



УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ  
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ  
ФАКУЛТЕТ  
ДЕПАРТМАН ЗА ФИЗИКУ



# Активност индукована у фотонуклеарним реакцијама као могући индекс квалитета терапијског снопа х-зрачења

- дипломски рад -

Ментор: Др Миодраг Крмар

Кандидат: Никола Јованчевић

Нови Сад, 2006

## САДРЖАЈ

<b>УВОД</b> .....	3
<i>ГЛАВА I</i>	
<b>АКЦЕЛЕРАТОРИ</b> .....	4
1.1.) Линеарни акцелератори.....	4
1.1.2.) Акцелератори са погурним цевима.....	4
1.1.3.) Акцелератори са таласоводом.....	5
1.1.4.) Акцелераторски систем.....	9
<i>ГЛАВА II</i>	
<b>Х-ЗРАЧЕЊЕ</b> .....	13
2.1.) Закочно зрачење.....	14
<i>ГЛАВА III</i>	
<b>ФОТОНУКЛЕАРНЕ РЕАКЦИЈЕ</b> .....	22
3.1.) Апсорпција електромагнетног зрачења.....	23
3.2.) Дезинтеграција сложеног језгра.....	25
3.3.) Активација фотонуклеарном реакцијом.....	26
<i>ГЛАВА IV</i>	
<b>ОДРЕЂИВАЊЕ МАКСИМАЛНЕ ЕНЕРГИЈЕ ФОТОНА У СПЕКТРУ Х-ЗРАЧЕЊА ЛИНЕАРНОГ АКЦЕЛЕРАТОРА</b> .....	29
4.1.) Одређивање максималне енергије линеарних медицинских акцелератора мерењем процентуалне дубинске дозе.....	30
4.2.) Одређивање максималне енергије линеарних медицинских акцелератора применом метода фотоактивације.....	33
4.2.1.) Експериментални поступак.....	33
4.2.1.1.) Избор изотопа за активацију.....	33
4.2.1.1.a) <sup>55</sup> Mn.....	35
4.2.1.1.б) <sup>64</sup> Zn.....	36
4.2.1.2.) Озрачивање мете.....	39
4.2.1.3.) γ-спектоскопска мерења.....	39
4.2.1.3.a) Детекција γ-спектра <sup>63</sup> Zn.....	40

---

4.2.1.3.б) Детекција $\gamma$ -спектра $^{54}\text{Mn}$ .....	42
4.2.2.) Обрада резултата мерења.....	43
4.2.2.1.) Одређивање релативне ефикасности детектора ..	44
4.2.2.2.) Одређивање вероватноће нуклеарне реакције.....	45
4.2.3.) Израчунавање максималне енергије линеарних медицинских акцелератора применом метода фотоактивације....	47
4.2.3.1.) Процена грешке са којом је одређена максима енергија фотона.....	52
<b>ЗАКЉУЧАК</b> .....	54
<b>Списак коришћене литературе</b> .....	55
<b>Биографија</b> .....	57
<b>Докумантацијска информација</b> .....	58

## УВОД

Непосредно након Ренгеновог открића х-зрака 1895. године уочено је да они могу изазвати разне промене и оштетења на ткивима. Даљим истраживањима пронађен је начин примене х-зрачења у медицини, где се користи како у дијагностици тако и у терапији. Данас је радиациона терапија са јонизујућим зрачењем једна од главних метода за лечење канцерогених обољења.

Х-зрачење које се користи у медицини често се добија помоћу линеарних акцелератора. Наиме, електрони убрзани у акцелераторима ударају у мету при чему настаје закочно х-зрачење.

За успешну примену неопходно је добро познавати карактеристике коришћеног зрачења. Теоријско објашњење спектра закочног зрачења, засновано на квантној електродинамици, добијено је за танке мете. У терапијским акцелераторима х-зрачење се добија у дебелим метама, а затим се пропушта кроз низ филтера и колиматора што знатно мења облик спектра, због чега овако настали спектар није у потуности теоријски описан, па се експерименталним поступцима морају одредити његове особине. Међутим, због високих интезитета зрачења директно мерење спектра помоћу сцинтилационих или полупроводничких детектора није могуће, па се зато индиректним методама морају одређивати карактеристике х-зрачења. До сада је развијено неколико посредних начина мерења квалитета тераписког зрачења, а један од њих који је заснован на фотоакивацији биће претстављен у овом раду. Наиме, високо енергетско х-зрачење може изазвати фотонуклеарне реакције у озраченој мети, па настају радиоактивна језгра. Ова језгра се распадају и том приликом се емитује  $\gamma$ -зрачење, које се може лако детектовати.

Циљ овога рада је да се помоћу измерене активности одређеног узорка која је индукована у фотонуклеарним реакцијама одреди максимална енергија фотона у спектру х-зрачења, односно максимална енергија електрона убрзаних у акцелератору. Вредност максималне енергије може се сматрати важним индексом квалитета терапијског зрачења. Треба напоменути да призођачи акцелератора наводе номиналну максималну вредност енергије акцелератора која не мора бити тачна, па се тек мерењем одређује њена стварна вредност.

У овом експерименталном раду коришћен је линеарни акцелератор Varian 2100C енергије 15 MeV-а који се употребљава у Институту за онкологију у Сремској Каменици. Елементи који су употребљени као активациони детектори били су  $^{55}\text{Mn}$  и  $^{64}\text{Zn}$ , чијом фотоакивацијом типа ( $\gamma, n$ ) настају радионуклиди  $^{54}\text{Mn}$  и  $^{63}\text{Zn}$ . Детектовање радиоактивног зрачења ових изотопа обављено је у лабораторији за  $\gamma$ -спектроскопију малих активности која се налази на Департману за физику у Новом Саду.

Овај рад поред увода и закључка има четири делова. У I и II глави објашњен је принцип на коме функционишу линеарни акцелератори и претстављене су главне особине х-зрачења. Процеси фотонуклеарних реакција објашњени су у III глави. У IV поглављу приказана су два начина одређивања максималне енергије фотона у спектру х-зрачења. Један од њих је класичан и заснива се на мерењу процентуалне дубинске дозе, док се у другом користи ефекат фотоктивације.

# *Г л а в а I*

## **АКЦЕЛЕРАТОРИ**

Акцелератори су уређаји који служе за убрзавање честица. Њихов развој креће почетком двадесетог века. Усавршавањем направљени су акцелератори који се користе за проучавање структуре језгра и особина елементарних честица. Такође, ови уређаји почели су да се примењују и у другим областима као што је медицина.

Најчешће убрзане честице су електрони и језгра лаких елемената (протони, деутеријуми,  $\alpha$ -честице). Од недавно се убрзавају и тежа језгра (C, O, Be, Ne).

Акцелератори се могу поделити на две групе:

- 1.) акцелератори са континуалном струјом
- 2.) пулсирајући (радиофрекветни) акцелатори.

У другу групу спадају линеарни и орбитални акцелератори. Једини изузетак код ове поделе је бетатрон, који је орбитални акцелератор чији се излаз јевља у импулсима, мада не користи радиофрекветну акцелрацију.

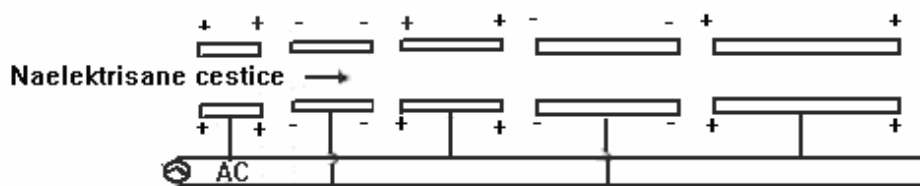
### **1.1. Линеарни акцелератори**

Линеарни акцелератори убрзавају наелектисане честице помоћу електричног поља дуж вакумске цеви. Електрично поље или прати честице у виду прогресивног талса (акцеларатори са таласоводом), или се јавља у правилним размацама, са тачно одређеним фазним односима, у низу међуелектродних отвора (акцелератори са погурним цевима). Акцелератор са таласоводом је изузетно погодан за убрзавање електрона, док се за теже нерелативистичке честице (протоне и тешке честице) користе акцелератори са погурним цевима.

Предности ове врсте акцелератора у односу на орбиталне је у томе што постижу велике брзине електрона без примене високих напона (па се не јавља проблем изолације) и дају лако приступачне снопове. Недостатак линеарних акцелератора је тај што њихова дефокусирајућа поља такође дефокусирају и сноп.

#### **1.1.1. Акцелератори са погурним цевима**

Овај тип акцелератора се састоји од низа проводних цеви прикључених на наизменичан напон напајања (слика 1.1).



Слика 1.1. Шема акцелератора са погурним цевима

Посматрајмо кретање позитивно наелектрисаних честица које путују дуж цеви. Оне ће бити убрзане с лева на десно ако пролазе кроз процеп између прве и друге цеви када је смер електричног поља као на слици 1.1. Ако је време потребно за пролазак честице кроз другу цев једнако половини периода наизменичног напајања, онда ће напон између друге и треће цеви, у тренутку наилаaska честице, бити такав да да ће се наставити њено убрзавање. На овај начин се честицама предаје енергија када пролазе кроз сваки од процепа у дугачкој серији проводних цеви. При конструкцији ових акцелератора мора се водити раћуна о повећању дужина сукцесивних цеви да би време проласка убрзаних честица између два процепа остало једнако половини периода наизменичног напајања.

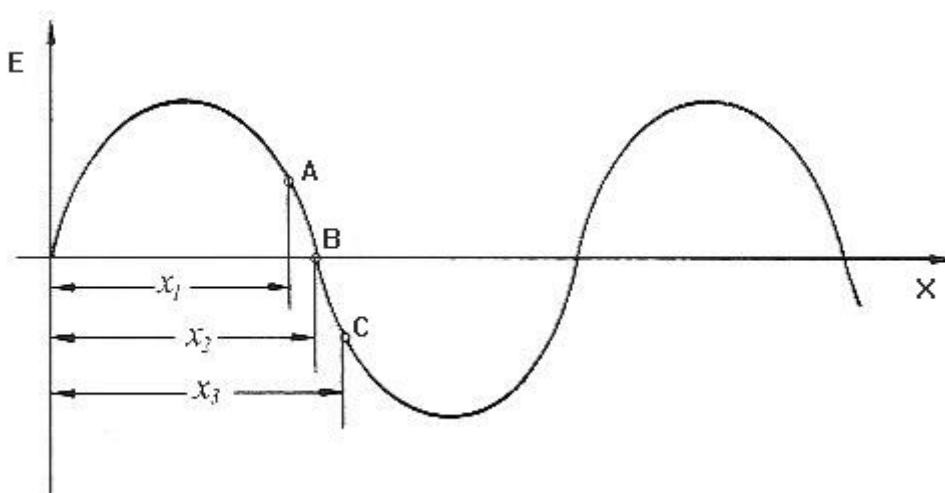
Акцелератори са погурним цевима нису погодни за убрзавање лаких честица (електрона) због великих брзина које постижу, па њихово убрзавање захтева коришћење прекомерно дугачких цеви.

### 1.1.2. Акцелератори са таласоводом

Ради бољег разумевања начина на који функционишу линеарни акцелератори са таласоводом неопходно је детаљније проучити дејство електромагнетног поља на наелектрисане честице. Помоћу акцелератора коришћеног у овом раду убрзавају се електрони.

Претпоставимо да се електромагнетни талас простире дуж једног правца  $x$ . На слици 1.2. је приказана дистрибуција јачине електричног поља овог таласа у одређеном тренутку времена.

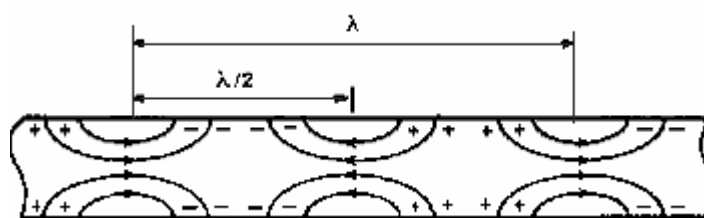
Електрично поље ће на електрон деловати силом  $F=eE$ , где је  $E$  јачина електромагнетног поља на месту где се електрон налази. Тако ће на електрон који се налази у тачки  $A$  на растојању  $x_1$  деловати сила која га убрзава. На електрон у тачки  $B$  на растојању  $x_2$  не делује сила јер је јачина поља на том месту једнак нули  $E=0$ . У тачки  $C$  на растојању  $x_3$  електрон ће бити убрзан али у супротном смеру у односу на електрон, са позиције  $x_1$  јер у тачки  $C$  електромагнетно поље има други смер. Сила електромагнетног поља дакле може саопштити електрону одређено убрзање и уколико се успе постићи да се електромагнетни талас креће у сваком тренутку истом брзином као и електрон, поље ће увек деловати истом силом на њега и константно га убрзавати. На овој чињеници се заснива принцип рада акцелератора са прогресивним таласом.



Слика 1.2. Дистрибуција електричног поља дуж једног правца у одређеном тренутку времена

Убрзавање електрона, да би било што ефикасније, одвија се у добро евакуисаној цеви кроз коју се простире електромагнетни талас. Ова цев се назива таласовод и главна је компонента ове врсте линеарних акцелератора.

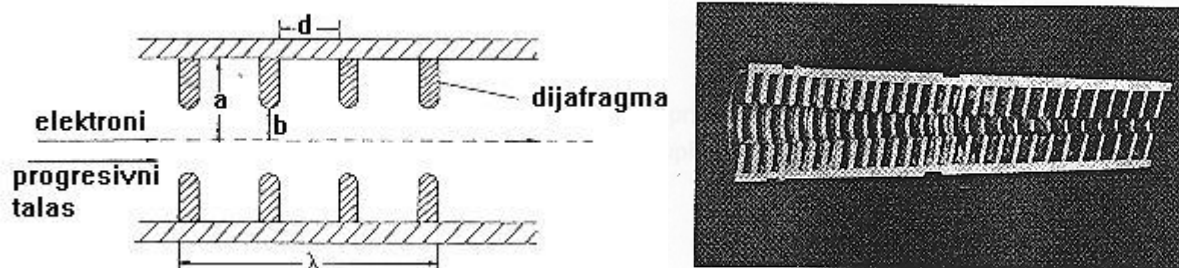
Електромагнетни талас се пропушта кроз једну такву цев која се састоји од проводних зидова и простире се дуж њене осе. На слици 1.3. је приказана расподела електричног поља дуж таласовода у одређеном тренутку и расподела наелектрисања које би индуковала такво поље. Магнетно поље које се у овом случају простире кружно и ортогонално у односу на осу не учествује директно у процесу убрзавања електрона па није ни приказано на слици 1.3.



Слика 1.3. Расподела наелектрисања и јачине електричног поља дуж таласовода

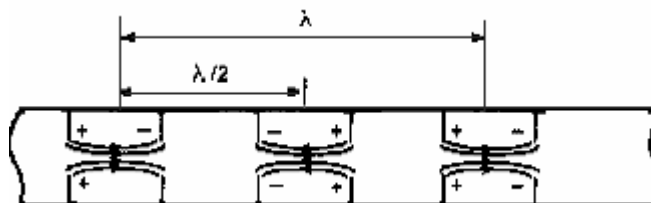
Ако таласовод као у овом случају има глатке зидове фазна брзина електричног поља (брзина његовог простирања) је већа од брзине светлости, због чега је не могуће на овакав начин континуално убрзавати електроне.

Да би се остварила контрола брзине преношења енергије таласа дуж датог правца, таласовод се дели у секције серијом бленди као на слици 1.4. Системом бленди се мења капацитивност по јединици дужине, а на тај начин се може подешавати брзина простирања електричног поља, те се постиже да она буде у сваком тренутку једнака брзини електрона. Електрони пролазе кроз отворе у центру бленди којима је таласовод издељен тако да чини серију цилиндричних шупљина пречника око 40 cm и дужине 2-3 cm.



Слика 1.4. Изглед таласовода подељеног серијом бленди

На слици 1.5. је дат просторни распоред електричног поља у једном тренутку времена дуж осе таласовода издељеног блендама и распоред наелектрисања које би индуковаало такво поље.



Слика 1.4. Дистрибуција електричног поља дуж таласовода издељеног блендама

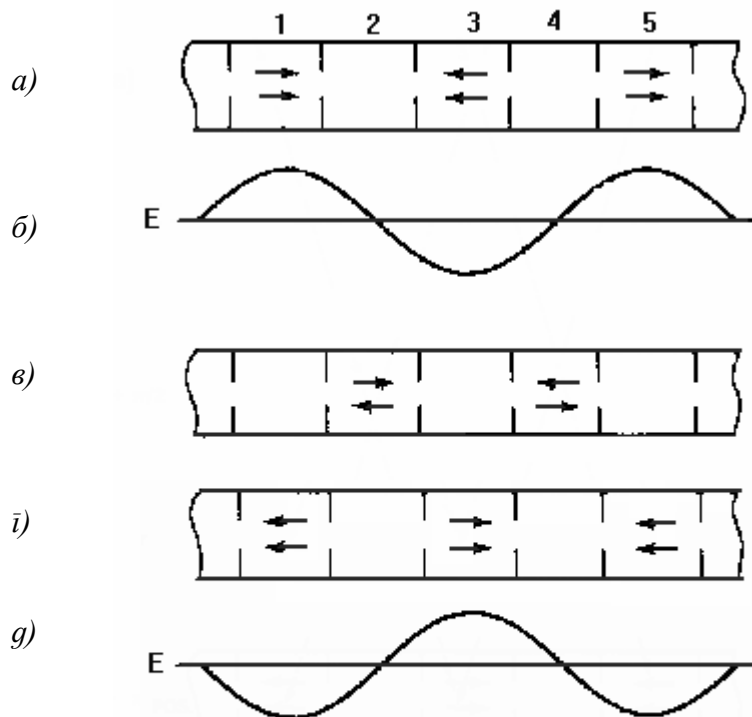
Електрично поље мења смер за сваку половину таласне дужине ( $\lambda/2$ ), па за једну пуну таласну дужину у овом случају су потребне четири шупљине. Смер поља се такође мења и у времену на сваких пола циклуса, а брзина ове временске промене одређена је фреквенцијом електромагнетног поља. На овај начин је постигнуто да се електромагнетни талас прогресивно помера дуж цеви брзином коју је могуће контролисати фреквенцијом и расподелом бленди. Тако се може добити брзина простирања електромагнетног таласа која је у сваком тренутку једнака брзини убрзаних електрона.

У таласоводу је могуће успоставити и стојећи електромагнетни талас. То ће се догодити ако се електромагнетни талас рефлектује од краја таласовода без губитака енергије. При таквом одбијању долази до промене фазе од  $\pi/2$  па ће се суперпозицијом упадног и рефлектованог таласа јавити стојећи талас.

На слици 1.6.б приказан је просторни распоред јачине стојећег електромагнетног поља таласа у току прве половине временског циклуса. За то време смер електричног поља у одређеним шупљинама биће као на слици 1.6.а. Видимо да је у шупљинама 2, 4 и 6 јачина поља  $E$  једнака нули (слика 1.6.г). У шупљинама 1 и 5 електрично поље има смер који је супротан у односу на смер поља у шупљини 3. Након половине периода доћи ће до промене смера електричног поља електромагнетног таласа што је приказано на слици 1.6.г па ће смер електричног поља у шупљинама 1, 3 и 5 бити као на слици 1.6.в док је у шупљинама 2, 4 и 6 јачина поља остала једнака нули. Због тога ако електрон за

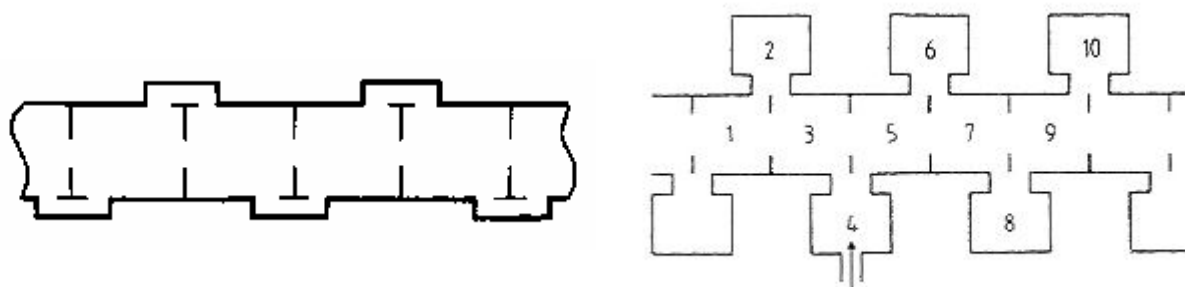


половину периода електромагнетног таласа стигне из 1. у 3. шупљину он ће наставити континуирано да се убрзава у истом смеру.



Слика 1.6. а) Приказ јачине електричног поља у шупљинама 1,3 и 5 у току прве половине периода. б) Дисрибуција јачине електричног поља електромагнетног таласа током прве половине периода. в) Приказ јачине електричног поља у шупљинама 2 и 4. г) Јачина електричног поља у шупљинама 1,3 и 5 током друге половине периода. д) Дисрибуција јачине електричног поља електромагнетног таласа током друге половине периода.

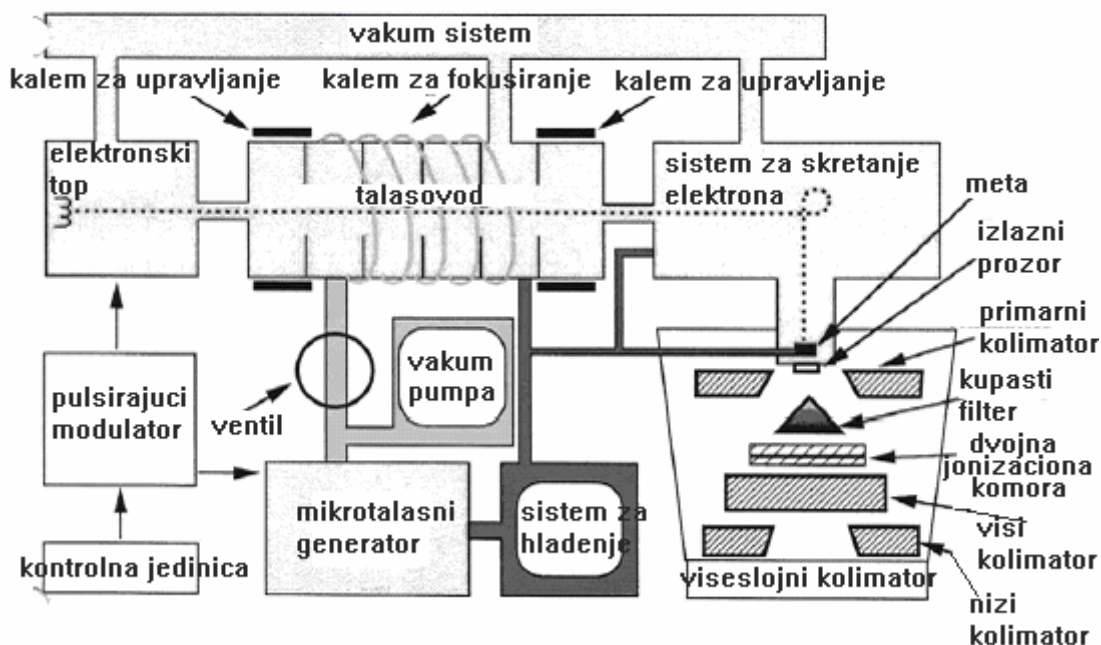
Како је у шупљинама 2, 4 и 6 јачина поља увек једнака нули у њима електрони не примају енергију. Ове шупљине се могу извући ван осе у страну (слика 1.7.), чиме се постиже знатно краћа дужина таласовода. Функција шупљина у којима је поље увек једнако нула је да проводе електормагнетни талас и на тај начин повежу две суседне шупљине у којима долази до убрзања електрона.



Слика 1.7. Шематски изглед таласовода

### 1.1.3. Акцелераторски систем

Шема акцелераторског систем приказана је на слици 1.8.



Слика 1.8. Шема акцелераторског система

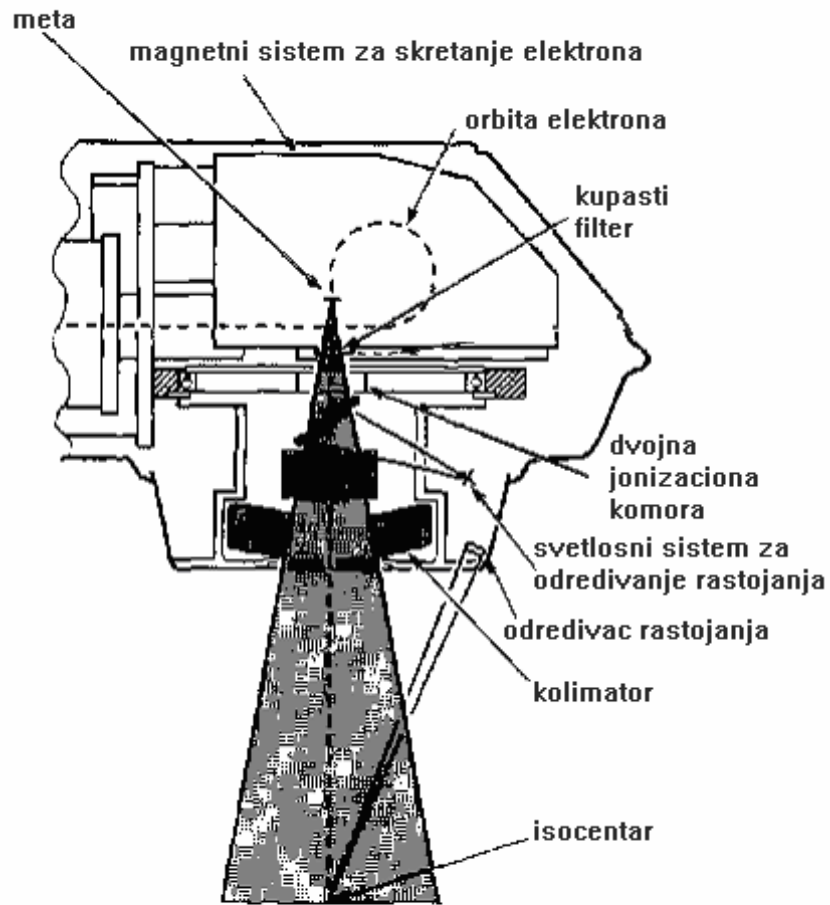
Главни део линеарног акцелератора са стојећим таласом је таласовод у коме се убрзавају наелектрисане честице. Таласоводна структура користи електромагнетне таласе фреквенције од 1000 до 10000 MHz. Ови таласи се добијају помоћу микроталасног генератора. Као генератор најчешће се употребљава магнетрон или клистрон. Цев таласовода мора бити добро евакуисана, а то се постиже вакум пумпом.

Електрично поље унутар таласовода поред аксијалне има и радијалну компоненту која расејава сноп. Због тога је акцелаторска цев обавијена калемом чије магнетно поље спречава дивергенцију наелектрисаних честица и тако боље фокусира сноп. Ови коленови се напајају посебним уређајем.

Акцелераторска структура се снабдева електронима из електронског топа. Улазна енергија електрона и електронска струја су строго контролисане величине. Електрони који су убачени у таласовод кад је микроталасно поље у позицији да обезбеђује позитивно убрзање електрона, биће прихваћени од стране поља. С друге стране, електрони инјектовани када је поље усмерено у супротном смеру биће успорени или ће променити правац кретања. Правовремено прихватање и убрзавање електрона од стране поља постиже се употребом модулата који напаја електронски топ и микроталасни генератор таласовода синхронизованим напонским импулсима.

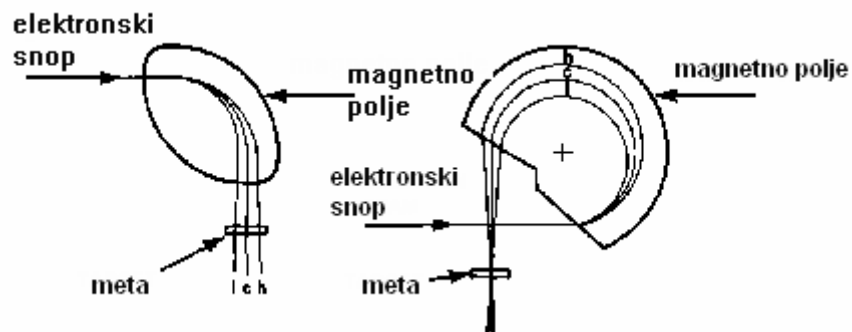
После процеса убрзавања електрони долазе до дела акцелератора који се назива акцелераторска глава (слика 1.9.) у коме се генерише x-зрачење. Акцелераторска глава се састоји из два дела. Први део је систем за скретање у коме се електрони раздвајају по енергијама, а други део је мета у коју ударају

електрони при чему настаје x-зречење. Такође, акцелераторску главу чини и систем колиматора којима се одређују карактеристике зрачења.

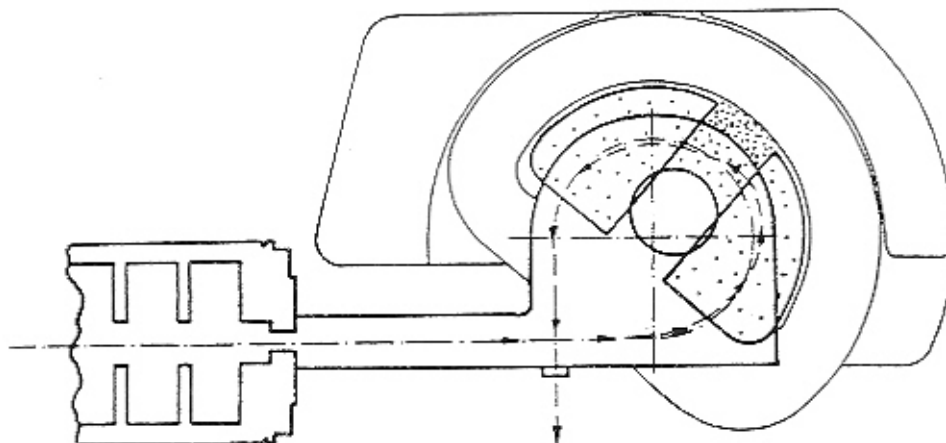


Слика 1.9. Шема акцелераторске главе

Након убрзавања електрони улазе у систем за скретање у којем скрећу за  $90^\circ$  или  $270^\circ$  од првобитног правца (слика 1.10.). У акцелератору коришћеном при овом експерименту електрони се скрећу за  $270^\circ$ , а то се остварује помоћу електромагнетних поља. Овај систем се састоји од централног нехомогеног магнетног поља окруженог са још два хомогена магнетна поља (слика 1.11.).



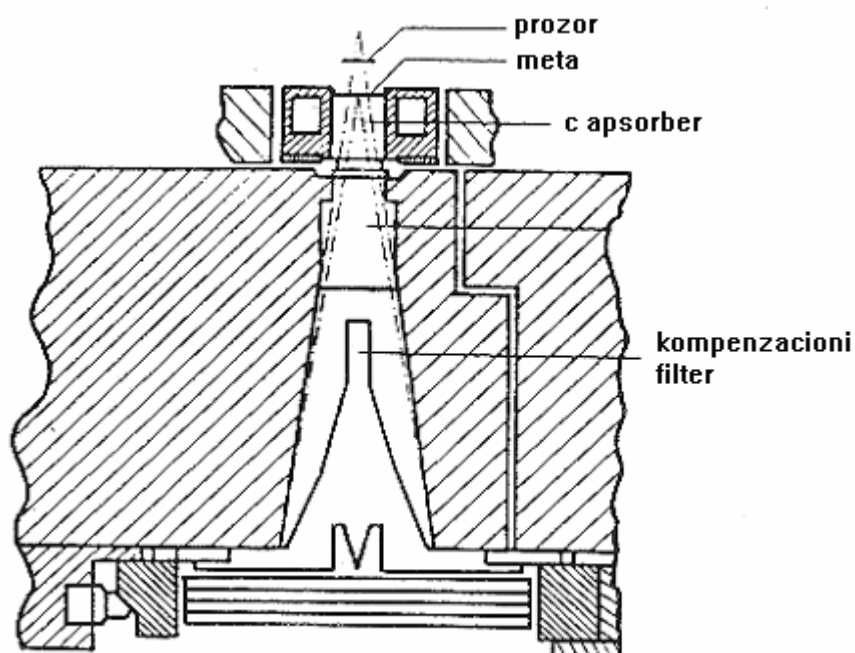
Слика 1.10. Скретање електронског снопа у глави акцелератора



Слика 1.11. Скретање електронског снопа у глави акцелератора коришћеног у овом експерименту

Електрон чија је енергија мало већа или мало мања од задате номиналне вредности бивају овим нехомогеним магнетним пољем скренуте тако да им се правац кретања на излазу у потпуности поклапа са правцем снопа електрона потребне енергије, док електрони са енергијом која се знатно разликује од тражене бивају механичким путем уклоњени из снопа.

Други део акцелераторске главе приказан је на слици 1.12. У њему се генерише закочно зрачење на таанкој мети од тешког метала, зато што интезитет закочног зрачења расте са порастом атомског броја. Код танких мета долази до појаве нежељеног проласка електрона. Ови електрони могу бити апсорбовани у материјалу малог атомског броја као на пример угњеник, при чему је произведено закочно зрачење занамарљиво.

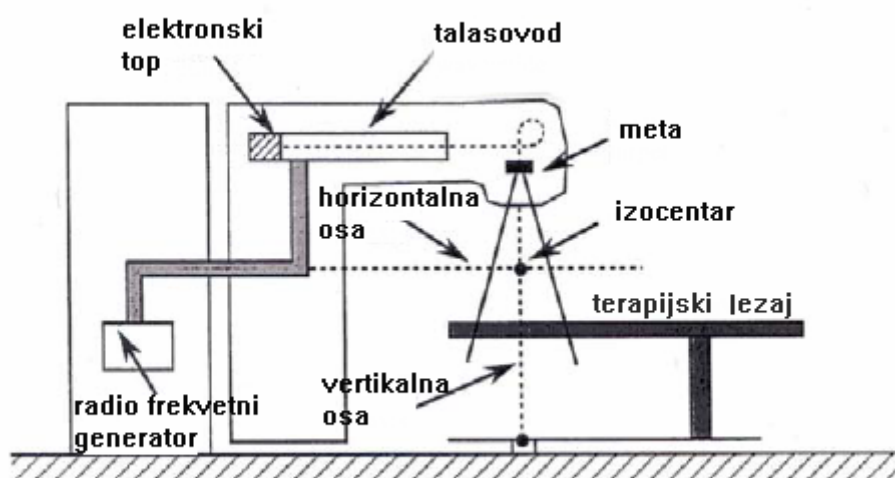


Слика 1.12. Излаз х-зрачења

У снопу x-зрачења који се користи у радиотерапији не треба да буде присутна мека компонента зрачења која није погодна и великом дозом оптерећује кожу и површинска ткива. Зато се нискоенергетска компонента x-зрачења елиминише применом филтера од алуминијума који добро апсорбује ово нежељено зрачење, а не утиче на интензитет високоенергетског дела спектра. У акцелераторској глави се налази и колиматор од легуре олова којим се постиже ограничење зрачења на жељене димензије.

Угаона зависност интензитета x-зрачења је таква да је зрачење усмерено напред и брзо опада са углом (слика 2.2.). Због ове расподеле зрачења и доза на одређеној површини не би била равномерна. Да би озрачивање одређене површине било хомогено потребно је извршити атенуацију зрачења и то на тај начин да слабљење буде све веће што се више прилази средини поља и оси снопа. То се постиже купастим атенуатором који се прави од материјала са довољно великим апсорпционим коефицијентом. Најчешће се ови филтери за изравњавање поља праве од челика и олова.

Све компоненте акцелераторског система, који се користи у медицинске сврхе, су међусобно повезани тако да је у зависности од потреба терапије могуће закретање акцелераторске главе, дефинисање отвора колиматора за добијање поља одговарајуће величине и подешавање растојања између мете и тераписког лежаја (слика 1.13).

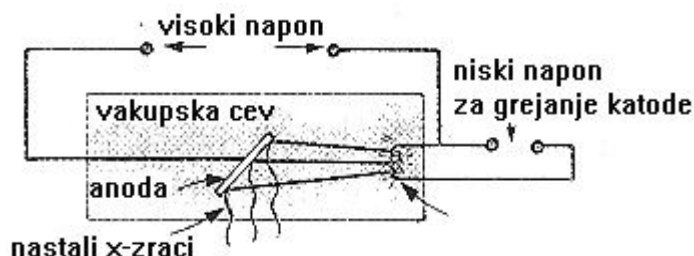


Слика 1.13. Експериментална конфигурација

## Глава II

### Х-ЗРАЧЕЊЕ

Х-зрачење је електромагнетно зрачење таласних дужина од 0.01 nm до 20 nm. Ово зрачење има велику продорну моћ и у супстанци може изазвати ефекте јонизације и флуоресценције. Х-зрачење је открио Röntgen 8. новембра 1895. године у Вүбургу (Баварска).



Слика 2.1. Вакумска цев

десетина киловолти, а затим ударају у аноду при чему настаје емисија зрачења. Дата површина аноде која се обично израђује од волфрама представља извор х-зрачења. Добијено зрачење није моноенергетско а интензитет му зависи од енергије електрона као и од атомског броја материјала мете тј. аноде. За добијање х-зрачења данас се користе и акцелератори (бетатрон, линеарни)

Х-зрачење може настати при интеракцији брзих честица са атомима, па је један од могућих начина његовог добијања помоћу високо евакуисаних електронских цеви. (слика 2.1.). У вакумским цевима електрони које емитује загрејана катода бивају убрзани разликом потенцијала од неколико потенцијала од неколико десетина киловолти, а затим ударају у аноду при чему настаје емисија зрачења. Дата површина аноде која се обично израђује од волфрама представља извор х-зрачења. Добијено зрачење није моноенергетско а интензитет му зависи од енергије електрона као и од атомског броја материјала мете тј. аноде. За добијање х-зрачења данас се користе и акцелератори (бетатрон, линеарни) помоћу којих се убрзавају електрони а онда се усмеравају ка мети на којој бивају заочени и при томе долази до емисије зрачења.

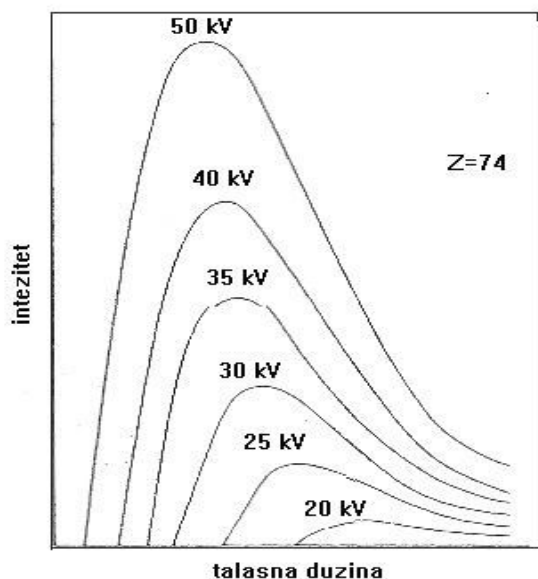


График 2.1. Континуални спектар х-зрачења

Спектар х-зрачења се састоји из континуалног дела који потиче од заочног зрачења и од дискретног дела који настаје карактеристичним зрачењем. Континуални део спектра (график 2.1.) поседује следеће особине:

- простира се на великом подручју таласних дужина;
- на страни краћих таласних дужина има максимум и стрмо се спушта према одређеној граничној таласној дужини;
- на страни већих таласних дужина опадање је постепено и ближи се нули.

## 2.1. Закочно зрачење

Из закона класичне електродинамике следи да ће свако наелектрисано тело које трпи убрзање (скрене са путање или му се промени брзина) емитовати електромагнетно зрачење чија је амплитуда пропорционална убрзању. До емисије оваквог зрачења може доћи ако наелектрисана честица улази у одређену супстанцу. При томе ће она интераговати са електонима и језгрима атома материјала кроз који пролази. Наелектрисане честице супстанце ће деловати Coulomb-овим електричним пољем које ће успоравати упадну честицу, па ће она емитовати зрачење. Због тога што се овакво зрачење емитује при заустављању оно је названо закочно зрачење.

Уколико је до убрзања честице масе  $m$  и наелектрисања  $z \cdot e$  дошло услед интеракције са електромагнетним пољем језгра наелектрисања  $Z \cdot e$  интезитет емитованог зрачења који је пропорционалан квадрату амплитуде мењаће се са:

$$\frac{Z^2 \cdot z^2}{m^2} \quad (2.1)$$

Како је интезитет емитованог зрачења обрнуто пропорционалан квадрату масе упадне честице протони и  $\alpha$ -честице емитоваће  $10^6$  пута мање зрачења од електрона. Због тога је ова појава први пут била откривена код електрона који убрзани удрју у аноду електронске цеви.

На убрзани електрон који улази у супстанцу, може деловати или електрично поље језгра или електрона. Вероватноћа за интеракцију електрона са пољем неког од орбиталних електрона атома мете је много мања од вероватноће за интеракцију са пољем језгра, па можемо сматрати да је настало зрачење послерица интеракције са пољем језгра атома мете.

График 2.1. показује како изгледа спектар закочног зрачења и на њему се запажа краткоталасна граница. Постојање ове граничне фреквенције није се могло објаснити у оквиру класичне електродинамике, него су се морали применити закони квантне теорије. Са становишта квантне механике енергија се може емитовати, преносити или апсорбовати само у виду кванта енергије који је сразмеран фреквенцији зрачења ( $E = h\nu$ , где је  $h$  Планкова константа). Тако и убрзана наелектрисана честица емитује зрачење у виду квантна енергије-фотона. С обзиром да енергетска стања слободне честице имају континуалну расподелу, она при интеракцији са електромагнетним пољем може емитовати било који део своје енергије од нуле до одређене максималне енергије која износи колико и њена кинетичка енергија ( $E_0$ ). Због тога је краткоталасна граница спектра закочног зрачења одређена максималном енергијом емитованог кванта:

$$h \cdot \frac{c}{\lambda_{\min}} = E_0 \quad (2.2)$$

Ако се за добијање закочног зрачења корисе електрони који су пре удара у мету убрзани потенцијалном разликом  $V$  они ће имати кинетичку енергију

$E = e \cdot V = \frac{h \cdot c}{\lambda_{\min}}$ , па ће краткоталасна граница бити дата изразом 2.3 који

је познат као Duan-Hunt-ов закон (у овом изразу замењене су бројне вредности константи  $h$ ,  $c$  и  $\lambda$ ):

$$\lambda_{\min} = \frac{1.2345}{V[kV]} [nm] \quad (2.3)$$

Енергетска дистрибуција спектра може се разматрати и у оквирима класичне и квантне теорије. Крамерс је 1923. године применио законе класичне електродинимике да би извео формулу за интезитет радијације. При томе је занемарио ефекат заклањања који се састоји у томе да орбитални електрони елемента са великим редним бројем смањују вредности потенцијала језгра што је посебно видљиво при нижим вредностима енергије упадног електрона, а то доводи до знатног смањења вероватноће емисије закочног зрачења.

Убрзање упадног електрона је дато у сваком тренутку као  $a = \frac{Z^2 \cdot e^2}{m \cdot r^2}$ ,

а поље као  $H = E = \frac{e \cdot a}{r \cdot c^2 \cdot \sin \theta}$ .

Интезитет радијације интегрисан по свим угловима даје укупан интезитет као функцију убрзања:

$$\int 12\pi^2 \sin \theta d\theta = \frac{2 \cdot e^2 \cdot a^2}{3 \cdot c^2} \quad (2.4)$$

Стављајући високо енергетску границу у тачку у којој је  $h \cdot \nu = e \cdot V$  (где је  $V$  разлика потенцијала којом је убрзан електрон), у сагласности са захтевима кванто-механичке теорије, Крамерс је добио за интезитет у фрекветном интервалу  $d\nu$ :

$$I_\nu d\nu dx = \frac{32\pi^2}{3\sqrt{3}} \cdot \frac{Z^2 e^6 n dx d\nu}{c^3 m^2 \nu^2} \quad (2.5)$$

За ниске енергије узевши да је енергија електрона  $E = e \cdot V$  једнака  $\frac{1}{2} m \nu^2$ , Крамерс-ово решење је следећег израза облика:

$$I_\nu d\nu dx = \frac{16\pi^2}{3\sqrt{3}} \cdot \frac{Z^2 e^5 n dx d\nu}{c^3 m^2 V} \quad (\text{када је } \nu \leq \nu_{\max})$$

$$I_\nu = 0 \quad (\text{када је } \nu \geq \nu_{\max}) \quad (2.6)$$

Израз 2.6 представља интезитет радијације у одређеном интервалу фреквенције  $d\nu$  коју емитује електрон убрзан разликом потенцијала  $V$  и који пада на мету у којој се налази  $n$  атома по јединици запремине. Основне одлике формуле су директна зависност интезитет од  $Z^2$  и обрнута пропорционалност



са  $V$ . Такође се види са ће интезитет бити утолико већи уколико је маса  $m$  убрзане честице мања.

Квантно-механичким приступом добија се другачији израз за енергетску дистрибуцију спектра. По овој теорији упадни електрон представљен равним таласом улази у поље језгра, расејава се и том приликом постоји мала али коначна вероватноћа да дође до емитовања фотона. Вероватноћу да се ова појава одигра за један електрон и на једном атому даје ефикасни пресек који се по квантно-механичком формализму дефинише као:

$$d\sigma = \frac{137r_0^2}{(2\pi)^2} \cdot \frac{p_e E_0 E_e}{p_0} \cdot \left| \int \psi_j^*(\lambda \cdot \alpha) e^{-ikr} \psi_i d\tau \right|^2 EdE d\Omega_k d\Omega_p \quad (2.7)$$

где су:  $E_0$ ,  $E_e$ ,  $p_0$  и  $p_e$  енергије и импулси електрона пре и после интеракције у  $m_0c^2$  и  $m_0c$  јединицама,  $r_0$  класични електронски радијус,  $E = h\nu$  енергија емитованог фотона,  $d\Omega_p$  и  $d\Omega_k$  диференцијални просторни углови у правцу кретања фотон и електрона,  $\lambda$  јединични поларизациони вектор фотона,  $d\tau$  елемент запремине,  $r$  радијус вектор од центра у јединицама Compton-ове таласне дужине,  $\alpha$  Dirac-ова матрица и  $\psi_i$  и  $\psi_j$  Dirac-ове таласне функције почетног и крајњег стања електрона.

Разлика између квантно-механичког и класичног приступа у објашњењу појаве закочног зрачења је у томе што класична електродинамичка тврдња да ће честица увек емитовати зрачење када има убрзање, док квантна теорија предвиђа само одређену вероватноћу да дође до емисије зрачења. Ова вероватноћа је углавном толико мала да у највећем броју случајева и не долази до настанка фотона већ се само одиграва еластично расејање.

При одређивању израза за ефикасни пресек методама квантне механике потребно је пронаћи одговарајући облик таласне функције која ће добро описати упадни убрзани електрон у Coulomb-овом пољу језгра, тј. мора се водити рачуна о ефекту заклањања поља језгра орбиталним електрона, а за више енергије треба узети у обзир и релативистичке ефекте.

Први нерелативистички израз за ефективни пресек добио је Sommerfeld, а после су га допунили Bethe и Heitler коришћењем Born-ове апроксимације  $\left( \frac{Z \cdot e^2}{h \cdot v} \ll 1 \right)$ . При добијању ових израза за брзине честица које су још нерелативистичке са  $\frac{Z \cdot e^2}{h \cdot v} < 1$  неопходно је водити рачуна о законима одржања енергије и инпулса:

$$E_0 = E + h \cdot \nu ; Q^2 = (p - p' - p'')^2 \approx (p - p')^2 \quad (2.8)$$

где су  $E_0$ ,  $p$  – енергија и импулс упадног електрона,  $E$  и  $p'$  – енергија и импулс излазног електрона, а  $Q$  је момент центра расејања. Интеграцијом по свим просторним угловима Bethe и Heitler добили су следећи израз:

$$\frac{d\sigma}{dE} = \frac{16}{3} \cdot \frac{Z^2 r_0^2}{137} \cdot \frac{1}{\beta^2} \cdot \frac{1}{E} \ln \left( \frac{(\sqrt{E_0} - \sqrt{E_0 - E})^2}{E} \right) \quad (2.9)$$

где је  $\beta=v/c$  а  $v$  је брзина упадног електрона.

За релативистички случај до израза за ефикасни пресек су дошли Bethe и Heitler коришћењем Sommerfeld–Maue–ове релативистичке таласне функције Born–ове апроксимације и Dirac–ове релативистичке теорије. За екстремни релативистички случај када упадни електрони имају енергију реда величине неколико MeV-а или чак неколико десетина MeV-а Bethe и Heitler су добили следећи израз:

$$\frac{d\sigma}{dE} = \frac{4Z^2 r_0^2}{137} \cdot \frac{1}{E} \cdot \left[ 1 + \left( \frac{E_e}{E_0} \right) - \frac{2}{3} \cdot \frac{E_e}{E_0} \right] \cdot \left( \ln \frac{2E_e E_0}{E} - \frac{1}{2} \right) \quad (2.10)$$

Приликом извођења ове формуле (2.10) водило се рачуна да границе очувања енергије морају бити модификоване.  $E_{\max}$  не може више бити кинематичка, него  $E_{\max} = m \cdot c^2$ , док се моменти фотона у овом случају не смеју занемарити.

У изразима 2.9 и 2.10 заклањање језгра орбиталним електронима није узето у обзир. Међутим, ова појава има утицај на диференцијални ефикасни пресек и то поготово на енергијама мањи од 10 keV и већим од 10 MeV. Тада може доћи и до емитовања фотона електромагнетног зрачења и на већој дистанци од атомског језгра, јер је оно окружено орбиталним електронима па се ствара знатно компликованији потенцијал.

За екстреман релативистички случај Schiff је извео израза за диференцијални ефикасни пресек емитовања закочног зрачења узимајући у обзир и заклањање. Он је претпоставио да би се атомски потенцијал одговоран за заклањање могао представити изразом:

$$\frac{Z \cdot e}{r} \cdot e^{-\frac{r}{a}} \quad (2.11)$$

где је  $a$  константа инверзно пропорционална кубном корену атомског броја  $Z$ , а  $r$  дистанца од језгра.

Узимајући апроксимацију потенцијала у облику израза 2.11 добијен је следећи резултат:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dE} = & \frac{2Z^2 r_0^2}{137} \cdot \frac{1}{E} \cdot \left\{ \left[ 1 + \left( \frac{E_e}{E_0} \right) - \frac{2}{3} \cdot \frac{E_e}{E_0} \right] \cdot \left[ \ln M(0) + 1 - \frac{2}{b} \cdot \arctg(b) \right] + \right. \\ & \left. + \frac{E_e}{E_0} \cdot \left[ \frac{2}{b^2} \ln(1+b^2) + \frac{4(2-b^2)}{3b^3} \arctg(b) - \frac{8}{3b^2} + \frac{2}{9} \right] \right\} \quad (2.12) \end{aligned}$$

где је:  $b = \frac{2E_0E_eZ^{1/3}}{111E}$ ,  $\frac{1}{M(0)} = \left(\frac{E}{2E_0E_e}\right)^2 + \left(\frac{Z^{1/3}}{111}\right)^2$ ,  $Z$  је редни број материјала мете,  $E$  енергија фотона,  $E_e$  енергија електрона после емисије фотона енергије  $E$  а  $E_0$  је максимална укупна енергија упадног електрона.

Енергетска зависност интензитета емитованог зрачења може се изразити из формула 2.9, 2.10 и 2.12 као:

$$\frac{di}{dE} = \frac{d\sigma}{dE} E \quad (2.13)$$

што представља везу између вероватноће емитовања фотона одређене енергије и интензитета емитованог зрачења по једном упадном електрону и једном језгру мете. На грфику 2.2. дата је енергетска зависност релативног интензитета емитованог зрачења.

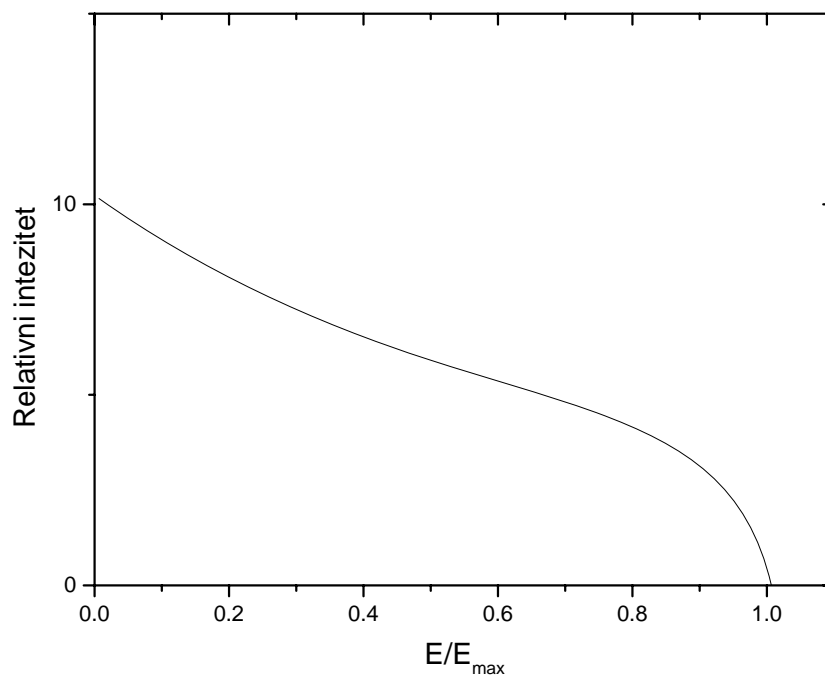
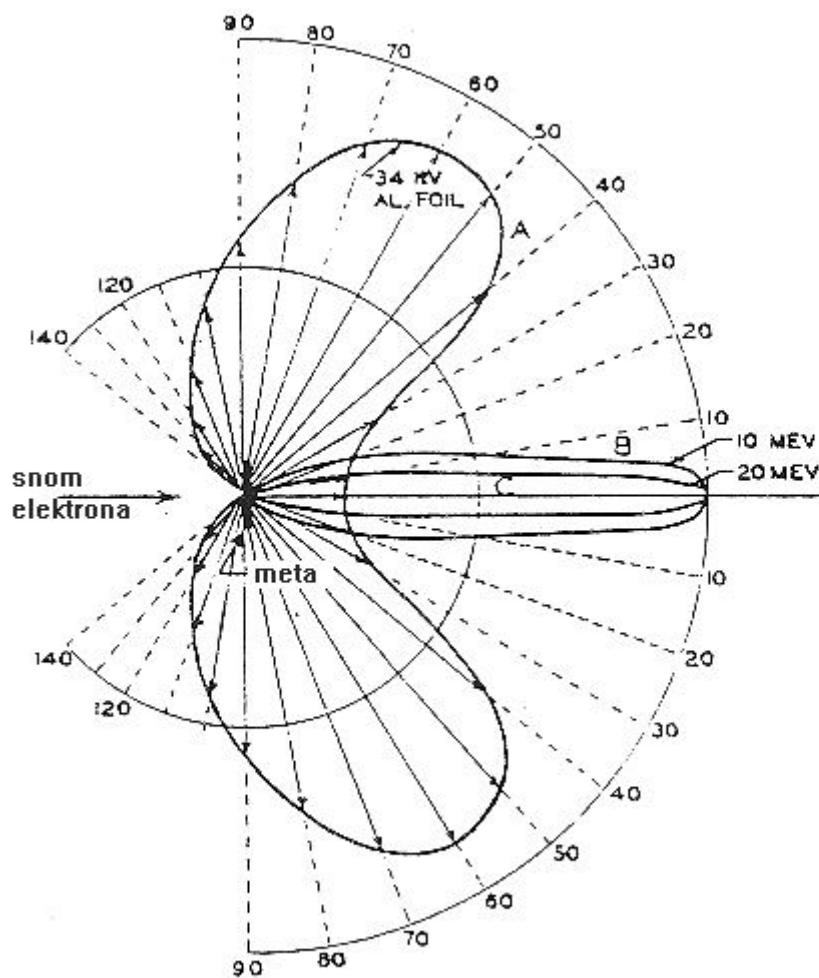


График 2.2. Енергетски спектар интензитета х-зрачења за енергију претстављен у релативним јединицама

Емитовано електромагнетно зрачење има угаону дистрибуцију која је зависна од енергије. За мале енергије реда величине електронволта емитовано зрачење је усмерено под великом углом, око 80 до 90 степени у односу на правац упадног електрона. Овај угао се смањује са повећањем енергије и код зрачења реда величине MeV-а највећи број фотона је уско усмерен у правцу упадног електрона. На слици 2.2. је приказана угаона дистрибуција зрачења при мањим и већим енергијама.



Слика 2.2. Угаона дистрибуција закочног зрачења

Оваква угаона расподела интензитета зрачења последица је закона одржања енергије и импулса. Наиме, у радијативном судару почетни момент упадног електрона се деле на моменте три честице: резидуалног електрона, атомског језгра и фотона. Зато импулс фотона може имати различите правце и вредности.

Формуле 2.9 2.10 и 2.12 које су овде приказане и којима је описана дистрибуција интензитета зрачења изведене су за танке мете. Под појмом танке мете подразумева се слој материјала великог атомског броја и довољно мале дебљине тако да расејања и губици енергије упадних електрона буду занемарљиви и да приликом проласка кроз мету електрон доживи само једну интеракцију у којој долази до емисије фотона, а апсорпција насталог  $x$  зарчења у мети такође је занемарљива.

Да би се објаснила емисија зрачења у дебелим метама може се применити израз који је извео Kramers у оквиру класичне електродинамике. Интеграцијом формуле 2.6 по свим фреквенцијама добија се:

$$I_\nu dx = \frac{16\pi^2}{3\sqrt{3}} \cdot \frac{Z^2 e^5 n dx}{c^3 m^2 V} \tag{2.14}$$

Из овог изрза се види да је интензитет зрачења константан за цео спектар добијен на танкој мети као што је приказано на графику 2.3. у интервалу  $0 \leq h\nu \leq h\nu_{\max}$  при енергији упадног електрона од  $E \ll mc^2$ .

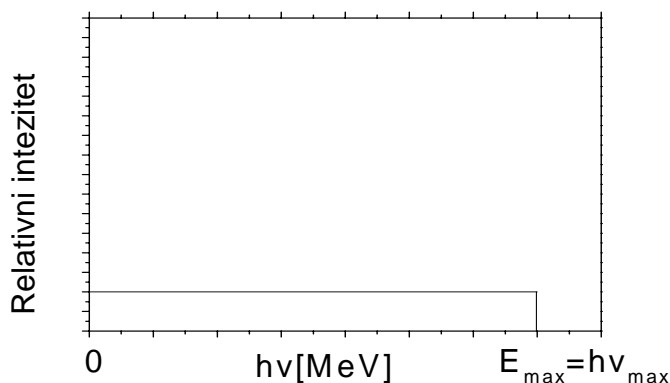


График 2.3. Спектар интензитета зрачења који описује израз 3.14

Дебела мета се може сматрати системом наслаганих танких мета. Сноп електрона који пада на први слој дебеле мете са енергијом  $E_i$  генерисаће х-зрачење при чему му енергија опадне за  $\Delta E$ . У други слој улазе електрони са енергијом  $E'_i = E_i - \Delta E$ , а та енергија се после емисије зрачења смањи за  $\Delta E''$  и тако се даље понавља у сваком следећем слоју мете (график 2.4.) због тога се за спектралну дистрибуцију дебеле мете добија:

$$dI = const Z(\nu_{\max} - \nu) d\nu \tag{2.15}$$

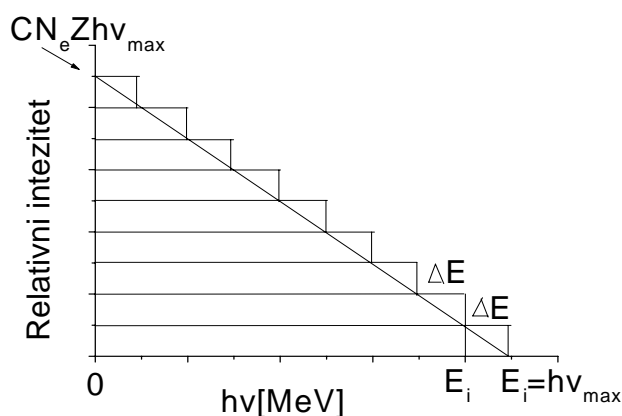


График 2.4. Расподела интензитета зрачења у случају дебеле мете

Интеграцијом израза 2.15. по свим фреквенцијама у границама од  $\nu = 0$  до  $\nu_{\max} = \frac{E}{h}$  долази се израза за укупни интезитет закочног зрачења по упадном електрону:

$$I = kZE_i^2 \quad (2.16)$$

Формула 2.16 дакле представља апроксимацију интезитета зрачења за дебеле мете, а добијена је применом резултата класичне електродинамике.

У случају дебеле мете треба узети у обзир и ефекат апсорпције закочног зрачења у самој мети са високим редним бројем, због чега долази до смањења интезитета нискоенергетског зрачења.

На графику 2.5. приказана је енергетска зависност интезитета закочног зрачења дебеле мете од волфрама за електроне енергије 11.3 MeV. Дате тачке на графику представљају резултате мерења Compton-ским спектрометром. Пуна линија представља теоријску криву по Bethe-Heitler-овом обрасцу и Born-овој апроксимацији за танку мету, кориговану за апсорпцију мете кроз коју зрачење пролази. Испрекиданим линијама су означене теоријске криве за волфамске мете дебљине 0.25 mm и 0.5 mm. Са графика 2.5. се види знатно опадање интезитета закочног зрачења на ниским енергијама због апсорпције. Такође се запажа добро слагање између теоријских вредности за танке мете и експерименталних вредности за дебеле мете при енергији изнад 8 MeV-а. Теоријски изрази за ефикасне пресеке закочног зрачења насталог на дебелој мети добијени су и полазећи од Schiff-ове формуле која је коригована за атенуацију у слоју материјала од кога је сачињена мета дебелом као и сама мета. Добијени резултати су слични приказаним на графику 2.5.

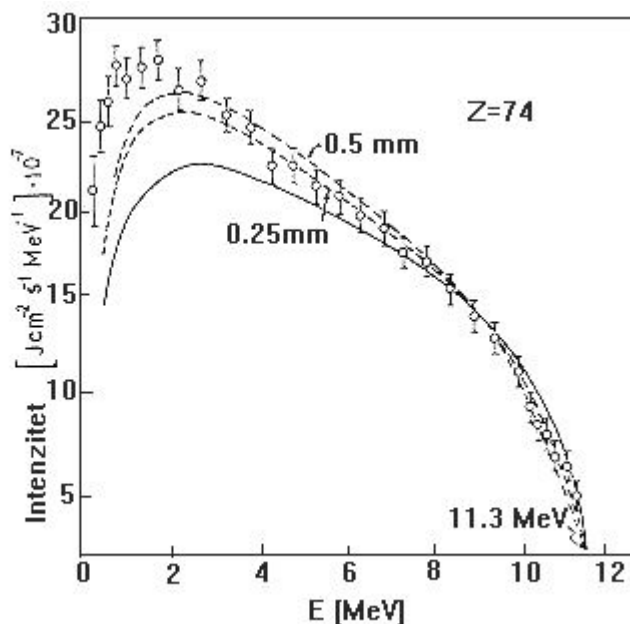
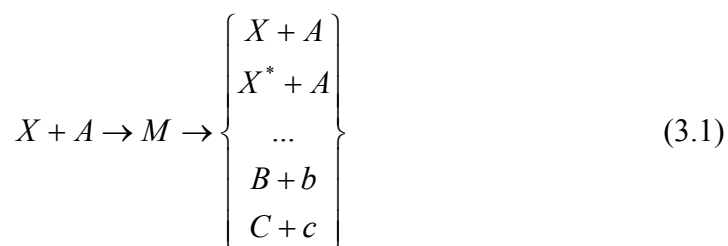


График 2.5. Енергетски спектар интезитета закочног зрачења дебеле мете

## Глава III

### ФОТОНУКЛЕАРНЕ РЕАКЦИЈЕ

Ток једне нуклеарне реакције се може представити релацијом:



где је  $X$ -језгро,  $A$ -честица одређене енергије са којом се бомбардује језгро, а  $M$  је сложено језгро. Систем  $M$  се може даље различитим начинима распасти на продукте реакције. Сваки од тих могућих начина распада међуфазе  $M$  назива се каналом нуклеарне реакције.

У случају фотонуклеарних реакција  $A$  је квант електромагнетног зрачења, док као продукти реакција из језгра се могу издвојити неутрони, протони,  $\alpha$ -честице,  $\gamma$ -кванти итд. Дакле фотонуклеарне реакције настају када се из језгра  $\gamma$ -зрачењем избацују честице. Због аналогије са атомским фотоефектом фотонуклеарне реакције се често називају и нуклеарним фотоефектом.

Експериментална истраживања су показала да у нуклеарним реакцијама важе закони одржања наелектрисања и броја нуклеона, импулса, енергије, момента импулса и парности.

Нуклеарне реакције (па самим тим и фотонуклеарне реакције) могу се објаснити коришћењем модела нуклеарних реакција. Најосновнији модел је Weiskopf-ов по коме се предпоставља да упадна честица (пројектил) види језгро (мету) као област просторног наелектрисања описаним са одређеним потенцијалом и одговарајућим апсорпционим коефицијентом. На овакву потенцијалу честица се може еластично и нееластично расејати при чему се могу индуковати одређене нуклеарне реакције.

Нееластично ресејање се може испољити на два начина: у виду директних нуклеарних реакција и у виду формирања сложеног језгра. У случају директне интеракције честице и нуклеону унутар језгра, пројектил предаје део своје енергије директно нуклеону и диже га у више енергетско стање, а преостали део енергије довољан је да честица напусти језгро. У случају формирања сложеног језгра честица пројектил предаје целокупну енергију језгру и остаје заробљена у њему преводећи га у побуђено стање.

N. Bohr је развио теорију која претпоставља формирање сложеног језгра при нееластичном расејању и она се употребљава за објашњење

фотонуклеарних реакција. По овој Bohr-овој теорији цео процес интеракције пројектила и језгра се може поделити на две етапе:

- 1.) Апсорпција  $\gamma$ -кванта при чему се формира сложено језгро;
- 2.) Распад сложеног језгра кроз различите канале.

Ефикасни пресек за овај процес се може математички приказати изразом:

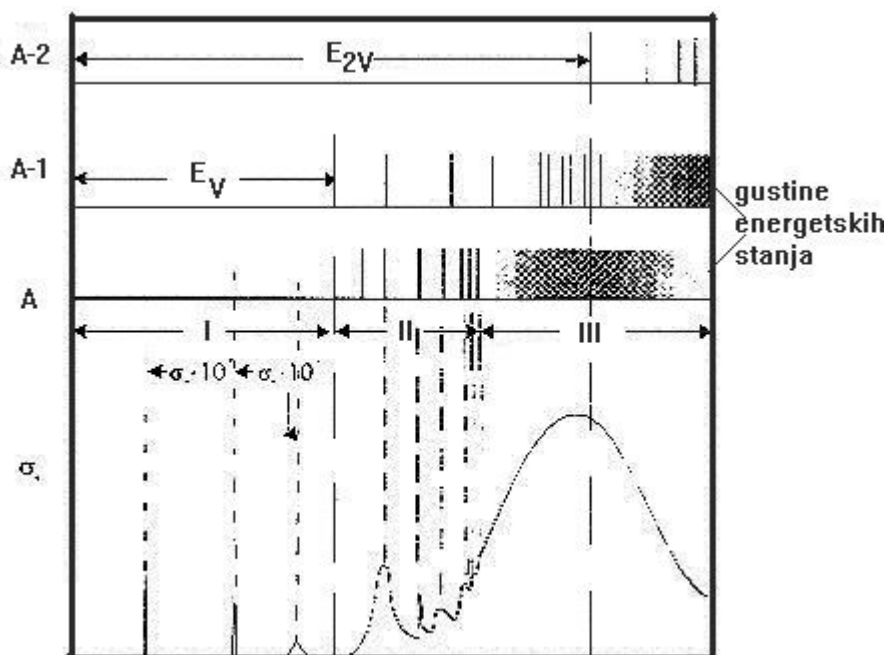
$$\sigma(A, B) = \sigma_c(A) \cdot G_B \quad (3.2)$$

где је  $\sigma_c(A)$  ефикасни пресек за апсорпцију честице ( $A$  је за фотонуклеарне реакције квант зрачења) тј. вероватноћа стварања сложеног језгра, а  $G_B$  је бездимензални број и представља вероватноћу да се сложено језгро распадне емитовањем честице  $B$ .

По Bohr-овој претпоставци када се једном формира сложено језгро оно се распадне преко различитих канала независно од начина настанка. Код фотонуклеарних реакција највећа је вероватноћа да се емитује неутрон (тј. да дође до  $(\gamma, n)$  нуклеарне реакције). Вероватноћа за емитовање протона је знатно мања због Coulomb-ове баријере, а језгро се може распасти и емисијом  $\alpha$ -честице. За више енергије побуде (20 MeV) могуће су и  $(\gamma, 2n)$ ,  $(\gamma, np)$ ,  $(\gamma, 2p)$  и  $(\gamma, 3n)$  реакције. Постоји одређена вероватноћа да се језгро распадне и емисијом радијације, али је она знатно мања од вероватноћа за емисију честице. Фотоактивацијом је код тежих језгара могуће изазвати и фисију.

### 3.1. Апсорпција кванто електромагнетног зрачења и формирање сложеног језгра

Ефикасни пресек за апсорпцију кванта електромагнетног зрачења од стране језгра зависи од карактеристика језгра на коме се дешава фотонуклеарна реакција и таласне дужине зрачења. Ова зависност је приказана на слици 3.1.





Слика 3.1. Апсорпциони ефикасни пресек за идеализовано језгро

На слици 3.1. уочавају се три области у којима ефикасни пресек има различите карактеристике. У првој области упадни фотони имају енергије које су ниже од енергије везе нуклеона у језгру  $E_T$  па фотони зрачења могу доживети или Томпсоново расејање или могу изазвати екситацију језгра до дискретних нивоа. На делу у области II енергија зрачења је већа од енергије везе нуклеона и оно изазива побуђивање језгра у виша енергетска стања. Даљим повећањем енергије зрачења (област III), апсорпциони пресек се може претставити глатком кривом. На око 20 MeV-а у трећој области налази се максимум апсорпције који се зове гиганска резонанца а положај пика му је одређен са полуемиријском формулом:

$$E_{MAX} = 80 / A^{1/3} \quad (3.3)$$

где је А атомски број језгра на коме се дешава апсорпција.

Постојање глатке криве у областима II и III последица је расподеле енергетских стања језгра и особина зрачења. Наиме, са повећањем енергије нивоа језгра повећава се густина енергетских стања тј. ширине енергетских нивоа постоју веће од њиховог међусобног растојања па долази до преклапања ових нивоа. Зрачење којим се изазивају фотонуклеарне реакције је континуално, чак и  $\gamma$ -зрачење није строго монохроматско већ има изванредан интервал  $\Delta E$  велик у односу на енергетска растојања нивоа језгра. Због тога ако је енергија побуде довољно велика, при апсорпцији зрачења неће доћи до појединачних резонантних ефеката већ се јавља велики број малих резонанци, што ће довести до тога да је крива која показује зависност  $\sigma$  од Е глатка.

До емисије честице након апсорпције фотона зрачења долази у областима II и III (слика 3.1.) јер је у њима енергија фотона који се апсорбује већа од енергије везе нуклеона у језгру.

Механизам предаје електромагнетног зрачења језгру објашњава се претпоставком да је електромагнетно зрачење, које је довољно мале таласне дужине реда величине димензија језгра, у интеракцији са језгром изазвало колективно кретање свих протона у односу на неутроне. То ће проузроковати стварања електричног диполног момента, након чега језгро почиње да осцилује. До оваквог објашњења први су независно дошли Migdal и Goldhaber и Teler. Да би се израчунала фреквенција насталих осцилација у језгру, може се поћи од класичног хидродинамичког модела језгра. Овај модел третира протоне и неутроне као два нестишљива флуида у језгру која су међусобно измешана. На основу закона хидродинамике израчунава се фреквенција осцилована ова два флуида и пораст осцилаторне енергије језгра до које долази услед промене облика језгра.

На графику 3.2. дат је приказ зависности апсорпционог пресека од енергије као и појединачни доприноси диполне, квадруполне и магнетне диполне радијације у укупном апсорпционом пресеку. Код већине језгара највећи допринос апсорпције даје електрична диполна апсорпција. График 3.2. је добијен на основу теоријских предвиђања и статистике тако да су могуће бројне флукуације за различита језгра.

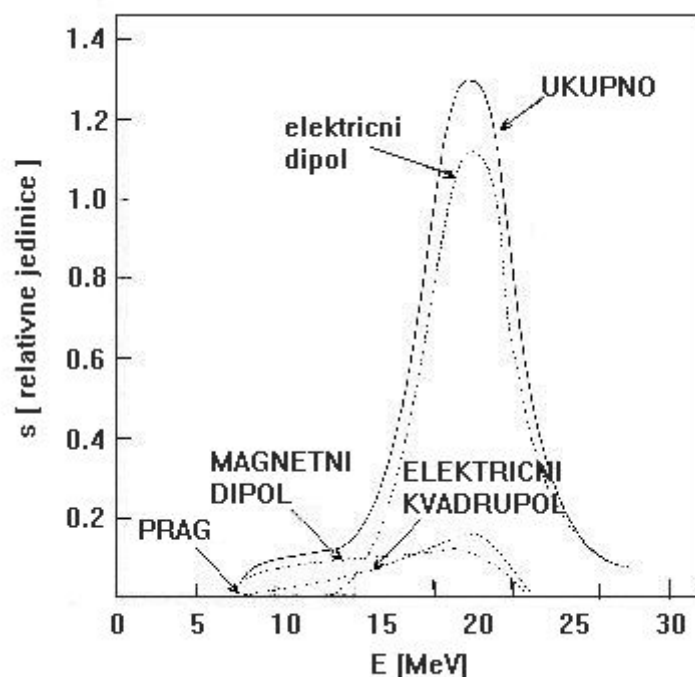


График 3.2. Утицај E1, E2 и M1 радијације на апсорпциони пресек

### 3.2. Дезинтеграција сложеног језгра

Сложено језгро живи релативно кратко након чега се распада при чему настаје ново језгро и емитује се честица. Дезинтеграција сложеног језгра по Bohr-овој теорији зависи од његове енергије, али не и од начина на који је настао.

При распаду сложеног језгра важе сва селекциона правила за момент импулса и парност. Ова чињеница је експериментално проверена посматрањем фотодезинтеграције лаких језгара, где је на високим енергијама могуће уочити раздвајање енергетских нивоа. Код тежих језгара није могуће утврдити која су појединачна стања побуђена јер долази до преклапања енергетских нивоа. Због тога је код тежих језгара могуће само извршити усредњавање преко свих стања побуђеног језгра и продуката реакције и одредити само вероватноћу да се неки процес одигра. Тако се теоријски добија униформна угаона дистрибуција емитованих честица, а то је и експериментално потврђено.

Процес дезинтеграције сложеног језгра може се објаснити тако што ће се предпоставити да је нуклеарна материја састављена од честица између којих постоји јака интеракција. Тада честице могу брзо да размењују енергију као капи у неком квантном-механичком флуиду. Након што спољашња честица преда енергију језгру са којим интерагује, сваки нуклеон добија део те енергије, али у количини која није довољна да напусти језгро. Услед интеракције између нуклеона постоји извесна вероватноћа да неки од нуклеона добије довољну енергију да би напустио језгро смањујући му на тај начин енергију побуде.

Највероватнији је распад сложеног језгра емисијом неутрона. На графику 3.3. приказан је спектар емитованих неутрона и протона након дезинтеграције сложеног језгра. Примећује се да емитовани неутрони имају Maxwell-ову расподелу по енергијама, а положај максимума расподеле је на 1 до 2 MeV-а и зависи од нуклеарне температуре. Број емитованих протона, упркос чињеници да треба да савладају Coulomb-ову баријеру да би изашли из језгра, већи је од претпостављеног што значи да постоји још неки механизам интеракције фотона и језгра. На графику 3.3 се види да је максимум емисије протона на већим енергијама него максимум емисије неутрона.

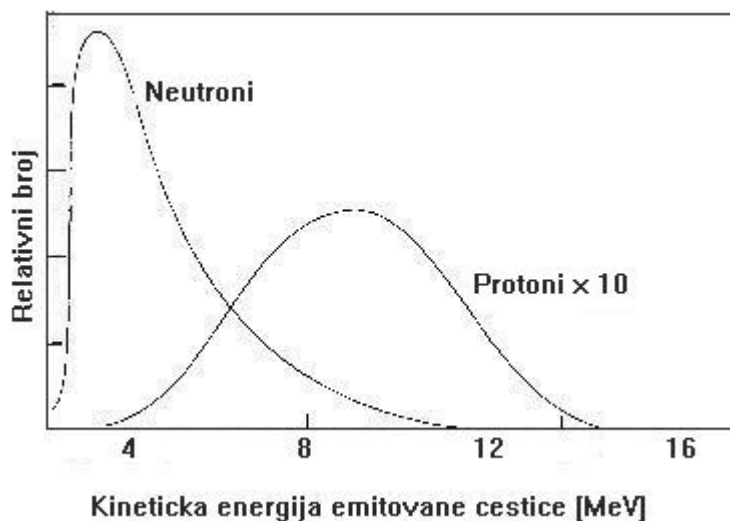


График 3.3. Енергетски спектар емитованих нуклеона

### 3.3. Активација фотонуклеарном реакцијом

Нуклеарна активација представља процес преласка језгра из основног у побуђено стање тј. из стања ниже у стање више енергије. Језгро се из основног у побуђено може довести на различите начине а један од њих је фотоактивација. При фотоактивацији језгро се побуђује квантима електромагнетног зрачења. Језгро из побуђеног у основно стање може прећи емисијом различитих честица при чему на крају реакције може настати нови изотоп.

Претпоставимо да у мети која се излаже зрачењу има  $N_X$  атома изотопа  $X$ . Ако се ова мета озрачи флуksom фотона  $\Phi(E)$  одређене енергије у којој се може изазвати нека фотонуклеарна реакција чији је продукт нови изотоп  $Y$ . Да би дошло до индуковања нуклеарних реакција енергија упадних фотона мора бити већа од енергетског прага тих реакција. Вероватноћа дешавања оваквог процеса је дата ефикасним пресеком  $\sigma(E)$  који је зависан од енергије. Укупан број створених језгара новог изотопа  $Y$  у фотонуклеарним реакцијама на изотопу  $X$ , у јединици времена биће:

$$\frac{dN_Y}{dt} = \sigma_X(E) \cdot \phi(E) \cdot N_X \quad (3.4)$$

Настали изотоп  $Y$  може бити нестабилан. Због тога треба узети у обзир да се истовремено са настајањем језгра новог изотопа дешава и њихов распад. Зато ће промена броја радиоактивних језгара изотопа  $Y$  у току времена бити описан следећом релацијом:

$$\frac{dN_Y}{dt} = \sigma_X(E) \cdot \phi(E) \cdot N_X - \lambda_Y \cdot N_Y \quad (3.5)$$

где је  $\lambda_Y$  константа распада радиоактивних језгара изотопа  $Y$ .

Решавањем диференцијалне једначине 3.5 коришћењем апроксимације  $\sigma_X \phi \ll \lambda$  добија се број језгара изотопа  $Y$  након времена озрачивања  $t_{ZR}$  :

$$N_Y = \frac{N_X}{\lambda_Y} \cdot \sigma_X(E) \cdot \phi(E) \cdot (1 - e^{-\lambda_Y t_{ZR}}) \quad (3.6)$$

Овај израз је исправан када фотони имају тачно одређену енергију  $E$ . Ако то није случај, већ се у снопу зрачења налазе фотони различитих енергија, треба извршити интеграцију израза  $\sigma_X(E) \cdot \phi(E) \cdot dE$  по енергијама у границама од енергетског прага нуклеарне реакције  $E_0$  до максималне енергије  $E_{MAX}$  коју могу да имају фотони у снопу, па добијамо релацију:

$$N_Y = \frac{N_X}{\lambda_Y} \cdot (1 - e^{-\lambda_Y t_{ZR}}) \cdot \int_{E_0}^{E_{MAX}} \sigma_X(E) \cdot \phi(E) \cdot dE \quad (3.7)$$

где је  $\Phi(E)$  у овом случају диференцијални флуks фотона који изазивају дату нуклеарну реакцију.

Из предходног израза 3.7 следи да индукована активност у мети након озрачивања износи:

$$A_Y^0 = \lambda_Y \cdot N_Y = N_X \cdot (1 - e^{-\lambda_Y t_{ZR}}) \cdot \int_{E_0}^{E_{MAX}} \sigma_X(E) \cdot \phi(E) \cdot dE \quad (3.8)$$

Величина:

$$R = \int_{E_0}^{E_{MAX}} \sigma_X(E) \cdot \phi(E) \cdot dE \quad (3.9)$$

има јединицу [ $s^{-1}$ ] и даје вероватноћу дешавања нуклеарне реакције у јединици времена и по једном атому мете изложене зрачењу. Ова величина се назива сатурациона активност.

Активнос створена у мети (израз 3.8) се после престанка озрачивања експоненцијално смањује са временом услед распада језгра изотопа  $Y$ . Ову активнос можемо мерити на различите начине, а један од њих се састоји у мерењу интезитета  $\gamma$ -зрачења емитованог од стране продуката реакције. После

времена мерења  $t_m$  и времена хлађења  $\Delta t$  (које може да одговара времену потребном за транспорт узорка од места зрачења до места мерења) индукована активност у узорку износи:

$$A_Y = N_X \cdot (1 - e^{-\lambda_Y t_{ZR}}) \cdot e^{-\lambda_Y t_m} \cdot e^{-\lambda_Y \Delta t} \int_{E_0}^{E_{MAX}} \sigma_X(E) \cdot \phi(E) \cdot dE \quad (3.10)$$

Број језгара изотопа Y који се распао за ово време ( $t_m + \Delta t$ ) је:

$$N_R = \frac{N_X}{\lambda_Y} \cdot (1 - e^{-\lambda_Y t_{ZR}}) \cdot (1 - e^{-\lambda_Y t_m}) \cdot e^{-\lambda_Y \Delta t} \int_{E_0}^{E_{MAX}} \sigma_X(E) \cdot \phi(E) \cdot dE \quad (3.11)$$

Број  $\gamma$ -фотона детектованих у времену  $t_m$  износи:

$$N_\lambda = N_R \cdot \varepsilon \cdot p_\gamma \quad (3.12)$$

где је  $\varepsilon$  апсолутна ефикасност детектор у пику тоталне апсорпције за посматрану енергију,  $p_\gamma$  је број фотона посматране енергије по једном распаду продукта реакције а  $N_R$  је број распада језгара продукта реакције у току времена  $t_m$  и дат је изразом 3.11.

Комбинацијом израза 3.11 и 3.12 добија се:

$$N_\gamma = \varepsilon \cdot p_\gamma \cdot \frac{N_X}{\lambda_Y} \cdot (1 - e^{-\lambda_Y t_{ZR}}) \cdot (1 - e^{-\lambda_Y t_m}) \cdot e^{-\lambda_Y \Delta t} \int_{E_0}^{E_{MAX}} \sigma_X(E) \cdot \phi(E) \cdot dE \quad (3.13)$$

Из претходног израза се може изразити сатурациона активност:

$$R = \int_{E_0}^{E_{MAX}} \sigma_X(E) \cdot \phi(E) \cdot dE = \frac{N_\gamma \cdot \lambda_Y}{\varepsilon \cdot p_\gamma \cdot N_X \cdot (1 - e^{-\lambda_Y t_{ZR}}) \cdot (1 - e^{-\lambda_Y t_m}) \cdot e^{-\lambda_Y \Delta t}} \quad (3.14)$$

Све величине у горњој релацији су мерљиве величине, па се помоћу ње може експериментално одредити изразити сатурациона активност  $R$ .

## Глава IV

### ОДРЕЂИВАЊЕ МАКСИМАЛНЕ ЕНЕРГИЈЕ ФОТОНА У СПЕКТРУ X-ЗРАЧЕЊА ЛИНЕАРНОГ АКЦЕЛЕРАТОРА

Апсорбовна доза зрачења у одређеном делићу запремине у јединици времена може се изразити формулом:

$$D = \int_0^{E_{MAX}} \mu_{APS} \cdot E \cdot \phi_V(E) \cdot S \cdot dE \quad (4.1)$$

где је  $E$  енергија фотона,  $\phi(E)$  флуks зрачења на одређеној енергији,  $\mu_{APS}$  масени енергетски апсорпциони коефицијент а  $S$  описује ефекте расејања.

Да би се помоћу интеграла 4.1 израчунала вредност апсорбоване дозе потребно је пре свега добро познавати флуks фотона  $\phi(E)$ . Међутим, као што је објашњено у II глави x-зрачење настало приликом заустављања електрона у дебелој мети акцелераторског система пролази кроз низ колиматора и филтера који знатно мењају облик спектра зрачења. Због тога се за описивање флуksа x-зрачења морају користити апроксимативне формуле, јер су прецизни теоријски прорачуни добијени само за зрачење настло у танкој мети чији спектар није промењен утицајем различитих апсорбера. Обично се  $\phi(E)$  апроксимира Schiff-овом формулом (2.12) која се коригује за дебеле мете.

Значајан проблем при тачном израчунавању апсорбоване дозе представља одређивње доприноса који дози даје расејано зрачење. Секундарни фотони и електрони настали расејањем у другим слојевима медијума могу се апсорбовати у посматраном делићу запремине и на та начин повећати апсорбовану дозу. Такође, фотони се могу и у посматраној области расејати и напустити је без да се апсорбују. Приликом рачунања доприноса расејања у обзир се морају узети све могуће интеракције зрачења које се дешавају примарном снопу. До сада је развијено неколико начина израчунавања ефеката расејања који дају задовољавајуће резултате.

Израза 4.1 показује да је за израчунавање апсорбоване дозе потребно познавати максималну енергију фотона у спектру закочног зрачења  $E_{MAX}$  која одређује горњу границу интеграције. Директно мерење максималне енергије  $E_{MAX}$  детекторима није могуће због великог интезитета зрачења акцелератора. Стога су развијене индиректне методе одређивања максималне енергије  $E_{MAX}$ . У овом раду биће претстављена два таква начина мерења. Један од њих се заснива на мерењу процентуалне дубинске дозе и он се стандардно примењује у пракси. Други начин одређивања максималне енергије фотона у спектру акцелераторског x-зрачења базира се на примени фотоактивације и он ће бити детаљнообјашњен.

#### 4.1. Одређивање максималне енергије линеарних медицинских акцелератора мерењем процентуалне дубинске дозе

Уобичајен начин који се користи за контролу квалитета терапијског x-зрачења остварује се мерењем процентуална дубинске дозе (PDD). Оваква контрола се изводи једном недељно или једном месечно и добијени подаци се користе како за планирање терапије тако тако и за проверу исправности акцелератора.

Процентуална дубинска доза (PDD) је однос изражен у процентима дозе измерене у медијуму на некој дубини и дозе у референтној тачки. Као медијум се обично користи вода јер она најбоље апроксимира особине ткива. Референтна тачка се налази на дубини где се постиже максимална доза тј. на дубини максималног енергетског билдапа. Најчешће коришћен начин снимања криве процентуалне дубинске дозе је да се упореде сигнали из два идентична детектора где се један од њих налази у референтној тачки, а други се помера по жељеним дубинама.

На Институту за онкологију у Сремској Каменици рутински се снима крива процентуалне дубинске дозе акцелератора Varian 2100C који је коришћен у овом раду. Као део преограма контроле квалитета мерење је извршено помоћу уређаја који се састоје од воденог фантома запремине  $1 \text{ m}^3$  и две идентичне јонизационе коморе од којих се једна налази на дубини референтне тачке која за 15 MeV-а (толика је максимална енергија акцелератора Varian 2100C) износи 3 cm. Приликом мерења сноп зрачења имао је димензија  $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ , а фантом са водом био је удаљен од извора зрачења (мете) 1 m. Добијени резултати претстављени на графику 6.5.

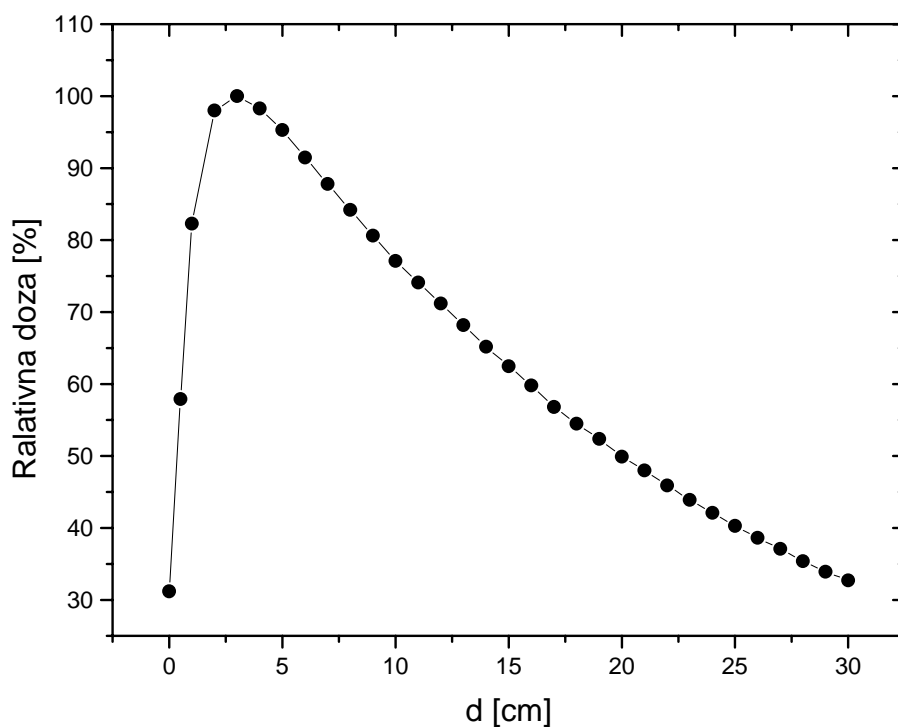


График 4.5. Крива процентуалне дубинске дозе.

Тачкама су претствљене измерене вредности PDD

На основу резултата мерења процентуалне дубинске дозе може се одредити максимална енергија фотона у спектру закочног зрачења коришћењем калибрационе криве [14]. Калибрациона крива је добијена емпиријским путем и представља зависност PDD од максималне енергије зрачења на одређеној дубини у медијуму. Стандардно се PDD приликом снимања калибрационе криве мери на дубини од 10 cm (PDD на овој дубини означава се са  $d_{10}$ ). Измерене вредности PDD на основу којих је конструисана калибрациона крива могу се наћи у литератури [14] и приказане су табели 4.1. и претстављене на графику 4.2.

Табела 6.2.

PDD на 10 cm дубине ( $D_{10}$  [%]) за одређене енергије  $E_{MAX}$  [MeV]

Номинална енергија $E_{MAX}$ [MeV]	PDD на 10 cm дубине $D_{10}$ [%]
2	55(2)
4	63(2)
5	65(2)
6	67.5(20)
8	71(2)
10	73(2)
12	75(2)
15	77(2)
18	79(2)
21	81(2)
25	83(2)
30	85(2)
35	87(2)
40	88.5(20)

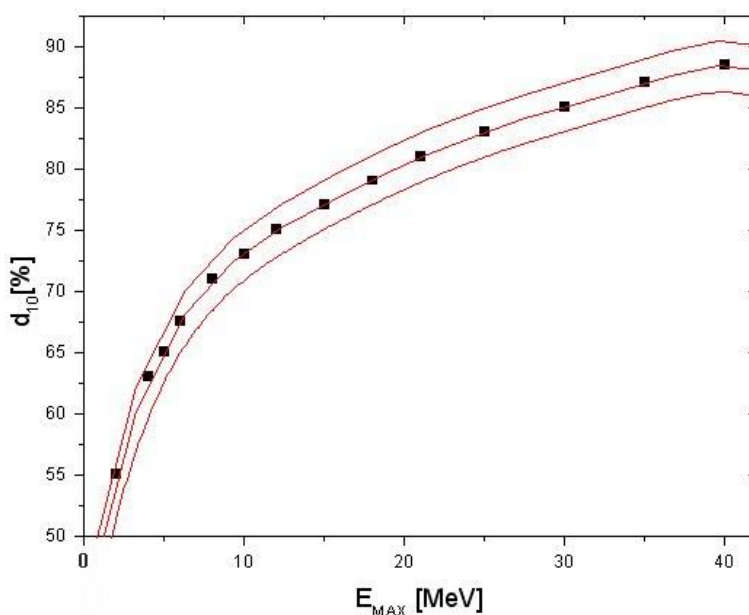


График 4.2. Приказ калибрационе криве



Измерена вредност процентуалне дубинске дозе добијене коришћењем акцелератора Varian 2100C на добији од  $10\text{ cm}$  је  $d_{10}=77.1\%$  (график 6.5.). На основу тога помоћу калибрационе криве израчуната је максимална енергија x-зрачења  $E_{MAX}$  и она износи:

$$E_{MAX} = 14.7\text{MeV} \quad (4.2)$$

Треба напоменути да су измерене вредности PDD при снимању калибрационе криве одређене са грешком од  $2\%$ . Максималне енергије израчунате на границама интервала грешке су  $E_1 = 11.7\text{MeV}$  и  $E_2 = 17.7\text{MeV}$  из чега закључујемо да је овакав начин одређивања максималне енергије фотона у спектру заочног зрачења доста непрецизан јер је грешка мерења око  $20\%$ .

На основу снимљене PDD криве може се рачунским путем реконструисати облик спектра тако што ће се спектар апроксимирати функцијом  $f$  помоћу које се добро репродукује снимљена PDD крива. Као основа за креирање функције  $f$  може се узети Schiff-ова формула, а затим се променом вредности одређених параметара постиже најпогоднији облик функције  $f$ . Приликом овог израчунавања треба водити рачуна да спектар зрачења зависи од угла под којим се у односу на централну осу зрачење простире. Применом оваквог поступка помоћу компјутерских програма добијене су две функције које апроксимирају спектре зрачења и добро репродукују снимљену PDD криву. Прва од њих се односи на спектар зрачења чији се снопа простире дуж централне осе ( $\alpha = 0^\circ$ ) а друга на снопа зрачења који са осом заклапа угао од  $\alpha = 7.125^\circ$ . Добијени резултати су приказани на графику 4.1.

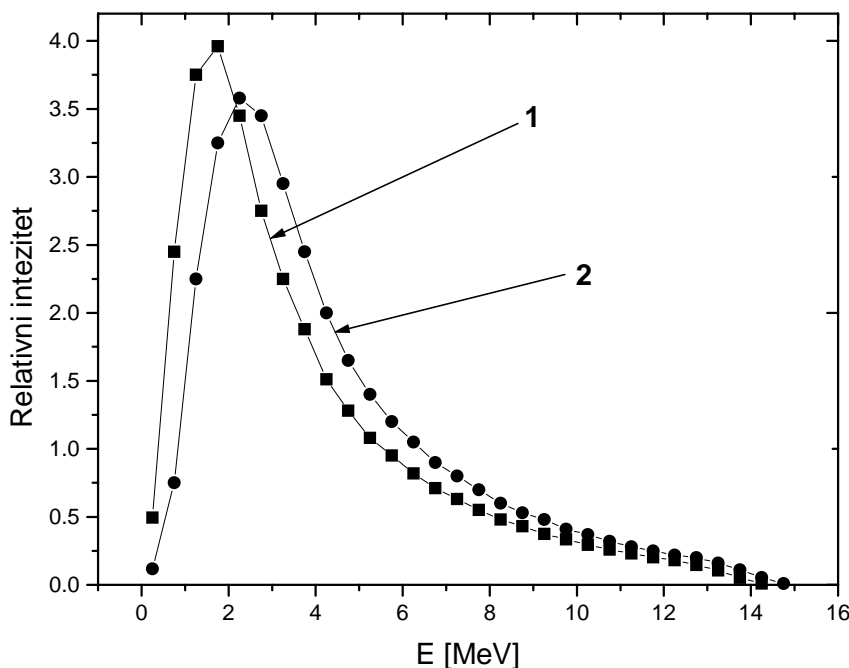


График 4.3. Приказ спектра акцелераторског зрачења:  
1 -  $\alpha = 0^\circ$ , 2 -  $\alpha = 7.125^\circ$

На графику 4.3. се запажа да је у оба случаја максимална енергија у спектру x-зрачења мања од  $15 \text{ MeV}$ -а колико износи номинална максимална енергија коју наводи произвођач коришћеног акцелератора.

## 4.2. Одређивање максималне енергије линеарних медицинских акцелератора применом метода фотоактивације

Ако је енергија фотона у спектру x-зрачења већа од прага одређене фотонуклеарне реакције у озраченом узорку може доћи до процеса фотоактивације. При томе настају радиоактивна језгра која се могу распадати емитујући  $\gamma$ -зрачење које се лако детектује. На основу измереног интезитета  $\gamma$ -линија може се одредити максимална енергија фотона у спектру x-зрачења.

### 4.2.1. Експериментални поступак

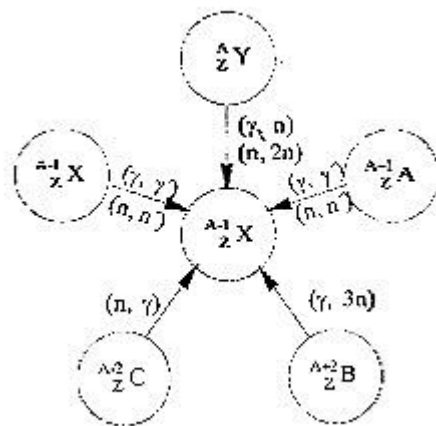
Експериментални рад, који је овде приказан, састоји се од неколико делова. Прва етапа је избор изотопа који ће бити озрачен. Након тога зрачењем добијеним помоћу линеарног акцелератора извршена је фотоактивација одабраног узорка. Затим је измерена активност која је индукована фотоактивацијом. На основу обраде резултата мерења у поглављу 4.2.3. је одређена је максимална енергија фотона у снопу x-зрачења.

#### 4.2.1.1. Избор изотопа за активацију

Добар одабир изотопа је веома битан за успешно извођење овог експеримента. Услови које мора задовољити изотоп од кога ће бити направљена мета на којој ће се одиграти фотонуклеарне реакције су следећи:

- 1.) Процентуално учешће изотопа у природном узорку мора бити веће од 10% како би се добио задовољавајући принос реакције;
- 2.) Одабрани материјал мора бити хемијски стабилан на собној температури. Нарочито је непожељно да материјал буде хидроскопан;
- 3.) Време полураспада  $T_{1/2}$  продуката нуклеарне реакције мора одговрати условима експеримента.  $T_{1/2}$  не сме бити мање од отприлике десетак минута, због тога што је потребно одређено време за транспорт узорка од места озрачивања до места мерења. С друге страна период полураспада не сме бити већи од годину дана, јер у том случају, како време зрачења не може бити велико, индукована активност би била недовољна за мерење. То се закључује на основу израза 3.10 који показује зависност активности од времена озрачивања мете и периода полураспада продуката фотонуклеарне реакције (чланови у заградама су мале величине);
- 4.) Продукти фотонуклеарних реакција морају бити радиоактивни и емитовати  $\gamma$ -зрачење познатих енергија и квантних приноса;

- 5.) Због резолуције мерног инструмента спектар  $\gamma$ -зрачења не сме бити сувише сложен. У спектру не смеју постојати линије које су ближе него што је резолуција инструмента;
- 6.) Ако се у саставу одабраног узорка налазе елементи који имају више различитих изотопа могуће је произвести исти изотоп путем различитих реакција. На слици 4.1. приказани су различити начини производње истог изотопа  ${}^{A-1}_Z X$ . Од свих фотонуклеарних реакција највећи ефикасни пресек и најнижи енергетски праг имају  $(\gamma, n)$  реакције. Могуће су и неутронске реакције, јер у акцелераторској глави постоје и термални неутрони настали реакцијама типа  $(\gamma, n)$ ,  $(\gamma, 2n)$  и  $(\gamma, pn)$ . Од свих неутронских реакција највероватније су  $(n, \gamma)$  тзв. захват неутрона. Управо због овога мора се водити рачуна да у природном саставу елемента мете нема изотопа  ${}^A_Z X$  и  ${}^{A-2}_Z X$ , зато што они реакцијама  $(n, \gamma)$  и  $(\gamma, n)$  дају исти продукт  ${}^{A-1}_Z X$ , као и реакција  $(\gamma, n)$  чије продукте очекујемо;



Слика 4.1. Неколико могућих нуклеарних реакција које дају исти изотоп

- 7.) Ефикасни пресеци за фотонуклеарне реакције које се дешавају на одабраном изотопу морају бити познати;
- 8.) Обично се као мета користи неко једињење одабраног изотопа. Пожељно би било у том случају изабрати оно једињење које има највећи проценат посматраног елемента;
- 9.) Требало би да продукт нуклеарне реакције  $(\gamma, n)$ , језгро  ${}^{A-1}_Z X$ , нема дугоживећих изомерних нивоа. Постојање изомера знатно компликује рачун.

У овом експерименту одабрани су  ${}^{55}\text{Mn}$  и  ${}^{64}\text{Zn}$ . Они у потпуности задовољавају горе наведене критеријуме.

4.2.1.1.a  $^{55}\text{Mn}$ 

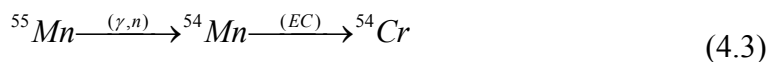
Манган ( $^{55}\text{Mn}$ ) је у природном облику моноизотоп са масеним бројем  $M_A = 55.93$ . У табели 4.2. представљене су могуће фотонуклеарне реакције и сви битни подаци о потомцима.

Табела 4.2.  
Могуће фотонуклеарне реакције на  $^{55}\text{Mn}$

Реакција	Потомак	$T_{1/2}$	Начин распада	Праг реакције [MeV]
( $\gamma, n$ )	$^{54}\text{Mn}$	312 dan	EC	10.2
( $\gamma, p$ )	$^{54}\text{Cr}$	стабилан	-	8.1
( $\gamma, 2n$ )	$^{53}\text{Mn}$	$3.74 \cdot 10^6 \text{ god}$	EC	19.2
( $\gamma, 2p$ )	$^{53}\text{V}$	1.6 min	$\beta^-$	20.4
( $\gamma, np$ )	$^{53}\text{Cr}$	стабилан	-	17.8
( $\gamma, \alpha$ )	$^{51}\text{V}$	стабилан	-	7.9

Максимална номинална енергија фотона у снопу коришћеног акцелератора је  $15 \text{ MeV}$ , па су могуће реакције ( $\gamma, n$ ), ( $\gamma, p$ ) и ( $\gamma, \alpha$ ). Како су продукти ( $\gamma, p$ ) и ( $\gamma, \alpha$ ) реакција стабилни, у спектру мете могу се очекивати само  $\gamma$ -линије  $^{54}\text{Mn}$ .

$^{54}\text{Mn}$  је нестабилан и електронски захватом са периодом полураспада  $T_{1/2} = 312.3d$  прелази у  $^{54}\text{Cr}$  (шема 4.2). Приликом распада  $^{54}\text{Mn}$  емитује  $\gamma$ -линију од  $834.826 \text{ keV}$  са приносом  $p_\gamma = 0.99975$  (квантни приноси су познати и могу се наћи у литератури [13]).



Ефикасни пресек за ( $\gamma, n$ ) нуклеарну реакцију на  $^{55}\text{Mn}$  у зависности од енергије приказан је на графику 4.3. [12].

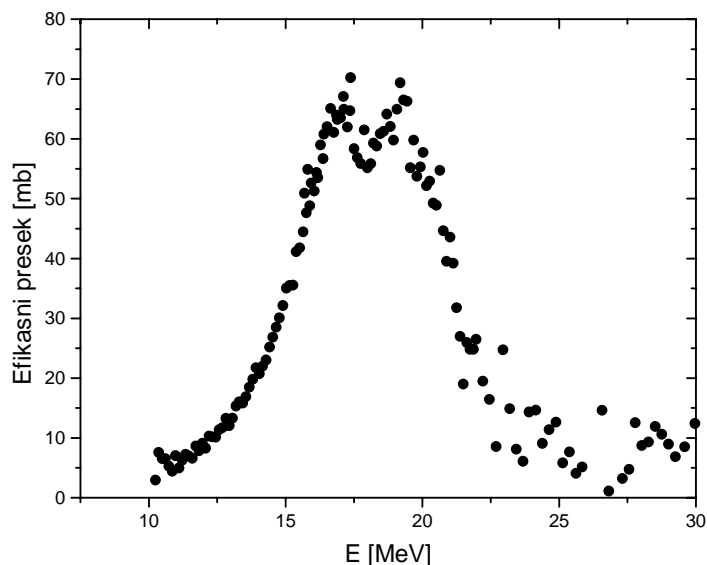


График 4.3. Енергетска зависност ефикасног пресека за ( $\gamma, n$ ) нуклеарну реакцију на  $^{55}\text{Mn}$

4.2.1.1.6  $^{64}\text{Zn}$ 

У природном облику цинк има пет стабилних изотопа  $^{64}\text{Zn}$ ,  $^{66}\text{Zn}$ ,  $^{67}\text{Zn}$ ,  $^{68}\text{Zn}$  и  $^{70}\text{Zn}$ . У природном цинку  $^{64}\text{Zn}$  учествује са 48.6 %. У табели 4.3. представљене су могуће фотонуклеарне реакције на изотопу  $^{64}\text{Zn}$  и сви битни подаци о потомцима.

Табела 4.3.  
Могуће фотонуклеарне реакције на  $^{63}\text{Zn}$

Реакција	Потомак	$T_{1/2}$	Начин распада	Праг реакције [MeV]
( $\gamma, n$ )	$^{63}\text{Zn}$	30.0 min	$\beta^+$ , EC	11.9
( $\gamma, p$ )	$^{63}$	стабилан	-	7.7
( $\gamma, 2n$ )	$^{62}\text{Zn}$	6.13 h	$\beta^+$ , EC	21.0
( $\gamma, np$ )	$^{53}$	9.73 min	$\beta^+$ , EC	18.6
( $\gamma, 2p$ )	$^{53}$	стабилан	-	13.8
( $\gamma, \alpha$ )	$^{51}$	стабилан	-	4.0

Максимална номинална енергија фотона у снопу коришћеног акцелератора је 15 MeV, па су на цинку  $^{64}\text{Zn}$  могуће реакције ( $\gamma, n$ ), ( $\gamma, p$ ), ( $\gamma, 2p$ ) и ( $\gamma, \alpha$ ). Како су продукти ( $\gamma, p$ ), ( $\gamma, 2p$ ) и ( $\gamma, \alpha$ ) реакција стабилни, у спектру мете могу се очекивати само  $\gamma$ -линије изотопа  $^{63}\text{Zn}$ .

$^{63}\text{Zn}$  је нестабилан и електронски захватом са периодом полураспада  $T_{1/2} = 312.3d$  прелази у  $^{63}\text{Cu}$  (шема 4.3).



Приликом распада  $^{63}\text{Zn}$  емитује се више  $\gamma$ -линија. Енергије фотона емитованих у распару  $^{63}\text{Zn}$  и њихов квантни принос приказани су у табели 4.4. [13].

Табела 4.3.  
Енергије и  $p_\gamma$   $\gamma$ -линија насталих распадом изотопа  $^{63}\text{Zn}$

$E_\gamma$ [keV]	$p_\gamma$ [%]
244.3 (5)	0.090 (16)
365.2 (4)	0.0115 (25)
443.13 (20)	0.016 (4)
449.93 (5)	0.236 (16)
475.8 (9)	0.006 (3)
515.0 (10)	0.021 (8)
533.8(6)	0.0049 (16)
584.82 (15)	0.033 (4)
624.3 (3)	0.014 (3)
669.62 (5)	8
675.0 (6)	0.015 (3)

---

685.6 (6)	0.0041 (16)
742.25 (10)	0.067 (8)
754.8 (8)	0.0066 (25)
765.7 (5)	0.0066 (25)
877.2 (8)	0.0033 (16)
899.0 (4)	0.0123 (25)
924.3 (5)	0.0098 (20)
962.06 (4)	6.5 (3)
989.6 (7)	0.0039 (11)
1048.8 (5)	0.0044 (11)
1123.72 (7)	0.111 (11)
1130.7 (3)	0.0131 (25)
1149.50 (16)	0.0189 (25)
1169.6 (3)	0.0077 (16)
1208.8 (3)	0.0123 (25)
1233.7 (5)	0.0025 (8)
1327.03 (8)	0.069 (4)
1341.7 (6)	0.0025 (8)
1374.47 (13)	0.0344 (25)
1392.55 (8)	0.097 (15)
1412.08 (5)	0.75 (3)
1445.8 (4)	0.0025 (8)
1479.1 (5)	0.0016 (8)
1547.04 (6)	0.122 (5)
1573.71 (20)	0.0164 (16)
1667.2 (6)	0.0014 (6)
1696.6 (10)	0.0020 (10)
1754.9 (5)	0.0043 (10)
1827.0 (5)	0.0042 (11)
1861.34 (30)	0.0139 (20)
1866.1 (3)	0.0197 (25)
1927.2 (7)	0.0057 (11)
2011.4 (5)	0.0107 (16)
2026.8 (3)	0.056 (6)
2046.4 (8)	0.0037 (11)
2062.1 (3)	0.034 (3)
2081.4 (3)	0.0148 (16)
2092.6 (5)	0.0025 (8)
2110.8 (5)	0.0062 (12)
2181.8 (7)	0.0013 (8)
2188.0 (7)	0.0016 (8)
2219.9 (7)	0.0030 (8)
2336.5 (3)	0.075 (5)
2497.4 (4)	0.0213 (25)
2512.0 (5)	0.0098 (16)
2536.0 (3)	0.066 (7)
2696.6 (3)	0.040 (4)
2716.9 (4)	0.0131 (16)
2780.3 (4)	0.0156 (16)

---

Енергетска зависност ефикасног пресека за реакцију  $(\gamma, n)$  приказана је на графицима 4.4. [10] и 4.5. [11].

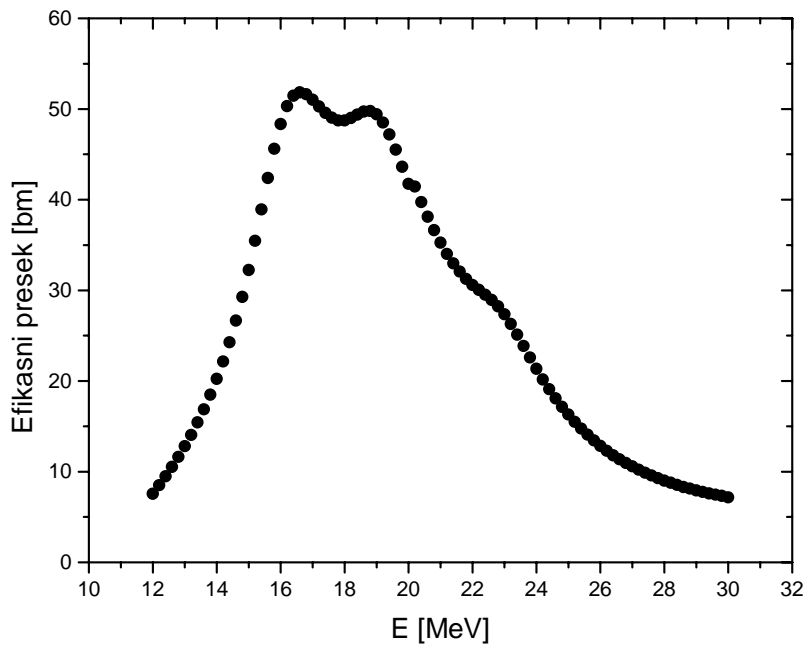


График 4.4. Енергетска зависност ефикасног пресека за  $(\gamma, n)$  нуклеарну реакцију на  $^{64}\text{Zn}$

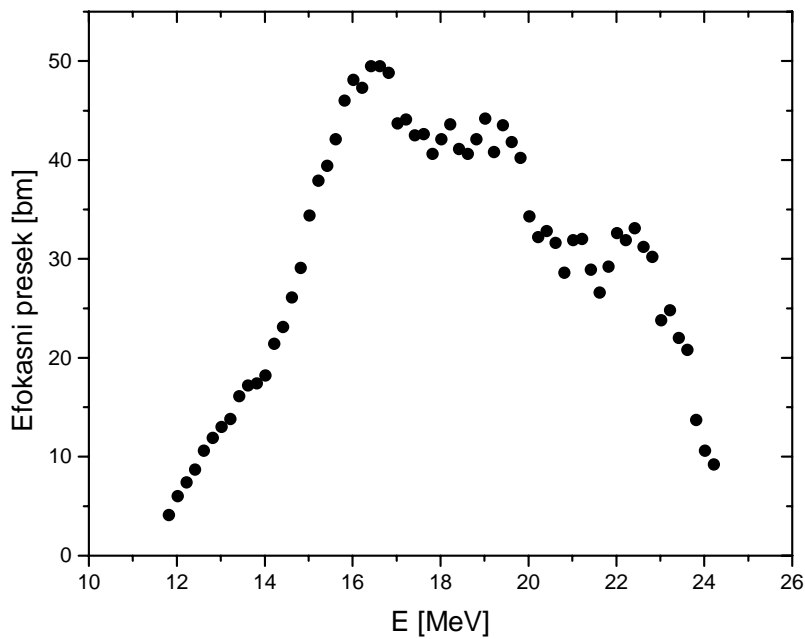


График 4.5. Енергетска зависност ефикасног пресека за  $(\gamma, n)$  нуклеарну реакцију на  $^{64}\text{Zn}$

### 4.2.1.2. Озрачивање мете

Изотопи мангана и цинка ( $^{55}\text{Mn}$  и  $^{64}\text{Zn}$ ) употребљени су у облику следећих једињења:

- 1.) Манган је коришћен у хемијском облику  $\text{KMnO}_4$ , који је био масе  $m_{\text{KMnO}_4} = 60.2\text{g}$ . У овом узорку маса  $^{55}\text{Mn}$  је била  $m_{\text{Mn}} = 20.93\text{g}$ . Број атома овог изотопа пре зрачења израчунат је помоћу израза

$$N_x = \eta \cdot \frac{m}{M_A} \cdot N_{AV} \quad (4.5)$$

(где су  $m$  и  $M_A$  маса и моларна маса датог изотопа,  $N_{AV}$  је Авогадров број а  $\eta$  је проценат изотпа у природном саставу) и износио је  $N_x = 2.293 \cdot 10^{23}$ .

- 2.) Цинк је коришћен у хемијском облику  $\text{ZnO}$ , масе  $m_{\text{ZnO}} = 39.0\text{g}$ . Маса  $^{64}\text{Zn}$  је  $m_{\text{Zn}} = 15.229\text{g}$ . Број атома овог изотопа био је  $N_x = 1.402 \cdot 10^{23}$ .

Ове две хемијске супстале коришћене су у прашкастом облику и спакована су у пластичну кутијицу тако да је хомогено испуљавају. Кутијица је била пречника  $67\text{ mm}$ , висине  $31\text{ mm}$  и имала је зидове дебљине  $1\text{ mm}$ . Апсорпција зрачења у пластичним зидовима кутијице је занемарљива. Такође, слабљење интензитета зрачења у самој мети је занемарљиво, па се може сматрати да је она хомогено озрачена.

Озрачивање је извршено у Институту за онкологију у Сремској Каменици. Коришћен је линеарни акцелератор Varian 2100C серијског броја 2448. Овај акцелератор има Multi Leaf колиimator MLC 80 и Portal Vision PV AS 500. Помоћу акцелератора могуће је постићи енергије електронских снопова од  $6, 9, 12, 16$  и  $20\text{ MeV}$ -а, док максимална енергија снопа закочног зрачења износи  $6$  и  $15\text{ MeV}$ -а.

Озрачивање мете је трајало  $t_{ZR} = 120.6\text{ s}$ .

### 4.2.1.3. $\gamma$ -спектоскопска мерења

Детекција  $\gamma$ -спектра изотопа насталих приликом озрачивања у акцелераторском снопу извршена је детекторским системом који се налази на Департману за физику у Новом Саду.

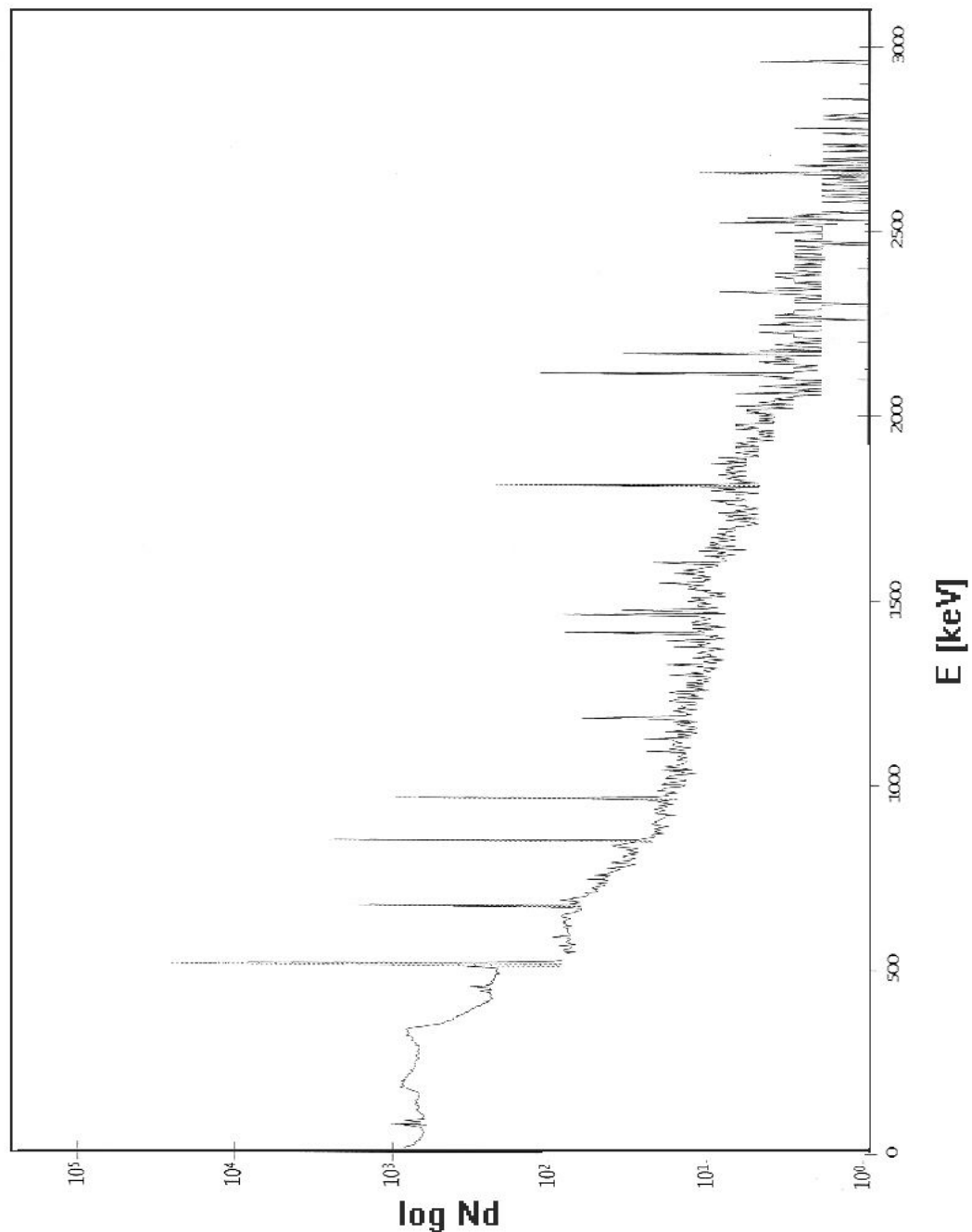
Коришћен је аксијални HPGe детектор са резолуцијом од  $1.8\text{ keV}$ -а на  $1.322\text{ MeV}$ -а чија активна запремина износи  $80\text{ cm}^2$ .

Резултати обраде  $\gamma$ -спектра, насталих распадом метастабилних стања, претстављају интензитети  $\gamma$ -линија, изражених у броју детектованих импулса под врхом тоталне апсорпције.



#### 4.2.1.3.a Детекција $\gamma$ -спектра $^{63}\text{Zn}$

Од завршетка озрачивања до почетка мерења (време хлађења) протекло је  $\Delta t = 1919\text{s}$ . Мерење је трајало  $t_m = 1100\text{s}$ . Том приликом је добијен спектар приказан на слици 4.2.

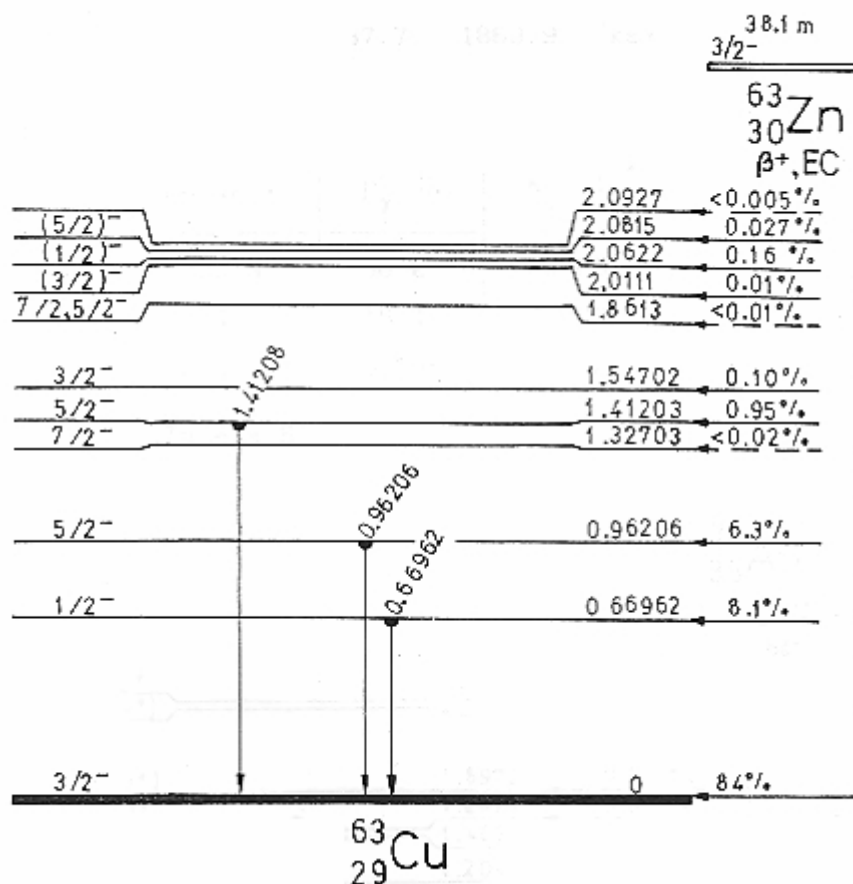


Слика 4.2. Детектовани спектар  $\gamma$ -зрачења  $^{63}\text{Zn}$

Енергија распада, кванти принос  $p_\gamma$  и интазитет детектованих линија приказани су у табели 4.3. На слици 4.3. приказан је део шеме распада изотопа  $^{63}\text{Zn}$ .

Табела 4.4.  
Индетификоване линије  $^{63}\text{Zn}$

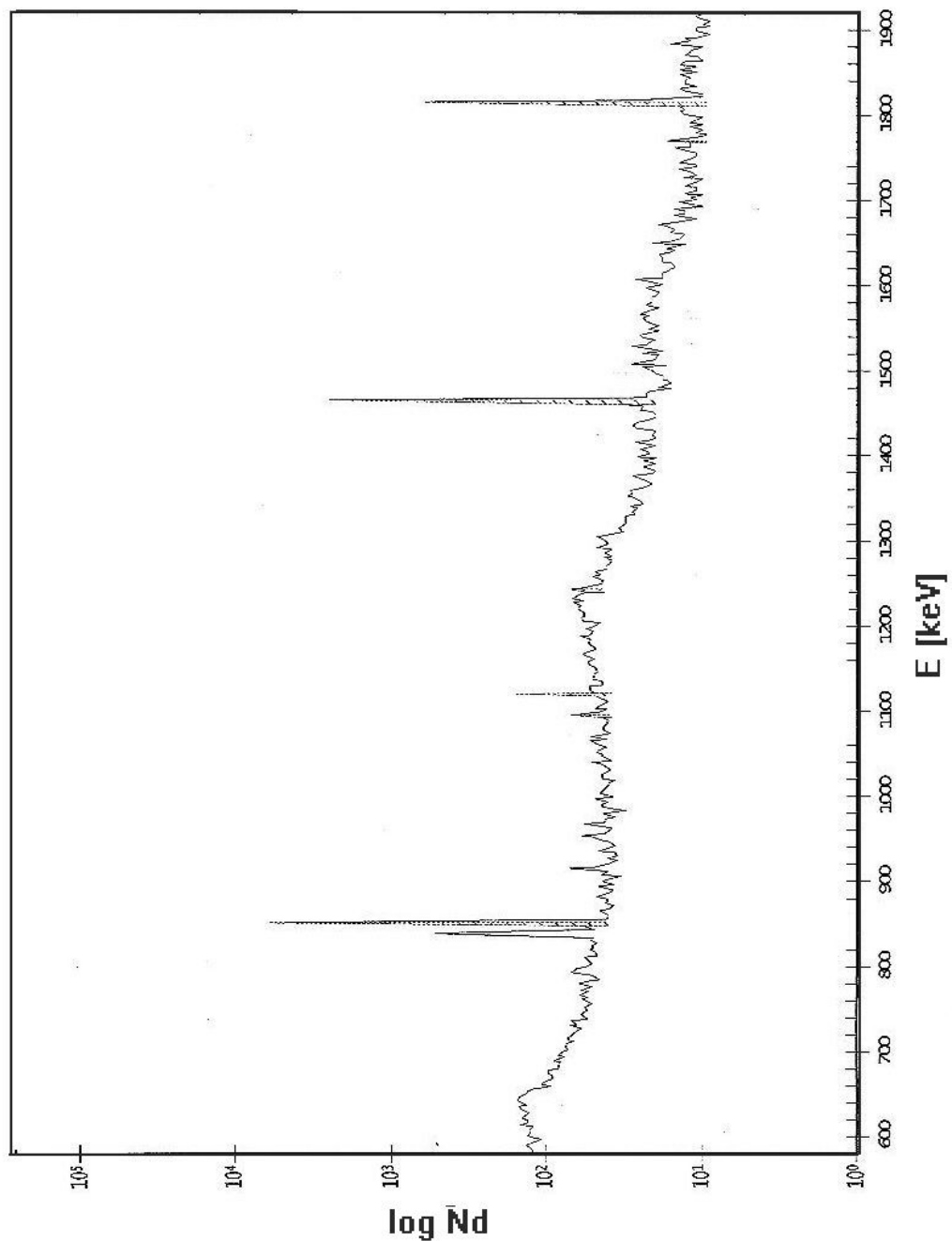
$E$ [keV]	$p_\gamma$ [%]	$N_d$
449.93	0.236(16)	606
551	0.021(8)	2696
669.62	8	14000
962.06	6.5(3)	8050
1123.72	0.111(11)	124
1327.03	0.069(4)	63.3
1392.55	0.097(15)	45.4
1412.08	0.75(3)	700
1547.04	0.122(5)	95.8



Слика 4.3. Део шеме распада  $^{63}\text{Zn}$

#### 4.2.1.3.6 Детекција $\gamma$ -спектра $^{54}\text{Mn}$

Од завршетка озрачивања до почетка мерења (време хлађења) протекло је  $\Delta t = 23098\text{s}$ . Мерење је трајало  $t_m = 46286\text{s}$ . Том приликом је добијен спектар приказан на слици 4.4.

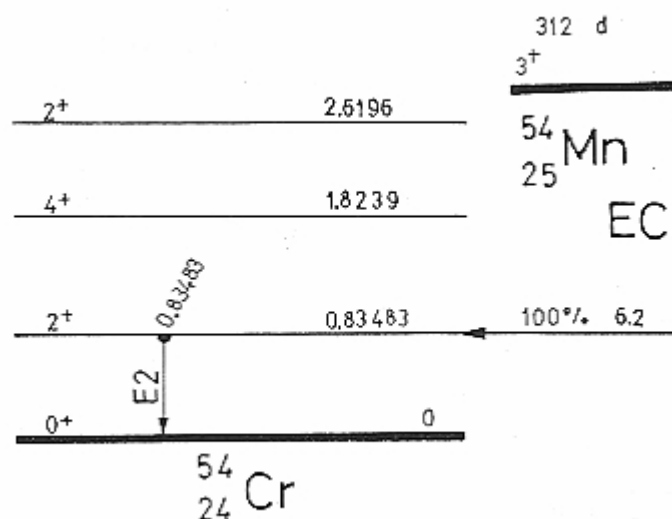


Слика 4.4. Детектовани спектар  $\gamma$ -зрачења  $^{54}\text{Mn}$

Током распада  $^{54}\text{Mn}$  емитује једну  $\gamma$ -линију која је и детектована. У табели 4.5. је дата вредност енергија те  $\gamma$ -линије, њен квантни принос и детектовани интезитет. На слици 4.5. приказан је део шеме распада изотопа  $^{54}\text{Mn}$ .

Табела 4.5.  
Индетификована линија  $^{54}\text{Mn}$

E [keV]	$p_\gamma$ [%]	$N_d$
834.848	99.976(1)	3800



Слика 4.5. Део шеме распада изотопа  $^{54}\text{Mn}$

#### 4.2.2. Обрада резултата мерења

На основу податка добијених мерењем у овом поглављу биће израчуната релативна ефикасност детектора и реалтивна сатурациона активност. Добијени резултати биће коришћени у даљем раду приликом одређивања максималне енергије фотона у спектру x-зрачења.

### 4.2.2.1. Одређивање релативне ефикасности детектора

Релативна ефикасност детекторског система израчуната је помоћу израза:

$$\varepsilon_r = \frac{N_d(E)}{p_\gamma(E)} \quad (4.6)$$

где је  $N_d(E)$  број детектованих  $\gamma$ -фотона енергије  $E$  под врхом тоталне апсорпције,  $p_\gamma(E)$  је кванти принос  $\gamma$ -линија одређене енергије.

Грешка са којом је одређена релативна ефикасност детектора за дату енергију је израчуната по формули:

$$\Delta\varepsilon_r = \sqrt{\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial p_\gamma}\right)^2 \cdot \Delta p_\gamma^2 + \left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial N_d}\right)^2 \cdot \Delta N_d^2} = \sqrt{\left(-\frac{N_d}{p_\gamma^2}\right)^2 \cdot \Delta p_\gamma^2 + \left(\frac{1}{p_\gamma}\right)^2 \cdot \Delta N_d^2} \quad (4.7)$$

У овом изразу  $\Delta N_d$  је грешка мерења интензитета  $\gamma$ -линија која је израчуната према  $\Delta N_d = \sqrt{N}$ , а  $\Delta p_\gamma$  је грешка са којом је одређен квантни принос  $p_\gamma(E)$ .

Приликом одређивања релативне ефикасности коришћени су резултати мерења приказани у одељку 4.2.1.3.a (табела 4.3.) који су добијени мерењем активности настале распадом изотопа  $^{63}\text{Zn}$ . У табели 4.6. представљене су израчунате вредности ефикасности детектора са одређеном грешком.

Табела 4.6.  
Релативна ефикасност детектора

$E$ [keV]	$N_d$	$\varepsilon_r$ [rel.jed.]	$\Delta\varepsilon_r$
449.93	606	2567	203
669.62	14000	1750	15
962.06	8050	1238	59
1123.72	124	1117	149
1327.03	63.3	917	127
1412.08	700	933.	51
1547.04	95.8	785	332

На основу добијених резултата извршена је интерполација тако што је између релативне ефикасности детектора и енергије претпостављена функционална зависност облика:

$$\varepsilon_r(E) = a + c \cdot e^{\frac{E-b}{d}} \quad (4.8)$$

Вредност коефицијената  $a, b, c$  и  $d$  су одређене помоћу програма Origin и добијени су резултати:

$$\begin{aligned}
 a &= 717 & \Delta a &= 65 \\
 b &= 449 & \Delta b &= 0 \\
 c &= 1836 & \Delta c &= 69 \\
 d &= 406 & \Delta d &= 43
 \end{aligned}
 \tag{4.9}$$

Функција 4.8. приказана је на графику 4.4. заједно са подацима из табеле 4.6.

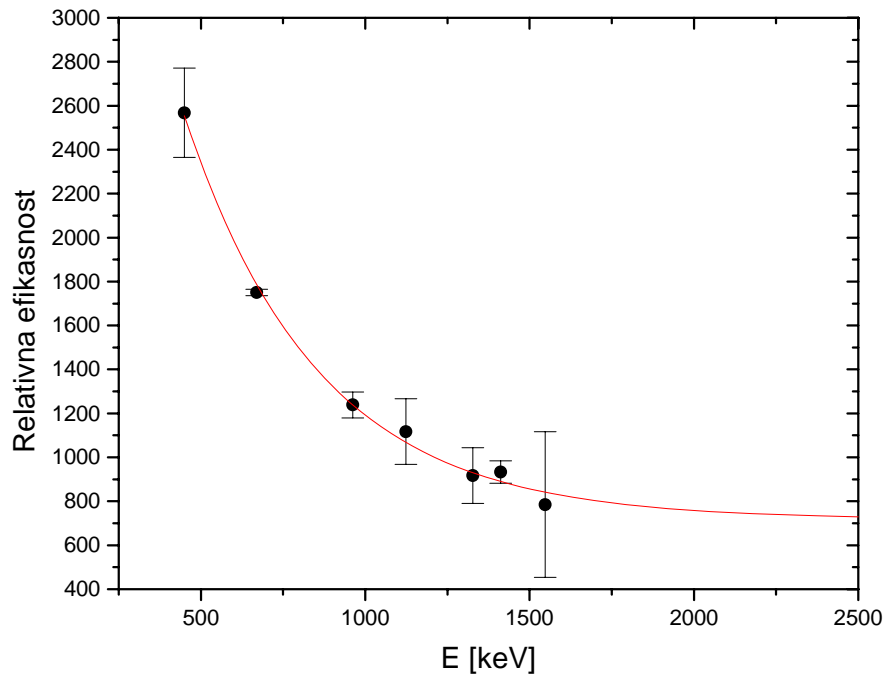


График 4.6. Зависнос релативне ефикасности од енергије

Интервал грешке релативне ефикасност  $\delta \varepsilon_r(E)$  је одређен варирањем вредности параметара  $a, b, c$  и  $d$ .

#### 4.2.2.2. Одређивање релативне сатурационе активности $R_r$

Релативне сатурационе активности  $R_r$  по једном језгру и у јединици времена одређена је изразом 3.14 стим што је апсолутна ефикасност детектора  $\varepsilon$  замењена са релативном  $\varepsilon_r$ :

$$R_r = \int_{E_0}^{E_{MAX}} \sigma_x(E) \cdot \phi(E) \cdot dE = \frac{N_d \cdot \lambda_\gamma}{\varepsilon_r \cdot p_\gamma \cdot N_x \cdot (1 - e^{-\lambda_\gamma t_{ZR}}) \cdot (1 - e^{-\lambda_\gamma t_m}) \cdot e^{-\lambda_\gamma \Delta t}} \tag{4.10}$$

где је  $N_d$  број детектованих фотона,  $\lambda$  константа радиоактивног распада која се добија из периода полу распада  $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$  а  $N_x$  је број испитиваних изотопа пре  $(\gamma, n)$  реакције (израз 4.5.).

Табела 4.7. приказује израчунате вредности релативне сатурационе активности реакције  $(\gamma, n)$  на изотопу цинка  $^{64}\text{Zn}$ . Приликом рачунања за период полураспада  $^{63}\text{Zn}$  узета је вредност  $T_{1/2} = 38.47(5) \text{ min}$ , па константа распада износи  $\lambda_{^{64}\text{Zn}} = 3.00298 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ . Детектовани интензитети одређених  $\gamma$ -линија  $N_x$  приказани су у табели 4.4.

Табела 4.7.  
Вероватноћа побуђивања за поједине енергије спеткра  $^{63}\text{Zn}$

E [keV]	$N_d$	$R_r [10^{-17} \text{ s}^{-1}]$	$\Delta R_r [10^{-17} \text{ s}^{-1}]$
449.93	606	3.83	0.03
669.62	14000	3.73	0.03
962.06	8050	3.81	0.07
1123.72	124	3.98	0.14
1327.03	63.3	3.76	0.14
1412.08	700	3.99	0.08
1547.04	95.8	3.55	0.10

У табели 4.8. представљене су вредности релативне сатурационе активности реакције  $(\gamma, n)$  на изотопу манган  $^{55}\text{Mn}$ . За период полураспада  $^{54}\text{Mn}$  узета је вредност  $T_{1/2} = 312.3(4) \text{ d}$  и константа радиоактивног распада је  $\lambda_{^{55}\text{Mn}} = 2.569 \cdot 10^{-8} \text{ s}^{-1}$ . Детектовани интензитети одређених  $\gamma$ -линија  $N_x$  приказани су у табели 4.4.

Табела 4.8.  
Вероватноћа побуђивања за енергију из спеткра  $^{54}\text{Mn}$

E [keV]	$N_d$	$R_r [10^{-17} \text{ s}^{-1}]$	$\Delta R_r [10^{-17} \text{ s}^{-1}]$
834.848	3800	7.99	0.11

Грешка одређивања релативне сатурационе активности  $\Delta R_r$  израчуната је према формули:

$$\Delta R = R \cdot \left( \frac{1}{N_d^2} (\Delta N_d)^2 + \frac{1}{\lambda^2} (\Delta \lambda)^2 + \frac{1}{\varepsilon^2} (\Delta \varepsilon)^2 + \frac{1}{p_\gamma^2} (\Delta p_\gamma)^2 \right) \quad (4.11)$$

Вредности  $\Delta p_\gamma$  су дате у табелама 4.4. и 4.5. На основу података приказаних у табелама 4.4. и 4.5.  $\Delta N_d$  је израчунато по обрасцу  $\Delta N_d = \sqrt{N_d}$ .  $\Delta \lambda$  је одређено изразом  $\Delta \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}^2} \cdot \Delta T_{1/2}$ . Грешке са којима су измерена масе узорака су занемарене, као и доприноси које грешки  $\Delta R_\gamma$  дају чланови  $(1 - e^{-\lambda_\gamma t_{ZR}})$ ,  $(1 - e^{-\lambda_\gamma t_m})$  и  $e^{-\lambda_\gamma \Delta t}$ .

### 4.2.3. Израчунавање максималне енергије линеарних медицинских акцелератора применом метода фотоактивације

Енергија коју су имали фотони из спектра закочног зрачења акцелератора коришћеног у овом експерименту, била је довољна за индуковање фотонуклеарних реакција. Сатурациона активност за процес фотоактивације оређена је изразом 3.9:

$$R = \int_{E_0}^{E_{MAX}} \sigma(E) \cdot \phi(E) \cdot dE \quad (4.12)$$

$R$  се може одредити и теоријским ( $R_T$ ) и експерименталним ( $R_{EXP}$ ) путем. Да би се теоријски израчунали вероварноћу дешавања нуклеарне реакције према изразу 4.12 неопходно је да знамо вредности ефикасног пресека  $\sigma(E)$  и флукс закочног зрачења при одређеним енергијама  $\phi(E)$ . Вредности  $\sigma(E)$  су познате и за изотопе коришћене овом приликом приказане су на графицима 4.3. за манган и 4.4. и 4.5. за цинк. Енергетски спектар x-зрачења  $\phi(E)$  није још увек егзактно одређен, али постоје бројне апроксимације. Једна од њих је Schiff-ова формула (израз 2.12) и с њом се може са задовољавајућом тачношћу описати флукс фотона  $\phi(E)$ . Schiff-ова функција зависи од максималне енергије електрона који ударају у мету при чему се емитује зрачење. Због тога ако у изразу 4.12.  $\phi(E)$  апроксимирамо Schiff-овом формулом вредност сатурационе активност  $R$  ће такође зависити од максималне енергије електрона. Како је максимална енергија емитованих фотона једнака максималној кинетичкој енергији електрона можемо сматрати да је и  $R$  функција максималне енергије фотона.

Максимална енергија фотона у спектру закочног зрачења може се једноставно одредити ако се упореде теоријска  $R_T$  и експериментална вредност  $R_{EXP}$  сатурационе активности. Треба очекивати да ће разлика између ове две вредности бити најмања на стварној максималној енергији.

Ако имамо више активираних изотопа можемо формирати функцију:

$$F(E_{MAX}) = \left( \frac{R_T^i(E_{MAX})}{R_T^{ref}(E_{MAX})} - \frac{R_{EXP}^i}{R_{EXP}^{ref}} \right)^2 \quad (4.14)$$

где је  $R_T^i(E_{MAX})$  теоријски израчуната вредност сатурационе активности за један изотоп при одређеној максималној енергији  $E_{MAX}$ ,  $R_T^{ref}(E_{MAX})$  је израчуната



вредност за други изотоп, који ће бити сматран референтним, при истој максималној енергији  $E_{MAX}$ ,  $R_{EXP}^i$  и  $R_{EXP}^{ref}$  су мерењем одређене вредности сатурационе активности за први и референтни изотоп.

У овако формираној функцији теоријске и експерименталне вредности сатурационе активности су нормиране и то пружа многе предности. Довољно је да знамо само релативне вредности  $\phi(E)$ . Такође, због нормирања није потребно познавати апсолутну ефикасност детектора јер су за оба коришћена изотопа геометријски параметри приликом мерења били исти, зато је довољно одредити релативну сатурациону активност  $R_r$  на начин описан у претходном поглављу.

Максималну енергију фотона  $E_{MAX}$  одредићемо тако што ћемо наћи минимум функције  $F(E_{MAX})$ , при чему ћемо сматрати да тај минимум одговара баш стварној вредности  $E_{MAX}$  коју производи акцелератор.

За референтне вредности  $R_T^{ref}(E_{MAX})$  и  $R_{EXP}^{ref}$  узете су сатурационе активности фотонуклеарне реакције  $(\gamma, n)$  на мангану  $^{55}Mn$ .  $R_{EXP}^{ref}$  је израчунато коришћењем измереног интензитета  $\gamma$ -линије којој одговара енергија  $E = 834.848 keV$ .  $\gamma$ -линија ове енергије јавља се приликом распада  $^{54}Mn$  који је настао фотоактивацијом  $(\gamma, n)$  мангановог изотопа  $^{55}Mn$ . Добијена вредност за  $R_{EXP}^{ref}$  је  $7.99 \cdot 10^{-17} s^{-1}$  (табела 4.8.).

$R_T^i(E_{MAX})$  и  $R_{EXP}^i$  су вредности сатурационе активности изотопа цинка  $^{64}Zn$  фотонуклеарном реакцијом  $(\gamma, n)$ .  $R_{EXP}^i$  је израчунато коришћењем измереног интензитета  $\gamma$ -линије којој одговара енергија  $E = 669.62 keV$ .  $\gamma$ -линија ове енергије настаје приликом распада  $^{63}Zn$  који је продукт реакције  $(\gamma, n)$  на изотопу  $^{64}Zn$ . Измерена вредност  $R_{EXP}^i$  је  $3.73 \cdot 10^{-17} s^{-1}$  (табела 4.7.).

На основу претходног следи:

$$\frac{R_{EXP}^i}{R_{EXP}^{ref}} = \frac{3.72744 \cdot 10^{-17} s^{-1}}{7.99351 \cdot 10^{-17} s^{-1}} = 0.466 \quad (4.15)$$

Да би одредила функција  $F(E_{MAX})$  потребно је израчунати  $R_T^i(E_{MAX})$  и  $R_T^{ref}(E_{MAX})$ . Сатурационе активности  $R_T^i(E_{MAX})$  и  $R_T^{ref}(E_{MAX})$  за различите вредности максималне енергије фотона у спектру x-зрачења израчунате су нумеричком интеграцијом коришћењем израза 4.12. Нумеричка интеграција је спроведена Њутновим полиномом. На основу израчунатих вредности  $R_T^i(E_{MAX})$  и  $R_T^{ref}(E_{MAX})$  за различите енергије  $E_{MAX}$  одређене су вредности количника  $\frac{R_T^i(E_{MAX})}{R_T^{ref}(E_{MAX})}$ . У табели 4.9. приказани су добијени резултати и претстављени на графику 4.7.

Табела 4.9.

Вероватноћа сатурационе активности  $R_T^i(E_{MAX})$  и  $R_T^{ref}(E_{MAX})$  и количника  $\frac{R_T^i(E_{MAX})}{R_T^{ref}(E_{MAX})}$

$E [keV]$	$R_T^{ref}(E_{MAX})$	$R_T^i(E_{MAX})$	$\frac{R_T^i(E_{MAX})}{R_T^{ref}(E_{MAX})}$
12.5	1.21207	0.02653	0.02188
12.6	1.32325	0.05014	0.03789
12.7	1.44287	0.09927	0.0688
12.8	1.56724	0.14252	0.09094
12.9	1.69528	0.21158	0.12481
13	1.82699	0.27259	0.1492
13.1	1.96455	0.3603	0.1834
13.2	2.11224	0.43816	0.20744
13.3	2.26633	0.54397	0.24002
13.4	2.42467	0.63832	0.26326
13.5	2.5866	0.7212	0.27882
13.6	2.75302	0.87293	0.31708
13.7	2.93266	1.01489	0.34606
13.8	3.12144	1.14238	0.36598
13.9	3.31565	1.30292	0.39296
14	3.51557	1.44751	0.41174
14.1	3.72126	1.62724	0.43728
14.2	3.93711	1.78952	0.45453
14.3	4.16739	1.98925	0.47734
14.4	4.40742	2.16998	0.49235
14.5	4.65444	2.39072	0.51364
14.6	4.90792	2.59083	0.52789
14.7	5.16762	2.83381	0.54838
14.8	5.4451	3.05444	0.56095
14.9	5.73247	3.32111	0.57935
15	6.02981	3.56362	0.591
15.1	6.33666	3.85571	0.60848
15.2	6.65361	4.12168	0.61947
15.3	6.98794	4.44121	0.63555
15.4	7.34096	4.7325	0.64467
15.5	7.70719	5.08174	0.65935
15.6	8.08597	5.40044	0.66788
15.7	8.47487	5.78188	0.68224
15.8	8.87492	6.13028	0.69074
15.9	9.3069	6.5463	0.70338
16	9.75242	6.92659	0.71024
16.1	10.21412	7.37899	0.72243
16.2	10.77794	7.79285	0.72304
16.3	11.41843	8.28241	0.72535
16.4	12.13464	8.7306	0.71948
16.5	12.8359	9.2566	0.72115
16.6	13.5857	9.73852	0.71682
16.7	14.38037	10.2986	0.71616
16.8	15.1884	10.81219	0.71187

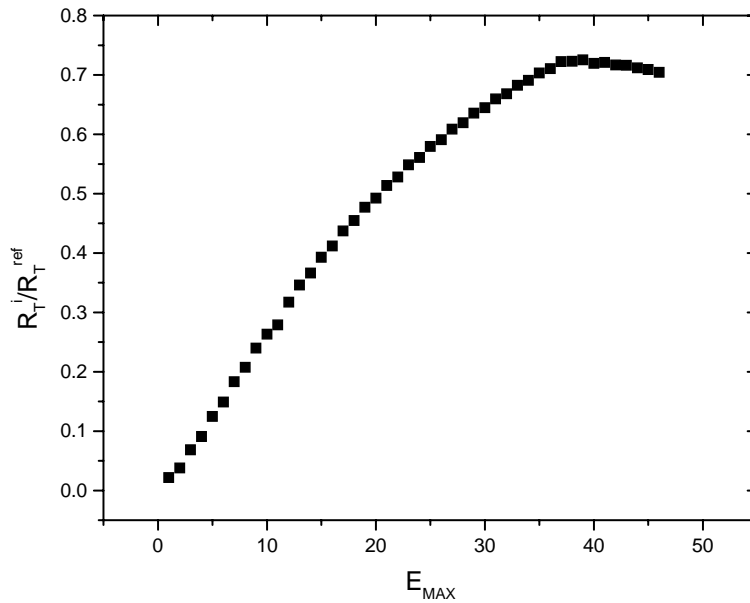


График 4.7. Приказ вредности количника  $\frac{R_T^i(E_{MAX})}{R_T^{ref}(E_{MAX})}$  за различите вредности енергије  $E_{MAX}$

Уврштавањем добијених вредности за  $\frac{R_T^i(E_{MAX})}{R_T^{ref}(E_{MAX})}$  и  $\frac{R_{EXP}^i}{R_{EXP}^{ref}}$  у израз 4.14. израчунате су вредности функције  $F(E_{MAX})$  за различите вредности  $E_{MAX}$ . Добијени резултати су претстављени на графику 4.8.

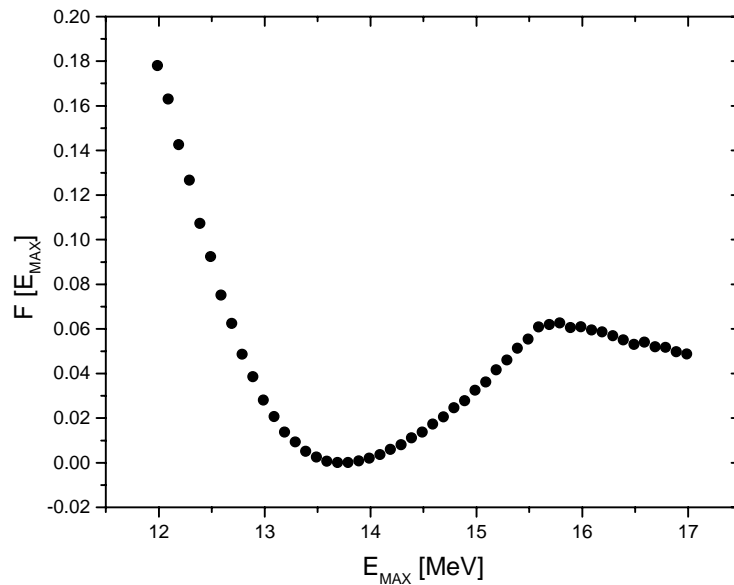


График 4.8. Вредности функције  $F(E_{MAX})$  при различитим  $E_{MAX}$ . За ефикасне пресеке  $\sigma(E)$  су узете вредности претстављене на графицима 4.5. (за цинк) и 4.3. (за манган).

На графику 4.7. јасно је уочљив минимум функције  $F(E_{MAX})$ . Да би се тачно одредила енергија  $E_{MAX}$  на којој функција  $F(E_{MAX})$  има минимум биће извршена интерполација зависности  $F(E_{MAX})$  у опсегу  $E_{MAX}$  од 13 MeV-а до 14.6 MeV-а. Интерполација је извршена полиномом трећег степена:

$$F = A + B_1 \cdot E_{MAX} + B_2 \cdot E_{MAX}^2 + B_3 \cdot E_{MAX}^3 \quad (4.17)$$

Коефицијенти  $A, B_1, B_2$  и  $B_3$  су израчунати помоћу програма Origin и добијене су следеће вредности:

$$\begin{aligned} A &= 47.8(23) \\ B_1 &= -9.9(5) \\ B_2 &= 0.69(4) \\ B_3 &= -0.0157(8) \end{aligned} \quad (4.18)$$

Резултати интерполације приказани су на графику 4.8.

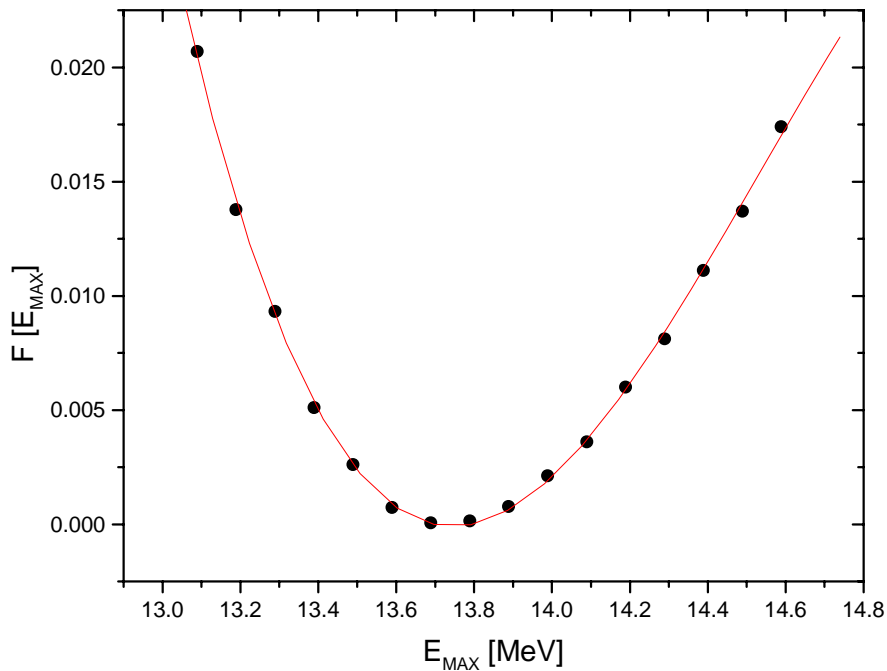


График 4.9. Приказ интерполације функције  $F$  у одређеном интервалу вредности  $E_{MAX}$

Минимум функције 4.17 одређен је условом  $\frac{dF(E_{MAX})}{dE_{MAX}} = 0$ , на основу кога се добија:

$$B_1 + 2 \cdot B_2 \cdot E_{MAX} + 3 \cdot B_3 \cdot E_{MAX}^2 = 0 \quad (4.19)$$

Решење квадратне једначин 4.1

$$E_{MAX1} = 13.7 \text{ MeV} \quad (4.20)$$

Ова вредност енергије одговара максималној енергији фотона у спектру x-зрачења коришћеног акцелератора.

Исти поступак се може поновити за различите вредности  $R_{EXP}^i$  које су израчунате коришћењем измерених интензитета других  $\gamma$ -линија из спектра насталог распадом  $^{63}\text{Zn}$ . Ако се узме вредност  $R_{EXP}^i = 3.8 \cdot 10^{-17} \text{ s}^{-1}$  (табела 4.7) која одговара  $\gamma$ -линији енергије  $E = 962.06 \text{ MeV}$ , добија се максимална енергија фотона:

$$E_{MAX2} = 13.8 \text{ MeV} \tag{4.21}$$

Рачун је спроведен за ове две  $\gamma$ -линије из спектра  $^{63}\text{Zn}$  зато што оне имају највећи кванти принос  $p_\gamma$ .

За референтни изотоп уместо мангана може се узети цинк. И за овакав случај се на исти начин одређује тражена енергија. Тада вредност  $R_{EXP}^i$ , која одговара  $\gamma$ -линији енергије  $E = 934.848 \text{ MeV}$  из спектра  $^{54}\text{Mn}$ , износи  $7.99 \cdot 10^{-17} \text{ s}^{-1}$ , док  $R_{EXP}^{ref}$  има вредност  $3.73 \cdot 10^{-17} \text{ s}^{-1}$  и она одговара  $\gamma$ -линији  $^{63}\text{Zn}$  енергије  $669.62 \text{ MeV}$ -а. На основу тога следи:

$$\frac{R_{EXP}^i}{R_{EXP}^{ref}} = \frac{7.99351 \cdot 10^{-17} \text{ s}^{-1}}{3.72744 \cdot 10^{-17} \text{ s}^{-1}} = 2.1445 \tag{4.22}$$

$R_T^i(E_{MAX})$  сада одговара мангану а  $R_T^{ref}(E_{MAX})$  цинку. Вредности функције  $F(E_{MAX})$  за различите износе  $E_{MAX}$  у овом случају приказане су на графику 4.9. Тачно израчунатом минимуму функције  $F(E_{MAX})$  одговара вредност енергије:

$$E_{MAX3} = 13.7 \text{ MeV} \tag{4.23}$$

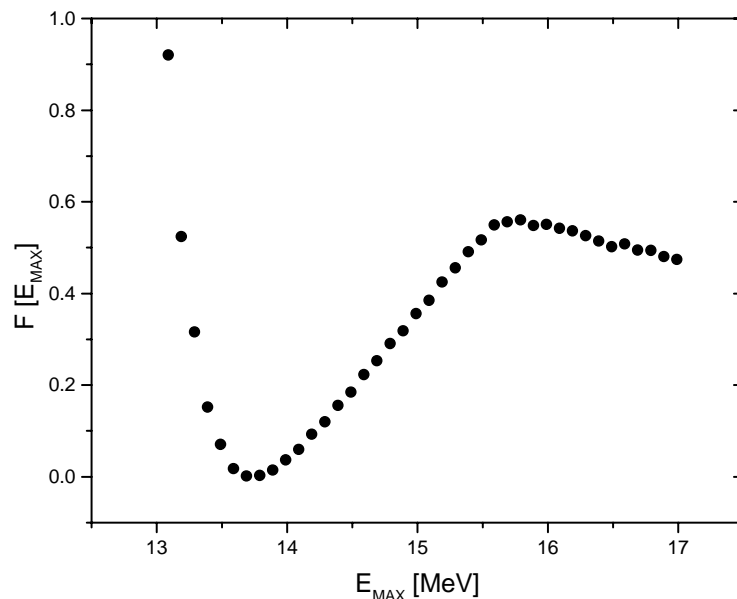


График 4.9. Вредности функције  $F(E_{MAX})$  при различитим  $E_{MAX}$ . За ефикасне пресеке  $\sigma(E)$  су узете вредности претстављене на графицима 4.5. (за цинк) и 4.3. (за манган).

У претходном рачуну за ефикасни пресек  $\sigma(E)$  реакције  $(\gamma, n)$  на изотопу цинка  $^{64}\text{Zn}$  узете су вредности приказане на графику 4.5., уместо њих могу се користити и вредности  $\sigma(E)$  које су претстављене на графику 4.4. У том случају применом истог поступка добијају се вредности функције  $F(E_{MAX})$  при различитим износима  $E_{MAX}$  које су приказане на графику 4.10. Приликом рачуна изотоп манган је сматран реферетним и узете су вредности  $R_{EXP}^{ref} = 7.99 \cdot 10^{-17} s^{-1}$  и  $R_{EXP}^i = 3.73 \cdot 10^{-17} s^{-1}$ . Израчуната максимална енергија фотона у спектру закочног зрачења износи:

$$E_{MAX4} = 13.7 \text{ MeV} \tag{4.24}$$

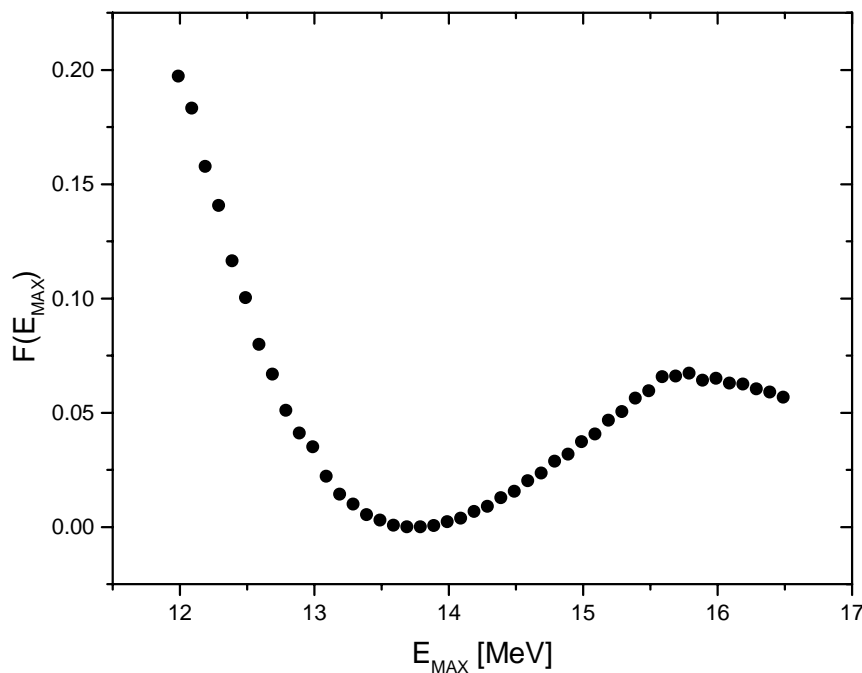


График 4.10. Вредности функције  $F(E_{MAX})$  при различитим  $E_{MAX}$ . За ефикасне пресеке  $\sigma(E)$  су узете вредности претстављене на графицима 4.3 (за цинк) и 4.1. (за манган).

### 4.2.3.1. Процена грешке са којом је одређена максималне енергија фотона

Главни допринос грешки са којом је одређена максимална енергија фотона у спектру x-зрачења потиче величина  $R_{EXP}^i$  и  $R_{EXP}^{ref}$ , а то су  $\Delta R_{EXP}^i$  и  $\Delta R_{EXP}^{ref}$  и представљене су у табелама 4.7. и 4.8. Због тога се количник вероватноћа дешавања нуклеарних реакција  $\frac{R_{EXP}^i}{R_{EXP}^{ref}}$  који фигурише у формули 4.14 налази у интервалу:

$$\frac{R_{EXP}^i - \Delta R_{EXP}^i}{R_{EXP}^{ref} + \Delta R_{EXP}^{ref}} \leq \frac{R_{EXP}^i}{R_{EXP}^{ref}} \leq \frac{R_{EXP}^i + \Delta R_{EXP}^i}{R_{EXP}^{ref} - \Delta R_{EXP}^{ref}} \quad (4.25)$$

Замењивањем величине  $\frac{R_{EXP}^i}{R_{EXP}^{ref}}$  у изразу 4.14 у једном случају са  $\frac{R_{EXP}^i + \Delta R_{EXP}^i}{R_{EXP}^{ref} - \Delta R_{EXP}^{ref}}$  а у другом са  $\frac{R_{EXP}^i - \Delta R_{EXP}^i}{R_{EXP}^{ref} + \Delta R_{EXP}^{ref}}$  и потом израчунањем  $E_{MAX}$  поступком описаним у претходном поглављу, добиће се две вредности  $E_1$  и  $E_2$  енергије које се могу сматрати интервалом грешке максималне енергије акцелераторског x-зрачења.

У табели 4.9. приказане су добијене вредности  $E_1$  и  $E_2$  које одговарају максималним енергијама фотона у спектру x-зрачења одређеним у предходном поглављу (за различите вредности  $R_{EXP}^i$  и  $R_{EXP}^{ref}$ , у случају да је реферетни изотоп цинк односно манган и за различите вредности ефикасног пресека  $\sigma(E)$ )

Табела 4.10.  
Максимална енергија фотона у спектру закочног зрачења

$E_{MAX}[MeV]$	$E_1[MeV]$	$E_2[MeV]$
$E_{MAX1} = 13.7$	13.9	13.7
$E_{MAX2} = 13.8$	13.9	13.7
$E_{MAX3} = 13.7$	14.4	12.9
$E_{MAX4} = 13.7$	13.7	13.8

## ЗАКЉУЧАК

У овом рду приказан је начин одређивања максималне енергије фотона у спектру  $x$ -зрачења  $E_{MAX}$  линеарног медицинског акцелератора мерењем активности индуковане ( $\gamma, n$ ) фотонуклеарном реакцијом.

Призвођач акцелератора Varian 2100C који је коришћен овом приликом, је навео да је номиналну вредност максималне енергије акцелераторског зрачења  $15MeV - a$ . У литератури се могу пронаћи радови који показују да номинална максимална енергија коју даје произвођач не мора бити тачна. Коришћењем поступка заснованог на фотоактивацији у овом раду су добијене вредности величине  $E_{MAX}$  које су мање од  $15MeV - a$ .

Стандардни начин који се користи у клиничкој пракси за одређивање максималне енергије акцелераторског зрачења заснива се на мерењу процентуалне дубинске дозе. Међутим, оба метода је недовољно прецизна јер се добијају резултати са грешком око 20 % која је последица тога што су вредности калибрационе криве одређене са грешком од 2 % . Поступак заснован на процесима фотонуклеарних реакција даје много прецизније резултате.

Применом метода фотоактивације у овом експерименталном раду добијене су за коришћени акцелератор вредности  $E_{MAX}$  које од номиналних  $15MeV - a$  отступају више од  $1MeV - a$ . Поузданост добијених резултата може се проверити ако се за фотоактивационо мерење употребе други изотопи.

Описани експериментални поступак је веома једноставан и меже се применити на свим акцелераторима који индукују  $x$ -зрачење енергије веће од прага фотонуклеарних реакција. Предност овог метода је та што није потребно познавати апсолутну ефикасност детектора приликом мерења активности индуковане фотонуклеарном реакцијом. Такође, гређка мерења индуковане активности је мала што доводи до повећања тачности са којом је одређена максимална енергија акцелераторског зрачења  $E_{MAX}$ .

Приликом одређивања вредности  $E_{MAX}$  сатурациона активност је рачуната нумеричком интеграцијом:

$$R(E_{MAX}) = \int_{E_0}^{E_{MAX}} \sigma(E) \cdot \phi(E, E_{MAX}) dE$$

Поузданост добијених вредности сатурационе активности  $R(E_{MAX})$  зависи од прецизности са којом су одређени ефикасни пресеци  $\sigma(E)$  за фотонуклеарне реакције и флуks фотона  $\phi(E)$   $x$ -зрачења. Гршка са којом су добијене вредности ефикасног пресека  $\sigma(E)$  може бити велика због чега у експерименталном раду треба бирати изотопе са поуздано одређеним ефикасним пресецима  $\sigma(E)$ . Флуks фотон  $\phi(E)$  је у овом раду апроксимира Schiff-овом функцијом која је одређена теоријским путем и даје добре резултате за танке мете. Уместо Schiff-овом формулом облик спектр  $x$ -зрачења може се описати функцијом која би у обзир узела ефекте апсорпције зрачења у акцелераторској глави и чињеницу да терапијско  $x$ -зрачење настаје заустављањем електрона на дебелој мети.



Поступак одређивања максималне енергије фотона у спектру х-зрачења заснован на фотоактивацији могао би постати стандардан у клиничкој пракси и заменити метод заснован на снимању криве процентуалне дубинске дозе. Да би се то постигло неопходно је стандардизовати изотопе који ће бити коришћени са прецизно одеђеним ефикасним пресеком за дешавање фотонуклеарних реакција и одабрати функцију која на задовољавајући начин апроксимира облик спектра акцелераторског х-зрачења

## Списак коришћене литературе

- 1.) Миодраг Д. Крмар, Одређивање енергетског спектра фотона у снопу 15 MeV-ског x-зрачења фотоактивационом и атенационом методом, магистарска теза, Београд, 1993.
- 2.) Драгана Д. Пећанац, Одређивање енергетског спектра 6 MeV-ског линеарног акцелератора атенуационом анализом, дипломски рад, Нови Сад, 1998.
- 3.) Драган Миливојевић, Одређивање прага појединих елемената фотоактивационом анализом, дипломски рад, Нови Сад, 1990.
- 4.) Лазар Маринков, Основи нуклеарне физике, Природно-математички факултет, Нови Сад, 1976.
- 5.) Миодраг Крмар, К. Ganezer, Г. Пантелић, П. Крстоношић, Endpoint energy of linear medical accelerators, Physics Department, California State University, Dominguez Hills, Carson, CA, USA, 2004.
- 6.) H.W.Koch, J.W.Motz, Bremsstrahlung Cross-Section Formulas and Related Data, National Bureau of Standards, Washington D.C, 1959.
- 7.) Patton H. McGinley, Adam F. Bader, A quality control method for detecting energy changes of medical accelerators, Treasure Coast Center, Port Saint Lucie, USA, 1999.
- 8.) Милутин Бауцал, Извори јонизујућег зрачења у радиотерапији, специјалистички рад, Нови Сад, 2001.
- 9.) Ervin B. Podgorsk, Review of Radiation Oncology Physics: A Handbook for Teachers and Students, International Atomic Energy Agency, Vienna, Austria, 2003.
- 10.) T. D. Arruda-Nero, Z. Caravlleiro, J. Mesa, A. Deppman, V. P. Likhachev, M. N. Martins, Statistical and direct aspects of  $^{64}\text{Zn}$  ( $\gamma$ , n) and ( $\gamma$ , np) decay channels in the giant dipole resonance and quasideuteron energy regions, Physical Review, Part C, Nuclear Physics Vol.68 p. 014618, 2003.
- 11.) A. M. Goryachev, G. N. Zlesnyy, The studying of the photoneutron reactions cross sections in the region of the giant dipole resonance in zinc, germanium, selenium and strontium isotopes, Voprosy Teoreticheskoy i Yadernoy Fiziki Vol.8, p. 121, 1982.

- 12.) B. A. Alvarez, B. L. Berman, D. D. Faul, F. H. Lewis Jr, P. Meyer, Photoneutron cross sections for  $^{55}\text{Mn}$  and  $^{59}\text{Co}$ , Physical Review, Part C, Nuclear Physics Vol. 20, p. 128, 1979.
- 13.) Edgardo Browne, Richard B. Firestone, Table of Radioactive Isotopes, Lawrence Berkeley Laboratory, University of California, 1986.
- 14.) British Journal of Radiology, Supplement 25, Central Axis Depth Dose for Use in Radiotherapy: 1996.  
A survey of depth doses and related data measured in water of equivalent media  
Section 5  
T. J. Jordan, Megavoltage x-rays: 2 – 50 MV, Christie Hospital, Manchester, 1996.
- 15.) C. J. Karzmark Advances in linear accelerator design for radiotherapy, Department of Radiology, Stanford University School of Medicine, Stanford, California, 1983.

## Кратка биографија



Рођен сам у Зрењанину 13. априла 1982. године. Погађао сам основну школу “Др Јован Цвијић” у родном месту. 1997. године наставио сам школовање у “Зрењанинској гимназији”. По завршетку гимназије уписао сам се на студије физике на Департману за физику Природо-математичког факултета у Новом Саду. 2006. године положио сам све испите предвиђене наставним планом и програмом.

УНИВЕРСИТЕТ У НОВОМ САДУ  
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ

КЉУЧНА ИНФОРАЦИЈСКА ИНФОРМАЦИЈА

*Редни број:*

**РБР**

*Индеификациони број:*

**ИБР**

*Тип докуменације:*

Монографска документација

**ТД**

*Тип записа:*

Текстуални штампани материјал

**ТЗ**

*Врста рада:*

Дипломски рад

**ВР**

*Аутор:*

Никола Јованчевић

**АУ**

*Ментор:*

Др Миодраг Крмар, ванредни професор, ПМФ, Нови САД

**МН**

*Наслов рада:*

Активност индукована у фотонуклеарним реакцијама као могући индекс квалитета теарпијског снопа х-зрачења

**НР**

*Језик публикације:*

српски (ћирилица)

**ЈП**

*Језик извода:*

српски/енглески

**ЈИ**

*Земља публикавања:*

Србија

**ЗП**

*Уже географско подручје:*

Војводина

**УГП**

*Година:*

2006

**ГО**

*Издавач:*

Ауторски репринт

**ИЗ**

*Место и адреса:*

Природно-математички факултет, Трг Доситеја Обрадовића 4, Нови Сад

**МА**

*Физички опис рада:*

**ФО**

*Научна област:*

Физика

**НО**

*Научна дисциплина:*

Нуклеарна физика

**НД**

*Предметна одредница/кључне речи:*

**ПО**

**УДК**

*Чува се:*

Библиотека департмана за физику, ПМФ-а у Новом Саду

**ЧУ**

*Важна напомена:*

нема

**ВН**

*Извод:*

**ИЗ**

*Датум прихватања од НН већа:*

**ДП**

*Датум одбране:*

**ДО**

*Чланови комисије:*

**КО**

*Председник:*

*члан:*

*члан:*

UNIVERSITY OF NOVI SAD  
FACULTY OF SCIENCE AND MATHEMATICS

KEY WORDS DOCUMENTATION

*Accession number:*

**ANO**

*Identification number:*

**INO**

*Document type:*

Monograph publication

**DT**

*Type of record:*

Textual printed material

**TR**

*Content code:*

Final paper

**CC**

*Author:*

**AU**

*Mentor/comentor:*

**MN**

*Title:*

**TI**

*Language of text:*

Serbian (Latin)

**LT**

*Language of abstract:*

English

**LA**

*Country of publication:*

Serbia and Montenegro

**CP**

*Locality of publication:*

Vojvodina

**LP**

*Publication year:*

2005

**PY**

*Publisher:*

Author's reprint

**PU**

*Publication place:*

Faculty of Science and Mathematics, Trg Dositeja Obradovića 4, Novi Sad

**PP**

*Physical description:*

5/182/32/0/71/0/3

**PD**

*Scientific field:*

**SF**

*Scientific discipline:*

**SD**

*Subject/ Key words:*

**SKW**

**UC**

*Holding data:*

Library of Department of Physics, Trg Dositeja Obradovića 4

**HD**

*Note:*

none

**N**

*Abstract:*

**AB**

*Accepted by the Scientific Board:*

**ASB**

*Defended on:*

**DE**

*Thesis defend board:*

**DB**

*President:*

*Member:*

*Member:*

