Одбрана 26. VI. 1970

Комисија 1) Dr. Звонко Марић ~~(ментор~~

2) Dr. Војислав Радојевић (ментор)

3) Dr. Слободан Царић

Оцена 10 (десет)

Dr Царић

D-9+CD

UNIVERZITET U NOVOM SADU

Prirodno matematički faktultet

Diplomski rad

Negativne apsolutne temperature
i
temperatura u specijalnoj teoriji relativnosti

Nikola Erić

15. juni 1970. Novi Sad

Zahvaljujem se
docentu Dr Vojislavu Radojeviću
i docentu Dr Zvonku Mariću
koji su mi svojim savetima i suge-
stijama pomogli da uspešno i
na vreme završim ovaj rad.

Negativne apsolutne temperature
i
temperatura u specijalnoj teoriji relativnosti

U V O D

Objavljivanje nekih članaka u časopisima podelilo je ve ćinu fizičara u dve grupe. Prvi su tvrdili da negativne apsolu tne temperature realno postoje i da se kao takve mogu uklopiti u postojeći formalizam termodinamike i statističke fizike, a drugi, da je to samo fikcija teorijskih fizičara. Ova dilema je prekinuta onog momenta kada su Perzel i Pund eksperimentalno konstatovali negativne apsolutne temperature na sistemu nukle arnih spinova.

Danas je nemoguće poricati postojanje negativnih apsolu tnih temperatura, iako se većina sistema sa kojima se susreće mo u svakodnevnoj praksi, ne može naći u stanju sa negativnom apsolutnom temperaturom. Potrebno je odmah istaći da se negativ na apsolutna temperatura ne dobija hladjenjem tela ispod apso lutne nule (time bi došli u sukob sa Nerstovom teoremom), već "zagrevanjem" sistema iznad beskonačne temperature.

Zato će prvi deo ovog rada i biti posvećen sistemima i uslovima koje oni moraju da ispune pa da se nadju u stanju sa negativnom apsolutnom temperaturom. U njemu je takodje obradjen i statistički smisao negativnih apsolutnih temperatura i dva eksperimentalna metoda ostvarivanja stanja sa negativnom apso lutnom temperaturom.

Ovi sistemi se danas uveliko koriste za proizvodnju gene ratora i pojačivača radio talasa na osnovu indukovanih prela za. Naime, elektromagnetnim zračenjem prolazeći kroz ove siste me postaje pojačano te zbog ove osobine, ovi sistemi su našli veliku primenu u radiotehnici. Zato je na kraju prvog dela da to kratko objašnjenje ovog fenomena.

U drugom delu je data termodinamika ovih sistema. Naroči to je posvećena pažnja različitim formulacijama II-og princi pa termodinamike koje su morale pretrpiti izmene da objasni le i fenomene vezane za negativne apsolutne temperature.

U najnovijim časopisima je istaknut i problem transforma cione formule za temperaturu u specijalnoj teoriji relativno sti. Da bi ovaj rad, koji je na neki način posvećen najnovijim naučnim shvatanjima o temperaturi, bio što celovitiji to je III-ći deo posvećen tretiranju temperature u specijalnoj teo riji relativnosti.

I DEO

NEGATIVNE APSOLUTNE TEMPERATURE

Početkom druge polovine našeg veka, tačnije 1951. godine, zapaženo je postojanje negativnih apsolutnih temperatura. Zasluga za to pripada Perzelu i Pundu, koji su eksperimentalno konstantovali postojanje negativnih apsolutnih temperatura na sistemima nuklearnih spinova kristala LiF. Tako je termodinamika bila dopunjena principijelno novim stavom: o mogućnosti termodinamički ravnotežnih stanja s negativnom apsolutnom temperaturom. Ovaj stav nas upućuje da obratimo pažnju na dve stvari:

1. Na opravdanost uvodjenja negativnih apsolutnih temperatura i

2. Na mogućnost ostvarivanja kvaziravnotežnih stanja kod sistema sa negativnim apsolutnim temperaturama.

1. Opravdanost uvodjenja negativnih apsolutnih temperatura u termodinamiku

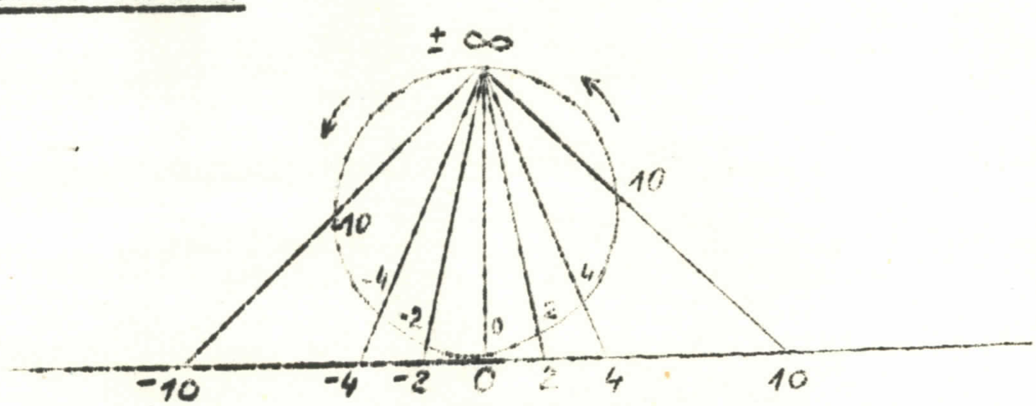
Uvodeći temperaturu u termodinamiku pokazano je, da element količine toplote δQ ima i takav množilac (delilac), koji zavisi samo od temperature i koji ga prevodi u holonomnu Pfafovu formu. Ovaj integracioni množilac $\mu = \varphi(t)$ prevodi element količine toplote δQ u totalni diferencijal, čime je bila odredjena entropija sistema. Pošto, $\varphi(t)$ zavisi samo od temperature, može se uzeti kao mera temperature. Temperatura, $T=\varphi(t)$ je apsolutna temperatura, pošto, iako oblik funkcije $\varphi(t)$ zavisi od izbora empirijske temperature, brojna vrednost te funkcije ne zavisi od izbora empirijske temperature. Tako se dobije, (videti (1), odnos apsolutnih temperatura dva stanja nekog sistema izražen eksponencijalnom funkcijom:

$$\ln \frac{T}{T_o} = \int_{t_o}^{t} \frac{\left(\frac{\partial A}{\partial t}\right)_a dt}{\left(\frac{\partial U}{\partial a}\right)_t + A} = I \quad \text{ili} \quad T = T_o e^I \qquad (I.1)$$

Gde je A uopštena sila koja odgovara spoljašnjem parametru a, U-unutrašnja energija, T i T_o vrednost temperature po apsolutnoj skali koje odgovaraju empirijskim temperaturama t i t_o respektivno.

Uz napomenu da je formula (I.1) izvedena za kvazi-statičke prelaze sistema iz jednog stanja u drugo, može se iz pomenute formule zaključiti da apsolutna temperatura ne može menjati znak: ona je, dakle, ili uvek pozitivna ili uvek negativna. Ovde ostaje otvoreno pitanje promene znaka apsolutne temperature, ako sistem prelazi iz jednog ravnotežnog stanja u drugo nestatičkim putem. Da bi ovo tvrdjenje o konstantnosti znaka apsolutne temperature ostalo u važnosti, mora se formuli (I.1) pridružiti još jedan stav: "Stanja koja su dostižna iz datog nestatički uvek su dostižna iz njega i kvazistatički". Ovo ima smisla kod većine (običnih) sistema sa kojima se najčešće susrećemo, tj. kod sistema kod kojih sa porastom temperature do beskonačnosti i energija raste do beskonačnosti. Ovakvi sistemi ne mogu imati negativne apsolutne temperature, ako je za njih već izabrana pozitivna apsolutna temperatura.

Medjutim, kod nekih sistema postoji gornja granica energije. Unutrašnja enertija kod ovih sistema se asimptotski približava graničnoj vrednosti kada $T \longrightarrow \infty$. Kada se ovakvom sistemu saopšti energija veća od granične, onda on u takvom stanju raspolaže većom energijom od one koju bi imao pri beskonačnoj temperaturi. Dakle, ovakvo stanje sistema bi odgovaralo "ultrabeskonačnoj" temperaturi. Ali matematika ne poznaje ultra beskonačnost. Zato, ako se krećemo po brojnoj osi od nula ka beskonačnosti, i predjemo "tačku" beskonačno, (u želji da udjemo u ultrabeskonačnost), to se počnemo približavati nuli sa negativne strane.



Sl.1

Ako se brojna osa projektuje na brojni krug tako najudaljenijim tačkama brojne ose odgovara najviša tačka brojnog kruga (Sl.1), dobije se očigledniji geometrijski prikaz prelaska iz pozitivnih u negativne apsolutne temperature. Obilazeći krug u smeru suprotnom kazaljke na satu prelazimo celu brojnu osu.

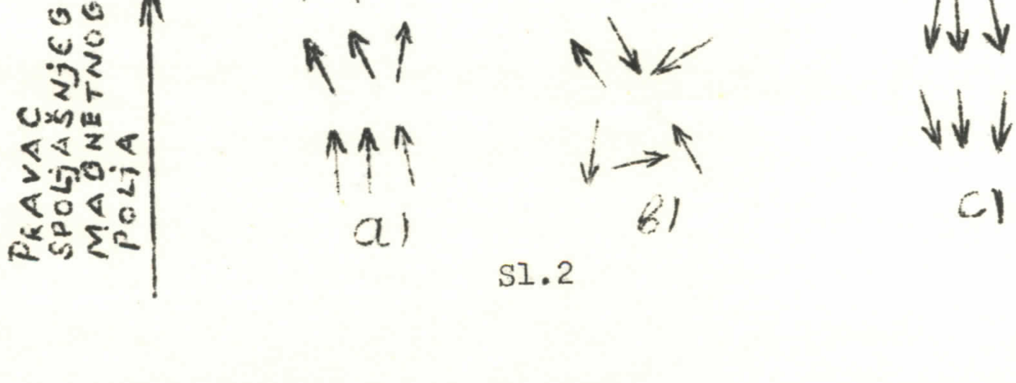
Znači, sistem će imati negativnu apsolutnu temperaturu o... nog momenta, kada mu se saopšti energija veća od date granič... vrednosti energije. Ovo, pak, dalje znači da se negativne tempe... rature ne dobijaju hladjenjem, tj. oduzimanjem sistemu energij... toplotnog kretanja, već obrnuto saopštavanjem sistemu energi... je veće od one koja odgovara beskonačnoj temperaturi. Pri ost... rivanju negativnih apsolutnih temperatura nije se prešlo ispod nula stepeni Kelvina te ove temperature ne leže ispod apsolu... tne nule već "iznad beskonačne temperature". Zato se za sist... sa negativnom apsolutnom temperaturom obično kaže : da je za... grejaniji preko temperature + beskonačno, a ne da je hladniji od nula stepeni Kelvina.

Temperaturska skala po kojoj bi temperatura rasla od na... nižih ka najvišim temperaturama izgledala bi ovako: $+ 0^oK, \ldots + 500^oK, \ldots, + 1000\ ^oK, \ldots, \pm \infty, \ldots, - 500\ ^oK, \ldots, - 0\ ^oK$. Po ovoj skali najviša mogućatemperatura bila bi $- 0\ ^oK$.

2. Mogućnost ostvarivanja kvaziravnotežnih stanj...

Da bi se sistem sa negativnom apsolutnom temperaturom n... šao u stanju termodinamičke ravnoteže, mora zadovoljiti neke osnovne uslove. Postizanje ravnoteže objasnićemo na sistemu "elementarnih magneta" - na primer nuklearnih magnetnih mom... nata. Ako se ovaj sistem elementarnih magneta stavi u jako ma... gnetno polje, onda, ono teži da sve "magnetiće" postavi u pravac magnetnih linija sile i to bi se i ostvarilo da nema haotičnog toplotnog kretanja. Usmerenost će biti utoliko veća ukoliko je jačina polja veća, a temperatura manja.

Na temperaturi $T \gg 0\ ^oK$ usmerenost će biti skoro pot... puna, pa kažemo da se sistem nalazi u stanju najmanje energi... (Sl.2a).



Sl.2

Ako sistemu počnemo dodavati energiju povećanjem tempera ture uredjenost se narušava i pri $T \longrightarrow \infty$ haotičnost je potpuna,a sistem je izgubio magnetna svojstva,(Sl.2b).Ako po sle ovoga i dalje sistemu dodajemo energiju možemo postići,da se elementarni magneti orijentišu nasuprot spoljašnjeg magnet nog polja,(Sl.2c).Sistem sada ima energiju veću od one koja odgovara beskonačnoj temperaturi,pa kažemo da ima negativnu apsolutnu temperaturu.Znači,jedan od osnovinih uslova koji mo ra ispuniti sistem pa da ima negativnu apsolutnu temperaturu jeste:Energija termodinamičkog sistema mora imati konačnu gra ničnu vrednost pri $T \longrightarrow \infty$.

Sistem mora biti potpuno izolovan od drugih sistema koji ne ispunjavaju predhodni uslov,a to znači da vreme uspostavlja nja termodinamičke ravnoteže u sistemu mora biti mnogo puta manje od vremena za koje sistem počne gubiti energiju na oko linu.Ove uslove ispunjava na primer sistem nukleonskih spino va kristala LiF.Ovde se termodinamička ravnoteža uspostavlja posredstvom interakcije izmedju spinova.Ova interakcija uspos tavlja ravnotežu koja se karakteriše vremenom relaksacije T_2 koje je reda veličine 10^{-5} sec.Interakcija spisnkog sistema sa kristalnom rešetkom karakteriše se vremeno relaksacije T_1 koje traje nekoliko minuta,dakle,mnogo veće od T_2.(Vreme rela ksacije je vreme potrebno da se sistem vrati u stanje ravnote že).Ova razlika u dužini vremena T_1 i T_2 omogućava spisnkom si stemu da,kada postigne termodinamičku ravnotežu ostaje relativ no dugo,praktično izolovan od rešetke,pa se u tom vremenu mo že govoriti o termodinámičkoj ravnoteži spinskog sistema.

STATISTIČKI SMISAO NEGATIVNIH APSOLUTNIH TEMPERATURA

Negativne apsolutne temperature moraju biti objašnjenje i statističkom fizikom.

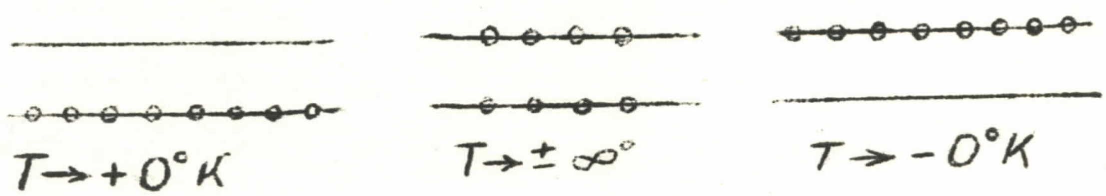
Zamsilimo kvantni sistem koji ima dva energijska nivoa, i neka se na svakom od njih može naći proizvoljan broj čestica Raspodela čestica po nivoima,ako se sistem nalazi u termodina mičkoj ravnoteži,okarakterisana je Bolcmanovom funkcijom ras podele:

$$N_i = Ae^{-\frac{E_i}{kT}} \qquad (I.2)$$

gde je A - konstanta normiranja, N_i - broj čestica na i-tom nivou, k-Bolcmanova konstanta, T-apsolutna temperatura. Iz (I.2) se vidi da za veće E_i manje je N_i pri nekoj vrednosti temperature, tj. na višem energijskom nivou se nalazi manji broj čestica. Ako nema termodinamičke ravnoteže, onda raspodela čestica na ova dva nivoa može biti proizvoljna, a to znači da se može desiti da na višem energijskom nivou bude veći broj čestica nego na nižem.

Stanje sistema kada se na višem energijskom nivou nalazi manji broj čestica nego na nižem, opisuje se funkcijom (I.2) sa nekom pozitivnom temperaturom. Za opisivanje kvaziravnotežnog stanja, kada se na višem energijskom nivou nalazi veći broj čestica nego nižem, uvažavajući pri tom funkciju oblika (I.2), moramo uzeti da je temperatura negativna, zato su ovakva stanja i dobila naziv, stanja sa negativnom temperaturom.

Temperatura $T \longrightarrow -0\ ^{o}K$ karakterisala bi stanje sistema u kome bi sve čestice bile na višem energijskom nivou, a $T \longrightarrow +0\ ^{o}K$ stanje sistema u kome bi sve čestice "naselile" niži energijski nivo. Ako u (I.2) zamenimo temperature $T \longrightarrow \infty$ i $T \longrightarrow -\infty$ dobijemo isti rezultat, a to znači da se pri ovim temperaturama na oba nivoa nalazi isti broj čestica. Ovo je ilustrovano na (Sl.3).



Sl.3

Ovako uveden pojam negativne apsolutne temperature može se uopštiti na sisteme sa proizvoljnim brojem nivoa, kada se raspodela čestica po kvantnim stanjima sistema opisuje funkcijom raspodele f_r. Ova funkcija je normirana kao:

$$\sum_{r} f_r = N \qquad (I.2')$$

(gde je N - broj čestica sistema) i proporcionalna je verovatnoći nalaženja čestica u r - tom kvantnom stanju.

Prema ovoj funkciji razlikujemo dve vrste sistema:

1. Sistemi kod kojih se verovatnoća nalaženja čestica u kvantnom stanju sa energijom E smanjuje sa povećanjem energi je u celom intervalu stanja,tj.

$$f_1 > f_m \quad \text{ako je} \quad E_1 < E_m \qquad (I.3)$$

2. Sistemi kod kojih bi za dva energijska nivoa imala smi sla nejednakost:

$$f_1 < f_m \quad \text{ako je} \quad E_1 < E_m \qquad (I.4)$$

Specijalno prve sisteme,kada se nalaze u stanju termodinamičke ravnoteže opisujemo u zavisnosti od statistike čestica funkci jom Fermi - Diraka ili Boze - Ajnštajna:

$$f(E_r,T) = G_r \left(e^{\frac{E-\mu}{kT}} \pm 1\right)^{-1} \qquad (I.5)$$

gde je G_r - višestrukost degeneracije energijskog nivoa, μ - hemijski potencijal.(Gornji znak odgovara Fermi - Dirakovoj raspodeli,a donji Boze - Ajnštajnovoj).

Sistemi druge vrste koji su u kvanziravnotežnom stanju a kod kojih ispunjavaju nejednakost (I.4);raspodela čestica po tim nivoima može se formalno opisati funkcijom (I.5),samo ako je tempera tura T negativna.Zato ove sisteme nazivamo sistemima sa nega tivnom apsolutnom temperaturom u odnosu na nivoe E_1 i E_m.

Osvrnimo se još na kanonsku raspodelu u kojoj parametar $\Theta = kT$ ulazi kao modul u poznati integral stanja:

$$Z = \int_{(X)} e^{-\frac{E(X,a)}{\Theta}} \, dX$$

Za obične sisteme sa kojima se susrećemo u svakodnevnoj praksi,ovaj temperaturski parametar $\Theta = kT$ mora biti pozitivan $\Theta > 0$,jer bi u protivnom integral stanja bilo nemoguće normi rati.Ovo važi za sisteme čija energija polazi od neke minimal ne E_{min} pa sve do beskonačnosti kad $\Theta \longrightarrow \infty$ .Ali kada ima mo sisteme koji osim donje granice imaju i gornju graničnu vrednost energije E_{max},tada će uslov normiranja biti ispunjen i pri $\Theta > 0$ i pri $\Theta < 0$.Sistemi čija se energija kreće u in tervalu $E_{min} < E_k < E_{max}$,mogu i sa gledišta statističke fizi ke imati negativnu temperaturu.

Razmotrimo kako će izgledati odnos izmedju entropije, energije i temperature u slučaju negativnih temperatura sa gledišta statističke fizike. U tu svrhu posmatrajmo N elektrona koji mogu imati samo dve orjentacije spina sa energijama $\pm$ mH i koji pripadaju N lokalizovanim atomima. Neka n elektrona imaju spin orjentisan u suprotnom smeru polju, a N - n u smeru polja. Tada imamo da je:

$$E = mH(2n - N)\ ,\ a\ \Omega_E = \frac{N!}{n!(N - n)!}$$

gde je Ω_E izrodjenost kvantnih stanja za svaku energiju E. Tada će entropija biti:

$$S = k\ln\Omega_E = k\{N(\ln N - 1) - n(\ln n - 1) - (N - n).$$
$$.[\ln(N - n) - 1]\}$$

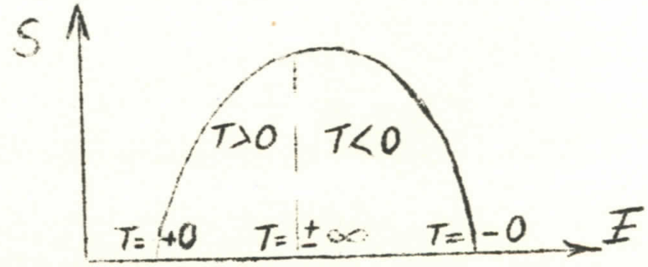
Očevidno je da je:

$$\frac{\partial}{\partial E} = \frac{1}{2mH}\frac{\partial}{\partial n} \qquad \text{pa je:}$$

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial E} = \frac{k}{2mh}\ln\frac{N - n}{n}$$

Kada je n = 0 pa zato $\Omega_E = 1$ što odgovara najnižem energetskom stanju tada je $\frac{1}{T} = +\infty$ što znači da je T = + 0. Kada je $n = \frac{N}{2}$, Ω_E dostiže maksimum ali je $\frac{1}{T} = 0$ pa je $T = \infty$.
Kada n i dalje raste i dostigne vrednost N_1 blisku N tada $\ln\frac{N - n}{n}$ uzima negativnu vrednost pa je Ω_E ponovo jedinica a S = 0, ali je $\frac{1}{T} = -\infty$, a T = - 0.

Ako ovaj posmatrani ddnos stavimo u S,E dijagram dobićemo grafički vezu izmedju S,E i T.



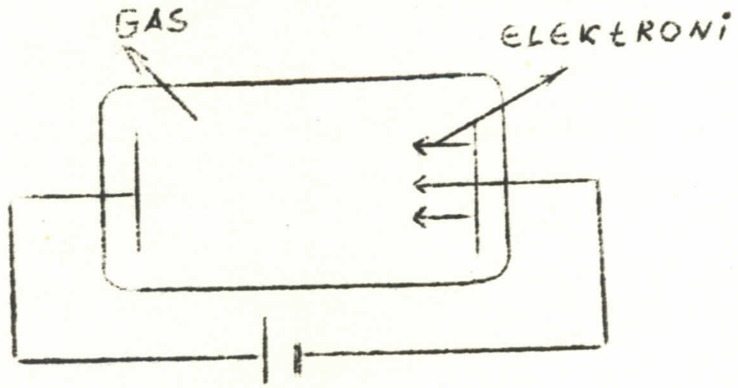
Sl.4

SISTEMI SA NEGATIVNIM APSOLUTNIM TEMPERATURAMA

Prvi sistem sa negativnom apsolutnom temperaturom ostva rili su Perzel i Pund 1951.godine na sistemu nuklearnih spino va u vrlo čistom kristalu LiF.Oni su čist kristal LiF postavi li u jako magnetno polje i tako izvršili polarizaciju magnet nih momenata,koji su se orijentisali u smeru polja.Paralelno sa pravcem jakog polja postavljen je mali solenoid čije je po lje 100 ersteda i potiče od permanentnog magneta.Solenoid je vezan u kolo sa kondenzatorom kapaciteta 2 μF,a koji je naele ktrisan do 8000 V.Kada se uzorak iz jakog polja stavi u sole noid i kondenzator prazni,u navojima solenoida se javlja jaka struja koja u vremenu od 0,2 mikrosekunda "obrće" polje od + 100 ersteda na - 100 ersteda.Ovo obrnuto polje može da se vrati na prvobitnu vrednost tek posle 1 msec,što je mnogo du že vreme od vremena spin-spinske relaksacije T_2 koje je reda veličine 10^{-5} sec.Ako se sada kristal brzo vrati u isto jako polje mogla se konstatovati,na primer metodom nuklearne magne tne rezonance,obrnuta polarizacija što znači da su magnetni momenti bili orijentisani nasuprot polju.Cela ova operacija trajala je 2 - 3 sec,a što je znatno kraće vreme od vremena spin - rešetkine relaksacije T_1.Uspostavljanjem ravnoteže iz medju nuklearnih magnetnih momenata vrši se njihovom interakci jom za vreme približno jednako periodu nuklearne Larmorove pre cesije,a to je vreme istog reda veličine kao i vreme koje je potrebno da se pravac magnetnog polja solenoida obrne za 180°, pri pražnjenju kondenzatora.Znači da je sistem nuklearnih spi nova doveden u ravnotežno stanje nestatičkim procesom što i jeste karakteristika sistema sa negativnom apsolutnom tempera turom.Ovo ravnotežno stanje se održava oko pet minuta posle čega,zbog spin - rešetkine interakcije ovaj sistem prelazi u stanje sa pozitivnom temperaturom.

Podvucimo još jedanput da je,uopšte,proces prelaska siste ma iz stanja sa pozitivnom apsolutnom temperaturom u stanje sa negativnom apsolutnom temperaturom principijelno nestatički pošto je brzina promene spoljašnjeg parametra (u našem slučaju magnetnog polja),koji uzrokuje taj proces približno jednaka br zini relaksacije.Kod ovih "anomalnih"sistema važi princip,da kada se dostigne jedno stanje iz nekog datog stanja nestatič ki,ne moguće je ga dostići i kvazistatički.

Navodimo još jedan primer ostvarivanja sistema sa nega tivnom apsolutnom temperaturom.Već je napred rečeno da se mo že desiti da se viši energijski nivo nekog kvantnog sistema popuni većim brojem čestica od nižeg.Predpostavimo zato da ima mo sistem atoma ili jona kojima se spolja dovodi energija.Ne k postoji u tom sistemu takodje i neki mehanizam gubitka ener gije.Sistem se zato može naći u neravnotežnom ali stacionar nom stanju pri kome će količina dovedene energije biti jedna ka količini izgubljene i u sistemu će se uspostaviti raspodela atoma po nivoima energije nezavisno od vremena.Ovo se može ost variti sledećom eksperimentalnom Shemom.



Sl.5

Gas se nalazi u konstantnom električnom polju i izložen j je uticaju elektronskog snopa.U ovom procesu će doći do elasti čnih i neelastičnih sudara elektrona i atoma.Pošto se elektro ni nalaze u konstantnom električnom polju to će pri elastič nim sudarima elektrona i atoma doći do efekta "podgrevanja" elektrona,pa se dešava da se njihova srednja kinetička energi ja znatno previšava srednju kinetičku energiju atoma gasa.Da kle može se govoriti o različitim temperaturama elektrona i a toma gasa.

Pri neelastičnim sudarima prve vrste izmedju elektrona i atoma dolazi do ekscitacije atoma,a pri neelastičnim sudarima druge vrste vrši se prelaz atoma svиših na niže energijske ni voe.U prvom slučaju kinetička energija elektrona prelazi u unu trašnju energiju atoma,a u drugom unutrašnja energija atoma predaje se elektronima.Ovo se i mora očekivati na osnovu prin cipa detaljne ravnoteže.

Neka (radi jednostavnosti) naši atomi imaju tri nivoa sa energijama E_1, E_2 i E_3 i neka atomi koji se nalaze u pobudjenim stanjima mogu zračiti energiju sa verovatnoćom W_{zr}. Tada, uvažavajući sve navedene procese možemo napisati jednačine za broj pobudjenih čestica:

$$-\frac{dN_1}{dt} = W_{12}N_1 + W_{13}N_1 - W_{21}N_2 - W_{31}N_3 - W_{zr}^{21}N_2 - W_{zr}^{31}N_3$$

$$-\frac{dN_2}{dt} = W_{21}N_2 + W_{23}N_2 + W_{zr}^{21}N_2 - W_{12}N_1 - W_{32}N_3 - W_{zr}^{32}N_3$$

$$-\frac{dN_3}{dt} = W_{31}N_3 + W_{32}N_3 + W_{zr}^{31}N_3 + W_{zr}^{32}N_3 - W_{13}N_1 - W_{23}N_2$$

Kada nastupi stacionarno stanje,(a to je momenat kada se pobudjenost elektronima kompenzuje deaktivacionim sudarima druge vrste i zračenjem), svi izvodi po vremenu su jednaki nuli. Uzimajući da je verovatnoća prelaza sa drugog na treći nivo $W_{23} = W_{32}$ jednaka nuli (zabranjeni prelazi) dobijamo iz druge jednačine:

$$-W_{21}N_2 + W_{12}N_1 - W_{zr}^{21}N_2 = 0$$

Ako je osim toga verovatnoća zračenja W_{zr}^{21} dosta veća od verovatnoće udara druge vrste W_{21} to konačno dobijamo:

$$N_2 = \frac{W_{12}}{W_{zr}^{21}} N_1$$

Treća jednačina daje uz uslov $W_{zr}^{31} \gg W_{31}$ da je:

$$N_3 = \frac{W_{13}}{W_{zr}^{31}} N_1 = \frac{W_{13}}{W_{zr}^{31}} \cdot \frac{W_{zr}^{21}}{W_{12}} N_2$$

Pošto je verovatnoća uopšte jednaka $W_{12} = W_{21}\, e^{-\frac{E_2-E_1}{kT}}$

U našem slučaju temperatura T biće temperatura elektronskog gasa pa imamo:

$$W_{12} = W_{21}\, e^{-\frac{E_2 - E_1}{kT_{el}}} \quad ; \quad W_{13} = W_{31}\, e^{-\frac{E_3-E_1}{kT_{el}}}$$

Ako se zna odnos W_{12} i W_{13} može se konačno dobiti N_2 i N_3, odnosno:

$$\frac{W_{12}}{W_{13}} = \frac{W_{21}}{W_{31}}\, e^{\frac{E_3 - E_2}{kT_{el}}}$$

pa je:

$$N_2 = \frac{W_{21}}{W_{zr}^{21}} . e^{-\frac{E_2 - E_1}{kT_{el}}} . N_1 \text{ , a}$$

$$N_3 = \frac{W_{zr}^{21}}{W_{21}} \cdot \frac{W_{31}}{W_{zr}^{31}} \cdot e^{-\frac{E_3 - E_2}{kT_{el}}} \cdot N_2$$

Posmatrajući konačne formule za N_2 i N_3 može se zaključiti sledeće:U konačnu formulu ušle su verovatnoće prelaza druge vrste i zračenja,a već smo pretpostavili da je $W_{zr}^{21} \gg W_{21}$ i $W_{zr}^{31} \gg W_{31}$,pa uz uslov $E_2 > E_1$ sledi da je $N_2 \ll N_1$.Medjutim uz uslov $E_3 > E_2$ predeksponencijalnim faktor u jednačini za N_3 može biti veći od jedinice,a to znači da je $N_3 > N_2$.

Znači,zahvaljujući zabranjenim prelazima s trećeg nivoa na drugi sudari sa elektronima dovode veći broj atoma na nivo tri nego na nivo dva.Zato kažemo da nivo tri ima negativnu apsolutnu temperaturu u odnosu na nivo dva.

Predhodno razmatranje je samo jedna od mogućih kvantitativnih metoda dobijanja sistema sa negativnim apsolutnim temperaturama.

Interakcija sistema sa negativnim apsolutnim temperaturama i elektromagnetno zračenje

Pretpostavimo da se atomi nalaze u stanju dva sa energijom E_2 i da na njih padaju fotoni sa energijom $\hbar\omega = E_3 - E_2$. Ovakvo zračenje atomi mogu apsorbovati (rezonantna apsorpcija) a verovatnoća te apsorpcije je:

$$W_{23} = B_{23}\, \rho(\nu, T)$$

gde je $\rho(\nu,T)$ - gustina energije koja dolazi na jedinicu in tervala učestanosti,a B_{23} - koeficijenat proporcionalnosti. Intenzitet apsorpcije je proporcionalan broju atoma u stanju dva i gustine zračenja:

$$I^{-} = B_{23}.N_2.\rho$$

Atomi koji se nalaze u stanju tri prelaze u stanje dva zbog dve vrste procesa:spontano i iznudjenog zračenja.Spontano zračenje ima smisla u otsustvu i prisustvu upadnog zračenja. Neka je verovatnoća spontanog zračenja sa prelazom $3 \longrightarrow 2$ - A_{32}.U sistemu atoma,koji interaguje sa zračenjem na osnovu principa detaljne ravnoteže ($E_2W_{23} = E_3W_{32}$),mora se vršiti i proces zračenja suprotan apsorpciji.Ovo zračenje naziva se iz nudjeno.

Verovatnoća iznudjenog zračenja jednaka je:

$$W_{32} = B_{32}\rho(\nu,T)$$

gde se smatra da je $B_{32} = B_{23}$.

Intenzitet zračenja oba ova procesa je:

$$I^{+} = B_{32}.N_3.\rho + A_{32}.N_3$$

Razlika intenziteta je:

$$I^{+} - I^{-} = B_{32}.\rho(N_3-N_2) + A_{32}.N_2$$

Ako je $N_3 > N_2$ $(N_3 - N_2) > 0$,tj.ako nivo tri ima negati vnu apsolutnu temperaturu u odnosu na nivo dva,onda,zračenje koje prolazi kroz sistem neće biti oslabljeno zbog apsorpcije već pojačano zahvaljujući prinudnoj emisiji.

Na ovoj osobini sistema sa negativnom apsolutnom tempera turom zasnovan je rad kvantnomehanički generatora i pojačiva ča (laseri i maseri).Maseri i laseri se danas sve više koriste u radiotehnici i drugim oblastima fizike.

II DEO

TERMODINAMIKA SISTEMA SA NEGATIVNOM APSOLUTNOM TEMPERATUROM

Kao što se iz izloženog vidi, sistemi sa negativnom apsolutnom temperaturom su fizička realnost, pa je interesantno videti šta se menja u termodinamici uvodjenjem ovog fenomena. Jasno je odmah, da uvodjenje negativne apsolutne temperature ne može biti u suprotnosti sa postojećim termodinamičkim zakonima, pa prema tome ni jedan od njih ne mogu pretrpiti suštinske promene. Ovim se ne želi reći da anomalni sistemi (sistemi sa negativnom apsolutnom temperaturom) nemaju svojih osobenosti. Naprotiv, raspolažu sa nizom osobina kojih nema u običnim sistemima. U daljem tekstu će i biti cilj da se izlože te specifičnosti anomalnih sistema, ili, drugčije govoreći biće izložena termodinamika anomalnih sistema.

Pri analizi stanja anomalnih sistema, termodinamički pojmovi rad, toplota, količina toplote, upotrebljavaju se u istom smislu kao i u slučaju analize stanja običnih sistema. Posle ovako usvojene terminologije vidi se da će formulacija prvog principa termodinamike za anomalne sisteme ostati bez izmene:

$$\delta Q = dU + \delta W \qquad (II.1)$$

Kod drugog principda termodinamike ostaje bez izmene jedino formulacija o postojanju i rastu entropije; (o ovome će biti reči kasnije), dok se druge formulacije ovog principa menjaju. Kako se posle ove izmene u formulaciji može govoriti i o ekvivalentnosti različitih formulacija drugog principa, to će tome biti posvećena posebna pažnja.

VEZA IZMEDJU RAZLIČITIH OBLIKA DRUGOG PRINCIPA TERMODINAMIKE

Drugi zakon termodinamike je formulisan na različite načine od kojih se ovde navode tri:

1. Karateodorijev princip koji glasi: "U okolini svake tačke A postoje tačke adijabatskih nedostižne iz tačke A".

2. Kelvinov princip glasi:"Nemoguće je transformisati neki iznos toplote u rad u kružnom procesu bez kompenzacije".

3. Klauzijusov princip glasi:"Nemoguće je preneti toplotu od hladnijeg na toplije telo u kružnom procesu bez kompenzacije".

Pošto se smatra da su ovo formulacije jednog istog zakona potrebno je znati da li su one ekvivalentne i ako nisu,u kom smislu svaki od ovih oblika sadrži druge.

Kao što je već naglašeno u početku,apsolutna temperatura uvedena na osnovu Drugog principa u funkciji empirijske temperature,ne može menjati znak.

$$T = C \exp \left[\int_{t_0}^{t} g(t)\, d\tau \right] \qquad (II.2)$$

gde je C - proizvoljna konstanta,a t_0 - se odnosi na standardnu vrednost empirijske temperature.Ako naše razmišljanje o apsolutnoj temperaturi nastavimo od formule (II.2) na osnovu Karateodorijevog principa onda moramo rešiti dve stvari:prvo, odrediti znak konstante C,i drugo,odrediti smer toka toplote, budući da empirijska temperaturska skala može biti izabrana tako da toplota teži da teče sa mesta više empirijske temperature prema nižim,ili da ona teče u suprotnom smeru.Ovo nas dovodi do konstatacije da postoje četiri moguća (2) tipa termodinamike koji su svi slični u logičkoj strukturi ali se razlikuju u detaljima.

S druge strane,ako bi svoje razmišljanje formule (II.2) zasnovali na Kelvinovom principu ostalo bi nam da odredimo samo znak konstante C,jer tok toplote je odredjen samom formulacijom principa.Naime,ako bi toplota mogla prelaziti sa mesta niže empirijske temperature prema onima sa višim temperaturama,mogao bi se zamisliti proces koji je u suprotnosti sa Kelvinovim principom.Neka proces teče tako,da se jedan iznos toplote delimično pretvori u rad a ostatak predje iz toplog rezervoara u hladan.Kada bi toploti bilo dozvoljeno da predje sa hladnijeg na toplije telo,onda bi ova količina toplote mogla da bude vraćena toplijem rezervoaru.Ovo pak,znači,da se neki iznos toplote pretvorio u rad u kružnom procesu,bez drugih efekata,a to je kršenje Kelvinovog principa.Prema tome,empirijska temperaturska skala mora biti takva da toplota teče od topli jih ka hladnijim mestima. Kelvinov princip nas, dakle, dovodi do dva tipa termodinamike, pa se može izvesti iz Karateodorijevog. Pominjani tipovi termodinamike dati su u sledećoj tablici:

T i p	I	II	III	IV
Pravac toka toplote u zavisnosti od empirijske temperature	Od viših ka nižim	Od viših ka nižim	Od nižih ka višim	Od nižih ka višim
Znak apsolutne temperature (znak konstante C)	Pozitivan	Negativan	Pozitivan	Negativan
Smer toka toplote u funkciji apsolutne temperature	Od viših ka nižim	Od nižih ka višim	Od nižih ka višim	Od viših ka nižim

Tipovi jedan i dva odgovaraju Kelvinovom principu, a jedan i četri Klauzijusovom.

Veza Karateodorijevog i Klauzijusovog principa

Iz tablice se vidi da nas Karateodorijev princip dovodi do zaključka da:

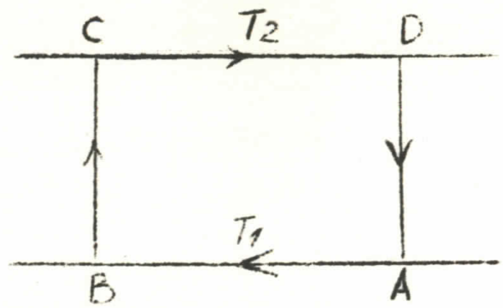
a) toplota teče iz mesta više ka nižim apsolutnim temperaturama ili

b) toplota teče sa mesta niže apsolutne temperature prema onima sa višom apsolutnom temperaturom.

Prema tome, da bi izveli Klauzijusov iz Karateodorijevog principa moramo usvojiti da je tačno a), ne b). Ovo je jeste smisao veze Klauzijusovog sa Karateodorijevim principom.

Moguće, je, takodje, izvesti Karateodorijev princip uz pomoć Klauzijusovog. U tu svrhu zamislimo prostor koji sadrži tačku A koja krši Karateodorijev princip, tj. takvu tačku A koja ima okolinu N u kojoj su sve tačke do ostupne adijabatskim putem iz tačke A.

1. Neka tačka A leži na izotermi T_1 kao što je pokazano na sl.6.



Sl.6

2. Tačka B je dru: a tačka na ovoj izotermi.Ona je izabra na tako da sistem tokom izotermijskog kvazistatičkog procesa iz tačke A prelazi u tačku B otpuštajući količinu toplote Q.

3. Iz tačke B može se preći u tačku C koja se nalazi na izotermi T_2 ($T_2 > T_1$),kvazistatičkih adijabatskim procesom.

4. Na istoj izotermi leži tačka D izabrana tako,da tokom kvazistatičkog izotermijskog procesa sistem prelazi iz tačke C u D uzi ajući količinu toplote Q.Po pretpostavci sve ove tačke leže u okolini N pa je moguće iz D preći u A kvazistatičkim adijabatskim procesom.Prema tome u kružnom procesu ABCDA, zbog konzervacije energije,rad koji je izvršen u procesima 2 i 4 mora se poništiti.Krajnji bilans u ovom kružnom procesu je prenos količine toplote Q iz hladnijeg rezervoara u topliji,a to je u suprotnosti sa Klauzijusovim principom.Zaključak je da tačke kao što je A ne mogu postojati.Prema tome,u svakoj okolini tačke A u termodininačkom faznom prostoru postoje tačke do kojih se ne može doći adijabatski iz tačke A.

Kelvinov i Klauzijusov princip

Smatra se da su iskazi,koje su dali Kelvin i Klauzijus za Drugi princip termodinamike ekvivalentni.Medjutim,iz predhodno izloženog i iz tablice 1 vidi se da to nije striktno tako.Smisao u kome Karateodorijev princip sadrži Kelvinov je različit od onoga po kome on sadrži Klauzijusov princip.Ekvivalentnost ovih iskaza gubi važnost na negativnim apsolutnim temperaturama.Stoga je potrebno modifikovati Kelvinov iskaz tako da glasi:"U kružnom procesu,bez kompenzacije,toplota ne može biti potpuno pretvorena u rad kod stanja pozitivne apsolutne temperature,a rad ne može biti potpuno pretvoren u to plotu za stanje negativnih apsolutnih temperatura".Ako razmatramo sada vezu izmedju modifikovanog Kelvinovog iskaza Drugog principa i Klauzijusovog,doćićemo do zaklučka da modifikovani Kelvinov iskaz sadrži klauzulu.Zaista,zamislimo da je moguće prekršiti Klauzijusov princip konstrukcijom mašine koja bi vodila toplotu iz jednog rezervoara i pretvarala je u rad bez drugih efekata.Dobijeni rad se može pretvoriti u toplotu, a ova toplota se može predati toplijem telu.Očito da je ovo u suprotnosti sa Klauzijusovim rincipom.Ali,ovaj slučaj pokriva modifikovani Kelvinov princip.Jer,iz njega se vidi da je kod pozitivnih apsolutnih temperatura prvi korak ovog procesa nemoguć,a kod negativnih apsolutnih temperatura drugi korak se ne može postići.Tako,kao što je gore rečeno,modifikovani Kelvinov iskaz obuhvata Klauzijusov iskaz.

Da se zaključiti da su originalni prinsipi Klauzijusa i Kelvina ekvivalentni samo za pozitivne apsolutne temperature, dok su modifikovani Kelvinov i originalni Klauzijusov princip ekvivalentni i za pozitivne i negativne apsolutne temperature.

POSTOJANJE I RAST ENTROPIJE

Već je pokazano da formulacija Drugog principa u Karateodorijevom iskazu ostaje neizmenjena,tj.u blizini bilo kog termički homogenog sistema postoje takva stanja,koja su nedostižna iz njega adijabatskim putem.Ovo pak znači,da u svakom ravnotežnom sistemu u stanju snegativmom apsolutnom temperaturom postoji entropija,kao funkcija toga stanja:

$$dS = \frac{\delta Q}{T}$$

Dakle ista formulacija kao i kod običnih sistema.Da bi pokazali porast entropije potrebno je dati definiciju povratnog i nepovratnog procesa za sisteme sa negativnim apsolutnim temperaturama.

Proces prelaza sistema iz stanja 1 u stanje 2 naziva se POVRATNIM,ako obrnuti prelaz iz 2 u 1 nije povezan s nekompenziranim pretvaranjem rada u toplotu.Proces prelaza sistema iz 1 u 2 naziva se NEPOVRATNIM,ako je obrnuti prelaz iz 2 u 1 povezan s nekompenziranim pretvaranjem rada u toplotu.

Definicije "kvazistatičkih" i "nestatičkih" procesa osta ju bez izmena.

Da bi došli do analitičkog izraza za Drugi zakon termodi namike,poćićemo od specifične zakonitosti pretvaranja toplote u rad i rada u toplotu.Poznato je da se pri pretvaranju toplo te u rad u zatvorenom kružnom procesu vrši termodinamička pro mena stanja okolnih tela (kompenzacija),a da pretvaranje rada u toplotu nije vezano sa takvim promenama;tj. imamo:

$$\underset{\longrightarrow}{Q > W} \qquad \text{i} \qquad \underset{\longrightarrow}{W = Q}$$

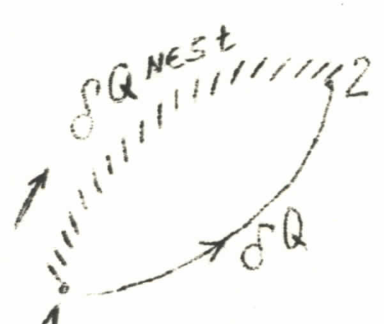
(Još jedna formulacija Drugog principa).

U slučaju anomalnih sistema,dakle kod stanja T 0,ova zakonitost je obrnuta.Toplota se pretvara u rad bez ikakve pro mene u okolnim telima,a pretvaranje rada u toplotu je poveza no sa promenama u okolini:

$$\underset{\longrightarrow}{Q = W} \qquad \text{i} \qquad \underset{\longrightarrow}{W > Q} \qquad \text{(II.3)}$$

(Uvodjenjem negativne apsolutne temperature javlja se od redjenasimetrija u pretvaranju toplote u rad i rada u toplotu. Ovo pretvaranje postaje komplementarno:kada je moguće jedno pretvaranje bez kompenzacije,nije moguće drugo i obrnuto).

Polazeći od uslova (II.3),razmotrimo dva bliska stanja ra vnoteže 1 i 2 nekog anomalnog sistema ($T < 0$).Neka pri prela zu sistema iz 1 u 2 nestatički,sistem primi količinu toplote δQ_{nest} i pri tom izvrši rad δW_{nest}.(Na sl.7 nestatički pre laz je dat razmazanom linijom).



Sl.7

Po prvom principu termodinamike mora biti:

$$\delta Q_{nest} = dU + \delta W_{nest} \qquad \text{(II.4)}$$

Ako sistem prelazi iz stanja 1 u stanje 2 kvazistatički, onda će primljena količina toplote biti Q, a izvršeni rad W, pa će po prvom principu biti:

$$\delta Q = dU + \delta W \qquad (II.5)$$

Oduzimanjem (II.5) od (II.4) dobijamo:

$$\delta Q_{nest} - \delta Q = \delta W_{nest} - \delta W = R \qquad (II.6)$$

Šta bi značilo kada bi bilo R = 0 ? To bi značilo da se i u kvazistatičkom i nestatičkom procesu svaka količina toplote može pretvoriti u rad i obrnuto bez promene u okolnim telima, a to je nemoguće. Dakle, R nije 0.

Veličina R nije ni manja od nule ($R \nless 0$), jer bi u protivnom slučaju to značilo, da bi sav spoljašnji rad u kružnom procesu bio utrošen na zagrevanje termostata bez promene u okolnim telima, a to je nemoguće na osnovu (II.3). Ostaje znači da je veličina $R > 0$, a to odgovara radu dobijenom za ciklus na račun toplote termostata, što je u saglasnosti sa (II.3), pa dobijamo:

$$\delta Q_{nest} - \delta Q = \delta W_{nest} - \delta W > 0 \quad \text{ili}$$

$$\delta Q_{nest} > \delta Q \quad \text{i} \quad \delta W_{nest} > \delta W \qquad (II.7)$$

Pošto je $\delta Q = TdS$ to se vidi da je:

$$TdS < \delta Q_{nest} \qquad (II.8)$$

Pri adijabatskim nestatičkim procesima, kada je $\delta Q_{nest} = 0$ dobijamo kod sistema $T < 0$:

$$\underline{\underline{dS > 0}} \qquad (II.9)$$

Napominjemo da su formule (II.7) i (II.8) za obične sisteme suprotnog znaka, tj. da glase respektivno, $\delta Q_{nest} < \delta Q$ i $TdS > \delta Q_{nest}$, <u>ali da je (II.9) istovetna</u>.

Nejednakost (II.9) izražava zakon rasta entropije pri nestatičkim procesima u izolovanim sistemima sa negativnim apsolutnim temperaturama. Pokazano je, dakle, da zakon o postojanju i rastu entropije, (a i to je jedna formulacija Drugog principa), važi, kako za sisteme sa pozitivnim, tako i za sisteme sa ngativnim apsolutnim temperaturama.

Osnovna jednačina termodinamike

Osnovna jednačina (nejednačina) termodinamike koja za obične sisteme glasi $TdS \geqslant dU + \delta W$ za sisteme sa negativnim temperaturama je suprotno orijentisana, tj.

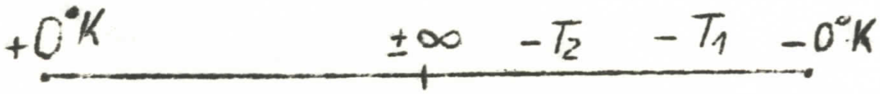
$$TdS \leqslant dU + \delta W \qquad (II.10)$$

gde se jednakost odnosi na ravnotežne, a nejednakost na neravnotežne procese.

NERSTOVA TEOREMA

Kada se pomenu negativne apsolutne temperature, odmah se pomisli na Nerstovu teoremu i na važenje jedne od glavnih posledica ove teoreme koja glasi: "Temperatura apsolutne nule je nedostižna". Na prvi pogled kontradiktorno. Ako već ne možemo dostići ni apsolutnu nulu kako govoriti o još "nižim" - negativnim temperaturama. Ovaj prividni paradoks nestaje, i sve posledice Nerstove teoreme ostaju neizmenjene i pri fenomenu negativnih temperatura, ako se pod apsolutnom nulom temperature shvati apsolutna nula kako za pozitivnu tako i za negativnu apsolutnu temperaturu. Dakle, postoje plus nula stepeni Kelvina i minus nula stepeni Kelvina temperature koje odgovaraju vrlo različitim stanjima tela. Ako sistem ima apsolutnu temperaturu plus nula stepeni Kelvina onda se on nalazi na stanju najmanje moguće energije. Ako je neko stanje okarakterisano sa apsolutnom temperaturom minus nula stepeni Kelvina, onda taj sistem u tom stanju ima najveću moguću energiju. Sistem se ne može ohladiti ispod plus nula stepeni Kelvina, jer bi u suprotnom značilo da možemo oduzeti energiju i onda kada se sistem nalazi u stanju najmanje moguće energije. Isto tako, sistem se ne može zagrejati preko minus nula stepeni Kelvina, jer bi to značilo da sistem može da apsorbuje energiju i u stanju sa najvišom mogućom energijom. Odvade izvodimo dva zaključka: Prvo, apsolutne temperature $-0\ ^{o}K$ i $+0\ ^{o}K$ su jako udaljene jedna od druge, i drugo nije moguće dostići ni minus nula stepeni Kelvina ni plus nula stepeni Kelvina. Iz drugog zaključka sledi princip o nedostižnosti temperature apsolutne nule koji se sada može formulisati na sledeći način: "Nemoguće je ohladiti bilo ko ji sistem do apsolutne nule pozitivne temperature ili zagreja ti bilo koji sistem do apsolutne nule negativne temperature". Posle ovoga se vidi da Nerstova teorema važi sa svim posledi cama.

Prvi zaključak bi mogli interpretirati geometrijski na sledeći način:zamislimo da smo kružnu liniju (Sl.1) "rasekli" na podeoku nula i razvukli u duž.Tada bi temperatura $\pm$ bila na sredini,a $- 0\ {}^{o}K$ i $+ 0\ {}^{o}K$ na krajevima te duži.Ovo bi ima lo i fizičkog smisla pošto je temperatura $\pm$ beskonačno istovet na za sisteme $E_{min} < E < E_{max}$,tj.za anomalne sisteme.Polaze ći od tog stanja desno,ka $- 0\ {}^{o}K$ zagrevamo sistem,a polazeći levo ka $+ 0\ {}^{o}K$ hladimo sistem.Ilustrovano na sl.8.



Sl.8

NEKE OSOBINE SISTEMA U STANJU S NEGATIVNOM
APSOLUTNOM TEMPERATUROM

Lako je pokazati da i za ove sistem važi princip da to plota prelazi sa tela više temperature na telo sa nižom,jasno, ako su dovedena u toplotni kontakt.Kako je i za ove sisteme u važnosti relacija:

$$dS = dS_1 + dS_2 > 0$$

to neka pri toplotnom kontaktu dva anomalna sistema sa tempe raturama T_1 i T_2,predje količina toplote Q sa prvog na dru go telo.Koristeći gornju relaciju možemo napisati:

$$\left[- \left(\frac{1}{-T_1}\right) + \left(\frac{1}{-T_2}\right) \right] \delta Q > 0 \quad \text{ili}$$

$$\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right) \delta Q > 0$$

Ovo je moguće samo ako je $T_1 > T_2$,tj.ako je $|T_1| < |T_2|$.Znači pokazano je da toplota pri toplotnom kontaktu spontano prelazi od toplijeg na hladnije telo.Kako je svaki sistem sa pozitivnom apsolutnom temperaturom na nižoj temperaturi od sistema sa negativnom temperaturom,to će,pri toplotnom kontaktu jednog običnog i jednog anomalnog sistema,toplota spontano prelazi sa sistema koji ima negativnu apsolutnu temperaturu na sistem sa pozitivnom apsolutnom temperaturom.

Primenjujući na ove sisteme Karnov ciklus dolazimo do vrlo interesantnih osobina anomalnih sistema.Neka je i ovde kao obično temperatura toplotnog izvora T_1,a temperatura hladnjaka T_2.Po definiciji,koeficijenat korisnog dejstva Karnovog ciklusa jednak je:

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Kako je $\frac{T_2}{T_1} > 1$ to je $\eta < 0$.

Ovo pak znači,da kod negativnih apsolutnih temperatura, pri odvodjenju toplote od toplijeg tela i predavanje iste hladnijem mora se utrošiti rad.Hladnije telo zbog toga,na osnovu Prvog principa termodinamike dobije veću količinu toplote za vrednost utrošenog rada.Kada bi ovakva mašina radila u suprotnom smeru,tj.kao mašina za hladjenje,ona bi oslobadjala rad pri prenosu toplote od hladnijeg ka toplijem telu.Ako bi sada ova dva tela doveli u toplotni kontakt,onda bi toplota prelazila od toplijeg tela ka hladnijem,pa bi mašina spontano oslobadjala rad na račun toplote samo jednog,HLADNOG tela,ne izazivajući pri tom nikakve promene u okolnim telima.Ovakva mašina, koja bi periodično stvarala rad na račun hladjenja jednog tela,bez termodinamičkih promena u okolini,naziva se perpetuum mobile druge vrste Tomson - Planka.Kao što se vidi Tomson - Planka perpetuum mobile druge vrste je moguć u oblastima negativnih apsolutnih temperatura dok je u oblastima pozitivnih temperatura,kao što se zna,nemoguć.Uzgred napomenimo da je perpetuum mobile druge vrste - dakle mašina koja bi neprekidno pretvarala toplotu u rad bez kompenzacije nemoguć kako u slučaju običnih tako i u slučaju anomalnih sistema.

Kako je koeficijenat korisnog dejstva Karnovog ciklusa i kod anomalnih sistema manji od jedinice,to znači da toplotne mašine i u oblastima sa negativnim apsolutnim temperaturama više apsorbuju toplote nego što prizvode rada.

Karnoov povratni ciklus je neostvarljiv izmedju sistema sa temperaturama različitog znaka,pošto je,kao što je napred naglašeno,prelaz sistema od pozitivnih ka negativnim apsolutnim temperaturama nestatitički proces.

Iz izloženog se vidi da su osnovni zakoni termodinamike: I - vi princip,zakon o postojanju i rastu entropije (II-gi princip),i Nerstova teorema ostali u suštini ne promenjeni i pri primeni na sisteme sa negativnim apsolutnim temperaturama,iako su oni formulisani mnogo pre nego što je konstatovan fenomenom negativnih apsolutnih temperatura,što svakako ide u prilog njihove opštosti i istinitosti.Ipak,mislim,da je termodinamika otkrićem sistema sa negativnim temperaturama dobila i nešto novo.Osim svakako samog fenomena,sada se može jasnije gledati i na specifičan način pretvaranja toplote u rad i obrnuto.Uneta je odredjena simetrija u ovaj problem.Sada se zna da se toplota ne može potpuno pretvoriti u rad na pozitivni, a rad ne može potpuno u toplotu na negativnim apsolutnim temperaturama.

III D E O

TEMPERATURA U SPECIJALNOJ TEORIJI RELATIVNOSTI

Kada se 1905.godine pojavila specijalna teorija relativnosti,trebalo je razne oblike teorijske fizike tako prilagoditi da budu u skladu sa osnovnim principima te teorije.Za fenomenološku termodinamiku to su proveli Mosengeil 1907.godine i M.Plank 1908.godine.Tako se pojavila prva transformaciona formula za temperaturu u obliku:

$$T = T_0 \gamma^{1} \; ; \quad \gamma^{1} = \sqrt{1-\beta^2} \; ; \quad \beta^2 = \frac{v^2}{c^2} \qquad \text{(III.1)}$$

gde je v-brzina,c - brzina svetlosti,T_0 - sopstvena temperatura,a T - temperatura u pokretnom koordinatnom sistemu.

Medjutim,1963.godine pojavio se članak Ota (Ott) koji je ispitujući važenja transformacije (III.1) predložio:

$$T = T_0 \gamma^{-1} \qquad \text{(III.2)}$$

gde važe iste oznake kao u (III.1).

Posle ovoga se u raznim časopisima pojavila suprotna tvrdjenja koja su se odnosila na relativističku termodinamiku u prvom redu na temperaturu a i na druge termodinamičke veličine. Ova suprotna mišljenja idu tako daleko da se postavlja pitanje opravdanosti traženja kovarijantne formulacije za termodinamičke zakone i transformacionih formula za termodinamičke veličine. Jedino se svi autori slažu da je entropija skalarna veličina (invarijanta), pošto po suštini svoje definicije ne može zavisiti od kretanja.

Stanje u literaturi je sada tako da na jednoj strani u vrlo ozbiljnim udžbenicima (6) i (8) imamo transformacione formule za termodinamičke veličine i kovarijantne formulacije za Prvi i Drugi zakon termodinamike dok se na drugoj strani (3) i drugim časopisima smatra da to nema fizičkog smisla i sadržaja.

Ovde će biti izloženo i jedno i drugo gledište.

Izvedimo transformacionu formulu za temperaturu (III.1). Ovu formulu možemo izvesti direktno polazeći od jednačine stanja gasa, a možemo i preko količine toplote. Neka je jednačina stanja gasa u sistemu koji je vezan za gas:

$$p_o v_o = RT_o \qquad \text{(III.3)}$$

a u sistemu koji se kreće brzinom (v) u odnosu na prvi:

$$pv = RT \qquad \text{(III.4)}$$

Odavde je :

$$T = \frac{PV}{R} = \frac{P_o V_o \sqrt{1-\beta^2}}{R} \qquad \text{ili}$$

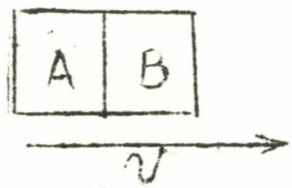
uzimajući u obzir (III.3) dobije se tražena transformacija:

$$T = T_o \sqrt{1-\beta^2} \qquad \text{(III.1)}$$

Ovde je uzeto u obzir da je zakon transformacije za i pritisak i zapreminu:

$$p = p_0 \quad i \quad V = V_0 \sqrt{1 - \beta^2}$$

uz uslov da je R invarijantno.Istu formulu možemo dobiti i drugim putem.Neka su tela A i B u toplotnom kontaktu i neka prelazi količina toplote Q_0 sa A na B.Sl.9.



Sl.9

Znači,kod ovoga se prelaza energija tela B poveća za Q_0 a njegova masa Q_0/C^2.Ako se ovaj prelaz posmatra u nekom koordinantnom sistemu u kome se tela A i B kreću brzinom v u smeru kao na shemi,onda će povećanje energije tela B prema zakonu transformacije energije biti Q_0/γ' .Povećanje mase je $Q_0/\gamma' C^2$ a to znači da se povećao i impuls (uz konstantnu brzinu) za $Q_0 V/\gamma' C^2$.Ovaj impuls je trebalo dovesti telu.Ako je telo A delovalo na telo B silom F u smeru kretanja,onda je prenesen i impuls jednak F.t,gde je t vreme trajanja prelaza količine toplote.Ovo vreme možemo zamisliti vrlo velikim kako bi proces bio reverzibilan.Znači mora biti:

$$\frac{Q_0\, v}{\gamma' C^2} = F.t$$

S druge strane sila je obavila rad F.v.t,jer se telo B na koje sila deluje pomaklo u smeru sile za put v.t.Jedan deo energije koja je prešla mora biti mehanički rad,a ostatak količina toplote Q.Zato se mora staviti da je:

$$\frac{Q_0}{\gamma'} = F.v.t + Q \qquad \text{(III.5)}$$

ili
$$\frac{Q_0}{\gamma'} = \frac{Q_0 . v . v}{C^2} + Q$$

$$\frac{Q_0}{\gamma'}\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = Q \quad \text{pa sledi da je:}$$

$$Q = Q_0 . \gamma'$$

Budući da je entropija invarijanta onda mora biti i za temperaturu isti zakon transformacije. Da bi bilo $dS = dS_o$ mora biti:

$$dS = \frac{dQ}{T} = \frac{dQ_o \gamma^1}{T_o \gamma^1} = \frac{dQ_o}{T_o} = dS_o \qquad \text{znači:}$$

$$T = T_o \cdot \gamma^1$$

Medjutim, nešto drukčije razmišljanje dovodi do sasvim druge formule. Naime, impuls $Q_o v/\gamma^1 C^2$, o kome je bilo govora prenosi se zajedno sa energijom Q_o/γ^1, koja prelazi sa tela A na telo B i koje taj impuls ima i pre i posle prelaza. Ako je to tako, onda ne treba sila F, a samim tim nema ni mehaničkog rada. Sva energija koja prelazi Q_o/γ^1 je toplotna pa u (III.5) nema člana Fvt i ostaje:

$$Q = \frac{Q_o}{\gamma^1} \qquad (III.2)$$

Koristeći opet invarijantnost entropije dobije se:

$$T = T_o/\gamma^1$$

Obe ove formule (III.1) i (III.2) mogu se izvesti koristeći se zakonima statistike. Potrebno je poći od statističkih zkona ~~zto~~, što je najbolji način definisanja temperature onaj, koji bazira na mikroskopskim, tj. statističkim razmatranjima. Od načina na koji je temperatura definisana zavise i transformacione formule za temperaturu, pa kako postoji nekoliko statističkih definicija relativističke temperature - to postoji i nekoliko mogućih transformacija. Kako su ove temperature podjednako prihvatljive, to je opravdano postaviti pitanje - "Šta se ustvari meri"? Većina autora, danas smatra da je odgovor na ovo pitanje - "Veličina koja se, ustvari, meri je uvek invarijantna sopstvena temperatura".

Statistička definicija temperature

Prva definicija relativističke temperature proizilazi iz relativističke Maksvel - Bolcmanove funkcije raspodele.

$$\mathcal{N}(x^\nu, u^\nu) = \frac{\xi n_0}{4\pi K_2(m\xi)} \exp[-\xi^\mu m u_\mu] \qquad \text{(III.6)}$$

gde je K_2 - Kelvinova funkcija drugog reda, n_0 - gustina gasa. ξ^μ - je izjednačen sa recipročnom temperaturom:

$$\xi^\mu = \frac{\bar{u}^\mu}{kT} \qquad \text{(III.7)}$$

gde je k - Bolcmanova konstanta, a $\bar{u}^\mu$ - je srednja vrednost kvadri vektora brzine gasa.

Ovo izjednačavanje je moglo biti izvršeno izračunavanjem impuls - energije ten zora gasa,

$$T^{\mu\nu} = n_0 m \frac{K_3(m\xi)}{K_2(m\xi)} \bar{u}^\mu \bar{u}^\nu - \frac{n_0}{\xi} g^{\mu\nu} \qquad \text{(III.8)}$$

Izjednačavajući (III.8) sa:

$$T^{\mu\nu} = n_0(1+\varepsilon)\bar{u}^\mu \bar{u}^\nu - p g^{\mu\nu} \qquad \text{(III.9)}$$

gde je p - pritisak, a ε je u vezi sa unutrašnjom energijom. Tako dobijemo jednačinu:

$$P = n_0 \cdot \xi^{-1} \qquad \text{(III.10)}$$

koja je ustvari jednačina stanja idealnog relativističkog ga sa.

$$P = \frac{n_0}{kT}$$

Iz ove definicije temperature sledi zakon transformacije (III.1).

Temperatura se može definisati i pomoću srednje kinetičke energije ili, tačnije, kinetička temperatura se definiše kao lo kalna srednja impuls - energija. Imamo dakle,

$$3kT^\mu = \langle mu^\mu \rangle_{lokal} = n_0^{-1}\, T^{\mu\nu} \bar{u}_\nu \qquad \text{(III.11)}$$

odakle sledi zakon transformacije (III.2) koji važi za kineti čku temperaturu.

Veza izmedju kinetičke temperature i temperature defini sane sa jednačinom (III.7) data je :

$$T_{kin} = T + \frac{m}{3k} \cdot \frac{K_1(m/kT)}{K_2(m/kT)} \qquad (III.12)$$

Valja primetiti da su ove dve temperature potpuno ekvi valentne za opisivanje idealnog gasa.Jednoj datoj temperaturi T odgovara samo jedno T_{kin},što opet znači,da ako je gas u ravnoteži za jednu temperaturu,on je takodje u ravnoteži i za drugu.

Takodje je interesantan zaključak (3) da su kvadri vektori pridruženi ovim temperaturama srazmerni srednjem kvadri vektoru gasa ($\overline{u^{\mu}}$).Ovo pak znači da je zavisnost temperature od koordinatnog sistema čisto kinematička,pa je zbog toga odgovarajući deo kvadri vektora temperatura njihova invarijantna dužina S.

Osim ovih definicija temperature postoje i druge (na primer sklarne i tenzorske),što znači da su navedene definicije daleko od toga da su jedino moguće.

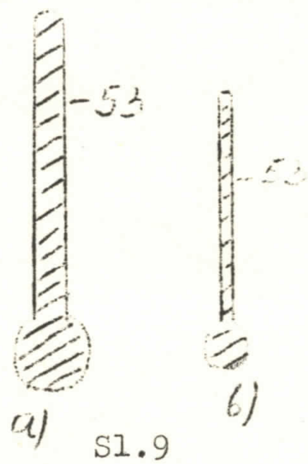
ŠTA SE U STVARI MERI

Naglašeno je,već,da je odgovarajuća temperatura intenzitet jednog od kvadri vektora temperature.Medju autorima koji su usvojili ovaj stav najjasniji je Anderson koga citiram:

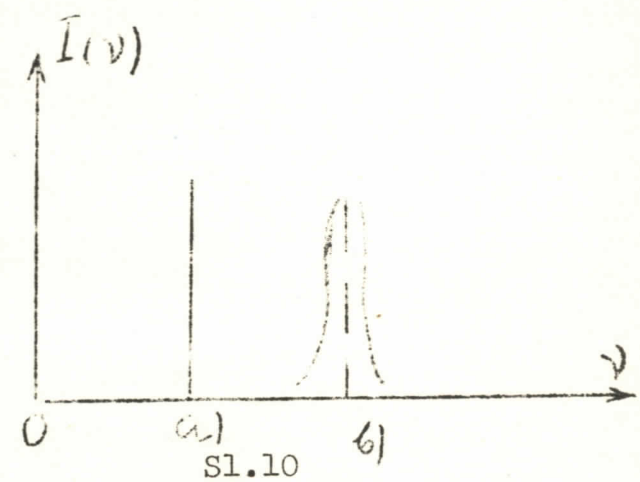
"Termodinamičke veličine imaju značenje samo u koordinatnom sistemu koji miruje u posmatranom termodinamičkom sistemu.Zbog toga svako merenje temperature gasa koji uniformno ~~xx~~ struji pokraj posmatrača,ili što je isto,ako posmatrač meri temperaturu dok drži termometar u ruci i trči kroz gas,neće uopšte zavisiti od vrste upotrebljenog termometra,kako je on orijentisan u odnosu na pravac kretanja i td.Ovo ne tvrdi da posmatrač ne može da zaključi iz merenja na pokretnom sistemu koja je njegova temperatura u miru.On treba da interpretira sva merenja u značenju temperature u miru,pošto ova veličina sama po sebi zavisi od termodinamičkog stanja sistema.Prema tome fizički je besmisleno govoriti o transformaciji termodinamičkih veličina,pošto takve transformacije nikada ne mogu čak ni u principu da budu potvrdjene merenjem.Prema tome,zahtev za specijalnom kovarijancom kao primeni na termodinamiku sistema je bez fizičkog sadržaja. Mada je moguće definisati zakone transformacije za termodinamičke veličine, takve, da zakoni termodinamike zadrže svoj oblik kad se transformišu i prema tome formalno se podčinjavaju zahtevima specijalne kovarijante, takva procedura je bez fizičkog značaja".

U članku (3) se navode dva zamišljena eksperimenta merenja temperature koji daju snažnu podršku navedenom citatu. Evo tih "eksperimenata".

Neka se ima sistem koji miruje - gas zatvoren u zapremini V i termometar koji se nalazi u miru u odnosu na taj gas. U pokretnom sistemu se nalazi posmatrač koji želi izmeriti (pročitati) temperaturu pomenutog gasa. Pitanje je: Šta će posmatrač u pokretu videti? Odgovor je jednostavan. Posmatrač iz pokretnog sistema može pročitati samo temperaturu u miru, jer je čita na termometru koji je u miru u odnosu na gas. Naravno, posmatrač u pokretu će videti izobličene brojeve na termometru zbog Lorencove kontrakcije dužine. Bez obzira kako je pročitani broj izobličen posmatrač u svakom slučaju čita pravu temperaturu.



Sl.9



Sl.10

Posmatrajmo opet isti gas i istog pokretnog posmatrača kao u prvom slučaju. Pretpostavimo da atomi gasa emituju jednu spektralnu liniju i to beskonačno oštru. Prvo, što će posmatrač u pokretu izmeriti (videti) to je Doplerovo pomeranje spektralne linije. Ovo Doplerovo pomeranje daje globalnu brzinu gasa. Znači posmatrač može meriti širinu spektralne linije, koja je poznata funkcija temperature u miru. Posmatrač na taj način opet meri temperaturu gasa u miru.

Ova dva zamišljena eksperimenta nisu jedini koji ilustru ju invarijantnost temperature koja se meri. I u nekom drugom zamišljenom eksperimentu temperatura koja se meri je uvek tem peratura u miru.

Iz izloženog u III delu se vidi da zahtev o kovarijantm noj formulaciji fizičkih zakona, koji je u početku bio inpera tivno postavljen, u oblasti termodinamičkih zakonitosti ima sa mo formalan karakter, a bez fizičkog je smisla i sadržaja.

L i t e r a t u r a

1. I.P.Bazarov - Termodinamika,Moskva 1961.godine
2. J.Dunning - Davies,Connections between the Various Forms of the Second Law of Thermodynamics
Il Nuovo cimento (Vol.LXIV B,N 1 - 11.XI 1969.godine
3. R.Hakim "Remarks on Relativistics!" Lettere al nuovo cimento Vol.I,N 9.21.III 1969.godine.
4. Talpigo.Termodinamika i statticeskaja fizika - Moskva,1966.godine.
5. Perleckij - Statisticeskaja fizika - Moskva,1953.g.
6. Landau,Livšic.-Statisticeskaja mehanika (prevod) 1952.g.
7.N.G.Basov,O.N.Krohin, .M.Popov.-"Generacija,usiljenije i indikacija infrakranogo i optičeskogo izlučenij s pomo ščju kvantovih sistem".- Uspehi fiziceskij nauk.T.LXXII, 1960.godine.
8. Dr.Dragiša Ivanović - Teorija relativnosti. Beograd,1962.godine.
9. В.Г. ЛЕВИЧ. Курс теоретической физики. ТОМ. I. МОСКВА. 1969

S A D R Ž A J