}$ i $\vec{J}_{(2)}$. Neka operatori momenata podsistema međusobno komutiraju

$$[\vec{J}_\alpha(1), \vec{J}_\beta(2)] = 0 \quad \beta, \alpha = 1, 2, 3 \quad (B.1)$$

tada se totalan sistem može naći u stanjima u kome imaju određenu vrednost kvadrati momenata

$$\begin{aligned} \vec{J}_{(1)}^2 &= \hbar^2 j_1(j_1+1) \\ \vec{J}_{(2)}^2 &= \hbar^2 j_2(j_2+1) \end{aligned} \quad (B.2)$$

i projekcije momenata na jednu od osa kvantnomehaničkog sistema (recimo 2 - osn.)

$$\begin{aligned} J_z(1) &= \hbar m_1 \\ J_z(2) &= \hbar m_2 \end{aligned} \quad (B.3)$$

tada se stanje sistema opisuje talasnim funkcijama

$$|jm_1 jm_2\rangle = |jm_1\rangle |jm_2\rangle \quad (B.4)$$

Pri fiksiranim vrednostima j_1 i j_2 postoje $(2j_1+1)(2j_2+1)$ raznih funkcija (B.4) koji se razlikuju međusobno vrednošću projekcija

m_1 i m_2

Odredimo operator

$$\hat{\vec{J}} = \hat{\vec{J}}_{(1)} + \hat{\vec{J}}_{(2)} \quad (B.5)$$

pošto projekcije svakog od operatora $\vec{J}_{(i)}$ zadovoljavaju (B.1) to će i projekcije zadovoljavati to isto. Operator (B.5) se zove operator talasnog momenta. Očevidečno da je na osnovu (B.5) i

$$\hat{J}_z = \hat{J}_z(1) + \hat{J}_z(2) \quad (B.6)$$

što odgovara svojstvenoj vrednosti \hat{J}_z

$$J_z = \hbar m = \hbar(m_1 + m_2) \quad (B.7)$$

Operator kvadrata totalnog momenta

$$\hat{\vec{J}}^2 = \hat{\vec{J}_{(1)}}^2 + \hat{\vec{J}_{(2)}}^2 + 2 \hat{\vec{J}_{(1)}} \cdot \hat{\vec{J}_{(2)}} \dots \dots \quad (B.8)$$

komutira sa $\hat{\vec{J}_{(1)}}$ i $\hat{\vec{J}_{(2)}}$ te je i on u jednom dinamičkom sistemu određen potpuno. Ipak funkcija (B.4) nije njegova svojstvena funkcija pošto će $2 \hat{\vec{J}_{(1)}} \cdot \hat{\vec{J}_{(2)}}$ mešati stanja sa m_1, m_2 koja se međusobno razlikuju za jedinicu. Međutim, mogu se načiniti takve kombinacije, linearne kombinacije, od tih stanja koje su svojstvene funkcije operatora $\hat{\vec{J}}^2$ i $\hat{\vec{J}_z}$. Takvo stanje se piše

$$|(j_1 j_2) JM \rangle \sum_{m_1 m_2} C_{j_1 m_1, j_2 m_2}^{JM} |j_1 m_1 \rangle |j_2 m_2 \rangle \dots \dots \quad (B.9)$$

gde su $C_{j_1 m_1, j_2 m_2}^{JM}$ kojeficijenti vektorske adicije dva uglovna momenta ili kojeficijenti Clebsch - Jordanovi. Fazni množaci biraju se tako da bi kojeficijenti vektorske adicije bili realni. Pošto mora biti

$$m_1 + m_2 = M \dots \dots \dots \quad (B.10)$$

to gornja suma je u stvari suma po jednoj od projekcija. Uglovni momenti zadovoljavaju triangularnu relaciju

$$|j_1 - j_2| \leq J \leq j_1 + j_2 \dots \dots \dots \quad (B.11)$$

Svakom J odgovara $2J+1$ stanja po projekciji $M = -J, -(J-1), \dots, (J-1), J$ pa je ukupan broj stanja koji grade složena stanja

$$\sum_{J=|j_1-j_2|}^{j_1+j_2} (2J+1) = (2j_1+1)(2j_2+1) \dots \dots \dots \quad (B.12)$$

Kojeficijenti vektorske adicije zadovoljavaju sledeća pravila ortonormiranja

$$\sum_{JM} C_{j_1 m_1, j_2 m_2}^{JM} C_{j_1 m'_1, j_2 m'_2}^{JM} = \delta_{m_1 m'_1} \delta_{m_2 m'_2}$$

$$\sum_{m_1 m_2} C_{j_1 m_1, j_2 m_2}^{JM} C_{j_1 m'_1, j_2 m'_2}^{J'M'} = \delta_{JJ'} \delta_{MM'} \dots \dots \quad (B.13)$$

Ti odnosi izražavaju unitarni karakter transformacije, što omogućuje i obrnutu relaciju od (B.9) naime

$$|j_1 m_1\rangle |j_2 m_2\rangle = \sum_{JM} C_{j_1 m_1 j_2 m_2}^{JM} |(j_1 j_2) JM\rangle \dots \quad (B.14)$$

Svojstvo ortogonalnosti Clebsch - Jordanovih kojeficijenata možemo izraziti preko relacije

$$\sum_{m_1 M} C_{j_1 m_1 j_2 m_2}^{JM} C_{j_1 m_1 j_2' m_2'}^{JM} = \frac{2J+1}{2j_2'+1} \delta_{j_2 j_2'} \delta_{m_2 m_2'} \quad (B.15)$$

Clebsch - Jordanovi kojeficijenti poseduju sledeća svojstva simetrije

$$C_{j_1 m_1 j_2 m_2}^{JM} = (-1)^{j_1 + j_2 - J} C_{j_2 m_2 j_1 m_1}^{JM} \dots \quad (B.16)$$

što daje faznu razliku između stanja

$$|(j_1 j_2) JM\rangle = (-1)^{j_1 + j_2 - J} |(j_2 j_1) JM\rangle \dots \quad (B.17)$$

zatim

$$C_{j_1 m_1 j_2 m_2}^{JM} = (-1)^{j_2 - m_2} \sqrt{\frac{2J+1}{2j_1+1}} C_{J-M j_2 m_2}^{j_1 m_1} \dots \quad (B.18)$$

i niz drugih koje nećemo ovde nabrajati.

DODATAK C

Matrični elementi tensorских operatora

Ako uzmemo da sve matematičke objekte možemo svrstati prema transformacionim pravilima onda u fizici imamo posla sa skalarima vektorima i tensorima višeg ranga ($n \geq 2$). Tako npr. za skalar je nužno poznavati samo jedan podatak pa da on bude određen. Transformacija skalara je trivijalna, tj. on se transformiše u samog sebe a kojeficijent transformacije je jedinica. No pošto je za vektor u prostoru potrebno znati tri njegove komponente, tri skalarne veličine transformacione osobine su nešto složenije. Tako npr. ako je $A_\alpha / \alpha = 1, 2, 3$) komponenta vektora transformacije ona se onda transformiše prema zakonu

$$A'_\alpha = \sum_3 \alpha_{\alpha\beta} A_\beta \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (C.1)$$

gde je kojeficijent $\alpha_{\alpha\beta}$ element kvadratne matrice trećeg reda i koji možemo interpretirati kao rotaciju pošto je

$$A'^2 = A^2 \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (C.2)$$

Međutim fizička veličina kao moment mase sistema čestica

$$M_{\alpha\beta} = \sum_{m=1}^N m_n X_{\alpha n} X_{\beta n} \dots \dots \dots \dots \dots \quad (C.3)$$

gde je m_n masa čestica a $X_{\alpha n}$ komponente vektora \vec{r}_n . Tenzor se transformiše po zakonu

$$M'_{\alpha\beta} = \sum_{\mu\nu} \alpha_{\alpha\mu} \alpha_{\beta\nu} M_{\mu\nu} \dots \dots \dots \quad (C.4)$$

Veličina $M_{\alpha\beta}$ predstavlja tenzor drugog ranga i koji je zbog $M_{\alpha\beta} = M_{\beta\alpha}$ simetričan. S druge strane i skalar kao i vektor mogu se tretirati kao tensori nultog i prvog ranga. Opšti tenzor drugog ranga, koji ne mora biti simetričan ni antisimetričan ima za komponente $T_{\alpha\beta}$ koje se transformišu po zakonu (C.4). U nuklearnoj fizici najvažniji su ireducibilni sferni tensori čije se komponente transformišu gradeći rotacionu matricu transformacije. Tako ako je T_k

opšti sferni tenzor ranga k onda se njegove $2k+1$ komponente transformišu preko zakona (na ireducibilan način)

$$T_k^q = \sum_p T_k^p D_{pq}^k (\alpha \beta \gamma) \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (C.5)$$

gde su α, β, γ Euler - ovi uglovi koji zaklapaju x, x' , y, y' , z, z' stare u nove ose. Ako su R_k^q i $S_k^{q'}$ komponente dva sferna tensora ranga k i k' onda $R_k^q S_{k'}^{q'}$ mogu da obrazuju novi tenzor $T_k^{\bar{q}}$ koji je takođe ireducibilan sferni tenzor

$$T_k^{\bar{q}} = \sum_{q q'} C_{K q K q'}^{\bar{q}} R_k^q S_{k'}^{q'} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (C.6)$$

gde se K nalazi ograničeno triangularnom relacijom

$$|K - K'| \leq \bar{K} \leq K + K'$$

$$\bar{q} = q + q' \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (C.7)$$

kada je $k=k$ i $k=0$ imamo i $\bar{q}=0$ pa je stoga

$$\begin{aligned} T_{00}(K) &= \sum_{q q'} C_{K q K q'}^{00} R_k^q S_{k'}^{-q} \delta_{q+q'} = 0 \\ &= \sum_q \frac{(-1)^{K-q}}{\sqrt{2K+1}} R_k^q S_{k'}^{-q} \\ &= (-1)^K \frac{1}{\sqrt{2K+1}} \sum_q (-1)^q R_k^q S_{k'}^{-q} \dots \dots \dots \quad (C.8) \end{aligned}$$

kako je $\sum_q (-1)^q R_k^q S_{k'}^{-q} = \vec{R}_k \vec{S}_{k'}$ $\dots \dots \dots \quad (C.9)$

sledi $(-1)^K \sqrt{2K+1} T_{00}(K) = \vec{R}_k \vec{S}_{k'}$ $\dots \dots \dots \quad (C.10)$

Dakle obrazovao se skalarni produkt dva vektora. Cilj nam je da načinimo matrične elemente tensorskih operatora u reprezentaciji vektora stanja koji opisuju posmatrani dinamički sistem. Ako su kvadrat angуларног момента \vec{J}^2 i J_z određeni u sistemu onda na je skup svoj-

stvenih funkcija ovih operatora dobar bazis za reprezentaciju tensor-skih operatora, tj.

$$\langle \alpha JM | T_k^2 | \alpha' J' M' \rangle$$

Transformacija vektora stanja $T_k^2 | \alpha' J' M' \rangle$ ide prema reprezentaciji $\mathcal{D}_k \times \mathcal{D}_{J'}$ rotacione grupe. Mi reduciramo tu reprezentaciju na ireducibilnu formirajući stanje angулarnog momenta

$$| \beta \vec{K} \vec{Q} \rangle = \sum_{\vec{Q}M'} C_{J'M'KQ}^{K\vec{Q}} | T_k^2 | \alpha' J' M' \rangle \dots \dots \dots \quad (C.11)$$

Ako invertujemo relaciju (C.11) prema svojstvima Clebsch - Jordan kojeficijenata

$$T_k^2 | \alpha' J' M' \rangle = \sum_{\vec{K}\vec{Q}} C_{J'M'KQ}^{K\vec{Q}} | \beta \vec{K} \vec{Q} \rangle \dots \dots \dots \quad (C.12)$$

i pomnožimo skalarno sa vektorom stanja $\langle \alpha JM$ sledi

$$\langle \alpha JM | T_k^2 | \alpha' J' M' \rangle = \sum_{\vec{K}\vec{Q}} C_{J'M'KQ}^{K\vec{Q}} \langle \alpha JM | \beta \vec{K} \vec{Q} \rangle$$

$$= C_{J'M'KQ} \langle \alpha JM | \beta JM \rangle \dots \dots \dots \quad (C.13)$$

$$\text{pošto je } \langle \alpha JM | \beta KQ \rangle = \delta_{JK} \delta_{MQ} \langle \alpha JM | \beta JM \rangle$$

Produkt $\langle \alpha JM | \beta JM \rangle$ ne zavisi od magnetnog kvantnog broja M. Taj matrični element možemo načiniti kao produkt dinamičkog matričnog elementa koji ne zavisi od M i Clebsch - Jordanovog kojeficijenta. Obično se $\langle \alpha JM | \beta JM \rangle$ piše kao $\langle \alpha J || T_k^2 || \alpha' J' \rangle$ i naziva redukovani matrični element odnosno prema (C.11)

$$\langle \alpha J || T_k^2 || \alpha' J' \rangle = (-1)^{2K} \sum_{\vec{Q}M'} C_{J'M'KQ}^{K\vec{Q}} \langle \alpha JM | T_k^2 | \alpha' J' M' \rangle \dots \dots \dots \quad (C.14)$$

Tako važi i relacija

$$\langle \alpha JM | T_k^2 | \alpha' J' M' \rangle = C_{J'M'KQ}^{JM} \langle \alpha J || T_k^2 || \alpha' J' \rangle \dots \dots \dots \quad (C.15)$$

što pretstavlja sadržinu Wigner - Eskortove teoreme. Treba napomenuti da za hermitske tenzore važi

$$T_k^{\frac{t}{2}} = (-1)^{k-2} T_k^{-2}$$

što ima za posledicu relaciju između reduciranih matričnih elemenata
 $\sqrt{2j+1} \langle J // T_k // J' \rangle = (-1)^{J-J'} \sqrt{2j'+1} \langle J' // T_k // J^* \rangle \dots (C.17)$

DODATAK D

Kapljasti model ili hidrodinamički model jezgra

Smatraćemo da kolektivne oscilacije nukleona u jezgru možemo razmatrati kao kretanje tečnosti bez virova, tečnosti koja ima konstantnu gustinu ρ . Ako razložimo odstupanje površine tečnosti od sferne forme po sfernim funkcijama u obliku

$$\Delta R = R(\Theta f) - R_0 = R_0 \sum_{\lambda} \alpha_{\lambda}^M Y_{\lambda}^M(\Theta f) \dots \dots \dots \quad (D.1)$$

Ta jednačina čije rešenje tražimo daje konačno za $v=0$ rešava se u obliku $\frac{1}{L} = \frac{C_1}{x} + C_2$

$$\Phi = \sum_{\lambda M} A_{\lambda M} \left(\frac{r}{R_0}\right)^\lambda Y_x^M(\theta \phi) \dots - - - - - \quad (D.3)$$

Veza između koeficijenta $A_{\lambda\mu}$ i $\alpha_{\lambda\mu}$ (koji određuju formu površine) dolazi iz uslova (P_1, \dots, P_k) .

Kinetička energija se određuje izrazom

što daje

$$E_{kin} = \frac{R_0 \sigma}{2} \sum_{\lambda M} \lambda |A_{\lambda M}|^2. \quad \dots - - - - - (D.7)$$

ili preko

λιαμ

$$E_{kin} = \sum_{\lambda M} \frac{1}{2} B_\lambda |\alpha_{\lambda M}|^2 \dots \dots \dots \quad (D.8)$$

gde smo iskoristili skraćenicu

Potencijalnu energiju vezanu za otklon forme jezgra $R_o \rightarrow R_o + \Delta R$ možemo razdeliti u obliku sume dva člana

$$V = V_3 + Ve \quad \dots \quad (D.10)$$

gde je $V_2 = \gamma \Delta S$, γ - površinski napon, a ΔS promena površine.

V_e - promena elektrostatičke energije pri promeni površine.

Promena površine pri vibracijama je

$$\Delta S = \frac{1}{2} S \left\{ \left| \frac{\partial(\Delta R)}{\partial \theta} \right|^2 + \frac{1}{\sin^2 \theta} \left| \frac{\partial(\Delta R)}{\partial \varphi} \right|^2 - 2 |\Delta R|^2 \right\} d\Omega$$

$$= \frac{R_o}{2} \sum_{\lambda M} (\lambda-1)(\lambda+2) |d_{\lambda M}|^2 \dots \dots \dots \quad (D.11)$$

što daje

$$V_2 = \frac{R_0}{2} \sum_{\lambda M} (\lambda - 1)(\lambda + 2) |\alpha_{\lambda M}|^2. \dots \quad (D.12)$$

Promena elektrostatičke energije pri deformaciji se reprezentuje kao

$$V_e = \frac{1}{2} \int q \Delta v d\tau + \frac{1}{2} \int v \Delta q^* d\tau + \frac{1}{2} \int \Delta q \Delta v d\tau \dots (D.13)$$

gde je V - skalarni potencijal ρ - gustina nanelektrisanja. Ako je ρ konstantna veličina unutar sfere a van nje nula onda je ona

$$Q_0 = \frac{3\pi e}{4R_0\pi} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (D.14)$$

a njena promena

$$\Delta Q = \sigma R_o \frac{\Delta Q}{R_o} S(r-R_o) \dots \dots \dots (D.15)$$

tako da je

$$\int \Delta g d\mathcal{L} = 0$$

Razložimo promenu potencijala ΔV po sfernim funkcijama

$$\Delta V = \begin{cases} \sum_{\lambda M} Q_{\lambda M} \frac{r^\lambda}{R_o^{\lambda+1}} Y_\lambda^M & \text{za } r \leq R_o \\ \sum_{\lambda M} Q_{\lambda M} \frac{R_o^\lambda}{r^{\lambda+1}} Y_\lambda^M & \text{za } r \geq R_o \end{cases} \dots \quad (\text{D.16})$$

Koeficijente možemo odrediti iz uslova

$$\left(\frac{\partial \Delta V}{\partial r} \right)_{r=R_0-0} - \left(\frac{\partial \Delta V}{\partial r} \right)_{r=R_0+0} = 4q_0 R_0 \frac{\Delta R}{R_0} \dots \dots \dots \quad (D.17)$$

što daje

$$Q_{NM} = \frac{4\pi q_0 R_0^3}{2N+1} \alpha_{NM} \dots \dots \dots \quad (D.18)$$

Tada su

$$\frac{1}{2} \int Q \Delta V dt = 0 \dots \dots \dots \quad (D.19)$$

$$\frac{1}{2} \int \Delta Q^* \Delta V dt = \frac{9ze^2}{8\pi R_0} \sum_{NM} \frac{|\alpha_{NM}|^2}{2N+1} \dots \quad (D.20)$$

ili pošto je

$$V \approx -\frac{e^2 z}{R_0} \left(1 - \frac{\Delta R}{R_0} \right) \dots \dots \dots \quad (D.21)$$

sledi

$$\frac{1}{2} \int V \Delta Q^* dt = -\frac{3e^2 z^2}{8\pi R_0} \sum_{NM} |\alpha_{NM}|^2 \dots \dots \quad (D.22)$$

Tako dobijamo za potencijalnu kulonsku energiju

$$V_e = -\frac{3}{4} \frac{e^2 z^2}{\pi R_0} \sum_{NM} \frac{(N-1)}{2N+1} |\alpha_{NM}|^2 \dots \dots \quad (D.23)$$

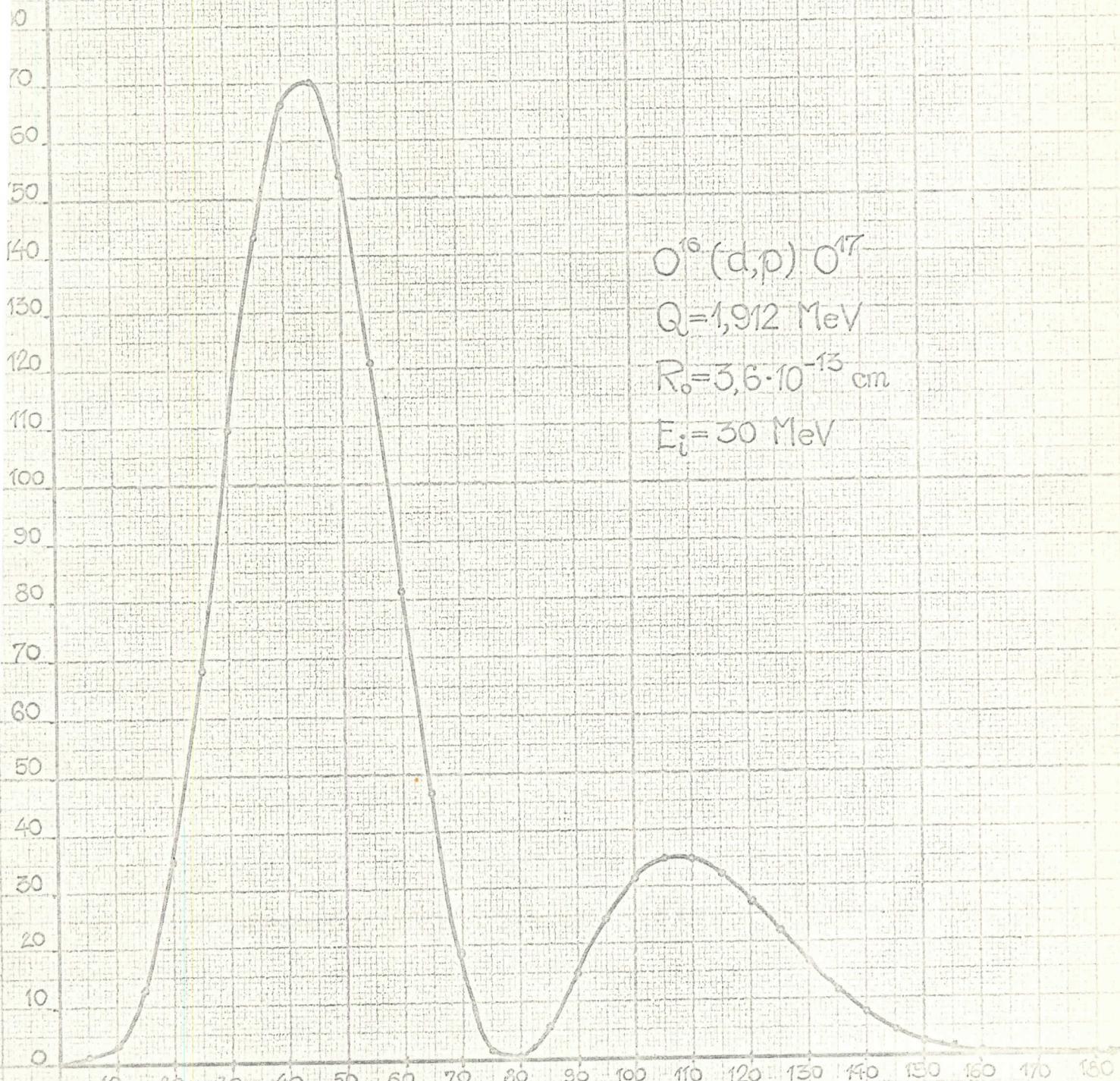
a to se sve može staviti u (D.10) te je ukupna potencijalna energija

$$V = \frac{1}{2} \sum_{NM} C_N |\alpha_{NM}|^2 \dots \dots \dots \quad (D.24)$$

gde je C_N

$$C_N = (N-1) \left\{ (N+2) R_0^2 - \frac{3e^2 z^2}{2\pi(2N+1) R_0} \right\} \dots \dots \quad (D.25)$$

$[\frac{d\sigma}{d\Omega}(0^+ \rightarrow \frac{5}{2}^+)]$ c'est $[\frac{\text{mb}}{\text{sr}}]$



graf. 1

$\theta_{\text{CM}} [\circ]$

$O^{16}(d,p)O^{17}$

$Q=1,912 \text{ MeV}$

$R_0=3,6 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$

$E_i=30 \text{ MeV}$

mb
sr⁻¹

5

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} (5^+ \rightarrow 5/2^+) \text{ cm}^2 \left(\frac{\text{mb}}{\text{sr}} \right)$$

4



$$Q = 1,912 \text{ MeV}$$

$$R_0 = 36 \times 10^{-13} \text{ cm}$$

$$E_i = 50 \text{ MeV}$$

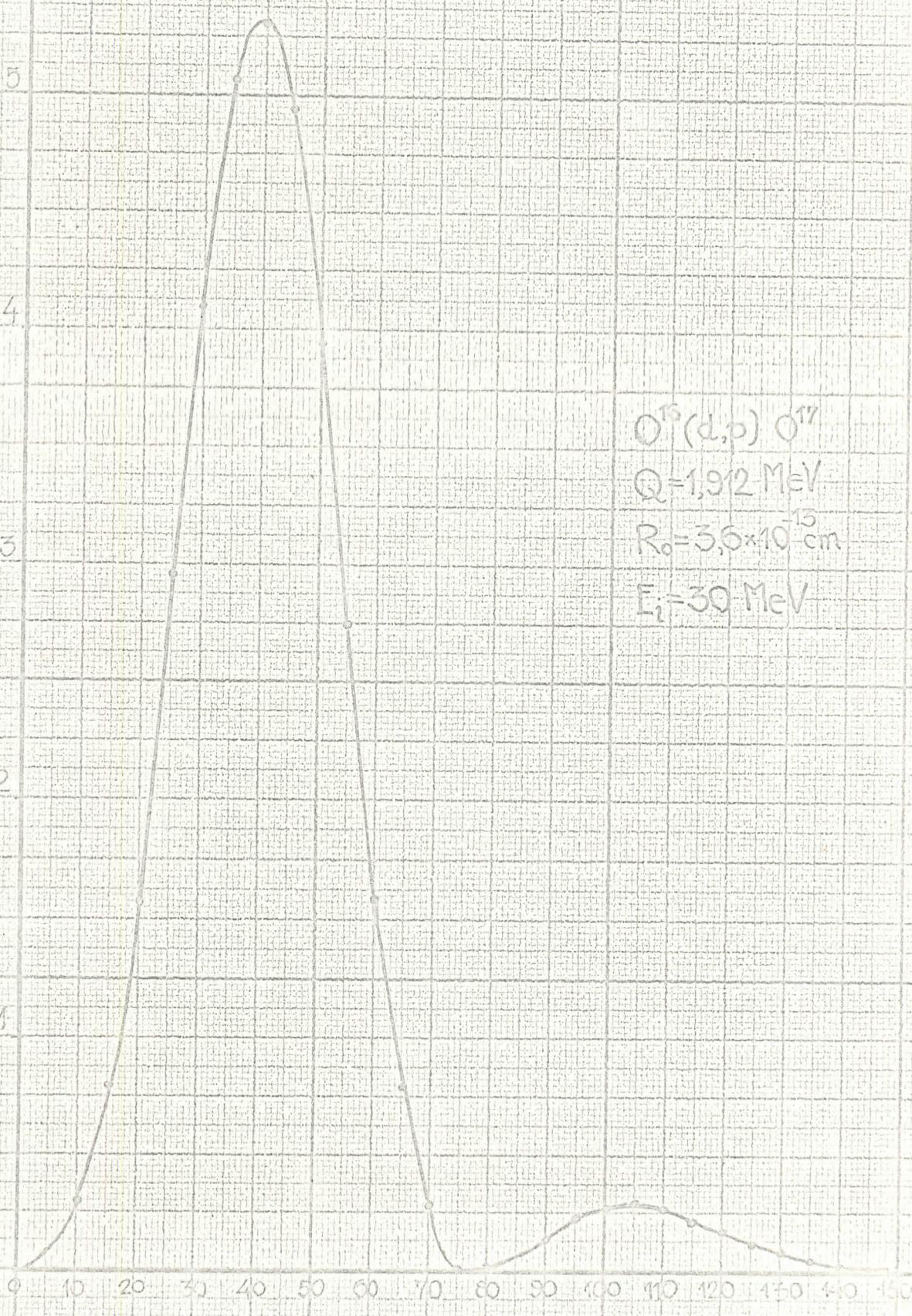
2

1



cross 2

6 $\frac{d\sigma}{d\Omega}(0^+ \rightarrow 5/2^+)$ mb/sr

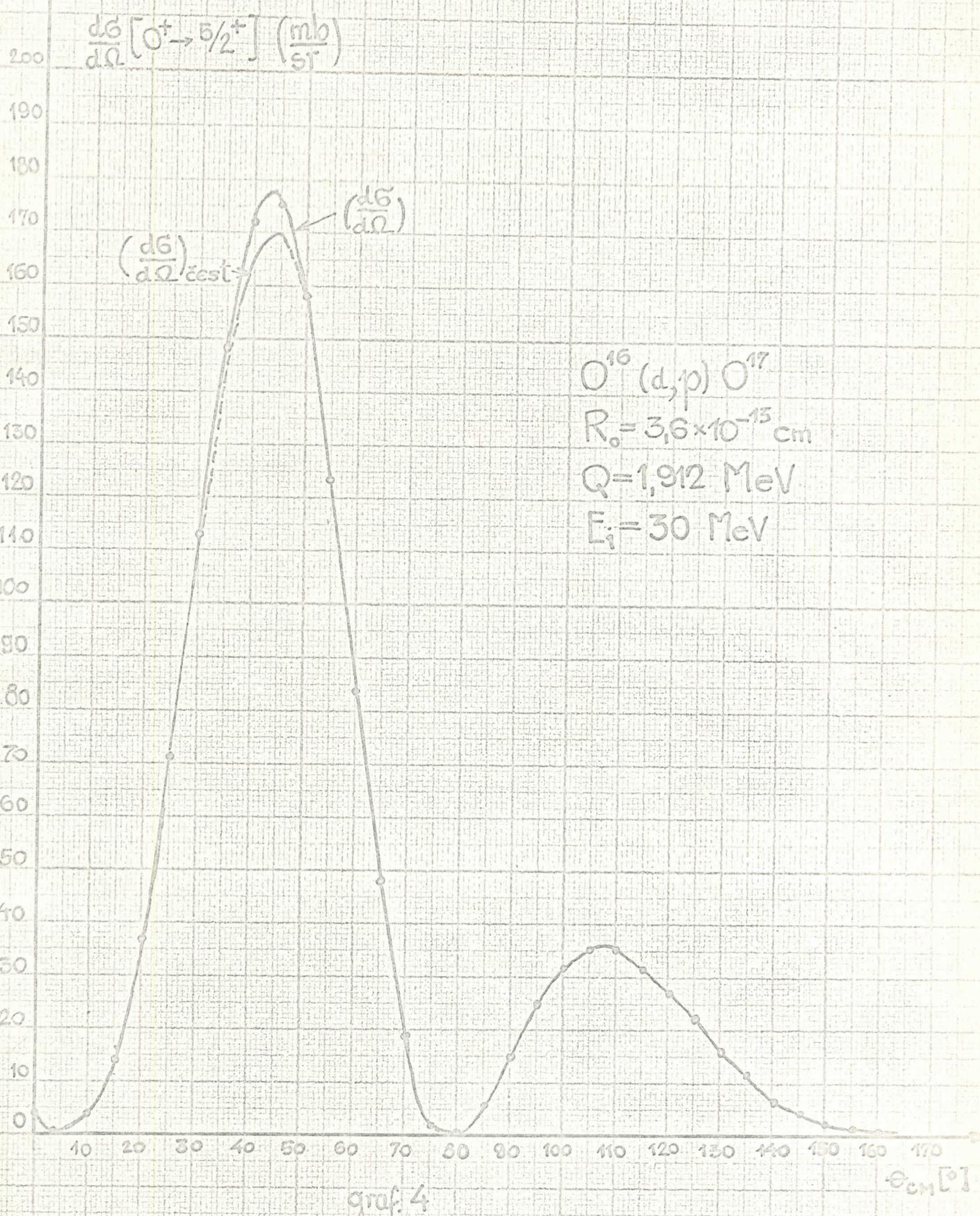


$O^{16}(d,p) O^{17}$

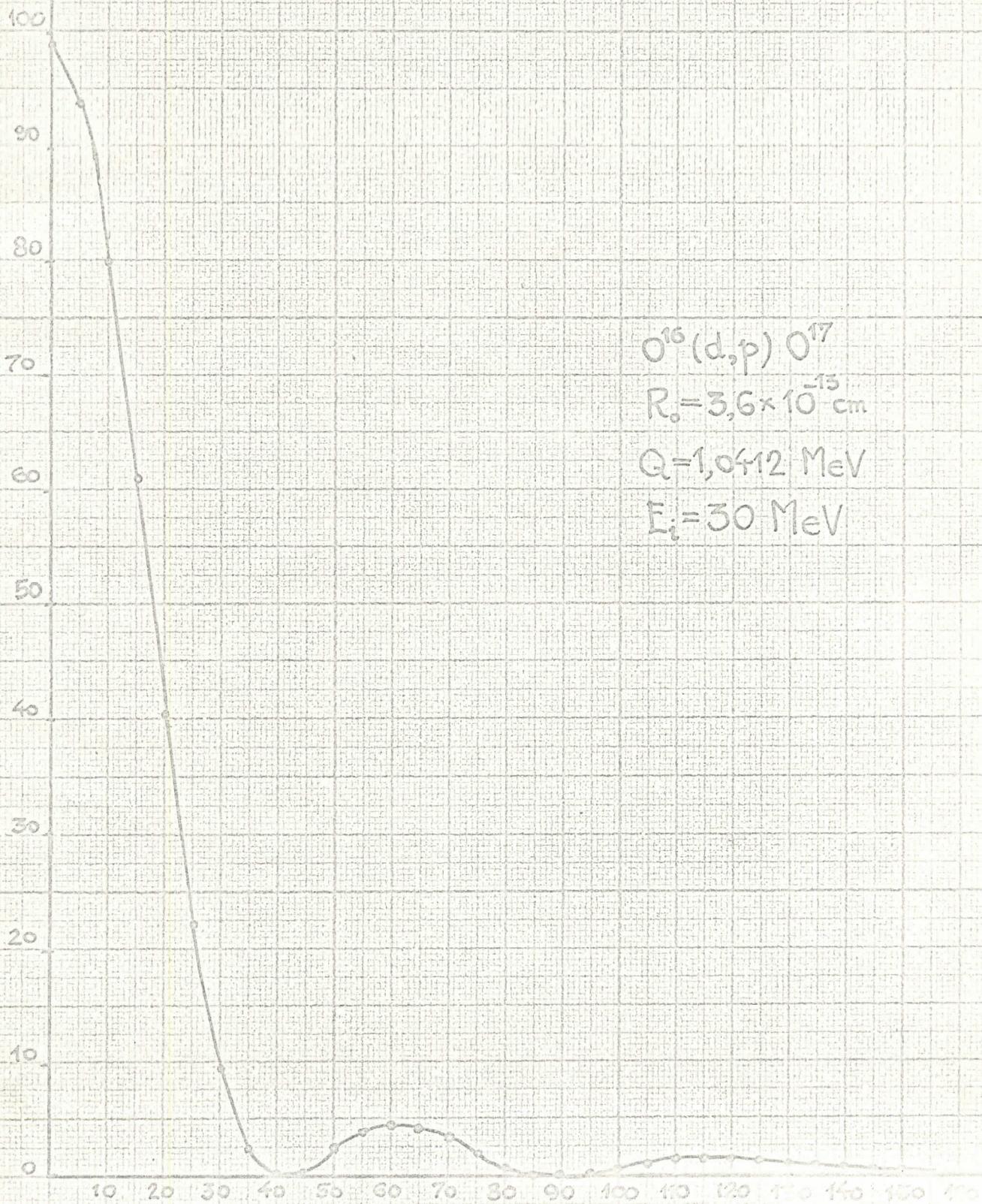
$Q=1.912 \text{ MeV}$

$R_0=3.6 \times 10^{-15} \text{ cm}$

$E_i=30 \text{ MeV}$



$\frac{d\sigma}{d\Omega} (0^{\pm} \rightarrow 1/2^{\mp}) [\text{mb}/\text{sr}]$



LITERATURA

- (1) H.F.Lutz J.J.Wesolowski, S.F.Eccles and L.F.Hansen:
Nucl.Phys.A101, 241 (1967)
- (2) V.N.Guman:ЖЭТФ 41, 800 (1961)
- (3) K.W.Ford and C.Levinson:Phys.Rev.100 (1955) 1
- (4) B.J.Raz:Phys.Rev 114, 1116 (1959)
" 120, 169 (1960)
- (5) G.Alaga:Vibrational states in nucleai; Scuola internacionale
di fizika e fermi, Varena (1967)
- (6) L.A.Sliv V.A.Volčok:ЖЭТФ 36, 539 (1959)
- (7) R.R.Roy and B.P.Nigam:Nuclear Physics New York
(1967) glava 3.
- (8) N.B.Gove and A.H.Wapstra:Nuclear data tables 11,
Numbers 2 and 3 (1972)
- (9) A.S.Varšalovič:Teorija uglovogo momenta, Moskva
1975, glava 6
- (10) A.S.Davidov:Kvantovaja mehanika

