

Порука: 13-03-1989			
Организација	Број	Порука	Вредност
03	10/97		

UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET
INSTITUT ZA FIZIKU

DIPLOMSKI RAD

Tema:

**Relaksacija kondukcionih elektrona na magnonima
i magnonskim solitonima u kvazi jednodimenzionim
feromagnetima sa lakom osom anizotropije**

KANDIDAT:

Srdan Teslić

NOVI SAD, 1989.

Zahvaljujem svojim profesorima dr Mariu Škrinjaru, dr Darku Kaporu i dr Miljku Satariću kao i Vojislavu Ivošu na svesrdnoj pomoći koju su mi pružili prilikom izrade ovog rada.

Srdan Teslić

SADRŽAJ

KRATAK SADRŽAJ RADA	1
1. OPŠTE NAPOMENE O SOLITONIMA	2
2. OPŠTE OSOBINE MAGNETNO UREDENIH SISTEMA	7
3. HAMILTONIJAN SISTEMA	9
4. JEDNAČINA KRETANJA I SOLITONSKO REŠENJE	14
5. OPŠTE NAPOMENE O NERAVNOTEŽNOJ STATISTICI ZUBAREVA	21
6. PRIMENA NERAVNOTEŽNE STATISTIKE NA ODREĐIVANJE VREMENA RELAKSACIJE PROVODNIH ELEKTRONA NA SOLITONIMA	25
6.1 SLUČAJ RASEJANJA PROVODNIH ELEKTRONA NA RAZREĐENOM GASU SOLITONA	28
6.2 MAGNONSKI DOPRINOS RASEJEJANJU	33
7. ZAKLJUČAK	35
DODATAK 1	37
DODATAK 2	41
DODATAK 3	43
DODATAK 4	44
DODATAK 5	45
LITERATURA	46

KRATAK SADRŽAJ RADA

U ovom radu se razmatra mogućnost, kao i uslovi egzistencije solitonskih eksitacija u kvazi jednodimenzionom feromagnetiku sa anizotropijom tipa "laka osa". Data je fizička interpretacija solitona kao vezanog stanja dovoljnog broja magnona među kojima postoji slaba privlačna interakcija.

Dalje se posmatra feromagnetik u kome postoji slaba interakcija elektrona iz provodne (valentne) zone sa spinovima odgovornim za magnetizam. Ona se opisuje interakcionim hamiltonijanom Vonsovskog [17]. Rasejanje energije provodnih elektrona na magnonima i magnonskim solitonima analizirano je metodom neravnotežnog statističkog operatora Zubareva. Nadeni su analitički izrazi za vremena relaksacije rasejanja u ovim slučajevima i ocenjeni su uticaji oba mehanizma.



1. OPŠTE NAPOMENE O SOLITONIMA

Pod pojmom usamljeni talas [4] podrazumevamo talas, svojstven mnogim fizičkim sistemima, koji se javlja usled međusobne konkurencije nelinearnih i disperzionih efekata u tim sredinama. On se kreće u kompaktnoj formi, zadržavajući oblik obvojnice i dimenzije proizvoljno dugo, za razliku od progresivnih talasa koji postepeno slabe i rasplinjuju se.

Otkriće usamljenog talasa, kao mnoga druga, mogli bi videti kao igru slučaja. John Scott Russell je 1834., posmatrajući kretanje šlepova škotskim kanalima, primetio pojavu "... jednog velikog usamljenog uzdignuća, zaobljene, ravne kupe vode ...". No, ovo zapažanje nije plod dokonog uživanja u prirodi džentlmena rane viktorijanske epohe. J. S. Russell je bio zaposlen na studiji o oblikovanju šlepova za plovidbu kanalima za Društvo kanala unije iz Edinburga. Time je sredina odigrala svoju ulogu. Podatak da je reč o neplaćenju studiji, međutim, mnogo više govori o pojedincu. Njegovo interesovanje je bilo široko. Tvorac je, tada čuvene teorije o oblikovanju brodova. Bio je i zapažen brodograditelj.

Pored ove, nazovimo je, tehničke strane delovanja, J. S. Russell je nezavisno otkrio Dopplerov efekat. Vremenom je značaj usamljenih talasa postao skoro njegova obsesija. U radu "Talas translacije" objavljenom 1885., posle njegove smrti, J.S. Russell je primenio teoriju usamljenih talasa na vazduh i etar računajući debljinu atmosfere (uspešno) i veličinu svemira (neuspešno).

Trebalo je da protekne 60 godina dok 1895. godine danski naučnici Kortweg i de Vries nisu izveli jednačinu prostiranja talasa u jednom pravcu na površini plitkog kanala (KdV):

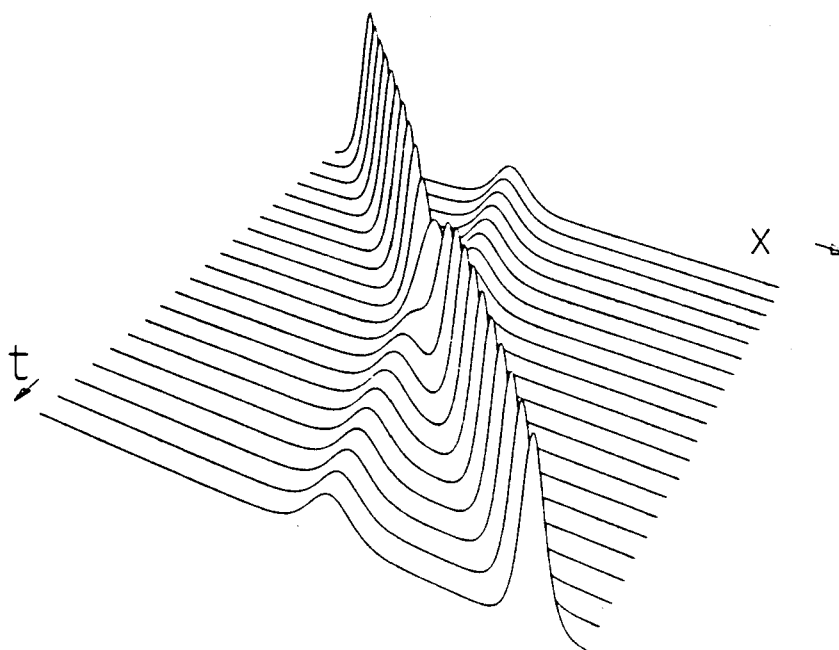
$$u_{\tau} + u_{\xi} + R u u_{\xi} + u_{\xi\xi\xi} = 0 \quad , \quad (1.1)$$

gde su indeksi oznake za parcijalne izvode po promenljivim koje su, kao i funkcija u , upravo proporcionalne vremenu i prostornoj koordinati tj. pomeraju površine od ravnotežnog nivoa. Talas, rešenje KdV jednačine, je istog oblika kao i Russellov. Kreće se konstantnom brzinom bez promene oblika. Njegova brzina zavisi od amplitude.

U Los Alamosu, 1955. godine, Fermi, Pasta i Ulam su proučavali ponašanje sistema, primarno linearnih, u koje su uvodili nelinearnost kao perturbaciju. U kontinualnoj aproksimaciji jednačina kretanja čestice, pod određenim uslovima,

prelazi u KdV jednačinu. Svodenje kvadratno i kubno nelinearnih lanaca na KdV i modifikovanu KdV jednačinu se naziva reduktivna perturbaciona teorija (reductive perturbation theory). Za beskonačan lanac usamljeni talas predstavlja talas malih amplituda koji nosi moment duž lanca u lokalizovanim paketima.

Reč soliton se prvi put javlja u radovima Zabuskya i Kruskala (1965. godine). Oni su vršili numerička ispitivanja KdV jednačine. Otkrili su da usamljeni talasi prolaze jedan kroz drugi bez promene oblika i sa malom promenom faze (slika 1). Ovaj fazni pomeraj onemogućuje pojavljivanje početnog stanja, već njemu vrlo bliskog stanja. Upravo osobina KdV usamljenih talasa da se ne raspadaju niti disperguju prilikom sudara nagnala je Zabuskya i Kruskala da ih nazovu "solitoni". Sufiks "on" je oznaka za čestice na grčkom.



slika 1: sudar dva KdV usamljena talasa

Činjenica da se, posle sudara, usamljeni talas pojavljuje u istom obliku je iznenadujuća usled jake nelinearnosti tokom sudarnog procesa. Ovo je važna osobina, jer pokazuje da se energija može prostirati u lokalizovanim, stabilnim "paketima", a da se ne disperguje.

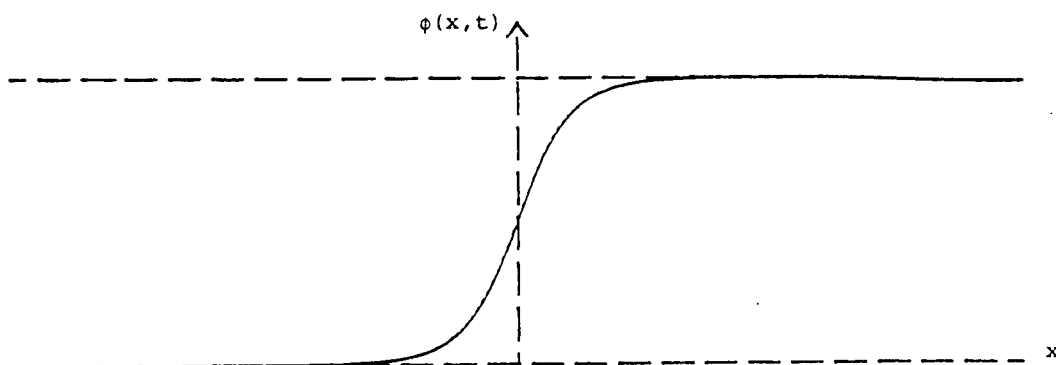
Iako je ovakvo ponašanje svojstveno mnogim parcijalnim diferencijalnim jednačinama (PDJ), treba primetiti da ga većina PDJ, koje poseduju rešenja oblika usamljenih talasa, ne pokazuje. Neke jednačine imaju rešenja približno soliton tipa u smislu da se, posle sudara, talasi razilaze malo promenjenog oblika ostavljajući iza sebe mali deo energije u obliku oscilacija. Ovakva osobina se naziva "poput solitona" (soliton-like). Međutim, u fizici čvrstog stanja, kao i u fizici čestica, međusobna transparentija talasa i nije tako važna u poređenju sa drugim osobinama (lokalnost, konačna energija). Tada se i pojam solitona koristi u smislu "poput solitona". Takođe, reč soliton pre se odnosi na čestičnu osobinu nego na oblik. Tako, rešenje KdV jednačine je $(\text{sech})^2$, dok je kod modifikovane KdV jednačine (MKdV) oblika (sech) . Jedan od najranijih modela u teoriji polja je bila linearna Klein-Gordon jednačina:

$$\Phi_{xx} - \Phi_{tt} = m^2 \Phi \quad (1.2)$$

Kao njeno nelinearno uopštavanje predložena je jednačina oblika:

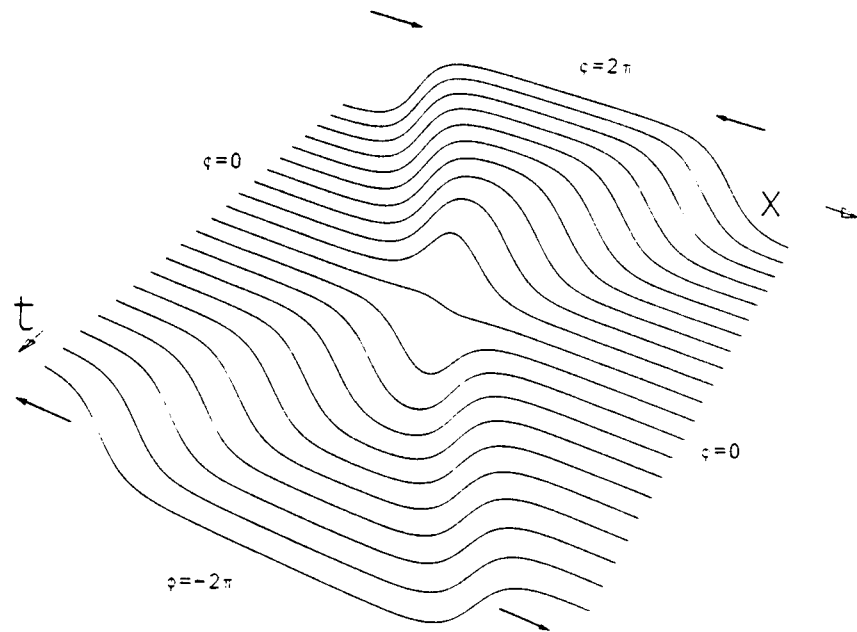
$$\Phi_{xx} - \Phi_{tt} = m^2 \sin \Phi \quad (1.3)$$

kasnije nazvana sine-Gordonova (sG). Njeno rešenje je predstavljeno na slici 2 i naziva se "kink" (petlja).



slika 2: kink rešenje sine-Gordon jednačine

Numeričkim metodom je, 1962. godine, pronađeno analitičko rešenje direktnog sudara dva kinka jednake, ali suprotne brzine (slika 3).



slika 3: kink - antikink sudar u sine - Gordon jednačini

Sudar nije prouzrokovao bilo anihilaciju, bilo oscilacije, čak ni u centru ($(\Psi_x)_0 \neq 0$). Sistem je prešao u dva susedna vakuum stanja.

Ukoliko Schrödingerovoj jednačini dodamo član $\beta \Psi |\Psi|^2$ kao potencijal dobijamo nelinearnu Schrödingerovu jednačinu (NSE):

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial t} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} + \beta \Psi |\Psi|^2 = 0 \quad , \quad (1.4)$$

Ψ je kompleksna funkcija i za očekivati je rešenje u obliku modulirane oscilacije. Rešavanje NSE daje obvojnici oblika sech. Ispada da ova jednačina, poput KdV, MKdV i sine-Gordon ima soliton rešenje.

Jednodimenzioni sistemi sa nelinearnostima dovoljno jakim da omoguće solitonske ekscitacije pobuđuju veliko interesovanje. Pojedini magnetici, kod kojih molekularna geometrija pretpostavlja interakciju spinova duž jednog pravca ostalim, su posebno pogodni modeli na temperaturama iznad temperature trodimenzionog uređivanja.

Mikeska [11] je pokazao da se hamiltonijan jednodimenzionog feromagnetika sa anizotropijom tipa "laka ravan" može svesti na sine-Gordon jednačinu. Kao jedno od rešenja ove jednačine pojavljuju se kink solitoni. Ovaj model je primenjen

na feromagnetik CsNiF_3 [9]. Rezultati neelastičnog rasejanja neutrona su interpretirani kao prva eksperimentalna potvrda egzistencije solitona. No, javile su se i sumnje. Dobijeni centralni pik možda sadrži i druge doprinose. Otuda i potreba za drugim eksperimentalnim tehnikama.

2. OPŠTE OSOBINE MAGNETNO UREDENIH SISTEMA

Kod nekih atoma, jona ili molekula već u osnovnom stanju postoje magnetni momenti različiti od nule. U kristalima sastavljenim od tih atoma, jona, molekula pri određenim uslovima (niska temperatura), magnetni momenti se nalaze u uredenom stanju i obrazuju materije koje aktivno reaguju na spoljno magnetno polje.

Ukoliko postoji spontani magnetni moment, iako nema primenjenog magnetnog polja, radi se o feromagnetima. Postojanje spontanog magnetnog momenta ukazuje na pravilnost rasporeda magnetnih momenata atoma. No, ta pravilnost mora imati uzročnik. Magnetna uredenost feromagnetika (kao i antiferomagnetika i ferimagnetika), na niskim temperaturama, izazvana je korelacijom prostornih usmerenosti magnetnih momenata. Za takvu uredenost odgovorna je interakcija izmene. Energija izmene nema klasičan analogon, iako je elektrostatičkog porekla. Energija sistema zavisi od prostorne simetrije talasne funkcije sistema, kao i od ukupnog spina. Tu činjenicu odražava interakcija izmene. Energija izmene je reda veličine $e^2/a \approx 10^{-19} \text{ J}$. Njenom usmeravajućem dejstvu suprotstavlja se toplotno kretanje, i na temperaturi Curiea dolazi do razaranja spinske uredenosti. Sledi da je energija izmene reda veličine srednje toplotne energije jednog atoma na temperaturi Curiea (na $1000\text{K} \sim 10^{-20} \text{ J}$).

Od orijentacije spinova zavisi i neposredno medudejstvo magnetnih momenata elektrona. Medudejstvo spinskih magnetnih momenata elektrona naziva se spin - spinska interakcija, a medudejstvo spinskog magnetnog momenta sa magnetnim momentom orbitalnog kretanja naziva se spin - orbitalna interakcija. Oba su medudejstva proporcionalna proizvodu magnetnih momenata, i obrnuto proporcionalna kvadratu rastojanja. Za najbliže atome proračun energije medudejstva magnetnih momenata elektrona je reda veličine 10^{-24} J , što je malo i u poređenju sa energijom izmene.

Ovim je uočen dominantan uticaj interakcije izmene na međusobnu orijentaciju spinova. Tu se njena uloga i završava. Spin interaguje sa orbitalnim kretanjem preko spin - orbitalne interakcije. Tako se u kristalu javljaju ose lakog namagnetisanja. Magnetizacija se orijentiše prvenstveno duž njih. Energija medudejstva magnetnog momenta spina sa poljem anizotropije je, po redu veličine, jednaka energiji spin - spinske interakcije.

Osnovno stanje kristala odgovara paralelno orijentisanim spinovima. Svako narušavanje ovog stanja rasprostire se u vidu

tzv. spinskog talasa. Tako, elementarna pobudjenja spinskog sistema poprimaju talasni oblik i nazivaju se magnonima.

Električni otpor u feromagneticima nastaje usled rasejavanja provodnih elektrona na fononima i spinskim talasima. Drugi slučaj proizilazi iz interakcije izmene između provodnih elektrona i lokalizovanih magnetnih elektrona.

Slabo pobudena stanja magnetne rešetke se, obično, opisuju idealnim gasom kvazičestica tj. u aproksimaciji neinteragujućih magnona. Jasno je da međudejstva magnona mogu dovesti do značajnih promena spektra elementarnih pobudjenja, pa i do obrazovanja vezanih stanja magnona. Prirodna pretpostavka, da je energija magnetne anizotropije mnogo manja od energije izmene, omogućava dobijanje analitičkog izraza za energiju vezanih stanja N magnona u jednodimenzionom slučaju.

3.

HAMILTONIJAN SISTEMA

Pri razmatranju problema zadržaćemo se na jednodimenzionim feromagnetima. Drugim rečima, magnetni sistem se modelira lancem upravljenim duž z - ose. Osim što nam pojednostavljuje analizu, jednodimenzioni model dobro opisuje neke realne magnetike. Radi dobijanja solitonskih rešenja razmatramo veliki broj čvorova ($N \gg 1$) na ravnotežnom rastojanju R_0 .

Pored f ili d elektrona odgovornih za spinske talase posmatrani su provodni s elektroni, kao i $s-d$ ili $s-f$ interakcija Vonsovskog. Odgovarajući hamiltonijan je oblika:

$$H = H_s + H_l + H_{sl} \quad (3.1)$$

H_s je hamiltonijan provodnih elektrona, a H_l magnetnog pod-sistema. Konačno, hamiltonijan H_{sl} opisuje izmensku interakciju provodnih elektrona i lokalizovanih spinova magnetnih jona. Oznake f i d su zamenjene sa l (od lokalizovan).

I) Prvi izraz glasi

$$H_s = \sum_{k,\sigma} E_{k\sigma} a_{k\sigma}^+ a_{k\sigma} \quad (3.2)$$

gde su $a_{k\sigma}^+$, $a_{k\sigma}$ anihilacioni i kreacioni Fermi operatori s elektrona sa kvazi impulsom \vec{k} i spinskom projekcijom $\sigma = \pm 1/2$ (gore i ili dole i). Energija provodnog elektrona u prisustvu spoljašnjeg magnetnog polja h duž z - ose:

$$E_{k\sigma} = E_k + \sigma g_s m_B h - S W_{kk} \delta_{\sigma, \uparrow} \quad (3.3)$$

$$E_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2 m^*} \quad (3.4)$$

g_s - Landeov faktor, m_B - Bohrov magneton, m^* - efektivna masa elektrona.

II) "Proučavanje nelinearnih ekscitacija u magnetnim sistemima možemo, u suštini, izvršiti na dva načina: spinovi se mogu, od početka, smatrati klasičnim promenljivim ili se može uzeti u obzir kvantni karakter spinskih operatora i, tek kasnije, uvesti klasičan formalizam. Jedan od najkorisnijih postupaka u drugom pristupu je primena različitih bozonskih reprezentacija spinskih operatora, obavezno aproksimativnog karaktera. Dobro poznata Holštajn - Primakov reprezentacija je, svakako, posebno korisna za veće spinove ($S \gg 1$)." [14].

Analiza osobina feromagnetika se vrši najčešće u okviru Heisenbergovog modela. To znači da za opisivanje malih energija pobudjenja operator hamiltonijana Coulombovskog međudejstva elektrona i jezgra zamenjujemo fenomenološkim, Heisenbergovim hamiltonijanom. U njemu eksplicitno figurišu samo međudejstva odgovorna za orijentaciju spinova.

Ako zanemarimo spin - orbitalnu intrakciju, međuatomska interakcija je izmenskog tipa, tj. zavisi jedino od ugla koji međusobno zaklapaju spinovi.

$$H_1 = -g_s m_B h \sum_n S_n^z - \frac{J_0}{4} \sum_n (S_n^+ S_{n+1}^- + S_n^- S_{n+1}^+) - \frac{J_0^z}{2} \sum_n S_n^z S_{n+1}^z \quad (3.5)$$

Spinske komponente S_n^z , S_n^+ , S_n^- odgovaraju čvoru n . Integrali izmene za najbliže susede su J_0 , J_0^z .

Od suštinske je važnosti pretpostavka o slaboj anizotropiji koja je data uslovom

$$\frac{J_0^z - J_0}{J_0} \ll 1 \quad (3.6)$$

Kvadrat operatora spina svakog atoma ima samo jednu vrednost $s(s+1)$. To znači da su tri operatora S^z , S^+ , S^- vezana jednačinom:

$$S^2 = (S^z)^2 + \frac{1}{2} (S^+ S^- + S^- S^+) = s(s+1) \quad (3.7)$$

odnosno, da su samo dva od njih nezavisni. Komutacione relacije operatora S_n^+ , S_n^- su:

$$\begin{aligned} \{S_n^-, S_n^+\} &= 1 \quad , \quad S_n^2 = (S_n^+)^2 = 0 \quad \mathbf{S} = \frac{1}{2} \\ [S_n^-, S_m^+] &= [S_n^-, S_m^+] = 0 \quad , \quad n \neq m \quad . \end{aligned} \quad (3.8)$$

One nisu ni bozonskog ni fermionskog tipa. Da bi se spinski operatori izrazili preko Bose operatora vrše se različite aproksimacije. Upotrebimo HP Bose reprezentaciju:

$$\begin{aligned} S_n^z &= S - B_n^+ B_n \quad , \\ S_n^+ &= (2S - B_n^+ B_n)^{1/2} B_n \quad , \\ S_n^- &= B_n^+ (2S - B_n^+ B_n)^{1/2} \quad , \end{aligned} \quad (3.9)$$

gde su B_n, B_n^+ anihilacioni i kreacioni operatori magnonskih ekscitacija u čvoru n . Kako je spin atoma fiksiran, to oni uzimaju $2s+1$ vrednost: $0, 1, 2, \dots, 2s$. Ovo ograničenje razlikuje operatore B_n, B_n^+ od običnih Bose operatera koji deluju u prostoru sa proizvoljnim brojem popunjenosti. No, ako svojstvene vrednosti operatora B^+B ne prelaze vrednost $2s$ (broj popunjenosti je mali) tada je $\langle B_n^+ B_n \rangle \ll S$ i opravdana je aproksimacija:

$$\begin{aligned} S_n^z &= S - B_n^+ B_n, \\ S_n^+ &= \sqrt{2S} \left(1 - \frac{1}{4S} B_n^+ B_n\right) B_n, \\ S_n^- &= \sqrt{2S} B_n^+ \left(1 - \frac{1}{4S} B_n^+ B_n\right). \end{aligned} \quad (3.10)$$

U skladu sa njom, u izrazu za hamiltonijan magnetnog podsistema zanemaren je član sa 6 Bose operatera:

$$\begin{aligned} H_1 &= -g_s m_B h N S - \frac{J_0^z N S^2}{2} + (-g_s m_B h + J_0^z S) \sum_n B_n^+ B_n - \\ &- \frac{J_0 S}{2} \sum_n (B_{n+1}^+ B_n + B_n^+ B_{n+1}) - \frac{J_0^z}{2} \sum_n B_n^+ B_{n+1}^+ B_n B_{n+1} + \\ &+ \frac{J_0 S}{8} \sum_n \{[(B_{n+1}^+)^2 + (B_n^+)^2] B_{n+1} B_n + B_{n+1}^+ B_n^+ [(B_n)^2 + (B_{n+1})^2]\}. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Kako smo pretpostavili mali broj otklonjenih spinova, to verovatnoća interakcije više pobuđenja opada sa njihovim brojem.

Ako se izvrše Furie transformacije:

$$B_n = N^{-1/2} \sum_q B_q e^{iqR_0 n}, \quad (3.12)$$

hamiltonijan dobija oblik:

$$H_1 = \Lambda_0 + \sum_q \epsilon_q B_q^+ B_q - N^{-1} (J_0^z - J_0) \sum_{q, q_1, q_2} B_{q+q_2}^+ B_{q_1-q_2}^+ B_q B_{q_1}, \quad (3.13)$$

gde su novi energijski parametri:

$$\begin{aligned} \Lambda_0 &= -J_0^z S^2 N - g_s m_B h S N, \\ \epsilon_q &= g_s m_B h + 2S J_0^z - 2J_0 \cos q R_0. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Kako je u radu primenjena dugotalasna aproksimacija, to je prilikom Furie transformacije interakcionog člana zanemarena disperzija.

III) Električni otpor feromagnetnih metala prouzrokovan je rasejanjem provodnih elektrona na fononima i spinskim talasima. Kako ovi metali poseduju, na Fermi energiji, dve preklopljene zone, s i d, to se u oba slučaja rasejanje vrši ili unutar jedne zone ili sadrži s - d prelaze. Osim toga, mogu se javiti i elastični procesi čiji je relativan značaj teško proceniti, a kamoli ih izdvojiti od ostalih procesa.

S.V. Vonsovski [17] je utvrdio da se doprinos električnoj otpornosti u feromagneticima javlja kao rezultat interakcije izmene između provodnih i lokalizovanih magnetnih elektrona (s - d ili s - f interakcija). Doprinos spinskih talasa vrednosti specifičnog otpora ρ_{mag} se često naziva "otpor spinske neuređenosti" (spin - disorder resistivity). Na najnižim temperaturama (nižim od 10 K za Fe, Co, Ni) Kasuya [4] je pretpostavljajući zakon disperzije spinskih talasa $E_q = \mathcal{D}q^2$ dobio zavisnost

$$\rho_{mag} = \frac{\pi^3}{8} \frac{V}{N} \frac{m^*}{e^2} \frac{W^2}{hE_F} (g_s - 1)^2 j \left(\frac{kT}{k_F^2 \mathcal{D}} \right)^2, \quad (3.15)$$

gde su: $E_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m^*}$ - Fermi energija provodnih elektrona,
 W - parametar jačine s-d interakcije,
 j - ukupni angularni moment magnetnog atoma,
 V - zapremina kristala.

Rezultati Kasuya i Mannaria [4] mogu objasniti ponašanje ρ_{mag} na temperaturama $T \ll T_c$. No, to nije slučaj sa nešto višim, ali i dalje dovoljno niskim temperaturama na kojima je teorija spinskih talasa dobra aproksimacija.

Na tim temperaturama s - d prelazi postaju osnovni mehanizmi električne otpornosti. Model sfernih energetskih zona [4] sa Fermi momentima k_{F_1} i k_{F_2} , kao i uslov postojanja s - d prelaza, zahteva spinske talase sa talasnim vektorima većim od razmaka između dve Fermi sfere. To znači da ovaj uslov nije zadovoljen na veoma niskim temperaturama ($T < 10$ K).

Treba napomenuti da aproksimiranje energetske površine svake zone izrazom

$$E(\vec{k}_\alpha) = E_\alpha + \frac{\hbar^2 k_\alpha^2}{2m_\alpha^*}, \quad (3.16)$$

dovodi do moguće pojave anizotropije ρ_{mag} samo usled anizotropije spektra spinskih talasa, a ne i elektronske strukture.

Interakcija s - l utiče na optičke, magnetne i transportne osobine magnetnih poluprovodnika i metala retkih zemalja. U aproksimaciji jedne zone (single-band) hamiltonijan Vonsovskog

je oblika

$$\begin{aligned}
 H_{s-1} = & - \left(\frac{2S}{N} \right)^{1/2} \sum_{k_1, k_2, q} W_{k_1 k_2} \delta(k_2 - k_1 + q) (a_{k_1 \uparrow}^+ a_{k_2 \downarrow} B_q + a_{k_2 \downarrow}^+ a_{k_1 \uparrow} B_q^+) + \\
 & + (2N)^{-1} \sum_{\substack{k_1, k_2, \\ q_1, q_2}} W_{k_1 k_2} \delta(k_2 - k_1 + q_2 - q_1) (a_{k_1 \uparrow}^+ a_{k_2 \uparrow} - a_{k_1 \downarrow}^+ a_{k_2 \downarrow}) B_{q_2}^+ B_{q_1} \quad ,
 \end{aligned}
 \tag{3.17}$$

gde je W_{k_1, k_2} energija slabe interakcije (reda veličine 10^{-3}eV) koja, u većini realnih situacija, slabo zavisi od k_1, k_2 .

4. JEDNAČINA KRETANJA I SOLITONSKO REŠENJE

Uvedimo koherentno stanje* $|\beta\rangle$ kao svojstvenu funkciju operatora anihilacije magnona:

$$B|\beta\rangle = \beta|\beta\rangle \quad (4.1)$$

Koristeći se kompletnošću skupa svojstvenih vektora $|n\rangle$ operatora broja bozona, moguće je koherentna stanja razviti po stanjima $|n\rangle$:

$$|\beta\rangle = \sum \langle n|\beta\rangle |n\rangle \quad (4.2)$$

gde su koeficijenti razvoja $\langle n|\beta\rangle = e^{-\frac{|\beta|^2}{2}} \frac{\beta^n}{\sqrt{n!}}$.

Kako se $|n\rangle$ može definisati na sledeći način

$$|n\rangle = \frac{(B^+)^n}{\sqrt{n!}} |0\rangle \quad (4.3)$$

gde je $|0\rangle$ - vakuumsko stanje Bose sistema, to imamo konačni izraz za koherentna stanja:

$$|\beta\rangle = e^{-\frac{|\beta|^2}{2}} e^{\beta B^+} |0\rangle \quad (4.4)$$

Iako stanja $|\beta\rangle$ nisu ortogonalna ona, ipak, zadovoljavaju uslov kompletnosti. To omogućava da se bilo koji drugi vektor $|f\rangle$, kao i proizvoljni operator izrazi pomoću koherentnih stanja.

Kako je rečeno, proučavanje nelinearnih pobuđenja magnetnog sistema može se izvršiti, u suštini, na dva načina. Izabran je onaj, koji uračunava kvantni karakter spinskih operatora, a tek kasnije uvodi klasičan formalizam. Njemu je posebno podobna primena bozonskih reprezentacija spinskih operatora zato što omogućavaju sistematsko uvođenje kvantnih korekcija. Holštajn - Primakov reprezentacija (1940. godine), u klasičnoj granici ($S \rightarrow \infty$, $\hbar \rightarrow 0$), dovodi do "klasičnih" rezultata, rezultata dobijenih tretiranjem spina kao klasične promenljive [15]. Tako je u slučaju korišćenja celog razvoja spinskih operatora.

* Često se nazivaju i Glauberova koherentna stanja, mada ih je prvi posmatrao Schrödinger analizirajući stanja minimalne neodređenosti talasnih paketa. Glauber [7] ih je, kasnije, upotrebio za kvantnomehanički opis koherentnih izvora svetlosti.

Međutim, korišćena je "okrnjena" reprezentacija u kojoj se zadržava samo ograničen broj članova reda. Upravo razvoj u red je moguć u slučaju velikih vrednosti spina (high - spin limit). Time je i sam metod ograničen, odnosno, ima aproksimativni karakter. Nelinearna Schrödingerova jednačina, u ovom slučaju poseduje solitonska rešenja ukoliko se u određenom trenutku $t = 0$ fizički sistem nalazi u Glauberovom koherentnom stanju. No, ukoliko se posmatrani sistem nalazi u Blochovom koherentnom stanju za $S \gg 1$ [10], kvantni Heisenbergov lanac se ponaša isto kao njegov klasični analogon. Pod tim uslovom Blochova koherentna stanja prelaze u Glauberova [10]. Znači, u klasičnoj granici se uspostavlja ekvivalencija sa "klasičnim tretmanom". No, to nije sve. Usrednjavanje po Glauberovim koherentnim stanjima je od značaja samo za veliko S [15]. Time upotreba Holštajn - Primakov reprezentacije i Glauberovih koherentnih stanja dovodi do istih rezultata pri $S \rightarrow \infty$ kao i primena spinskih koherentnih stanja. Ipak je pokazano [15] da se rezultat primene "okrnjenog" razvoja poklapa sa korektnim izrazom zahvaljujući potiranju članova višeg reda. To ukazuje na neophodnost opreza, kako pri upotrebi "okrnjene" reprezentacije, tako i pri tumačenju dobijenih rezultata.

Evolucija sistema sa hamiltonijanom (3.13) se traži u aproksimaciji koherentnih stanja, tj. pomoću vektora stanja $|\Psi\rangle$ predstavljenog izrazom

$$|\Psi_{sol}(t)\rangle = \prod_q |\beta_q\rangle \quad (4.5)$$

Prema tome, očekivana vrednost hamiltonijana (3.13) u stanju (4.5) je skalarna funkcija svih $\beta_q(t)$ i njihovih kompleksno konjugovanih vrednosti:

$$\begin{aligned} \chi &= \langle \Psi_{sol}(t) | H_1 | \Psi_{sol}(t) \rangle = \\ &= \Lambda_0 + \sum_q \epsilon_q |\beta_q(t)|^2 - N^{-1} (J_0^z - J_0) \sum_{q, q_1, q_2} \beta_{q+q_2}^* \beta_{q_1-q_2}^* \beta_{q_1} \beta_q \quad (4.6) \end{aligned}$$

Parametar $\beta_q(t)$ i solitonsku amplitudu, uzimamo za generalisanu koordinatu, a $i\hbar \beta_q^*(t)$ za odgovarajući generalisan momenat. U ovom trenutku se uvodi klasičan formalizam. Jednačine kretanja za ove kanoničke promenljive su klasične Hamiltonove jednačine u kojima, kao hamiltonijan sistema, figuriše očekivana vrednost kvantnog hamiltonijana.



Prema tome, koherentne amplitude su povezane relacijama

$$i\hbar \dot{\beta}_q(t) = \varepsilon_q \beta_q - 2N^{-1}(J_0^z - J_0) \sum_{q_1, q_2} \beta_{q_1 - q_2}^* \beta_{q - q_2} \beta_{q_1} \quad (4.7)$$

odnosno,

$$i\hbar \sum_q e^{iqz} \dot{\beta}_q(t) = \sum_q \varepsilon_q e^{iqz} \beta_q(t) - 2N^{-1}(J_0^z - J_0) \sum_{q, q_1, q_2} e^{iqz} \beta_{q_1 - q_2}^*(t) \beta_{q - q_2}(t) \beta_{q_1}(t) \quad (4.8)$$

Furie transformacijom $\beta_n(t)$ kanoničke promjenljive $\beta_q(t)$

$$\beta_n(t) = N^{-1/2} \sum_q e^{iqz} \beta_q(t) \quad (4.9)$$

i prelaskom na kontinualnu transformaciju,

$$\beta_n(t) \rightarrow \beta(z, t) \quad (4.10)$$

dobija se

$$\varepsilon_q \approx g_s m_B \hbar + 2S(J_0^z - J_0) - J_0 S R_0^2 q^2 \quad ,$$

$$N^{-1/2} \sum_q e^{iqz} \beta_q(t) q^2 = - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \beta(z, t) \quad , \quad (4.11)$$

$$N^{-3/2} \sum_{q, q_1, q_2} e^{iqz} \beta_{q_1 - q_2}^*(t) \beta_{q - q_2}(t) \beta_{q_1}(t) = |\beta(z, t)|^2 \beta(z, t) \quad .$$

Sada se jednačina (4.8) može predstaviti u vidu nelinearne Schrödingerove jednačine

$$i\hbar \dot{\beta}(z, t) = [g_s m_B \hbar + 2S(J_0^z - J_0)] \beta(z, t) - J_0 S R_0^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \beta(z, t) - 2(J_0^z - J_0) |\beta(z, t)|^2 \beta(z, t) \quad (4.12)$$

Normirana rešenja jednačine (4.12) imaju oblik usamljenog talasa (dodatak 1)

$$\beta(z, t) = N^{1/2} \left(\frac{\mu}{2}\right)^{1/2} \frac{e^{i[k_s(z - z_0) - \omega_s t]}}{\text{ch}\left[\frac{\mu}{R_0}(z - z_0 - vt)\right]} \quad (4.13)$$

Pri normiranju je uzeto u obzir da je soliton vezano stanje N

magnona. Solitonski parametri su dati relacijama

$$\begin{aligned} k_s &= \frac{h}{2SJ_0 R_0^2} v \\ \mu &= (2S)^{-1} \frac{J_0^z - J_0}{J_0} N \end{aligned} \quad (4.14)$$

Talasni broj solitona je k_s , brzina v , z_0 koordinata maksimalne vrednosti amplitude solitonskog talasa.

Energija solitona se određuje pomoću funkcionala (4.6) u čvornoj reprezentaciji

$$\begin{aligned} \chi &= \Lambda_0 - \Delta \sum_n \beta_n^* \beta_n - J_0 S \sum_n \beta_n^* (\beta_{n+1} + \beta_{n-1}) - J_0^z \sum_n \beta_n^* \beta_{n+1}^* \beta_{n+1} \beta_n + \\ &+ \frac{J_0}{4} \sum_n [(\beta_n^{*2} + \beta_{n+1}^{*2}) \beta_n \beta_{n+1} + \beta_n^* \beta_{n+1}^* (\beta_n^2 + \beta_{n+1}^2)] \end{aligned} \quad (4.15)$$

gde su

$$\begin{aligned} \Lambda_0 &= -g_s m_B h N S - J_0^z N S^2, \\ \Delta &= -g_s m_B h - 2SJ_0^z \end{aligned} \quad (4.16)$$

Prelaskom na kontinualnu aproksimaciju funkcional postaje

$$\begin{aligned} \chi &= \Lambda_0 - \frac{\Delta + 2J_0 S}{R_0} \int_{-\infty}^{+\infty} |\beta(z,t)|^2 dz - J_0 S R_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \beta^*(z,t) \frac{\partial^2 \beta(z,t)}{\partial z^2} dz - \\ &- (J_0^z - J_0) \frac{1}{R_0} \int_{-\infty}^{+\infty} |\beta(z,t)|^4 dz \end{aligned} \quad (4.17)$$

Po uvrštavanju izraza za solitonsku amplitudu (4.13) u gornju formulu

$$\begin{aligned} \chi &= \Lambda_0 - (\Delta + 2SJ_0) N + (J_0 S k_s^2 R_0^2 + \frac{1}{3} SJ_0 \mu^2) N - \\ &- \frac{\mu}{3} (J_0^z - J_0) N^2 \end{aligned} \quad (4.18)$$

Solitonski parametar se izračunava iz uslova minimuma funkcionala (4.18)

$$\frac{\partial \chi}{\partial \mu} = 0 \quad (4.19)$$

tako da je eksplicitni izraz oblika

$$\mu = \frac{(J_0^z - J_0) N}{2J_0 S} \quad (4.20)$$

Uvrštavanjem (4.20) i izraza za talasni broj (4.14) u (4.18) dobija se aproksimativni izraz za energiju solitona

$$E_{sol} = E_0 + \frac{1}{2} M^* v^2, \quad (4.21)$$

$$E_0 = [g_S m_B h + 2S(J_0^z - J_0)]N - \frac{(J_0^z - J_0)^2}{12 J_0 S} N^3,$$

gde se efektivna masa solitona definiše na sledeći način

$$M^* = \frac{\hbar^2 N}{2J_0 S R_0^2}. \quad (4.22)$$

Prema fizičkoj slici Ichikawae i saradnika [5] solitonsko rešenje (4.13) se može prikazati kao superpozicija velikog broja magnona. Naime Furie transformacija solitonskog rešenja:

$$\beta_q(t) = \frac{1}{R_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \beta(z,t) e^{-iqz} dz, \quad (4.23)$$

daje Furie komponentu za odgovarajuću vrednost talasnog vektora q u obliku

$$\beta_q(t) = N^{1/2} (2\mu)^{-1/2} \frac{e^{i[(k_s v - kv - \omega_s)t - qz_0]}}{\text{ch}\left[\frac{\pi R_0}{2\mu}(k_s - q)\right]}. \quad (4.24)$$

Prema Ichikawai [5], srednja vrednost broja magnona u solitonskom stanju sa određenim talasnim brojem je data izrazom

$$\overline{N}_q^s = |\beta_q(t)|^2 = N (2\mu)^{-1} \pi^2 \text{sech}^2\left[\frac{\pi R_0}{2\mu}(k_s - q)\right]. \quad (4.25)$$

Zanimljivo je uporediti ovu fizičku sliku solitona, kao vezanog stanja velikog broja magnona, sa tretmanom Ivanova i Koseviča [6]. Oni su proučavali uslove formiranja vezanih stanja velikog broja magnona (magnonske kapi, klastera) u feromagnetima tipa "laka osa".

Amplituda interakcije dugotalasnih magnona U određena je energijom magnetne anizotropije. Prema ovom modelu energija vezanog stanja, kao funkcija broja vezanih čestica N izražena je formulom:

$$E(N) = N \varepsilon_0 \left(1 - \frac{N^2 - 1}{3 N_1^2}\right), \quad (4.26)$$

gde su $N_1 \sim \left(\frac{J_0}{J_0^z - J_0}\right)^{1/2}$, parametar egzistencije klastera,

ε_0 energija slobodnog magnona.

Konzistentnost ovog modela, za veliki broj vezanih magnona ($N \gg 1$) obezbeđena je uslovom

$$N_1 \gg N . \quad (4.27)$$

On je ekvivalentan tvrdnji da je energija magnetne anizotropije mnogo manja od energije izmene. Drugim rečima, energija međudejstva dva magnona je mala u poređenju sa širinom energetske zone slobodnih kvazi čestica.

Istim radom [6] je obuhvaćen i klasični tretman ovog problema. Primenom varijacionog principa na Landau - Lifšic jednačinu dobijen je sledeći rezultat

$$E(N) = N \varepsilon_0 \left(1 - \frac{N^2}{3N_1^2}\right) . \quad (4.28)$$

Time je pokazana korespodencija kvantnog i klasičnog pristupa ovom problemu.

Do sada je razmatran soliton, kao vezano stanje više magnona. Od interesa je i razmatranje termodinamike razređenog gasa više solitona.

Neka je u lancu dužine L termički pobuđen jedan soliton. Statistička suma jednog solitona je

$$z_1 = \iint \frac{dp dz_0}{B} e^{-\frac{E_{sol}(v)}{kT}} , \quad (4.29)$$

gde su: B - odgovarajuća konstanta normiranja,

$$E_{sol} = E_0 + \frac{1}{2} M^* v^2 ,$$

$$E_0 = [g_S m_B h + 2S(J_0^z - J_0)]N - \frac{(J_0^z - J_0)}{12 S J_0} N^3 , \quad (4.30)$$

$$M^* = \frac{N h^2}{2S J_0 R_0^2} .$$

Elementarno računanje daje

$$z_1 = \frac{2L}{B} \sqrt{\frac{2M^*}{\beta \pi}} e^{-\beta E_0} \operatorname{erf}\left(C_0 \sqrt{\frac{M^* \beta}{2}}\right) ,$$

gde su

$$\beta = (k_B T)^{-1} , \quad (4.31)$$

C_0 najveća (granična) brzina solitona,

L dimenzija lanca.

Pri uslovima $E_{\text{sol}} \gg k_B T$ sa slučaja jednog solitona lako je preći na slučaj sa malom gustinom solitona. Tada oni međusobno ne interaguju i statistička suma solitonskog gasa je

$$\mathcal{Z} = \sum_n \frac{1}{n!} z_1^n e^{n\mu_{\text{sol}}\beta} = e^{z_1 e^{\mu_{\text{sol}}\beta}}, \quad (4.32)$$

gde je μ_{sol} - hemijski potencijal solitona.

Broj solitona je dat izrazom

$$\mathcal{N} = -\frac{\partial F}{\partial \mu_{\text{sol}}} = \beta^{-1} \frac{\partial}{\partial \mu_{\text{sol}}} (\ln \mathcal{Z}) = z_1 e^{\mu_{\text{sol}}\beta}. \quad (4.33)$$

Najzad, gustina solitona $n_s = \frac{\mathcal{N}}{L}$ ima eksplicitan izraz

$$n_s = \frac{2L}{B} \sqrt{\frac{2M^*}{\beta\pi}} e^{-\beta(\mu_{\text{sol}} - E_0)} \text{erf}\left(C_0 \sqrt{\frac{M^*\beta}{2}}\right) \quad (4.34)$$

5. OPŠTE NAPOMENE O
NERAVNOTEŽNOJ STATISTICI ZUBAREVA

Jednačine koje opisuju tok fizičkih procesa u vremenu ukazuju na postojanje dve vrste procesa. Kod jednih su jednačine invarijantne u odnosu na promenu znaka vremena i tada govorimo o povratnim (ravnotežnim) procesima. Ako to nije slučaj procesi se nazivaju nepovratni (neravnotežni).

Prilikom razmatranja neravnotežnog procesa u makroskopskom sistemu definišu se dva tipa veličina karakterističnih za dati proces: termodinamičke struje (J_i) i termodinamičke sile (X_i). U opštem slučaju, bilo koja termodinamička sila može izazvati bilo koju struju:

$$J_i = \sum_{k=1}^n L_{ik} X_k \quad , \quad (5.1)$$

gde su L_{ik} kinetički koeficijenti.

Statistička termodinamika neravnotežnih procesa zasnovana je na zakonima održanja samih mehaničkih veličina, a ne njihovih srednjih vrednosti. Time se zakoni održanja razmatraju sa mikroskopskog gledišta.

U sistemima sa unutrašnjim stepenima slobode, može doći do njihovog pobudjenja. To dovodi do laganog uspostavljanja ravnoteže među spoljašnjim i unutrašnjim stepenima slobode, do relaksacije. Zakoni održanja se, tada, pišu u obliku

$$\frac{\partial p_{m_i}(\vec{x}, t)}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{j}_{m_i}(\vec{x}) = J_{m_i}(\vec{x}) \quad , \quad (5.2)$$

gde su $p_{m_i}(\vec{x}, t)$ - matrica gustine mehaničkih veličina (energije, impulsa, broja čestica za pojedina stanja ili i -tog podsistema),

$\vec{j}_{m_i}(\vec{x})$ - matrica gustine struja ,

$J_{m_i}(\vec{x})$ - matrica izvora .

Indeks m uzima vrednosti $m = 0, 1, 2$, dok indeks i uzima onoliko vrednosti koliko ima stanja. Eksplicitno,

$$\begin{aligned} p_{0i}(\vec{x}) &= H_i(\vec{x}), & p_{1i}(\vec{x}) &= p_i(\vec{x}), & p_{2i}(\vec{x}) &= n_i(\vec{x}), \\ \vec{j}_{0i}(\vec{x}) &= \vec{j}_{m_i}(\vec{x}), & \vec{j}_{1i}(\vec{x}) &= \vec{T}_i(\vec{x}), & \vec{j}_{2i}(\vec{x}) &= \vec{j}_i(\vec{x}), \\ J_{0i}(\vec{x}) &= J_{H_i}(\vec{x}), & J_{1i}(\vec{x}) &= f_i(\vec{x}), & J_{2i}(\vec{x}) &= J_i(\vec{x}), \end{aligned} \quad (5.3)$$

- J_{H_i} - operator pune struje energije za i -tu komponentu smese pri čemu važi $\sum_i J_{H_i} = 0$,
- f_i - operator gustine šila interakcije i -tog podsistema sa svim ostalim,
- J_i - operator brzine "reakcije" stvaranja čestica u i -tom stanju.

Osnovni problem je formiranje statističkog operatora ansambla sistema za neravnotežni slučaj. Drugim rečima, pitanje je kako uopštiti ideju Gibbsovog statističkog ansambla za slučaj neravnotežnih procesa. "Gibbsov statistički ansambl je skup svih sistema koji se nalaze u jednakim spoljnim stacionarnim uslovima, tj. koji imaju kontakte istog tipa sa termostatima, pomoću polupropusnih pregrada i koji raspolažu svim mogućim vrednostima mikroskopskih parametara, saglasnih sa zadanim vrednostima makroskopskih parametara, koji ne moraju biti tačno definisani nego u određenim granicama, reda veličine mogućih fluktuacija." [7].

Definišimo lokalno - ravnotežni statistički operator. U sistemu, koji se nalazi u stacionarnim spoljnim uslovima, uspostavlja se lokalna ravnotežna raspodela. Takvo neravnotežno stanje je zadato nehomogenom raspodelom energije i gustine čestica čiji su Furie likovi:

$$H_k = \int e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}} H(\vec{x}) d\vec{x} \quad , \quad (5.4)$$

$$n_k = \int e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}} n(\vec{x}) d\vec{x} \quad .$$

Statistički operator nalazimo iz uslova maksimuma informacione entropije uz dopunske uslove:

$$\langle H_k \rangle = \text{const} \quad , \quad \langle n_k \rangle = \text{const} \quad . \quad (5.5)$$

Statistički operator lokalno - ravnotežne raspodele je dat izrazom

$$\rho_1 = Q_1^{-1} e^{-\sum_k \beta_k H_k - \nu_k n_k} \quad , \quad (5.6)$$

gde je Q dobijeno iz uslova normiranja ($\text{Sp}(\rho) = 1$):

$$Q_1 = \text{Sp} e^{-\sum_k \beta_k H_k - \nu_k n_k} \quad . \quad (5.7)$$

Prelazeći sa Furie likova H_k, n_k na operatore gustine energije

i broja čestica $H(\vec{x})$, $n(\vec{x})$

$$\rho_1 = Q_1^{-1} e^{-\int \beta(\vec{x}) [H(\vec{x}) - \mu(\vec{x}) n(\vec{x})] d\vec{x}}$$

$$Q_1 = \text{Sp} e^{-\int \beta(\vec{x}) [H(\vec{x}) - \mu(\vec{x}) n(\vec{x})] d\vec{x}} \quad (5.8)$$

gde je $\beta(\vec{x})$ lokalna recipročna temperatura, a $\mu(\vec{x})$ lokalni hemijski potencijal

$$\beta(\vec{x}) = \sum_{\vec{k}} \beta_{\vec{k}} e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}}$$

$$\beta(\vec{x}) \mu(\vec{x}) = \sum_{\vec{k}} \nu_{\vec{k}} e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}} \quad (5.9)$$

Kada su temperatura i hemijski potencijal prostorno homogeni, lokalno - ravnotežna raspodela prelazi u raspodelu za veliki kanonski ansambl.

Ukoliko su zakoni održanja dati u obliku (5.2) uopštenje lokalno - ravnotežnog statističkog operatora je

$$\rho_1 = Q_1^{-1} e^{-\sum_{i,m} \int F_{im}(\vec{x},t) p_{im}(\vec{x}) d\vec{x}} \quad (5.10)$$

gde veličine $F_{im}(\vec{x},t)$ imaju smisao termodinamičkih parametara (5.9) dok $p_{im}(\vec{x})$ predstavljaju matrice gustine mehaničkih veličina.

Uvođenje lokalno - ravnotežnog ansambla omogućava postojanje dva vremena relaksacije, τ - vreme relaksacije potrebno za uspostavljanje statističke ravnoteže za ceo sistem i $\tau_1 \ll \tau$ koje određuje uspostavljanje statističke ravnoteže u makroskopski dovoljno malom delu sistema, ali koji sadrži veći deo ukupnog broja čestica i ne zavisi od zapremine celog sistema. Prvo se uspostavlja, za vreme τ_1 , lokalno - ravnotežno stanje u dovoljno malim zapreminama, a zatim teži ka Gibsovoj raspodeli sa karakterističnim vremenom τ , ako nema spoljašnjih uticaja. Od interesa je stanje sistema sastavljenog od l komponenti, sa učešćem transporta energije, čestica i impulsa, za ne suviše male intervale vremena. Statistički operator ρ za $t \ll \tau$ je integral kvantne Liuvilove jednačine

$$\frac{\partial \rho(\vec{x},t)}{\partial t} + \frac{1}{i\hbar} [\rho(\vec{x},t), H] = 0 \quad (5.11)$$

Rešenje jednačine (5.11) potražimo kao funkcional istog oblika kao za lokalno - ravnotežno stanje (5.8):

$$\begin{aligned} \rho(t) &= \Omega^{-1} e^{-\sum_m \int B_m(\vec{x}, t) d\vec{x}} \\ \Omega &= Sp e^{-\sum_m \int B_m(\vec{x}, t) d\vec{x}} \end{aligned} \quad (5.12)$$

gde $B_m(\vec{x}, t)$ dobijamo kauzalnim usrednjavanjem [16]:

$$\begin{aligned} B_m(\vec{x}, t) &= \overline{F_m(\vec{x}, t) p_m(\vec{x})} = \\ &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \epsilon \int_{-\infty}^0 e^{\epsilon t_1} F_m(\vec{x}, t+t_1) p_m(\vec{x}) dt_1 \end{aligned} \quad (5.13)$$

i parametri $F_m(\vec{x}, t)$ imaju smisao termodinamičkih parametara.

U slučaju nepovratnih procesa u prostorno homogenom sistemu koji se sastoji od slabo interagujućih podсистema na različitim temperaturama između kojih dolazi do razmene energije, zakoni održanja su oblika (5.2). Operatori $J_{m_1}(\vec{x})$ zadovoljavaju i dopunske uslove

$$\sum_1 J_{m_1}(\vec{x}) = 0 \quad (5.14)$$

koji označavaju održavanje ukupne energije, impulsa i mase. Hamiltonijan sistema ima oblik:

$$H = \sum_1 H_1 \quad (5.15)$$

gde su H_1 hamiltonijani podсистema. Ovakvom sistemu odgovara statistički operator [7]

$$\rho = \Omega^{-1} e^{-\sum_1 \beta_1 (H_1 - \mu_1 N_1) - \sum_1 \beta_1 \int_{-\infty}^0 e^{-\epsilon t} \dot{H}_1(t) dt} \quad (5.16)$$

6. PRIMENA NERAVNOTEŽNE STATISTIKE NA
ODREĐIVANJE VREMENA RELAKSACIJE PROVODNIH
ELEKTRONA NA SOLITONIMA

Podelimo naš sistem na dva međusobno interagujuća pod-
sistema:

$$H = H_1 + H_2 \quad , \quad (6.1)$$

gde su

$$\begin{aligned} H_1 &= H_s \quad , \\ H_2 &= H_l + H_{sl} \quad . \end{aligned} \quad (6.2)$$

Da bi se primenili rezultati predhodnog poglavlja i, na taj način, izračunao neravnotežni statistički operator, treba odrediti struju energije između dva podsistema

$$\begin{aligned} \dot{H}_1(t) &= \frac{1}{i\hbar} [H_1, H] \quad , \\ \dot{H}_2(t) &= \frac{1}{i\hbar} [H_2, H] \quad . \end{aligned} \quad (6.3)$$

Kako je ukupni hamiltonijan integral kretanja

$$\dot{H}_1(t) = -\dot{H}_2(t) = \frac{1}{i\hbar} [H_1, H] \quad , \quad (6.4)$$

ili, eksplicitno

$$\begin{aligned} \dot{H}_1(t) &= -\frac{1}{i\hbar} \left(\frac{2S}{N}\right)^{1/2} \sum_{k,k',q} W_{kk'} (E_{kt} - E_{k't}) \delta(q - k + k') (B_q a_{kt}^+ a_{k't} - a_{k't}^+ a_{kt} B_q^+) + \\ &+ \frac{1}{i\hbar} \frac{1}{N} \sum_{\substack{k,k',\rho \\ q,q'}} W_{kk'} (-1)^{\sigma+1/2} (E_{k\sigma} - E_{k'\sigma}) \delta(q - q' - k + k') B_q^+ B_{q'} a_{k\sigma}^+ a_{k'\sigma} \quad . \end{aligned} \quad (6.5)$$

U slučaju kada su podsistemi na različitim temperaturama matrica gustine neravnotežne kvantne statistike je (5.16)

$$\rho = Q^{-1} e^{-\beta_1 H_1 - \beta_2 H_2 + \int_{-\infty}^0 e^{-\epsilon t} (\beta_1 - \beta_2) \dot{H}_1(t) dt} \quad , \quad (6.6)$$

gde su: Q - statistička suma,
 $\beta_i = (T_i k_B)^{-1} \quad i = 1, 2.$

Statistički operator (5.16) se izražava preko kvazi ravnotežnog

statističkog operatora

$$\rho_1 = \frac{e^{-M}}{\text{Sp}(e^{-M})} \quad , \quad (6.7)$$

na sledeći način (dodatak 2)

$$\rho = \left\{ 1 + \int_0^1 d\tau e^{-M\tau} \delta M e^{M\tau} \right\} \rho_e \quad , \quad (6.8)$$

gde su $M = \sum_{k,o} \gamma_{ko} a_{ko}^+ a_{ko} + \sum_q \gamma_q B_q^+ B_q \quad ,$

$$\gamma_{ko} = \beta_1 (E_{ko} - \mu_1) \quad , \quad (6.9)$$

$$\gamma_q = \beta_2 (\epsilon_q - \mu_2) \quad .$$

Mali perturbacioni parametar odgovoran za interakciju podsistema

$$\delta M = (\beta_2 - \beta_1) \int_{-\infty}^0 e^{\epsilon t} \dot{H}_1(t) dt \quad , \quad (6.10)$$

daje za srednju vrednost struje energije (D.2.16)

$$\langle \dot{H}_1(t) \rangle = (\beta_1 - \beta_2) L_{12} \quad . \quad (6.11)$$

L_{12} je kinetički koeficijent procesa, izražen u obliku

$$L_{12} = \int_{-\infty}^0 dt e^{\epsilon t} \int_0^1 d\tau \langle \dot{H}_1(0) e^{-M\tau} \dot{H}_1(t) e^{M\tau} \rangle_e \quad . \quad (6.12)$$

Integrirajući po τ (videti dodatak 3), dobija se

$$L_{12} = \int_{-\infty}^0 dt e^{\epsilon t} \sum_{k,k',q} \Phi_{kk'q} \left\{ \left[1 - e^{-\Gamma_{kk'q}} \right] \langle F_{kk'q} \dot{H}_1(t) \rangle_e + \left[1 - e^{-\Gamma_{kk'q}} \right] \langle F_{kk'q}^+ \dot{H}_1(t) \rangle_e \right\} \quad , \quad (6.13)$$

sa oznakama

$$\Phi_{kk'q} = \frac{1}{i\hbar} \left(\frac{2S}{N} \right)^{1/2} \frac{W_{kk'} (E_{k'} - E_k) \delta(q+k'-k)}{\Gamma_{kk'q}} \quad ,$$

$$\Gamma_{kk'q} = \beta_1 (E_{k'} - E_k - \mu_1) - \beta_2 (\epsilon_q - \mu_2) \quad , \quad (6.14)$$

$$F_{kk'q} = a_{k'}^+ a_k B_q \quad .$$

Doprinos drugog člana izraza (6.5) je manji, pa ga u kvaliteta-

tivnoj analizi poput ove ne moramo uzeti u obzir. Kinetički koeficijent L_{12} , pomoću relacija

$$\begin{aligned} e^{\Gamma_{kk'q}} \langle F_{kk'q} \dot{H}_1(t) \rangle_e &= \langle \dot{H}_1(t) F_{kk'q} \rangle_e , \\ e^{-\Gamma_{kk'q}} \langle F_{kk'q}^+ \dot{H}_1(t) \rangle_e &= \langle \dot{H}_1(t) F_{kk'q}^+ \rangle_e , \end{aligned} \quad (6.15)$$

možemo izraziti preko Greenove funkcije

$$\begin{aligned} L_{12} = \int_{-\infty}^0 dt e^{\epsilon t} \sum_{k,k',q} \Phi_{kk'q} \frac{1}{i\hbar} \{ \langle \langle F_{kk'q}(0) | \dot{H}_1(t) \rangle \rangle + \\ + \langle \langle F_{kk'q}^+(0) | \dot{H}_1(t) \rangle \rangle \} . \end{aligned} \quad (6.16)$$

Zamenjujući (6.5) u (6.16), dekuplujući odgovarajuće korelatore i posle integracije po vremenu (videti dodatak 4) sledi

$$\begin{aligned} L_{12} = \frac{2S}{\hbar N} \sum_{k,k'} \left\{ 2\pi \delta(\epsilon_q - E_{kt} + E_{k't'}) \frac{W_{kk'}^2 (E_{kt} - E_{k't'})^2}{\Gamma_{kk'q}} \cdot \right. \\ \left. \cdot \left[(1 + \bar{N}_q) \bar{n}_{kt} (1 - \bar{n}_{k't'}) - \bar{n}_{k't'} \bar{N}_q (1 - \bar{n}_{kt}) \right] \right\} , \end{aligned} \quad (6.17)$$

gde su statističke srednje vrednosti za Fermi provodne elektrone i Bose magnone, respektivno

$$\begin{aligned} \bar{n}_{k_0} &= (e^{\beta_1 E_{k_0}} + 1)^{-1} , \\ \bar{N}_q &= (e^{\beta_2 \epsilon_q} - 1)^{-1} . \end{aligned} \quad (6.18)$$

6.1 SLUČAJ RASEJANJA PROVODNIH ELEKTRONA NA RAZREDENOM GASU SOLITONA

Razmatrajući pojavu vezanog stanja većeg broja magnona (magnonske kapi) Ivanov i Kosevič [6] su pošli od $N_q \gg 1$, ili eksplicitno

$$\bar{N}_q = \frac{\pi^2 N}{2\mu ch^2 \left[\frac{\pi R_0}{2\mu} (k_s - q) \right]} \gg 1 \quad (6.19)$$

Zamenom jednačine (6.19) u izraz za kinetički koeficijent (6.17) (zbog slabe zavisnosti aproksimiramo da W nije funkcija k) dobija se:

$$L_{12}^{sol} = \frac{2\pi^3 SW^2 N}{\mu h N} \sum_{k,k'} \left[\frac{\epsilon_{k-k'}^2}{\Gamma_{k,k',k-k'}} \delta(\epsilon_{k-k'} - E_{k'} + E_{k'}) \cdot \frac{\bar{n}_{k'} - \bar{n}_{k-k'}}{ch^2 \left[\frac{\pi R_0}{2\mu} (k_s - k + k') \right]} \right] \quad (6.20)$$

Član koji je ispušten je kvadratan po B_q i dao bi

$$\frac{2\pi W^2 N}{h N^2} \sum_{k,k',q,q'} \left[(E_{k_0} - E_{k'_0}) \delta(\epsilon_{q'} - \epsilon_q + E_{k_0} - E_{k'_0}) \cdot \delta(q' - q + k - k') \bar{N}_q \bar{N}_{q'} (\bar{n}_{k_0} - \bar{n}_{k'_0}) \right] \quad (6.21)$$

Smenom izraza \bar{N}_q i $\bar{N}_{q'}$ i stavljanjem $q = q' = k_s$ sledi da je $k = k'$ i ceo izraz se svodi na nulu. Moglo bi se zaključiti da dominantan uticaj na razmenu energije između provodnih elektrona i solitona imaju procesi pri kojima dolazi do "prevrtanja" spinova provodnih elektrona. Maksimalan (rezonantni) efekat rasejanja na solitonima se procenjuje uzimanjem minimalne vrednosti imenioca. Time se posmatranje ograničava na elektrone čiji talasni vektori zadovoljavaju uslov $k - k' = k_s$. Tada je

$$L_{12}^{sol} = \frac{2\pi^3 SW^2 N}{\mu h N} \sum_k \frac{\epsilon_{k_s}}{\Gamma_{k,k-k_s,k_s}} \delta(\epsilon_{k_s} - E_{k'} + E_{k-k_s'}) (\bar{n}_{k'} - \bar{n}_{k-k_s'}) \quad (6.22)$$

Prelaz sa sumiranja na integraciju

$$\frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}} \rightarrow \frac{R_0}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{R_0}}^{\frac{\pi}{R_0}} dk \quad , \quad (6.23)$$

uz uvažavanje okolnosti da, zbog niskotemperaturnog režima važi $E_{\mathbf{k}_s} \beta_1 \gg 1$ i $E_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_s} \beta_1 \gg 1$, daje

$$L_{12}^{\text{sol}} = \frac{\pi^2 S W^2 R_0 \epsilon_{\mathbf{k}_s} \mathcal{N}}{\mu N h^2 \Gamma_{\mathbf{k}_s}} \sqrt{\frac{m^*}{2\pi\beta_1}} \operatorname{erf}\left(\frac{\pi^2 h^2 \beta_1}{8 R_0^2 m^*}\right) \cdot \left(e^{-\frac{1}{2} g_s m_B h \beta_1} - e^{\beta_1 (2SW + \frac{1}{2} g_s m_B h)} e^{-\frac{h^2 k_s^2}{2 m^* \beta_1}} \right), \quad (6.24)$$

gde je

$$\Gamma_{\mathbf{k}_s} = \beta_1 (\epsilon_{\mathbf{k}_s} - \mu_1) - \beta_2 (\epsilon_{\mathbf{k}_s} - \mu_2) \quad . \quad (6.25)$$

Ovaj izraz za kinetički koeficijent daje doprinos rasejanju elektrona, tačno određene brzine, na solitonima

$$k_s = \frac{h}{2S J_0 R_0^2} v \quad . \quad (6.26)$$

Solitone, usled njihove stabilnosti i nedeformabilnosti, možemo smatrati klasičnim česticama. Tada gasu solitona možemo pripisati Maxwellovu raspodelu po brzinama. Standardan postupak usrednjavanja

$$\overline{L_{12}^{\text{sol}}} = \frac{\sqrt{\frac{2M^* \beta_2}{\pi}}}{\operatorname{erf}\left(C_0 \sqrt{\frac{M^* \beta_2}{2}}\right)} \int_0^{C_0} e^{-\frac{M^* v^2}{2} \beta_2} L_{12}^{\text{sol}} dv \quad , \quad (6.27)$$

sa oznakama M^* - ranije uvedena efektivna masa solitona,
 C_0 - najveća brzina solitona,

daje zavisnost kinetičkog koeficijenta od jačine polja i temperatura

$$\begin{aligned} \overline{L_{12}^{\text{sol}}} &= \mathcal{F}(\beta_1, \beta_2, h) \left(A e^{-\frac{1}{2} g_s m_B h} - B e^{\beta_1 (2SW + \frac{1}{2} g_s m_B h)} \right) + \\ &+ \mathcal{G}(\beta_1, \beta_2, h) \left(C e^{-\frac{1}{2} g_s m_B h} - D e^{\beta_1 (2SW + \frac{1}{2} g_s m_B h)} \right), \end{aligned} \quad (6.28)$$

gde su uvedene oznake

$$\begin{aligned} A(\beta_2) &= C_0 \sqrt{\frac{2M^* \beta_2}{\pi}} \operatorname{erf}\left(C_0 \sqrt{\frac{M^* \beta_2}{2}}\right), \\ B(\beta_1, \beta_2) &= C_0 \sqrt{\frac{2v^*}{\pi}} \operatorname{erf}\left(C_0 \sqrt{\frac{v^*}{2}}\right), \\ C(\beta_2) &= \frac{\sqrt{\pi}}{4 C_0 \left(\frac{M^* \beta_2}{2}\right)^{3/2}} \operatorname{erf}\left(C_0 \sqrt{\frac{M^* \beta_2}{2}}\right) - \frac{1}{v^*} e^{-\frac{M^* \beta_2 C_0^2}{2}}, \\ D(\beta_1, \beta_2) &= \frac{\sqrt{\pi}}{4 C_0 \left(\frac{v^*}{2}\right)^{3/2}} \operatorname{erf}\left(C_0 \sqrt{\frac{v^*}{2}}\right) - \frac{1}{v^*} e^{-\frac{v^* C_0^2}{2}}, \\ \mathcal{F}(\beta_1, \beta_2, h) &= \left[\operatorname{erf}\left(C_0 \sqrt{\frac{M^* \beta_2}{2}}\right) \right]^{-1} \frac{\pi^2 S W^2 R_0 \mathcal{N}}{N h^2 \mu \Gamma(\beta_1, \beta_2, h)} \sqrt{\frac{m^*}{2 \pi \beta_1}} \\ &\cdot \operatorname{erf}\left(\frac{\pi^2 h^2 \beta_1}{8 R_0^2 m^*}\right) \left[g_s m_B h + 2S(J_0^z - J_0) \right], \\ \mathcal{G}(\beta_1, \beta_2, h) &= \left[\operatorname{erf}\left(C_0 \sqrt{\frac{M^* \beta_2}{2}}\right) \right]^{-1} \frac{\pi^2 S W^2 R_0 \mathcal{N}}{N h^2 \mu \Gamma(\beta_1, \beta_2, h)} \sqrt{\frac{m^*}{2 \pi \beta_1}} \\ &\cdot \operatorname{erf}\left(\frac{\pi^2 h^2 \beta_1}{8 R_0^2 m^*}\right) \frac{h^2}{16 S J_0 R_0^2}, \\ v^* &= \frac{h^4}{4 m^* S^2 J_0^2 R_0^4} \beta_1 + \frac{M^*}{2} \beta_2, \\ \Gamma(\beta_1, \beta_2, h) &= \beta_1 \left[g_s m_B h + 2S(J_0^z - J_0) - \mu_1 \right] - \\ &- \beta_2 \left[g_s m_B h + 2S(J_0^z - J_0) - \mu_2 \right]. \end{aligned} \quad (6.29)$$

Očigledna je linearna zavisnost $\Gamma(\beta_1, \beta_2, h)$ po h .

Razmotrimo dva granična slučaja, u odsustvu polja i kada je polje dovoljno jako

$$\begin{aligned} \overline{L_{12}^{\text{sol}}}_{h=0} &= \mathcal{F}(\beta_1, \beta_2, h) \mathcal{A}(\beta_2) + \mathcal{G}(\beta_1, \beta_2, h) \mathcal{C}(\beta_2) - \\ &\quad - [\mathcal{F}(\beta_1, \beta_2, h) \mathcal{B}(\beta_1, \beta_2) + \mathcal{G}(\beta_1, \beta_2, h) \mathcal{D}(\beta_1, \beta_2)] e^{\beta_1 2SW} , \end{aligned} \quad (6.30)$$

$$\overline{L_{12}^{\text{sol}}}_{h \gg 0} \approx - [\mathcal{F}(\beta_1, \beta_2, h) \mathcal{B}(\beta_1, \beta_2) + \mathcal{G}(\beta_1, \beta_2, h) \mathcal{D}(\beta_1, \beta_2)] e^{\beta_1 (2SW + \frac{1}{2} g_s m_B h)}$$

Vreme relaksacije provodnih elektrona na razređenom gasu magnonskih solitona je dato izrazom [1]

$$\tau = \frac{\langle H_1^2 \rangle}{L_{12}^{\text{sol}}} \quad (6.31)$$

Prema tome, potrebno je naći statističku srednju vrednost kvadrata energije elektronskog podsistema. Zadržavajući se na izrazu linearnom po populaciji provodnih elektrona,

$$\langle H_1^2 \rangle \approx \sum_{\mathbf{k}} \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} + \frac{1}{2} g_s m_B h \right)^2 \bar{n}_{k\uparrow} + \sum_{\mathbf{k}} \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} - 2SW - \frac{1}{2} g_s m_B h \right)^2 \bar{n}_{k\downarrow} \quad (6.32)$$

Koristeći izraze za elektronsku populaciju i prelazeći sa sumacije na integraciju dobija se

$$\begin{aligned} \langle H_1^2 \rangle &= \left[\mathcal{f}_1(\beta_1) + \frac{1}{2} \mathcal{f}_2(\beta_1) g_s m_B h + \frac{1}{4} \mathcal{f}_3(\beta_1) g_s^2 m_B^2 h^2 \right] e^{-\frac{1}{2} g_s m_B h \beta_1} + \\ &\quad + \left\{ \mathcal{f}_1(\beta_1) + \frac{1}{2} \mathcal{f}_2(\beta_1) [2SW + \frac{1}{2} g_s m_B h] + \mathcal{f}_3(\beta_1) [2SW + \frac{1}{2} g_s m_B h]^2 \right\} \cdot \\ &\quad \cdot e^{\beta_1 (2SW + \frac{1}{2} g_s m_B h)} \end{aligned} \quad (6.33)$$

gde su

$$\begin{aligned} \mathcal{f}_1(\beta_1) &= \frac{R_0 \hbar^4}{4\pi m^{*2}} \left(\frac{2m^*}{\hbar^2 \beta_1} \right)^{5/2} \left[\frac{3\sqrt{\pi}}{8\sqrt{\psi}^{5/2}} \operatorname{erf} \sqrt{\psi} - \frac{3}{2\sqrt{\psi}} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{\psi}} \right) e^{-\psi} \right] , \\ \mathcal{f}_2(\beta_1) &= \frac{R_0 \hbar^2}{2\pi m^*} \left(\frac{2m^*}{\hbar^2 \beta_1} \right)^{3/2} \left[\frac{\sqrt{\pi}}{4\sqrt{\psi}^{3/2}} \operatorname{erf} \sqrt{\psi} - \frac{1}{2\sqrt{\psi}} e^{-\psi} \right] , \\ \mathcal{f}_3(\beta_1) &= \frac{R_0}{4\pi} \left(\frac{\pi}{\psi} \right)^{1/2} \operatorname{erf} \sqrt{\psi} \end{aligned} \quad (6.34a)$$

$$\psi(\beta_1) = \frac{\pi^2 \hbar^2 \beta_1}{2m^* R_0^2} \quad (6.34b)$$

Za slučaj $h = 0$

$$\langle H_1^2 \rangle_{h=0} = [\psi_1(\beta_1) - \psi_2(\beta_1)SW + \psi_3(\beta_1)4S^2W^2] e^{\beta_1 2SW}, \quad (6.35)$$

a za dovoljno velike jačine polja

$$\langle H_1^2 \rangle_{h \gg 0} = \left\{ \psi_1(\beta_1) + \frac{1}{2} \psi_2(\beta_1) \left[2SW + \frac{1}{2} g_s m_B h \right] + \psi_3(\beta_1) \left[2SW + \frac{1}{2} g_s m_B h \right]^2 \right\} \cdot e^{\beta_1 (2SW + \frac{1}{2} g_s m_B h)} \quad (6.36)$$

Konačno, vreme relaksacije elektrona na solitonima za ova dva, granična slučaja je

$$(\bar{\tau})_{h=0} = \frac{[\psi_1(\beta_1) - \psi_2(\beta_1)SW + \psi_3(\beta_1)4S^2W^2] e^{\beta_1 2SW}}{\mathcal{F}A + \mathcal{G}C - [\mathcal{F}B + \mathcal{G}D] e^{\beta_1 2SW}}, \quad (6.37)$$

$$(\bar{\tau})_{h \gg 0} \approx \frac{\psi_1(\beta_1) + \frac{1}{2} \psi_2(\beta_1) \varepsilon(h) + \psi_3(\beta_1) \varepsilon^2(h)}{-[\mathcal{F}(\beta_1, \beta_2, h) \mathcal{B}(\beta_1, \beta_2) + \mathcal{G}(\beta_1, \beta_2, h) \mathcal{D}(\beta_1, \beta_2)]}, \quad (6.38)$$

pri čemu je $\varepsilon(h) = 2SW + \frac{1}{2} g_s m_B h$.

Zavisnost vremena relaksacije od jačine polja je oblika

$$\tau(h) \sim (ah + b)(ch^2 + dh + e) \quad (6.39)$$

gde su a, b, c, d, e odgovarajuće konstante.

Uobičajeno je da se slaganje teorijskih rezultata sa eksperimentalnim podacima vrši poređenjem pikova teorijske i eksperimentalne zavisnosti količnika vremena relaksacije i kvadrata jačine polja od jačine polja

$$\frac{\tau}{h^2} = F(h) \quad (6.40)$$

6.2

MAGNONSKI DOPRINOS RASEJANJU

Kinetički koeficijent rasejanja elektrona na slobodnim magnonima dobijamo iz (6.17), opet uzimajući u obzir niskotemperaturni režim. Tada se poslednji član jednačine (6.17) na desnoj strani $\bar{n}_{k't'} \bar{N}_q (1 - \bar{n}_{k't'})$ linearizuje po razlici $\beta_1 - \beta_2$ (dodatak 5). Dobija se

$$L_{12}^{\text{mag}} = \frac{2SW^2}{hN} \left(1 - \frac{\beta_2}{\beta_1}\right) \sum_{k,k'} \frac{\epsilon_{k-k'}^3}{\Gamma_{k,k',k-k'}} 2\pi \delta(\epsilon_{k-k'} - E_{k't'} + E_{k't}) \cdot \\ \cdot (1 + \bar{N}_{k-k'}) \bar{n}_{k't'} (1 - \bar{n}_{k't'}) \quad (6.41)$$

Iskoristimo ograničenje $\beta_1^{-1} \ll \mu_1$. Ako se $E_{k't'}$ znatno razlikuje od μ_1 tada je Fermi funkcija $\bar{n}_{k't'}$ vrlo mala. Komplementarna funkcija $(1 - \bar{n}_{k't'})$ je vrlo mala, osim u neposrednoj okolini vrednosti $E_{k't'} = \mu_1$. U skladu sa tim možemo napisati

$$\bar{n}_{k't'} (1 - \bar{n}_{k't'}) = \beta_1^{-1} \delta(E_{k't'} - \mu_1) \quad (6.42)$$

Sada se izraz (6.41) svodi na

$$L_{12}^{\text{mag}} = \frac{2SW^2}{hN} \left(1 - \frac{\beta_2}{\beta_1}\right) \left(\frac{R_0}{2\pi}\right)^2 \iint dk dk' \frac{\epsilon_{k-k'}^3}{\Gamma_{k,k',k-k'}} 2\pi \delta(\epsilon_{k-k'} - E_{k't'} + E_{k't}) \cdot \\ \cdot \frac{\bar{n}_{k't'}}{\bar{n}_{k't'}} \delta(E_{k't'} - \mu_1) (1 + \bar{N}_{k-k'}) \quad (6.43)$$

U slučaju odsustva polja ($h=0$) integracija daje

$$\left(L_{12}^{\text{mag}}\right)_{h=0} = \left(1 - \frac{\beta_2}{\beta_1}\right) \frac{SW^2 R_0^2 m^* \xi^{5/2}}{2\pi^2 h^3 N Q(\beta_1, \beta_2)} (\mu_1 + 2SW)^{-1/2} \cdot \\ \cdot (1 + \bar{N}_\xi) \frac{\bar{n}_{\xi - \mu_1}}{\bar{n}_{\mu_1}} \quad (6.44)$$

gde je $Q(\beta_1, \beta_2) = \beta_1(\xi - \mu_1) - \beta_2(\xi - \mu_2)$,

$$\xi = 2S(J_0^z - J_0) \quad .$$

U sledećem koraku (niskotemperaturni režim)

$$\left(L_{12}^{\text{mag}}\right)_{h=0} = \left(1 - \frac{\beta_2}{\beta_1}\right) \frac{SW^2 R_0^2 m^* \xi^{5/2}}{2\pi^2 h^3 N Q(\beta_1, \beta_2)} (\mu_1 + 2SW)^{-1/2} e^{\mu_1 \beta_1} (1 + e^{-\xi \beta_2}) \quad (6.45)$$

Ukoliko je polje prisutno

$$\begin{aligned} (L_{12}^{\text{mag}})_{h \gg 0} &= \left(1 - \frac{\beta_2}{\beta_1}\right) \frac{SW^2 R_0^2 m^* \xi^3}{2\pi^2 \hbar^3 N Q(\beta_1, \beta_2)} \cdot \\ &\cdot \left[\left(\frac{1}{2} g_s m_B h + \xi\right) \left(\frac{1}{2} g_s m_B h + \mu_1 + 2SW\right) \right]^{-1/2} e^{-\xi \beta_1}, \end{aligned} \quad (6.46)$$

ili, jednostavnije zapisano,

$$(L_{12}^{\text{mag}})_{h \gg 0} = \Omega(\beta_1, \beta_2, h) e^{-\xi \beta_1}. \quad (6.47)$$

Korišćenjem izraza za $\langle H_1^2 \rangle$ (6.36) i za kinetički koeficijent (6.47) sledi da je vreme relaksacije na slobodnim magnonima dato izrazom

$$\tau = \frac{f_1(\beta_1) - \frac{1}{2} f_2(\beta_1) z(h) + f_3(\beta_1) z^2(h)}{\Omega(\beta_1, \beta_2, h)} e^{\beta_1 z(h)} \quad (6.48)$$

7.

ZAKLJUČAK

Eksperimenti, koji se zasnivaju na neutronsom rasejanju, se često koriste za dokazivanje postojanja solitona u magnetnim sistemima. U ovom radu je predložen alternativan, teorijski pristup. On se zasniva na praćenju zavisnosti vremena relaksacije provodnih elektrona na magnonskim solitonima od jačine spoljašnjeg magnetnog polja i temperature. Pretpostavlja se da se mehanizam interakcije može opisati hamiltonijanom Vonsovskog. Ideja je da se eksperimentalno prati električna provodljivost uzorka, na niskim temperaturama, u funkciji jačine magnetnog polja.

Razmotreni su uslovi postojanja magnonskog solitona kod kvazi jednodimenzionog magnetnog provodnika sa anizotropijom tipa "laka osa". Recipročna vrednost širine solitona, u skladu sa dugotalasnom aproksimacijom primenjenom u radu, zadovoljava nejednačinu $\mu \ll 1$. U tom slučaju, iz jednačine (4.14) i zahteva za velikim brojem vezanih magnona sledi

$$1 \ll N \ll \frac{4J_0S}{J_0^z - J_0} \quad (7.1)$$

što je neophodan uslov formiranja magnonskog solitona, "magnonske kapi".

Dat je statistički tretman određivanja kinetičkog koeficijenta i vremena relaksacije provodnih elektrona na solitonima. Razmotren je slučaj razrednog gasa solitona. Solitonski mehanizam relaksacije je veoma selektivan. Pri razmeni energije između provodnih elektrona i solitona, procesi pri kojima se spinovi elektrona "prevrću" imaju odlučujuću ulogu. Maksimalna vrednost razmenjene energije se postiže za elektrone čiji talasni vektori zadovoljavaju uslov $k - k' = k_s$. U slučaju tipičnih feromagnetika

$$\omega = \frac{E_{k\uparrow} - E_{k'\downarrow}}{h} = \frac{h}{m^*} k_F \Delta k \approx 10^{13} \text{ s}^{-1} \quad (7.2)$$

$\Delta k = |k - k'|$, k_F odgovara Fermi nivou.

Rezonantno ograničenje na brzinu solitona je, u tom slučaju, oblika

$$v = \frac{h \Delta k}{m^*} \quad (7.3)$$

Ako uslov (7.3) nije ispunjen struja energije sa provodnih elektrona na soliton je vrlo mala.

Dobijena zavisnost vremena relaksacije od jačine spoljaš-

njeg magnetnog polja je u obliku polinoma po jačini polja.

Uporedo je ocenjeno i vreme relaksacije u slučaju rasejanja elektrona na gasu slobodnih magnona.

S obzirom da rasejanje elektrona u realnom kristalu obuhvata rasejanje na fononima, magnonima i magnonskim solitonima, potrebno je analizirati istovremeni uticaj svih navedenih mehanizama za opis zavisnosti provodljivosti od temperature i jačine magnetnog polja.

DODATAK 1

Rešenje jednačine (4.12)

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial \beta(z,t)}{\partial t} = & (g_s m_B \hbar + 2S(J_0^z - J_0)) \beta(z,t) - J_0 S R_0^2 \frac{\partial^2 \beta(z,t)}{\partial z^2} - \\ & - 2(J_0^z - J_0) |\beta(z,t)|^2 \beta(z,t) \quad , \end{aligned} \quad (D.1.1)$$

se pretpostavlja u obliku modulisanog talasa

$$\beta(z,t) = A(z,t) e^{i\Theta(z,t)} \quad . \quad (D.1.2)$$

Amplituda zavisi od koordinata i vremena u ravnotalasnoj opštoj formuli

$$A(z,t) = A(z-vt) = A(\eta) \quad . \quad (D.1.3)$$

Na osnovu (D.1.2)

$$\frac{\partial \beta}{\partial t} = \frac{\partial A}{\partial t} e^{i\Theta} + iA \frac{\partial \Theta}{\partial t} e^{i\Theta} \quad , \quad (D.1.4)$$

$$\frac{\partial^2 \beta}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} e^{i\Theta} + 2i \frac{\partial A}{\partial z} \frac{\partial \Theta}{\partial z} e^{i\Theta} + iA \frac{\partial^2 \Theta}{\partial z^2} e^{i\Theta} - A \left(\frac{\partial \Theta}{\partial z} \right)^2 e^{i\Theta} .$$

Smenom (D.1.4) u (D.1.1) i razdvajanjem realnih i imaginarnih članova dobija se sistem:

$$\hbar \frac{\partial A}{\partial t} = -2J_0 S R_0^2 \frac{\partial A}{\partial z} \frac{\partial \Theta}{\partial z} - J_0 S R_0^2 A \frac{\partial^2 \Theta}{\partial z^2} \quad , \quad (D.1.5)$$

$$\begin{aligned} -\hbar A \frac{\partial \Theta}{\partial t} = & (g_s m_B \hbar + 2S(J_0^z - J_0)) A - J_0 S R_0^2 \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} + \\ & + J_0 S R_0^2 A \frac{\partial^2 \Theta}{\partial z^2} - 2(J_0^z - J_0) |A|^2 A \quad . \end{aligned} \quad (D.1.6)$$

Iz (D.1.3) sledi

$$\frac{\partial A}{\partial t} = -v \frac{\partial A}{\partial z} \quad ,$$

na osnovu koje se jednačina (D.1.5) rešava kao obična diferencijalna jednačina

$$A'(2J_0 S R_0^2 \Theta' - \hbar v) = -J_0 S R_0^2 A \Theta'' \quad , \quad (D.1.7a)$$

$$A\left(\frac{\hbar v}{J_0 S R_0^2} - 2\Theta'\right) = C_1 \quad . \quad (D.1.7b)$$

Funkcije $A(z,t)$, $\Theta(z,t)$ su nezavisne, a jednačina (D.1.7) važi za svaki par (z,t) . Sledi da je $C_1 = 0$. Sa fizičkog gledišta, $A(z,t)$, $\Theta(z,t)$, $\Theta'(z,t)$ za $z \rightarrow \infty$ teže nuli, pa je $C_1 = 0$.

$$2J_0 S R_0^2 \Theta' - \hbar v = 0 \quad ,$$

$$\Theta = \frac{\hbar v}{2J_0 S R_0^2} (z - vt) + \Theta_0 \quad , \quad (D.1.8)$$

gde je Θ_0 početna faza.

Kako je $\Theta(z,t) = \Theta(z - vt)$, smenom $\dot{\Theta} = -v\Theta'$ jednačina (D.1.6) svodi se na nelinearnu diferencijalnu jednačinu drugog reda

$$A'' = \alpha A - \beta A^3 \quad . \quad (D.1.9)$$

Uvedene su oznake

$$\alpha = \frac{g_s m_B \hbar + 2(J_0^z - J_0)}{J_0 S R_0^2} \quad ,$$

$$\beta = \frac{2(J_0^z - J_0)}{J_0 S R_0^2} \quad . \quad (D.1.10)$$

Ako jednačinu (D.1.9) pomnožimo sa dA dobija se

$$A' = (\alpha A^2 - \frac{\beta}{2} A^4 + C_2)^{1/2} \quad . \quad (D.1.11)$$

Neka se u trenutku $t = 0$ soliton nalazi u tački $z = z_0$, što znači da amplituda u toj tački ima maksimalnu vrednost $A = A_0$. Tada je

$$(A')_{z=z_0} = 0 \quad ,$$

na osnovu čega iz (D.1.11) sledi

$$C_2 = -\alpha A_0^2 + \frac{\beta}{2} A_0^4 \quad . \quad (D.1.12)$$

Solitonski talas je lokalizovan u konačnom domenu, pa su vrednosti amplitude, njenog prvog i drugog izvoda za $\eta \rightarrow \pm \infty$ jednake nuli. Sledi da je $C_2 = 0$. Iz (D.1.12) je

$$A_0 = \left(\frac{2\alpha}{\beta}\right)^{1/2} \quad . \quad (D.1.13)$$

Zamenom u (D.1.11) dobija se

$$\frac{dA}{A(A_0^2 - A^2)^{1/2}} = \left(\frac{\beta}{2}\right)^{1/2} d\eta \quad . \quad (D.1.14)$$

Smenom $A = A_0 \sin \Phi$:

$$\frac{d\Phi}{A_0 \sin \Phi} = \left(\frac{\beta}{2}\right)^{1/2} d\eta \quad . \quad (D.1.15)$$

Odakle je, uvodeći $\zeta = \operatorname{tg} \frac{\Phi}{2}$,

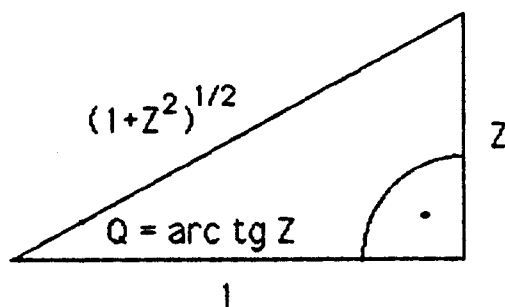
$$\frac{1}{A_0} \int \frac{d\zeta}{\zeta} = \left(\frac{\beta}{2}\right)^{1/2} \eta + C_3 \quad .$$

Rešenje ove jednačine je

$$\zeta = e^{A_0 \left(\frac{\beta}{2}\right)^{1/2} \eta + C_3} \quad ,$$

odnosno,

$$\zeta = e^{A_0 \left(\frac{\beta}{2}\right)^{1/2} (z - z_0 - vt)} = e^u \quad . \quad (D.1.16)$$



slika D.1

Iz smene $\zeta = \operatorname{tg} \frac{\Phi}{2}$ sledi $\sin \Phi = \sin(2 \operatorname{arctg} \zeta)$. Sa slike D.1

$$\sin \Phi = \sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta \quad ,$$

$$\sin \Phi = 2 \frac{z}{(1+z^2)^{1/2}} \frac{1}{(1+z^2)^{1/2}} = \frac{2z}{1+z^2} = \frac{A}{A_0} \quad .$$

Iskoristimo (D.1.16) i poslednju jednačinu:

$$A = \frac{A_0}{\frac{e^{-u} + e^u}{2}} = \frac{A_0}{\operatorname{ch} u}$$

$$A(z,t) = \frac{A_0}{\operatorname{ch}\left[A_0\left(\frac{\beta}{2}\right)^{1/2}(z - z_0 - vt)\right]} \quad (\text{D.1.17})$$

Vrednost A_0 se određuje iz uslova normiranja ukupne amplitude $A(z,t)$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} A^2(z,t) dz = N$$

Rešenje jednačine (D.1.1) poprima konačan oblik

$$\beta(z,t) = N^{1/2} \left(\frac{\mu}{2}\right)^{1/2} \frac{e^{i\left[\frac{\hbar v}{2J_0 S R_0^2}(z - z_0 - vt) + \Theta_0\right]}}{\operatorname{ch}\left[\mu(z - z_0 - vt)\right]} \quad (\text{D.1.18})$$

DODATAK 2

Neravnotežni statistički operator (6.6) se uzima u obliku

$$\rho = Q^{-1} e^{-\beta_1 H_1 - \beta_2 H_2 + \int_{-\infty}^0 e^{\epsilon t} (\beta_1 - \beta_2) \dot{H}_1(t) dt} \quad (D.2.1)$$

pogodnom za opis sistema koji se sastoji od dva podsistema na različitim temperaturama. Izrazimo ga preko kvazi ravnotežnog statističkog operatora. Uvedimo oznake

$$\begin{aligned} M &= \beta_1 H_1 + \beta_2 H_2 \quad , \\ \delta M &= \int_{-\infty}^0 e^{\epsilon t} (\beta_1 - \beta_2) \dot{H}_1(t) dt \quad . \end{aligned} \quad (D.2.2)$$

Tada, neravnotežni statistički operator postaje

$$\rho = Q^{-1} e^{-M + \delta M} \quad (D.2.3)$$

Uvedimo operatorsku funkciju $H(\tau)$ pomoću jednačine

$$e^{-(M - \delta M)\tau} = H(\tau) e^{-M\tau} \quad (D.2.4)$$

Diferenciranjem po τ dobijamo

$$\frac{dH(\tau)}{d\tau} = H(\tau) e^{-M\tau} \delta M e^{M\tau} \quad (D.2.5)$$

Integracijom (D.2.5) u granicama od 0 do τ ,

$$H(\tau) = 1 + \int_0^\tau d\tau' H(\tau') e^{-M\tau'} \delta M e^{M\tau'} \quad (D.2.6)$$

i stavljajući $\tau = 1$ iz (D.2.4) sledi (u linearnoj aproksimaciji)

$$e^{-(M - \delta M)} = \left[1 + \int_0^1 d\tau e^{-M\tau} \delta M e^{M\tau} \right] e^{-M} \quad (D.2.7)$$

Tako, neravnotežni statistički operator poprima oblik

$$\rho = Q^{-1} \left[e^{-M} + \left(\int_0^1 d\tau e^{-M\tau} \delta M e^{M\tau} \right) e^{-M} \right] \quad (D.2.8)$$

Iz uslova normiranja $\text{Sp}(\rho) = 1$ statistička suma Q je oblika

$$Q = \text{Sp}(e^{-M}) \left(1 + \frac{\text{Sp} \left[\left(\int_0^1 d\tau e^{-M\tau} \delta M e^{M\tau} \right) e^{-M} \right]}{\text{Sp}(e^{-M})} \right). \quad (\text{D.2.9})$$

Koristeći ravnotežni statistički operator definisan sa

$$\rho_e = \frac{e^{-M}}{\text{Sp}(e^{-M})} \quad (\text{D.2.10})$$

i operator oblika

$$W = \int_0^1 d\tau e^{-M\tau} \delta M e^{M\tau}, \quad (\text{D.2.11})$$

za neravnotežni statistički operator dobijamo

$$\rho = \frac{(1+W)\rho_e}{1 + \text{Sp}(W\rho_e)} = \frac{(1+W)\rho_e}{1 + \langle W \rangle_e} \quad (\text{D.2.12})$$

Kako operator δM sadrži operatore struje energije (D.2.2) koji su izraženi pomoću malih parametara $W_{kk'}$ (6.5), možemo operator ρ (D.2.12) razviti u red po stepenima $\langle W \rangle_e$ zadržavši se na linearnom članu

$$\rho = (1+W)\rho_e (1 - \langle W \rangle_e) \quad (\text{D.2.13})$$

Iz istog razloga izostavićemo član nižeg reda u izrazu za ρ

$$\rho = \rho_e + W\rho_e - \langle W \rangle_e \rho_e \quad (\text{D.2.14})$$

Potražimo struju energije između dva podsistema

$$\begin{aligned} \langle \dot{H}_1 \rangle &= \text{Sp}(\dot{H}_1 \rho) = \text{Sp}(\dot{H}_1 \rho_e) + \int_0^1 d\tau \text{Sp}(\dot{H}_1 e^{-M\tau} \delta M e^{M\tau} \rho_e) - \\ &\quad - \left[\int_0^1 d\tau \text{Sp}(e^{-M\tau} \delta M e^{M\tau} \rho_e) \right] \text{Sp}(\dot{H}_1 \rho_e) \quad (\text{D.2.15}) \end{aligned}$$

Kako su ravnotežne struje jednake nuli $\text{Sp}(\dot{H}_1 \rho_e) = 0$,

$$\langle \dot{H}_1 \rangle = \int_0^1 d\tau \text{Sp}(\dot{H}_1 e^{-M\tau} \delta M e^{M\tau} \rho_e) \quad (\text{D.2.16})$$

DODATAK 3

Polazimo od izraza (6.12) razmatrajući deo korelatora pod integralom po τ :

$$e^{-M\tau} \dot{H}_1 e^{M\tau} . \quad (D.3.1)$$

Ovaj izraz se raspada na dva operatora oblika

$$e^{-M\tau} B_q a_{kt}^+ a_{k'l} e^{M\tau} , \quad (D.3.2)$$

$$e^{-M\tau} B_q^+ a_{k'l}^+ a_{kt} e^{M\tau} .$$

Uzimajući u obzir eksplicitan izraz za M

$$M = \sum_{k,o} \gamma_{ko} a_{ko}^+ a_{ko} + \sum_q \gamma_q B_q^+ B_q ,$$

kao i rezultate primene Weylove teoreme na sve gornje operatore

$$e^{-M\tau} B_q e^{M\tau} = e^{-\gamma_{kt}\tau} B_q , \quad e^{-M\tau} B_q^+ e^{M\tau} = e^{\gamma_{kt}\tau} B_q^+ ,$$

$$e^{-M\tau} a_{kt} e^{M\tau} = e^{-\gamma_{kt}\tau} a_{kt} , \quad e^{-M\tau} a_{kt}^+ e^{M\tau} = e^{\gamma_{kt}\tau} a_{kt}^+ ,$$

$$e^{-M\tau} a_{k'l} e^{M\tau} = e^{-\gamma_{k'l}\tau} a_{k'l} , \quad e^{-M\tau} a_{k'l}^+ e^{M\tau} = e^{\gamma_{k'l}\tau} a_{k'l}^+ , \quad (D.3.3)$$

neposredno slede izrazi

$$e^{-M\tau} B_q a_{kt}^+ a_{k'l} e^{M\tau} = e^{(\gamma_{kt} - \gamma_{k'l} - \gamma_q)\tau} B_q a_{kt}^+ a_{k'l} , \quad (D.3.4)$$

$$e^{-M\tau} B_q^+ a_{k'l}^+ a_{kt} e^{M\tau} = e^{-(\gamma_{kt} - \gamma_{k'l} - \gamma_q)\tau} B_q^+ a_{k'l}^+ a_{kt} .$$

Integracija po τ daje, respektivno,

$$\int_0^1 d\tau e^{(\gamma_{kt} - \gamma_{k'l} - \gamma_q)\tau} = \frac{1}{\Gamma_{kk'q}} (e^{\Gamma_{kk'q}} - 1) , \quad (D.3.5)$$

$$\int_0^1 d\tau e^{-(\gamma_{kt} - \gamma_{k'l} - \gamma_q)\tau} = \frac{1}{-\Gamma_{kk'q}} (e^{-\Gamma_{kk'q}} - 1) .$$

gde je $\Gamma_{kk'q} = \gamma_{kt} - \gamma_{k'l} - \gamma_q$.

DODATAK 4

Da bi smo, nakon dekuplovanja Greenovih funkcija, procedurom po Wicku došli do izraza (6.17) uočimo sledeće

$$\begin{aligned} & \langle\langle a_{k_1}^+ a_{k_1'} B_q | a_{k_1'}^+(t) a_{k_1}(t) B_{q_1}^+(t) \rangle\rangle \approx \\ & \approx \langle a_{k_1}^+ a_{k_1'}(t) \rangle \langle a_{k_1'} a_{k_1}^+(t) \rangle \langle B_q B_{q_1}^+(t) \rangle . \end{aligned} \quad (D.4.1)$$

Vremenska zavisnost operatora sa desne strane je naznačena. Korelatori tipa $\langle a_{k_1'} a_{k_1}^+(t) \rangle$ su izjednačeni sa nulom.

Razmotrimo gornje korelatore

$$\langle a_{k_1}^+ a_{k_1'}(t) \rangle = \langle a_{k_1}^+ e^{\frac{i}{\hbar} H t} a_{k_1'} e^{-\frac{i}{\hbar} H t} \rangle , \quad (D.4.2)$$

gde je $H = \sum_q E_{q_1} a_{k_1}^+ a_{k_1}$,

$$\langle a_{k_1}^+ a_{k_1'}(t) \rangle = \langle a_{k_1}^+ \sum_n \left(\frac{i}{\hbar} t\right)^n \frac{1}{n!} \underbrace{[H, [H, \dots, [H, a_{k_1'}] \dots]]}_n \rangle , \quad (D.4.3)$$

$$\langle a_{k_1}^+ a_{k_1'}(t) \rangle = \delta_{k_1, k_1'} e^{-\frac{i}{\hbar} E_{k_1} t} \bar{n}_{k_1} . \quad (D.4.4)$$

Slično se dešava i sa drugim korelatorom.

Treći korelator se svodi na oblik

$$\langle B_q B_{q_1}^+(t) \rangle = \langle B_q \sum_n \left(\frac{i}{\hbar} t\right)^n \frac{1}{n!} \underbrace{[\tilde{H}, [\tilde{H}, \dots, [\tilde{H}, B_{q_1}^+] \dots]]}_n \rangle , \quad (D.4.5)$$

gde je $\tilde{H} = \sum_q \epsilon_q B_q^+ B_q$,

$$\langle B_q B_{q_1}^+(t) \rangle = \delta_{q, q_1} (1 - \bar{N}_q) e^{\frac{i}{\hbar} \epsilon_q t} . \quad (D.4.2)$$

Ukupna procedura prevodi vremensku zavisnost u eksponencijalni oblik koji daje odgovarajuću δ funkciju.

DODATAK 5

Razvijmo izraz sa populacijama elektrona i magnona (6.17). Izvucimo prvi sabirak ispred zagrade

$$(1 + \bar{N}_{k-k'}) \bar{n}_{k'} (1 - \bar{n}_{k'}) \left[1 - \frac{\bar{n}_{k'}}{1 - \bar{n}_{k'}} \frac{1 - \bar{n}_{k'}}{\bar{n}_{k'}} \frac{\bar{N}_{k-k'}}{1 + \bar{N}_{k-k'}} \right]. \quad (D.5.1)$$

Pojednostavimo svaki od tri razlomka na desnoj strani. Polazeći od izraza (6.18) prvi faktor postaje

$$\frac{\bar{n}_{k'}}{1 - \bar{n}_{k'}} = e^{-E_{k'} \beta_1} \quad (D.5.2)$$

Slično je i sa ostala dva razlomka.

Sada se izraz (D.5.2) svodi na oblik

$$(1 + \bar{N}_{k-k'}) \bar{n}_{k'} (1 - \bar{n}_{k'}) \left[1 - e^{-E_{k'} \beta_1} e^{E_{k'} \beta_1} e^{-\varepsilon_{k-k'} \beta_2} \right]. \quad (D.5.3)$$

S obzirom da je $\varepsilon_{k-k'} = -E_{k'} + E_{k'}$, na osnovu zakona održanja energije sadržanog u δ funkciji izraza za L_{12} (6.20), sledi

$$1 - e^{-E_{k'} \beta_1} e^{E_{k'} \beta_1} e^{-\varepsilon_{k-k'} \beta_2} = 1 - e^{-\varepsilon_{k-k'} (\beta_1 - \beta_2)}. \quad (D.5.4)$$

Kako je razlika recipročnih temperatura $(\beta_1 - \beta_2)$ mala, to možemo izvršiti razvoj eksponencijalne funkcije

$$1 - e^{-\varepsilon_{k-k'} (\beta_1 - \beta_2)} \approx \varepsilon_{k-k'} (\beta_1 - \beta_2) \quad (D.5.5)$$

i konačan izraz za (D.5.1) je

$$(1 + \bar{N}_{k-k'}) \bar{n}_{k'} (1 - \bar{n}_{k'}) \varepsilon_{k-k'} (\beta_1 - \beta_2). \quad (D.5.6)$$

LITERATURA

- [1] Aksenov V.L., Žakula R.B., Physica D (1988) in print
- [2] Лавилов Б.А., Теория твёрдого тела (1976) Москва, Наука
- [3] Dodd R.R., Eilbeck J.C., Gibbon J.D., Morris H.C.,
Solitons and nonlinear wave equations (1982)
London, Academic Press
- [4] Goodings D.A., Phys. Rev. (1963) 132, No 2, 542
- [5] Ichikawa Y.H., Yajima N., Takano K., Prog. Theor. Phys.
(1976) 55, No 6, 1723
- [6] Иванов Б.А., Косевич А.М., Сов. Физ. (1977) 72, Вып. 5, 2000
- [7] Ivić Z., Magistarski rad (1985) Beograd, PMF Univerzitetu u Beogradu
- [8] Kittel C., Uvod u fiziku čvrstog stanja (1970) Beograd,
Savremena administracija
- [9] Kjems J.K., Steiner M., Phys. Rev. Lett. (1978) 41, 1137
- [10] Lindner U., Phys. Stat. Sol. (b) (1984) 124, K39
- [11] Mikeska J.H., J. Phys. C (1978) 11, L.29
- [12] Nagaev E.I., Physics of magnetic semiconductors (1983)
Moskva, Mir
- [13] Satarić M., Doktorska disertacija (1983) Beograd,
Elektrotehnički fakultet Univerziteta u Beogradu
- [14] Škrinjar M.J., Kapor D.V., Stojanović S.D., J. Phys. C.
(1987) 20, 2243
- [15] Škrinjar M.J., Kapor D.V., Stojanović S.D., J. Phys. C.
(1988) in print
- [16] Tošić B.S., Statistička fizika (1978) Novi Sad, PMF u
Novom Sadu, Institut za fiziku
- [17] Vonsovski S.V., Zh. Eksperim. Teor. Fiz. (1948) 18, 219
- [18] Wojtczak L., Sukiennicki A., Z. Phys. B (1982) 47, 223
- [19] Зубарев А.С., Неравновесная статическая термодинамика (1971)
Москва, Наука

