

D I P L O M S K I R A D

Природно-математички факултет  
Радна заједница заједничких послова  
НОВИ САД

Прикључак:	17. VI. 1979		
Орг. јед.	Број	Цједић	Вредност
03	10/57		

T O P L O T A I T E R M O D I N A M I K A  
- U OSNOVNOJ I SREDNJOJ ŠKOLI -

M2/ 1979. године  
NOVI SAD

LALEVIĆ SLAVKA  
vanredni student  
Prirodno-matematičkog  
fakulteta u Novom Sadu

## I. OPŠTE NAPOMENE

Gradja ovog izlaganja prilagodjena je uglavnom nastavnom planu i programu za osnovne i srednje škole. Sadrži izbor osnovnih pojmoveva, činjenica i zakona koji se kontinuirano javlja-ju od prvog do osmog razreda osnovne škole i od I - IV razreda srednje škole. Ti sadržaji se posmatraju u različitim odnosi-ma na pojedinim stupnjevima uzrasta učenika, ali ne izolovano već nadogradnjivanjem, proširivanjem i produbljivanjem sadržaja.

Radi efikasnije realizacije sadržaja ove oblasti fi-zike radi potpunijeg, dubljeg i trajnijeg sticanja znanja, koncepcija rada se bazira na dve strane nastave: na teorijskom pristupu i mogućnosti praktičnih rešenja kroz eksperimentalne vežbe, oglede i računske zadatke. U teorijskom pristupu podvu-kla sam karakteristike savremene nastave termodinamike, a eksperimentalne vežbe, oglede i računske zadatke sam samo napomi-njala uz isticanje cilja, bez opisa tehničkog izvodjenja i ređa-vanja.

Ogromna dostignuća, napredak i razvoj uopšte pa i sa-vremene fizike kao nauke uticali su i na razvoj i usavršavanje nastave fizike. To je dovelo do procesa modernizacije nastave fizike. U vezi sa tim javila se potreba ponovnog razmatranja k i utvrđivanja ciljeva i zadataka nastave fizike, izbor nastavnih sadržaja, i za izradu takve metodike koja je zasnovana na potrebama moderne nastave. A programirana nastava kao inovacija u nastavi fizike pruža mogućnost da učenik sopstvenim snagama usvaja pojedine sadržaje iz fizike. Time stiču i usavršavaju tehničku kulturu i osposobljavaju se za praktični savremeni život.

Do primene novog Nastavnog plana i programa osnovnog i srednjeg vaspitanja i obrazovanja u SAP Vojvodini došlo je 1975/76. školske godine.

Napominjem da je po starom planu i programu iz 1962. godine nastava fizike bila zastupljena sa tri časa nedeljno u VII i tri časa u VIII razredu. Godišnji fond časova u VII raz-redu iznosio je 105. Od toga je za obradu novog gradiva predviđeno



71 čas, 11 časova za laboratorijske vežbe, a preostala 23 časa za zadatke ponavljanja i utvrđivanja. Topota je bila obuhvaćena sa 19 časova obrade, 4 časa laboratorijske vežbe i 5 časova utvrđivanja i računske vežbe. Po novom Nastavnom planu znatno je smanjen godišnji fond časova ukupno godišnje u VII razredu je 76 časova, sa nedeljnim fondom od dva časa (osim jednog kvartala sa tri časa). Topota se obradjuje ~~na~~ 9 časova plus tri časa - princip rada teplotnih mašina, a predviđene su samo dve eksperimentalne vežbe.

Slično je stanje i u srednjoj školi. Godišnji fond časova iznosi 64, a nedeljno 2 časa. Opravdanje i obrazloženje za to je rasterećenje učenika. Međutim, učenici su rasterećeni časova fizike, ali ne i programskim sadržajima, jer usavršavanje nastavnog procesa zahteva podizanje nastave na viši nivo, bogaćenje novim saznanjima i iskustvima, savremenije načine realizacije programskih sadržaja, a to sve ne umanjuje ni vremenski napore kod učenika, a ni kod nastavnika.

## II. U V O D

Da bi se stekla potrebna znanja iz ove oblasti fizike i da bi učenici shvatili postepeno, ali stalno napredovanje na uke i tehnike, potrebno je da se elementarni pojmovi počnu davati još na prvom stupnju osnovnog obrazovanja i vaspitanja (u I, II i III razredu) u okviru predmeta poznavanja prirode i društva. Tu učenici stiču prve pojmove o topotli vezane za vremenske pojave, godišnja doba i subjektivnog osećaja koja izazivaju zagrijana tela.

Na drugom stupnju (u IV, V i VI razredu) kroz predmet poznavanja prirode u temi "Čovek upoznaje i koristi sile prirode", učenici vrše posmatranje u prirodi, izvode se potrebni ogledi, upoznaju tečno, čvrsto i gasovito stanje. Stiču znanje o korišćenju snage veta, vode i vodene pare. Ovde se uvodi pojam energije, oblici energije i mogućnosti korišćenja iste. Tako upoznaju i topotlu kao oblik energije. Ističe se značaj mašina, ukazuje na pogonsku snagu mašina kao i to da pregrejana vodena para pokreće mašine.

Na trećem stupnju osnovnog obrazovanja i vaspitanja (VII i VIII razred) fizika se prvi put uvodi kao posebni nastavni predmet. Polazi se od predhodnog iskustva i znanja stičenih kroz nastavu prirode, tehničkog obrazovanja, geografije, biologije, matematike, itd.

Fizika kao nastavni predmet u okviru ove oblasti treba da pruži učenicima potrebna znanja koja će doprineti ostvarivanju ciljeva i zadataka fizike kao što su: izgradjivanje shvanja o materijalnosti sveta, upoznavanje zakonitosti i međusobnoj uslovljjenosti pojava, izgradjivanja dijalektičko-matematičkog pogleda na svet. Kroz sadržaje ove oblasti učenik će se upoznati sa metodama posmatranja, merenja i istraživanja u fizici, a time će se razvijati interesovanje, volja, pažnja, logičko mišljenje i sposobnost zaključivanja. Kroz eksperimentalne računske vežbe učenici će se navikavati na preciznost, tačnost i upornost, na svešno ulaganje napora, razvijaće se stvaralačke sposobnosti, a time ljubav prema predmetu i nauci. Ukazuje se na svestranu primenu fizike, a naročito u tehnici, proizvodnji i svakodnevnom životu, a time i na mesto i ulogu fizike u razvoju ljudskog društva.

Plan i program osnovnog obrazovanja i vaspitanja u SAP Vojvodini od 1975/76. godinu u VII razredu predvidja obrad tema koji su sadržaji ovoga rada: Toplotno stanje tela i Zakon održavanja energije. U okviru ovih tema učenici treba da steknu znanja o sledećem:

- Molekulska kretanje i medjumolekulne sile
- Toplota - oblik unutrašnje energije tela
- Temperatura - mera kinetičke energije molekula tela.

Termičko širenje tela. Merenje temperature.

- Prenos (prevodjenje) toplote. Količina toplote, specifična toplota.
- Mehanički ekvivalent toplote. Princip rada topotničke mašine (I i II princip termodinamike).

Ovi sadržaji se proširuju, produbljuju i nadogradjuju kroz nastavu fizike u I razredu srednjeg zajedničkog obrazovanja i vaspitanja. Planom i programom za ovaj razred obuhvaćena je tema vezana za prethodne sadržaje iz osnovne škole: diskretna struktura supstance. U okviru ove teme treba realizovati obrad sledećih sadržaja:

- Gasno stanje (kinetička interpretacija pritiska i temperature), parcijalni zakoni gasnog stanja, jednačine gasnog stanja.

U III razredu srednje škole (ili I razredu usmerenog obrazovanja i vaspitanja) obradjuje se tema: statistička fizika i termodinamika, i obuhvata sledeće sadržaje:

- Temperatura i toplota. Toplota i specifična toplata.
- Prvi zakon termodinamike. Kinetička teorija idealnog gasa.

Raspodela molekula gasa po brzinama. Broj sudara i srednja dužina puta molekula u gasu. Adijabatski proces idealnog gasa.

- Realni gasovi i tečnosti. Medjumolekularne sile. Unutrašnja energija realnog gasa. Odstupanje gasa od idealnog. Džul - Tomsonov efekat. Kondenzovanje gasa. Niske temperature.
- Drugi zakon termodinamike - pretvaranje toplote u rad. Kružni proces.

- Treći zakon termodinamike. Toplotne mašine, rashladne mašine.
- Prenošenje topline - provodjenje. Strujanje.
- Toplotno zračenje. Toplotno zračenje, Zakon kirhofskega. Štefan Boltzmanov zakon. Wienov zakon.

Napominjem da ovim radom neće biti obuhvaćeno:

- Agregatna stanja, i
- Rad topotnih (rashladnih) mašina, jer ovo mogu biti posebne teme za ovakav rad, pa će biti samo najkraće pomenuta.

Ovde se naće iznositi opširan istorijat ovog dela fizike, ali će se napomenuti da je Lomonosov još u XVIII veku (i njegovi saradnici) smatrao da je kretanje molekula uzrok povišenja (promene) temperature tela. On je tvrdio da su topotne pojave uslovljene obrtnim "vrtložnim" kretanjem molekula i da je to svojstvo materije u svim agregatnim stanjima. On je kritikovao teoriju kalorika prema kojoj je toplota neka supstanca - kalorik koja se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo prelazi sa toplijeg na hladnije telo. Na osnovu ove teorije razvio se metod kalorimetrijskih merenja i uveden pojam količina predate topline  $Q$ .

Krajem XVIII veka nemački naučnik Rumford posmatrao je i ispitivao zagrevanje strugotine pri bušenju metala. U isto vreme Devi je pokazao da je moguće da dodje do zagrevanja pri trljanju dva komada leda. Robert Majer (lekar) je teorijski dao srodnost topline i rada i još više - utvrđuje mehanički ekivalent topline. On je dobio priznanje da je prvi pokazao put ka otkriću zakona o energiji, koji danas vlada fizikom. U isto vreme je Džaul (Engles) vršio ispitivanja o topotnom dejstvu struje i odnosu topline i mada.

Značajan doprinos razvoju termodinamike dali su: Helmholtz, Dilong i Petit, Maksvel, Boltzman, Klasijus, Lošmit, Andrus, Braun, Dalton, Ajštajn i dr.

### III. T O P L O T A

#### 1. Toplotne pojave

Pojave koje su uslovljene zagrevanjem ili hladjenjem tela, prelaskom tela iz jednog aggregatnog stanja u drugo, topljenje metala kao i neki hemijski procesi praćeni promenom topotognog stanja nazivaju se topotne pojave. Ove pojave se izučavaju u posebnom delu fizike koji se zove TOPLOTA.

Prvobitni pojmovi o topotnom stanju tela nastali su kao rezultat subjektivnih osećaja koje izazivaju zagrejana tela. Brojni su primeri načina zagrevanja tela kao: zagrevanje trenjem, sabijanjem, sudarom, udarom, savijanjem i tako dalje. To su primeri kada se spoljašnjom silom savladava neki otpor, a kao posledica toga nastaje topota. Topota može nastati utroškom mehaničkog rada, prelaskom električne struje kroz neki otpornik, u nekim hemijskim procesima itd.

Izučavanjem topotnih pojava dovelo se do pronađaska termometra, parnih mašina, turbina i motora sa unutrašnjim sagorevanjem koji pokreću vozove, brodove, automobile, avione, itd. Kretanje aviona sa raketnim motorima i raketa koje mogu da ponesu veštacke satelite i kosmičke brodove je takodje vezano za topotne pojave.

Tekom vremena topota je objašnjavana na razne načine. Savremena fizika objašnjava topotu molekularnim kretanjem supstancija. Na osnovu naučnih rezultata u XIX i početkom XX veka omogućeno je da se ustanove veličina, masa i brzina kretanja molekula i da se objasni raspored molekula i atoma u supstanci. Konačno je oformljena MOLEKULARNO - KINETIČKA TEORIJA o strukturi supstancije, što je bilo potvrđeno mnogim eksperimentima. Osnovne postavke ove teorije su sledeće:

- Svaka supstancija se sastoji iz molekula, izmedju kojih se nalaze molekulski prostori.
- Molekuli se nalaze u neprekidnom haotičnom kretanju.
- Medju molekulima deluju privlačne i odbojne sile (međumolekulske sile). Jačine ovih sila su izrazite samo pri malim rastojanjima i tada znatno i utiču na kretanje molekula. Ove sile naglo opadaju pri povećanju rastojanja medju molekulima, pa se na većim rastojanjima i zanemaruju.
- Gravitacione sile medju molekulima su zanemarljive, pa se može smatrati da su međumolekulske sile električne prirode.

Molekuli gasova se kreću haotično, molekuli čvrstih stvarstva osciluju oko svojih ravnotežnih (stalnih) položaja, a molekuli tečnosti se kreću i na jedan i na drugi način. Najjače su molekulske sile kod čvrstih supstancija, te su njihova rastojanja mala.

Neprekidno haotično kretanje molekula prvi je dokazao engleski botaničar Braun(tzv. Braunovo kretanje). Tehnika izvodje nja eksperimenata se neće opisivati, samo će se prikazati slikom 1.



ca. 1

Ovo kretanje ispitivali su mnogi fizičari među kojima i Ajnštajn. Eksperimentalno je dokazano da se povećanje brzine molekula supstancije ispoljava kao njena veća zagrejanost. Važi i obratno tvrđenje, zagrevanjem supstancije povećava se brzina kretanja molekula (u prilog ove tvrdnje izvodi se ogled: zagrevanje vode u kojoj se nalaze zrnca hipermangana ili strugotina). Došlo se do

zaključka da na intenzitet Braunovog kretanja utiče samo temperatura supstancije. Naime, ukoliko je temperatura viša utoliko je Braunovo kretanje intenzivnije i obratno.

Kao dokaz da se molekuli kreću u supstancijama različitih agregatnih stanja služi i difuzija i osmoza. Difuzija je pojava kretanja molekula jedne supstancije između molekula druge supstancije ali bez dejstva spoljašnjih sila. I brzina difuzije zavisi od temperature supstancije. Osmoza predstavlja kretanje kroz polupropustljivu membranu.

## 2. Unutrašnja energija

Pošto se molekuli neprekidno kreću to i oni poseduju određenu kinetičku energiju. Molekuli poseduju i potencijalnu energiju koja je posledica njihovih uzajamnih dejstava. Gasovi kod kojih molekuli međusobno ne deluju, ili je to dejstvo malo pa se zanemaruje, nazivaju se idealni gasovi. Obzirom na to unutrašnju energiju idealnog gasa čini samo kinetička energija molekula.

Ukupna kinetička i potencijalna energija svih molekula jednog tела predstavlja njegovu unutrašnju energiju. Ako sa  $U$  označimo unutrašnju energiju tela koje poseduje n molekula čije su kinetičke energije  $E_k$ , a potencijalne  $E_p$ , onda je njegova unutrašnja energija:

$$U = E_{k_1} + E_{k_2} + E_{k_3} + \dots + E_{kn} + E_{p_1} + E_{p_2} + E_{p_3} + \dots + E_{pn}$$

ili kinetička energija i te čestice označimo sa  $T_i$  i pretpostavimo da medju česticama postoji uzajamno dejstvo izmedju parova, pa njenu potencijalnu energiju koja potiče od dejstva j-te čestice označimo sa  $U_{ij}$ .

Imajući u vidu da se pri sumiranju svih potencijalnih energija svaka od njih pojavljuje dva puta, onda energija sistema iznosi:

$$E = \sum T_i + \frac{1}{2} \sum \sum U_{ij}$$

i predstavlja unutrašnju energiju sistema tj., energiju haotičnog topotnog kretanja sistema u polju unutrašnjih sila. Sumiranje se vrši po svim česticama sistema.

Unutrašnja energija je funkcija stanja i zavisi samo od stanja sistema u tom trenutku a ne i od načina na koji je sistem došao u to stanje. To se matematički izražava na taj način što je njena elementarna promena  $dE$  totalni diferencijal, tako da je promena unutrašnje energije od stanja I do stanja II:

$$\Delta E = \int dE = E_1 - E_2$$

odakle se vidi da njena promena zaista ne zavisi od načina na koji je sistem prešao iz I u II stanje.

Količinu unutrašnje energije možemo menjati na razne načine. Možemo iz vana devoditi topotu tela, mehaničkim radom (kompresijom ili trenjem) pretvoriti u unutrašnju energiju, ili se kroz telo može provoditi električna struja koja se usled otpora pretvara u topotu (Džulova topota), može i sabijanjem gasa (nad gasom se vrši rad) povećava se njegova unutrašnja energija. Ovo ukazuje da se mehanička, kao i drugi oblici energije mogu pretvoriti u unutrašnju energiju, koja predstavlja zbir srednjih energija haotičnog kretanja svih molekula.

Unutrašnja energija jednog tela može se u datim uslovima prenositi na druga tela i njihovu okolinu. Npr., zagrejani štap potopljen u vodi predaće deo svoje unutrašnje energije vodi. Ostigledno dolazi do razmene unutrašnje energije, tj. do prelaska molekula sa jednog tela na drugo. Spontani proces

razmene unutrašnje energije vrši se od tela sa većom unutrašnjom energijom ka telu sa manjom unutrašnjom energijom. Moglo bi se zaključiti: mera promene unutrašnje energije naziva se količina toplote Q, a proces prenošenja unutrašnje energije sa jednog tela na drugo naziva se termički proces ili proces promene topotnog stanja.

Telo koje u procesu razmene unutrašnje energije smanjuje svoju energiju - HLADI SE, a telo koje povećava unutrašnju energiju - ZAGREVA SE. Znači: Toplota je proces razmene unutrašnjem energije izmedju tela bez izmene spoljašnjih parametara. To dalje znači da toplota predstavlja onu energiju koja se telu dovodi ili odvodi u vidu energije termičkog (haotičnog) kretanja atoma odnosno molekula (u zavisnosti od čega je supstanca sastavljena). Naime, dovodenjem odnosno odvodnjem energije telu srednja energija haotičnog kretanja njegovih molekula se povećava odnosno smanjuje. Međutim, pojam toplotne nije identičan pojmu energije, već se toplota isto kao i rad, samo izražava u jedinicama energije odnosno rada - u Džulima [J].

### 3. Temperatura

Temperatura predstavlja stepen zagrejanosti tela. Nekom telu će se povećati temperatura ako mu dovedemo izvesnu količinu toplote i obratno. Potpunija definicija bi glasila: Temperatura je fizička veličina koja karakteriše i predstavlja meru srednje kinetičke energije molekula idealnog gasa. To znači da je temperatura mera mikroprocesa (kretanja molekula) u telu tj., supstanci od koje se telo sastoji. Treba napomenuti da temperatura ne možemo neposredno meriti, već merimo različite manifestacije topotnog stanja. Tako možemo konstatovati da živin termometar u suštini ne meri temperaturu, nego je on dilometar, pomoću kojeg se na jednostavan način može vrlo tačno odrediti dilatacija (priraštaj obima) žive pri promeni topotnog stanja. Tek na osnovu toga zaključujemo o teplotnom stanju, a time i o temperaturi tela. Suština merenja temperatu re sastoji se u tome što se unutrašnja energija tela čija se temperatura meri prenosi na termometar koji je u neposrednom spoju sa telom. Energija se prenosi od molekula do molekula sve dok se ne uspostavi termička ravnoteža izmedju tela (dok se ne izjednače temperature),

Znači instrumenti za merenje temperature su termometri. Najčešće korišćeni su: termometri sa živom, sa alkoholom, plinski (vodnik ili helijum). U industriji se koriste električni otporni termometri (pirometri), za merenje visokih temperatura. Oni deluju na principu promene otpora metala. Dalje se koriste metalni termometri tzv. bimetalna traka (termoparovi) koji deluju na principu nastanka tzv. električnog napona između dva spojena različita metala. Za merenje visokih temperatura koriste se optički termometri. Načini merenja se ovde neće analizirati. Međutim, može se samo napomenuti o najčešće korišćenom termometru sa živom, da se sa njom mogu meriti temperature od  $-39^{\circ}\text{C}$  do  $+350^{\circ}\text{C}$  (jer živa ključa na  $357^{\circ}\text{C}$  a mrzne na  $-39^{\circ}\text{C}$ ). Za merenje niskih temperatura koriste se termometri sa alkoholom.

Poznate temperaturne skale prema kojima su određene jedinice za merenje temperature su: CELZIJUSOVA SKALA - JEDINICA  $^{\circ}\text{C}$  sa opsegom  $100^{\circ}$  a može se produžiti ispod nule i iznad  $100^{\circ}$  tako da se mogu meriti temperature niže od nule i više od  $100^{\circ}\text{C}$ . Temperatura se ovde obeležava sa t.

U fizici se koristi termodinamička temperaturna skala poznata kao Kelvinova, u kojoj se temperatura označava  $\text{K}$ , a jedinica te temperature je Kelvin K.

U angloameričkom jezičkom području korišćena je Rankinova skala, a jedinica je nazvana Rankin ili Rank sa oznakom  $^{\circ}\text{R}$ . I nazad Fahrenhejtova temperaturna skala (korišćena u anglosaksonskim zemljama) a jedinica je  $^{\circ}\text{F}$ .

Između temperature merenih pomenutim jedinicama postoji sledeći odnos:

$$\begin{aligned} T &= T_0 + t_0 \quad \text{ili } t = T - T_0 \\ ^{\circ}\text{R} &= \frac{5}{9} \text{--- K} \quad \text{odnosno } K = \frac{9}{5} \text{--- } ^{\circ}\text{R} = 1,8^{\circ}\text{R} \\ ^{\circ}\text{F} &= \frac{100}{180} ^{\circ}\text{C} = \frac{5}{9} ^{\circ}\text{C} = \frac{1}{1,8} ^{\circ}\text{C} \end{aligned}$$

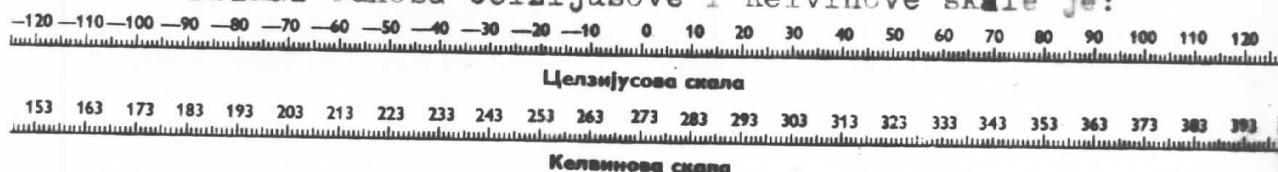
Karakteristične temperaturne tačke (tzv. osnovne ili fiksne temperature) u Kelvinovoj i Celzijusovoj skali su:

	U Kelvinovoj skali	U Celzijusovoj skali
- apsolutna nula	$T = 0$	$t = 273,15^{\circ}\text{C}$
- mržnjenje vode	$T = T_0 = 273,15 \text{ K}, t_0 = 0^{\circ}\text{C}$	
- trojna tačka vode	$T = T_{\text{tr}} = 273,16 \text{ K}, t_{\text{tr}} = 0,01^{\circ}\text{C}$	
- ključanje vode	$T = T_k = 372,15 \text{ K}, t_k = 100^{\circ}\text{C}$	

#### 4. Apsolutna temperatura

Poznato je da se pri zagrevanju gasa brzina njegovih molekula povećava, a pri hladjenju smanjuje. Teorijskim razmatranjem se došlo do zaključka da bi na određenoj temperaturi prestalo kretanje molekula. Ova temperatura iznosi tačno  $-273,15^{\circ}\text{C}$ , i naziva se absolutna nula. Znači, absolutna nula je temperatura od  $0\text{K}$  ili  $(273,15^{\circ}\text{C})$ . Ovu temperaturu je engleski naučnik William Tompson (lord Kelvin) uzeo (1849. godine) kao početak međunarodne termodinamičke skale ili kasnije nazvane Kelvinove skale. Danas je ona postala zvanična temperaturna skala u fizici. Temperatura merena u odnosu na absolutnu nulu naziva se **APSOLUTNA TEMPERATURA** i obeležava se  $T$  i predstavlja jednu od sedam **osnovnih veličina SI SISTEMA** jedinica. Jasno je da  $0^{\circ}\text{C} = 273,15 \text{ K}$  a to je približno  $273 \text{ K}$  i da je  $T = 273,15 + t$ , gde je sa  $t$  temperatura obeležena u  $^{\circ}\text{C}$ .

Prikaz odnosa Celzijusove i Kelvinove skale je:



Jedinica absolutne temperature je **[K]**. Apsolutna temperatura čovečijeg tela iznosi  $T = (273 + 37) \text{ K} = 310 \text{ K}$ . Znači promeni temperature od  $1^{\circ}\text{C}$  odgovara promena temperature od  $1 \text{ K}$ , pa se može reći da su ove jedinice identične tj.,  $\text{K} = ^{\circ}\text{C}$ . Definicija Kelvina izražava se ovako:

$K$  je  $\frac{1}{273,15}$  - ti deo termodinamičke temperature trojne tačke vode.

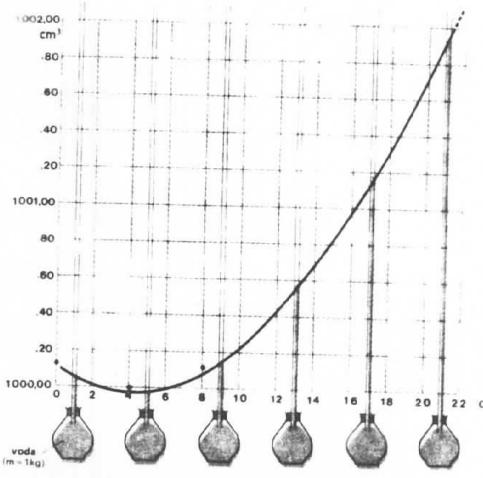
Kelvinova i Celzijusova skala su skale sa istim jedinicama temperature, samo se razlikuju u počecima merenja temperature. Kelvinova skala počinje od absolutne nule, a Celzijusova od temperature topljenja leda, pa je  $\Delta t = \Delta T$

#### 5. Termičko širenje tela

Termičko širenje tela javlja se kao posledica reakcije na temperaturu. Brojni su primjeri kojima se može pokazati širenje tela pri zagrevanju: položaj telefonskih žica različit je leti i zimi, gumena lopta i dečji balon povećavaju zapreminu pri zagrevanju, promena dužine metalne šipke pri zagrevanju, itd.

Ove pojave ukazuju na to da se tела при загревању шире, без обзира на aggregatno stanje od kojeg su načinjena. Ovo se objašnjava povećanjem brzine kretanja molekula tela, što ima za posledicu povećanje njihovog medjusobnog položaja. Znači pri zagrevanju tela dolazi do udaljavanja molekula, a usled toga se povećava zapremina tela. Pri hladjenju dolazi do obrnutog procesa, a kao posledica nastaje skupljanje tela. Izuzetak čine neke supstancije као: bizmut, antimон и вода. Izuzetno (nepravilно) понашање воде при загревању познато је као anomaliја воде. Запримина воде је најмања на temperaturi od  $+4^{\circ}\text{C}$  (тада је густина воде највећа). Једнаке запримине воде су на temperaturi od  $0^{\circ}\text{C}$  i  $+8^{\circ}\text{C}$ . То значи да се вода загревањем од температуре од  $+4^{\circ}\text{C}$  до  $+8^{\circ}\text{C}$  шири исто толико колико и при хладjenju од температуре  $+4^{\circ}\text{C}$  до  $0^{\circ}\text{C}$ . При урђењу запримина воде се пovećava, чак и до 10%. Posledica anomalije воде могу бити позитивне и негативне. Ова појава има велики значај за опстанак живих бића у морима, језерима, за стварање растреситих слојева земље итд.

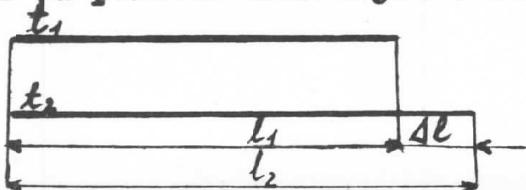
Dijagram koji predstavlja anomaliju воде представљен је на слици:



Сл. 3.

Моže се говорити о линеарном ширему по дужини (у једном правцу), површинском и запримском ширему тела.

Линеарно ширеме услед загревања (повишење температуре) сразмерно је дужини и повишењу температуре, а зависи и од природе материјала. Може се представити сл. 4.



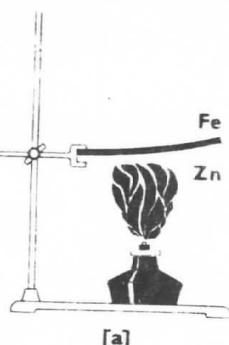
Штап дужине  $l_1$  налази на температури  $t_1$ . Ако се температура повиси на  $t_2$  штап ће се проширити на  $\Delta l$ .

To se može matematički formulisati:  $\Delta l = \alpha l_1 (t_2 - t_1)$

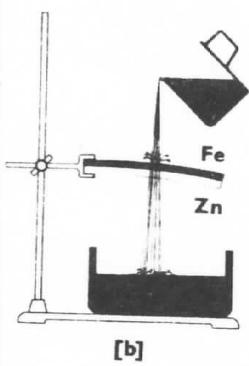
gde  $\alpha$  predstavlja termički koeficijent linearog širenja i definiše se kao:

$$\alpha = \frac{\Delta l}{l_1} \cdot \frac{1}{\Delta t}, \text{ a } \Delta t = t_2 - t_1$$

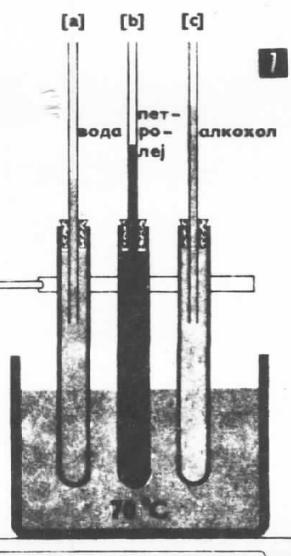
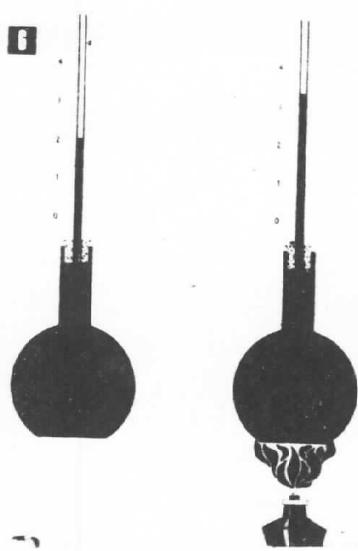
$$\Delta l = l_2 - l_1$$



[a]



[b]



Ovde se neće detaljnije vršiti analiza i izvodjenje obrazaca, jer bi rad obilovao opštirnošću.

Slična se razmatranja mogu vršiti i za površinsko širenje i za zapreminske širenje čvrstih tela, no pošto nastavnim programom za osnovne i srednje škole ovi sadržaji nisu obuhvaćeni, to se ni ovde neće razmatrati.

Na osnovu ogleda prikazani slikama 5, 6 i 7 zagrevanje bimetallne trake, zagrevanje različitih tečnosti u eprovetama i zagrevanje različitih gasova u balonima) moglo bi se zaključiti da se: različite vrste čvrstih supstancija i različite vrste tečnosti nejednako šire pri jednakom zagrevanju (istoj temperaturi), a različite vrste gasova se jednakо šire pri jednakom zagrevanju (pod uslovom da su gasovi razredjeni). Pri tome se najmanje šire čvrste supstancije, tečne znatno više a gasovi najviše. Ovo se objašnjava time što su kod gasova molekulske sile najslabije, pa se molekuli gasa takođe slobodno kreću. Pri zagrevanju tela pri stalnoj zapremini, unutrašnja energija molekula znatno se povećava. Može se povećati do takvih međumolekulskih dejstava da dolazi do raspada tela.

Širenje tela pri zagrevanju može imati korisne i štetne posledice, pa je to vrlo značajno u tehnici u svakodnevnom životu. Primeri negativnih posledica: krivljenje mostova, otikanje žica dalekovoda, krivljenje železničkih šina, itd. Zato se pri izgradnji ovakvih objekata vodi računa o prethodnim konstatacijama i nastoji da se ove posledice izbegnu.

Na nejednakom širenju čvrstih supstancija (meta) zasniva se rad bimetalne trake koja se koristi kod uređaja za automatsko uključivanje i isključivanje električne struje kod raznih električnih uređaja (pegla, bojler, frižider, itd.)

## 6. Prenošenje unutrašnje energije (prostiranje toplote)

Prenos topline se vrši spontano sa tela više temperature na telo niže temperature kao npr: metalna kašika potopljena u vrućoj vodi brzo se greje i na drugom kraju; od zagrejane peći, zagreva se i vazduh i sva tela u sobi; sunčevi zraci zagrevaju površinu zemlje, iako se između Sunca i Zemlje nalazi vakuum. Ovi primeri ukazuju na to da se unutrašnja energija (toplota) može prenositi na više načina i to:

- provodjenjem,
- strujanjem (konvencija),
- zračenjem, i
- prelaz topline.

**PROVODJENJE** - možemo poći od zapažanja iz svakodnevnog života. Kad zagrevamo jedan kraj metalnog tela (šipka) ubrzće se osetiti da se zagревa i drugi kraj. Ovo se objašnjava time što se zagrevanjem jednog dela tela povećava brzina oscilovanja molekula na tom mestu, a usled toga i unutrašnja energija. Zbog promena u oscilovanju molekula unutrašnja energija se prenosi sam molekul na molekul po celom telu. Pri ovom procesu ne dolazi do kretanja molekula, već samo do promene u njihovom oscilovanju. Znači: proces prenošenja unutrašnje energije sa molekulom na molekul naziva se provodjenje. To je jednosmerni proces, kod koga se energija prenosi sa tela više temperature na telo niže temperature i odvija se sve dok <sup>se</sup> njihove temperaturu ne izjednače. Tada su tela u termodinamičnoj ravnoteži.

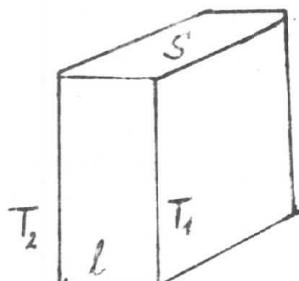
Metali kao čvrste supstance dobro prenose unutrašnju energiju provodjenjem, tečnosti slabije, a gasovi sasvim slabo. Opširnije o svojstvima metala učenici saznaju kroz nastavu OTO-a.

Nejednako prenošenje unutrašnje energije provodjenjem kod čvrstih, tečnih i gasovitih supstancija se objašnjava različitim rastojanjima između njihovih molekula. Kod čvrstih supstancija ona su vrlo mala, pa se promenom oscilovanja molekula (a time i unutrašnja energija) prenose vrlo brzo sa molekulom na molekul. Od svih čvrstih supstancija, metali najbolje

prenose elektrone, jer se transport vrši preko slobodnih elektrona. Kod tečnosti ova rastojanja među molekulima su veća, a kod gasova znatno veća nego kod tečnosti, zato tečnosti, a naročito gasovi loše prenose unutrašnju energiju provodjenjem.

Ovo je značajno za primenu u tehniци i svakodnevnom životu (kod izrade radijatora, parnih kotlova itd.). Tako se može sprečiti neželjeno zagrevanje ili hladjenje tj., može se vršiti usporavanje ovih procesa. U vezi sa ovim postaknuti učenike na razmišljanje pitanjem: Zašto se na prozorskim oknima postavljaju dvostruka stakla? Zašto se oko bojlera stavlja sioj staklene vune? itd. U vezi sa tim istaći značaj toplotnih izolatora.

U srednjoj školi provodjenje toplote se objašnjava kao prolazak toplote kroz materijalnu sredinu bez kretanja te materijalne sredine. Na sl.8 je prikazano jedno telo čiji



Sl.8

je jedan kraj na višoj ( $T_2$ ), a drugi na nižoj ( $T_1$ ) temperaturi. Termičko kretanje molekula tog tela je intenzivnije na mestu gde je temperatura viša. Zbog međusobnog dejstva molekula (kohezione sile ili pak međusobno sudaranje), energija termičkog kretanja tj., toplota se prenosi sa mesta

gde je ona veća ( $T_2$ ) na mesto gde je ta energija manja ( $T_1$ ) - sa leva u desno. Iznos ove energije haotičnog kretanja, tj., toplota  $Q$ , koja predje sa mesta više temperature na mesto niže temperature je srazmerna sa:

- razlikom temperature  $T_2 - T_1$

- poprečnim presekom tela  $S$  i

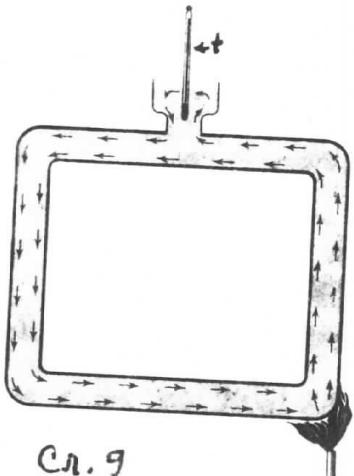
- vremenom prolaska temperature  $\tau$ ,

a obrnuto je srazmerna sa dužinom tela  $l$ , pa je količina toplote  $Q$ :

$$Q = \lambda \frac{(T_2 - T_1) S \tau}{l}, \text{ a protok toplote: } \frac{Q}{\tau} = \frac{\lambda S (T_1 - T_2)}{l}$$

Koefficijent srazmernosti  $\lambda$  se zove koefficijent toplotne provodljivosti materijala od koga je napravljeno telo. Ako se toplota izražava u džulima onda se  $\lambda$  izražava u  $J / K \cdot m \cdot s$ , kao što proizilazi iz prethodne jednačine.

**STRUJANJE** - se može očigledno pokazati kao na slici 9.



Сл. 9

Steklena cev napunjena je vodom i u njoj se nalaze zrnca hipermangana ili strugotine drveta. Odozdo se zagreva i pri tome se može zapaziti strujanje (kretnje vode) u dva smera. Od mesta zagrevanja na gore kreće se (struji) zagrevana voda, a odozgo na dole kreće se hladna voda. Posledica takvog kretanja - voda se meša i cela se zagreva što se može konstatovati termometrom.

Isto tako vazduh iznad peći struji odozdo naviše. Ovi i mnogi drugi primeri ukazuju na to da se unutrašnja energija (toplota) može prenositi strujanjem ali samo kroz supstance čiji se molekuli slobodno kreću, a to su tečnosti i gasovi. Pri zagrevanju ovih supstanci povećava se brzina kretanja molekula i oni se sve više uadaljavaju. Pri tom topliji slojevi koji su specifično lakši kreću se naviše, a manje zagrejani (teži) kreću se naniže. Ovaj proces traje sve dotle dok se supstanci do vodi energija. Materijalna sredina sre kreću zbog temperaturnih razlika u njoj što dolazi kao posledica širenja tela zagrevanjem. Tela na višoj temperaturi imaju po pravilu veću zapremenu i zbog toga manju gustinu. Moglo bi se zaključiti da je strujanje (konvekcija) način prenošenja unutrašnje energije kroz tečnosti i gasove kretanjem molekula.

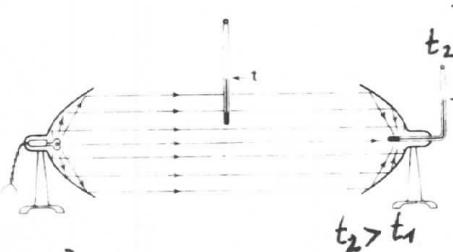
Čvrste supstance uglavnom ne prenose unutrašnju energiju strujanjem, jer su njihovi molekuli medjusobno vezani jakim silama, pa ne mogu da se kreću slobodno, već samo osciluju oko svojih ravnotežnih položaja.

Pojava strujanja tečnosti i gasova ima veliki značaj u prirodi, tehnici i svakodnevnom životu npr: vremenske promene - vetrovi su uslovljeni strujanjem (pod uticajem gravitacije), zatim strujanje vode u morima i okeanima - način zagrevanja ovih voda. Na principu prenošenja energije strujanja zasniva se i rad centralnog grejanja.

**ZRAČENJE** (radijacija) - ovaj način prenošenja toplote nije direkstan, već se vrši posrednim putem. Toplota od zagrejanih tела najpre prelazi u energiju zračenja - (elektromagnetne talase - koja se na drugom telu apsorbuje i ponovo prelazi u toplotu.

Znači: zračenje predstavlja način prenošenja unutrašnje energije pomoću elektromagnetskih talasa. Ovi talasi su slični svetlosnim, električnim, ultraljubičastim zracima, X - zracima (o kojima će biti više reči na drugom mestu - u okviru kursa fizike za VIII razred). Topolotni zraci se razlikuju od ostalih elektromagnetskih radijacija po tome što imaju znatno veću talasnu dužinu i nazivaju se infracrveni elektromagnetski talasi (ili infracrveni zraci). Prostiru se brzinom svetlosti tj.,  $300.000 \text{ km/s}$  tj.,  $3 \times 10^{10} \text{ cm/s}$  u bezvadušnom prostoru. Osnovna svojstva zračenja su: što je zračenje jednosmeran proces kod koga se energija prenosi sa tela više temperature na telo niže temperature i održava se sve dok se ove temperature ne izjednače.

Prenošenje unutrašnje energije zračenjem može se prikazati ogledom predstavljenim na sl. 10.



Sl. 10

Ako se naspram uključene grejalice postavi druga grejalica, koja umesto grejača  $t_2$  ima termometar, uočiti će se da temperatura koju pokazuje termometar raste. Postavljanjem prepreke između grejalice i termometra (drvena ploča), temperatura termometra će se sniziti, jer prepreka odbija i upija infracrvene elektromagnetske talase. Potrebno je istaći da:

sva tela u prirodi zrače neprekidno ovakve talase, bez obzira na kojoj se temperaturi nalaze. Ove talase ne zrače jedino te la kada se nalaze na apsolutnoj nuli. No, kako ova temperatura nije ni do danas postignuta, smatra se da sva tela zrače energiju.

Usijana tela (sunce, vlakna sijalice, itd.), zrače vidljive i nevidljive elektromagnetske talase. Tamna tela (zagrejana peć, radijatori, Zemlja, itd.) zrače samo nevidljive (infracrvene) elektromagnetske talase kojima se prenosi toplota.

Svako telo čija je temperatura iznad apsolutne nule istovremeno zrači i apsorbuju (upija) infracrvene elektromagnetske talase. Usled zračenja temperatura tela opada pa se ono hlađi, a pri apsorciji temperatura tela raste (upija toplotu), pa se telo zagreva. Znači: telo se zagreva zračenjem ako je energija apsorbovanih infracrvenih talasa veća od energije izraženih talasa. Važi i obratno - hlađi se ako je ovaj proces obrnut. Treba podvući da tamne i hrapave površine bolje zrače

i upijaju toplotne zrake nego uglačane i svetle površine. Tu se nalazi i odgovor na pitanja: zašto se leti nose svetlica odela, a zimi tamnija; Zašto se rashladni uređaji (frižideri) i hladnjачe boje belo - da bi razmena unutrašnje energije između njih i okoline bila što manja. Ovde se objašnjava i održavanje niskih tj., visokih temperatura u termos - bocama.

Najveći deo toplostne energije na Zemlji dolazi od Sunca putem zračenja.

U srednjoj školi se može ići korak dalje. Ovakav način prenošenja topote objašnjava se zakonima zračenja. Pošto telo zračenjem gubi energiju ono bi se brzo ohladilo do absolutne nule, ako istu ne bi nadoknadjivalo iz nekog izvora.

Telo koje dobro zrači dobro i apsorbuje elektromagnetne talase iste talasne dužine. Ovo se zove zakon Kirhofa. Do tog zaključka se može doći jednostavnim rasudjivanjem. Ako se pretpostavi da su zidovi jedne prostorije na stalnoj temperaturi  $T$ . Ako se u prostoriji nalazi veći broj različitih tela, bez obzira na njihovu temperaturu prilikom unošenja u prostoriju, posle izvesnog vremena, njihova temperatura će se izjednačiti sa temperaturom zidova prostorije. Ako su tala mala u poređenju sa prostorijom, sva tala će biti ozračivana zračenjem istog intenziteta. Deo ~~svetlosti~~ ovog zračenja se apsorbuje u telima, deo  $r$  reflektuje i eventualno deo  $t$  će proći kroz telo. Apsorbovana energija će povećavati temperaturu tela pa će i ona da zrači isti iznos energije. Znači, tala koja više apsorbuje energije više će energije i da emituju. Telo koje potpuno apsorbuje celokupno vidljivo zračenje je crno telo. Telo koje potpuno apsorbuje celokupno elektromagnetsko zračenje (bez obzira na talasnu dužinu) se zove apsolutno crno telo. Kod njega apsorcionala moć a jednaka jedinica za sve talasne dužine ( $a = 1$ ).

Po Kirhofovom zakonu apsolutno crno telo najbolje zrači elektromagnetske talase. Ne postoji drugo telo (ili sistem tala) u termodinamičkoj ravnoteži na temperaturi  $T$  čiji bi intenzitet zračenja za bilo koju talasnu dužinu bio veći od intenziteta zračenja apsolutno crnog tela na istoj temperaturi za istu talasnu dužinu.

Intenzitet zračenja je energija izračena po jedinici talasne dužine<sup>(J)</sup> ili frekvencije<sup>(Hz)</sup> za jedinicu vremena u jediniči prostornog ugla sa jedinice površine normalne na taj prostorni ugao.

Ukupna energija  $E$  koju izrači absolutno crno telo na temperaturu  $T$  sa jedinice površine u jedinici vremena je srazmerna. Četvrtom stepenu absolutne temperature, što se može izraziti ovako:

$$E = \sigma T^4$$

Ovo je ŠTEFAN - BOLCMANOV zakon. Empirijski ga je utvrdio Stefan (Stefan). Teorijski, na osnovu klasičnih termodinamičnih zakonitosti, izveo ga je Boltzman.  $\sigma$  je Stefan - Boltzmanova konstantna - konstantna proporcionalnosti i

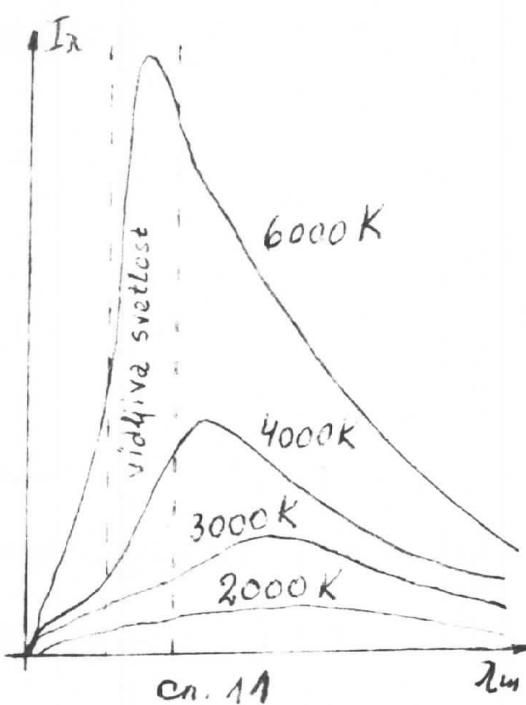
$$\sigma = 5,71 \times 10^{-16} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$$

Vidi se da emisija moć nekog tela vrlo brzo raste sa temperaturom. Tako je na hiljadu K emisiona moć 125 puta veća nego na sobnoj temperaturi od 300 K. Zato je pri niskim temperaturama zračenje zanemarljivo malo i prenošenje toplote se vrši uglavnom strujanjem.

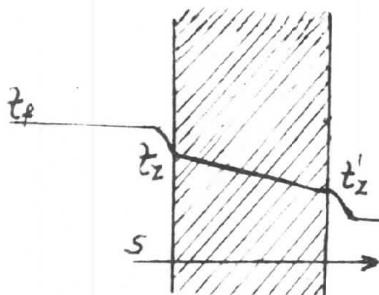
Ako se zračenje absolutno crnog tela razloži po talasnim dužinama, dobija se zavisnost  $I_\lambda$  od talasne dužine  $\lambda$  kao na slici 11. Može se konstatovati da je talasna dužina  $\lambda_m$  za maksimum intenziteta obrnuto srazmerna absolutnoj temperaturi  $T$  do koje je zagrejano absolutno crno telo:

$$\lambda_m = \frac{b}{T}, \text{ gde je } b \text{ konstanta. Ova jednačina je analitički izraz Vinovog (Wien) zakona pomeranja.}$$

Štefan - Boltzmanov i Vinov zakon danas imaju objašnjenje u jednom opštem zakonu koji opisuje toplotno zračenje (zračenja absolutnog crnog tela u termodinamičkoj ravnoteži na  $T$ ), a to je PLANKOV (Planck) zakon zračenja. Kao način prenošenja toplote može se uzeti i PRELAZ TOPLOTE. Ovo predstavlja složenu teorijsku analizu, pa se pribegava empirijskom tretiranju procesa prelaza toplote.



Na sl. 12 je prikazan empirijski ustanovljen grafikon koji pokazuje način opadanja temperature kad toplota prelazi sa fluida na čvrsti zid, a zatim opet na fluid.



Cn. 12

Toplota prelazi (teče) sa leva na desno. Ako je u unutrašnjosti fluida temperatura  $t_f$ , a temperatura zida  $t_z$  i ako je  $t_f$  veće od  $t_z$ , onda se na graniči prelaza javlja pad temeprature po složenoj krivoj. Kroz zid temepratura pada linearno prema zakonu provodjenja. Ako je spoljašnji fluid (desno)

još na nižoj temperaturi, onda će se i na ovoj graničnoj površini javiti sličan proces prelaza. Slično kao i kod provodjenja, ovde se koristi aproksimativan obrazac, samo se debljina sloja zanemaruje. Protok toplote izražava se u ovom slučaju:

$$\frac{Q}{\tilde{t}} = \alpha S(t_z - t_f)$$

a količina toplote koja prelazi je:  $Q = \alpha S (t_z - t_f) \cdot \tilde{t}$

$\tilde{t}$  je vreme prelaženja toplote, a  $\alpha$  koeficijent prelaska toplote.

## 7. Količina toplote

Kod toplotnih pojava, pored temperature javlja se kao osnovna veličina i količina toplote, a u vezi s tim toplotni kapacitet tela i specifična topčlota.

Krajem XVIII veka vladalo je mišljenje da je toplota neki fluid koji prelazi na zagrevano telo ili odlazi sa tela pri njegovom hladjenju. Ovaj fluid je tada nazvan kalorik.

U dosadašnjem izlaganju opisani su načini, i nabrojani mnogi primeri, prenošenje unutrašnje energije sa jednog tela na drugo (prenošenje toplote provodjenjem, strujanjem, zračenjem i prelaz toplote). U svim ovim slučajevima prenošenje toplote uslovljeno je uzajamnim dejstvom molekula jednog drugog tela, pri čemu se energija <sup>prenosi</sup> sa molekulama na molekul. Valja istaći da su unutrašnja energija prenosi kako od tela više temperature na telo niže temperature, tako i u suprotnom smjeru, ali u manjem iznosu. Tako nastaje obostrana razmena energija između tela (prestavljeno sl.13.):



Sl. 13

Ta razmena traje i onda kada se uspostavi termička ravnoteža izmedju tela, ali ta razmena je onda u jednakim iznosima, pa se onda kaže da nema prenošenja energije. Neka se za određeno vreme prenese sa prvog tela (čija je temperatura viša) na drugo telo unutrašnja energija  $U_1$ , a sa deugog tela čija je temperatura tj., energija niža) na prvo telo energija  $U_2$ .

Rezultajući energija u ovom procesu naziva se količina topline i obeležava se sa  $Q$ , pa je:

$$Q = U_1 - U_2 .$$

Prvo telo je izgubilo - odalo količinu topline  $Q$ , a drugo telo je povećalo - primilo količinu topline  $Q$ . U toku ovog procesa ne vrši se mehanički rad nad telom pod dejstvom sponjajućih sila niti telo vrši rad. Može se zaključiti da je: količina topline mera razmene unutrašnje energije izmedju tela (pri čemu se energija prenosi nabranim načinima, tj., prevodenjem, strujanjem itd.).

Jedinica za količinu topline ista je kao i za energiju, odnosno rad. Znači:  $[Q] = [E] = [A] = J$ . Do 1980. godine dozvoljeno je da se kao jedinica količine topline koristi i kalorija (cal) pri čemu je  $1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$ , i kalorija predstavlja onu količinu topline koju treba dovesti 1 gr. destilovane vode da bi se zagrejala od  $14,5^{\circ}\text{C}$  do  $15,5^{\circ}\text{C}$ .

#### 8. Toplotni kapacitet tela

Toplotni kapacitet tela predstavlja važno energetsko svojstvo tela i može se objasniti eksperimentom prikazanim na sl. 14.



ca. 14

U sudovima su tri tečnosti sa istom početnom temperaturom (npr:  $t_1 = 15^{\circ}\text{C}$ ). U prva dva suda su iste tečnosti (voda) različitih masa (1 kg i 2 kg.), a u trećem sudu se nalazi ulje (2 kg). Vreme zagrevanja tečnosti u sva tri suda je isto (pet minuta). Pri tome tečnostima se predaju jednakе količine toplice  $Q$ , koliko iznosi i njihovo povećanje unutrašnje energije (zanemaruju se gubici prilikom prenosa). Može se sa slike uočiti da povišenje temperature ( $t_2 - t_1$ ) nije u svim slučajevima jednako. Za prvi i drugi slučaj moglo bi se zaključiti da razlike u temperaturi dolaze usled razlike u masama tela, a za drugi i treći slučaj (iste mase) razlika temperature je posljedica različitih supstancija. Ta količina toplice koju je potrebno dovesti telu da bi mu se temperatura povisila na 1 stepen (1 K odnosno  $1^{\circ}\text{C}$ ) predstavlja važno svojstvo tela i naziva se toplotni kapacitet tela i obeležava se sa  $C$ , a može se izraziti kao:

$$C = \frac{Q}{t_2 - t_1} \quad \text{dovedena (odvedena) količina toplice}$$

$\frac{\text{J}}{\text{K}}$  ----- povišenje (sniženje) temperature,

a jedinica toplotnog kapaciteta je  $\frac{\text{J}}{\text{K}}$ .

Toplotni kapacitet tela koji se odnosi na telo jedinične mase predstavlja specifični toplotni kapacitet i on je brojno jednak količini toplice koju je potrebno dovesti telu mase 1 kg da bi mu se temperatura povisila za 1 K i može se izraziti kao:  $C = \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$

Može se zapaziti da specifični kapacitet zavisi samo od prirode supstancije tela. Specifični toplotni kapaciteti mnogih supstancija su eksperimentalno određeni i predstavljaju stalne veličine koje se koriste kao konstante.

Jedinica spec. topl. kapaciteta:

$[c] = \frac{[C]}{[m]} = \frac{\frac{J}{K}}{\frac{kg}{kg}} = \frac{J}{kg \cdot K}$ . Ako se zna specifični toplotni kapacitet i masa tela, onda je kapacitet toga tela:

$C = c \cdot m$ , a količina topline koju je potrebno dovesti telu da bi mu se temperatura povisila od  $t_1$  na  $t_2$  je izražava se kao :  $Q = c \cdot m (t_2 - t_1)$

U srednjoj školi se može ići korak dalje. Na osnovu eksperimenta došlo se do zaključka da je promena količine topline  $\Delta Q$  proporcionalna razlici temperature  $\Delta t$  i masi tela tj.,  $\Delta Q = c \cdot m \Delta t$ , a specifična toplota  $c = \frac{\Delta Q}{m \cdot \Delta t}$ , a  $\therefore C = mc = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ . Uvodjenjem diferencijala:  $c = \frac{dq}{mdt}$ , a  $\therefore dq = c \cdot m \cdot dt \Rightarrow Q = m \int_{t_1}^{t_2} c dt$ .

Ovde se ukazuje potreba za rešavanjem zadataka pa se koriste računske vežbe. To će doprineti razvoju logičkog mišljenja jer se zahteva analiza fizičkog i tehničkog sadržaja zadataka, zahteva primenu stečenih znanja i deduktivno zaključivanje. Rešavanjem zadataka postići će se: trajnije i potpuno usvojenje gradiva iz ove oblasti; zapamćivanje i uočavanje funkcionalne zavisnosti među fizičkim veličinama; podubljivanje i proširivanje znanja; razvijanje navika za samostalan rad; primenjivanje teorijskih znanja u praksi; razvijanje inicijative, volje, istražnosti, snalažljivosti itd. Kako kaže engleski fizičar NOULTON: "nijedna definicija, zakon ili formula ne mogu se smatrati usvojenim sve dotle dok nisu potvrđeni na zadacima".

Zadaci se nalaze na kraju udžbenika za VII razred osnovne škole i II razred srednje škole a mogu se koristiti i zbirke zadataka od prof. Ž. Ćuluma, B. Černe, zadaci iz radnih listova i testova itd.

Da bi se postigli što bolji rezultati u nastavi fizike, da bi se nastava učinila što interesantnijom i kvalitetnijom nameće se potreba korišćenja demonstracionih ogleda i laboratorijskih vežbi. To je naročito potrebno u početnoj nastavi fizike - znači u VII razredu osnovne škole. U cilju očiglednosti

treba koristiti dijafilmove i kinoprojektore. Kad su u pitanju laboratorijske vežbe i ogledi treba da postoji dobra saradnja nastavnika fizike sa nastavnikom OTO-a. Planom su predvidjene sledeće laboratorijske vežbe:

1. Odredjivanje i merenje temperature smeše jednakih količina tečnosti.

2. Odrđivanje promene unutrašnje energije tela.

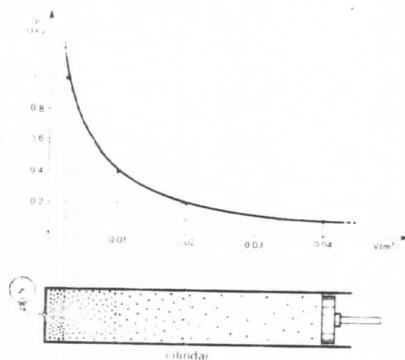
Ovde se neće vršiti analiza i teorijska razmatranja vežbi, već će se napomenuti samo da je cilj vežbi da teorijska znanja nadju praktičnu potvrdu u laboratorijskom radu.

Aparati koji služe za merenje količine toplote su kalolimetri. Kalolimetri mogu biti različiti - zasnovani na različitim principima, a najčešće upotrebљeni su vodeni kalolimetri i kalolimetri sa stacionarnim tokom, a oba se zasnivaju na osnovnoj relaciji:  $Q = c m (t_2 - t_1)$  po kojoj je količina toplote dovedena nekom telu srazmerna povišenju njegove temperature. Znači količina toplote se može odrediti merenjem površne temperature, ako je poznata masa i specifična toplota tela.

## 9. Pritisak

Pritisak je važna termodinamička veličina. Ovu veličinu učenici upoznaju u VII razredu kao fizičku veličinu koju karakteriše dejstvo sile na neku površinu, bez obzira kolika je površina. (Ovde se neće govoriti o pritisku kod čvrstih tela već samo o pritisku zatvorenih gasova što je vezano za ovaj rad).

Pritisak zatvorenih gasova nastaje kao posledica slobodnog kretanja molekula gasa. Taj pritisak se naziva unutrašnji pritisak gasa. Pritisak gasa na zidove suda je posledica udara molekula gasa o zidove suda. Ako se na putu molekula gasa nalazi neka prepreka (zidovi suda) oni udaraju o tu prepreku, pri čemu vrše pritisak na nju, svuda podjedнако. Može se napomenuti da gasovi nemaju stalan oblik i zapremenu već isti zavisi od oblika i zapreme suda u kome se nalaze. Odnos između pritiska i zapreme odredjene količine gasa pri stalnoj temperaturi može se predstaviti ogledom (cilindra sa klipom slika 15). Vidi se da se pritisak gasa povećava onoliko puta koliko se puta zapremina smanjuje. Unošenjem podataka iz ovog ogleda u tablicu i njihovim



Cylinder

zapremine odredjene količine gasa pri stalnoj temperaturi, stanjan je.

Na osnovu Boj -Mariotovog zakona može se zaključiti da koliko se puta povećava zapremina gasa, toliko puta se snizi njegov pritisak i obratno. To dalje znači da su zapremine oreodredjene količine gasa, pri stalnoj temperaturi, obrnuto sra merne odgovarajućim pritiscima gasa, tj., da je:

$$V_1 : V_2 = P_2 : P_1$$

Jedinica proizvoda  $pV$  je DŽUL, izvedeno:

$$[pV] = [p][V] = P_a \cdot m^3 = \frac{N}{m} \cdot m^3 = Nm = J, \text{ a to znači da}$$

proizvod  $pV$  ima prirodu energije.

O instrumentima i načinu merenja pritiska neće se ovde govoriti, jer za termodinamičke procese to nije bitno.

U srednjoj školi se pritisak objašnjava sa gledišta molekulno kinetičke teorije gasova, na sledeći način: Pritisak u gasu je jednak ukupnoj promeni količine kretanja (impulsa) svih molekula koji udare na jedinicu površine u jedinici vreme na. Impulsi zavise od srednje brzine kretanja molekula, odnosno od srednje kinetičke energije molekula,  $E_k$ . Srednja kinetička energija se objašnjava kao statistička veličina zbog velikog broja molekula koji učestvuju u tom procesu. Ako se na  $n_0$  označi broj molekula u jedinici zapreminske gase (koncentracija molekula), onda se srednji pritisak gase može izraziti relacijom:

$\langle p \rangle = \frac{2}{3} n_0 \langle E_k \rangle$  i predstavlja osnovnu relaciju molekulsko kinetičke teorije. Izvodjenje ove relacije zasniva se na sledećim pretpostavkama:

- Molekuli su male loptice,
- Molekuli se od ijaju od zidova suda kao elastične loptice,
- Molekuli se međusobno ne sudaraju i kreću se u

grafičkim predstavljanjem na  $pV$  dijagrame dobija se da je proizvod  $pV$  uvek stanjan (konstantan). Do ovog zaključka su došli istovremeno Englez Boyle i Francuz Mariot i poznat je kao Boyle-Mariotov zakon, koji se matematički može izraziti:  $pV = \text{konstanta}$ , pri konstantnoj temperaturi. Znači: Proizvod pritisaka i

tri medjusobno normalna pravca,

- Prosečne brzine kretanja molekula su jednake i kretanje im je transplatorno.

Kinetička energija je data relacijom:

$$\langle E_k \rangle = \frac{m}{2} \langle v^2 \rangle$$

Gde je za  $v$  uzeta srednja kvadratna brzina (kad se vrši statističko razmatranje) molekula koja se definiše na sledeći način

$$\langle v^2 \rangle = \frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2}{n}$$

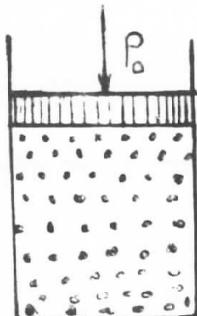
onda će relacija za pritisak gasa glasiti:

$$\langle p \rangle = \frac{2}{3} n_0 \frac{m}{2} \langle v^2 \rangle = \frac{2}{3} n_0 \langle E_k \rangle$$

i važi kada se molekuli kreću samo transplatorno (rotacija se zanemaruje). Ova jednačina je vrlo značajna jer se iz nje dobija jednačina gasnog stanja, a iz ove - ostali gasni zakoni.

#### 10. Širenje gasova pri zagrevanju

Gasovi se pri zagrevanju znatno više šire od tečnosti i čvrstih tela. Gasovi mogu da menjaju svoju zapreminu i bez promene temperature. Zato termičko širenje gasova možemo posmatrati pri konstantnom pritisku. U vezi sa tim, slikom 16. predstavljen je jedan od eksperimenata:



Crt. 16

U cilindru sa klipom koji može da se kreće bez trenja, zatvorena je stalna količina gasa. Na klip deluje stalni atmosferski pritisak  $P_0$ . Zagrevanjem gase u cilindru povećava se zapremina gase, usled čega se klip podiže. Pri tom će pritisak zadržati stalnu vrednost.

Uporednim merenjem raznih vrednosti

temperature gase i odgovarajućih zapremina može se doći do zakona širenja toga gase. Uporedjivanjem ovakvih

rezultata merenja kod raznih vrsta gasova i pod raznim okolnostima dolazi se do sledećih zaključaka: termičko širenje svih gasova približava se prostom linearnom zakonu, koji ima isti oblik kao i aproksimativni zakon zapreminskog širenja čvrstih i tečnih tela tj.,

$$V = V_0(1 + \gamma t) \quad (1) \text{ i važi za idealne gasove.}$$

$\gamma$  je koeficijent širenja gasova, i ima skoro uvek istu vrednost bez obzira na vrstu gasa pa približno iznosi

$\gamma = \frac{1}{273}$ . Može se reći da svi gasovi pri povišenju temperaturi za  $1^{\circ}\text{C}$  povećavaju svoju zapreminu za  $\frac{1}{273}$  deo one zaprime ne koju su imali na  $0^{\circ}\text{C}$ .

### 11. Promena pritiska gasa pri zagrevanju

Pri zagrevanju gasa može se zapremina održavati stalnom. Takav uslov može se postići u prethodnom ogledu ako se klip zakoči tj., spriči se njegovo kretanje. Pri tom se povećava pritisak gasa, a zapremina ostaje ista. Merenjem temperature i pritiska može se zaključiti da se svi gasovi ponašaju približno jednako i to se može izraziti linearnim zakonom:

$$p = p_0(1 + \gamma t) \quad (2) \text{ za idealne gasove, gde}$$

je  $p_0$  pritisak gasa na  $0^{\circ}\text{C}$ , a  $p$  pritisak gasa na  $t^{\circ}\text{C}$ .  $\gamma$  je ovde koeficijent pritiska i ima istu vrednost kao i u prvoj jednačini tj.,  $\gamma = \frac{1}{273}$ .

Može se reći da zagrevanje gasa pri stalnoj zapremini za  $1^{\circ}\text{C}$  njegov pritisak se povećava  $\frac{1}{273}$ - deo pritiska na  $0^{\circ}\text{C}$ .

Relacija (1) i (2) predstavljaju Gau-Lussakov zakon. Ovaj zakon se može i ovako formulisati: Svi gasovi imaju isti termički koeficijent.

Gasovi koji bi se ponašali po ovakvim linearnim zakonima, a molekuli gase da se smatraju kao idealne elastične čestice zanemarljivih dimenzija nazivaju se idealni gasovi.

Molekuli idealnih gasova ne interaguju (medju njima ne postoji privlačne niti odbojne sile. Takvi su gasovi na primer: vodonik, helijum, itd. U prirodi nema takvih idealnih gasova, ali je ponašanje realnih gasova jako približeno zakonima idealnih.

## 12. Apsolutna temperatura i absolutna nula

Pomoću prethodnih zakona (relacije (1) i (2) za idealne gasove može se jednostavno doći do najniže moguće temperature tj., do absolutne nule temperaturske skale. Ako u ove zakone stavimo da je  $t = -273^{\circ}\text{C}$  dobija se:

$p = p_0 \left[ 1 + \frac{1}{273} \cdot (-273) \right] = 0$  Slično se iz relacije (1) dobija da je  $V = 0$ . Znači da na temperaturi od  $-273^{\circ}\text{C}$  idealni gasovi neće imati ni pritisak ni zapreminu, pa je znači temperatura od  $-273^{\circ}\text{C}$  najniža moguća temperatura. Zato je ova temperatura usvojena za absolutnu nulu temperaturske skale. Temperatura koja se meri od absolutne nule predstavlja absolutnu temperaturu i obeležava se sa  $T$ . Na ovaj način je ustanovljena Kelvinova temperaturska skala, pa je  $T = 273 + t$ .

Uvodjenjem absolutne temperature relacije (1) i (2) se mogu izraziti ovako:

$$p = p_0 \left( 1 + \frac{1}{273} \cdot t \right) = p_0 \frac{(273 + t)}{273} = p_0 \frac{T}{T_0}$$

Odavde je:  $\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$  i Pritisici idealnog gasa pri stalnoj zapremini proporcionalni su absolutnim temperaturama. Slične relacije se mogu postaviti i za zapreminu gasa pa je:

$$\frac{V}{V_0} = \frac{T}{T_0}; \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Absolutna nula je na ovaj način dobivena prema zakonima idealnih gasova. Realni gasovi odstupaju od ovih zakona. Ta odstupanja su veća na niskim temperaturama. Realni gasovi na niskim temperaturama prelaze u tečnost. Temperatura  $-273^{\circ}\text{C}$  dobijena je samo teorijski i nije je moguće izmeriti eksperimentalnim putem.

### 13. Srednja kinetička energija molekula

Već je rečeno da je temperatura T neke supstancije mera srednje kinetičke energije, njenih molekula  $\langle E_k \rangle$ . To znači da postoji neposredna zavisnost između  $\langle E_k \rangle$  i T. Eksperimentalno a i teorijski je dokazano da je  $\langle E_k \rangle \sim T$  tj.,

$$\langle E_k \rangle = -\frac{3}{2} kT \quad \text{Gde je } K = 1,3810^{-23} \text{ JK} \quad i$$

predstavlja Boltmanovu konstantu. Može se istaći da svakom stepenu slobode molekula pripada iznos kinetičke energije od  $-\frac{1}{2}kT$ . Jednoatomni molekuli imaju tri stepena slobode (mogućnost translatornog kretanja u tri pravca), pa je njihova kinetička energija  $-\frac{3}{2}kT$ . Dvoatomni molekuli imaju 5 stepeni slobode, pa je njihova kinetička energija  $\frac{5}{2}kT$ , dok troatomni i višeatomni molekuli imaju 6 stepeni slobode, pa je njihova kinetička energija  $\frac{6}{2}kT = 3kT$ . Količina supstancije predstavlja jednu od 7 osnovnih fizičkih veličina SI sistema jedinica. U opštem slučaju, količina supstancije  $n$  može se izraziti sledećom relacijom:

$$n = \frac{N}{N_a} . \quad N \text{ je broj molekula (ili atoma) neke supstancije a } N_a \text{ predstavlja}$$

Avogadrov broj (molarni broj) i  $N_a = 6,021 \cdot 10^{23}$  molekula/mol. Jedinica količina supstancije jeste mol i definiše se: mol je količina supstancije koja sadrži onoliko molekula (atoma, jona ili njihovih grupa) koliko atoma sadrži 0,012 kg ugljenika 12. Znači: Avogardov broj predstavlja broj molekula (ili atoma) u količini supstancije od jednog mola. Količina supstancije može se odrediti i kada je poznata masa  $m$  posmatrane količine supstancije i njihova molekulска masa M pa imamo:

$$n = \frac{m}{M} . \quad \text{a ovoj količini supstancije odgovara broj molekula:}$$

$$N = n N_a .$$

### 14. Jednačina gasnog stanja

Ova jednačina određuje zavisnost svih parametara koji određuju stanje gasa. Do nje se dolazi na osnovu molekulsko-kinetičke teorije i to na osnovu relacije za srednji

pritisak i srednju kinetičku energiju. Pri tom se uzima da je koncentracija molekula  $n$  u relaciji za pritisak jednaka odnosu broja molekula  $N$  u posmatranoj količini gasa i zapreminе  $V$  tj.,

$$n_0 = \frac{N}{V}$$

pa se smenom u izrazu za  $\langle E_k \rangle = \frac{3}{2} kT$  i

sменом u izrazu za srednji pritisak  $\langle p \rangle$

$$\langle p \rangle = \frac{2}{3} n_0 \langle E_k \rangle \quad \text{posle toga dobija: } \langle p \rangle = \frac{2}{3} \frac{N}{V} kT, \text{ a odavde}$$

$$pV = NkT$$

Umesto broja molekula  $N$  može se uzeti količina gasa  $n$  pa se prethodna relacija može napisati u oblik

$$pV = nN_a \cdot kT \quad \text{pošto je } N = nN_a.$$

Proizvod  $N_A K$  predstavlja novu konstantu koja se označava sa  $R$  i naziva se univerzalna gasna konstanta, pa je:

$$pV = nRT \quad \text{ili } \frac{pV}{T} = \text{konstanta; } R = 8,3 \text{ J/mol K}$$

Ova jednačina predstavlja jednačinu gasnog stanja i naziva se Klapejronova jednačina. Ona sadrži tri osnovna parametra koja definišu stanje odredjene količine gasa: pritisak  $p$ , zapremina  $V$  i temperatura  $T$ .

Jednačina gasnog stanja može se proveriti i eksperimentalno, pa predstavlja lep primer jedinstva i povezanosti teorije i prakse.

Na primer: pritisak vazduha u prostoriji zapremine  $V = 20 \text{ m}^3$  iznosi  $p = 0,1 \text{ MP}_a$ , dok je temperatura vazduha  $t = 27^\circ\text{C}$  odnosno  $T = 300 \text{ K}$ . Kolika je masa vazduha u prostoriji? Molekulská masa vazduha iznosi  $N = 0,029 \text{ kg/mol}$ . Moglo bi se uzeti još sličnih primera.

### 15. Zakoni koji proističu iz jednačine gasnog stanja (za idealne gasove)

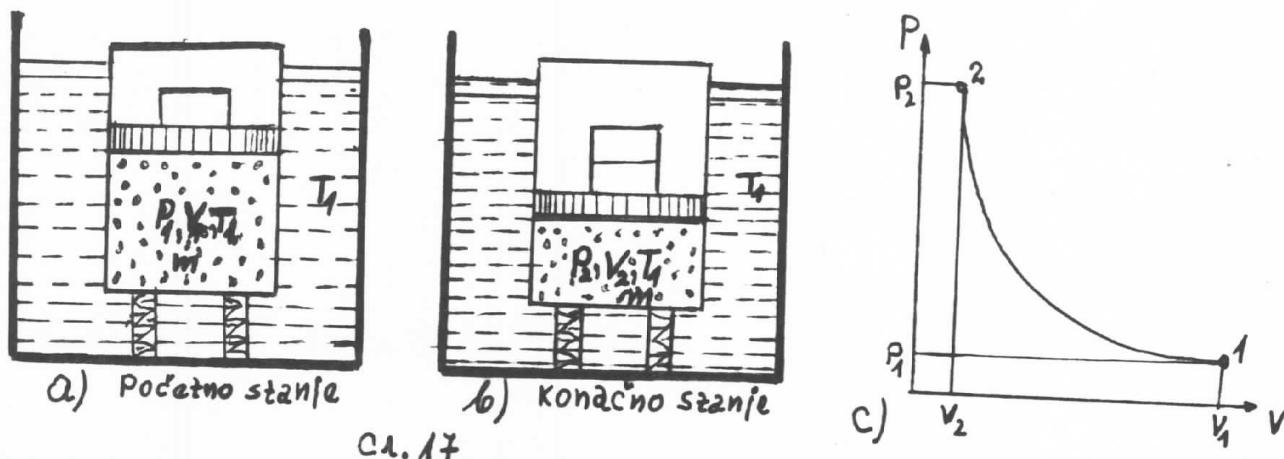
Videli smo da su kod gasnva osnovne veličine: zapremina  $V$ , pritisak  $p$  i temperatura  $T$  i predstavljaju osnovne parametre kojima se određuje stanje gase. Kad se stanje gase menja, onda su u opštem slučaju menjaju sve tri veličine. Međutim, postoje specijalni slučajevi promene stanja pri kojima se menjaju samo dve veličine stanja, a treća ostaje stalna (konstantna) takvi procesi nazivaju se izo-procesi (izo=jednak). Ovi procesi su formulisani u tri zakona.

1. Gasni proces pri stanoj temperaturi ( $T=\text{konst.}$ ) se naziva IZOTERMSKI PROCES poznat kao BOJIL-MARTOTOV ZAKON, a može se izraziti:

$$pV = \text{konstanta.} \quad \text{Znači:}$$

Proizvod pritiska i zapremlje odredjene količine gase stalan je pri stanoj temperaturi.

Ovu međusobnu zavisnost pritiska i zapremlje gase možemo prestaviti na tzv.,  $pV$  dijagramu (sl. 17 - ogled i dijagram).



Ilinija koja predstavlja izotermički proces naziva se izoterna (ista temperatura) i u  $pV$  dijagramu je predstavljena ravnostranom hiperbolom (sl.17 c).

Izoternska promena stanja može se postići kad bi se cilindar sa pokretnim klipom u kome se nalazi gas (slika 17 a) postavio u sud sa vodom temperature  $T_1$ , pa je početno stanje odredjeno vrednostima  $p_1$   $V_1$  i  $T_1$ . Ako se pomera klip u cilindru na dole (sl. 17 b) vrši se sabijanje gase, pri tom se pritisak povećava na  $p_2$  a zapremlje će se smanjiti na  $V_2$ , pri čemu temperatura ostaje ista  $T_1$  pa će ovo novo stanje biti odredjeno sa vrednostima  $p_2$   $V_2$  i  $T_1$ . Jednačine stanja za početno i konačno stanje koja se dobija iz jednačine gasnog stanja glasite:

$$p_1 V_1 = nRT_1 \quad p_2 V_2 = nRT_1 \quad \text{a odavde}$$

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad \text{odnosno} \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1}$$

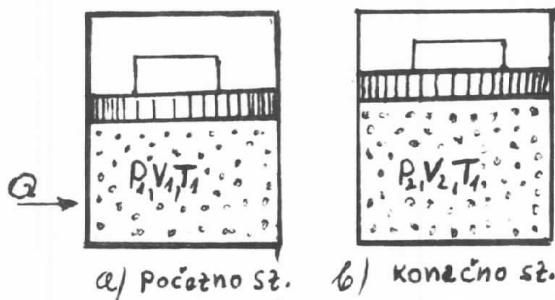
Ova promena stanja se može i dalje nastaviti pa se dobija da je

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 = p_3 V_3 \dots p_n V_n$$

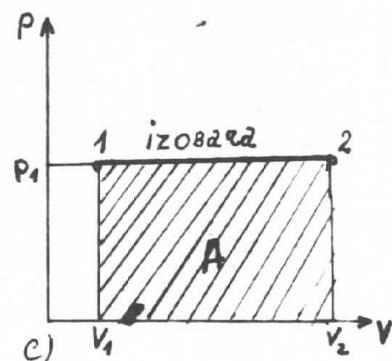
iz čega se može zaključiti  
da je  $pV = \text{kons. pri kon. } T$ .

Izotermiske promene stanja se postižu pri kompresiji (sabijanju gasova).

2. Promena zapremljene gase pri stalnom pritisku ( $p = \text{konst.}$ ) naziva se IZOBARNA PROMENA, IZOBARNI PROCES (predstavljeno sl.18.)



sl. 18



Pošto je  $p_1 = p_2$ , a količina gase  $n = \text{konst.}$  onda se mogu napisati jednačine početnog i krajnjeg stanja

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} = \dots = \frac{V_n}{T_n}$$

ili iz jednačine gasnog stanja dobija se:

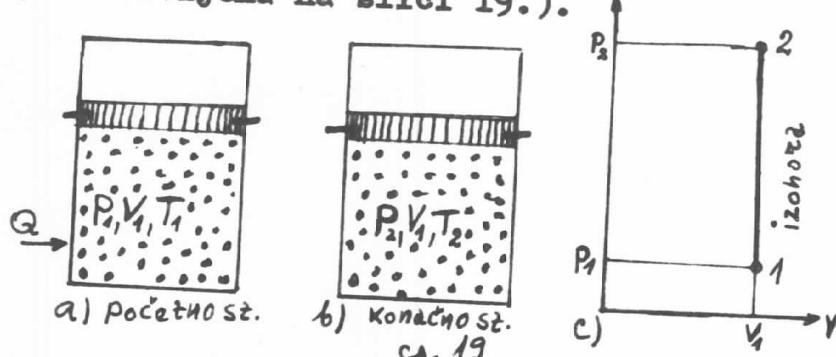
$$\frac{V}{T} = \frac{nR}{P}, \quad \text{znači: } \frac{V}{T} = \text{konst. pri konstanom } p \text{ i } n \text{ pa je:}$$

$$V = \text{konst.} \cdot T$$

Ove relacije izražavaju Gaj-Lisakov zakon koji glasi: Zapremina odredjene količine gase pri stalnom pritisku, upravo je srazmeran njegovoj temperaturi ili pri stalnom pritisku, odnos zapremljene i temperature odredjene količine gase je stalan.

U praksi imamo izobarnu promenu stanja pri grejanju prostorija, sagrevanju goriva kod parnih kotlova, pri sagorevanju goriva u cilindru dizel motora, itd. Ova promena je predstavljena na  $pV$  dijagramu gde grafik predstavlja pravu liniju paralelnu sa  $v$ -osom (horizontalna linija) i naziva se izobara.

3. Promena pritiska u zavisnosti od temperature pri stalnoj zapremini gasa ( $V = \text{konst.}$ ) naziva se IZOBORNA PROMENA (predstavljena na slici 19.).



Ako su pritisci zatvorenog gasa u sudu  $P_1, P_2, P_3 \dots P_n$  pri temperaturama  $T_1, T_2, T_3 \dots T_n$  onda je odnos pritiska i temperature pri stanoj zapremini odredjene količine gasa stalan što se izražava:  $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} = \frac{P_3}{T_3} = \dots = \frac{P_n}{T_n}$

i naziva se ŠARLOV ZAKON. U praksi se takva promena stanja vrši uvek kada se neki gas greje ili hlađi u zatvorenom sudu. Jednačine početnog i krajnjeg stanja glase:

$$P_1 V_1 = nRT_1; \quad P_2 V_1 = nRT_2 \quad \text{delenjem prve jednačine sa drugom dobija se: } \frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2}. \quad \text{Znači } \frac{P}{T} \text{ je konst.}$$

pri konstantnom  $V$  (zaprem.) i kons.  $m$  (kol. mase). ), pa je:  
 $p = \text{konstanta} \cdot T$

Pritisak odredjene količine gasa pri stalnoj zapremini, upravo je srazmeran temperaturi gasa.

### 16. Avogardrov zakon

Poznati hemijski zakon STALNIH ZAPREMINSKIH ODNOŠA, tj., zakon po kome se gasovi sjedaju u određenim zapreminskim odnosima, nije mogao biti objašnjen sve dok Avogardo nije postavio hipotezu, danas poznatu kao AVOGARDOV ZAKON. Prema ovom zakonu: Svi gasovi, pri jednakom pritisku i temperaturi, u jednakim zapreminama imaju jednak broj molekula. Tako npr:  $1 \text{ m}^3$  vodnika ima jednak broj molekula kao  $1 \text{ m}^3$  kiseonika.

Tačnost ovog zakona dokazana je eksperimentalno i teorijski. Teorijski dokaz može se izvesti na osnovu molekulsko-kinetičke teorije gasova. Ako se relacija  $pV = NkT$  primeni na dva različita gasa pod uslovima za koje važi Avogardov zakon, dobija se da je:

$$\frac{pV}{kT} = N_1 \quad \text{i} \quad \frac{pV}{kT} = N_2 \quad \text{odakle se dobija dalje } N_1 = N_2$$

i predstavljaju broj molekula iste zapremine, pritiska i temperaturu čime je Avogardov zakon teorijski dokazan.

Na osnovu ovog Zakona, kao što je istaknuto, moguće je odrediti broj molekula u jednom molu. Tako je određen molarni, ili Avagardov broj, koji iznosi:  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$  mol./mol.

Na osnovu Avogardovog zakona došlo se do zaključka da su iglastine gasova odnose kao njihove molekularne mase pri jednakim pritiscima i jednakim temperaturama. Tako npr: ako je gustina vodonika  $\rho_1$ , a kiseonika  $\rho_2$  i relativna molekularna masa  $M_1$  i  $M_2$  onda će:  $\rho_1 : \rho_2 = M_1 : M_2$  ili  $M_1 P_2 = M_2 P_1$

$$\rho = \frac{M}{V}, \text{ pa je: } \frac{M_1}{V_1} = \frac{M_2}{V_2} \quad \text{i li: } M_1 V_2 = M_2 V_1$$

Specifična zapremina  $v = \frac{N}{V}$  i iznosi približno  $v = 22,4 \text{ m}^3/\text{kmol}$ . Kod svih gasova što predstavlja neposrednu posledicu Avogardova zakona pa bi se moglo reći da su molarne zapremine različitih gasova pri jednakim pritiscima i jednakim temperaturama međusobno jednaki.

### 17. Raspodela molekula gasa po brzinama

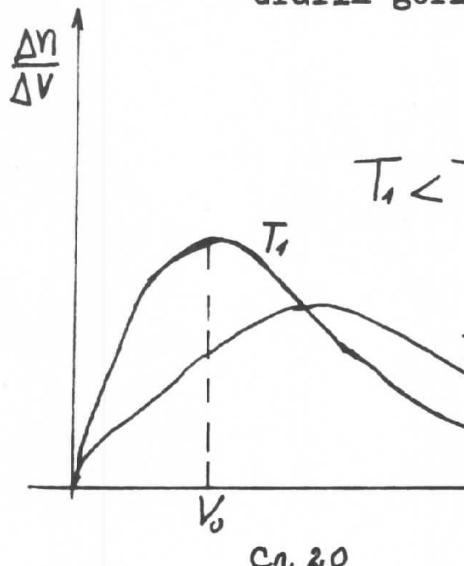
Videli smo ranije na osnovu mnogobrojnih eksperimenata da se molekuli neprekidno kreću. To neprekidno haotično kretanje gasa vrši se uz mnogobrojne sudare, pri čemu molekuli menjaju svoju brzinu ne samo po pravcu već, i po intenzitetu. Međusobno molekulima gasa su zastupljene sve brzine (od 0 do vrlo velikih brzina). Broj molekula čije brzine su u intervalu od  $V$  do  $V + \Delta V$  zavisi od brzine. Naime, broj molekula čije se brzine nalaze u jednom intervalu nije jednak broju molekula čije se brzine nalaze u drugom intervalu. Znači, raspodela molekula gasa po brzinama nije ravnomerна. Ovu funkciju raspodele prvi je teorijski izračunavao engleski fizčar Maksvel

na osnovu teorije verovatnoće. Maksvelova funkcija raspodele molekula gasa po brzinama, tj., broj molekula  $\Delta n$  čije brzine leže u intervalu od  $V$  do  $V + \Delta V$ , je:

$$\Delta n = n \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{M}{2kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{Mv^2}{2kT}} \Delta V$$

gde je  $n$  ukupan broj molekula u gasu,  $M$  masa jednog molekula,  $k$  Boltzmanova konstantna i  $T$  apsolutna temperatura.

Grafik gornje funkcije je prikazan na sl. 20.



Pri povišenju temperature maksimum funkcije se smanjuje i pomera u desno, ali tako da po vršina izmedju krive i  $V$ -ose ostane nepromenjena.

Brzina za koju ova funkcija ima maksimum naziva se najverovatnija brzina  $v_0$ . Ova brzina je data izrazom:

$$v_0 = \sqrt{\frac{2kT}{M}}$$

i njen smisao je u tome što se na datoј temperaturi većina molekula kreće brzinama koje se ne razlikuju mnogo od najverovatnije. Pored ove najverovatnije brzine uvodi se i tzv., (srednja aritmetička) brzina koja je data izrazom  $\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{M}}$

Eksperimentalnu proveru Maksvelove raspodele molekula gasa po brzinama izvršio je Štern 1920. godine.

### 18. Broj sudara i srednja dužina slobodnog puta molekula u gasu

Molekuli gasa u svom haotičnom kretanju se stalno međusobno suadaranju. Zbog ove osobine putanje molekula gasa su izlomljene linije (slika 21). Put koji molekul predje izmedju dva usastopna sudara naziva se slobodni put. Ovaj put od sudara do sudara se menjaju u toku vremena, pa se može govoriti o srednjem slobodnom putu molekula koji se obeležava sa  $\bar{l}$ .



Za vreme od 1 sek. molekul predje put koji je brojnojednak njegovoj srednjoj brzini  $\bar{v}$ . U isto vreme ovaj molekul na tom putu izvrši određen broj sudara, pa je njegov srednji slobodni put:

$$\bar{\pi} = \frac{\bar{v}}{d}$$

Srednji broj sudara u jedinici vremena  $\bar{v}$  je dat izrazom:

$$\bar{v} = \sqrt{2 \pi d^2 N_0}$$

d je prečnik molekula,  $N_0$  je broj molekula u jedinici zapremlne. preko  $\bar{v}$  zavisi od temperature. Kada temperatura rasta i broj sudara raste, i obratno.

Uzimajući u obzir jednačinu za broj sudara  $v$ , izraz za srednji slobodni put će glasiti:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2 \pi d^2 N_0}}$$

Odavde se vidi da srednji slobodni put molekula ne zavisi od temperature.

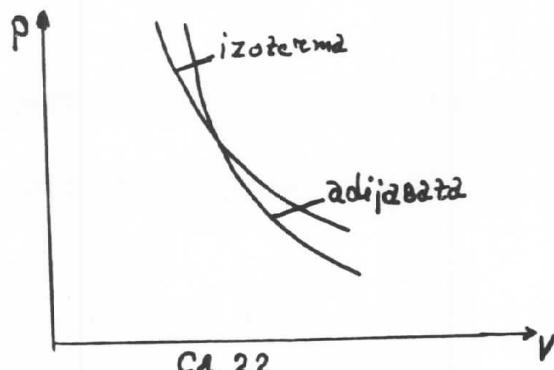
#### ADIJABATSKI PROCES IDEALNOG GASA ( $Q = 0$ )

Pod Adijabatskim procesom se podrazumeva takva promena stanja gasa pri kojima nema razmene toplote sa okolinom.

Pri ovom procesu niti telo daje toplotu okolini niti okolina telu.

Ovakav proces se može realizovati naglom promenom zapremlne gase, ili ako se gas termički izoluje od okoline. Za razliku od izotemskog procesa, kod Adijabatskog gas se širi na račun svoje unutrašnje energije. Pri adijabatskom širenju gas se hlađi, a pri adijabatskom sabijanju gas se zagreva.

Adijabatski proces je ispitivao Poason, pa se ovaj proces opisuje tzv., poasonovom jednačinom, koja kaže da se kod promene stanja bez razmene toplote pritisci odnose obrnuto sražerno u odnosu na k-te potencije zapremlne.



$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{V_1^X}{V_2^X} \text{ ili: } P_1 V_1^X = P_2 V_2^X$$

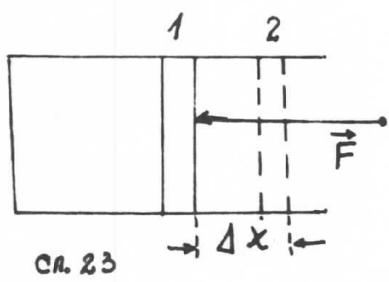
$$\text{Znači: } PV^X = \text{const. i} \\ TV^{X-1} = \text{const.}$$

pri čemu je  $X = C_p / C_v$  i predstavlja odnos specifičnih zapremlina pri stalnom pritisku i stalnoj zapremlini.

zavisi samo od prirode gasa. Na slici 22. su predstavljene izoterme i adijabata radi poređenja.

### 19. Rad kod gasnih procesa

Za objašnjenje rada kod gasnih procesa prvo treba izračunati rad gase ~~pri <sup>promeni</sup> njegove~~ zapremine. Može se posmatrati izvesna količina gase koji se nalazi u sudu sa pokretnim klipom, na koga deluje konstantna spoljašnja sile  $F$  (sl.23.).



Pri širenju gase klip iz položaja 1 prelazi u položaj 2. Pri tom je rad gase pri širenju na savladavanju spoljašnje sile dat izrazom:  $A = F \Delta x$ . Ako je  $S$  površina klipa, ovaj izraz se može napisati u obliku:  $A = \frac{F}{S} S \cdot \Delta x = p \Delta V$ .

gde je  $p$  pritisak spoljašnje sile  $F$  i  $\Delta V$  promena zapremine gase pri širenju.

Rad pri širenju gase jednak je proizvodu spoljašnjeg pritiska  $p$  i promene zapremine  $\Delta V$ .

Ako se pritisak u toku širenja menja onda se ukupan rad pri širenju gase od zapremine  $V_1$  do  $V_2$  izračunava pomoću intervala

$$\Delta A = \int_{V_1}^{V_2} pdV$$

Izračunaćemo rad pri izobarnom, izotermalnom i izotenskom i adijabatskom procesu.

a) Izobarni proces se opisuje Gej-Lisakovim zakonom:

$$V = V_0 (1 + \alpha t) \quad (m, p = \text{konstant.})$$

Pošto je ovaj pritisak u toku procesa konstantan, rad pri izobarnom širenju, odnosno sabijanju je:

$$\Delta A = \int_{V_1}^{V_2} pdV = p \int_{V_1}^{V_2} dV = p (V_2 - V_1) = p V$$

b) Izohorni proces se opisuje Šarlovim zakonom:

$$p = p_0 (1 + \alpha t) \quad (m, V = \text{konstant.})$$

Pošto se ovde u toku procesa gas ne širi, rad pri izohornom procesu je nula.

$$A = 0$$

c) Izotermni proces se opisuje Bojl-Mariotovim zakonom, koji se može dobiti iz opšte jednačine gasnog stanja stavljajući da je  $T = \text{konstanta}$ .

$$pV = -\frac{m}{M} RT = \text{konstant.}$$

Rad pri izotermском širenju, odnosno sabijanju biće:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV = -\frac{m}{M} RT \cdot \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = -\frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

d) Adijabatski proces se opisuje Poasonovom jednačinom

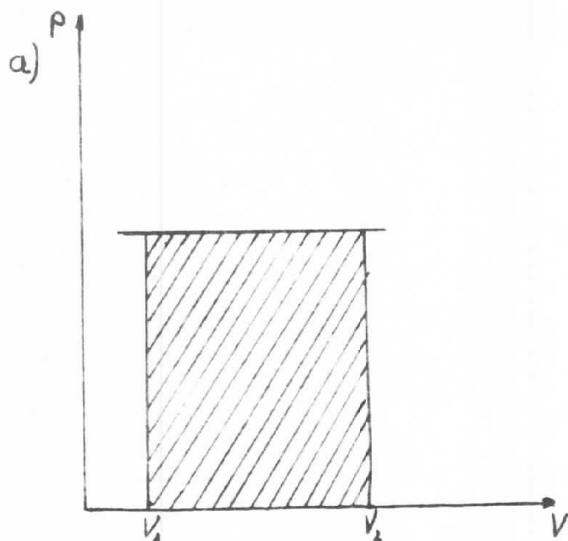
$$pV^{\gamma} = \text{konstan.}$$

pri čemu je vrednost konstan.  $\left(\frac{m}{M}\right)^{\gamma} RT_1 V_1^{-\gamma}$ , gde je  $T_1$  i  $V_1$  početna temperatura i zapremina pri adijabatskom širenju, odnosno sabijanju, pa će rad biti:

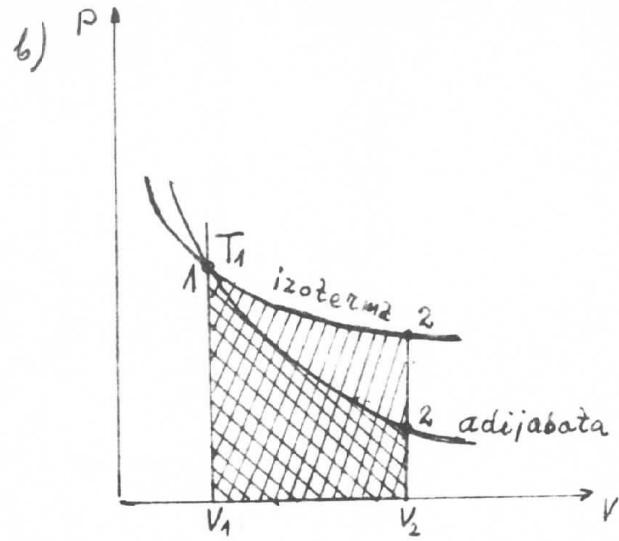
$$A = -\frac{m}{M} \cdot \frac{RT_1}{\gamma-1} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] ; \quad \frac{m}{M} = n$$

U svim ovim procesima m je masa gasa, M - molekulska masa gasa, R gasna konstanta,  $\gamma$  - termički koeficijent širenja, odnosno pritiska,  $V_1$  početna zapremina i  $V_2$  krajnja zapremina pri širenju, odnosno sabijanju.

Prethodno izračunate vrednosti rada u raznim procesima možemo prikazati grafički u obliku površina u P - V dijagramu (slika 24.).



Rad pri izobarnom procesu.



Rad pri izoterminom i adijabatskom procesu.

čl. 24

U vezi prethodnog sadržaja ovde treba uzeti u obzir zadatke kojima će biti obuhvaćeno izračunavanje temperature, pritiska, rada, srednji broj sudara molekula u jednoj sekundi itd. Rešavanjem zadataka učenici će dublje ulaziti u sadržaje, uočavaće povezanost i zavisnost pojedinih veličina, itd.

Osim rešavanja zadataka na času sa nastavnikom, mogu se koristiti i kontrolni zadaci s ciljem da se izvrši ponavljanje i proveravanje znanja. Na kraju ovog rada dat je prilog jednog kontrolnog zadatka koji sam radila u VII razredu u dve različite sredine. Rezultati su statistički obradjeni izvršeno uporedjivanje o čemu je takođe dat prilog na kraju rada.

## 20. Realni gasovi

U osnovnoj školi se realni gasovi ne obraduju. U srednjoj školi se daje kratak osvrt pa će i ovde biti reči o tome.

Za razliku od idealnih gasova, kod realnih gasova postoji medjumolekularne sile i molekuli imaju, mada veoma malu, svoju zapreminu. Molekuli gasova su elektroneutralni (pozitivna nadelektrisanja jezgra se kompenzuju negativnim nadelektrisanjima). Zato molekuli na velikim rastojanjima (većim od prečnika molekula) slabo interaguju. Međutim, ako se molekuli gase približavaju na rastojanjima od nekoliko molekulskih prečnika, tada će se pojaviti privlačna sila  $F_p$  i ova sila raste sa smanjenjem

rastojanja. Kada se molekuli toliko približe da njihovi elektronski oblači počinju da prodiru jedan u drugi, javiće se odbojna sila  $F_o$  i ona vrlo brzo raste sa daljim smanjenjem rastojanja. Rezultanta ove dve sile naziva se medjumolekularna sila i izražava se:

$$F = F_p + F_o .$$

U zavisnosti od toga kolika je kinetička energija molekula pre sudara mogu se razmatrati sledeći slučajevi:

a) Pošto je kinetička energija molekula  $\frac{3}{2} kT$ , gde je  $K$  Boltzmanova konstanta, na niskim temperaturama je  $kT \ll U_m$ . Posledica ovoga je da molekul nema dovoljno energije da savlada privlačne medjumolekulare sile i zbog toga osciluje oko ravnotežnog položaja koji se nalazi na rastojanju  $r_o$ . Pod ovim uslovima supstanca se nalazi u čvrstom stanju.

b) Na temperaturama za koje je  $kT \approx U_m$ , usled termičkog kretanja molekuli će se kretati kroz prostor i medjusobno menjati mesta, ali će im srednje rastojanje približno iznositi  $r_o$ . Naiđe, molekuli nemaju dovoljno energije da savladaju medjumolekulne sile. Supstanca pod ovim uslovima će se nalaziti u tečnom agregatnom stanju.

c) Na visokim temperaturama, za koje je  $kT \gg U_m$ , kinetička energija je dovoljno velika da savlada privlačne medjumolekulare sile. Zbog ovoga će se molekuli slobodno kretati kroz prostor pri čemu je srednje rastojanje medju njima veće od  $r_o$ . Supstanca će se pod ovim uslovima nalaziti u gasovitom stanju.

Iz ove kvalitativne analize jasno da se svaka supstanca, u zavisnosti od temperature, može naći u čvrstom, tečnom ili gasovitom stanju. Pojedinačno ova stanja se ovde neće analizirati zbog opširnosti rada.

Jednačina gasnog stanja odnosno Klapejronova jednačina i svi gasni zakoni koji iz nje proizilaze (koji su razmatrani) važe samo za idealne gasove. Za realne gasove mora se izvršiti korekcija Klapejronove jednačine.

Prva korekcija ove jednačine odnosi se na zapremenu gasa. Pošto kod realnih gasova, zapremine molekula nisu jednakе nuli, zapremina koja se odnosi za realne zakone se umnjuje za faktor  $b$  tj., zapremine realnog gasa će biti:  $V - b$ ,

gde je  $b$  malo i iznosib =  $4N\bar{V}$  , tj. četvorostruka zapremina svih molekula.  $N$  je broj svih molekula, a  $\bar{V}$  je zapremina jednog molekula.

Druga korekcija se odnosi na pritisak u gasu. Zbog međusobnog privlačenja molekula u gasu pritisak gasa je veći nego da nema ovog privlačenja. Ako je  $p'$  dopunski pritisak, onda će ukupan pritisak u gasu biti  $p + p'$ . Ovaj dopunski pritisak je  $p' = -\frac{a}{V^2}$  gde je  $a$  konstanta koja zavisi od vrste gasa i količine gasa, (broj molova),  $V$  je zapremina datog gasa. Korigovana Klapjeronova jednačina za proizvodiju količinu gasa biće:

$$\left( p + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = \frac{nRT}{M} - \frac{bp}{V}$$

i naziva se Van-der-Walsova jednačina, koja važi za realne gasove. Njena formulacija može biti i ovako:

$$p = \frac{nRT}{V - b} - \frac{a}{V^2} \quad \text{ili}$$

$$pV = nRT - bp + \frac{a}{V} - \frac{ab}{V^2}$$

Ova jednačina se dobro slaže sa eksperimentalnim podacima pa se smatra jednom od najvažnijih jednačina za realne gasove.

## I V. TERMODINAMIKA

## 1. Osnovni pojmovi

Termodinamika je deo fizike koja proučava relaciju izmedju toplote i rada tj., proučava toplotu kao oblik energije i procese u različitim pojavama praćene toplotnim efektima.

U dosadašnjem izlaganju prikazane su razne pojave i procesi u kojima se manifestuju toplotna svojstva tela. U mnogim od njih pod uticajem toplote, pored promene stanja tela vrši se i mehanički rad. Termodinamika je deo fizike u kome se ovakve pojave tretiraju prema opštim gledištima proširene mehanike. Postoje razne metode proučavanja toplotnih pojava. Videli smo da se u kinetičkoj teoriji toplota opisuje na osnovu molekularnog sastava tela, pri čemu bitnu ulogu ima kretanje molekula.

Nasuprot ovakvim tumačenjima pojave, termodinamika operiše metodama u kojima se uglavnom ne vodi računa o unutrašnjem sastavu tela. U termodinamici se primenjuju makroskopski pojmovi kao što su: temperatura, pritisak, zapremina, gustina i sl. Ove makroskopske veličine se mogu direktno meriti, za razliku od mikroskopskih veličina (brzina, veličina, i energetika molekula, itd.), koje se tretiraju u kinetičkoj teoriji.

Pojmovi važni za termodinamiku su: termodinamički sistem, termodinamička ravnoteža, stanje sistema, procesi itd.

Termodinamički sistem može biti oredjena količina supstancije (u čvrstom, tečnom ili gasovitom stanju), ograničena spoljašnjim površinama kao na primer: gas u cilindru, metal itd. Stanje sistema se karakteriše numeričkim vrednostima nezavisno promenljivih, koje predstavljaju termodinamičke koordinate. Takve veličine su najčešće temperatura, pritisak, zapremina itd. Ako se neki od ovih parametara menja, kažemo da se sistem nalazi u procesu. Znači, procesi su svaka promena termodinamičkih koordinata. Kada karakteristične veličine ostaju nepromenljive sistem je u ravnoteži. To je konačno

ustaljeno stanje jednog izolovanog homogenog sistema u kome su termodinamičke koordinate jednake u svim tačkama. Idalne termo dinamičke transformacije (procesi) su reverzibilne (povratne) transformacije. Reverzibilni proces se može definisati kao promena termodinamičkih koordinata (veličina), pri kojima sistem prelazi <sup>nova</sup> ravnotežna stanja ili stanja koja infinitezimalno otstupaju od ravnotežnih stanja.

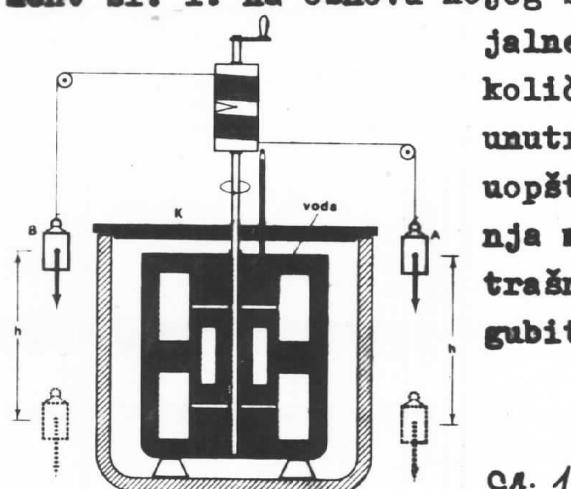
Ovaj proces je beskrajno spor i naziva se kvazistatički proces.

Realne termodinamičke transformacije su ireverzibilne (nepovratne), konačna brzina procesa zahteva postojanje razlika temperature pritiska itd. Ovde je javlja odstupanje od ravnotežnih stanja. Transformacija obično vodi iz jednog početnog stanja u različito konačno stanje. To je tzv., otvorena transformacija. Kad se sistem ponovo dovodi u početno stanje onda je to kružni - cilični proces.

Termodinamika se zasniva na dva osnovna zakona ili principa koji su utvrđeni uopštavanjem eksperimentalnih podataka. Često se kao treći zakon termodinamike uzima Nernstova teorema.

U VII razredu osnovne škole učenici su već upoznati sa zakonom održanja mehaničke energije. Ovde se taj zakon uopštava i na termodinamički sistem (uz napomenu da važi i za sve ostale oblike energije). Ovde se analizira Džulov eksperiment sl. 1. na osnovu kojeg se zaključuje da je promena potencijalne energije tegova  $E = \text{oslobodjenoj}$

$\text{količini toplote } Q \text{ u sudu tj., povećanju unutrašnje energije mase u sudu. Ovo se uopštava da važi za sva druga pretvara nja mehaničke energije (ili rada) u unutrašnju energiju (samo ako pritom nema gubitaka energije).}$



Sl. 1

## 2. I zakon termodinamike

U prethodnom slučaju telo (voda) kome se dovodila energija nije vršilo rad pri zagrevanju, jer se termičko širenje vode može zanemariti. Međutim, kod gasova to nije slučaj..

Kada bi se gasu koji se nalazi u sudu sa pokretnim klipom dovela energija (toplota)  $Q$  ona bi se delimično utrošila na povećanje unutrašnje energije (gas bi se zagrejao), a delimično na vršenje rada (klip bi se podigao), pa bi se primenom zakona održavanja energije moglo zaključiti da je:

$$\boxed{\text{dovedena energija telu}} = \boxed{\text{povećanje unutrašnje energije tela}} + \boxed{\text{izvršeni mehanički rad}}$$

$$\text{tj., } Q = U + A$$

Ovaj zaključak ima širi značaj i naziva se PRVI PRVI PRINCIP TERMODINAMIKE.

Matematička formulacija Prvog principa termodinamike nije ništa drugo nego zakon održavanja energije primjenjen na termodinamički sistem. Taj zakon bi mogao da glasi: količina toplote koja se preda sistemu ide na povećanje unutrašnje energije tog sistema i na rad koji taj sistem vrši na okolna tela.

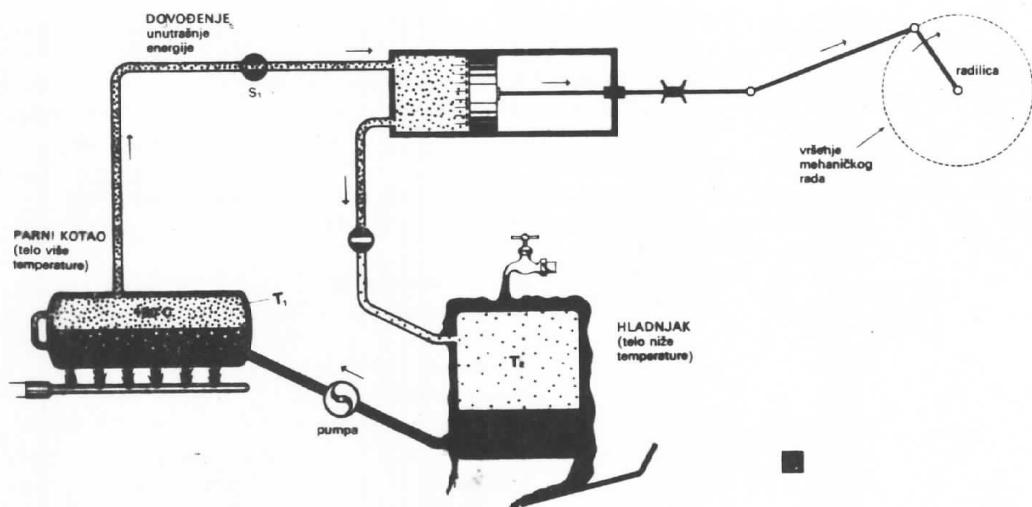
Prvi princip termodinamike potvrđen je kako ogledima na osnovu kojih je ustanovljena ekvivalentnost između toplote i rada, tako i slaganjem vrlo velikog broja zaključaka (koji iz njega slijede), sa eksperimentalnim činjenicama.

Istorijaski, utvrđivanje zakona održavanja energije (prvog principa) bilo je povezano sa neuspesima da se realizuje mašina koja bi vršila rad ne trošeći pri tome energiju u bilo kom vidu odnosno ne dobijajući toplotu spolja. Takva mašina se u termodinamici naziva perpetum mobile prve vrste. Ovdje bi se mogla dati još jedna formulacija prvog principa termodinamike, a to je: perpetum mobile prve vrste je nemoguće, tj. nemoguće je napraviti takvu mašinu koja bi termički radila i u jednom periodu proizvodila rad veći od količine toplote koju je primila spolja.

Posebno treba podvući značaj pretvaranja unutrašnje energije u mehanički rad jer se na ovom procesu zasniva rad parnih mašina, gasnih i parnih turbina, rad motora sa unutrašnjim sagoeravanjem (SUS motora) bez kojih se savremena industrija i svakodnevni život ne bi mogli ni zamisliti.

Kod ovog procesa (pretvaranje unutrašnje energije u mehanički rad) vrši se prelaz unutrašnje energije (toplote) sa jednog tela na drugo, a to se dešava samo ako između njih postoji temperaturna razlika. Pri tom toplota prelazi sa tela više temperature na telo niže temperature, sve dok se njihova temperatura ne izjednače. Ovaj zaključak predstavlja DRUGI PRINCIPI TERMODINAMIKE.

Za objašnjenje ovog procesa u VII razredu može se koristiti crtež na slici 3 kojom je predstavljen rad toplotne (parne) mašine. Analiziranjem rada parne mašine može se izvesti zaključak da bi se celokupna unutrašnja energija pare mogla pretvoriti u mehaničku energiju samo pod uslovom ako je temperatura hladnjaka  $T_2 = 0$ . Pošto je to nemoguće ostvariti, znači da je ovakva parna mašina nemoguća, tj., da je nemoguće perpetuum mobile II vrste, što predstavlja još jednu formulaciju drugog principa termodinamike.



SL. 3

U III razredu srednje škole, tj., I razredu usmerenog obrazovanja ovi sadržaji se proširuju i produbljaju što će se videti iz daljeg izlaganja.

Prvi zakon termodinamike opisuje kvantitativnu i kvalitativnu stranu procesa pretvaranja energije. Iz prethodne formulacije:  $Q = U + A$ , Q predstavlja količinu toplote koju sistem primi u toku procesa, a A rad spoljašnjih sila koje dejstvaju na sistem, tj., ukupna količina rada izvršenog u procesu, a U unutrašnju energiju sistema, tj., meru rada i

i toplote, kao i uopšte meru energije sistema. Količina topline i količina rada ne predstavljaju svojstva sistema, pa ni njihova razlika  $Q - A$  neće predstavljati svojstvo sistema. Ta razlika će biti jednaka razlici dveju vrednosti svojstava sistema u krajnjem i početnom stanju sistema. To svojstvo koje se u procesu menja jeste energija sistema i naziva se unutrašnja energija sistema,  $U$ . Ako je  $U_1$  vrednost unutrašnje energije sistema u početku procesa, a  $U_2$  vrednost unutrašnje energije na kraju procesa, onda će  $Q - A$  predstavljati promenu unutrašnje energije sistema, pa se za sistem koji nije zatvoren može napisati relacija:

$$Q - A = U_1 - U_2, \quad \text{a} \quad U_1 - U_2 = \Delta U, \quad \text{pa je}$$

$$Q - A = \Delta U, \quad \text{gde je } \Delta U \text{ predstavlja unutrašnje energije sistema.}$$

Ako se krajnje stanje sistema bezkonačno malo razlikuje od početnog stanja, onda se za toplotu, rad i promenu unutrašnje energije može napisati:

$$dQ - dA = dU, \quad \text{a odavde :}$$

$dQ = dU + dA$ , što predstavlja matematičku formulaciju prvog zakona termodinamike. Ako je spoljašnji rad gasa (sistema):

$$dA = p dV \quad \text{onda je :}$$

$$dQ = dU + pdV$$

Treba naglasiti da ni rad ni količina predate topline nisu identični sa energijom. Njihov smisao je u tome što im zbir određuje pomenutu energiju, pa je onda jasan i fizički smisao unutrašnje energije. Pri tom treba imati u vidu mehanički ekvivalent topline, tj., termički ekvivalent mehaničkog rada – koji se koristi prilikom numeričkih izračunavanja vrednosti kada je neka od ovih veličina nepoznata.

Toplota i rad su ekvivalentne fizičke veličine među kojima je uspostavljena kvantitativna veza. "Termički proces" i "Proces rada" se moraju razlikovati od količine topline i količine rada. Procesi su oblici prenošenja energije, a količine topline i rada se mogu smatrati kao mere te energije koja se u procesima prenosi. Zato nije opravданo govoriti da telo ili sistem sadrži toplotu, nego je pravilnije kazati da telo ili sistem prima ili odaje toplotu. Zato se toplota i rad ne mogu

smatrati svojstvima sistema (kao što su pritisak, zapremina i temperatura), nego se smatraju kao kvantitativne mere za prenošenje kretanja sa jednog sistema na drugi. Pri tom rad treba tretirati kao prenošenje uredjenog kretanja, a toplotu kao prenošenje haotičnog odnosno neuredjenog kretanja.

Robert Mauer i J. Joule su naučno formulisali i ustanovili kvantitativnu vezu izmedju rada i toplote. Oni su ustanovili na osnovu eksperimenta (koji se ovde neće opisivati) da postoji konstantan kvantitativan odnos izmedju rada i toplote. Količnik toplote i odgovarajućeg rada naziva se mehanički ekvivalent toplote i obeležava se sa I. Izračunata je i njegova numerička vrednost:

$$I = \frac{A}{Q} = 4,186 \text{ J/cal.}; \quad \text{a} \quad A = I \cdot Q$$

Recipročna vrednost mehaničkog ekvivalenta toplote je toplotni (termički) ekvivalent mehaničkog rada i njegova vrednost iznosi:  $\frac{1}{4,186} = 0,299$ .

Iz prethodnog se može zaključiti da se količina toplote može izračunati u jedinicama za rad, odnosno za energiju. Odgovarajuće matematičke relacije koje sadrže rad i količinu toplote pišu se bez upotrebe ovih koeficijenata ekvivalencije, ali se uvek ima u vidu kvantitativna veza medju tim jedinicama.

Mehanički ekvivalent toplote i toplotni ekvivalent mehaničkog rada su neimenovani brojevi jer se tu radi o koeficijentu proporcionalnosti dveju fizičkih veličina iste dimenzije.

Sistem može odavati toplotu i vršiti rad, a može i primati toplotu i da se nad njim vrši rad, pa to treba imati u vidu i naznačiti odgovarajućim jedinicama. Količina toplote  $Q$ , odnosno  $dQ$  je razlika izmedju toplote koju sistem prima i toplote koju sistem oda. Veličina  $Q - A$  odnosno  $dQ - dA$  ne zavisi od puta kojim sistem prelazi iz početnog u krajnje stanje, a to preizilazi iz suštine I zakona termodinamike, odnosno zakona održavanja energije.

Pri kružnom procesu je prema I zakonu termodinamike razlika izmedju količine toplote koju dobija sistem i izvršenog rada jednak 0. Pod dobijenom količinom toplote se podrazumeva razlika izmedju toplote koju sistem dobija i toplote koju oda okolnim telima. Znači za kružni proces izvršeni rad jednak je dobijenoj količini toplote (dobijena od okolnih tela).

Perpetum mobile I vrste predstavljaо bi neki fiktivni motor koji bi pri proizvoljnom broju ponavljanja istog procesa

bio u stanju da proizvodi rad bez ikakve promene energetskog stanja okolnih tela, tj., bez dovodjenja toplote, odnosno bez utroška energije. Jasno je da je nemoguće ostvariti takav motor i to zbog zakona održavanja energije, odnosno zbog I zakona termodinamike. Prema jednakosti dobivene toplote i izvršenog rada kod kružnog procesa  $Q = A$ , pri čemu je  $U = 0$  može se ustanoviti da je za  $Q > 0$  takođe  $A > 0$ , što znači da kada telo dobija toplotu ono i vrši rad. Energija koja je prenešena iz okoline u obliku toplote opet se odaje okolini u vidu rada. I obratno, kada je  $Q < 0$  onda je  $A < 0$ , što znači da telo (sistem) može odavati toplotu okolnim telima samo ako se nad tim telom izvrši odgovarajuća količina rada. U tom slučaju negativna vrednost  $-Q$  označava odavanje toplote a negativna vrednost rada  $-A$  izvršeni rad nad posmatranim telom, od strane okolnih tela. U prvom slučaju se radi o pretvaranju toplote u rad, a u drugom o pretvaranju rada u toplotu. Znači, telo ne može vršiti rad ako ne dobija energiju.

Iz prvog zakona termodinamike se može izračunati promena unutrašnje energije sistema u toku posmatranog procesa. Videli smo da unutrašnja energija sistema zavisi od molekularne i atomske strukture tela. Ona se uglavnom sastoji od kinetičke energije translacionog kretanja molekula, od kinetičke energije rotacionog kretanja molekula, od energije oscilovanja atoma u molekulu i od potencijalne energije uzajamnog dejstva molekula. Prve tri vrste energije imaju kao svoju meru temperaturu sistema, a potencijalna energija zavisi od rastojanja među molekulima i od njihovog međusobnog rasporeda. Prema tome unutrašnja energija se može uzeti kao funkcija od zapremine i temperature sistema tj.,

$$U = U(V, T).$$

Kao što smo videli, ovaj zakon je bio iskazan u raznim oblicima, ali njegov osnovni smisao je u tome da se energija može pretvoriti iz jednog oblika u drugi, ali ona ne može biti stvorena niti uništena. Drugim rečima kada neka količina jedne vrste energije nestane, jedna tačno ekvivalentna količina druge vrste se mora proizvesti (ovo je saglasno stavu ekvivalentnosti mase energije zasnovanom na teoriji relativiteta mase se može smatrati kao jedan oblik energije. Zato se zakoni održanja mase i energije dopunjaju).

Zakon o održavanju energije odavno je naslućivan. Lomonosov je 1748. godine formulujući zakon o održavanju materije formulisao i zakon o kretanju u prirodi. On je pisao: "Sve promene koje se dešavaju u prirodi takve su, da koliko se nečega od jednog tela oduzme - toliko se daje drugome." Tek posle 100 godina

Robert Majer i Helmholc dali su kvantitativnu formulaciju zakona o održavanju energije, posle otkrića mnogih procesa povezanih za uzajamne transformacije različitih oblika energije. Majer je došao do otkrića zakona o održavanju energije na osnovu opštih rasudjivanja zasnovanih na osnovu fizioloških posmatranja. On je isticao transformacije kvalitativno različitih oblika energije jednih u druge, pri čemu se te transformacije uvek ostvaruju u određenim kvantitativnim odnosima. Helmholc je uveo pojam kinetičke i potencijalne energije i utvrdio da je njihov zbir stalan u jednom izolovanom sistemu. Na taj način Zakon o održavanju energije je imao ograničeni, mehanički karakter.

Opšti karakter zakona o održavanju i transformaciji energije i njegovu naročitu važnost za prirodne nauke otkrio je Engels. Kretanje je oblik postojanja materije, ako se shvati kao promena uopšte. Kretanje u tako opštem smislu ne može ni nestati ni nastati ni iz čega, u prirodi su moguće samo promene oblika postojanja materije, njihove transformacije koje se dešavaju u poznatim kvantitativnim odnosima. To je opšta formulacija Zakona održanja koja nije vezana za fizičku formulaciju, koja se može menjati u zavisnosti od novih otkrića. Engels je pisao u "Dijalektici prirode": "pokazalo se da svaki oblik kretanja je u stanju da se menja i nužno se pretvara u neki drugi oblik kretanja. Dostigući ovaj oblik, zakon je došao svoj poslednji izraz. Novim otkrićima možemo mu dati nove potvrde, dati mu novi bogatiji sadržaj. Ali samome zakonu kako je ovde izražen nemožemo dodati ništa više".

### 3. Drugi zakon termodynamike

Drugi zakon termodynamike odnosi se na pretvaranje toplote u mehanički rad i ukazuje da se taj proces počinjava izvesnim ograničenjima tj., određuje uslove i mogućnosti takvog procesa. I ovaj zakon se može formulisati na više načina.

Klausijusova formulacija (1854. godine) glasi: toplota nemože sama od sebe preći sa hladnijeg tela na toploje ne ostavljujući nikakvih drugih promena na ovim sistemima i okolini. Slična je Tomsonova formulacija: nemoguće je periodički pretvarati toplotu u koristan rad samo hladjenjem jednog toplotnog rezervoara bez ikakvih drugih promena.

Toplota može preći spontano samo od toplijeg na hladnije telo. Znači moraju postojati dva tela. Telo kome se daje toplota naziva se radno telo, jer ono vrši rad. Nemoguće je da se predaje toplota i da se vrši rad bez drugih procesa. Jedan od tih procesa je sniženje temperature onog tela koje daje toplotu, pa dolazi do promene termodinamičkog stanja.

Veliki doprinos u razumevanju pretvaranja toplote u rad dala je Karnova teorija na kojoj je zasnovan Karnov ciklus (1824. godine). Njegov rad je bio nezavisan od njegovih prethodnika i savremenika. To je ustvari princip koji je predstavljao važnu novost za rad toplotnih mašina i toplotu uopšte. Karnov ciklus predstavlja tipični kružni proces (proces pri kome se sistem vraća u početno stanje). Videli smo da svi procesi u prirodi mogu biti povratni (reverzibilni) i nepovratni (ireverzibilni) termodinamički procesi. Povratni proces se može vršiti u oba pravca (u dva suprotna smera) i ponovo se sistem vraća u početno stanje. Pri tom u telima koja okružuju sistem ne dolazi ni do kakvih promena.

Potpuno povratni procesi u makrokosmosu ne postoje, ali se mnoge pojave približavaju ovakvom procesu pa se praktično smatraju reverzibilnim (pretpostavlja se da se odvijaju beskonačno lagano).

Stvarni procesi su neuravnoteženi, to su strogo uzevši ireverzibilni (nepovratni) procesi i spontano se odvijaju samo u jednom smjeru.

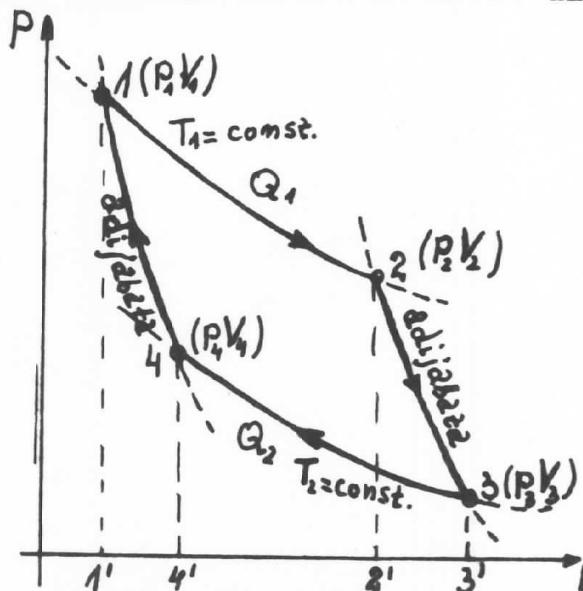
Primer, kada se otvorи ventil suda sa komprimovanim gasom - izvršiće se nepovratni proces.

#### 4. Karnov ciklus

Karnov ciklus je idealizovani ciklus, pa se kao takav ne javlja u prirodi, ali je veoma značajan jer se njime na jednostavan način (uprošćavanjem) mogu objasniti mnogi složeni procesi. On daje uslov za maksimalno korišćenje toplote za dobijanje rada. Sastoji se u tome što je za vršenje rada toplotnom mašinom obavezan uslov da budu bar dva tela sa različitim temperaturama (jedno toplije a drugo hladnije). Za

rad termičke mašine neophodan je prelazak toplote od tela sa višom temperaturom na telo sa nižom temperaturom. Naime, kada mašina daje izvesnu količinu rada onda je za taj rad potrebno dovesti izvesnu količinu toplote, ali ne samo onoliku koja je ekvivalenta tom radu, nego i veću, jer se izvesna količina toplote u tome procesu mora preneti na hladno telo (rashladjivač). Znači izvršeni rad biće jednak razlici količine toplote dove dene od zagrejanog tela i količine toplote koja se mora predati hladnjem telu.

Analiziraćemo rad jedne takve mašine koju je opisao Carnot. Mašina se sastoji iz cilindra sa jednim klipom (bez trenja i težine), a radna supstanca je 1 mol. idealnog gasa. Pretpostavljeno je da se raspolaze sa dva velika toplotna rezervoara, sa temperaturama te je  $T_1$  i  $T_2$  ( $T_1 > T_2$ ) i da je moguće izolovati cilindra idealnim izolatorom da bi se mogli izvesti adijabatski procesi. Carnovo ciklus se sastoji iz dve izotermičke i dve adijabatske promene stanja idealnog gasa, što se može predstaviti na PV dijagramu (slika broj 1):



Crt. 1 Carnovo ciklus

U ovom dijagramu su označene četiri stanja gase: 1 ( $P_1 V_1$ ), 2 ( $P_2 V_2$ ), 3 ( $P_3 V_3$ ) i 4 ( $P_4 V_4$ ). Prvi proces je adijabatska kompresija od 1 do 2, u kojoj je temperatura konstantna ( $T_1 = \text{const.}$ ). Drugi proces je adijabatska ekspanzija od 2 do 3, u kojoj je temperatura konstantna ( $T_2 = \text{const.}$ ). Treći proces je adijabatska ekspanzija od 3 do 4, u kojoj je temperatura konstantna ( $T_1 = \text{const.}$ ). Četvrti proces je adijabatska kompresija od 4 do 1, u kojoj je temperatura konstantna ( $T_2 = \text{const.}$ ). Rad izvršen u ciklusu je različica količine toplote  $Q_1 - Q_2$ .

I. Cilindar koji sadrži jedan mol gase stavljen je u toplotni rezervoar konstantne temperature  $T_1$ , pritisak gase je  $\frac{P_1 V_1}{T_1}$ . Pustimo da gas u cilindru vrši ekspanziju obavljajući pritom rad dijanjem klipa, na suprot dejstvu spoljašnjih sile ili atmosferskog pritiska. Ako ekspanziju vršimo lagano (beskonačno sporo) temperatura će ostati stalna. Ovakvu izotermnu promenu vršimo od položaja 1 do položaja 2. kada će gas imati neki drugi pritisak  $P_2$  i zapreminu  $V_2$ . Ova promena je predstavljena na pV dijagramu izotermom 1 - 2, a rad izvršen od strane sistema izotermnoj ekspanziji srazmeran je površini 122 '1' l, i može se izraziti u obliku (videti stranu 37. i 38. - rad kod gasnih procesa):

$$A_1 = RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (1)$$

Prema prvom zakonu, pošto nema promene unutrašnje energije apsorbovana toplota  $Q_1$  jednako izvršenom radu  $A_1$  ( $Q_1 = A_1$ ).

II. Cilindar sa gasom isveden je iz toplotnog rezervoara. Cilindar se izoluje i pusti da gas i dalje vrši ekspanziju (adijabatski se širi) do zapremljene  $V_3$ , pri čemu će temperatura gase pasti od  $T_1$  do  $T_2$ , a pritisak  $p_2$ . Na grafiku je ova promena stanja predstavljena adijabatom od 2 - 3, a izvršeni rad odgovara površini  $232^{\circ}2^{\circ}2$  tj.:

$$A_{II} = C_v T_1 \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{k-1} \right], \text{ a prema relaciji}$$

$$pV = nRT \quad i \quad TV = \text{konst},$$

$$A_{II} = -C_v (T_1 - T_2)$$
(2)

Ukupno izvršeni rad pri ekspanziji (širenju gase) odgovara površini  $1233^{\circ}1^{\circ}1$ .

III. Da bi se gas vratio u početno stanje tj., da bi se zatvorio kražni proces mora se gas komprimovati (izotermnom kompresijom) i dolazi se do tačke 4., pri čemu se toplota nastala usled kompresije predaje hladnjem rezervoaru. Ova promena je <sup>pretežito/čvrta</sup> izotermom 3 - 4, pri tom je gasu saopšten rad predstavljen površinom  $3^{\circ}344^{\circ}3^{\circ}$  tj.,

$$A_{III} = RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} .$$
(3)

Ovaj rad je jednak oslobođenoj toploti  $-Q_2$  i predstavlja rad koji je primio gas ( $V_3$  je veće od  $V_4$  pa je ovaj rad negativan).

IV. Dalje se vrši adijabatsko sabijanje (kompresija), isolatorska obloga je uklonjena, i gas dolazi u početni položaj označen tačkom 1, čime je termodinamički proces zatvoren. Gas tada dolazi ponovo na temperaturu  $T_1$ . Ova promena predstavljana adijabatom 4-1 a izvršeni rad površinom  $4^{\circ}411^{\circ}4^{\circ}$ . Gas je primio rad:

$$\Delta_{IV} = \frac{RT_1}{V_1 - V_2} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\frac{1}{k-1}} \right] \quad \text{ili} \quad (4)$$

$$\Delta_{IV} = C_V (T_2 - T_1)$$

Kao rezultat ova četiri stupnja reverzibilan ciklus je potpun, i ukupno izvršeni rad je zbir radova  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$ ,  $\Delta_3$ ,  $\Delta_4$ . Rad  $\Delta_{II}$  i  $\Delta_{IV}$  su jednaki, ali suprotnog znaka onda je ukupan rad (na osnovu jednačine gasnog stanja i ranije razmatranog rada kod gasnog procesa):

$$\Delta = RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} + RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} \quad (5)$$

Po prvom zakonu termodinamike, ukupan izvršeni rad jednak je ukupnoj apsorbovanoj toplosti pa je

$$\Delta = Q_1 + Q_2 \quad (6)$$

Pošto  $V_1$  i  $V_4$  leže na jednoj adijabatskoj krivoj, a  $V_2$  i  $V_3$  na drugoj onda je:

$$\Delta = RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} / V_1 - RT_2 \ln \frac{V_2}{V_1} / V_1 = R(T_1 - \frac{T_2}{2}) \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (7)$$

Toplotna energija koju odaje topao rezervoar je  $Q_1$  i odgovara radu  $\Delta_1$  onda je:

$$Q_1 = RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (8)$$

Ako se jednačina (7) podeli jednačinom (8) dobija se da je

$$\frac{\Delta}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad (9)$$

a pošto je  $\Delta = Q_1 + Q_2$  onda se dobija:

$$\frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad \text{ili} \quad (10)$$

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

Što predstavlja osnov i jednu od formulacija drugog principa termodinamike. Ovaj odnos daje iskorišćenje posmatranog revizibilnog ciklusa (iskorišćenje neke reverzibilne mašine) koja

radi izmedju temperatura  $T_2$  i  $T_1$  i predstavlja termički koefficijent (stepen) korisnog dejstva Karloovog ciklusa, a obeležava se sa  $\eta$  pa je:

$$\eta = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1}$$

i predstavlja maksimalni stepen iskorišćenja toplote za date temeprature  $T_1$  i  $T_2$ .

Za idealni gas  $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$ , jer je količina toplote upravo proporcionalna s absolutnom temperaturom. Vidi se da bi :

$$\eta = 1 \quad \text{kada bi} \quad T_2 = 0$$

Na osnovu Karnogog ciklusa, Tomsonovih i Klausiovih zaključaka utvrđeno je da se za periodično funkcionisanje termičke mašine nikako ne može ostvariti proces pri kome bi se sva dovedena toplota mogla pretvoriti u mehanički rad. Uvek se uporedo dešavaju i drugi procesi na koje odlazi jedan deli primljene, odnosno odvedene toplote. Znači dovedena toplota se ne može pretvarati u mehanički rad, a da se istovremeno nevrši zagrevanje nekog tela.

Plankova formulacija II principa termodinamike glasi: nemoguće je perpetum mobile II vrste. Perpetum mobile II vrste bila bi mašina koja bi stalno davala rad na račun toplote okolnih tela. Poznata je da sva tела u prirodi, a naročito voda u okeanima, zemljina kora, vazduh itd., sadrže ogromne količine toplotne energije. Prednja formulacija II zakona govori da je nemoguća mašina koja bi koristila toplotu okoline. Na primer, morske vode za dobijanje mehaničkog rada. Ovakva mašina ne bi bila u suprotnosti sa zakonom o održanju energije, jer bi ona sa periodičnim dejstvom trajno oslobođala rad pri čemu bi se neki toplotni rezervoar stalno hladio a da inače ne nastupa bilo kakva promena u okolini. Oslobođeni rad bi bio stalno nadoknadjivan odavanjem toplote iz tog rezervoara. Zato je takva mašina nazvana "perpetum mobile II vrste".

Razna iskustva su pokazala da se konstrukcija jedne takve mašine ne može ostvariti. Ogromna količina energije koja nas okružuje ne može se pretvoriti u mehanički rad dok ne

raspoložemo razlikama u temperaturi, koje tek omogućuju delimično pretvaranje.

Zbir svih tih negativnih iskustava obuhvaćen je II principom termodinamike.

Drugi princip termodinamike može se prikazati i na osnovu zakona verovatnoće, odnosno statističkim tumačenjem. Na osnovu statističkog tumačenja Boltzman je formulisao II zakon termodinamike na sledeći način: priroda teži ka prelazu iz manje verovatnog stanja u viševerovatno stanje. Primer širenja jednog gasa iz jedne komore u drugu. Posle uklanjanja pregrade gas će spontano šireći se zahvatiti II deo komore. Verovatno će za ponovno spontano vraćanje gasa u prvobitni deo komore je mala, ali ne u potpunosti isključena. Takvi i slični primeri su brojni. Rezultati statističkog ispitivanja se mogu uopštiti: nepovratni proces je onaj čije je odigravanje u suprotnom smeru malo verovatno.

Oblast gde je primjenjenost II principa termodinamike ograničena, odnosi se na kosmičke razmere. U II polovini XIX veka kod nekih fizičara pojavila se hipoteza o tzv., "toplotoj smrti vasione". Posmatrajući vasionu kao zatvoreni sistem i primenjujući na nju II princip termodinamike došlo se do zaključka da će tokom vremena sve razlike temperature između pojedinih nebeskih tela da nestanu i vasiona će utoriti u stanje u kome neće biti nikakvih razlika temperature, u stanje savršene ravnomerne raspodele temperaturi (toplote smrti).

Reakcionarnu suštinu te teorije o toplotnoj smrti koja je imala i religiozni karakter otkrio je Engels koji je ukazao da je ona naučno neopravdana.

Svaki kružni proces može da se razčlanii na vrlo veliki broj elementarnih beskonačno malih Carnoovih ciklusa. Svaki od tih ciklusa odvija se između grejača sa temperaturom  $T_1$  od kojeg on dobija količinu toplote  $\Delta Q_i$  i hladnjaka  $T_k$  kome on predaje količinu toplote  $\Delta Q_k$ . Klausova nejednačina za taj elementarni ciklus biće:

$$\frac{\Delta Q_i}{T_i} = \frac{\Delta Q_k}{T_k} \leq 0$$

Za dobijanje definitivnog rezultata mora se izvršiti sumiranje. Znači, posle sabiranja izraza za sve elementarne cikluse dobija se izraz za ceo ciklus:  $\sum \frac{\Delta Q}{T} \leq 0$ , što znači

da je zbir redukovanih količina toplote kod svakog kružnog procesa manji od 0, a kod povratnog procesa on je jednak nuli.

Veličina  $Q/T$  predstavlja količinu toplote računatu na jedinicu apsolutne temperature, pa se zato naziva redukovana količina toplote i predstavlja količnik količine toplote i odgovarajuće temperature.

### 5. Entropija

Videli smo da za reverzibilni Carnoov ciklus važi relacija:

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \leq 0$$

i znači da je zbir redukovanih količina toplote jednak 0. Uopšte-

no za ma koji proces (reverzibilni ili ireverzibilni) biće:

Ova nejednačina se naziva Clausiusova nejednačina i pokazuje da zbir redukovanih količina toplote kod ma kojeg Carnoovog ciklusa nemože biti veća od nule.

Za dobijanje definitivnog rezultata mora se izvršiti sumiranje ili integracija po celoj konturi ciklusa (krivolinijski integral), predstavljen relacijom:

$$\oint \frac{dQ}{T} \leq 0$$

Ova nejednačina daje takođe opštu kvantitativnu matematičku formulaciju II principa termodynamike.

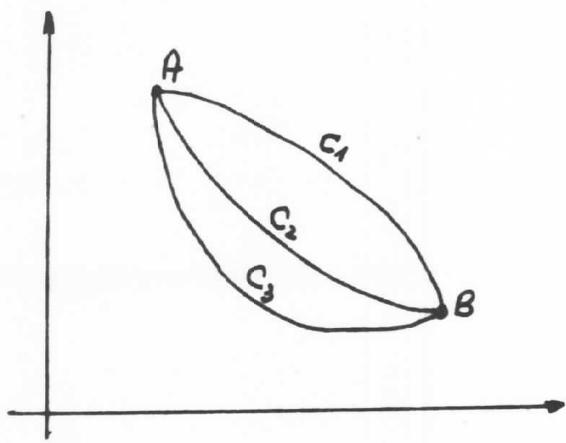
Znači krivolinijski integral veličine  $\frac{dQ}{T}$  po zatvorenoj konturi jednak je 0 za reverzibilni proces, a manji je od 0 za ireverzibilni proces.

Prvi zakon termodynamike odnosi se na energiju kao glavnu fizičku veličinu koja se u procesu održava. Često se ta energija izračunava prema ostalim podacima i vrednostima veličina. Isto tako vrednost energije služi za izračunavanje drugih fizičkih veličina koje figuriraju u relaciji I principa.

Analogno energiji u prvom zakonu termodynamike uvedena je fizička veličina koja se naziva entropija u vezi sa II principom termodynamike. Uveo ju je i tako nazvao Clausius 1854. godine. Ta veličina je postala tako važna da se

u topotnim procesima može smatrati uporedo sa energijom kao jedna od važnih veličina. Međutim, njena definicija nije jednostavna sa fizičke strane, jer je ustvari i uvedena matematičkim putem. Videćemo da se pomoću entropije formuliše II princip termodinamike na relativno jasan način, pa se i pri mnogim proučavanjima topotnih procesa takva formulacija uzima kao polazna. Glavna veličina je redukovana količina toplote, a glavna formulacija Klausijusova nejednačina.

U cilju uvođenja i objašnjenja entropije posmatraćemo da li pri reverzibilnim procesima integral  $\int -\frac{dQ}{T}$  koji figurira u Klausijusovoj jednačini za reverzibilni proces, odnosno u nejednačini za ireverzibilni proces, zavisi od puta između početnog i krajnjeg stanja. Prvo ćemo za povratni proces pokazati da suma redukovanih toplota koje telo prima ne zavisi od puta kojim se proces odvija.



CJ. 2

Neka izvesno telo prelazi iz stanja A povratnim putem u stanje B, po putu predstavljenom krivom A C<sub>1</sub> B (prema slici). Ovaj put ćemo dopuniti da bismo dobili kružni proces, suprotnim BC<sub>2</sub> A. Tih putanja može biti više. Nasada interesuje vrednost prednjeg integrala između početnog stanja A i krajnjeg stanja B na putu koji nije zatvoren. Oba ta stanja karakterisana su odgovarajućim vrednostima zapremine pritiska i

temperature, odnosno A ( $p_1 V_1 T_1$ ), B ( $p_2 V_2 T_2$ ). Uzmimo proizvoljan put od A do B najpre preko C<sub>1</sub> a zatim preko C<sub>2</sub>. Tako su putevi A C<sub>1</sub> B i A C<sub>3</sub> B svakako različiti bez obzira što im je početno stanje tačka A, a krajnje tačka B. Na crtežu je jasno da su dva reverzibilna kružna procesa prikazana različitim putevima i to:

$$A C_1 B C_2 A \quad \text{i} \quad A C_3 B C_2 A.$$

Veza između  $\int -\frac{dQ}{T}$  imajući najpre u vidu put A C<sub>1</sub> B a zatim A C<sub>2</sub> B, za prvi zatvoren reverzibilni proces imamo:

$$\int_{AC_1B} \frac{dQ}{T} + \int_{AC_2B} \frac{dQ}{T} = 0 \quad (1)$$

i sledeći zbir integrala biće jednak 0:

$$\int_{AC_3B} \frac{dQ}{T} + \int_{AC_1B} = 0 \quad (2)$$

Vraćanje od B do A preko C ništa ne menja u ovim integralima. Oduzimajući drugu jednačinu od prve, dobija se važan rezultat:

Ovaj rezultat pokazuje da:

$$\int_{AC_1B} \frac{dQ}{T} = \int_{AC_2B} \frac{dQ}{T}$$

$\int_A^B \frac{dQ}{T}$   
ne zavisi od puta kojim se iz početnog stanja A u jednom procesu prelazi u krajnje stanje B.

Analogno prvom zakonu termodinamike gde se radilo o promeni unutrašnje energije, i ovde se može uzeti da je ovaj integral između A i B jednak promeni neke fizičke veličine između stanja A i B. Količina toplote  $dQ$  nije svojstvena sistemu niti totalni diferencijal, ali količnik  $\frac{dQ}{T}$  predstavlja totalni diferencijal neke veličine koja pokazuje svojstvo sistema i koja je nazvana entropija, a obeležava se sa S. U stanju A entropija ima vrednost  $S_A$ , i isto u stanju B ima vrednost  $S_B$  pri čemu je razlika:  $S_B - S_A = \int_A^B \frac{dQ}{T}$  tj. jednaka sumi redukovanih toplota. Kod na kojeg povratnog procesa koji se odvija između dva stanja. Znači, S je funkcija stanja koja ima različite vrednosti na početku i na kraju procesa.

Ako se  $S'_A$  označimo vrednost entropije u stanju A po povratku u to stanje posle završenog celog ciklusa, tada je

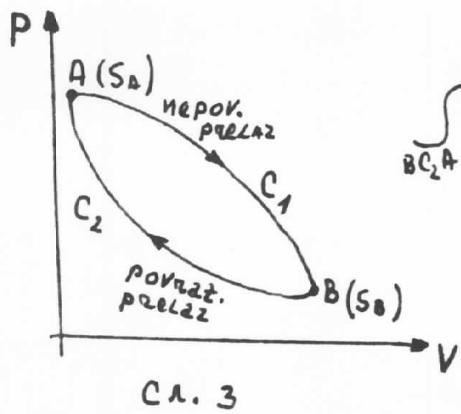
$$S'_A - S_B = \int_A^{S'_A} \frac{dQ}{T} \quad \text{onda je prema jedn. } \oint \frac{dQ}{T} = 0, \text{ i} \\ \text{odavde je: } \int_A^{S'_A} \frac{dQ}{T} + \int_{S'_A}^B \frac{dQ}{T} = 0$$

$$S_B - S_A = -(S'_A - S_B) = 0$$

tj., kod revirsibilnog kružnog procesa entropija sistema se ne menja.

Za promenu entropije kod ireversibilnog procesa gde je jedan deo puta reversibilan, onda će kružni proces u celini biti nepovratan pa će:

$$\sum_{AC_1B} \frac{\Delta Q}{T} + \int_{AC_2A} \frac{dQ}{T} \leq 0, \text{ a po definiciji:}$$



59.

$$\int_{BC_2A} \frac{dQ}{T} = S_A - S_B , \text{ tako da je :}$$

$$\sum_{AC_1B} \frac{dQ}{T} + (S_A - S_B) \leq 0 , \text{ a odavde :}$$

$$S_B - S_A \geq \sum_{AC_1B} \frac{dQ}{T} \text{ nep.}$$

U slučaju izolovanog sistema, sistem u celini ne dobija i ne odaje toplotu pa je  $dQ = 0$  i suma na desnoj strani jednakosti:  $\sum_{AC_1B} \frac{dQ}{T} = 0$  Prema tome, u izolovanom

sistemu mogu da se odvijaju takvi procesi pri kojima se entropija sistema ne smanjuje. Ako je u izolovanom sistemu protekao proces pri kome je entropija ostala nepromenjena, proces je povratan. Međutim, ako je u toku procesa entropija porasla, suprotan proces nije moguć, pa je posmatrani proces nepovratan. Znači: u zatvorenom sistemu (izolovanom adijabatskom sistemu) procesi se odvijaju u pravcu porasta entropije, a u specijalnom slučaju, kada su svi procesi koji se odvijaju u sistemu povratni, entropija ostaje nepromenjena.

Boltzman je pokazao da je entropija  $S$  srazmerna logaritmu verovatnoće stanja  $S = k \ln W$ , ( $W$  - verovatnoća datog stanja,  $k$  - koeficijent srazmernosti, tj., Boltzmannova konstanta).

Prema definiciji entropije  $\int \frac{dQ}{T}$  zaključuje se da se u jednom procesu može izračunati promena entropije, a ne i njena apsolutna vrednost. Entropija je relativna aditivna veličina, analogna unutrašnjoj energiji i dolazi od grčke reči, a znači menjanje. Izvestan nivo entropije može se uzeti kao nulti analogno potencijalnoj energiji. Ova veličina se izračunava a ne meri.

Dimenzija entropije je:  $S$  (-)  $\frac{\text{količina toplote}}{\text{temperatura apsol.}}$   $J/K$

Entropija sistema u dotičnom stanju najbolje se objašnjava preko povećanja entropije sistema koja je jednako izotermalno i reverzibilno primjenjenoj toploti podijeljenoj sa temperaturom na kojoj je toplota asorbovana.

R. Klausius je oba zakona termodinamike izrazil u donekle sličnim oblicima:

I zakon: Ukupna količina energije u prirodi je konstantna.

II. zakon: Ukupna količina entropije u prirodi raste.

### 6. Treći princip termodinamike

Ovaj princip govori o ponašanju sistema na samoj apsolutnoj 0. On je zasnovan na tome da se u stanju najveće moguće uredjenosti sistema, u stacionarnom stanju svako njegovo makro stanje može ostvariti samo na jedan jedini način.

Treći princip termodinamike se naziva još i Nernstova teorema. Prema toj teoremi entropija svake supstance jednaka je nuli na temperaturi jednakoj apsolutnoj nuli. Znači, on je kao nulti nivo entropije uzeo stanje na apsolutnoj nuli. ( $T = 0, S_0 = 0$ ). Razlika entropija za neko stanje i za stanje na apsolutnoj nuli uzima se kao vrednost entropije koja izgleda kao apsolutna iako je ustvari relativna.

**Statistički dokaz trećeg zakona termodinamike:** Ako pojedjemo od statističke definicije entropije:

$S = K \ln W$ , kao i od definicije temperature:  $T = \left(\frac{dE}{dS}\right)_V$ , i molarne specifičke topлоте:  $C_V = \left(\frac{dE}{dT}\right)_V$ , pošto je  $T$  uvek veće od nule ( $T > 0$ ), takođe i  $C_V > 0$ , to je energija monotona funkcija kako od entropije tako i od temperature i zato sa snižavanjem temperature opada kako energija tako i entropija sistema. Na osnovu toga vidimo da na apsolutnoj nuli energija sistema ima minimalnu vrednost koja nemora biti jednaka nuli. Pošto je entropija monotona funkcija od statističke verovatnoće, apsolutnoj nuli odgovara i minimalna vrednost entropije, kao i statističke verovatnoće, tj., stanje najveće moguće uredjenosti sistema. Ako se pored toga sistem nalazi u stacionarnom stanju, svako makro stanje, sistema može se ostvariti samo na jedan jedini način, te je statistička verovatnoća svakog makro stanja sistema koji se nalazi na apsolutnoj nuli u stacionarnom stanju jednako jedinici, tj.  $P_0 = 1$ .

Uzmimo primer u kristalima jednoatomnih molekula pri približavanju apsolutnoj 0, oscilovanje postepeno slabi i na apsolutnoj nuli ostale bi samo one oscilacije čija bi energija predstavljala miltu osnovnu energiju sistema. U više atomskim molekulima na sličan način sa približavanjem apsolutnoj nuli gasi se i rotaciono kretanje atoma u molekulu. U telima sa stalnim magnetnim dipolima u spoljašnjem magnetnom polju sa snižavanjem temperature smanjuje se i toplotno kre-

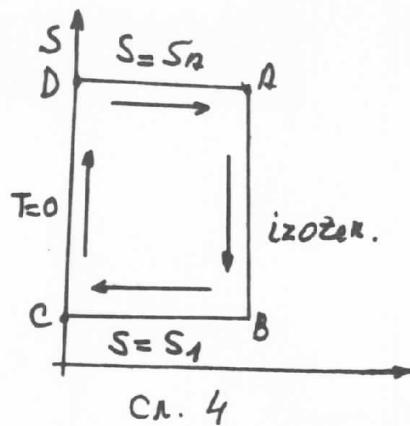
tanje dipola, čime se povećava njihova uredjenost u magnetnom polju. Najveća mogućnost uredjenosti dobila bi se na absolutnoj nuli kad bi svi dipoli bili usmereni u pravcu magnetnog polja. Entropija sistema koja odgovara napred navedenom stanju bi imala vrednost:  $S_0 = k \ln P_0 = k \ln 1$ ,  $S_0 = 0$

Pri ovom dokazu je pretpostavljeno da se sistem nalazi na absolutnoj nuli i u stacionarnom stanju pa se prednji rezultat može izraziti rečima: entropija ma kog sistema koji se nalazi na absolutnoj nuli u stacionarnom stanju jednak je nuli. Ovaj stav se naziva III stepen princip termodinamike ili Nernast - Planckova teorema. Ovde bi sledio zaključak o promeni entropije pri nekom procesu koji bi se vršio na samoj absolutnoj nuli. Naime, ako bi se neki proces vršio na absolutnoj nuli, tako da je početno i krajnje stanje sistema na absolutnoj nuli, entropije sistema u početnom i krajnjem stanju  $S_0$  i  $S'_0$  jednake su nuli, te je i promena entropije pri ovom procesu jednak nuli:  $\Delta S_0 = S'_0 - S_0$

Znači pri ma kakvom procesu koji se vrši na absolutnoj nuli u stacionarnom stanju entropija sistema ostaje nepromenjena.

U slučaju kada se sistem ne nalazi u stacionarnom stanju mikrostanja sistema mogu se ostvariti na više načina, te tada gornji zaključci više ne važe, pa otuda i potiču pričina odstupanja od ovog principa. Ovde vidimo da je ovde bitna pretpostavka da se sistem nalazi u stacionarnom stanju, a na suprotnome nije ništa pretpostavljeno o agregativnom stanju sistema. Međutim, u neposrednoj blizini absolutne nule su postancu je pravdilo jedino moguće zadržati u čvrstom agregativnom stanju. Sam tega, napomenimo da je ovaj princip termodinamike u tesnoj vezi sa kvantnim karakterom sistema, pre svega sa činjenicom da moguće vrednosti energije mogu biti diskontinuirane i da najniža moguća energija sistema ne mora biti jednak nuli.

Nedostisnost absolutne nule je veoma važan zaključak koji proislaže iz III principa termodinamike. U tom cilju samislimo povratni kražni proces koji se sastoji iz dveju izotermi i dveju adijabata (slika 4.) od kojih se jedna izoterna nalazi na samoj absolutnoj nuli. Pošto je ovaj proces povratan ukupna promena entropije sistema



batičnosti procesa na delu B C je:

$$\Delta S_{BC} = 0$$

jednaka nuli:  $\Delta S_D = S'_D - S_D$ , a pošto je zadnji deo procesa D A takodje adijabatski, biće:  $\Delta S_{DA} = 0$

Tako dobijamo da je pri  $Q_1 \neq 0$ ,  $\frac{Q_1}{T_1} = 0$

Što je očvidno besmisleno. Ova protivurečnost ukazuje na to da se ne možemo spustiti na nullu izotermu  $T = 0$ , pa možemo reći: ni na kakav način, ne može se dostići absolutna nula.

Drugim rečima, absolutnoj nuli možemo se samo asymptotski približavati ali je nikad ne možemo dostići.

Pored naveedenog zaključaka iz III principa termodinamike može se dobiti i niz značajnih posledica koje karakterišu ponašanje materija u blizini absolutne nule.

## 7. Entalpija

Entalpija ili toplotna funkcija – potiče od grčke reči i znači "zagrevati", a predstavlja sbir unutrašnje energije i (spoljašnjeg) rada. Predstavlja neku količinu topline, pa se zbog toga naziva sadržina topline. No, kako je količina topline povezana sa procesom, a ne sa stanjem, taj način nije sasvim adekvatan pa kada se upotrebljava treba uvek imati u vidu da telo ne sadrži određenu količinu topline, nego da može primiti ili odati količinu topline ili sve to posmatrati i shvatiti kao proces primanja ili odavanja.

$H = U + pV$  predstavlja izraz za entalpiju, a ako je idealan gas:  $H = C_V M T + nRT = mC_V T + mC_p T = mC_p T$  odavde proizilazi da je entropija u idealnog gasa pri temperaturi T i masi m jednaka onoj količini topline koja je potrebna da se ta količina gase zagreje od 0 K pri konstantnom pritisku ( $p = \text{konst.}$ ). To istovremeno pokazuje da je dovedena količina topline jednaka razlici entalpije krajnjeg i početnog

pri povratku na početno stanje mora biti jednaka nuli:

$$\oint dS = \Delta S_{AB} + \Delta S_{BC} + \Delta S_{CA} + \Delta S_{DA} = 0$$

Pošto je prvi deo procesa A B

izotermni biće  $\Delta S_{AB} = \frac{Q_1}{T_1}$

Gde je  $Q_1$  količina topline uzete iz prvog rezervoara, a zbog adija-

stanja tela. To se može pokazati polazeći od osnovne pelacije:  $dQ = dU + pdV$  i definicije za entalpiju  $H = U + pV$  onda je  $dU = dH - pdV - Vdp$ , pa se zamenom dobija:  $dQ = dH - Vdp$ . Pri konstantnom pritisku ( $dp = 0$ ) biće:  $dQ = dH$ ,  $Q = H_2 - H_1$ .

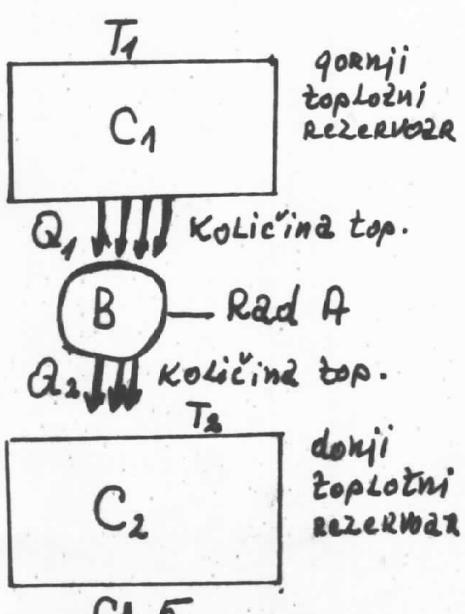
Specifična entalpija po jedinici mase ili po molu označava se sa  $h$  i može se izraditi:

$$h = u + \frac{pV}{m}$$

Iz prethodnog izraza  ~~$\Delta H = dQ$~~  ( $dp = 0$ ) pokazuje da pri stalnom pritisku i otsustvu korisnog rada sistema količina topline koju sistem primi jednaka je povećanju nivoa entalpije. entralpije. Iz ove oblasti, sa običarenim učenicima koroz rad u sekciji rešavati zadatke korišćenjem zbirke, rešenih zadataka od Dr prof. Ž. Ćuluma, zatim od Dr. prof. Čarne i dr.

Principi termodinamike primenjuju se u tehnici da bi se održavale u pogonu parne mašine sa periodičnim radom, turbine i hladnjaci.

Svaka takva mašina bez obzira da li se radi o parnoj klipnoj mašini, o parnoj turbini, gasnom motoru ili dizel motoru radi odprilike prema šemii:



je u skladnosti sa II principom termodinamike. Mašinu ćemo shvatiti kao reversibilnu i ona održava svoju energiju konstantno. Kako iz gornjeg rezervoara nestaje entropija  $\frac{Q_1}{T_1}$

Iz rezervoara  $C_1$  (npr: ložište parnog kotla) se pri određenoj višoj apsolutnoj temperaturi  $T_1$  mašina B dovodi određena količina topline  $Q_1$ . Tu se jedan deo energije  $Q_1$  pretvara u rad  $A_1$  a ostatak  $Q_2$  se odvedi u donji rezervoar  $C_2$  (npr. voda za hlađenje kondenzatora) pri nižoj apsolutnoj temperaturi  $T_2$ . Kada bi odvedena količina topline  $Q_2$  bila pravna nuli, onda bi čitava količina topline  $Q_1$  bila stopnje centne pretvorena u rad, ali to

mora se donjem rezervoaru dovesti ista tolika entropija

$$\frac{Q_2}{T_2}, \quad Q_2 \text{ ne može znači biti nula, već mora } \frac{T_2}{T_1} \cdot Q_1$$

biti jedan određeni deo od  $Q_1$ , koji zavisi samo od  $T_1$  i  $T_2$

i ~~biti~~ veći što je razlika ovih temperatura manja.

Ovaj deo  $\frac{T_2}{T_1} \cdot Q_1$  neće biti pretvoren u rad, već je izgubljen za prvi zadatak mašine.

Ako se topotne mašine zasnivaju u izvesnoj meri na reverzibilnim procesima, onda se može čitav proces okrenuti (ako na šemi predstavimo suprotan pravac strelicam). U tom slučaju mašina se dovodi mehanički rad preko pogonskog motora. Donjem rezervoaru će mašina oduzeti topotu, zbog čega se on dalje hlađi, dok će se gornjem rezervoaru topota dovoditi, usled čega se on dalje zagrevat. Hlađenje donjeg rezervoara se iskorišćava kod rashladnih mašina (frižidera, hladnjaka, itd.). A zagrevanje gornjeg rezervoara kod tzv., reverzibilnog grejanja ili topotne pumpe.

Ovde neće biti reči opšrinije o radu topotnih mašina jer i to može da predstavlja posebnu temu za rad.

Ovim radom imala sam za cilj da obuhvatim i predstavim donekle kvantitativno i kvalitativno sadržaje savremene nastave iz ove oblasti u osnovnoj i srednjoj školi, način prilaženja interpretaciji tj., način realizacije. Moglo bi se podvući važna napomena da u tome ima i poteškoća. Naime, još uvek siro maštvo kabinetata i radionica kao i male mogućnosti za posetu zavodima i fabrikama ne omogućavaju učenicima da nadju potvrdu teorijskih znanja, da vide ono što su teorijski saznali čime bi se postigla veća zainteresovanost učenika za široku oblast tehnike, našto ih treba naročito usmeravati i podsticati.

## S A D R Ž A J

### I. OPŠTE NAPOMENE II. UVOD III. TOPLOTA

1. Toplotne pojave
  2. Unutrašnja energija
  3. Temperatura
  4. Apsolutna temperatura,
  5. Termičko širenje tela,
  6. Prenošenje toplote (unutrašnje energije)
  7. Količina topline
  8. Toplotni kapacitet tela
  9. Pritisak
  10. Širenje gasova pri zagrevanju
  11. Promena pritiska gasa pri zagrevanju
  12. Apsolutna temperatura i absolutna nula,
  13. Srednja kinetička energija molekula,
  14. Jednačina gasnog stanja,
  15. Zakoni koji proističu iz jednačine gasnog stanja,
  16. Avogardov zakon
  17. Raspodela molekula gasa po brzinama
  18. Broj sudara i srednja dužina puta molekula u gasu
  19. Adijabatski proces idealnog gasa
  20. Rad kod gasnih procesa
  21. Realni gasovi
- z

### IV. TERMODINAMIKA

1. Osnovni pojmovi
2. Prvi zakon termodinamike
3. Drugi zakon termodinamike
4. Carnoov ciklus
5. Entropija
6. Treći princip termodinamike
7. Entalpija

## LITERATURA

1. Dr I. Supek: Teorijska fizika
2. W. J. Moore prof.: Fizička hemija
3. Dr S. Gleston: Fizička hemija
4. Ing B. M. Vučić/ i dr Ivanović: Fizika I
5. Prof. ing. B. Černe: Nauka o toploti
6. Prof. dr F. Bošnjaković: Nauka o toploti
7. I.P. Gurskii: Elementarna fizika
8. S. E. Friš i A. V. Timorjev: Kurs opšte fizike
9. F. V. Sirs: Uvod u termodinamiku
10. Dr Dj. Mušicki: Uvod u termodinamiku i statističku fiziku
11. Dr M. Pavlov i dr S. Stojanović: Fizika - skripta za III raz.  
Srednje škole
12. Larousse: Opšta enciklopedija
13. Plan i program za osnovne i srednje škole SAP Vojvodine od  
1975. godine,
14. M. Stojakov prof.: Metodika nastave fizike
15. Učžbenik za VII razred osnovne škole, I razred zajedničkog  
obrazovanja i vaspitanja i III razred usmerenog obrazovanja..

**P R I L O G: TEST SA STATISTIČKOM OBRADOM REZULTATA**

2/2 1

## KONTROLNI ZADATAK (TEST) ZA VII RAZRED OBLAST: TOPLOTA

Јединица за количину топлоте у Међународном систему јединица јесте...

Кроз чврста тела топлота се преноси на начин који се назива...

Начин на који се најбоље преноси топлота кроз течности и гасове зове се...

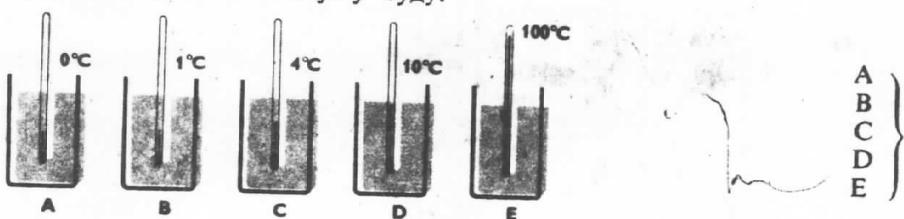
Појава да се вода скупља при загревању од  $0^{\circ}\text{C}$  до  $+4^{\circ}\text{C}$  назива се...

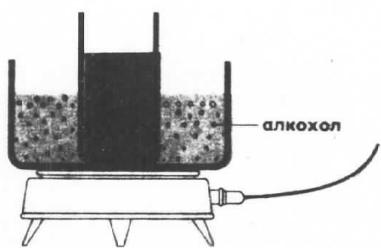
Рад термометра се заснива на појави...!

Колика је количина топлоте  $Q$  потребна да би се вода, масе  $m = 200 \text{ g}$ , загрејала од температуре  $t_1 = 10^{\circ}\text{C}$  до температуре  $t_2 = 50^{\circ}\text{C}$ ?

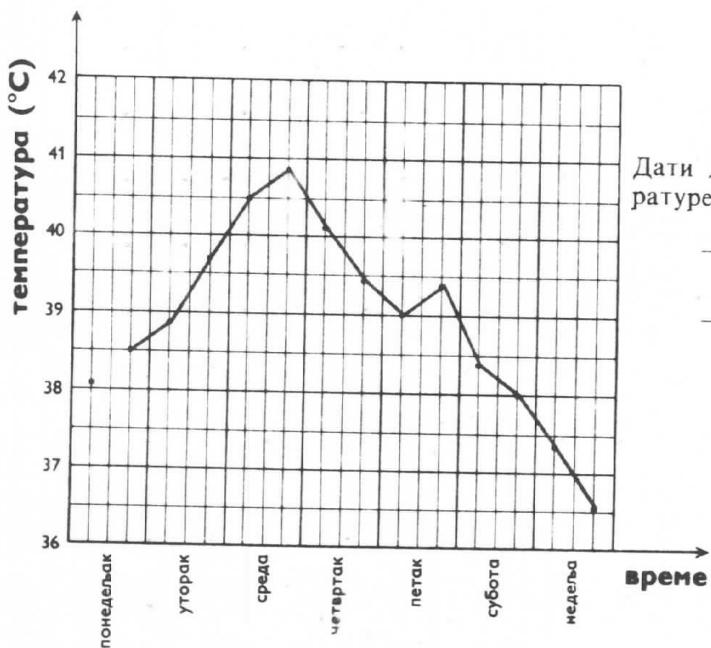
Запремина затвореног гаса при нормалном притиску ( $p_1 = 1 \text{ atm}$ ) износи  $V_1 = 12 \text{ lit}$ . Колики ће бити притисак гаса ако му се запремина смањи на  $V_2 = 2 \text{ lit}$  а температура гаса се одржава сталном?

Највећа густина воде је у суду:



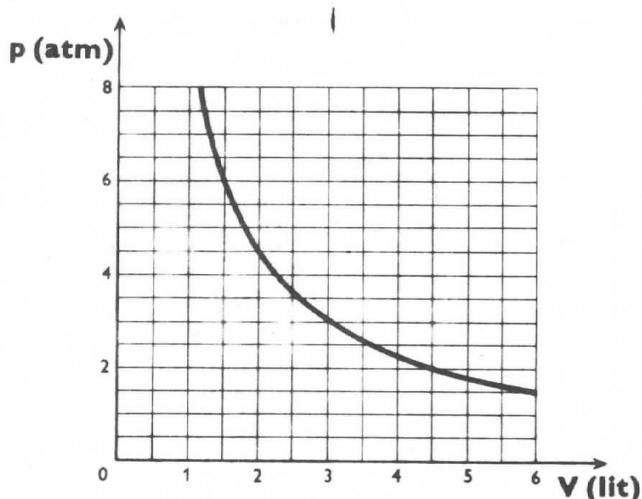


У ширем суду, приказаном на слици, кључа алкохол. Да ли ће прокључати и вода у ужем суду?



Дати дијаграм представља промену температуре болесника у току једне седмице.

- Највиша температура болесника износила је .....
- Највиша температура била је (навести дан) у .....



На слици је приказан дијаграм зависности притиска, једне одређене количине гаса, од његове запремине при истој температури. Одредити графички колики притисак одговара посматраној количини гаса када је његова запремина  $V = 3 \text{ lit}$ ?

### ANALIZA TESTA

Test je dat sa ciljem da se proveri znanje učenika iz ove oblasti - toplota i njihovo shvatanje topotnih pojava, te da se vidi da li su pojmovi shvaćeni sa razumevanjem. Učenici su testirani u dve različite srdine - u jednom gradskom i jednom prigradskom naselju.

Test su sačinjavale četiri grupe zadataka:

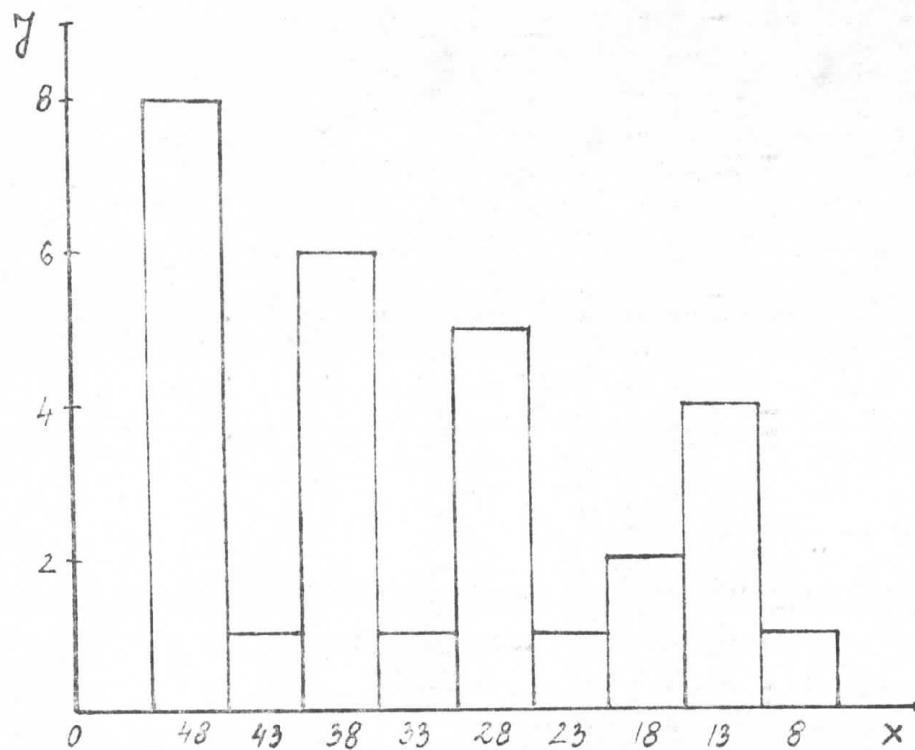
- kvantitativni zadaci (1, 2, 3, 4)
- računski zadaci (5 i 6)
- eksperimentalni zadaci (7,8) i
- dijagrami (9,10).

Prilikom pregledanja i obrade rezultata došla sam do sledećih zaključaka: učenici gradskog odelenja usvojili su 73% gradiva iz ovje oblasti, a učenici prigradskog odelenja 62% gradiva što znači da je za 11% veći uspeh učenika gradskog odelenja.

Od deset zadataka koliko je dato u testu svi učenici (100%) su rešili prvi zadatak, drugi je rešen sa (86%), deseti (82%), četvrti 72%. Najslabije je rešen deveti zadatak (27%), koji se odnosi na čitanje dijagrama i šesti zadatak (43%) računski zadatak koji predstavlja određivanje pritiska gaza u zavisnosti od zapremine pri stalnoj temperaturi.

Opšti rezultat testa u oba odelenja zadovoljava, jer je veći broj zadataka rešen preko 50%, ali se primećuje da treba više pažnje posvetiti računskim zadacima i dijagramima, kod kojih treba više logičkog razmišljanja i uočavanja zavisnosti veličina, povezivanja veličina.

# HISTOGRAM ZA REZULTATE UČENIKA NA TESTU GRADSKOG ODELJENJA

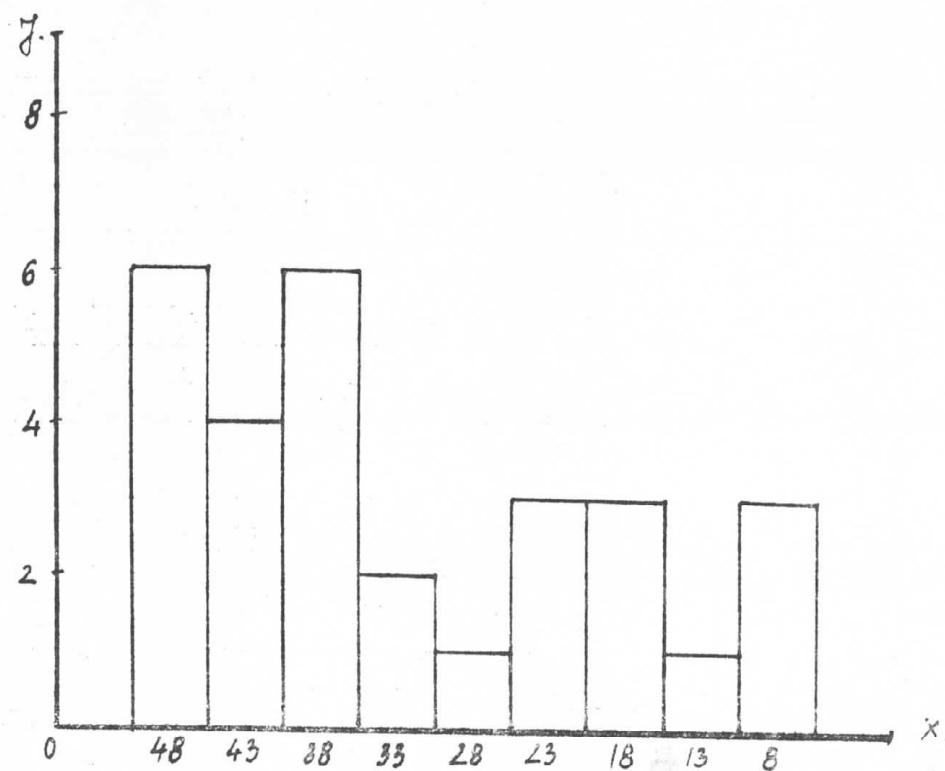


$x = \text{bedovi}$

$y = \text{br. učenika}$

PRILOG br. 4

HISTOGRAM ZA REZULTATE UČENIKA NA TESTU  
PRIGRADSKOG ODELJENJA

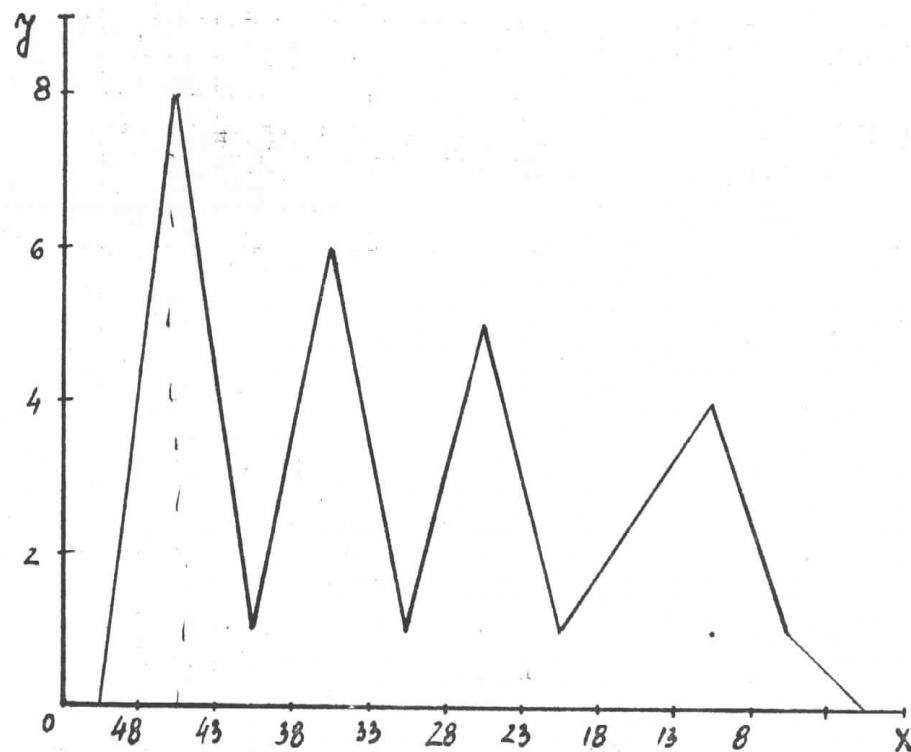


X = bodovi

J = broj učenika

PRILOG br. 5

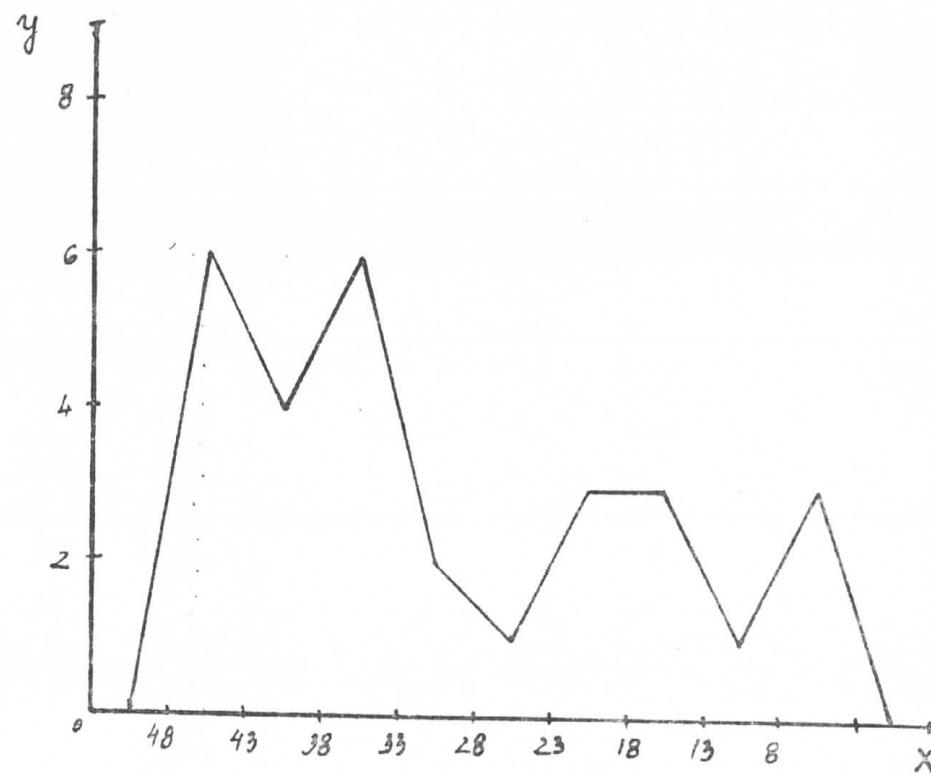
POLIGON FREKVENCIJE ZA DISTRIBUCIJU SKOROVA NA  
TESTU GRADSKOG ODELJENJA



$x = \text{bodovi}$

$y = \text{br. učenika}$

POLIGON FREKVENCIJE ZA DISTRIBUCIJU SKOROVA  
NA TESTU PRIGRADSKOG ODELJENJA



$x = \text{bodovi}$

$y = \text{broj učenika}$

PRILOG br. 6. GRADSKO ODELJENJE

bodovi	$f_i$	$d$	$f_d$	$f_id^2$
50-46	8	4	32	128
45-41	1	3	3	9
40-36	6	2	12	24
35-31	1	1	1	1
30-26	5	0	0	0
25-21	1	-1	-1	1
20-16	2	-2	-4	8
15-11	4	-3	-12	36
10-6	1	-4	-4	16
$\Sigma$	29	0	27	223

$$\bar{x} = x_0 + \frac{\sum f_i d}{N} \cdot i$$

$$\bar{x} = 28 + \frac{27}{29} \cdot 5$$

$$\bar{x} = 28 + 4,66$$

$$\bar{x} = 32,66$$

SREDNJA VREDNOST

$$G = i \sqrt{\frac{\sum f_i d^2}{N} - \frac{(\sum f_i d)^2}{N}}$$

$$G = 5 \sqrt{\frac{223}{29} - \frac{(27)^2}{29}}$$

$$G = 5 \sqrt{7,69 - \frac{729}{29}}$$

$$G = 5 \sqrt{7,69 - 25,14}$$

$$G = 5 \sqrt{-17,45}$$

$$G = 5(-4,18)$$

$$G = -20,89$$

STANDARDNA DEVIJACIJA

## PRILOG br. 6

## PRIGRADSKO ODELJENJE

bodovi	$f_i$	$d$	$f_d$	$f_i d^2$
50-46	6	4	24	96
45-41	4	3	12	36
40-36	6	2	12	24
35-31	2	1	2	2
30-26	1	0	0	0
25-21	3	-1	-3	3
20-16	3	-2	-6	12
15-11	1	-3	-3	9
10-6	3	-4	-12	48
$\Sigma$	29		26	230

$$\bar{x} = x_0 + \frac{\sum f_i d}{N} \cdot i \Rightarrow i=5$$

$$\sigma = i \sqrt{\frac{\sum f_i d^2}{N} - \frac{(\sum f_i d)^2}{N}}$$

$$\bar{x} = 28 + \frac{26}{29} \cdot 5$$

$$\sigma = 5 \sqrt{\frac{230}{29} - \frac{(26)^2}{29}}$$

$$\bar{x} = 28 + 4,48$$

$$\sigma = 5 \sqrt{7,93 - \frac{676}{29}}$$

$$\bar{x} = 32,48$$

SREDNJA VREDNOST

$$\sigma = 5 \sqrt{7,93 - 23,31}$$

$$\sigma = 5 \sqrt{-15,38}$$

$$\sigma = 5 (-3,92)$$

$$\sigma = -19,61$$

STANDARDNA  
DEVIJACIJA

PRILOG br. 7

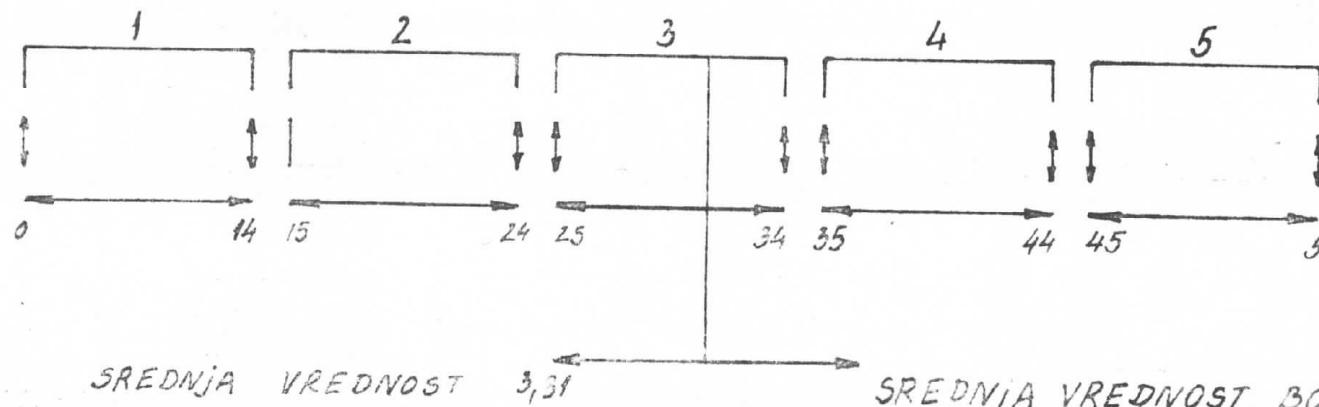
OCENE X	BR. UČENIKA F	Xf
1	5	5
2	3	6
3	6	18
4	8	32
5	7	35
$\Sigma$	29	96

$$\bar{X} = \frac{\sum xf}{\sum f}$$

$$\bar{X} = \frac{96}{29}$$

$$\bar{X} = 3,31$$

SREDNJA OCENA



DISTRIGUCIJA FREKVENCIJA SKOROVA NA TESTU  
UČENIKA GRADSKOG ODELJENJA

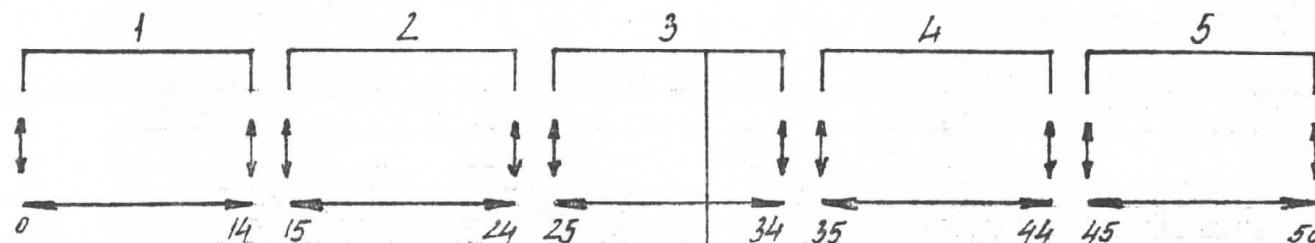
OCENE X	BR. UČENIKA F	XF
1	4	4
2	6	12
3	3	9
4	10	40
5	6	30
$\Sigma$	29	95

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f}$$

$$\bar{x} = \frac{95}{29}$$

$$\bar{x} = 3,27$$

SREDNJA OCENA



$$3,27 \leftarrow \rightarrow 32,48$$

$$\bar{x} = \text{OCENA}$$

$$\bar{x} = \text{bodovi}$$

DISTRIBUCIJA FREKVENCIIA SKOROVA NA TESTU UČENIKA  
PRIGRADSKOG ODELJENJA

KONTROLNI ZADATAK (TEST) IZ FIZIKE U VII RAZREDU- GRADSKO EDELJENJE

Prezime i ime ..... Broj osvojenih bodova po zadatku Svega ..... Ocena .....

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	
1. Radetić Zorica	4	4	10	5	6	4	3	5	4	5	50 odličan (5)
2. Radić Ljubićmir	4	4	10	5	6	4	3	5	4	5	50 odličan (5)
3. Todorović Vesna	4	4	0	5	6	4	3	5	4	5	40 vr.dobar (4)
4. Dadić Svetlana	4	4	10	5	6	4	3	5	0	5	46 odličan (5)
5. Milić Duško	4	4	10	5	6	0	3	5	0	5	40 vr.dobar (4)
6. Živković Sloba	4	4	10	5	0	0	3	5	0	5	36 vr.dobar (4)
7. Lukić Dragoljub	4	0	10	0	6	0	3	5	0	5	33 dobar (3)
8. Kovačić Miodrag	4	4	10	5	6	0	3	5	0	5	42 vr.dobar (4)
9. Poznanović Zora	4	4	10	5	6	4	3	5	0	5	46 odličan (5)
10. Zečević Zorica	4	4	0	5	6	4	3	5	4	5	40 vr.dobar (4)
11. Ljubišić Vlada	4	4	10	5	6	4	3	5	4	5	50 odličan (5)
12. Senić Zorica	4	4	10	5	6	4	3	5	0	5	46 odličan (5)
13. Belić Dragan	4	4	0	5	6	0	3	0	0	5	27 dobar (3)
14. Lepšić Danica	4	4	0	5	6	0	3	5	0	0	27 dobar (3)
15. Samardžić Tanja	4	4	0	5	0	0	0	0	5	4	5 27 dobar (3)
16. Savić Saša	4	4	10	5	0	0	0	0	0	5	28 dobar (3)
17. Djukić Jasna	4	4	10	5	0	4	3	5	0	5	40 vr.dobar (4)
18. Kondić Željko	4	0	0	5	6	0	0	0	0	5	20 dovoljan (2)
19. Čalić Olivera	4	4	10	5	6	4	3	5	4	5	50 odličan (5)
20. Šljivić Vlada	4	4	0	5	6	0	0	0	0	5	24 dovoljan (2)
21. Perić Tomislav	4	4	0	5	6	4	3	5	0	5	36 vr.dobar (4)
22. Mudrić Vesna	4	4	10	5	6	4	3	5	4	5	50 odličan (5)
23. Grentov Andrea	4	4	0	0	0	4	3	5	0	0	20 dovoljan (2)
24. Nedić Aca	4	4	10	0	0	0	0	5	0	5	28 dobar (3)
25. Brodić Jasmina	4	4	0	0	6	0	0	0	0	0	14 nedovoljan (1)
26. Mitić Miodrag	4	0	0	0	0	0	3	5	0	0	12 nedovoljan (1)
27. Stanković Ljuba	4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	8 nedovoljan (1)
28. Djukić Goran	4	0	0	5	0	0	0	5	0	0	14 nedovoljan (1)
29. Cvetković Jaca	4	4	0	0	0	4	0	0	0	0	12 nedovoljan (1)

BROJ OSVOJENIH BODOVA

960

PROCENAT

66,20%

KONTROLNI ZADATAK (TEST) IZ FIZIKE U VII RAZREDU - PRIGRADSKO ODELJENJE

Prezime i ime	Broj osvojenih bodova po zadatku										Svega Ocena
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	
1. Drndarski Rajko	4	0	0	6	0	0	0	0	0	0	10 nedovoljan (1)
2. Stanković Svetlana	4	4	0	0	6	4	0	0	0	5	23 dovoljan (2)
3. Jovanović Siniša	0	0	0	0	6	0	3	0	0	0	9 nedovoljan (1)
4. Milovanović Vesna	4	4	0	0	6	0	0	5	0	5	24 dovoljan (2)
5. Djurić Dragana	4	4	0	5	6	4	3	5	0	5	36 vr.dobar (4)
6. Radić Živan	4	4	10	5	6	0	3	5	0	5	42 vr.dobar (4)
7. Simić Sofija	4	4	0	5	6	4	3	5	0	5	36 vr.dobar (4)
8. Lukić Gordana	4	4	10	5	6	4	3	5	4	5	50 odličan (5)
9. Jovanović Zoran	4	4	10	5	6	5	3	5	4	5	50 odličan (5)
10. Lukić Rista	4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	8 nedovoljan (1)
11. Perišić Goran	0	0	0	0	6	4	3	0	0	5	18 dovoljan (2)
12. Marković Jasna	4	4	10	5	6	4	3	5	4	5	50 odličan (5)
13. Grozdić Miodrag	4	0	0	5	0	4	3	0	0	0	13 nedovoljan (1)
14. Pavlović Milan	4	4	0	5	6	4	3	5	0	5	36 vr.dobar (4)
15. Vasić Radovan	4	4	10	5	6	4	3	5	0	5	46 odličan (5)
16. Todorović Siniša	4	4	10	5	6	4	3	0	0	5	36 vr.dobar (4)
17. Dragić Radica	4	0	10	0	6	0	0	0	0	0	20 dovoljan (2)
18. Brodić Vlada	4	4	0	0	6	4	3	5	0	5	31 dobar (3)
19. Đordić Dragann	4	4	10	5	0	4	3	5	0	5	40 vr.dobar (4)
20. Nikolić Stanko	4	4	10	5	6	4	3	5	0	5	41 vr.dobar (4)
21. Babić Željko	4	0	0	0	6	4	3	5	0	5	27 dobar (3)
22. Zorić Radica	4	0	10	5	6	4	3	5	0	5	42 vr.dobar (4)
23. Gadižurić Goran	4	4	10	5	6	4	3	5	0	5	46 odličan (5)
24. Jelić Vesna	4	0	0	5	6	4	3	0	0	0	22 dovoljan (2)
25. Lukić Sanja	0	0	0	5	6	0	0	0	4	5	20 dovoljan (2)
26. Popović Dragan	4	4	10	5	6	0	3	5	0	0	37 vr.dobar (4)
27. Dešljjić Slavko	4	4	10	5	6	4	3	5	0	5	46 odličan (5)
28. Tanasić Dragan	4	4	10	5	6	4	3	5	0	0	41 vr.lidobara (4)
29. Ivanković Miloš	4	4	0	0	6	4	3	5	0	5	31 (dobar) 3)

BROJ OSVOJENIH BODOVA

955

PROCENAT

62,20%

POSTOTAK POZITIVNO REŠENIH ZADATAKA U PRIGRADSKOM ODELJENJU

---

Prezime i ime	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	Poz.	sveg.	%
1. Drndarski Rajka	+	-	-	-	+	-	-	-	-	-	2	20	
2. Stepanović Svetlana	+	+	-	-	+	+	-	-	-	+	5	50	
3. Jovanović Siniša	-	-	-	-	+	-	+	-	-	-	2	20	
4. Milovanović Vesna	+	+	-	-	+	-	+	-	-	-	4	40	
5. Djukić Dragan	+	+	-	+	+	+	+	+	-	+	3	80	
6. Radovanović Žica	+	+	+	+	+	-	+	+	-	+	8	80	
7. Simić Sofija	+	+	-	+	+	+	+	+	-	+	8	80	
8. Lukić Gordana	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	10	100	
9. Jovanović Zoran	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	10	100	
10. Lukić Rista	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	2	20	
11. Perić Goran	-	-	-	-	+	+	+	-	-	+	4	40	
12. Marković Jasna	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	10	100	
13. Grozdanić Mile+	+	-	-	+	-	+	-	-	-	-	4	40	
14. Pavlović Milan	+	+	-	+	+	+	+	+	-	+	8	80	
15. Vasić Radovan	+	+	+	+	+	+	+	+	-	+	9	90	
16. Todorović Siniša	+	+	+	+	+	+	+	-	-	+	8	80	
17. Drndarski Radmila	+	-	+	-	+	-	-	-	-	-	3	30	
18. Brodić Vlada	+	+	-	-	+	+	+	+	-	+	7	70	
19. Đurić Dragan +	+	+	+	+	-	+	+	+	-	+	8	80	
20. Nikolić Stanko	+	+	+	+	+	+	+	+	-	-	8	80	
21. Erić Željko	+	-	-	-	+	+	+	+	-	+	6	60	
22. Žirbić Vladisa	+	-	+	+	+	+	+	+	-	+	8 n	80	
23. Gadiurić Goran	+	+	+	+	+	+	+	+	-	+	9	90	
24. Jelić Vesna	+	-	-	+	+	+	+	+	-	+	7	70	
25. Lukić Sanja	-	-	-	+	+	-	-	-	+	+	4	40	
26. Popović Dragan	+	+	+	+	+	-	+	+	-	-	7	70	
27. Dokić Slevoljub	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	9	90	
28. Tanasić Dragan	+	+	+	+	+	+	+	+	-	-	8	80	
29. Milanković Mile	+	+	-	-	+	+	+	+	-	+	7	70	

Op. 9

**POSTOTAK POZITIVNO REŠENIH ZADATAKA U GRADSKOM ODELJENJU**

Prezime i ime	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	Poz. svega	%
1. Radetić Zorica	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	10	100
2. Radekić Ljubomir	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	10	100
3. Todorović Vesna	+	+	-	+	+	+	+	+	+	+	9	90
4. Dokić Svetlana	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	9	90
5. Milić Duško	+	+	+	+	+	-	+	+	-	+	8	80
6. Živković Slobodan	+	+	+	+	-	-	+	+	-	+	7	70
7. Lakić Dragoljub	+	-	+	-	+	-	+	+	-	+	6	60
8. Kovačić Miodrag	+	+	+	+	+	-	+	+	-	+	8	80
9. Požnanović Zorica	+	+	+	+	+	+	+	+	-	+	9	90
10. Zečević Zora	+	+	-	+	+	+	+	+	+	+	9	90
11. Ljubišić Vlada	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	10	100
12. Senić Zorica	+	+	+	+	+	+	+	+	-	+	9	90
13. Bjedić Dragan	+	+	-	+	+	-	+	+	-	-	6	60
14. Lepšić Danijela	+	+	-	+	+	-	+	+	-	-	6	60
15. Samaržić Tatjana	+	+	-	+	-	-	-	+	+	+	6	60
16. Savić Saša	+	+	+	+	-	-	-	-	-	+	5	50
17. Dularić Jasna	+	+	+	+	-	+	+	+	-	+	8	80
18. Kondić Željko	+	-	-	+	+	-	-	-	-	+	4	40
19. Čalić Olivera	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	10	100
20. Šijev Vlada	+	+	-	+	+	-	-	-	-	+	5	50
21. Perge Tomislav	+	+	-	+	+	+	+	+	-	+	8	80
22. Mudrinić Vesna	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	10	100
23. Gentov Andrija	*	+	-	-	-	+	+	+	+	-	5	50
24. Nedić Aleksandar	+	+	+	-	-	-	-	-	+	-	5	50
25. Bedričić Jasmina	+	+	-	-	+	-	-	-	-	-	3	30
25. Mitić Miodrag	+	-	-	-	-	-	-	4	+	-	3	30
27. Ljubica Stanković	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	2	20
28. Djulafić Goran	+	-	-	+	-	-	-	+	-	-	3	30
29. Cvetković Jandranka	+	-	-	-	+	-	-	-	-	-	3	30
											196	67,59%

