

D- 352

UNIVERZITET U NOVOM SADU  
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET

INSTITUT ZA FIZIKU

Природно-математички факултет  
Радна заједница за научни и технички послове

Примјер:	24. dec. 1996
Орг. јединица:	Физика
0603	9/331

Olivera Banjac

POSTAVKA SISTEMA ZA SNIMANJE LINIJA ARGONA  
IZ STABILISANOG ELEKTRIČNOG LUKA

- DIPLOMSKI RAD -

Novi Sad, 1996.

Ovaj rad je rađen u laboratoriji za Fizičku elektroniku, Instituta za Fiziku, Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom sadu pod rukovodstvom prof. dr Stevice Đurovića.

Iskreno se zahvaljujem svom mentoru van. prof. dr Stevici Đuroviću, kao i doc. dr Radomiru Kobilarovu i doc. dr Zoranu Mijatoviću na izboru teme diplomskog rada i pomoći koju su mi pružili tokom njegove realizacije.

Olivera Banjac

## *SADRŽAJ*

<i>Uvod .....</i>	1
<i>Glava I</i>	
1. Širenje spektralnih linija u plazmi .....	2
1.1. Prirodno širenje .....	3
1.2. Dopplerovo širenje .....	5
1.3. Širenje usled pritiska .....	6
1.4. Uticaj jona na širenje izolovanih spektralnih linija .....	9
<i>Glava II</i>	
2. Abelova inverzija .....	11
2.1. Matematička procedura .....	15
2.2. Provera matematičke procedure .....	18
<i>Glava III</i>	
3. Opis aparature .....	21
3.1. Izvor plazme .....	21
3.2. Referentni izvor svetlosti .....	23
3.3. Optički sistem .....	24
3.4. Provera simetričnosti zračenja plazme stabilisanog luka .....	26
<i>Glava IV</i>	
4. Dijagnostika plazme .....	29
4.1. Određivanje elektronske koncentracije .....	29
4.2. Određivanje elektronske temperature .....	33
<i>Glava V</i>	
5. Rezultati merenja .....	38
<i>Zaključak .....</i>	
.....	42
<i>Reference .....</i>	
.....	43

## UVOD

Cilj ovog rada je postavka i provera eksperimentalnog sistema za snimanje spektralnih linija ArI. Poznavanje oblika i parametara spektralnih linija je veoma značajno kako za dijagnostiku plazme tako i za primenu. Na osnovu parametara spektralnih linija dobijamo informaciju o fizičkim uslovima koji vladaju u plazmi i o energetskoj strukturi atoma i jona u takvim uslovima.

Kao izvor plazme u ovom slučaju se koristi stabilisani električni luk. Posmatranje plazme se može vršiti duž luka, tj. duž plazmenog cilindra kroz otvor na jednoj od elektroda ili poprečno u odnosu na plazmeni cilindar. Plazma je duž ose cilindra homogena, izuzev u blizini elektroda gde postoji veliki gradijent elektronske koncentracije i temperature, tj. postoje hladni slojevi plazme. Ako se posmatra poprečni presek plazmenog cilindra, elektronska koncentracija i temperatura su najviši na osi cilindra, a sa udaljavanjem od ose slede slojevi plazme sa sve nižom koncentracijom i temperaturom.

Kao radni gas kod stabilisanog luka se obično koristi argon. Kada se posmatra zračenje atoma nekog drugog elementa, taj elemenat se obično u gasnom stanju uvodi u centralni deo luka. Protok gasova u prostoru gde se formira plazma je regulisan tako da argon ulazi kroz otvore na elektrodama, a izlazi kroz posebne izvode koji su smešteni između elektroda i centralnog dela luka. Uz ovako regulisan protok argona i malu koncentraciju ubačenog elementa, omogućava se da atomi ovog elementa ne dospevaju u regione niske temperature u blizini elektroda. Prisustvo iste vrste atoma u ovim hladnim slojevima uslovila bi veliku samoapsorpciju zračenja koje potiče iz centralnog dela plazme. Samoapsorpcija, a i samo zračenje iz hladnih slojeva uslovilo bi izobličenje snimljenih profila spektralnih linija, te ovakvi profili ne mogu biti korišćeni za dalju analizu.

Prilikom uzdužnog posmatranja spektralnih linija argona, koji je istovremeno i radni gas, apsorpcija i izobličenje linija se ne može izbegći. Ovaj problem se može razrešiti ako se izvrši poprečno snimanje luka. Na osnovu radikalne raspodele zračenja moguće je rekonstruisati realne intenzitete, tj. realne profile spektralnih linija emitovanih iz odgovarajućih slojeva plazme. Matematička procedura pomoću koje se iz eksperimentalno određene radikalne raspodele izračunavaju realni profili, naziva se Abelova inverzija. Ovakav postupak, uglavnom, zahteva simetričnu radikalnu raspodelu intenziteta zračenja.

Snimanje radikalne raspodele intenziteta zračenja i izdvajanje realnih profila, koji odgovaraju različitim slojevima plazmenog stuba, pomoću Abelove inverzije znatno komplikuje eksperiment i obradu eksperimentalnih podataka, ali za snimanje profila linija argona iz spektra plazme stabilisanog luka neophodan je ovakav postupak.

Postavka sistema za snimanje linija argona i provera uslova za Abelovu inverziju je bio zadatak ovog rada.

Ovaj rad pored uvoda sadrži 5 poglavlja, zaključak i spisak literature.

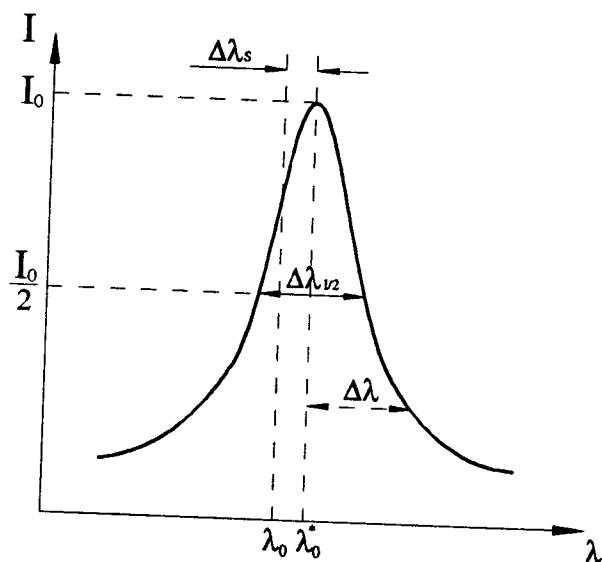
U prvom poglavlju je dat pregled različitih mehanizama koji dovode do širenja i pomeranja spektralnih linija u plazmi. U drugom poglavlju opisana je Abelova inverzija. U trećem poglavlju dat je opis celokupne aparature. U četvrtom poglavlju je opisana dijagnostika plazme, odnosno određivanje elektronske koncentracije i temperature. Peto poglavlje sadrži pregled rezultata sa komentarima.

# GLAVA I

## 1. ŠIRENJE SPEKTRALNIH LINIJA U PLAZMI

Spektralnom analizom emitovanog zračenja iz plazme, uočeno je da spektralna linija nije strogo monohromatska, već ima odgovarajuću širinu, odnosno nekakvu raspodelu intenziteta zračenja u određenom intervalu frekvencija (tj. talasnih dužina).

Zavisnost  $I(\lambda)$  naziva se oblik ili profil spektralne linije.



Slika 1. Profil spektralne linije

Profil linije ima maksimum na talasnoj dužini  $\lambda_0^*$ , a za manje i veće talasne dužine (krila linije) intenzitet opada (slika 1). Profil linije ne mora biti simetričan.

Talasna dužina i oblik spektralne linije emitovane iz plazme ne odgovara talasnoj dužini i obliku linije koju bi emitovao izolovan i nepokretan atom-emiter.

Linije emitovane iz plazme su znatno proširene, a takođe i pomerene (slika 1).

Karakteristike profila linije su poluširina  $\Delta\lambda_{1/2}$  (širina linije na polovini visine maksimalnog intenziteta linije), forma krila linije, eventualna asimetrija i pomak linije i one nam govore o fizičkim uslovima u kojima emiteri (atomi ili joni) zrače.

Uzroci zbog kojih dolazi do širenja spektralnih linija su [1]:

1. prirodno širenje, uzrokovano konačnošću vremena života atoma u pobuđenom energetskom stanju

2. Dopplerovo širenje, uzrokovano termičkim kretanjem atoma-emitera u odnosu na sistem posmatranja

3. Širenje usled pritiska, uzrokovano interakcijom atoma-emitera sa okolnim neutralnim i nakelektrisanim česticama

Pored ovih mehanizama postoji i tzv. instrumentalno širenje, koje nastaje kao posledica interakcije zračenja sa spektralnim uređajem i kao takvo je karakteristika samog spektralnog uređaja.

Cepanje i pomeranje energetskih nivoa javlja se i pod dejstvom magnetnog polja usled Zemanovog efekta, ali u ovom eksperimentu je prisutno samo električno polje, pa ovaj efekat nema uticaja.

### 1.1 PRIRODNO ŠIRENJE

Razmatranje ovog tipa širenja može se vršiti na osnovu klasične elektrodinamike i na osnovu kvantne mehanike.

Atomi-emiteri se sa stanovišta klasične elektrodinamike tretiraju kao skup oscilatora (dipola koji se sastoje od elektrona i jezgra), koji udruženi stvaraju polje zračenja [2,3]. Takav sistem se može svesti na linearni harmonijski oscilator, koji pobuđen sudarom osciluje. Oscilator gubi energiju zračenjem i oscilacije su prigušene. Zato se umesto monohromatske spektralne linije dobija proširena linija. Raspodela intenziteta zračenja po frekvencijama je data [3,4]:

$$I(v) = I_0 \frac{(\gamma/2)^2}{4\pi^2(v_0 - v)^2 + (\gamma/2)^2} \quad (1.1.1)$$

gde je  $I_0$  maksimalan intenzitet, a  $\gamma$  je koeficijent prigušenja i iznosi:

$$\gamma = \frac{2\pi e^2 v^2}{3\epsilon_0 m c^3} \quad (1.1.2)$$

Poluširina linije, može se dobiti ako se u izraz (1.1.1.) stavi uslov  $I(v) = I_0 / 2$ . Na osnovu toga je :

$$v_0 - v = \pm \frac{\gamma}{4\pi} \quad (1.1.3)$$

što znači da je poluširina:

$$\Delta v_{1/2} = \frac{\gamma}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\tau} \quad (1.1.4)$$

gde je  $\tau = 1 / \gamma$  vreme prigušenja.

Prelaskom na skalu talasnih dužina ( $\Delta\lambda = -c\Delta v / v^2$ ), dobija se:

$$\Delta\lambda_{1/2} = \frac{e^2}{3\epsilon_0 m c^2} = 1.18 \cdot 10^{-5} \text{ nm} \quad (1.1.5)$$

To znači da prirodna širina linije, prema klasičnoj elektrodinamici, ne zavisi od atomskih karakteristika emitera i talasne dužine emitovanog zračenja i iznosi  $\Delta\lambda_{1/2}=1.18 \cdot 10^{-5} \text{ nm}$ .

Iz izraza (1.1.1) se vidi da je raspodela intenziteta zračenja po frekvencijama simetrična u odnosu na frekvenciju  $v_0$ , tj. u odnosu na centar linije. Takva raspodela je Lorencova raspodela.

Sa stanovišta kvantne mehanike, do emisije ili apsorpcije zračenja dolazi pri prelasku elektrona između dva diskretna energetska nivoa. Kada elektron pređe sa nižeg na viši energetski nivo, on tamo boravi kratko vreme i prelazi na neko niže stanje, pri čemu se emisuje foton frekvencije  $v$ . Koliko će vremena provesti na višem nivou, ne može se reći, već se može samo govoriti o srednjem vremenu boravka elektrona na tom nivou. To vreme se zove srednje vreme života datog nivoa  $\tau_n$ . Vreme zadržavanja elektrona na tom nivou određeno je Hajzenbergovom relacijom neodređenosti

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{2\pi} \quad (1.1.6)$$

pa ni energija elektrona nije tačno određena, odnosno energetski nivo nije beskonačno uzan, već ima konačnu širinu:

$$\Delta E_n \approx \frac{h}{2\pi\tau_n} \quad (1.1.7)$$

Elektron nikad neće spontano napustiti osnovno stanje, te je za njega  $\tau = \infty$ . Zato je samo u osnovnom stanju neodređenost energije  $\Delta E = 0$ , dok je za sva ostala stanja  $\Delta E_n \neq 0$ . To znači da spektralna linija, nastala prelazom elektrona iz pobuđenog u neko drugo stanje ima izvesnu širinu, a to je prirodna širina linije.

Pri prelasku elektrona iz stanja  $n$  u stanje  $m$ , energija emitovanog fotona je:

$$h\Delta v = \Delta E_n + \Delta E_m \quad (1.1.8)$$

odnosno, koristeći izraz (1.1.7) dobijamo poluširinu:

$$\Delta v = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{1}{\tau_n} + \frac{1}{\tau_m} \right) \quad (1.1.9)$$

gde je recipročna vrednost srednjeg života, u stvari, verovatnoća prelaza. Ako je prelaz elektrona na osnovno stanje ( $\tau_m \rightarrow \infty$ ), dobijamo izraz

$$\Delta v \approx \frac{1}{2\pi\tau_n} \quad (1.1.10)$$

koji je isti kao i izraz za prirodnu širinu dobijen pomoću klasične elektrodinamike.

Kako je prirodna poluširina proporcionalna sumi verovatnoća prelaza, a verovatnoće se razlikuju za različite prelaze, to znači da je prirodna širina linije različita za različite prelaze. Za prelaze sa srednjim vremenom života  $10^{-8} \text{ s}$ , dobija se prirodna

Širina reda  $10^{-5}$  nm, što je dobijeno i klasičnim putem (1.1.5.). Za razliku od klasične elektrodinamike, u kvantnoj elektrodinamici prirodna poluširina zavisi samo od atomskih karakteristika emitera (preko  $\tau$ ).

## 1.2. DOPPLEROVO ŠIRENJE

Pobuđeni atomi ili joni, kao izvori zračenja u plazmi, neprestano se kreću. To kretanje može biti termalno kretanje, kretanje usled turbulencije, kretanje plazme kao celine ili kretanje dela plazme u odnosu na posmatrača, usled čega dolazi do Dopplerovog efekta. Ako bi posmatrali skup čestica koje zrače i nalaze se u stanju mirovanja u odnosu na detektor, registrovali bi zračenje frekvencije  $v_0$  (ako bi zanemarili sve ostale efekte širenja). Kada se te čestice kreću brzinom  $v$  u odnosu na detektor, on će registrirati frekvenciju  $v$ , koja je viša od  $v_0$  ako mu se emiter približava.

Promena frekvencije usled Dopplerovog efekta data je izrazom:

$$v = v_0 \pm \frac{v}{c} v_0 \quad (1.2.1.)$$

gde je  $v$  brzina izvora u pravcu detektora (znak “+” se uzima kada se emiter kreće ka detektoru, a “-” kada se udaljava od njega).

Prepostavimo da u plazmi postoji samo termalno kretanje emitera i neka se emiteri pokoravaju Maksvelovoj raspodeli po brzinama, koja je duž pravca posmatranja oblika:

$$P(v)dv = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} e^{-\frac{(mv^2)}{2kT}} dv \quad (1.2.2.)$$

gde je  $P(v)$  verovatnoća da je brzina emitera u intervalu  $(v, v+dv)$ . Koristeći izraz (1.2.1.) i uzimajući znak “+” dobija se  $dv = \frac{c}{v_0} dv$ , odakle je sada:

$$P(v-v_0)dv = \frac{c}{v_0} \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} e^{-\frac{mc^2}{2kTv_0^2}(v-v_0)^2} dv \quad (1.2.3)$$

$P(v-v_0) dv$  je broj emitera koji emituju zračenje u intervalu frekvencije  $(v, v+dv)$  u odnosu na ukupan broj emitera. Pošto je intenzitet zračenja srazmeran  $P(v-v_0)$  dobijamo da je:

$$I_v = I_0 e^{-\frac{mc^2}{2kTv_0^2}(v-v_0)^2} \quad (1.2.4)$$

Ova raspodela je Gaussova i daje simetričan profil linije u odnosu na frekvenciju zračenja izvora  $v_0$ .

Dopplerova poluširina linije dobija se iz uslova  $I_v = I_0 / 2$

$$\ln 2 = \frac{mc^2}{2kT v_0^2} (v - v_0)^2 \quad (1.2.5)$$

odnosno

$$v = v_0 \pm \frac{v_0}{c} \left( \frac{2kT}{m} \ln 2 \right)^{1/2} \quad (1.2.6)$$

Na osnovu ovih izraza Dopplerova poluširina je:

$$\Delta v_D = \frac{2v_0}{c} \left( \frac{2kT}{m} \ln 2 \right)^{1/2} \quad (1.2.7)$$

Prelazeci na skalu talasnih dužina dobija se:

$$\Delta \lambda_D = 7.162 \cdot 10^{-7} \lambda_0 \left( \frac{T}{m} \right)^{1/2} \quad (1.2.8)$$

T se izražava u (K), a m u a.j.m.

Dopplerova poluširina pri datim eksperimentalnim uslovima ima vrednosti od  $4.55 \cdot 10^{-3}$  nm do  $5.07 \cdot 10^{-3}$  nm.

### 1.3. ŠIRENJE USLED PRITISKA

Širenje spektralnih linija plazme izazvano interakcijom sa okolnim česticama, odnosno perturberima, zavisi od koncentracije tih čestica, tj. njihovih "pritisaka". Zato se ovakvo širenje i naziva širenje usled pritiska. Postoje različite vrste interakcija emitera i perturbera, po čemu se ovo širenje može podeliti na:

- rezonantno širenje
- Van der Waalsovo širenje
- Starkovo širenje

## **REZONANTNO ŠIRENJE**

Ovo širenje je posledica interakcije sa česticama iste vrste (atom - atom, jon - jon). Posmatrajmo dva atoma. Neka je atom A u pobuđenom stanju, a identični atom B u osnovnom stanju. Pored deekscitacije atoma u osnovno stanje, moguće je da se atom deekscituje i preda energiju drugom, koji se ekscituje. Ova dodatna mogućnost deekscitacije smanjuje vreme života atoma u pobuđenom stanju, te po Hajzenbergovoj relaciji neodređenosti (1.1.6) veća je neodređenost nivoa i širina linija. Sistem A (pobuđen) + B (osnovno stanje), ili obrnuto, je degenerisan i može se smatrati da su oba atoma delimično u osnovnom stanju, a delimično pobudeni. Ovi atomi deluju jedan na drugi kao dva dipola, usled čega se pomeraju energetski nivoi atoma, pa dolazi do širenja spektralnih linija.

## **VAN DER WAALSOVO ŠIRENJE**

Ako emiter interaguje sa neutralnim atomima dolazi do Van der Waalsovog širenja. Neutralni atomi deluju silama kratkog dometa na emiter, usled kojih se energetski nivoi atoma-emitera pomeraju u zavisnosti od rastojanja perturbera i emitera. Kada se izvrši usrednjavanje po verovatnoćama svih mogućih rastojanja između emitera i neutralnih perutrbera, dobija se proširena spektralna linija. Maksimalni intenzitet linije će biti pomeren u odnosu na zračenje nepertubovanog atoma i biće na talasnoj dužini koja odgovara najverovatnijem rastojanju između emitera i perturbera.

## **STARKOVO ŠIRENJE**

Kada se atom-emiter nađe u spoljašnjem električnom polju dolazi do pomeranja energetskih nivoa, a ako je neki nivo degenerisan dolazi do cepanja nivoa čime se degeneracija uklanja. U plazmi su emiteri okruženi elektronima i jonima, koji stvaraju električno mikropolje, koje uzrokuje cepanje i pomeranje energetskih nivoa u atomu, što i predstavlja Starkov efekat. Zračenje pojedinih atoma sastoji se od linija pomerenih i rascepljenih na komponente, ali za razliku od statičkog električnog polja, električno mikropolje u plazmi se menja u prostoru i vremenu, te su i ova pomeranja različita za različite atome, tako da se na kraju kao sumarni efekat dobijaju proširene i pomerene spektralne linije.

Za linije vodonika i atoma vodonikovog tipa karakterističan je tzv. linearни Starkov efekat. Iznos dodatne energije za koji se pomera određeni energetski nivo, kada se atom nađe u spoljašnjem električnom polju, proporcionalan je jačini tog polja.

Kod "nevodoničnih" atoma dolazi do izražaja kvadratna zavisnost dodatne energije od intenziteta spoljašnjeg polja, odnosno javlja se kvadratični Starkov efekat. U slučaju kvadratičnog Starkovog efekta osim širenja dolazi i do pomeranja celokupne spektralne linije, što je u slučaju linearog Starkovog efekta znatno manje izraženo.

Teorijska ispitivanja Starkovih širina razvijala su se u dva pravca. Jedna grupa teorija razmatra profil linija kao celinu, što se koristi kod tzv. unificiranih teorija, koje daju dobre rezultate za linije koje se mogu aproksimirati Lorencovim oblikom. Druga grupa teorija, kao što su GBKO [5], zatim izračunavanje Benetta i Griema [6] za neutrale;

Jonsa, Benetta i Griema [7] za jednostruko ionizovane atome, koje je takođe dao i Griem [8], razmatra posebno centar linije a posebno krila linije. Kada se linija posmatra kao celina, profil se gradi kao funkcija koja se u centru i na krilima linije poklapa sa odgovarajućim izrazima koje daju sudarna i kvazistatička teorija. Pomoću ovih teorija se bolje opisuju delovi linija za koje one važe, nego pomoću unificiranih teorija.

U oblastima bliskim centru linije važe tzv. sudsarne teorije u kojima se pretpostavlja da su u posmatranom vremenskom intervalu elektronski sudari kompletni i da vreme trajanja sudsara teži nuli.

Krila linije se opisuju pomoću kvazistatičke teorije, koja pretpostavlja da se perturberi (joni) kreću dovoljno sporo, pa se može smatrati da atom emituje ili apsorbuje sa frekvencijom koja zavisi samo od položaja perturbera.

Pri razmatranju Starkovog širenja polazi se od izraza za spektralnu snagu zračenja  $P(\omega)$ , spontanog električnog dipolnog zračenja kvantnog sistema [8]:

$$P(\omega) = \frac{4\omega^4 e^2}{3c^3} \sum_{if\alpha} \delta(\omega - \omega_{if}^s) |\langle f | x_\alpha | i \rangle|^2 \rho_i \quad (1.3.1)$$

gde je  $\rho_i$  verovatnoća nalaženja sistema u početnom stanju  $i$ ,  $\langle f | x_\alpha | i \rangle$  matrični elementi komponenata radijusa vektora koji spaja jezgro sa elektronom koji vrši radijativni prelaz. Delta funkcija  $\delta(\omega - \omega_{if}^s)$  obezbeđuje očuvanje energije saglasno sa Bohrovom relacijom:

$$\hbar\omega_{if}^s = E_i^s - E_f^s \quad (1.3.2)$$

gde su  $E_i$  i  $E_f$  energije početnog i krajnjeg stanja.

Kada postoji Starkovo širenje, različiti emiteri zrače nekoherentno, te je ukupan intenzitet jednak sumi pojedinih intenziteta. Profil spektralne linije za sistem koji se sastoji od jednog emitera i perturbujućih čestica može se izraziti kao:

$$I(\omega) = \sum'_{if\alpha} \delta(\omega - \omega_{if}^s) |\langle f | x_\alpha | i \rangle|^2 \rho_i \quad (1.3.3)$$

koji je normiran na jedinicu:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} I(\omega) d\omega = 1 \quad (1.3.4)$$

znak ' pored sume označava da se sumiranje vrši samo po stanjima koja se odnose na posmatranu liniju.

Zbog velike razlike u masama, a time i brzinama, elektroni i joni kao perturberi, mogu se posmatrati odvojeno. Na osnovu toga su razvijene dve aproksimacije u teoriji Starkovog širenja: kvazistatička(jonska) i sudarna(elektronska).

Kvazistatička aproksimacija podrazumeva da se perturberi kreću dovoljno sporo, tako da se perturbujuće električno polje za vreme emisije može smatrati kvazistatičkim, pod čijim dejstvom se nivoi cepaju i pomeraju, a profil spektralne linije se dobija usrednjavanjem po svim raspodelama jonskog polja.

Sudarna aproksimacija podrazumeva da je vreme sudara veoma kratko, pa emiter u toku emisije biva više puta pertubovan sudsarima sa brzim perturberima. Zato je izračeni talasni paket izdeljen na izvestan broj manjih nezavisnih talasnih paketa, iz kojih se usrednjavanjem po svim vremenima između sudsara dobija profil spektralne linije.

Kompletan profil spektralne linije se opisuje uzimanjem u račun uticaj jonskog i elektronskog širenja istovremeno.

#### 1.4. UTICAJ JONA NA ŠIRENJE IZOLOVANIH SPEKTRALNIH LINIJA

U slučaju visoke elektronske koncentracije joni se, zbog mnogo veće mase u odnosu na elektrone, mogu u nekim slučajevima posmatrati kao statički perturberi. Uticaj jona na Starkovo širenje i pomeranje linija je daleko manji nego elektrona (sem za linije vodonika i njemu sličnih jona ili linija sa zabranjenim komponentama). Zbog toga se pri proučavanju profila izolovanih linija, širenje usled uticaja jona uračunava kao mala popravka na sudarno širenje elektronima. Profil je tada izražen kao konvolucija elektronskog sudarnog profila i kvazistatičkog jonskog profila [8]:

$$I(\omega) = \frac{w}{\pi} \int [W(F)dF] [w^2 + (\Delta\omega - d + CF^2)^2]^{-1} \quad (1.4.1)$$

gde je  $C = C_4 / e$ , a  $C_4$  je konstanta kvadratičnog Starkovog efekta.  $F$  je jačina električnog mikropolja,  $W(F)$  njegova funkcija raspodele, a  $w$  je elektronska udarna poluširina. Izračunavanje profila ovakvog tipa linija je dato u radu GBKO [5], a takođe i u Griemovoj knjizi [9] kao:

$$j(x) = I(\omega) \left| \frac{d\omega}{dx} \right| = \omega I(\omega) \quad (1.4.2)$$

gde je  $x$  - redukovana frekvencija, odnosno redukovana talasna dužina:

$$x = \frac{\omega - \omega_0 - d}{w} = \frac{\lambda - \lambda_0 - d}{w} \quad (1.4.3)$$

$\omega_0$  je neperturbovana ugaona frekvencija,  $d$  je pomeraj u odgovarajućim jedinicama (ugaone frekvencije ili talasne dužine).

Profil  $j(x)$  se takođe može napisati u obliku :

$$j(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{W_R(\beta)d\beta}{1 + (x - \alpha^{4/3}\beta^2)^2} \quad (1.4.4)$$

gde je  $W_R(\beta)$  definisano izrazom [9]:

$$W(F) = \frac{1}{F_0} W_R\left(\frac{F}{F_0}\right) = \frac{1}{F_0} W_R(\beta) \quad (1.4.5)$$

gde je  $F_0$  Holtsmarkova jačina polja.

Profil  $j(x)$  definisan izrazom (1.4.4) je asimetričan profil i zavisi od dva bezdimenzionala parametra [8,9],  $\alpha$  - kvazistatičkog parametra jonskog širenja i  $R$  - parametra koji karakteriše Debayeevo ekraniranje i jonsko - jonske korelacije:

$$\alpha = \left( \frac{CF_0^2}{w} \right)^{3/4} \quad (1.4.6)$$

$$R = 6^{1/3} \pi^{1/6} \left( \frac{e^2}{kT} \right)^{1/2} N^{1/6} \quad (1.4.7)$$

Sudarna teorija daje simetričan Lorencov profil spektralne linije, dok uticaj jona, uračunat u profilu  $j(x)$ , daje dodatni poremećaj i asimetriju linije. Profil linije u skali talasnih dužina se može izračunati kao:

$$I(\lambda) = j(x) \frac{dx}{d\lambda} = \frac{1}{w} j(x) \quad (1.4.8)$$

Ako su  $w_e$  i  $d_e$  čisto elektronska polu - poluširina, onda su teorijska poluširina  $w_{th}$  i pomeraj maksimuma spektralne linije  $d_{th}$  dati kao [8,9,10]:

$$w_{th} \approx 2w_e [1 + 1.75\alpha (1 - 0.75R)] \quad (1.4.9)$$

$$d_{th} \approx d_e \pm 2.00\alpha (1 - 0.75R) w_e \quad (1.4.10)$$

Znak ispred drugog člana u izrazu za  $d_{th}$  određen je znakom ispred elektronskog pomeraja  $d_e$  u oblasti niskih temperatura.

Primena formula (1.4.8) i (1.4.9), koje su date za neutralne emitere, ograničena je uslovima [8,9]:

$$R < 0.8 \text{ i } 0.05 < \alpha < 0.5$$

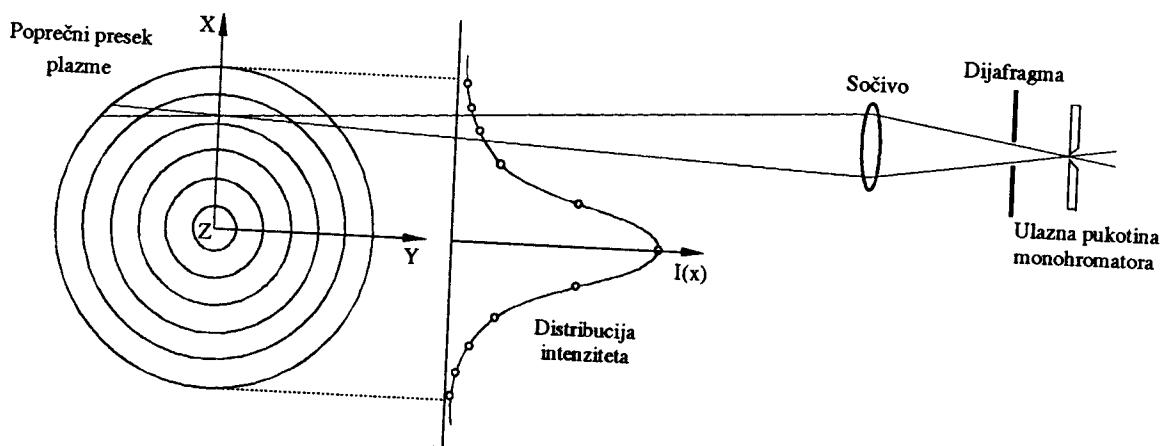
Za vrednosti  $\alpha < 0.05$ , prilikom razmatranja interakcije emitera sa perturberima, treba uzeti u obzir kvadrupolne efekte, a vrednosti  $\alpha > 0.5$  odgovaraju uslovima kada je dominantan linearni Starkov efekat.

## GLAVA II

### 2. ABEOVA INVERZIJA

Zbog pojave apsorpcije i izobličenja spektralnih linija argona pri uzdužnom posmatranju, vrši se poprečno snimanje luka. Pri tome se dobija radijalna raspodela intenziteta zračenja na osnovu koje je moguće rekonstruisati realne intenzitete, tj. realne profile spektralnih linija iz odgovarajućih slojeva plazme. Matematička procedura pomoći se eksperimentalno određene radijalne raspodele izračunavaju realni profili, naziva intenziteta zračenja.

U slučaju bočnog posmatranja, kod lučnog pražnjenja, merena intenzivnost plazmene emisije sadrži doprinos iz mnogo različitih slojeva (slika 2.1).



Slika 2.1 Optička šema radijalnog posmatranja plazme

Ako pretpostavimo da je plazma optički tanka, tj. da je samoapsorpcija neznatna, za cilindrično-simetrični plazmeni izvor, tačna raspodela emisije može biti izračunata iz dobijenih podataka. Da bi izdvojili doprinose različitih slojeva plazme i dobili lokalne vrednosti različitih intenziteta potrebno je rešiti Abelovu integralnu jednačinu.

Abelov inverzionalni proces se sastoji u sledećem [11]: intenzitet plazmene emisije  $I(x)$  integrali se duž y-pravca za rastojanja x (slike 2.1 i 2.2)

$$I(x)\Delta x \Delta z = \Delta x \Delta z \int_{-y}^y \epsilon(r) dy \quad (2.1)$$

gde je  $\Delta x$  posmatrana širina,  $\Delta z$  je debljina sloja plazme određena otvorom aperture.  $\epsilon(r)$  je lokalna plazmena emisivnost na rastojanju  $r$  od centra.

Usled prepostavke o simetričnosti plazme, intenzitet je parna funkcija od  $x$ ,  $I(-x) = I(x)$ , pa možemo pisati:

$$I(x) = 2 \int_0^y \epsilon(r) dy \quad (2.2)$$

Intenzitet  $I(x)$  je takođe funkcija talasne dužine, vremena itd., ali radi jednostavnosti tretiraćemo  $I$  samo kao funkciju od  $x$ . Koristeći smenu  $r^2 = x^2 + y^2$  (sl.2.2), jednačina (2.2) postaje [12,13] :

$$I(x) = 2 \int_x^R \frac{\epsilon(r) r dr}{\sqrt{r^2 - x^2}} \quad (2.3)$$

Ovo je specijalna forma Abelove integralne jednačine i ako je  $I(x)$  jednako nuli za sve  $r > R$ , iz jednačine (2.3) se može naći  $\epsilon(r)$ , koristeći operator [14,15]:

$$\frac{d}{d\xi^2} \int_{\xi^2}^{R^2} [\dots] \frac{dx^2}{\sqrt{x^2 - \xi^2}} \quad (2.4)$$

stavljujući izraz (2.3) u (2.4) dobijamo:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\xi^2} \int_{\xi^2}^{R^2} [I(x)] \frac{dx^2}{\sqrt{x^2 - \xi^2}} &= \frac{d}{d\xi^2} \int_{\xi^2}^{R^2} \left[ 2 \int_x^R \epsilon(r) \frac{r dr}{\sqrt{r^2 - x^2}} \right] \frac{dx^2}{\sqrt{x^2 - \xi^2}} = \\ &= \frac{d}{d\xi^2} \int_{\xi^2}^{R^2} \left[ \int_{x^2}^{R^2} \epsilon(r) \frac{dr^2}{\sqrt{r^2 - x^2}} \right] \frac{dx^2}{\sqrt{x^2 - \xi^2}} \end{aligned}$$

koristeći transformaciju  $\int_{\xi^2}^{R^2} \int_{x^2}^{R^2} f(x, r) dr dx = \int_{\xi^2}^{R^2} \int_{\xi^2}^{r^2} f(x, r) dx dr$  dobijamo:

$$\frac{d}{d\xi^2} \int_{\xi^2}^{R^2} I(x) \frac{dx^2}{\sqrt{x^2 - \xi^2}} = \frac{d}{d\xi^2} \int_{\xi^2}^{R^2} \epsilon(r) \left[ \int_{\xi^2}^{r^2} \frac{dx^2}{\sqrt{r^2 - x^2} \sqrt{x^2 - \xi^2}} \right] dr$$

kada se uvede smena  $x^2 = \xi^2 \cos^2 \phi + r^2 \sin^2 \phi$  u prethodni izraz, dobijamo:

$$\frac{d}{d\xi^2} \int_{\xi^2}^{R^2} [I(x)] \frac{dx^2}{\sqrt{x^2 - \xi^2}} = \frac{d}{d\xi^2} \int_{\xi^2}^{R^2} \epsilon(r) \left[ \int_0^{\pi/2} 2 d\phi \right] dr^2 = \pi \frac{d}{d\xi^2} \int_{\xi^2}^{R^2} \epsilon(r) dr^2 \quad (2.5)$$

Koristeći formulu diferenciranja integrala po parametru:

$$\frac{d}{d\lambda} \int_{a(\lambda)}^{b(\lambda)} f(x, \lambda) dx = \frac{db(\lambda)}{d\lambda} f(b(\lambda), \lambda) - \frac{da(\lambda)}{d\lambda} f(a(\lambda), \lambda) + \int_{a(\lambda)}^{b(\lambda)} \frac{\partial f(x, \lambda)}{\partial \lambda} dx$$

može se pisati:

$$\frac{d}{d\xi^2} \int_{\xi^2}^{R^2} \varepsilon(r) dr^2 = -\varepsilon(\xi) \quad (2.6)$$

te je konačno:

$$\varepsilon(\xi) = -\frac{1}{\pi} \frac{d}{d\xi^2} \int_{\xi^2}^{R^2} I(x) \frac{dx^2}{\sqrt{x^2 - \xi^2}} = -\frac{1}{\pi} \frac{d}{2\xi d\xi} \int_{\xi}^R I(x) \frac{2x dx}{\sqrt{x^2 - \xi^2}} = -\frac{1}{\pi} \frac{1}{\xi} \frac{d}{d\xi} \int_{\xi}^R I(x) \frac{x dx}{\sqrt{x^2 - \xi^2}}$$

Zatim se parcijalno integrali, uz smene

$$\begin{aligned} u &= I(x) & dv &= \frac{x dx}{\sqrt{x^2 - \xi^2}} \\ du &= \frac{dI}{dx} dx & v &= \sqrt{x^2 - \xi^2} \end{aligned}$$

pa je

$$\varepsilon(\xi) = -\frac{1}{\pi} \frac{1}{\xi} \frac{d}{d\xi} \left\{ I(x) \sqrt{x^2 - \xi^2} \right|_{\xi}^R - \int_{\xi}^R \frac{dI}{dx} \sqrt{x^2 - \xi^2} dx \}$$

S obzirom da je  $I(R) = 0$  dobija se :

$$\varepsilon(\xi) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{\xi} \frac{d}{d\xi} \int_{\xi}^R \frac{dI}{dx} \sqrt{x^2 - \xi^2} dx = \frac{1}{\pi} \frac{1}{\xi} \left\{ -\frac{dI(\xi)}{d\xi} \sqrt{\xi^2 - \xi^2} + \int_{\xi}^R \frac{dI(x)}{dx} \frac{1}{2} \frac{(-2\xi)}{\sqrt{x^2 - \xi^2}} dx \right\}$$

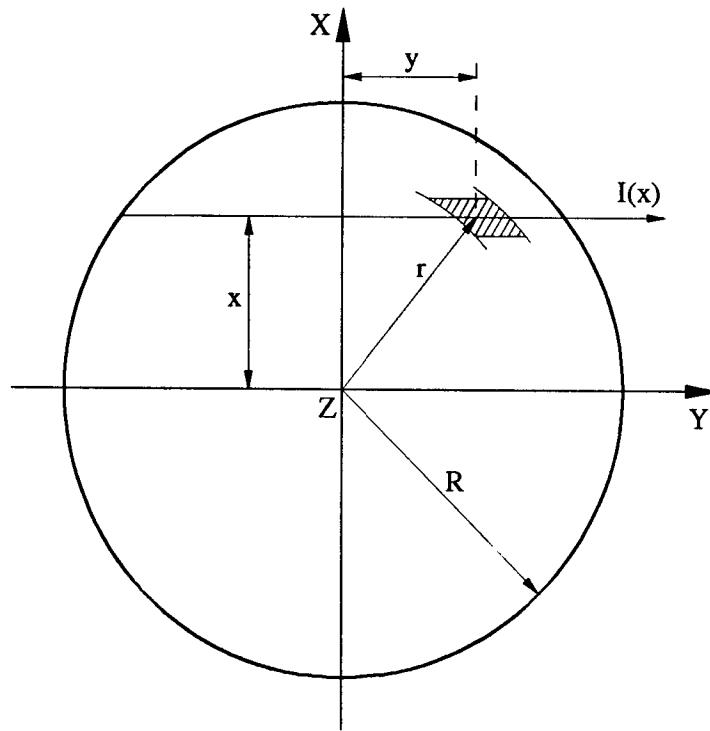
$$\varepsilon(\xi) = -\frac{1}{\pi} \int_{\xi}^R \frac{I'(x)}{\sqrt{x^2 - \xi^2}} dx \quad (2.7)$$

Zamenom  $\xi$  sa  $r$  u (2.7) dobija se Abelova inverzna transformacija:

$$\varepsilon(r) = -\frac{1}{\pi} \int_r^R \frac{I'(x) dx}{\sqrt{x^2 - r^2}} \quad (2.8)$$

gde je  $I'(x) = dI / dx$ . U praksi,  $I(x)$  je skup vremensko integrisanih vrednosti merenih za diskretne vrednosti  $x$ . Zato što  $I(x)$  nemamo u analitičkoj formi, jednačinu (2.8) treba

rešiti numerički, ili eksperimentalnu krivu treba aproksimirati nekom analitičkom funkcijom koja se može integraliti.



Slika 2.2 Ilustracija geometrijskog odnosa između promenljivih

Za rešavanje jednačine (2.8) razvijene su mnoge tehnike. Prva metoda bila je grafička kao kod Horman-a [16] i Brinkman-a [17], a potom dolazi kumulativni grafičko-numerički metod kao kod Friedrich-a [18].

Numeričke metode dele presek plazme na n koncentričnih zona. Za svaku zonu eksperimentalni podaci  $I(x)$  su fitovani pomoću jednostavne analitičke funkcije, a zatim je jednačina (2.8) zamjenjena sumom podintegrala. Integracija podintegrala za svaku zonu može se izračunati prema [12] kao:

$$\epsilon_j = R^{-1} \sum_k a_{jk} I_k \quad (2.9)$$

Numerički koeficijenti  $a_{jk}$  dati su tabelarno u radu Nestor-a i Olsen-a [19], Bockasten-a [20] i Barr-a [21].

Fitovanje polinoma metodom najmanjih kvadrata, koristeći eksperimentalne podatke  $I(x)$ , gde je analitička forma inverzije poznata, predložena je od strane Freeman-a i Katz-a [22].

Na isti način bili su korišćeni razni ortogonalni polinomi za fitovanje eksperimentalnih podataka, tako da je Abelova inverzija mogla biti urađena analitički [23,24,25,26,27]. Postoje još mnoge tehnike koje se mogu primeniti na Abelovu inverziju (fitovanje podataka pomoću kubnog splajna, brzi Fourier transform, iteracione tehnike itd.) i svaka od njih ima neke specifičnosti, prednosti u jednim i nedostatke u drugim slučajevima. Međutim, u eksperimentima sa simetričnom raspodelom zračenja, mnoge

poteškoće se mogu izbeći koristeći ortogonalne polinome za opisivanje eksperimentalnih podataka metodom najmanjih kvadrata, pa zatim izračunati Abelov integral.

Ovde je prikazan metod zasnovan na ortogonalnim Jacobi-polinomima. Za fitovanje eksperimentalnih podataka korišćeni su Jacobi-polinomi različitog tipa i reda. Primeri ovde korišćenih polinoma su Legendre-ovi i Chebyshevi polinomi, koji su specijalni slučajevi Jacobi-jevih polinoma. Mnogi stepeni Jacobi-polinoma su testirani. Ranije je veliko vreme izračunavanja bilo prepreka za korišćenje polinoma visokog reda kod primene za fitovanje eksperimentalnih podataka. Međutim, za takva izračunavanja današnjim računarima je potrebno nekoliko sekundi ili manje.

## 2.1. MATEMATIČKA PROCEDURA

U opštem slučaju inverzna Abelova transformacija od

$$Q_n(x) = (1-x^2)^{p-q} G_n(p, q, x^2) \quad (2.1.1)$$

je:

$$F_n(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(n+p-q+1)\Gamma(n+q+\frac{1}{2})\Gamma(q)}{\Gamma(n+p-q+\frac{1}{2})\Gamma(n+q)\Gamma(q+\frac{1}{2})} (1-r^2)^{\frac{p-q-1}{2}} G_n(p, q + \frac{1}{2}, r^2) \quad (2.1.2)$$

gde su

$$G_n(p, q, y) = \Gamma(q) \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \frac{\Gamma(n+p+k)}{\Gamma(q+k)\Gamma(n+p)} (-y)^k \quad (2.1.3)$$

Jacobi-jevi ortogonalni polinomi [28].

$Q_n$  su ortogonalni polinomi sa težinskom funkcijom:

$$W(x) = x^{2q-1} (1-x^2)^{q-p} \quad (2.1.4)$$

to jest

$$\int_{-1}^1 Q_n Q_m W dx = \frac{\Gamma(p-q+n+1)[\Gamma(q)]^2}{(2n+p)\Gamma(n+p)\Gamma(n+q)} \delta_{nm} \quad (2.1.5)$$

Prikazani metod je specijalan slučaj napred napisanog gde se koriste relacije između Jacobi-polinoma [29].

Postoje posebni slučajevi Jacobi-polinoma koji se koriste u našoj analizi. Na primer:

za  $p = 2$  i  $q = 3/2$



$$G_n(2, \frac{3}{2}, \frac{1-x}{2}) = \frac{T_n(x)}{n+1} \quad (2.1.6)$$

gde je  $T_n(x)$  Chebyshev polinom drugog reda koji je koristio Herlitz [30].

za  $p = 1$  i  $q = 1$

$$G(1, 1, \frac{1-x}{2}) = P_n(x) \quad (2.1.7)$$

gde je  $P_n(x)$  Legendre-ov polinom koji su koristili Freeman i Katz [31] sa težinskom funkcijom  $(1 - x^2)^{1-q} = 1$ .

Ovde je definisano  $Q(x)$  za  $p = 2q - 1$  kao:

$$Q(x) = \sum_{n=0}^N a_n Q_n(x) = \sum_{n=0}^N a_n (1-x^2)^{q-1} G_n(2q-1, q, \frac{1-x}{2}) \quad (2.1.8)$$

gde je  $N$  stepen polinoma.

Ako pomnožimo jednačinu (2.1.8) sa  $Q_m W dx$  i zatim to integralimo, dobijamo:

$$\int_{-1}^1 Q(x) Q_m W dx = \sum_{n=0}^N a_n \int_{-1}^1 Q_n Q_m W dx \quad (2.1.9)$$

Posle integracije i korišćenja osobina ortogonalnosti (2.1.5) dobijamo koeficijente  $a_n$  kao:

$$a_n = \frac{(2n+2q-1)\Gamma(n+2q-1)}{[\Gamma(q)]^2 \Gamma(n+1) 2^{2q-1}} D_n \quad (2.1.10)$$

gde je

$$D_n = \int_{-1}^1 Q(x) G_n(2q-1, q, \frac{1-x}{2}) dx \quad (2.1.11)$$

Uloga parametra  $q$  je da odredi težinsku funkciju i mora biti veće od  $1/2$  da bi se izbegli numerički apsurdni.

Abelova inverzija (2.8) od  $Q(x)$  (2.1.8) je:

$$\epsilon(r) = -\frac{1}{\pi} \int_r^R \frac{d}{dx} \left[ \sum_{n=0}^N a_n Q_n(x) \right] \frac{dx}{\sqrt{x^2 - r^2}} \quad (2.1.12)$$

gde je gornja granica integrala R=1. Sada možemo napisati:

$$\varepsilon(r) = -\frac{1}{\pi} \sum_{n=0}^N a_n \int_r^1 \frac{dQ_n(x)}{\sqrt{r^2 - x^2}} dx \quad (2.1.13)$$

Na osnovu jednačine (2.1.2) dobijamo:

$$\varepsilon(r) = \sum_{n=0}^N a_n \frac{\Gamma(q)}{\sqrt{\pi} \Gamma(q - \frac{1}{2})} (1 - r^2)^{q - \frac{3}{2}} \Phi_n(r) = (1 - r^2)^{q - \frac{3}{2}} \sum_{n=0}^N S_n D_n \Phi_n(r) \quad (2.1.14)$$

gde je

$$S_n = \frac{(2n+2q-1)\Gamma(n+2q-1)}{2^{2q-1}\sqrt{\pi}n!\Gamma(q)\Gamma(q-\frac{1}{2})} = \frac{\Gamma(q)}{\Gamma(q-\frac{1}{2})\sqrt{\pi}} \frac{a_n}{D_n} \quad (2.1.15)$$

sa

$$S_0 = \frac{q - \frac{1}{2}}{\pi}$$

$$S_{n+1} = \frac{(2n+2q+1)(n+2q-1)}{(2n+2q-1)(n+1)} S_n \quad (2.1.16)$$

Za parno n:

$$\Phi(r) = G_{\frac{n}{2}}(q - \frac{1}{2}, q - \frac{1}{2}, 1 - r^2) \quad (2.1.17)$$

Za neparno n:

$$\Phi(r) = \frac{\frac{n+1}{2} G_{\frac{n-1}{2}}(q - \frac{1}{2}, q - \frac{1}{2}, 1 - r^2) + (\frac{n-1}{2} + q - \frac{1}{2}) G_{\frac{n+1}{2}}(q - \frac{1}{2}, q - \frac{1}{2}, 1 - r^2)}{(n+q - \frac{1}{2})r} \quad (2.1.18)$$

Funkcija  $\Phi(r)$  za neparno n može predstavljati samo prvu aproksimaciju kompletног razmatranja u asimetričnom slučaju [31]. Neparni deo funkcije  $\Phi(r)$  može biti izostavljen, jer se uzima da su eksperimentalni podaci, koji su reprezentovani funkcijom  $Q(x)$ , blisko simetrični oko centra, koji se može lako odrediti.

Za proceduru fitovanja iz jednačine (2.1.8) i određivanje lokalne plazmene emisivnosti  $\epsilon(r)$ , pomoću procedure za Abelovu inverziju iz jednačine (2.1.14), koristi se rekurzivni obrazac za izračunavanje Jacobi - polinoma:

$$(n+p)(2n+p-1)(n+q)(n+q-1) G_{n+1} = \\ = (2n+p)(n+q-1)[2n(n+p)+pq-q-u(2n+p-1)(2n+p+1)] G_n - n(n+p-q)(2n+p+1)(n+q-1) G_{n-1}$$

sa

$$G_0(p, q, u) = 1$$

$$G_1(p, q, u) = 1 - \frac{p+1}{q} u \quad (2.1.20)$$

gde je  $u = \frac{1-x}{2}$ .

Na osnovu opisane procedure napravljen je kompjuterski program pomoću kojeg su obrađeni eksperimentalni podaci..

## 2.2. PROVERA MATEMATIČKE PROCEDURE

Sada ćemo proveriti ispravnost ove matematičke procedure za Abelovu inverziju koristeći test-funkciju:

$$\epsilon(r) = (1 + kr^2)(1 - r^2)^2 \quad (2.2.1)$$

gde je koeficijent k pozitivan ceo broj.

Za ovakvu funkciju moguće je naći analitički izraz:

$$I(x) = \frac{16}{105}(1-x^2)^{5/2} [7(1+kx^2) + k(1-x^2)] \quad (2.2.2)$$

Ovo se može pokazati na sledeći način :  
ako iskoristimo izraz (2.3)

$$I(x) = 2 \int_x^1 \frac{\epsilon(r)r dr}{\sqrt{r^2 - x^2}}$$

Za  $I(x)$  imamo analitički izraz (2.2.1) za Abelovu funkciju

$$\epsilon(r) = (1 + kr^2)(1 - r^2)^2$$

Stavljujući smenu  $\rho^2 = r^2 - x^2$ , dobijamo

$$\begin{aligned}
I(x) &= 2 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \frac{(1+k(\rho^2+x^2))(1-\rho^2-x^2)^2}{\rho} \rho d\rho = \\
&= 2 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} (1-\rho^2-x^2)^2 (1+k\rho^2+kx^2) d\rho
\end{aligned} \tag{2.2.3}$$

Integral se dalje rešava parcijalno, uzimajući da je

$$\begin{aligned}
u &= (1 - \rho^2 - x^2)^2 \\
du &= -2(1 - \rho^2 - x^2) 2\rho d\rho
\end{aligned} \tag{2.2.4}$$

i

$$\begin{aligned}
dv &= (1 + k\rho^2 + kx^2) d\rho \\
v &= \int d\rho + k \int \rho^2 d\rho + kx^2 \int d\rho = (1 + kx^2)\rho + k \frac{\rho^3}{3}
\end{aligned} \tag{2.2.5}$$

stavljujući izraze (2.2.4) i (2.2.5) u (2.2.3) dobijamo:

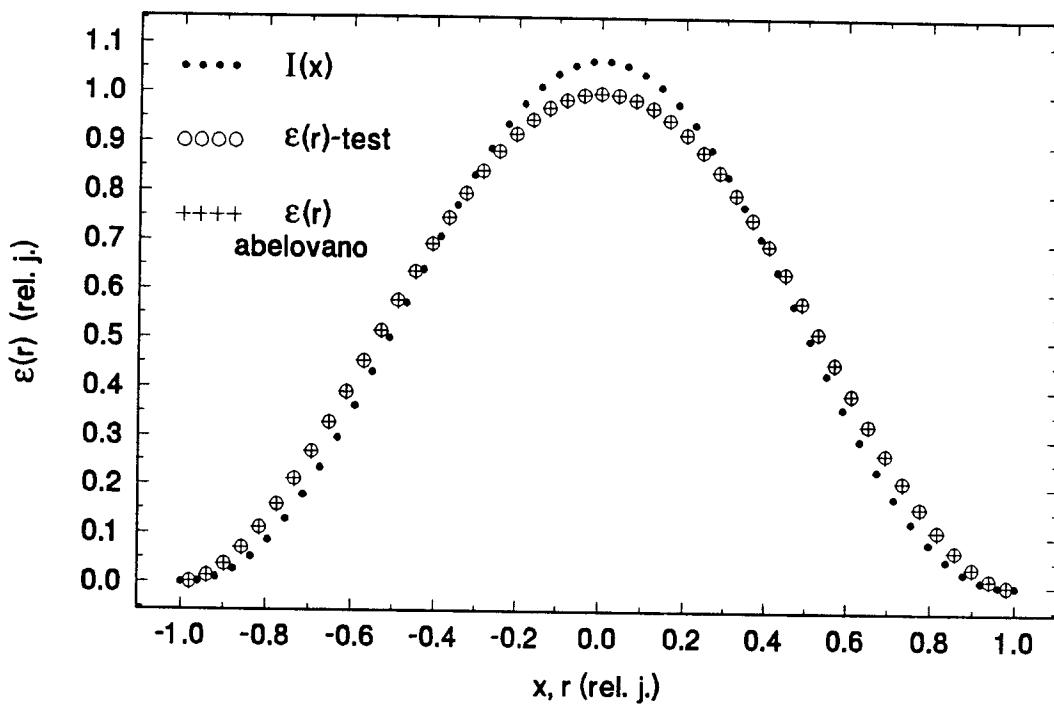
$$\begin{aligned}
I(x) &= 2(1-\rho^2-x^2)^2 [(1+kx^2)\rho + k \frac{\rho^3}{3}] \Big|_0^{\sqrt{1-x^2}} + 8 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} [(1+kx^2)\rho + k \frac{\rho^3}{3}] (1-\rho^2-x^2) \rho d\rho = \\
&= 8 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \rho^2 (1+kx^2 + \frac{k}{3}\rho^2 - \rho^2 - kx^2\rho^2 - \frac{k}{3}\rho^4 - x^2 - kx^4 - \frac{k}{3}x^2\rho^2) d\rho = \\
&= 8 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \rho^2 [(1-x^2)(1+kx^2) + \rho^2(1-x^2) \frac{k}{3} - (1+kx^2)\rho^2 - \frac{k}{3}\rho^4] d\rho = \\
&= 8[(1-x^2)(1+kx^2) \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \rho^2 d\rho + \frac{k}{3}(1-x^2) \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \rho^4 d\rho - (1+kx^2) \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \rho^4 d\rho - \frac{k}{3} \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \rho^6 d\rho] = \\
&= \frac{8}{105} [35(1+kx^2)(1-x^2)^{\frac{5}{2}} + 7k(1-x^2)^{\frac{7}{2}} - 21(1+kx^2)(1-x^2)^{\frac{5}{2}} - 5k(1-x^2)^{\frac{7}{2}}]
\end{aligned}$$

i dobijamo konačan izraz:

$$I(x) = \frac{16}{105} (1-x^2)^{\frac{5}{2}} [7(1+kx^2) + k(1-x^2)] \tag{2.2.6}$$

koji je vrlo pogodan za testiranje procedure za Abelovu inverziju.

Rezultati upoređivanja test-Abelove funkcije ( $\epsilon(r)$  - test) i rezultati opisane procedure za Abelovanje ( $\epsilon(r)$  - abelovano) prikazani su na slici 2.2.1., za  $k = 0$ .



Slika 2.2.1. Ilustracija za proveru Abelove inverzije

Sa slike se vidi da su test-Abelova funkcija i Abelova funkcija, dobijena opisanom procedurom, u potpunoj saglasnosti, što znači da se ovakva procedura može primeniti za obradu eksperimentalnih rezultata.

## *GLAVA III*

### *3. OPIS APARATURE*

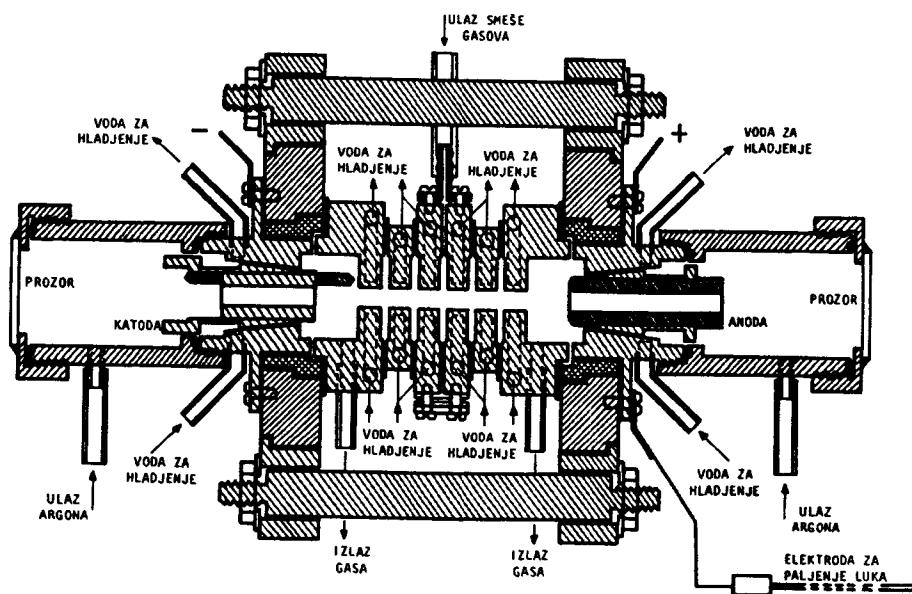
Kao izvor plazne korišćen je zidom stabilisan električni luk. Ovaj izvor je pogodan za merenje Starkovih poluširina i pomeraja spektralnih linija neutralnih elemenata, jer ga odlikuje kontinualan rad, stabilnost tokom rada i reproducibilnost.

Kao radni gas korišćen je argon (ArI). Za snimanje profila linija argona korišćena je smeša Ar (96%) + H<sub>2</sub> (4%), gde je vodonik uvođen zbog dijagnostike plazme. Spektroskopsko posmatranje je vršeno normalno na osu luka.

Signal sa fotomultiplikatora vođen je na digitalni osciloskop, a podaci sa osciloskopa očitavani su pomoću personalnog računara. Kao referentni izvor za merenje pomeraja korišćena je lampa niskog pritiska pobuđivana na emitovanje svetlosti zračenjem iz mikrotalasnog generatora.

#### *3.1. IZVOR PLAZME*

Stabilisani električni luk je Maeckerovog tipa [32]. Šest bakarnih diskova debljine 7.1 mm, sa otvorom u sredini prečnika 5 mm, međusobno su izolovani teflonom debljine 0.5 mm i zajedno čine kanal prečnika 5 mm i dužine 50 mm. Na krajevima ovog kanala nalaze se još dva široka bakarna diska koji služe kao nosači za elektrode (slika 3.1.1).



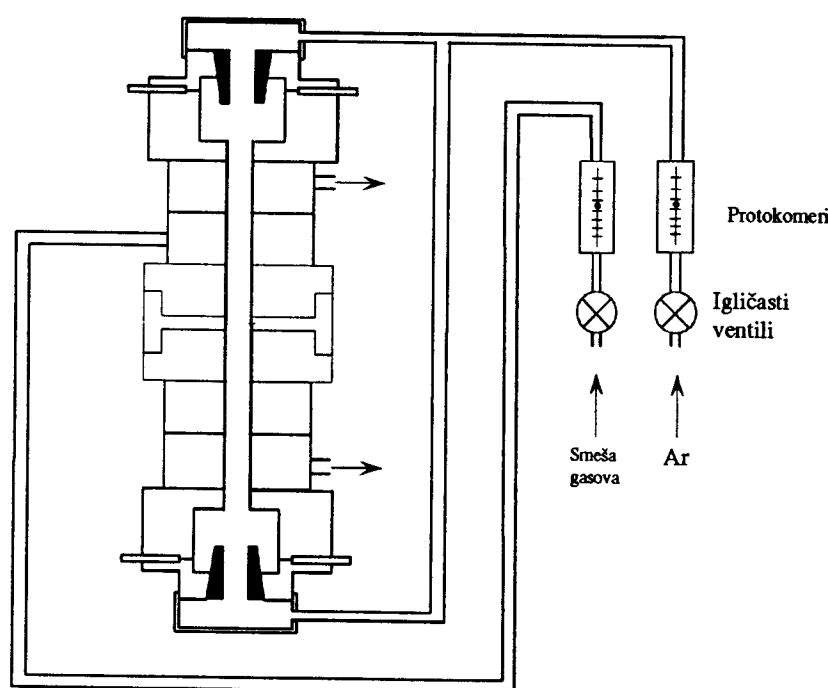
Slika 3.1.1. Konstrukcija električnog luka

Anoda je izrađena od volframa prečnika 13 mm, a duž ose ima otvor prečnika 5 mm. Katoda je izrađena od volframske žice prečnika 3 mm, koja se nalazi u bakarnom držaču kroz koji je načinjen otvor prečnika 3.2 mm, kroz koji se obično vrši spektroskopsko posmatranje plazme. Međutim, u ovom radu posmatranje je vršeno bočno, tj. luk je okrenut za  $90^{\circ}$ .

Pošto je katoda načinjena od tanke zašiljene žice fiksirano je mesto električnog pražnjenja, odnosno sprečeno je šetanje električnog pražnjenja po katodi, što bi dovelo do nestabilnosti luka u blizini katode.

U prostor iza elektroda, koji je zatvoren kvarnim prozorima, uvodi se čist argon. Regulacija protoka se vrši igličastim ventilom, a kontrola protokomerom (slika 3.1.2). Mešavina gasa koju čini argon sa dodatkom vodonika, uvodi se kroz segment između centralnog dela i elektrode, a izlazi zajedno sa čistim argonom kroz otvore koji se nalaze na krajnjim diskovima.

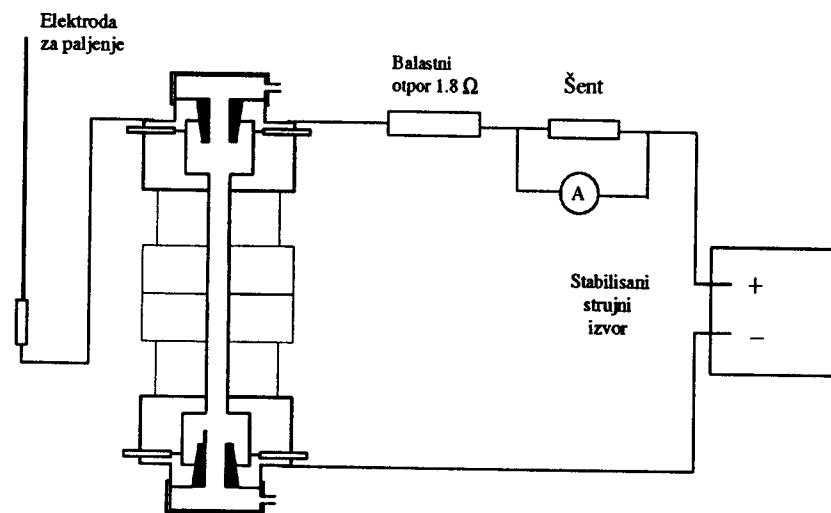
Protok mešavine se reguliše igličastim ventilom i kontroliše Matheson protokomerom, što je šematski prikazano na slici 3.1.2. Protok gasa bio je 3 l/min.



Slika 3.1.2. Gasni sistem lučnog pražnjenja

Hlađenje bakarnih diskova, koji čine kanal u kome luk gori, neophodno je zbog velike jačine struje kroz luk. Ono se vrši protokom vode kroz svaki disk pojedinačno.

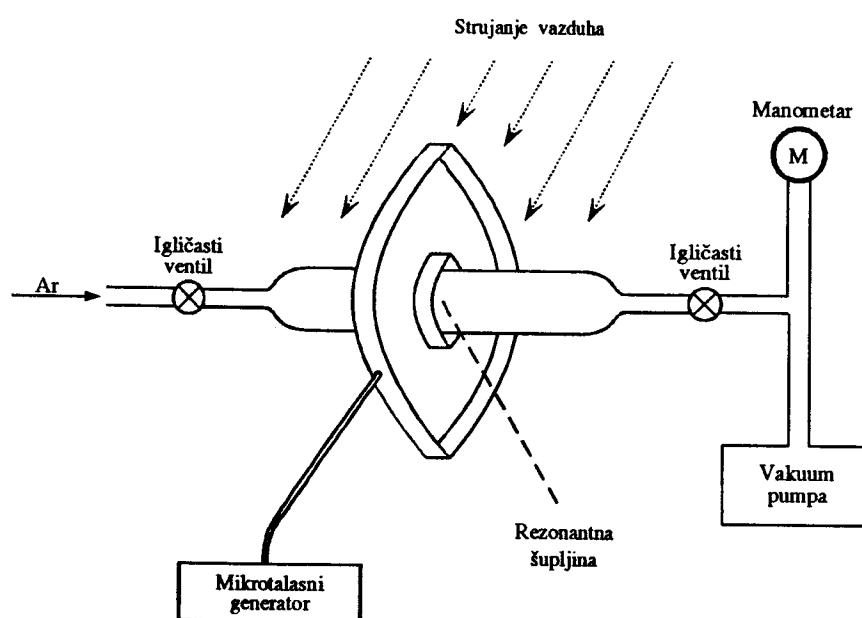
Električno napajanje luka vršeno je pomoću stabilisanog jednosmernog izvora struje, posebno konstruisanog za ovu namenu, sa stabilnošću 0.3%. Na red sa lukom vezan je balastni otpor od  $1.8 \Omega$ , što je šematski prikazano na slici 3.1.3. Maksimalna jačina struje iznosila je 30 A. Paljenje luka se vrši pomoću elektrode za paljenje. Pomoću ove elektrode se uspostavi kratak spoj između anode i katode, a zatim se izvlačenjem elektrode luk razvuče između katode i anode. Nakon toga se pomoćna elektroda odstrani, a prostor iza anode A zatvori.



Slika 3.1.3. Šema električnog napajanja luka

### 3.2. REFERENTNI IZVOR SVETLOSTI

Za određivanje pomeraja spektralnih linija kao referentni izvor svetlosti, korišćena je lampa niskog pritiska pobuđena zračenjem iz mikrotalasnog izvora. Lampa se sastoji od staklene cevi smeštene u mikrotalasni rezonator (slika 3.2.1). Kroz cev je održavan protok čistog argona pod pritiskom od oko 2 mbar.



Slika 3.2.1. Referentni izvor svetlosti

Kao izvor mikrotalasnog zračenja korišćen je uređaj snage 35 W. Tokom rada lampa se zagreva, pa se mora hladiti strujanjem vazduha. Visokofrekventno električno polje mikrotalasnog generatora predaje elektronima dovoljnu energiju tj. brzinu, tako da oni mogu da eksituju atome i molekule gasa [33]. Brzina elektrona i put koji će oni preći od sudara do sudara zavisi od jačine polja i od vremena u toku koga su izloženi dejstvu polja. To znači da uslovi pražnjenja mogu biti podešavani promenom frekvencije i jačine polja, a takođe i promenom gasnog pritiska. U slučaju ovakvog bezelektrodnog pražnjenja električno polje je dovoljno slabo, tako da Starkov efekat nema uticaja, pa se spektralne linije iz ovog izvora mogu koristiti kao referentne.

### 3.3. OPTIČKI SISTEM

Na slici 3.3.1. je dat šematski prikaz eksperimentalne postavke mernog sistema. Optičko poravnavanje sistema vrši se pomoću He-Ne lasera postavljenog iza luka.

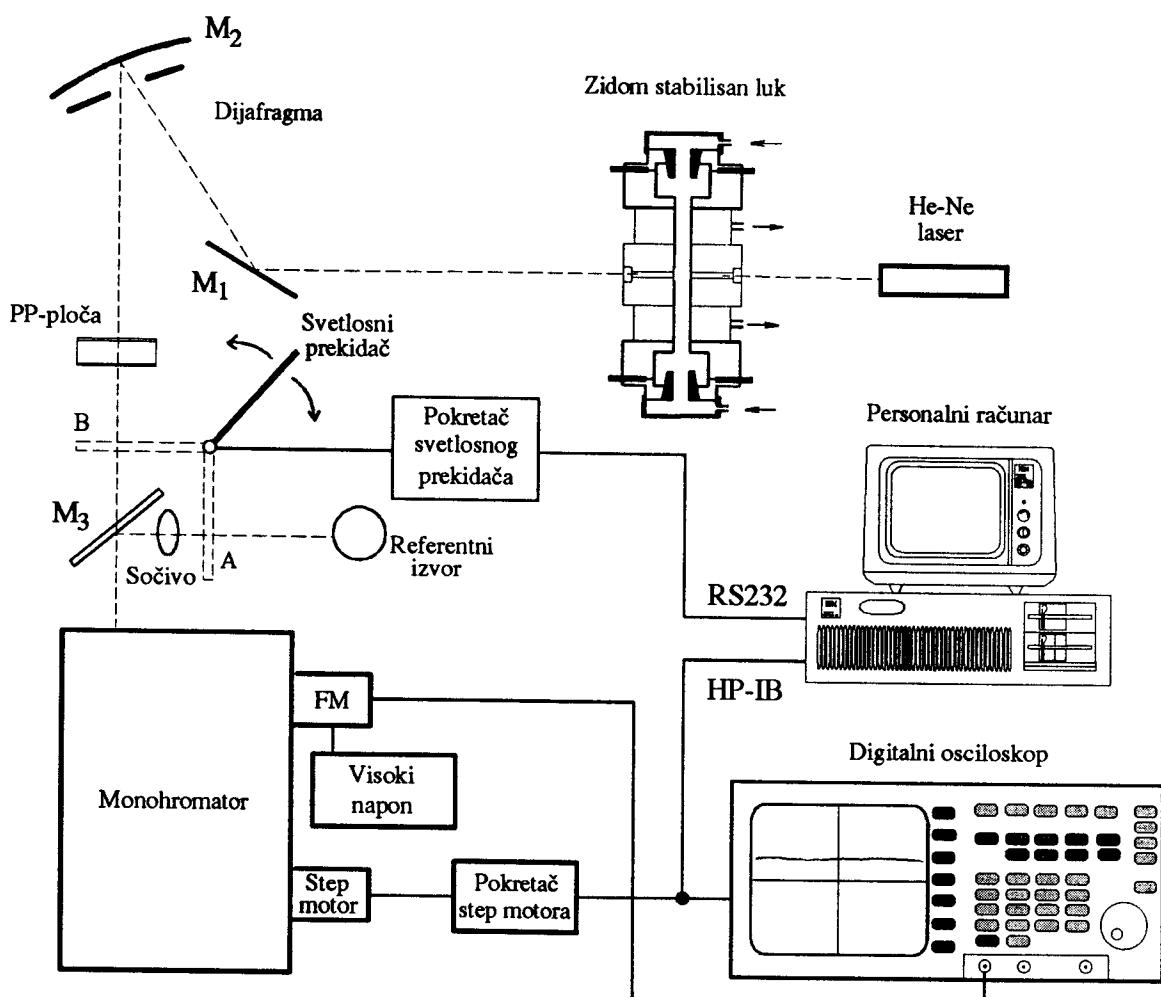
Spektroskopsko posmatranje se vrši normalno na osu luka kroz kvarcni prozor. Lik plazme se projektuje na ulaznu pukotinu monohromatora u odnosu 1:1, pomoću ravnog ogledala  $M_1$  i sfernog ogledala  $M_2$ , žižne daljine 1.5 m. Na sfernem ogledalu se nalazi dijafragma prečnika 10 mm, čime je obezbeđeno posmatranje zračenja iz vrlo uskog konusa. Izborom sfernog ogledala i njegovim položajem u odnosu na luk i monohromator obezbeđeno je potpuno osvetljavanje disperzione rešetke monohromatora. Iza ogledala  $M_2$  postavljena je još i planparalelna ploča, pomoću koje se vrši izdvajanje dela snopa za određeni ugao ploče.

Monohromator je sa rešetkom od 1200 nareza/nm i inverznom linearom disperzijom od 0.833 nm/mm. Difrakciona rešetka monohromatora se pomera step-motorom, sa direktnim prenosom na zavrtanj, maksimalne rezolucije 36000 koraka/obrtaju, što odgovara promeni talasne dužine (za jedan korak) od  $1.4 \cdot 10^{-4}$  nm. Na ulaznu pukotinu monohromatora se istovremeno, pomoću sočiva, fokusira centralni deo referentnog izvora zračenja. Referentni izvor starkovski neproširenih i nepomerenih linija je lampa niskog pritiska sa mikrotalasnim pobuđivanjem. Pomoću delimično propusnog ogledala  $M_3$  usmerava se zračenje iz lampe na ulaznu pukotinu monohromatora, koje istovremeno obezbeđuje i prolaz zračenja iz luka. Ovo je ravno ogledalo i ima oblik kružne staklene ploče. Debljina refleksionog sloja se menja po obimu kruga, tako da se obrtanjem ogledala oko svoje ose može regulisati odnos intenziteta zračenja koje dolazi iz lampe i iz luka i koje pada na ulaznu pukotinu monohromatora.

Pomoću svetlosnog prekidača moguće je birati izvor svetlosti koji se trenutno posmatra. Na taj način se ne menja talasna dužina koja je nameštena na monohromatoru.

Na izlazu monohromatora se nalazi fotomultiplikator FM, koji je priključen na izvor visokog napona. On služi za pretvaranje optičkih signala u električne. Širine ulazne i izlazne pukotine monohromatora su bile 20  $\mu\text{m}$ .

Optičko poravnavanje sistema cev-delimično reflektujuće ogledalo-monohromator vrši se pomoću He-Ne lasera, postavljenog iza cevi za pražnjenje. Kod poravnavanja se skine fotomultiplikator sa izlazne pukotine monohromatora i pomeranjem delimično reflektujućeg ogledala podesi se da zrak iz He-Ne lasera padne u istu tačku na zaklonu iza monohromatora u koju istovremeno pada i zrak koji dolazi iz He-Ne lasera, koji je postavljen iza luka.



Slika 3.3.1. Šematski prikaz mernog sistema

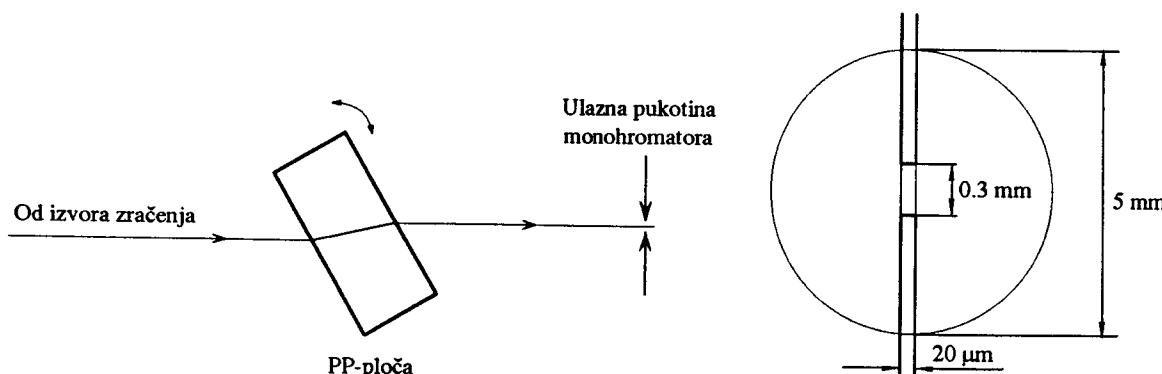
Signali sa fotomultiplikatora se vode na ulaz digitalnog osciloskopa. Ovaj osciloskop ima mogućnost usrednjavanja signala, odnosno rezultujući signal je srednja vrednost od  $2^n$  signala ( $n = 1, 2, \dots, 11$ ). U ovom slučaju  $n = 6$ , tj. svaki učitani podatak je srednja vrednost od 64 pojedinačna signala. Kompletan eksperiment je vođen pomoću personalnog računara (slika 3.3.1). Rad digitalnog osciloskopa, tj. postavljanje odgovarajućih parametara osciloskopa, kao što su vremenska baza, vertikalna osetljivost, način okidanja, broj usrednjavanja itd. i kasnije očitavanje signala sa osciloskopa, vođen je i kontrolisan preko HP-IB interfejsa. Pomoću HP-IB interfejsa je upravljano i step-motorom za pokretanje rešetke monohromatora. Upravljanje rada svetlosnog prekidača izvedeno je preko interfejsa RS-232.

U eksperimentu je korišćen računar HP Vektra Controller, čiji program omogućava da se pre početka merenja postave svi odgovarajući parametri potrebni za proces snimanja profila određene spektralne linije. Neophodno je prvo uneti broj tačaka potreban za skeniranje spektralne linije, početnu talasnu dužinu i interval talasne dužine za koji se

pomera difrakciona rešetka između dve tačke, kako za posmatranu spektralnu liniju tako i za liniju iz referentnog izvora. Nakon toga unose se parametri osciloskopa. U toku snimanja u užanom intervalu talasnih dužina, gde se nalazi referentna linija koja je znatno uža od posmatrane spektralne linije, pri određenom položaju rešetke monohromatora prvo se očita intenzitet zračenja iz plazme (položaj A), zatim se preko interfejsa RS-232 pošalje signal kontroleru svetlosnog prekidača tako da on zatvori prolaz zračenja iz plazme, a otvor prolaz zračenja iz referentnog izvora (položaj B) i očita intenzitet zračenja iz referentnog izvora. Nakon toga menja se položaj rešetke slanjem signala na kontroler step-motora preko HP-IB interfejsa i zatim ponovo čitaju intenziteti zračenja iz plazme i referentnog izvora. Ceo postupak se ponavlja sve dok se ne završi interval talasnih dužina koji je od interesa za referentnu liniju. Ovakav postupak omogućava upoređivanje položaja posmatrane i referentne linije. Treba još pomenuti da se tokom procesa snimanja eksperimentalnih profila spektralne linije svaka očitana tačka odmah prikazuje na ekranu kompjutera, što omogućava praćenje toka eksperimenta.

### 3.4. PROVERA SIMETRIČNOSTI ZRAČENJA PLAZME STABILISANOG LUKA

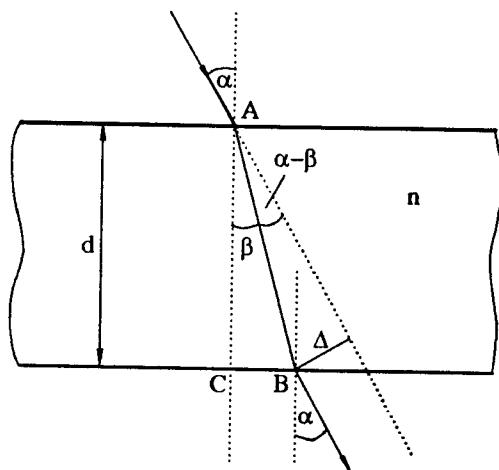
Zračenje plazme stabilisanog luka propuštan je kroz planparalelnu ploču, pomoću koje je skenirano zračenje po celom preseku luka, što je prikazano na slici 3.4.1. Pošto je prečnik luka 5 mm, a pomoću sistema ogledala izvor i lik plazme se odnose kao 1:1, na pukotinu monohromatora pada lik veličine 5 mm. Pukotina je široka 20  $\mu\text{m}$ , a po visini je ograničena sa dva žileta, čime je sužena na svega 0.3 mm, te od celog lika može se snimiti samo jedan deo, što je prikazano na slici 3.4.2.



Slika 3.4.1. Optički put zraka kroz PP-ploču

Slika 3.4.2. Projekcija lika plazme na ulaznu pukotinu monohromatora

PP-ploča se može rotirati za izvestan ugao i na taj način, skretajući zrak, na pukotinu monohromatora pada deo po deo lika plazme. Prvo se monohromator podesi na odgovarajuću talasnu dužinu koju želimo da snimimo, a PP-ploča, kojom se vrši skretanje zraka, namesti se pod određenim uglom.

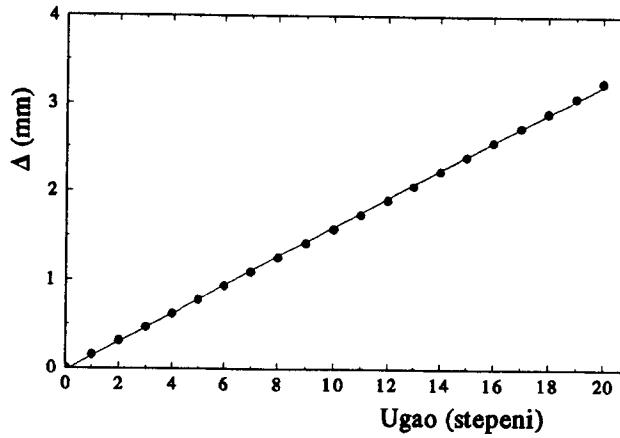


Slika 3.4.3. Skretanje zraka kroz PP-ploču

Za  $d = 25.4 \text{ mm}$  i  $n = 1.54$ , izračunato je da za ugao  $\alpha = 1^\circ$  skretanje zraka iznosi  $\Delta = 0.1554 \text{ mm}$ , na osnovu čega je izvršena kalibracija PP-ploče. U tabeli 3.4.1. date su vrednosti ugla pomeraja PP-ploče i skretanja zraka, što je ilustrovano slikom 3.4.4.

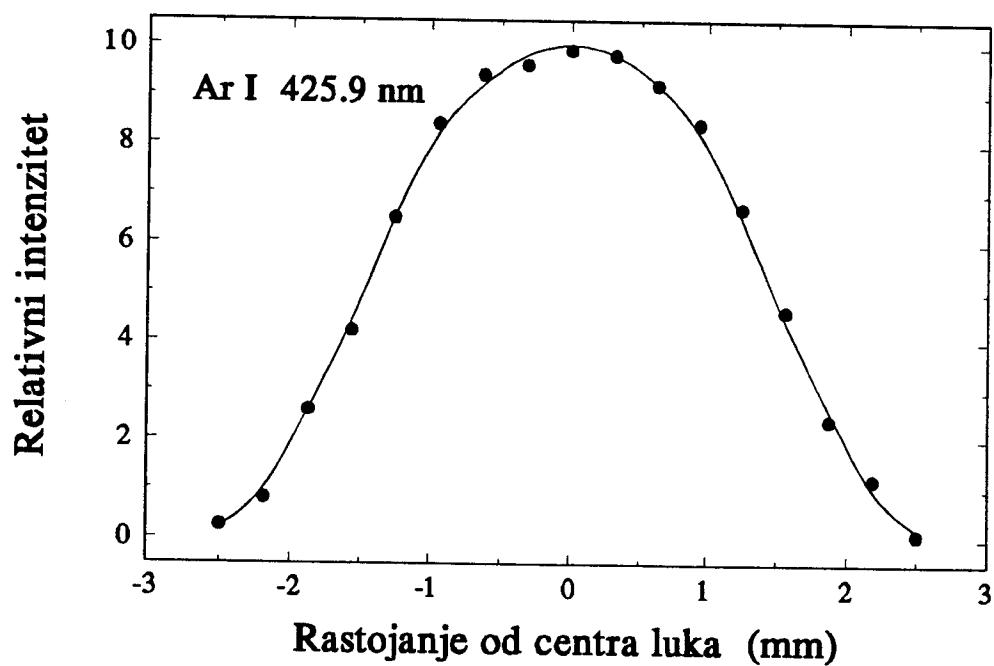
Tabela 3.4.1.

ugao [ $^\circ$ ]	$\Delta$ [mm]
0	0.0000
1	0.1554
2	0.3110
3	0.4668
4	0.6229
5	0.7794
6	0.9365
7	1.0941
8	1.2525
9	1.4118
10	1.5720
11	1.7333
12	1.8957
13	2.0594
14	2.2245
15	2.3911
16	2.5593
17	2.7293
18	2.9011
19	3.0748
20	3.2506



Slika 3.4.4. Zavisnost skretanja zraka od ugla pomeraja PP-ploče

Nakon izvršene kalibracije, pomeranjem PP-ploče snimljena je radijalna raspodela zračenja, na sledeći način. Prvo je postavljen monohromator na talasnu dužinu zračenja maksimalnog intenziteta linije ArI 425.9 nm. Zatim je PP-ploča pomerana za po  $1^{\circ}$ , skenirajući zračenje idući od jednog ka drugom kraju luka. Dobijena je simetrična raspodela zračenja plazme stabilisanog luka, što je prikazano na slici 3.4.5. Time je pokazano da se Abelova procedura može primeniti u ovom slučaju. Zbog simetrične raspodele zračenja u eksperimentu vršeno je snimanje samo jedne polovine plazmenog stuba.



Slika 3.4.5. Simetrična raspodela zračenja

## **GLAVA IV**

### **4. DIJAGNOSTIKA PLAZME**

Pored argona u luk se uvodi i vodonik, koji se koristi u dijagnostičke svrhe Vodonikove linije, prvenstveno služe za određivanje elektronske koncentracije iz Starkove poluširine. Vodonična  $H_{\beta}$  - linija se nalazi u pogodnoj oblasti spektra, vrlo je široka i intenzivna u odnosu na mali broj bliskih linija argona.

Elektronska koncentracija je određivana na osnovu teorijski date zavisnosti između poluširine  $H_{\beta}$ -linije i elektronske koncentracije.

Elektronska temperatura se može odrediti na više načina. Prema uslovima koji vladaju u plazmi stabilisanog električnog luka, elektronska temperatura može se odrediti iz odnosa dve ili više linija ili na osnovu sastava plazme.

#### **4.1. ODREĐIVANJE ELEKTRONSKE KONCENTRACIJE**

Elektronska koncentracija je određivana iz poluširina Starkovih profila  $H_{\beta}$  - linija. Kod linija vodonika i jona vodonikovog tipa izražen je linearni Starkov efekat, izazvan jonskim poljem, dok je uticaj elektrona u ovom slučaju znatno manji. Poluširina spektralne linije u slučaju linearog Starkovog efekta proporcionalna je sa  $N^{2/3}$ , za razliku od kvadratičnog Starkovog efekta, gde je poluširina direktno proporcionalna elektronskoj koncentraciji. Treba naglasiti da poluširina  $H_{\beta}$  - linije slabo zavisi od temperature.

Uzimajući u obzir da je u pitanju linearni Starkov efekat i zanemarujući uticaj dalekih jona, Griem, Kolb i Shen [34,35] su dali opšti izraz za profil vodonika i njemu sličnih jona:

$$I(\omega) = -\frac{1}{\pi} R_e T_r \int_0^{\infty} dF W(F) [\Delta d(i\Delta\omega - iCF + \Phi)^{-1}] \quad (4.1.1)$$

gde je F jonsko polje, čija je raspodela opisana funkcijom  $W(F)$ ,  $\Delta\omega$  - rastojanje u jedinicama frekvencije od centra nepertubovane linije, a C - operator čije su matrične elemente izračunali Hughes [36] i Tarter [37].

Teorijska izračunavanja Starkovih profila vodonikovih linija (Griem i Kepple [38] - modifikovana sudarna teorija i Vidal, Cooper i Smith [39,40,41] - unificirana teorija), obično su predstavljena tabelarno u obliku funkcije:

$$S(\alpha) = I(\omega) \left| \frac{d\omega}{d\alpha} \right| \approx \frac{2\pi c F_0}{\lambda_0^2} I(\omega) \quad (4.1.2)$$

koja zadovoljava uslov normiranja:

$$\int_{-\infty}^{\infty} S(\alpha) d\alpha = 1 \quad (4.1.3)$$

gde je  $\alpha$  - redukovano rastojanje od centra linije:

$$\alpha = \frac{\Delta\lambda}{F_0} \approx -\frac{\Delta\omega \lambda_0^2}{2\pi c F_0} \quad (4.1.4)$$

pri čemu je  $F_0$  - normalna Holtsmarkova jačina polja, a  $\Delta\lambda$  je rastojanje od neperturbovane talasne dužine  $\lambda_0$ , izražene u jedinicama talasne dužine.

Ako se pređe na skalu talasnih dužina, profil linije se može izraziti kao:

$$I(\lambda) = S(\alpha) \frac{d\alpha}{d\lambda} = F_0^{-1} S(\alpha) \approx \frac{2\pi c}{\lambda_0^2} I(\omega) \quad (4.1.5)$$

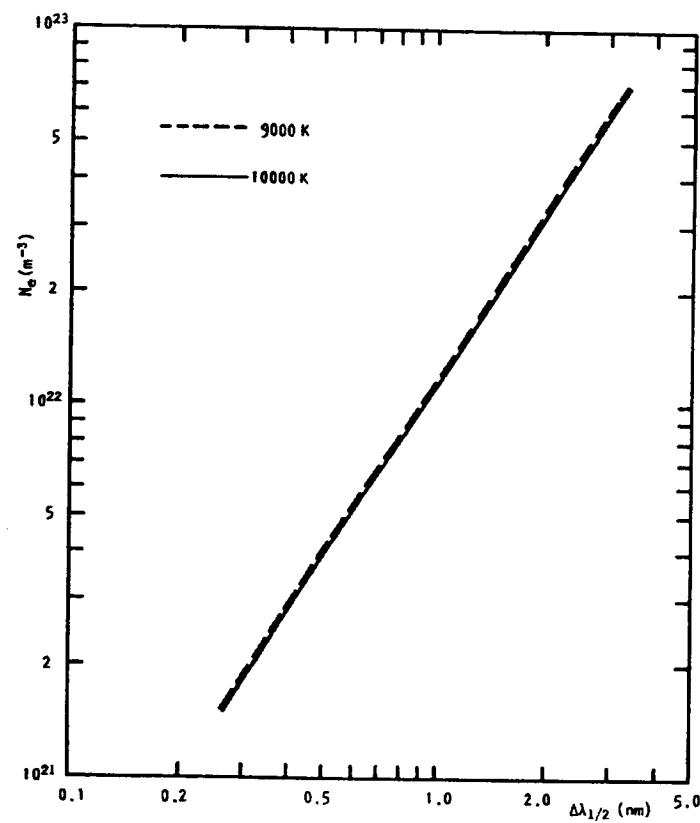
Na osnovu izraza (4.1.4) i izraza:

$$F_0 = 2\pi \left( \frac{4}{15} \right)^{2/3} |Z_p e| N_p^{2/3} \approx 1.25 \cdot 10^{-9} Z_p N_p^{2/3} \quad (4.1.6)$$

gde je  $Z_p$  stepen nanelektrisanja perturbera, a  $N_p$  koncentracija perturbujućih čestica, može se zaključiti da je poluširina spektralne linije u slučaju linearog Starkovog efekta proporcionalna sa  $N_p^{2/3}$ , za razliku od kvadratičnog Starkovog efekta gde je poluširina direktno proporcionalna elektronskoj koncentraciji.

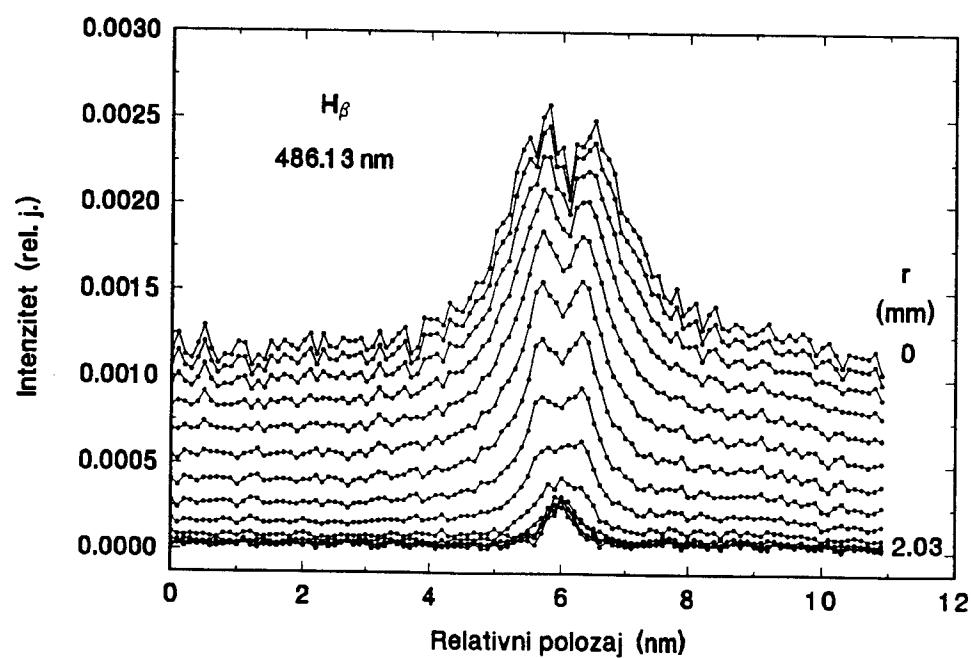
Za određivanje elektronske koncentracije korišćena je Vidal, Cooper, Smith teorija [41] za Balmerovu  $H_\beta$  - liniju, koja uzima u obzir i Dopplerov efekat. Doprinos Dopplerovog širenja na veliku Starkovu širinu  $H_\beta$  - linije je vrlo mali, ali jedini mehanizam širenja o kom bi se u ovom slučaju još moglo govoriti. Na primer, na temperaturi od 10000 K, kada je poluširina eksperimentalnog profila  $H_\beta$  - linije 2.2 nm, Dopplerova poluširina je 0.035 nm.

Na slici 4.1.1. prikazana je zavisnost poluširine  $H_\beta$  - linije u funkciji elektronske koncentracije, gde je za parametar uzeta temperatura od 9000 K i 10000 K.



Slika 4.1.1. Teorijska zavisnost poluširine  $H_{\beta}$  - linije od elektronske koncentracije

Primer eksperimentalnih profila  $H_{\beta}$  - linija emitovanih iz različitih slojeva duž radijusa plazme prikazan je na slici 4.1.2.



Slika 4.1.2. Primer profila  $H_{\beta}$  - linija za različite položaje duž radijusa plazme

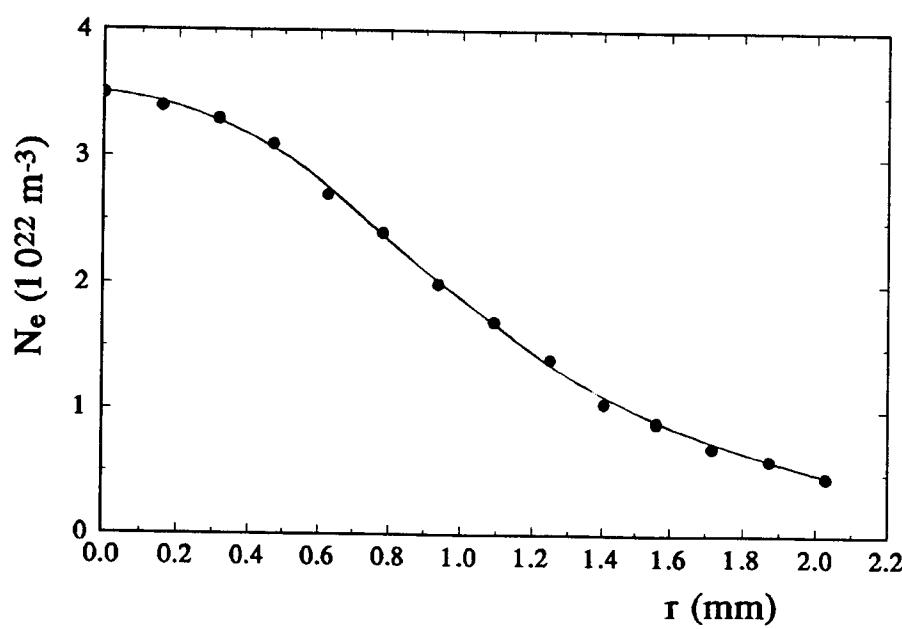
Ovi profili su dobijeni nakon primenjene procedure za Abelovu inverziju.

Na osnovu izmerenih poluširina  $H_\beta$  profila sa grafika na slici 4.1.1. određene su elektronske koncentracije za različite položaje duž radijusa. Određivanje elektronske koncentracije izvršeno je za temperaturu od 10000 K. Temperatura se u ovom radu kretala od 9000 K do 11000 K za različite položaje duž radijusa (vidi tabelu 4.2.1.). Učinjena greška je duboko unutar greške ovog metoda za određivanje elektronske koncentracije koja se procenjuje na  $\pm 8\%$  [42].

Dobijeni rezultati su prikazani u tabeli 4.1.1. i grafički na slici 4.1.3.

Tabela 4.1.1. Izmerene vrednosti elektronske koncentracije

$r$ [mm]	$N_e$ [ $10^{22} \text{ m}^{-3}$ ]
0.000	3.50
0.156	3.40
0.312	3.30
0.468	3.10
0.624	2.70
0.780	2.40
0.936	2.00
1.092	1.70
1.248	1.40
1.404	1.05
1.560	0.90
1.716	0.70
1.872	0.60
2.028	0.47



Slika 4.1.3. Radijalna raspodela elektronske koncentracije

## 4.2. ODREĐIVANJE ELEKTRONSKE TEMPERATURE

Određivanje elektronske temperature iz sastava plazme zahteva da plazma bude u stanju kompletne termodinamičke ravnoteže.

Raspodela elektrona po energetskim nivoima određena je isključivo sudarnim procesima, koji dominiraju nad radijativnim. Ovi procesi treba da se dešavaju tako brzo da raspodela elektrona zavisi trenutno od bilo koje promene u uslovima plazme. U tom slučaju, svaki proces je praćen inverznim procesom sa istom verovatnoćom po principu detaljne ravnoteže. Iako se temperatura i elektronska koncentracija mogu menjati u prostoru i vremenu, posmatrana populacija energetskih nivoa atoma u bilo kojoj tački i u bilo kom trenutku zavisi samo od lokalne vrednosti elektronske koncentracije i temperature.

Slobodni elektroni imaju Maxwellovu raspodelu po brzinama:

$$dN_v = 4\pi N_e \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 dv \quad (4.2.1)$$

a populacija energetskih nivoa data je Boltzmanovom i Saha jednačinom.

Boltzmanova jednačina ima oblik:

$$\frac{N_f}{N_k} = \frac{g_f}{g_k} \frac{e^{-\frac{E_f}{kT}}}{e^{-\frac{E_k}{kT}}} \quad (4.2.2)$$

gde su  $N_f$  i  $N_k$  populacije nivoa f i k,  $g_f$  i  $g_k$  su statističke težine, a  $E_f$  i  $E_k$  su energije tih nivoa.

Da bi se povezala koncentracija  $N_f$  sa ukupnom koncentracijom čestica datog tipa  $N = N_1 + N_2 + \dots$  na osnovu izraza (4.2.2.) može se napisati [4]:

$$\frac{N}{N_f} = \sum_{f=1}^{f_{\max}} \frac{N_f}{N_1} = \frac{1}{g_1} \sum_{f=1}^{f_{\max}} g_f e^{-\frac{E_f}{kT}} = \frac{Z(T)}{g_1} \quad (4.2.3)$$

gde je:

$$Z(T) = \sum_{f=1}^{f_{\max}} g_f e^{-\frac{E_f}{kT}} = g_1 + g_2 e^{-\frac{E_2}{kT}} + \dots \quad (4.2.4)$$

i naziva se statistička suma. Na osnovu toga, odnos koncentracija  $N_f$  i  $N$  se može napisati kao:

$$\frac{N_f}{N} = \frac{g_f}{Z(T)} e^{-\frac{E_f}{kT}} \quad (4.2.5)$$

Veza između koncentracije jednostruko ionizovanih atoma u osnovnom stanju  $N_1^+$ , odgovarajuće koncentracije neutralnih atoma na k-tom nivou  $N_k$  i koncentracije slobodnih elektrona data je Saha jednačinom:

$$\frac{N_e N_1^+}{N_k} = 2 \frac{g_1^+}{g_k} \left( \frac{2\pi m k T}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{E_1}{kT}} \quad (4.2.6)$$

Ako se uvede statistička suma  $Z(T)$  za neutralne atome i  $Z^+(T)$  za jone, na osnovu izraza (4.2.3) može se napisati Saha jednačina:

$$\frac{N_e N^+}{N} = 2 \frac{Z^+(T)}{Z(T)} \left[ \frac{2\pi m k T}{h^2} \right]^{3/2} e^{-\frac{E_1}{kT}} \quad (4.2.7)$$

gde je  $N^+ = N_1^+ + N_2^+ + \dots$ , a  $E_j$  - energija jonizacije. Saha jednačina se može uopštiti i za višestruko ionizovane komponente:

$$\frac{N_e N^z}{N^{z-1}} = 2 \frac{Z^z(T)}{Z^{z-1}(T)} \left[ \frac{2\pi m k T}{h^2} \right]^{3/2} e^{-\frac{E_z}{kT}} \quad (4.2.8)$$

gde je z-broj koji pokazuje koliko je puta atom jonizovan.

Zbog postojanja električnog mikropolja u plazmi dolazi do pojave smanjenja energije jonizacije. Na osnovu teorije Debye-Hückel [43], može se izvesti izraz (Griem [44]) za popravku energije jonizacije:

$$\Delta E_z = 6.24 \cdot 10^{11} z \frac{e^2}{\rho_D} \quad (4.2.9)$$

gde je  $\Delta E_z$  izraženo u eV.

Vrednosti  $\Delta E_z$  za različite  $z$  i Debyeov radius  $\rho_D$  tabelarno su prikazali Drawin i Felenbok [45]. Uzimajući u obzir popravku  $\Delta E_z$ , Saha jednačina se sada može napisati u obliku:

$$\frac{N_e N^z}{N^{z-1}} = 2 \frac{Z^z(T)}{Z^{z-1}(T)} \left[ \frac{2\pi m k T}{h^2} \right]^{3/2} e^{-\frac{E_j - \Delta E_z}{k T}} \quad (4.2.10)$$

Drawin i Felenbok [45] su takođe izvršili izračunavanje statističkih sumi i izračunavanja iz Saha jednačina, koje su prikazali tabelarno za različite vrednosti temperature i  $\Delta E_z$ .

U plazmi se pored elektrona nalaze i joni i neutralni atomi, čiji broj zavisi od pritiska i stepena ionizacije. Različite vrste čestica mogu imati i različitu raspodelu po brzinama. Elektroni imaju Maxwellovu raspodelu po brzinama u većini laboratorijskih plazmi viših koncentracija. Tada se definiše kinetička temperatura u plazmi. To je često slučaj i sa jonomima. Međutim, zbog velike razlike u masi između elektrona i jona, njihove temperature mogu biti različite. Od uslova ( $N_e$ ,  $T$ ) u plazmi zavisi da li će temperature različitih čestica biti jednakе. Kada u plazmi preovlađuju sudarni procesi, može se govoriti o lokalnoj termodinamičkoj ravnoteži.

Stabilisani električni luk, koji je korišćen kao izvor plazme, poznat je kao izvor koji dobro zadovoljava uslove termodinamičke ravnoteže. Kolesnikov [46] i Richter [47] su eksperimentalno pokazali da se u argonskoj plazmi lokalna termodinamička ravnoteža ostvaruje za elektronske koncentracije iznad  $5 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3}$ . Elektronske koncentracije su u ovom eksperimentu bile jednakе ili veće od ove vrednosti.

Ako plazmu posmatramo kao idealan gas, pritisak plazme se može napisati kao:

$$p = kT \left( N_e + \sum_{z,\alpha} N_\alpha^z \right) \quad (4.2.11)$$

gde je sa  $\alpha$  označena vrsta čestice. Ako se ograničimo na čistu argonsku plazmu, pritisak se može izraziti kao:

$$p = kT( N_e + N_0 + N_1 + N_2 + \dots ) \quad (4.2.12)$$

gde je  $N_0$  koncentracija neutralnih atoma argona,  $N_1$  koncentracija jednostruko ionizovanih atoma itd. Uzimajući u obzir da luk radi na atmosferskom pritisku i da je

$N_e = N_1$ , pomoću Saha jednačine (4.2.10) i izraza (4.2.12) može se izračunati koncentracija neutralnih atoma i koncentracija višestruko ionizovanih atoma u funkciji temperature.

Na osnovu prikazanog teorijskog razmatranja uz pomenute pretpostavke moguće je za čistu argonsku plazmu izračunati elektronske temperature za zadate elektronske koncentracije. Rezultat ovakvog izračunavanja dat je u tabeli 4.2.1.

Tabela 4.2.1 Rezultati izračunavanja elektronske temperature

r [mm]	$N_e [10^{22} \text{ m}^{-3}]$	$T^* [\text{K}]$	$T^{**} [\text{K}]$
0.000	3.50	11020	11070
0.156	3.40	10980	11040
0.312	3.30	10940	10980
0.468	3.10	10860	10890
0.624	2.70	10670	10690
0.780	2.40	10520	10540
0.936	2.00	10300	10310
1.092	1.70	10120	10120
1.248	1.40	9930	9930
1.404	1.05	9680	9680
1.560	0.90	9470	9470
1.716	0.70	9260	9260
1.872	0.60	9130	9130
2.028	0.47	8900	8900

Kako je u ovom eksperimentu korišćena mešavina argona sa 4 % vodonika, izvršen je takođe i proračun elektronske temperature na osnovu sastava plazme. Za ovo izračunavanje je korišćena procedura opisana u referenci [48], a rezultati su prikazani u tabeli 4.2.2. U tabeli su osim elektronske koncentracije date i koncentracije ostalih komponenti plazme.

Tabela 4.2.2. Rezultati izračunavanja elektronske temperature iz sastava plazme

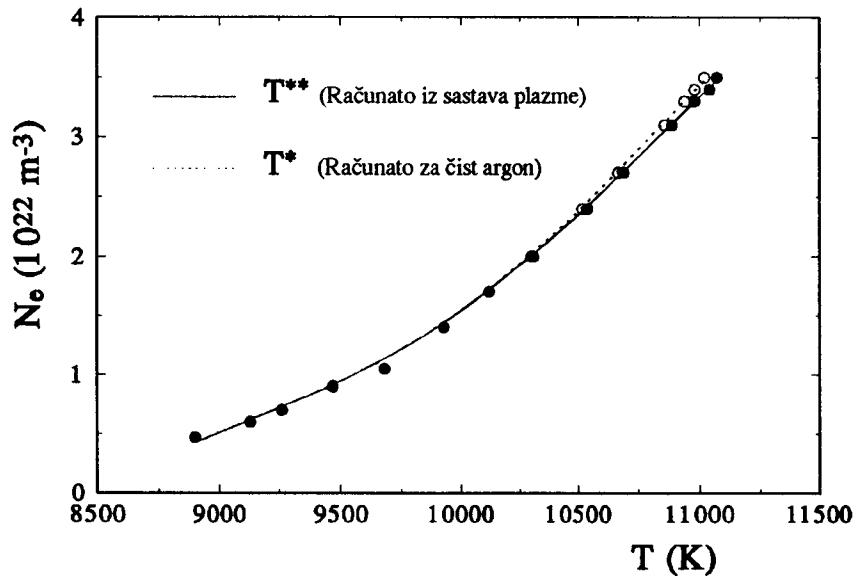
$T^{**} [\text{K}]$	$N_e [10^{22} \text{ m}^{-3}]$	$\text{Ar} [10^{23} \text{ m}^{-3}]$	$\text{Ar}^+ [10^{22} \text{ m}^{-3}]$	$\text{H} [10^{22} \text{ m}^{-3}]$	$\text{H}^+ [10^{21} \text{ m}^{-3}]$
7000	0.036	9.64	0.031	6.38	0.053
8000	0.155	9.84	0.133	7.31	0.221
9000	0.512	7.41	0.450	6.26	0.636
10000	1.510	6.48	1.380	5.63	1.230
11000	3.320	5.52	3.100	4.85	2.220
12000	6.170	4.48	5.820	4.05	3.550

$N_e$  - elektronska koncentracija

$\text{Ar}, \text{H}$  - koncentracije argona i vodonika u atomskom stanju

$\text{Ar}^+, \text{H}^+$  - koncentracije jednostruko ionizovanog argona i vodonika

Ovi rezultati su grafički prikazani zajedno sa rezultatima za čist argon na slici 4.2.1.



## GLAVA V

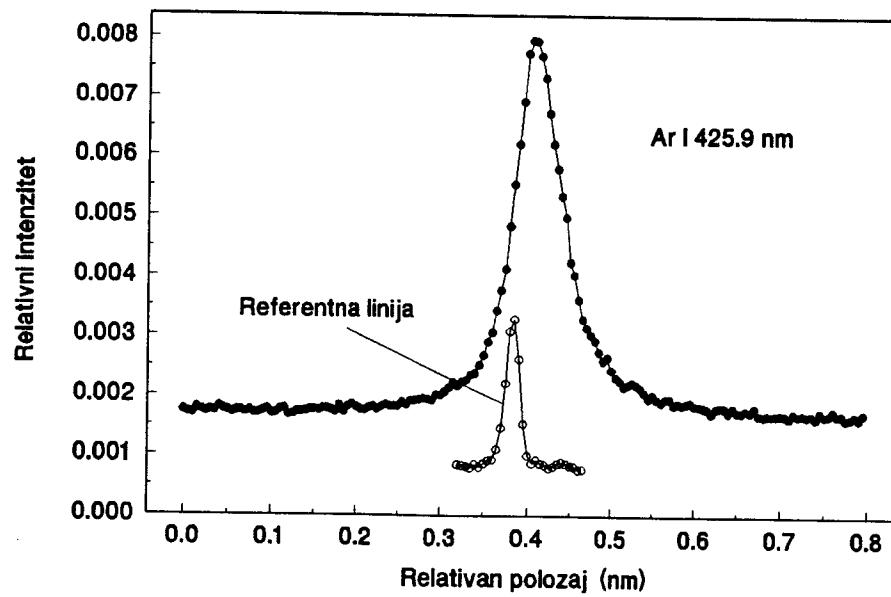
### 5. REZULTATI MERENJA

U cilju provere opisane procedure za Abelovu inverziju u uslovima eksperimenta korišćena je spektralna linija Ar I 425.9 nm  $4s^1 [1/2]^0 - 5p^1 [1/2]$ .

Nakon utvrđene radijalne simetrije zračenja iz stabilisanog luka (slika 3.4.5.), kao što je već rečeno, raspodela zračenja je snimana samo za jednu polovinu tj. od centra ka periferiji plazmenog stuba. Prethodno je, nakon niza merenja ukupne raspodele, precizno utvrđen položaj centra tj. maksimuma intenziteta zračenja, sa greškom od  $\pm 10\%$ .

Procedura snimanja intenziteta zračenja je bila sledeća.

Prvo se planparalelna ploča postavi u takav položaj da na ulaz monohromatora pada zračenje iz centra luka. Optička rešetka monohromatora postavi se na položaj talasne dužine koja je za oko šest poluširina linije u levo od talasne dužine maksimuma spektralne linije, tj. u stranu prema kraćim talasnim dužinama. Intenzitet signala se preko fotomultiplikatora i digitalnog osciloskopa prenose u memoriju računara. Nakon toga promeni se talasna dužina i ponovo se snima intenzitet zračenja. Postupak se ponavlja sve dok se ne snimi ceo profil linije i još oko šest poluširina iza linije. Profil linije je snimljen u 160 tačaka, a to je interval od 0.8 nm. Istovremeno se procedurom, opisanom u glavi III kod opisa optičkog sistema, snima i profil referentne linije argona emitovane iz mikrotalasnog izvora. Ovako snimljeni profili prikazani su na slici 5.1. Izvor niskog pritiska emituje spektralne linije koje su praktično samo prirodno proširene i koje nisu pomerene.

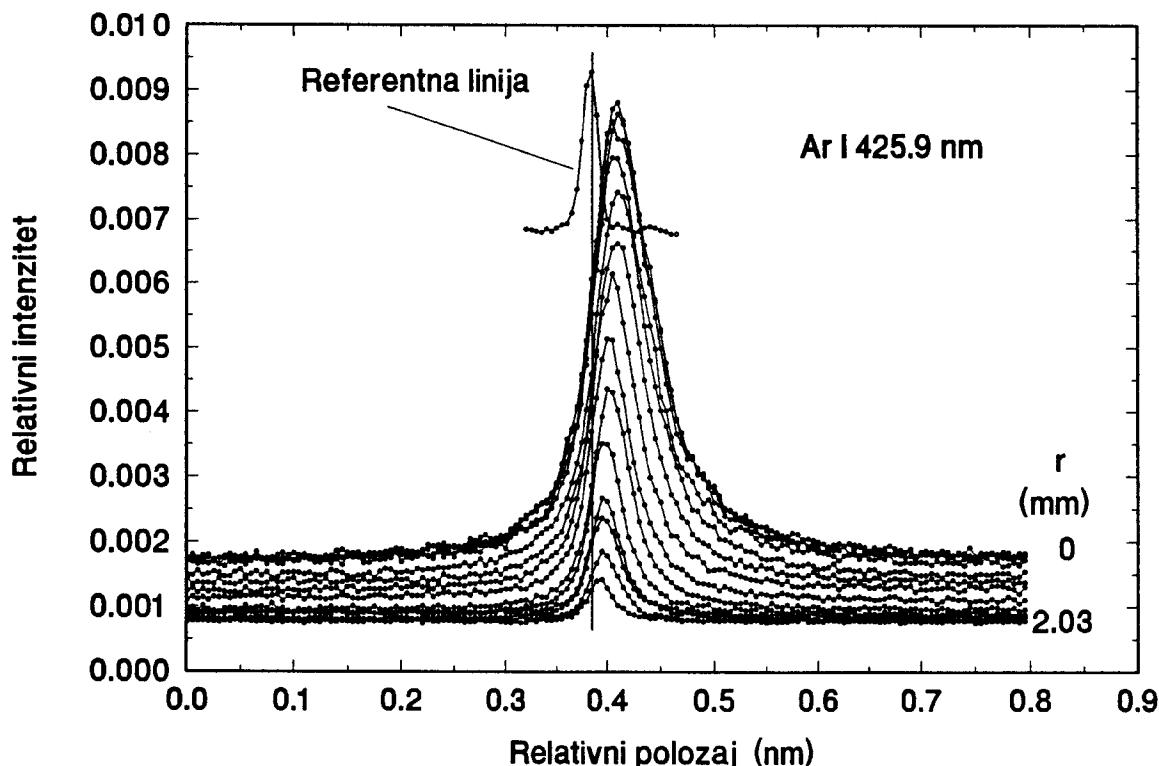


Slika 5.1. Profili spektralnih linija Ar I 425.9 nm emitovani iz luka i iz referentnog izvora

Zbog toga se ova linija koristi za merenje pomeraja linije emitovane iz plazme stabilisanog luka. Profil linije iz mikrotalasnog izvora prikazan na slici 5.1. je instrumentalni profil ove linije.

Nakon ovako snimljenih profila planparalelna ploča zakreće se tako da je pravac posmatranja pomeren za 0.155 mm od centra luka. Ceo opisani postupak se zatim ponavlja.

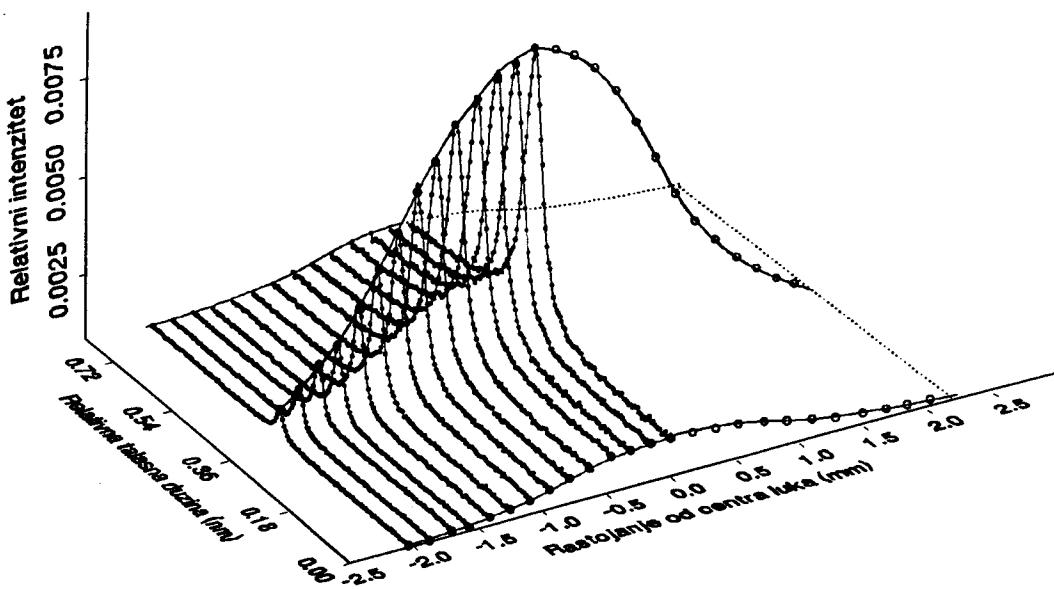
Na takav način snimljeno je 16 profila duž poluprečnika luka. Zbog ovako velikog broja pojedinačnih merenja snimani su profili samo duž poluprečnika. Na slici 5.2. prikazano je 14 profila, a dva su odbačena zbog vrlo malog intenziteta, a velikog šuma.



Slika 5.2. Eksperimentalni profili linije Ar I 425.9 nm snimljeni na različitim položajima duž poluprečnika plazmenog stuba

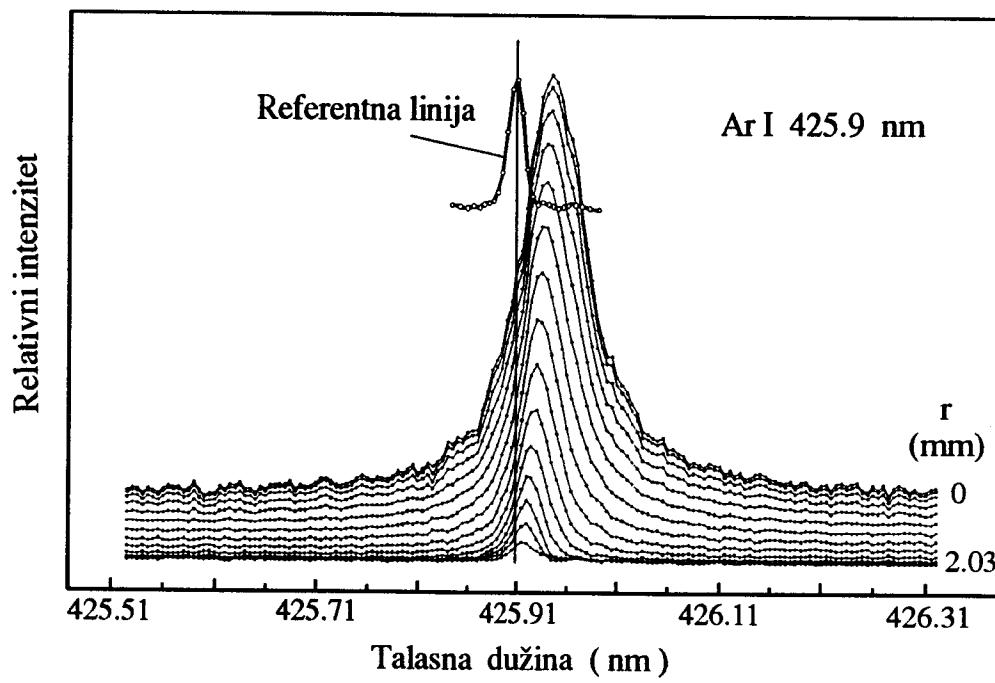
Za sprovođenje procedure Abelovanja potrebna je međutim, radijalna raspodela za svaki položaj monohromatora tj. za svaku talasnu dužinu. Posebnim kompjuterskim programom iz profila sa slike 5.2. izdvojene su pojedinačne radijalne raspodele. Istovremeno se radijalna raspodela duž poluprečnika simetrično preslika na drugu stranu kako bi se dobila raspodela duž prečnika, jer takve podatke zahteva procedura za Abelovu inverziju.

Način kako je to urađeno ilustrovan je na slici 5.3. Osim toga za svaku radijalnu raspodelu od ukupnog intenziteta oduzet je kontinuum, jer procedura Abelovanja takođe zahteva da krajnje tačke raspodele imaju intenzitet nula.



Slika 5.3. Ilustracija procedure izdvajanja radijalne raspodele iz eksperimentalnih profila

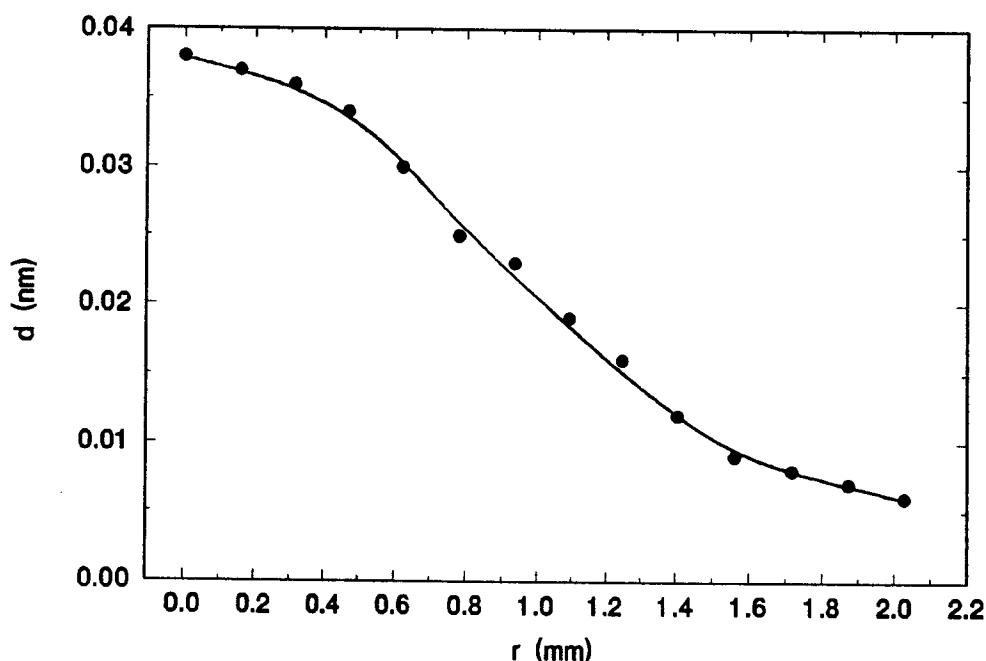
Nakon sprovedene Abelove inverzije dobijeni podaci su obrnutom procedurom vraćeni, tako da se ponovo dobiju profili posmatrane linije argona. Ovo su rekonstruisani profili koji odgovaraju realnom zračenju duž radijusa plazme. Ovako dobijeni profili prikazani su na slici 5.4. zajedno sa referentnom linijom emitovanom iz mikrotalasnog izvora.



Slika 5.4. Profili spektralnih linija Ar I 425.9 nm nakon Abelove inverzije

Na isti način obrađeni su i profili  $H_{\beta}$  linija ( slika 4.1.2.) koji su korišćeni za određivanje elektronske koncentracije.

Upoređivanjem direktno snimljenih profila linija ( slika 5.2.) i profila dobijenih nakon Abelove inverzije ( slika 5.4.) vidi se da Abelovani profili pokazuju uređenost, što je očigledno iz pomeraja maksimuma profila u odnosu na položaj referentne linije. Zavisnost pomeraja od položaja snimanja duž radijusa plazme prikazana je na slici 5.5.



Slika 5.5. Pomeraj linije Ar I 425.9 nm u zavisnosti od položaja duž poluprečnika plazme

Dobijeni rezultati pokazuju da se ovako postavljen eksperiment, kao i procedura obrade eksperimentalnih podataka može koristiti za snimanje spektralnih linija argona iz plazme stabilisanog luka.

## ZAKLJUČAK

Tema ovog rada je bila postavka sistema za snimanje spektralnih linija Ar I 425.9 nm i provera uslova za Abelovu inverziju.

Kao izvor zračenja korišćen je stabilisan električni luk. Posmatranje plazme vršeno je poprečno u odnosu na plazmeni cilindar, da bi se izbegla samoapsorpcija i izobličenje linija. Kao radni gas korišćen je argon, a za snimanje profila linija korišćena je smeša od 96 % Ar i 4 % H<sub>2</sub>, gde je vodonik uvođen radi dijagnostike plazme.

Snimljeni profili linija bili su pomereni u odnosu na referentnu liniju koja je dobijena iz lampe niskog pritiska. Sam profil linija je bio asimetričan usled uticaja jona na širenje spektralnih linija.

Pri bočnom snimanju luka dobijena je radikalna raspodela intenziteta zračenja, na osnovu kojih su rekonstruisani realni profili spektralnih linija iz odgovarajućih slojeva plazme. U radu je opisana matematička procedura Abelove inverzije, pomoću koje su izračunavani realni profili.

Ceo eksperiment je vođen pomoću personalnog računara.

Nakon utvrđene radikalne simetrije zračenja plazme, koju zahteva Abelova inverzija, raspodela zračenja je snimana samo od centra ka periferiji plazmenog stuba. Profil linije je sniman u 160 tačaka, što odgovara intervalu talasnih dužina od 0.8 nm. Istovremeno je snimano i zračenje referentne linije. Snimljeno je 16 profila duž poluprečnika luka, od kojih su dva odbačena zbog malog intenziteta i velikog šuma.

Za Abelovu proceduru je bila potrebna radikalna raspodela za svaku talasnu dužinu. Iz eksperimentalnih profila su izdvojene pojedinačne radikalne raspodele pomoću posebnog kompjuterskog programa. Istovremeno je raspodela duž poluprečnika preslikana na drugu stranu, te je na takvu raspodelu duž prečnika primenjena Abelova inverzija.

Nakon sprovedene Abelove inverzije dobijeni podaci su obrnutom procedurom vraćeni, tako da su dobijeni profili koji odgovaraju realnom zračenju duž radijusa plazme.

Na isti način bili su obrađeni i profili H<sub>β</sub> linija iz čijih poluširina i teorijskog izračunavanja dobijene su elektronske koncentracije. Elektronska koncentracija se kretala od  $0.5 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$  do  $3.5 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$ , sa procenjenom greškom od  $\pm 8\%$ .

Potom je iz sastava plazme određena elektronska temperatura i kretala se od 9000 K do 11000 K, sa greškom od  $\pm 11\%$ .

Snimanje radikalne raspodele intenziteta zračenja i izdvajanje realnih profila koji odgovaraju različitim slojevima plazmenog stuba, pomoću Abelove inverzije, znatno komplikuje eksperiment i obradu eksperimentalnih podataka, ali za snimanje profila linija argona iz plazme stabilisanog luka neophodan je ovakav postupak.

Dobijeni rezultati nedvosmisleno pokazuju da se prikazana postavka eksperimenta i opisana procedura obrade eksperimentalnih podataka može koristiti za snimanje spektralnih linija argona iz zidom stabilisanog luka.

## *REFERENCE*

1. S. Đurović, Doktorska disertacija, Univerzitet u Beogradu, PMF Fizički fakultet, Beograd (1989)
2. S.E. Friš, Optičeskie Spektri Atomov, Gosudarstvenoe izdateljstvo Fiziko-matematičeskoj literaturi, Moskva-Leningrad
3. M.S. Dimitrijević, Uticaj potencijala dugog dometa na Starkovo širenje spektralnih linija plazme, Doktorska disertacija (1978)
4. M. Mitchner, C.H. Kruger Jr., Partially Ionized Gases, John Wiley & Sons, New York, London, Sydney, Toronto (1973)
5. H.R. Griem, M. Balanger, A.C. Kolb, G.K. Oertel, Phys. Rev., 125, 177 (1962)
6. S.M. Benett, H.R. Griem, Technical Report No 71 - 097, University of Maryland, (1971)
7. W.W. Jons, S.M. Benett, H.R. Griem, Technical Report No 71 - 128, University of Maryland (1971)
8. H.R. Griem, Spectral Line Broadening by Plasmas, Academic press, New York (1974)
9. H.R. Griem, Plasma Spectroscopy, Mc Grow Hill, New York (1964)
10. H.R. Griem, Phys. Rev., 128, 515 (1962)
11. S. Đurović, D.E. Kelleher and J.R. Roberts, biće publikovano
12. B. Bederson and W.L. Fite (ed.), Method of Experimental Physics, Volume 7 - Part B, Academic press, New York and London, p.315 (1968)
13. W. Lochte - Holtgreven (ed.), Plasma Diagnostics, North - Holand, Amsterdam, p.184 (1968)
14. M. R. Spiegel, Laplace Transforms, Mc Grow Hill Book Company, New York (1965)
15. D. Nikolić, Privatna komunikacija
16. H. Hormann, Z. Physik 97, 539 (1935)
17. H. Brinkman, Optische Studie van de Electrische Lichtboog, Thesis, University of Utrecht, Utrecht The Netherlands, p.85 (1937)
18. J. Fridrich, Ann. Physik 3, 327 (1959)
19. O.H. Nestor and H.N. Olsen, SIAM Rev. 2, 200 (1960)
20. K. Bockasten, J. Opt. Soc. Am. 51, 943 (1961)
21. W.L. Baar, J. Opt. Soc. Am. 52, 885 (1962)
22. M.P. Freeman and S. Katz, J. Opt. Soc. Am. 50, 826 (1960)
23. S.I. Herlitz, Arkiv Fysik 23, 571 (1963)
24. R. Gorenflo and Y. Kovetz, Numer. Math. 8, 392 (1966)
25. C.D. Maldonado, A.P. Caron and H.N. Olsen, J. Opt. Soc. Am. 55, 1247 (1965)
26. G.N. Minerbo and M.E. Levy, SIAM J. Number. Anal. 6, 598 (1969)
27. C. Fleurier and J. Chapelle, Computer Phys. Commun. 7, 200 (1974)
28. R. Courant and D. Hilbert, Method of Mathematical Physics, Interscience Publishers, INC, New York, Toronto, London, p.168 (1953)
29. E. Erdely (ed.), Higher Transcendental Functions, Mc Grow Hill Book Company, INC, New York, Toronto, London, p.168 (1953)
30. S.I. Herlitz, Tech. Note #5, Inst. of Phys., Univ. of Uppsala, Uppsala, Sweden (1961)
31. M.P. Freeman and S. Katz, J. Opt. Soc. Am. 53, 1172 (1963)
32. H. Maecker, Z. Naturforsch, 11a, 457 (1956)
33. R.A. Sawyer, Experimental Spektroskopij, Third Edition, Dover Publications INC, New York (1963)

34. H.R. Griem, A.C. Kolb, K.Y. Shen, Phys. Rev., 116, 4 (1959)
35. H.R. Griem, A.C. Kolb, K.Y. Shen, Astrophys. J., 13, 272 (1962)
36. J.W.B. Hughes, Proc. Phys. Soc. London, 91, 810 (1967)
37. C.B. Tarter, Journ. Math. Phys., 11, 3192 (1970)
38. P. Kepple, H.R. Griem, Phys. Rev., 173, 317 (1968)
39. C.R. Vidal, J. Cooper, E.W. Smith, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, 10, 1011 (1970)
40. C.R. Vidal, J. Cooper, E.W. Smith, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, 11, 263 (1971)
41. C.R. Vidal, J. Cooper, E.W. Smith, Astrophys. J. Suppl. Ser. No. 214, 25, 37 (1973)
42. S. Đurović, Z. Mijatović, R. Kobilarov and N. Konjević, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, u štampi
43. P. Debye, E. Huckel, Phys. Z., 24, 185 (1923)
44. H.R. Griem, Phys. Rev., 128, 997 (1962)
45. H.W. Drawin, P. Felenbok, Data for Plasmas in Local Thermodynamic Equilibrium, Gauthier - Villars, Paris (1965)
46. W.N. Kolesnikov, Tr. Fiz. Inst. , Akad Nauk. SSSR, 30, 66 (1964)
47. J. Richter, Z. Astrophys., 61, 57 (1965)
48. W.B. White, S.M. Jonson and G.B. Dantzig, J. Chem. Phys. 28, 751 (1958)

**UNIVERZITET U NOVOM SADU  
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA**

- Redni broj:  
**RBR**
- Identifikacioni broj:  
**IBR**
- Tip dokumentacije: *Monografska dokumentacija*  
**TD**
- Tip zapisa: *Tekstualni štampani materijal*  
**TZ**
- Vrsta rada: *Diplomski rad*  
**VR**
- Autor: *Olivera Banjac, br. dos. 85/89*  
**AU**
- Mentor: *Dr. Stevica Đurović, vanredni profesor, PMF, Novi Sad*  
**MN**
- Naslov rada: *Postavka sistema za snimanje linija argona iz stabilisanog električnog luka*  
**NR**
- Jezik publikacije: *Srpski (latinica)*  
**JP**
- Jezik izvoda: *Srpski*  
**JI**
- Zemlja publikovanja: *Jugoslavija*  
**ZP**
- Uže geografsko područje: *Vojvodina*  
**UGP**
- Godina: *1996.*  
**GO**
- Izdavač: *Autorski reprint*  
**IZ**
- Mesto i adresa: *Prirodno-matematički fakultet, Trg Dositeja Obradovića 4, 21000 Novi Sad*  
**MA**
- Fizički opis rada: *(5/44/48/4/11/I3/0)*  
**FO**
- Naučna oblast: *Fizika*  
**NO**
- Naučna disciplina: *Fizika plazme*  
**ND**
- Predmetna odrednica/ključne reči: *Širenje spektralne linije, stabilisani električni luk, Abelova inverzija*  
**PO**
- Čuva se: *Biblioteka Instituta za fiziku, PMF, Novi Sad*  
**ČU**
- Važna napomena: *Nema*  
**VN**
- Izvod: *Vršeno je poprečno posmatranje plazme u odnosu na plazmeni cilindar stabilisanog električnog luka. Kao radni gas korišćen je argon, a za snimanje profila korišćena je smeša 96 % Ar i 4 % H<sub>2</sub>. Profil linije je snimljen u 160 tačaka, a snimljeno je ukupno 16 profila. Zbog radijalne simetrije zračenja plazme može se primeniti Abelova inverzija. U radu je prikazana matematička procedura Abelove inverzije. Nakon sprovedene Abelove inverzije dobiveni su profili koji odgovaraju realnom zračenju duž radijusa plazme. Nakon toga je određena elektronska koncentracija i elektronska temperatura iz sastava plazme.*  
**IZ**
- Datum prihvatanja teme od strane Veća:  
**16.10.1996.**  
**DP**
- Datum odbrane: **26.12.1996.**  
**DO**
- Članovi komisije:  
**Predsednik:**  
*Dr. Željko Škrbić, docent,  
PMF, Novi Sad*  
**Članovi:**  
*Dr. Zoran Mijatović, docent,  
PMF, Novi Sad*  
*Dr. Stevica Đurović, vanredni profesor,  
PMF, Novi Sad*  
**KO**