

PRIRODNO MATEMATIČKI FAKULTET
INSTITUT ZA FIZIKU

УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ

| | |
|--------------|-----------|
| ПРИМЉЕНО: | 18 X 1999 |
| ОРГАНИЗ.ЈЕД. | БРОЈ |
| 0603 | 9/316 |

DIPLOMSKI RAD

MONTE CARLO SIMULACIJA OSNOVNIH
KARAKTERISTIKA POLUPROVODNIČKIH DETEKTORA

Kandidat: PREDRAG KRSTONOŠIĆ
Mentor: Dr. MIROSLAV VESKOVIĆ

NOVI SAD 1999.

PREDGOVOR

Zašto simulacija? Zašto ne? Simulacije postaju sve bliže stvarnosti, a ona se sa druge strane ne razlikuje mnogo od loše simulacije. Pored toga divan je osećaj upravljati događajima pa makar i na ovaj način. Zašto nuklearna fizika? A zar bi se moglo odabrati nešto drugo?



1. INTERAKCIJA ZRAČENJA SA MATERIJOM – ELEMANTARNA SIMULACIJA

1.1 Pretpostavke i ograničenja programa

Kao osnova za razvoj poslužio je programski paket CUPS[1], odnosno njegov podprogram NUCRAD koji simulira interakciju fotona, elektrona, miona i protona sa slojem materijala. Zadatak je proširiti listu materijala sa germanjumom.

Simulacija se fokusira pre svega na gubitak energije i rasejanje primarnog zračenja. Zbog komplikovanosti i vremenske zahtevnosti program ne prati sve interakcije sekundarnog zračenja. Tako se za luke nanelektrisane čestice ne prate putanje i istorija fotona emitovanih zakočnim zračenjem, ne prati se zračenje rasejano u absorber.

1.2 Fotoelektrični efekat

Fotoelektrični efekat je apsorpcija fotona od strane vezanih elektrona koja ostavlja upažnjeno mesto u unutrašnjim ljuskama atomskog omotača. Kinetička energija emitovanog elektorna jednaka je razlici energija upadnog fotona i energije veze date ljuske.

$$T_e = E_\gamma - E_b$$

Efektu najviše doprinose najjače vezani elektroni iz K ljuske, energija veze za germanijum $E_b = 11.1 \text{ keV}$. Zbog složenosti izračunavanja preseka za fotoefekat najčešće se koriste empirijske formule. Jedna takva formula za određivanje preseka za fotoefekat na K ljusci (σ_K) upotrebljena je i u ovom programu :

$$\sigma_K = f \cdot Z^5 \sum_{n=1}^4 \frac{a_n + b_n Z}{1 + c_n Z} \left(\frac{1}{E} \right)^{p_n} \quad \text{za } E > 0.2 \text{ MeV}$$

gde su a_n, b_n, c_n, p_n konstante dobijene fitovanjem zavisnosti na eksperimentalne rezultate, a $f = 9/8$ za $Z < 30$ i $f = 5/4$ za $Z > 30$. Ukupni presek σ_{PH} se dalje računa po takođe empirijskoj formuli koja daje doprinos ostalih ljudskih.

$$\frac{\sigma_{PH}}{\sigma_K} = 1 + 0.01481(\ln Z)^2 - 0.000788(\ln Z)^3$$

Efekat je dominantan na malim energijama i presek vrlo brzo opada sa porastom energije upadnog zračenja. U ovom delu programa nije bilo potrebe za posebnim modifikacijama pošto su potrebne konstante date kao univerzalni parametri a ne u okviru karakteristika materijala. Međutim prečutani su bitni detalji, koji imaju značajan uticaj na ponašanje rezultata na najnižim energijama. Program koristi navedenu formulu i ispod 0.2MeV sve do 0.08MeV , a za energije ispod te računa po formuli

$$\sigma_K = 2 \cdot \sigma_{0.08}$$

gde je $\sigma_{0.08}$ presek za fotoefekat na 0.08MeV .

1.3 Komptonov efekat

Komptonov efekat je rasejanje fotona na slobodnim ili slabo vezanim elektronima. Rasejni fotoni imaju energiju E' koja je funkcija ugla rasejanja θ na sledeći način:

$$E' = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)}$$

pri čemu elektron preuzima razliku energije $E_\gamma - E'$.

$$T = E_\gamma - E' = E_\gamma \frac{\frac{E_\gamma}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)}$$

Na ovaj način upadni snop zračenja se širi i gubi energiju sukcesivnim rasejanjima pri prolasku kroz materiju. Diferencijalni presek za rasejanje na jednom elektronu dat je formulom Klein-Nishina:

$$\frac{d\sigma_c}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \frac{1}{[1 + x(1 - \cos \theta)]^2} \left\{ 1 + \cos^2 \theta + \frac{x^2 (1 - \cos \theta)^2}{1 + x(1 - \cos \theta)} \right\}$$

gde je $x = \frac{E_\gamma}{m_e c^2}$, a r_e je klasični radijus elektrona. Iz navedene

formule sledi i totalni presek za komptonovo rasejanje:

$$\sigma_c = 2\pi r_e^2 \cdot \left\{ \frac{1+x}{x^2} \left[\frac{2(1+x)}{1+2x} - \frac{1}{x} \ln(1+2x) \right] + \frac{1}{2x} \ln(1+2x) - \frac{1+3x}{(1+2x)^2} \right\}$$

Program koristi formulu ali u modifikovanom obliku kako bi se izbeglo računanje logaritma i time značajno ubzala simulacija. Pošto su ovde teorijski rezultati univerzalni nije bilo potrebe za bilo kakvim dopunama.

1.4. Par efekat

Pri energijama upadnih fotona većim od $1.022 MeV$ u polju jezgra može doći do formiranja parova elektron-positron. Energija fotona se troši na kreaciju čestica i njihovu kinetičku energiju.

$$E_\gamma = T_{e^-} + T_{e^+} + 2m_e c^2$$

Presek za kreiranje para zavisi od atomskog broja materijala, energije gama zračenja kao, od rezultujuće energije elektrona i pozitrona kao i od nivoa ekraniranja koji osećaju. Presek se analitički može odrediti samo za pojedine granične slučajeve. U programu se koristi tablica sa presecima za određene energije, koju sam popunio podacima dobijenim iz XCOMa. Za vrednosti koje nisu u tabeli koristi se jednostavna linearna aproksimacija:

$$\sigma(E_\gamma) = \sigma_1 + \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{E_2 - E_1} (E_\gamma - E_1)$$

1.5. Naelektrisane čestice

Za obe vrste naelektrisanih čestica program koristi Bethe-Bloch formule za izračunavanje $\frac{dE}{dx}$. Za svaki materijal u programu postoji tabela sa podacima potrebnim za izračunavanje. Za germanijum ona izgleda:

```

Z[1] := 32;
Zeff := Z[1];
N[1] := 4.4e22;
Neff := N[1];
M[1] := 72.59;
Meff := M[1];
sigmax[1] := 45.3;
Iave[1] := 343e-6; {MeV, from Leo}
IaveEff := Iave[1];
density[1] := 5.32;
densityeff := density[1];
Lrad[1] := 2.32;
d1[1]:= 6.45;
d1[2]:= 0.0;
d1[3]:= 0.0;
f[1,1]:= 0.44988;
f[1,2]:= 0.2486;
f[1,3]:= 0.01924;
f[1,4]:= 0.0023;
f[2,1]:= 0.0;
f[2,2]:= 0.0;
f[2,3]:= 0.0;
f[2,4]:= 0.0;
f[3,1]:= 0.0;
f[3,2]:= 0.0;
f[3,3]:= 0.0;
f[3,4]:= 0.0;
h[1,1]:= 0.13399;
h[1,2]:= 0.09281;

```

```

h[1,3]:= 0.01195;
h[1,4]:= 4e-4;
h[2,1]:= 0.0;
h[2,2]:= 0.0;
h[2,3]:= 0.0;
h[2,4]:= 0.0;
h[3,1]:= 0.0;
h[3,2]:= 0.0;
h[3,3]:= 0.0;
h[3,4]:= 0.0;
w[1]:= 1.00;
w[2]:= 0.00;
w[3]:= 0.00;

```

gde su $Z[1]$ -atomski broj komponente koja čini materijal; Z_{eff} -efektivna vrednost atomskog broja za višekomponentne materijale u ovom slučaju za čist germanijum je identična sa $Z[1]$. $N[1]$ -broj atoma po cm^3 date komponente, N_{eff} -analogno Z_{eff} i opet jednako sa $N[1]$. $M[1]$ -je relativna atomska masa komponente, a takođe je $M_{\text{eff}}=M[1]$. $\Sigma_{\text{max}}[1]$ -je konstanta koja se koristi prilikom računanja preseka za fotoefekat i to za energije manje od 0.08 MeV , podatak je unet na osnovu onog što daje XCOM. I_{ave} je srednji ionizacioni potencijal, uneta vrednost je dobijena na osnovu formule:

$$I = 9.76 \cdot Z + \frac{58.8}{Z^{0.19}} \quad [\text{eV}]; Z \geq 13$$

što daje $I = 342.76 \text{ eV}$. U tabeli su date vrednosti koje postoji u Leo[2] (druga kolona), vrednosti koje se dobijaju na osnovu formule (četvrta kolona) i relativna greška.

| materijal | I_{ave} [eV] | Z | $I_{\text{ave},r}$ [eV] | δ [%] |
|-----------|-----------------------|----|-------------------------|--------------|
| Al | 166 | 13 | 163 | 1.8 |
| Si | 173 | 14 | 172.25 | 0.4 |
| Fe | 286 | 26 | 285.42 | 0.2 |
| Cu | 322 | 29 | 314.05 | 2.5 |
| Pb | 832 | 82 | 825.77 | 0.34 |

Tabela 1. Poređenje srednjih ionizacionih potencijala dobijenih preko empirijske formule i eksperimentalnih vrednosti

Density[1] je gustina date komponente u gcm^{-3} , što je jasno jednako sa densityeff. Lrad je radijaciona dužina u cm, i uneta je na osnovu sledeće formule[], koja daje $L_{rad} = 2.3194514 \text{ cm}$

$$\frac{1}{L_{rad}} = \left[4Z(Z+1) \frac{\rho N_A}{A} \right] r_e^2 \alpha \left[\ln\left(\frac{183}{\sqrt[3]{Z}}\right) - f(Z) \right]$$

$$f(Z) = a^2 \left[(1+a^2)^{-1} + 0.20206 - 0.0369a^2 + 0.0083a^4 - 0.002a^6 \right]$$

$$a = \frac{Z}{137}$$

gde su uzete vrednosti $r_e = 2.81794092(38)10^{-15} \text{ m}$

$$\frac{1}{\alpha} = 137.0359895(61)$$

a u tabeli su date već korišćene vrednosti u programu (II kolona), kao i one dobijene na osnovu formule (V kolona), kao i relativne greške.

| Materijal | Lrad [cm] | A | $\rho[\text{g/cm}^3]$ | Lrad _f [cm] | $\delta[\%]$ |
|-----------|-----------|--------|-----------------------|------------------------|--------------|
| Pb | 0.56 | 207.19 | 11.34 | 0.564 | 0.7 |
| Al | 8.9 | 26.98 | 2.7 | 9.06 | 1.8 |
| Cu | 1.43 | 63.55 | 8.9 | 1.457 | 1.9 |
| Ge | ??? | 72.6 | 5.32 | 2.32 | ?? |

Tabela 2. Poređenje vrednosti radijacione dužine za materijale koje koristi simulacija i vrednosti dobijenih na osnovu formule

Konstante d,f i h se koriste prilikom izračunavanja $\frac{dE}{dx}_{rad}$, dok

konstante w predstavljaju masene udele komponenti u sistemu, jasno u ovom slučaju samo je w[1] različito od nule i jednako jedan.

Konstante za germanijum su unete tako što su vrednosti za $\frac{dE}{dx_{rad}}$ fitovane na zadati oblik funkcije :

$$f(T) = d \frac{1 + f[1]\ln T + f[2](\ln T)^2 + f[3](\ln T)^3 + f[4](\ln T)^4}{1 + h[1]\ln T + h[2](\ln T)^2 + h[3](\ln T)^3 + h[4](\ln T)^4}$$

$$-\frac{dE_0}{dx_{rad}} = N E_0 Z^2 r_e^2 \alpha f(T)$$

Pošto nisu bili dostupni eksperimentalni podaci proračun je izvršen na osnovu teorije [3], pri čemu su korišćene sledeće formule:

$$-\frac{dE}{dx} = N E \Phi_{rad} \quad \Phi = r_e^2 Z^2 \alpha$$

$$\Phi_{rad} = \Phi \left\{ \frac{12E_0^2 + 4m^2c^4}{3E_0\sqrt{E_0^2 - m^2c^4}} \ln \frac{E_0 + \sqrt{E_0^2 - m^2c^4}}{mc^2} - \frac{4}{3} - \right.$$

$$\left. \frac{(8E_0 + 6\sqrt{E_0^2 - m^2c^4})^2}{3E_0(E_0^2 - m^2c^4)} \left(\ln \frac{E_0 + \sqrt{E_0^2 - m^2c^4}}{mc^2} \right)^2 + \right.$$

$$\left. \frac{2m^2c^4}{E_0\sqrt{E_0^2 - m^2c^4}} F \left(\frac{2\sqrt{E_0^2 - m^2c^4}(E_0 + \sqrt{E_0^2 - m^2c^4})}{m^2c^4} \right) \right\}$$

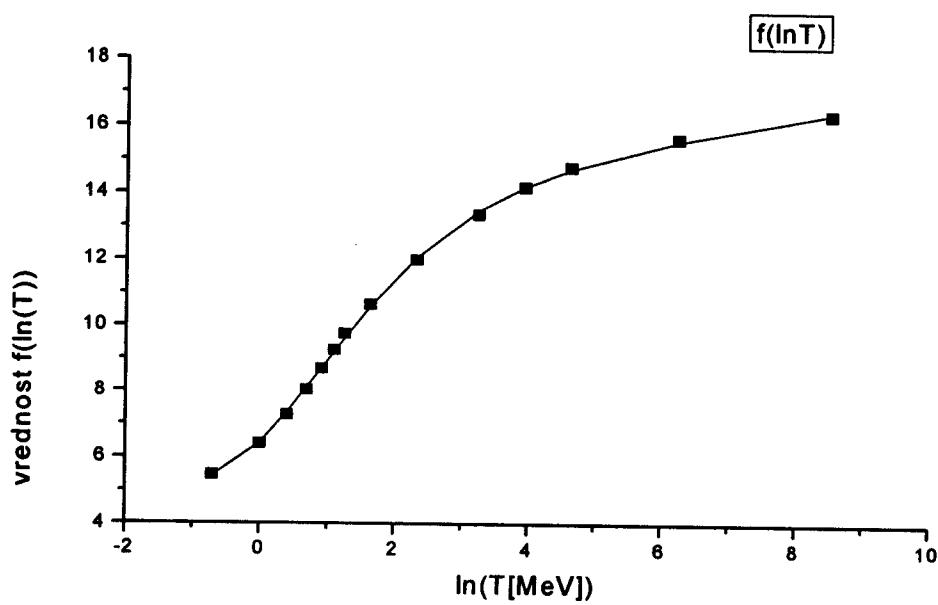
gde je $F(x) = \int_0^x \frac{\ln(1+y)}{y} dy$

Integral je računat numerički za potrebne vrednosti.

Tabela 3. Vrednosti funkcije proporcionalne radijacionim gubicima u zavisnosti od energije

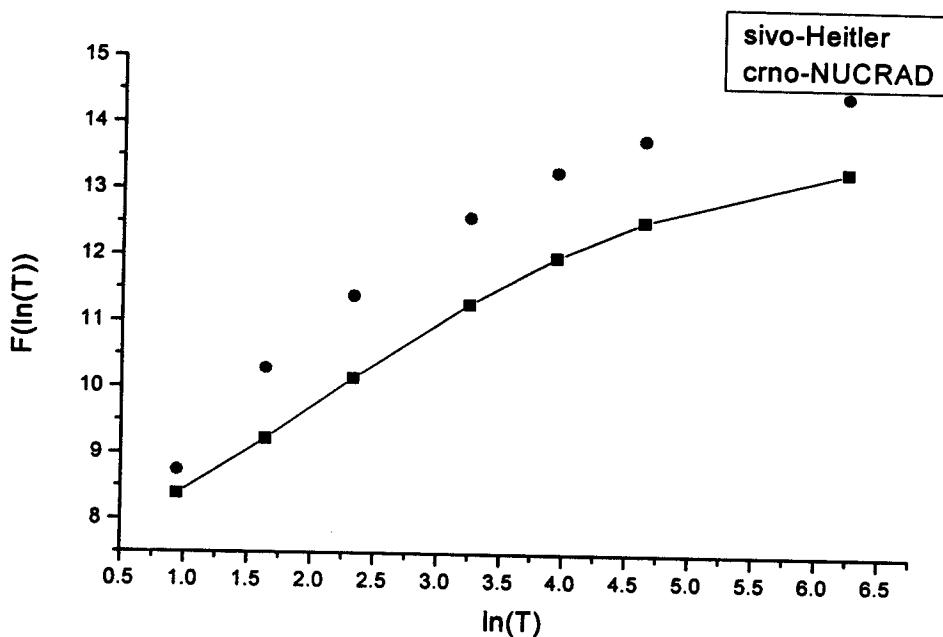
| $E_0 [MeV]$ | $f(T)$ |
|-------------|--------|
| 1 | 5.47 |
| 1.5 | 6.413 |
| 2 | 7.291 |
| 2.5 | 8.05 |
| 3 | 8.7 |
| 3.5 | 9.27 |
| 4 | 9.77 |
| 5.621 | 10.65 |
| 10.731 | 12 |
| 26.061 | 13.38 |
| 51.611 | 14.2 |
| 102.711 | 14.8 |
| 511.511 | 15.66 |
| 5000 | 16.4 |

Na grafiku su prikazane tačke iz tabele i fitovana funkcija, koeficijenti navedeni u tabeli podataka za germanijum odgovaraju



Grafik 1. Izgled funkcije koja određuje radijacione gubitke za Ge, ucrtane tačke su iz tabele 3.

ovoj funkciji. Zbog aproksimacija na osnovu kojih je dobijena formula teorijski rezultati odstupaju od eksperimentalnih.



Grafik 2. Uporedni prikaz teorijskog rezultata proračuna radijacionih gubitaka i funkcije koju koristi NUCRAD za Pb

Da bi ocenili grešku ovako dobijenih podataka iskorišćeni su podaci za olovu [3], izvršeno je fitovanje na zadati oblik funkcije i upoređivanje sa funkcijom koja se koristi u programu NUCRAD. Kao što i sam autor navodi odstupanja su oko 10%.

1.6 Rezultati i zaključak

U slučaju fotona kao izvora zračenja izvršen je proračun masenog atenuacionog koeficijenta za germanijum a kao referentni korišćeni su rezultati koje daje XCOM. Da bi se pratila odstupanja dva programa uporedjeni su i podaci za olovo.

| $E [MeV]$ | $\mu_\rho [cm^2 / g]$ | | | | | | |
|-----------|-----------------------|--------|-------------|--------|--------|-------------|-------------|
| | Pb | | | Ge | | | $\delta \%$ |
| | NUCRAD | XCOM | $\delta \%$ | NUCRAD | XCOM | $\delta \%$ | |
| 0.05 | 0.6 | 7.72 | !!! | 0.9 | 3.26 | !!! | |
| 0.10 | 0.430 | 0.544 | 21 | 0.565 | 0.530 | 6.6 | |
| 0.5 | 0.156 | 0.156 | 0 | 0.0806 | 0.0809 | 0.4 | |
| 1.0 | 0.0692 | 0.0695 | 0.4 | 0.0568 | 0.0570 | 0.4 | |
| 1.5 | 0.0496 | 0.0516 | 4 | 0.0459 | 0.0464 | 1.1 | |
| 2.0 | 0.0451 | 0.0457 | 1.3 | 0.0406 | 0.0408 | 0.5 | |
| 5.0 | 0.0423 | 0.0427 | 0.9 | 0.0314 | 0.0316 | 0.4 | |
| 8.0 | 0.0456 | 0.0467 | 2.4 | 0.0308 | 0.0310 | 0.6 | |
| 20 | 0.0608 | 0.0621 | 2.1 | 0.0389 | 0.0353 | 10.2 | |
| 40 | 0.0758 | 0.0761 | 0.4 | 0.0408 | 0.0410 | 0.5 | |
| 80 | 0.0897 | 0.0893 | 0.4 | 0.0470 | 0.0471 | 0.2 | |

Tabela 4. Uporedni prikaz rezultata za maseni atenuacioni koeficijent u programima NUCRAD i XCOM

Iako program kao donju granicu energije fotona koju podržava navodi $0.02 MeV$ jasno je da zbog aproksimacija načinjenih pri

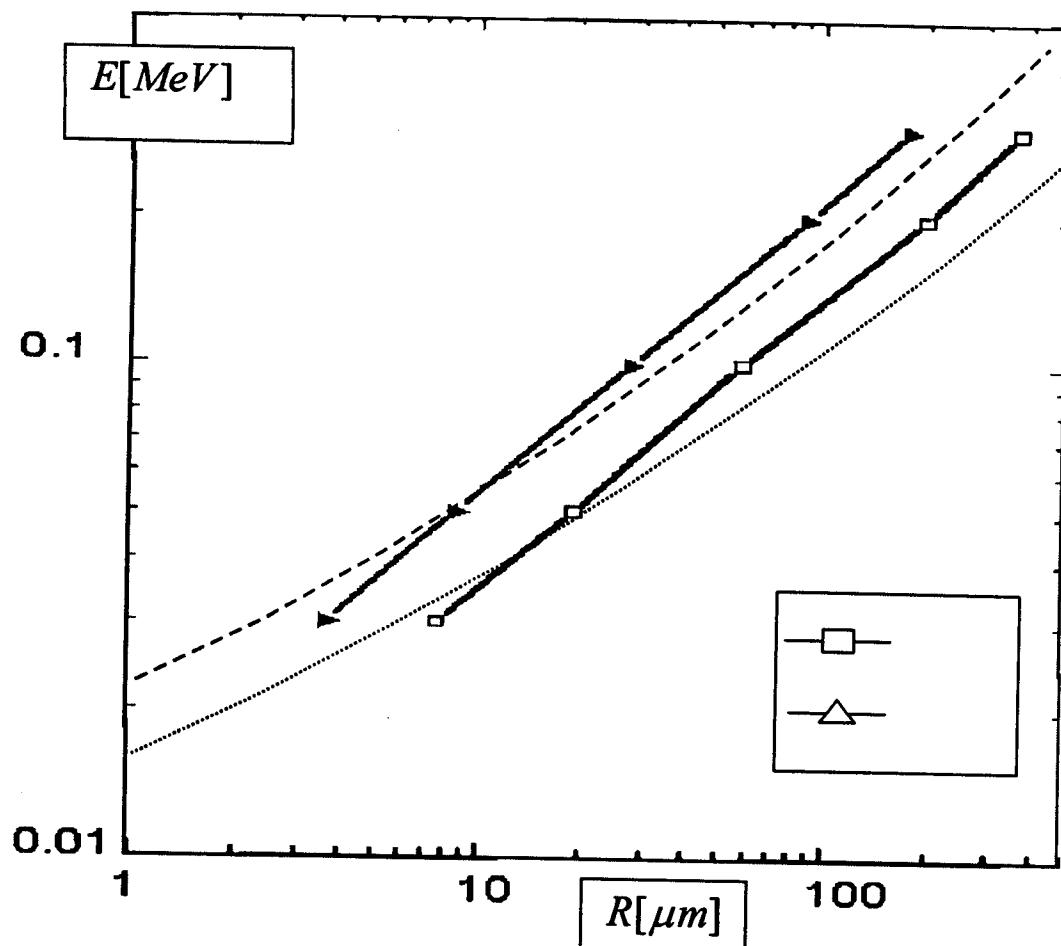
računanju preseka za fotoefekat već pri energijam reda $0.1 MeV$ počinje da daje rezultate sa velikom greškom. Za ostale energije slaganje je uglavnom zadovoljavajuće i u okvirima razlika dva programa.

Za slučaj nanelektrisanih čestica izvršena je procena debljine materijala koji vrši potpunu apsorpciju elektrona date energije za germanijum i silicijum, pri čemu su podaci za silicijum računati da bi se uporedilo odstupanje od eksperimentalnih rezultata [4].

Tabela 5. Debljine totalne apsorpcije za elektrone u Si,Ge na osnovu programa NUCRAD

| $E[10^{-2} MeV]$ | $R_{Si}[\mu m]$ | $R_{Ge}[\mu m]$ |
|------------------|-----------------|-----------------|
| 3 | 7.6(1) | 3.7(1) |
| 5 | 19(1) | 8.7(1) |
| 10 | 58(2) | 28(1) |
| 20 | 195(5) | 89(2) |
| 30 | 367(10) | 175(10) |

Rezultati su upoređeni sa eksperimentalnim podacima [5], i prikazani na grafiku. Kako je zavisnost predstavljena u logaritamskom grafiku uočljivo je da su odstupanja znatna. Karakter odstupanja isti za oba materijal. Raspon energija za elektrone sa kojima program radi je od $0.02 MeV$ do $0.4 MeV$ što je zona u kojoj je efekat gubitka energije zakočnim zračenjem zanemarljiv. Stoga su pomenuta odstupanja pre u vezi sa aproksimacijama koje su učinjene prilikom izrade programa nego sa nedotacima podataka koji su naknadno uneti (pri čemu bi njihovo poboljšanje poravnilo rezultate ali samo do granice odstupanja samog programa), pa se kao krajnji zaključak nameće da je program u suštini demonstracioni, moguća su njegova proširenja na nove materijale, eventualno i nove vrste



Grafik 3. Debljina totalne apsorpcije elektona za silicijum i germanijum. Tačkicama prikazani eksperimentalni podaci za silicijum, a crticama za germanijum, kvadratićima za Si, odnosno trouglovima za Ge prikazani rezultati koje daje NUCRAD.

čestica ali program ostaje nedovoljno precizan i nepraktičan za bilo kakvu ozbiljniju primenu. Naravno može poslužiti kao osnova za upoznavanje sa načinom rada i izrade simulacija.

2. OPŠTE KARAKTERISTIKE POLUPROVODNIČKIH DETEKTORA

2.1 UVOD

Poluprovodnički detektori su se počeli razvijati kao ionizacione komore u čvrstom stanju (~1930.). Da bi se dobilo jako električno pole i mala struja osobine neophodne za detekciju i moguću spektroskopiju ionizujućeg zračenja korišćeni su kristali dijamanta (provodna sredina). Upotreba ovakvih kristala je brzo napuštena zbog slabe kolekcije nanelektrisanja. Stvarni razvoj počinje krajem 50-tih usavršavanjem tehnologije dobijanja monokristala silicijum i germanijuma za izradu tranzistora. Tako da su poluprovodnički detektori postali komercijalno dostupni 60-tih. Oni su predstavljali prve detektore za merenje energije sa visokom rezolucijom pa je počela njihova široka upotreba za detekciju nanelektrisanih čestica i gama spektroskopiju. Princip rada je analogan ionizacionim komorama stim da je medijum umesto gasa poluprovodnički materijal. Interakcijom zračenja sa medijumom formiraju se nosioci nanelektrisanja (šupljine i elektroni) koji se prikupljaju odgovarajućim električnim poljem. Prednosti poluprovodničkih detektora su u tome što je srednja energija potreban za formiranje para šupljina elektron oko deset puta manja energije ionizacije, što dovodi do porasta energetske rezolucije. Zbog veće gustine povećana je zaustavan moć, dimenzije su smanjene a takođe je poboljšana brzina prikupljanja nanelektrisanja. Najveći nedostatak je što je za sve poluprovodničke detektore izuzev onih izrađenih od silicijum potrebno hlađenje (radan temperatura ~85K). Stoga je jedan od pravaca u razvoju poluprovodničkih detektora potraga za materijalima koji bi mogli da rade na sobnim temperaturama.

2.2 DETEKTORSKE KARAKTERISTIKE

2.2.1 KARAKTERISTIKE MATERIJALA

Osnovna karakteristika matrijala je srednja energija potrebna za kreaciju par elektron-šupljina. Utvđeno je da je ova veličina nezavisna od vrste i energije zračenja i zavisi samo od vrste materijala.

| T[K] | Si [eV] | Ge [eV] | Ge Eg[eV] | Si Eg[eV] |
|--------|---------|---------|-----------|-----------|
| 300 | 3.62 | - | 0.665 | 1.115 |
| 77 | 3.81 | 2.96 | - | - |
| 0 | - | - | 0.746 | 1.165 |

Tabela 6. Širina zabranjene zone i srednje energije potrebne za kreiranje para elektron-šupljina u Si i Ge na različitim temperaturama.

Poredeći potrebnu energiju se širinom zabranjene zone vidi se da se samo oko jedne trećine energije troši na formiranje slobodnih nanelektrisanja dok ostatak odlazi na ekscitaciju oscilacija kristalne rešetke.

Predpostavljajući da je celokupna energija zračenja predata uokviru aktivne zapremine detektora odziv detektora bi trebao da bude savršeno linearan sa energijom tj. napon na elektrodam detektora bi bio:

$$V = \frac{nE}{wC}$$

gde su w -srednja energija za kreaciju para elektron-šupljina , n -efikasnost prikupljanja nealektrisanja, C-kapacitet p-n spoja. Kako je w nezavisno od vrste zračenja to bi linearost trebala biti očuvana bez obzira na tip zračenja. To je tačno samo za čestice koje vrše slabu ionizaciju (elektroni i protoni), dok se prilikom prolaska teških jona ili fisionih fragmenata kroz detektor javlja plazma efekt. Veliki broj formiranih parova elektron-šupljina dovodi do formiranja prostornog nanelektrisanja koje lokalno neutrališe spoljašnje polje



što dovodi do bitnih posledica po signal. Vreme porasta signala se produžava, u oblasti nultog polja postoji mogućnost rekombinacije što dovodi do toga da je prikupljeno nanelektrisanje manjen od kreiranog – signal je izgubio na amplitudi. Glavna posledica efekta je različita kalibracija detektora za različite vrste čestica. Ako celokupna energija zračenja nije predata aktivnoj zapremini detektora javlja se signal proporcionalan predatoj energiji i stoga nelinearnost odziva.

Iako bi idealno inverzno polarisani p-n spoj bio neprovodan, i kroz polarisani spoj protiče mala fluktuirajuća struja – struja curenja. Struja curenja potiče iz više izvora, struje manjinskih nosilaca kroz spoj (najmanja komponenta), termalnog generisanja parova u aktivnoj zoni , najznačajnija komponenta je struja curenja po površini kristala. Struja curenja stvara šum na izlazu detektora i jedan je od faktora koji postavljaju granicu minimalnog signala koji je moguće detektovati.

2.2.2 KARAKTERISTIKE DETEKTORA

Za detektore namenjene merenju energije upadnog zračenja najbitnija osobina je energetska rezolucija. Rezolucija je mera sposobnosti detektora da razdvoji bliske energije, obično se daje u vidu FWHM (full width at half maximum) tj. širine pika na polovini njegove visine. Ako sa ΔE označimo širinu , a sa E energiju za relativnu rezoluciju dobijamo:

$$\text{rezolucija} = \frac{\Delta E}{E}$$

i ona se izražava u procentima. Za gama zračenje energije $\sim 1 MeV$ kod NaI detektora ona iznosi 8% ili 9%, dok je kod germanijumskih reda 0.1%. Generalno rezolucija je funkcija energije

i sa porastom energije odnos $\frac{\Delta E}{E}$ se smanjuje što je posledica

Poasonove ili raspodele slične Poasonovoj koja opisuje statistiku

ekscitacije i ionizacije. Za enregiju E u srednjem očekujemo

$$N = \frac{E}{w} \text{ ionizacija, pa sa porastom energije raste i broj ionizacionih}$$

događaja te opada relativna fluktuacija. U slučaju detektora koji na apsorbuje potpuno energiju zračenja broj događaja koji daju signal je dat Poasonovom raspodelom za koju je $\sigma^2 = N$, pa energetska zavisnost rezolucije izgleda:

$$R = 2.35 \sqrt{\frac{N}{N}} = 2.35 \sqrt{\frac{w}{E}}$$

U slučaju potpune apsorpcije pretpostavka o Poasonovoj raspodeli više nije važeća jer je ukupna energija konstanta pa vrednosti energije predate u pojedinim aktima interakcije više nisu nezavisne. Fano je prvi izračunao disperziju pod ovim uslovima i našao da je:

$$\sigma^2 = F N ; R = 2.35 \sqrt{\frac{F w}{E}}$$

gde je F -Fano faktor broj između nula (nema fluktuacija) i jedan (Poasonova raspodela). Tačna vrednost za silicijum i germanijum još uvek nije poznata ali uzimajući vrednost 0.1 u većini slučajeva se dobija zadovoljavajuće slaganje sa rezultatom.

Kada se razmatraju detektori najčešće se govori o dve vrste efikasnosti, apsolutnoj efikasnosti i sopstvenoj efikasnosti. Apsolutna ili totalna efikasnost je se definiše kao deo broja događaja koje generiše izvor zračenja koji bivaju registrovani u detektoru, i ona je funkcija detektorske geometrije i verovatnoće interakcije u detektoru.

$$\mathcal{E}_{Tot} = \frac{N_{det}}{N_{emit}}$$

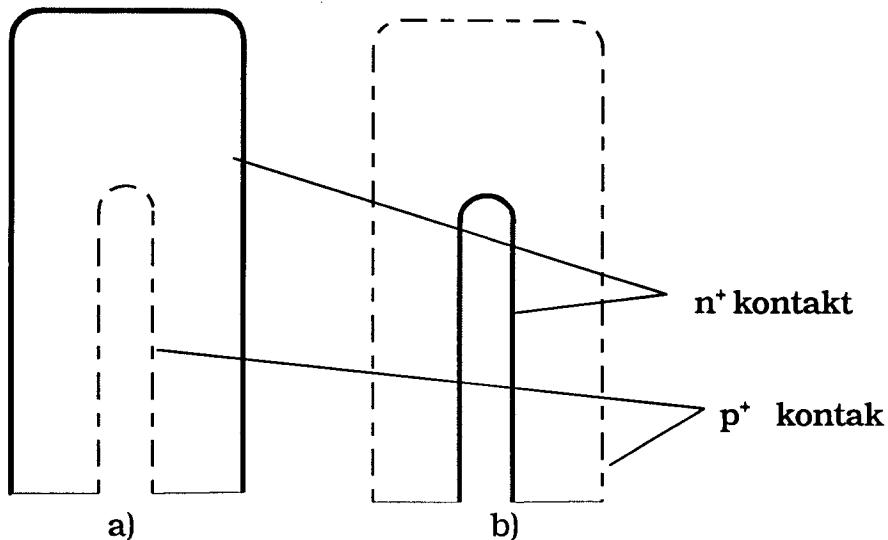
Sopstvena efikasnost je deo događaja koji stižu do detektora koji bivaju registrovani.

$$\mathcal{E}_{Int} = \frac{N_{det}}{N_{inc}}$$

Ona zavisi od verovatnoće interakcije u materijalu detektora i stoga je funkcija vrste materijala, vrste zračenja kao i njegove energije. Pored ove dve u upotrebi je i relativna efikasnost, koja predstavlja odnos absolutne efikasnosti poluprovodničkog detektra na 1.3325MeV i standardnog $3 \times 3\text{in}$. NaI detektora na istoj energiji. Merenje efikasnosti se vrši pomoću tačkastog izvora koji se nalazi na 25cm od kućišta detektora, sa fiksnim vremenom merenja odbroja. Apsolutna efikasnost za NaI je $1.2 \cdot 10^{-3}$. Pored rezolucije za sposobnost detektora da razlikuje pikove u oblasti niskih energija u prisustvu izvora visoke energije bitan je odnos $\frac{P}{C}$ (peak to compton). Odnos se dobija deleći maksimalni odbroj u piku 1.33MeV sa srednjom vrednošću odbroja na komptonskom platou između 1.040 i 1.096MeV . Za datu relativnu efikasnost veće vrednosti odnosa $\frac{P}{C}$ se postižu boljom energetskom rezolucijom.

2.2.3 TIPOVI DETEKTORA

Pocesom dobijanja monokristala germanijuma zadovoljavajućeg kvaliteta za upotrebu u detektoru dobijaju se delovi kristala p ili n tipa, tako da na osnovu dominane vrste nosilaca možemo i izvršiti njihovu podelu. Kontakti na kristalu se formiraju difuzijom Li (n^+) u sloju debljine $\approx 600\mu m$ i bora (p⁺) u sloju $\approx 0.3\mu m$.



Sl 1. Šematski prikaz koaksijalnih detektora a) P-tip (GEM),
b) N-tip (GMX)

Kako je kod kristala p-tipa kontakt velike debljine formiran sa spoljašnje strane, sa koje dolazi zračenje što mu ograničava primenu u spektroskopiji na niskim energijama kristal se montira u standardno aluminijumsko kućište što sve zajedno rezultira donjom granicom upotrebljivosti na oko 30keV. Kod kristala n-tipa spoljašnji kontakt je veoma tanak, posebnim izborom materijala kućišta (berilijum, mylar) ostvaruje se njegova visoka透明白度 i na najnižim energijama (donja granica oko 3keV). Proizvodač EG&G za prvi tip koristi oznaku GEM, a za drugi GMX pa su one korištene kao skraćenice.

3. SIMULACIJA KOMPLEKSNOG DETEKTORSKOG SISTEMA

3.1. PROGRAM ZA SIMULACIJU I POSTAVKA DETEKTORSKOG SISTEMA

Za simulaciju je korišćen program PHOTON , čiji su autori I.V.Aničin i J.M.Puzović [5],koji je namenjen generisanju gama spektara u složenim geometrijama izvor-detektor. Definisanje detektorskog sistema se ostvaruje na sledeći način. Ceo sistem se sastoji od zona koje su određene svojim imenom , sastavom i geometrijom. Ime zone je proizvoljno, a jasno je da bi trebalo da bude deskriptivno. U sasav mogu ući svi elementi sa rednim brojem od 1 do 100. Sastav se zadaje navođenjem hemijskog simbola elementa,bruto formule jedinjenja ili sumom proizvoda atomskih komponenti i njihovih masenih udela. Gustinu date zone je potrebno uneti u g/cm^3 . Izbor geometrije zone se svodi na cilindar,torus,tačku i paralelopiped pri čemu svi cilindri i torusi imaju zajedničku osu simetrije, dok je položaj paralelopipeda i tačke proizvoljan. Program prepoznaće preklapanje zona tako da ih uklapa jedne u druge bez preklapanja. U toku formiranja postavke omogućeno je kontinualno praćenje rezultata jer program generiše sliku preseka.

Po završetku definisanja svih zona i njihovih osobina prelazimo na definisanje izvora. Izvor predstavlja jednu od već definisanih zona, ili skup zona koje se navode odvojene znakom + stim što se sada definišu još i energija zračenja koja može biti fiksna , ili se generisanje vrši u oblasti između E_{min} i E_{max} na slučajan način ,po linearnoj ili logaritamskoj raspodeli. Kao poslednja opcija postoji mogućnost generisanja parova anihilacionih kavanata od $511 keV$ (sa suprotnim pravcima prostiranja) u zoni izvora. U slučaju tačkastog izvora moguće je izabrati da li će emisija biti sferna ili u konus zadatog ugla.

Na kraju definišemo spektar. Ime spektra je samo formalno. Potrebno je navesti zonu iz koje želimo da dobijemo spektar tj. ime navedene zone se mora poklapati sa jednom od prethodno definisanih. Dalji potrebni parametri su broj kanala u kojima želimo da se snimi spektar, zatim podaci iz empirijske kalibracije realnog detektora Gain i Offset koji se dobijaju nalaženjem zavisnosti tipa $E = \text{Offset} + ch * \text{Gain}$, gde E predstavlja energiju a ch-broj kanala. Takođe je omogućeno formiranje koincidentnog spektra sa bilo kojim spektrom iz već definisanih zona korišćenjem odgovarajućih logičkih operacija. Kao još jedan bitan podatak za realnost simulacije javlja se zahtev za definisanjem zavisnosti FWHM od energije koja se može zadati u obliku bilo kakve funkcije pri čemu treba voditi računa da se u tom izrazu energija mora navesti preko već definisanog imena spektra. Najčešći oblik zavisnosti je $\sqrt{a \cdot E + b}$, gde se konstante a i b određuju fitovanjem na eksperimentalno dobijene rezultate za FWHM.

Unošenjem i ovih podataka završena su sva podešavanja i moguće je pustiti simulaciju u rad zadavanjem broja događaja koje treba da izanalizira. Pogodnost predstavlja mogućnost da se sukcesivno program uključuje i povećava broj simuliranih događaja i time dovede do zadovoljavajuće statistike, pošto nije popreporučljivo ostaviti računar da radi duži vremenski period.

3.2 ALGORITAM SIMULACIJE

Transport fotona kroz materijal je nužno praćen transportom elektrona i pozitrona. U energetskom intervalu od 50keV do 10MeV koji je od interesa za simulaciju interakcija fotona je dominatna preko fotoelektričnog i komptonovog efekta, kao i produkциjom parova dok svi ostali efekti imaju mnogo manje preseke. U svim interakcijama se energija fotona prenosi na elektrone koji ionizuju sredinu i emituju zakočno zračenje. Verovatnoća interakzije zavisi od energije fotona i osobina materijala. Preseci i linearni

apsorpcioni koeficijenti za sva tri efekta se na početku simulacije interpoliraju i beleče za svaki deklarisani materijal na početku simulacije. Za datu energiju fotona se računa slučajna tačka interakcije za svaki efekat prema formuli:

$$L = -\frac{1}{\mu} \ln \eta$$

gde je μ - linearni apsorpcioni koeficijent za dati efekat, a η - slučajan broj između 0 i 1. Bira se efekat sa najmanjim rastojanjem do tačke interakcije (najmanje L). Ako je tačka interakcije u istoj zoni gde se foton zadnji put pojavio simulacija se nastavlja prema tipu interakcije koja se desila, ako to nije slučaj menja se zona.

U fotoelektričnom efektu se pretpostavlja da je elektron preuzeo svu energiju fotona i poziva se podprogram koji simulira transport elektrona kroz dati materijal.

U Komptonovom efektu verovatnoća rasejanja se uglom θ u odnosu na pravac kretanja upadnog fotona se računa prema formuli Klein-Nishina. Azimutalni ugao φ se bira slučajno iz intervala $(0, 2\pi)$. Računaju se energije rasejanog fotona i elektrona, a zatim se koordinatni sistem rotira prema uglovima rasejanja i prati se dalja sudbina fotona dok se za elektron poziva odgovarajući podprogram .

Pri produkciji parova energija fotona se deli između elektrona i pozitrona koji se dalje prate. Posle termalizacije pozitrona prate se i nastali anihilacioni kvaniti koji se emituju u slučajno određenom pravcu u suprotnim smerovima.

Transport elektrona je komplikovan problem zbog velikog broja interakcija sa malim gubitkom energije, stoga postoji veći boroj algoritama koji pojednostavljaju izračunavanje (korišćena je Bethe-Heitler formula). Prag za formiranje delta elektrona je postavljen na $20keV$, a za zakočno zračenje na $10keV$.

3.3. GEOMETRIJA DETEKTORSKOG SISTEMA

U programu postoji mogućnost dobijanja tekstualnog prikaza svih definisanih zona, njihove geometrije i osnovnih karakteristika spektra koje su ovde navedene za osnovnu postavku (sam poluprovodnički detektor sa izvorom na 25cm od njega), za detektor okružen velikim NaI detektorom kao pasivnom zaštitom, kao i za sam GMX detektor.

-Osnovna postavka:

```
gesupljina    Cylinder R =  0.500  Z1=  0.000  Z2= -4.500
geactive      Cylinder R =  2.400  Z1=  0.000  Z2= -7.000
Alexternal    Cylinder R =  3.720  Z1=  0.000  Z2= -7.660
vakum         Cylinder R =  3.570  Z1=  0.000  Z2= -7.610
Alinner       Cylinder R =  2.560  Z1=  0.000  Z2= -7.110
gepasiv       Cylinder R =  2.460  Z1=  0.000  Z2= -7.060
source        Point      X =  0.000   Y = 0.000   Z = -32.660
SourceCount=45000000
bakar         Cylinder R =  0.500  Z1= -1.000  Z2=   4.000
```

Spectar:

```
HPGe          Channels= 2030  Gain=  0.681  Offset= 20.060
               FWHM =SQRT(0.0021*HPGe+1.05)
               Zone =geactive
               Coinc=None
```

-Postavka sa NaI-detektorom kao pasivnom zaštitom:

Altop Torus R1= 4.240 R2=13.720 Z1=-17.700 Z2= -18.800
NaIAinner Torus R1= 4.240 R2=4.320 Z1=10.000 Z2= -18.800
NaIpasiv Torus R1= 4.330 R2=13.440 Z1=10.000 Z2= -17.700
NaIaluminium Torus R1=13.440 R2=13.720 Z1=10.000 Z2=-18.800
bakar Cylinder R = 0.500 Z1=-1.000 Z2= 4.000
Gepasiv Cylinder R = 2.460 Z1= 0.000 Z2= -7.060
Alinner Cylinder R = 2.560 Z1= 0.000 Z2= -7.110
source Point X = 0.000 Y = 0.000 Z = -32.660
SourceCount=45000000
vakuum Cylinder R = 3.570 Z1= 0.000 Z2= -7.610
Alexternal Cylinder R = 3.720 Z1= 0.000 Z2= -7.660
geactive Cylinder R = 2.400 Z1= 0.000 Z2= -7.000
gesupljina Cylinder R = 0.500 Z1= 0.000 Z2= -4.500
Spectar:
HPGe Channels= 2030 Gain= 0.681 Offset= 20.060
FWHM =SQRT(0.0021*HPGe+1.05)
Zone =geactive
Coinc=None

-Postavka za GMX detektor:

izvor Point X = 0.000 Y = 0.000 Z = -34.750
SourceCount=25000000
MYLAR Cylinder R = 2.850 Z1= -9.400 Z2= -9.405
bakar Cylinder R = 0.455 Z1= 0.000 Z2= -3.884
berilijum Cylinder R = 3.280 Z1= -9.700 Z2= -9.750
Alout Torus R1= 3.150 R2=3.280 Z1= 0.000 Z2=-9.700
vakuum Cylinder R =3.150 Z1= 0.000 Z2= -9.700
Alback Torus R1= 0.455 R2= 2.850 Z1=0.000 Z2=-0.320
alinner Torus R1= 2.800 R2= 2.850 Z1=0.000 Z2= -9.405
geactive Cylinder R = 2.800 Z1=-2.884 Z2= -9.400
litijum Cylinder R = 0.545 Z1= -2.884 Z2= -8.674
supljina Cylinder R = 0.455 Z1= -2.884 Z2= -8.584

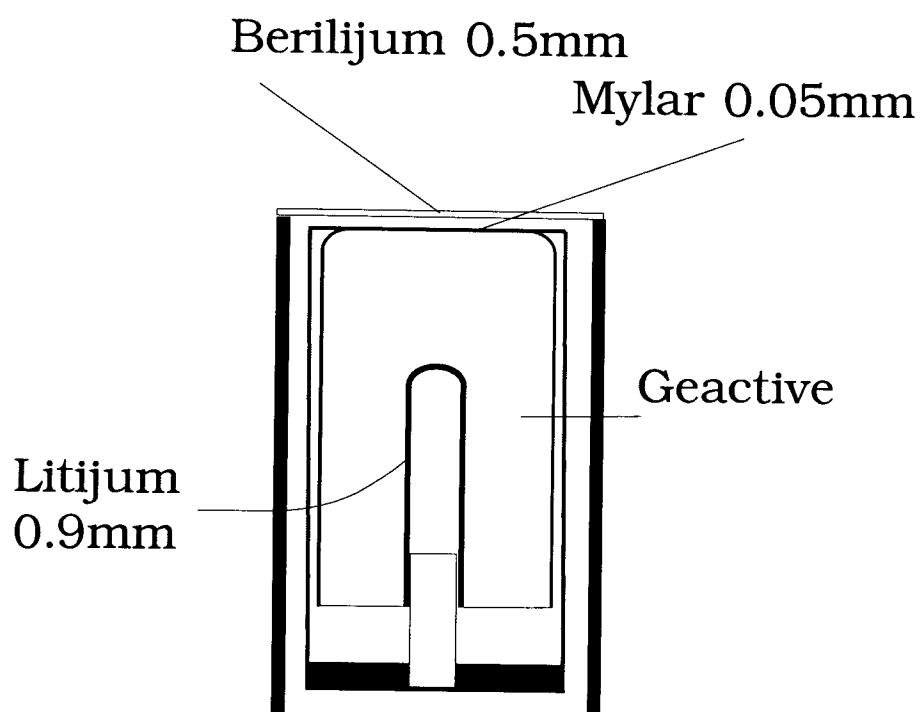
Spectar:

HPGe Channels= 2020 Gain= 0.681 Offset= 20.060

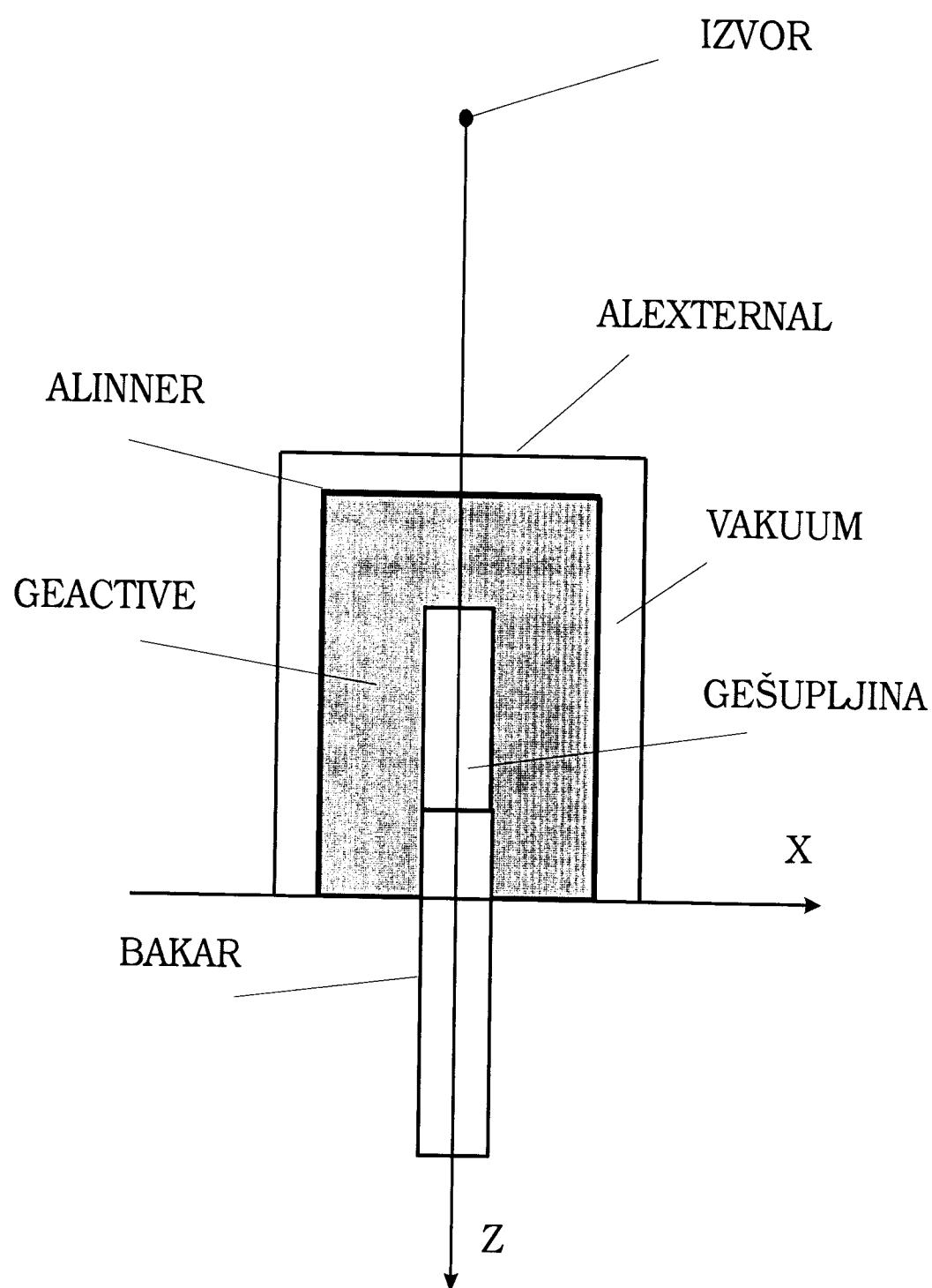
$$\text{FWHM} = \text{SQRT}(0.0023 * \text{HPGe} + 0.27413)$$

Zone =geactive

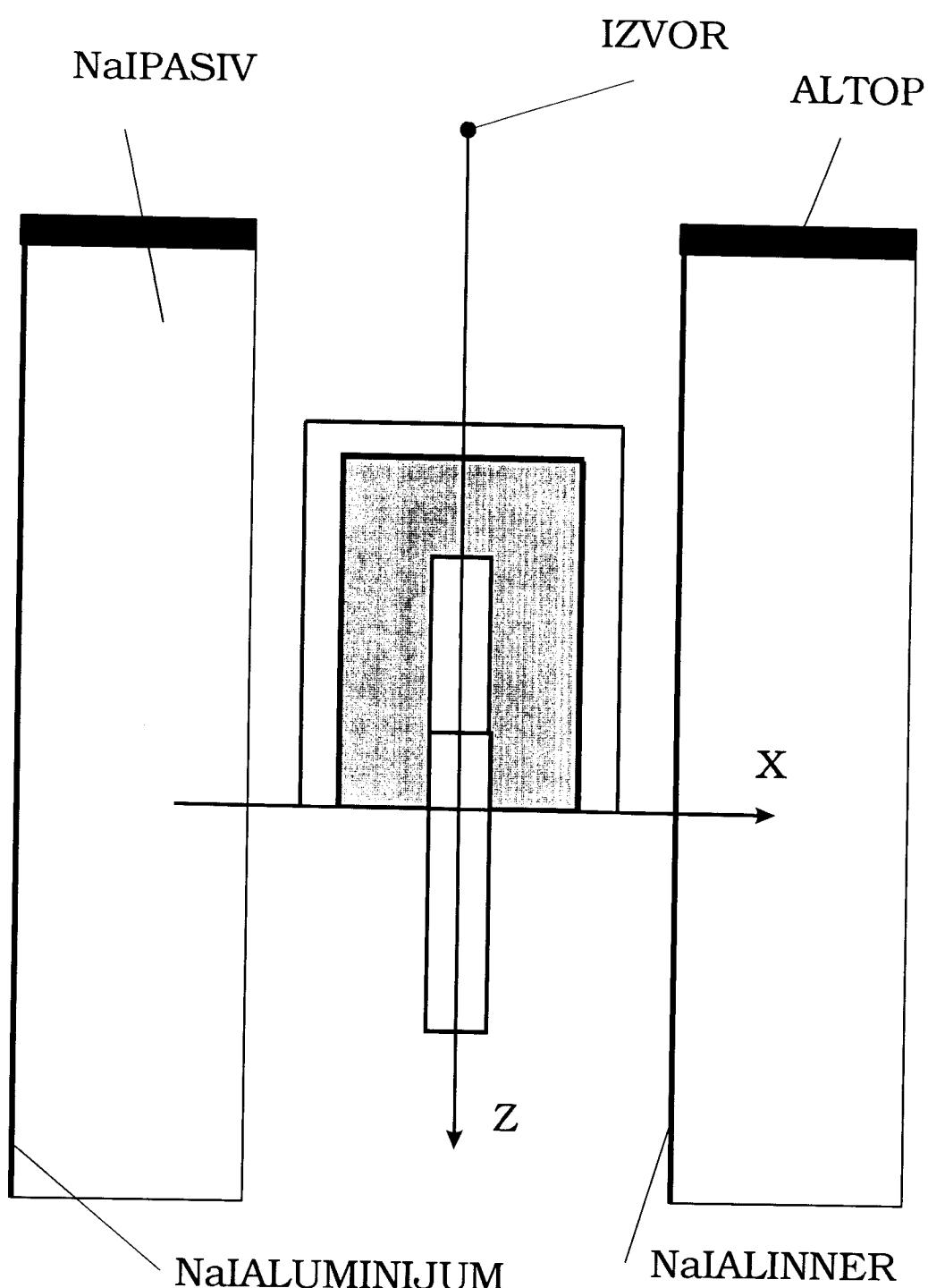
Sve navedene dimenzije su u cm i unete su na osnovu tehničke dokumentacije za detektore, konstante u zavisnosti FWHM od energije su dobijene fitovanjem eksperimentalnih rezultata[6] na zadati oblik funkcije, a takođe je korišćena eksperimentalno određena energetska kalibracija.



Sl 2. Presek GMX detektor-a



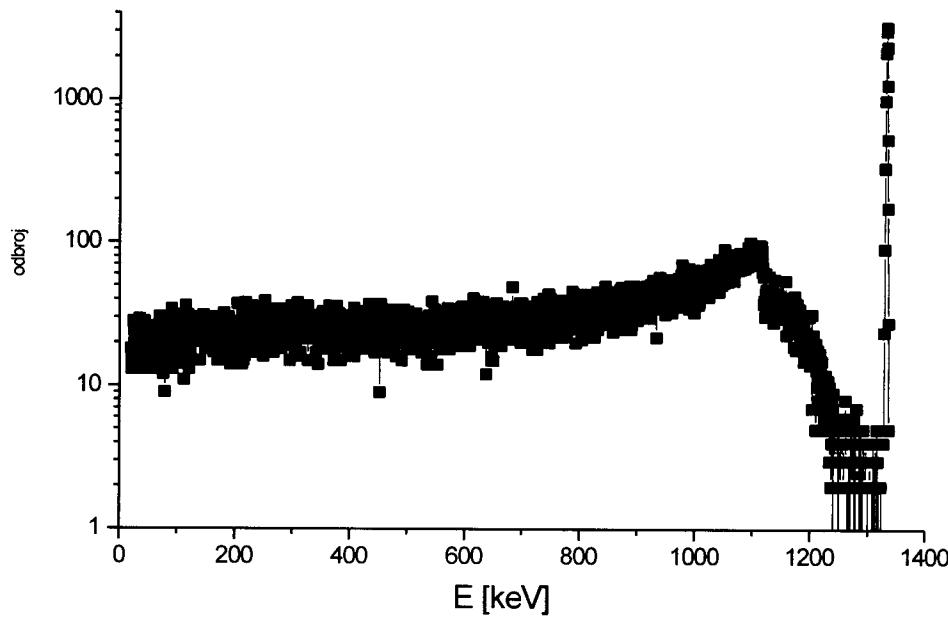
Sl 3. Presek samog poluprovodničkog detektora sa izvorom, položaj izvora je na 25cm od kraja kućišta.



Sl 4. Presek poluprovodničkog detektora okruženog NaI detektorom kao pasivnom zaštitom. Na slici su dodati samo nazivi novih zona, položaj izvora nije proporcionalan.

3.4 REZULTAT SIMULACIJE I ZAKLJUČAK

Simulacija je izvedena za dve geometrije detektorskog sistema (sam detektor i detektor sa NaI detektorom kao pasivnom zaštitom). Izvor je u oba slučaja bio tačkast sa energijom emitovanih fotona od 1332.5 keV , stim da je u jednom slučaju emisija ograničena na konus koji pokriva detektor, a u drugom je sferna tako da su izvršene ukupno četiri simulacije za standardni detektor i jedna sa sfernou geometrijom izvora za GMX detektor.

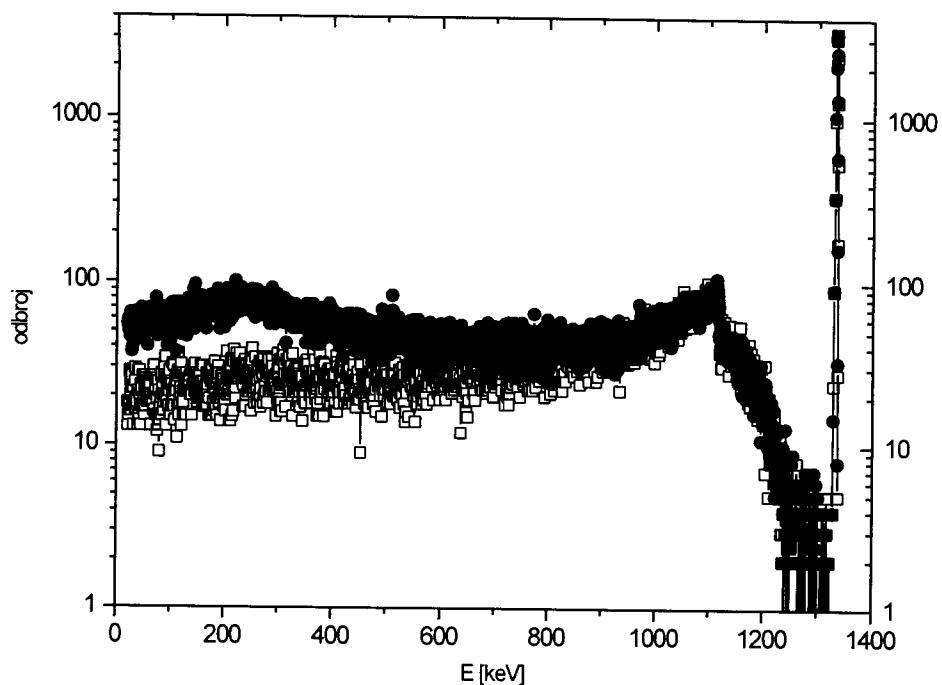


Grafik 4. Izgled spektra u slučaju detektora bez pasivne zaštite sa sfernom emisijom tačkastog izvora

Sa grafika se vidi da je reproducovan položaj vrha, kao i položaj komptonske ivice za koju u ovom slučaju na osnovu formule

$$E_{CE} = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{m_e c^2}{2E_\gamma}}$$

dobijamo 1118 keV .



Grafik 5. Uporedni spektar u slučajevima sa NaI (sivo) i bez NaI (crno) pri sfernoj emisiji izvora.

Kao što se vidi sa slike spektri se značajno razlikuju na niskim energijama. To je posledica komptonovog rasejanja u NaI. Na osnovu formule

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma \cdot m_e c^2}{2E_\gamma + m_e c^2}$$

koja daje energiju fotona rasejanih unazad, očekujemo maksimum na 214.4 keV što simulacija u potpunosti reprodukuje.

| | Sferna emisija iz-vora | | Konusan emisija iz-vora | |
|-------------------------------------|------------------------|------------|-------------------------|------------|
| | Sa NaI | Bez NaI | Sa NaI | Bez NaI |
| Srednji kompton C | 67.7(9) | 69.9(9) | 97.1(11) | 101.1(11) |
| Površina pika P | 14542(120) | 14438(120) | 19.859(141) | 20869(144) |
| Maksimalni od-broj u piku P_{max} | 3278(57) | 3302(57) | 4595(68) | 4692(68) |
| P_{max}/C | 47.0(10) | 47.2(10) | 47.3(9) | 46.4(9) |
| Ukupna emisija N | 45000000 | | | |
| Efikasnost $P/N \cdot 10^{-4}$ | 3.232(27) | 3.208(27) | 4.41(3) | 4.64(3) |
| Relativna efi-kasnost % | 26.93(22) | 26.73(22) | 36.75(25) | 38.67(25) |

Tabela 7. Prikaz rezultata dobijenih simulacijom

Uporedimo sada dobijene rezultate sa podacima deklarisanim od strane proizvođača i dobijenim na osnovu merenja.

| | P_{max}/C | Relativna efi-kasnost |
|---------------------------------------|-------------|-----------------------|
| Deklarisano od strane proizvođača | 57.6 | 27 |
| Izmereno sa NaI kao pasivnom zaštitom | 49.9(35) | 26.3(5) |

Tabela 8. Podaci deklarisani od strane proizvođača i dobijeni merenjem.

Simulacije u kojima je korišćena konusna emisija iz izvora su izvedene da bi se proverila mogućnost takvog režima rada pošto smanjene prostornog ugla emisije na konus sa uglom reda par stepeni značajno smanjuje vreme potrebno za proračun. Očigledno je da ovakav metod ne narušava odnos P_{max}/C koji se međusobno slažu u okvirima greške i svi bez obzira na postavku upadaju u interval od 1σ u odnosu na eksperimentalni rezultat. Nažalost to je jedino što govori u prilog ovakovom načinu rada bar što se tiče provere odnosa P/C ili određivanja efikasnosti iz sasvim očiglednog razloga. Efikasnost je drastično precenjena.

Što se tiče rezultata dobijenih za sfernu emisiju izvora, dobijamo takođe solidne rezultate za odnos P/C kao i blagu tendenciju smanjenja tog odnosa usled prisustva NaI-detektora ali ne previše značajnu, pošto je zona platoa na dovoljno visokoj energiji tako da je uticaj rasejanja iz NaI mali. Tek u ovom slučaju dobijamo vrednosti za efikasnost koje se nalaze u zoni između vrednosti deklarisane od strane proizvođača i onih dobijenih eksperimentalnim putem, sa slaganjem u okvirima greške određivanja. Odstupanja su u okviru granica koje atori tvrde da se mogu postići (manje od 8% za posmatranu energiju), ali i iznenadujuće daleko manja, reda 1%.

3.4.1 REZULTATI SIMULACIJE ZA GMX DETEKTOR

Na osnovu zaključaka dobijenih pri simulaciji standardnog koaksijalnog detektora P-tipa urađena je i simulacija detektora N-tipa. Korišena je samo sferna emisija iz tačkastog izvora postavljenog na 25cm od kućišta detektora.

| | P/C | Relativna efikasnost |
|-------------|----------|----------------------|
| Deklarisano | 57 | 32.4 |
| simulacija | 54.2(13) | 38.1(4) |

Tabela 9. Podaci za GMX detektor deklarisani od strane proizvođača i dobijeni simulacijom.

Odstupanje za odnos P/C je $\approx 5\%$ u odnosu na deklarisanu vrednost i uklapa se u očekivanu grešku simulacije, ali zato odstupanje efikasnosti iznosi $\approx 17.5\%$ i mnogo je veće od očekivanog. Kako su za oba tipa detektora korišćeni podaci za dimenzije dobijeni od proizvođača uzrok ovogodistupanja ne može biti u pogrešnoj postavci detektorskog sistema. Autori programa ne navode da li se podaci o ostupanjima realnih rezultata od simulacije odnose samo na standardni tip detektora ili važe generalno, pa bi u slučaju da su korekcije prilikom izrade programa isle samo u pravcu dobijanja što boljih rezultata na takvom detektoru možda bilo očekivano i ovakvo odstupanje. Takođe ne treba zaboraviti da realna geometrija kristala nije mogla biti uneta u program, što je svakako dalo dodatni doprinos odstupanju efikasnosti od deklarisane vrednosti.

Generalno program reprodukuje sve bitne elemente spektra odnosno karakteristike detektora, ali sa različitom tačnošću. Ovo se odnosi na slučaj korišćenja stvarnih dimenzija i karakteristika materijla korišćenih u njegovoj konstrukciji. Možda se približniji rezultati mogu postići konstrukcijom detektora za koji bi program davao rezultate koji su u boljoj saglanosti sa eksperimentom, no to bi bio spor i dugotrajan proces koji ostavljamo za neku drugu priliku.

LITERATURA

- [1] R. Bigelow, M. Molony, J. Philipott, J. Rothberg ,Nuclear and Particle Physics Simulations The Consortium for Upper-Level Physics Software, John Wiley & Sons,INC.1994. 98-114.
- [2] William R. Leo ,Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiment ,Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1994.
- [3] W. Heitler , Radiation prosesses in first aproxsimation in : Qantum theory of radiation, Oxford University Press London 1954. 250-255.
- [4] EG&G Detectors & Instruments for Nuclear Spectroscopy, 1992. Catalog.
- [5] J.M. Puzović, I.V. Aničin, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research.A 414 (1998) 279-282.

SADRŽAJ

| | |
|---|----|
| PREDGOVOR..... | 1 |
| 1. Interakcija zračenja sa materijom elementarna simulacija..... | 2 |
| 1.1 Pretpostavke i ograničenja programa..... | 2 |
| 1.2 Fotoelektrični efekat..... | 2 |
| 1.3 Komptonov efekat..... | 3 |
| 1.4. Par efekat | 4 |
| 1.5. Naelektrisane čestice..... | 5 |
| 1.6 Rezultati i zaključak | 11 |
| 2. Opšte karakteristike poluprovodničkih detektora..... | 14 |
| 2.1 Uvod..... | 14 |
| 2.2 Detektorske karakteristike..... | 15 |
| 2.2.1 Karakteristike materijala..... | 15 |
| 2.2.2 Karakteristike detektora..... | 16 |
| 2.2.3 Tipovi detektora..... | 19 |
| 3. Simulacija kompleksnog detektorskog sistema..... | 20 |
| 3.1. Program za simulaciju i postavka detektorskog sistema..... | 20 |
| 3.2. Algoritam simulacije..... | 21 |
| 3.3. Geometrija detektorskog sistema..... | 23 |
| 3.4. Rezultat simulacije i zaključak..... | 28 |
| 3.4.1 Rezultati simulacije za GMX detektor..... | 31 |
| Literatura..... | 33 |