PRIRODNO – MATEMATIČKI FAKULTET

UNIVERZITET U NOVOM SADU

DEPARTMAN ZA FIZIKU

Rešavanje računskih zadataka pri obradi nastavne teme:

"Molekulsko-kinetička teorija gasova"

-master rad-

Mentor:

dr Maja Stojanović

Kandidat:

Nevena Blagojević, 354M/14

Novi Sad, 2017.

Sadržaj:

1. Uvod

Fizika je osnovna prirodna nauka, sa kojom se učenici upoznaju već u šestom razredu osnovne škole. Kroz nastavu fizike u osnovnoj školi oni se upoznaju sa svim prirodnim pojavama koje fizika proučava: mehaničkim, svetlosnim, električnim, toplotnim, zvučnim, magnetnim... U srednjoj školi se njihovo znanje iz pomenutih oblasti dodatno produbljuje, tako da po završenoj srednjoj školi imaju uvid u različite oblasti koje fizika, kao nauka proučava.

Obzirom da je fizika prirodna, teorijska i eksperimentalna nauka koja proučava i objašnjava prirodne pojave, od učenika se očekuje, ne samo da znaju definicije fizičkih veličina i matematičke formulacije fizičkih zakona, već i da mogu to znanje da primene. Primena znanja ogleda se u izradi zadataka, objašnjenju primera, a da ga pre toga nisu susreli.

Veliku ulogu u razumevanju pojava ili zakonitosti u prirodi imaju i računski zadaci. Njihova uloga jeste da omoguće da znanje od formalnog pređe u primenljivo. Učenici bi trebalo da, pri rešavanju računskih zadataka, nauče metodiku rešavanja zadataka, prodube razumevanje fizičkih zakona i da razviju sposobnost obavljanja misaonih operacija.

Zadatak može biti računski, demonstracioni ili eksperimentali, ali najbitnije je da on pruži učeniku korisnu informaciju. Tačnije da učenik poveže situaciju iz zadatka sa svakodnevnim životom.

U ovom radu biće prikazani zadaci iz nastavne oblasti „ Molekulsko-kinetička teorija gasova“, koji su propraćeni kratkom analizom uz osvrt na teorijski deo koji moramo znati kada pristupamo izradi zadataka. Zadaci su podeljeni u tri nivo, i namenjeni su učenicima gimnazije.

2. Klasifikacija zadataka

Nastava fizike je nezamisliva bez računskih zadataka. Smatra se da nijedan zakon, formula, teorija ili definicija nisu trajno usvojeni ukoliko ih učenici samo znaju, a ne znaju da ih upotrebe. Ukoliko neki zakon ili formulu više puta primenimo kroz različite zadatke, tek onda nam ona postaje u potpunosti razumljiva.

Ciljevi rešavanja računskih zadataka na časovima su raznovrsni, a neki od njih su i:

- trajno i potpuno usvajanje gradiva
- produbljivanje i proširivanje znanja učenika
- primena stečenog znanja u praksi.

Značaj rešavanja zadataka ogleda se u tome što učenici:

- stalnim ponavljanjem i korišćenjem formula i pojmova utvrđuju znanje o fizičkim veličinama i zakonima i tako ih trajno pamte
- analizom postavljenih problema uočavaju povezanost među pojavama, a tako stečeno znanje je kvalitetnije i trajnije
- rešavanjem problema iz svakodnevnog života uočavaju upotrebe fizike.

Rešavanjem zadataka u nastavi fizike postiže se:

- konkretizacija i osmišljavanje teorijskih znanja
- povezivanje stečenih znanja sa svakodnevnim životom
- sticanje navike za obavljanjem misaonih operacija
- razvijanje samostalnosti i urednosti
- produbljivanje i utvrđivanje znanja
- razvijanje interesovanja za fiziku.

Jako je bitno izvršiti pravilan odabir zadataka u zavisnosti od nastavne jedinice, metode i oblika rada na datom času, ali i od zadatih ciljeva. Postoji različita klasifikacija zadataka:

- prema didaktičkom cilju: trenažni, stvaralački i kontrolni.
- prema načinu zadavanja uslova: tekstualni, zadatak-grafik, zadatak-crtež, zadatak-ogled.
- prema stepenu težine: jednostavni, složeni, kombinovani.
- prema načinu rešavanja: kvalitativni, grafički,eksperimentalni, kvantitativni.
- prema obrazovnim standardima: zadaci osnovnog, srednjeg i naprednog nivoa.

U metodičkoj literature, zadaci iz fizike se dele prema:

- karakteru zahteva
- sadržaju
- načinu postavke i rešavanja
- postavljenim ciljevima.

Prema načinu izražavanja uslova zadataka i metodama rešavanja, dele se na:

- tekstualne
- eksperimentalne
- grafičke.

Prema sadržaju, dele se na:

- istorijske
- tehničke
- interdisciplinarne.

Prema stepenu težine, dele se na:

- jednostavne (zadaci koji se svode na prostu zamenu brojnih vrednosti u formula koja povezuje date i tražene fizičke veličine)
- složene (zadaci kod kojih se do rešenja dolazi nakon misaonih procesa koji podrazumevaju dobro poznavanje fizičkih pojava uz korišćenje složenijeg matematičkog aparata)
- kombinovane (problemske zadatke koji podstiču učenike na kreativno razmišljanje).

Prema obrazovnim standardima zadaci iz fizike dele se na:

- zadatke osnovnog nivoa
- zadatke srednjeg nivoa
- zadatke naprednog nivoa.

U posebni vrstu zadataka spadaju domaći zadaci u koji može biti uvršćen svaki zadatak iz podele.

Posebnu pažnju ćemo posvetiti podeli zadataka prema načinu rešavanja.

2.1. Kvalitativni zadaci

Kvalitativni zadaci ili zadaci pitanja su zadaci bez podataka u obliku brojnih vrednosti, a rešenje je dato u obliku odgovora koji se mora obrazložiti. Ovi zadaci mogu biti zadati tekstom, grafikom ili u vidu opisa eksperimenta. Mogu biti različite težine sve do problemski zagonetnih. Prvo je potrebno shvatiti suštinu problema, pa zatim uspostaviti relaciju između poznatog i traženog. Najbolje je zadatak rešiti uz pomoć crteža, naravno kada je to moguće. Za odgovor je potrebno imati nekoliko činjenica koje će potkrepiti odgovor.

2.2. Grafički zadaci

To su zadaci koji na bilo koji način uključuju grafike. Može se kao rešenje dobiti grafik, ali može se i dati grafik koristiti za izradu zadataka. Ukoliko se pri rešavanju zadataka koristi grafik, lakše je uočiti fonkcionalnu vezu pa se bolje prikazuju nego pomoću matematičkih formula. Na ovaj način učenici se osposobljavaju za rad sa graficima, njihovom očitavanju i crtanju. Pri rešavanju ovog tipa zadatka, učenici prolaze kroz uobičajene etape: analiza uslova, uspostavljanje veze između traženih i datih fizičkih veličina, dobijanje i diskusija rešenja.

2.3. Eksperimentalni zadaci

U ovu grupu zadataka spadaju zadaci kod kojih:

- se traži eksperimentalna provera rešenja
- je potrebno da se bar jedan traženi podatak odredi eksperimentalnim putem
- ne postoji nijedan podatak dat u vidu brojne vrednosti, već je sve potrebno dobiti eksperimentalnim putem
- se slikom ili šemom prikazuju situacije u nekom eksperimentalnom radu, a odgovor se daje u pisanoj formi ili usmeno na pitanja teorijskog ili eksperimentalnog karaktera

Značaj ovakvih zadataka je izuzetno veliki. Prvenstveno fizika je eksperimentalna nauka i nastava fizike je nezamisliva bez ogleda, a ovakvi zadaci bude znatiželju kod učenika i omogućavaju im povezivanje teorije i prakse.

2.4. Kvantitativni zadaci

Za rešavanje ovih zadataka potrebno je obaviti niz matematičkih operacija i izračunavanja.

Pri izboru zadataka potrebno je voditi računa o sledećem:

- iz zbirke odabrati odgovarajuće zadatke za rad na času i zadatke za samostalan rad kod kuće,
- naučiti učenike da zadatke rešavaju dobrim metodičkim putem,
- dobro proučiti sve zadatke za datu nastavnu temu i koje su njihove karakteristike,
- dati posebne napomene za rešavanje zadataka iz određene oblasti,
- naglasiti osnovne pojmove, zakone i formule potrebne za uspešno rešavanje zadataka iz date oblasti,
- uputiti učenike na koji način da vežbaju zadatke.

Zadaci koji se rade na času ili kod kuće trebalo bi da:

- se osnovna pažnja poklanja fizičkoj strani zadatka, da se razumeju uslovi, odvoji bitno od nebitnog, uoče osnovni fizički procesi, primene važni fizički zakoni,
- se ne troši mnogo vremena na složene matematičke operacije,
- se krene od lakših ka težim zadacima, pri čemu se void računa o postupnosti i sistematičnosti,
- u okviru iste teme zadaci budu međusobno povezani, tačnije da se na rešavanje sledećeg zadatka koristi znanje iz prethodno rađenih zadataka,
- postoje zadaci koji se ne svode samo na konkretnu primenu teorijskih znanja, već da razvijaju sposobnost mišljenja i tako motivišu učenike.

Jako je važno da svaki nastavnik učenicima prvo objasni metodiku rešavanja računskih zadataka, a onda da svaki put insistira na tačno utvrđenom redosledu obavljanja potrebnih operacija. Ovakav način rada ne predstavlja šablonsko rešavanje zadataka, već je način da svaki zadatak sadrži analizu i diskusiju zadatka, a to se najlakše uči ukoliko se uvek poštuje sistematičnost.

Da bi zadatak uspešno rešili učenici prvo moraju da ga razumeju, utvrde poznate i nepoznate veličine, upotrebe odgovarajuće zakone i dobiju konkretno rešenje.

- *Jednostavniji zadaci* rade se na časovima obrade novog gradiva i potrebno je da nastavnik pruži direktnu pomoć učenicima pri rešavanju.
- *Složeniji zadaci* se rade na časovima utvrđivanja ili se mogu zadati za domaći zadatak. Jako je dobro zadatke za uvežbavanje zadati za domaći zadatak, kako bi učenici zapamtili nove termine, utvrdili pojmove i definicije, da bi zapamtili formule, jedinice

mere i njihove oznake, kao i da bi naučili da u formule zamenjuju brojne vrednosti u jedinicama međunarodnog sistema.

Za rešavanje nešto složenijih zadataka koji se rade ili na časovima ili u okviru domaćeg zadatka, nastavnik je dužan da da neke uvodne napomene za uspešno rešavanje zadataka.

- Učenicima bi trebalo ukazati na zadatke iz zbirke iz date oblasti, tako da se u okviru pomenutih zadataka nalaze lakši, srednje teški, kao i zahtevni zadaci. Napomenuti koji su to najčešći tipovi zadataka iz date oblasti.
- Uputiti ih koje su najčešće greške koje učenici, kao i koje nedostatke u znanju učenici ispoljavaju pri rešavanju zadataka iz date oblasti.
- Napomenuti koje su osnovne formule i zakoni koji se koriste pri rešavanju zadataka iz date oblasti.
- Jako je važno navesti neki primer za demonstraciju metodike rešavanja ovi zadataka.

* *Kombinovani zadaci* su složeniji zadaci koji se koriste za uopštavanje gradiva, za produbljivanje učeničkih znanja i proširivanje njihovih predstava o univerzalnosti fizičkih zakona i pojmova. Za rešavanje ovog tipa zadataka potrebno je primeniti više formula i zakona iz različitih oblasti fizike i na taj način vrši se povezivanje novog gradiva sa ranije naučenim. Pomoću ovih zadataka učenici se navikavaju da sami vrše odabir potrebnih zakona i formula za rešavanje zadataka i koristeći ih nalaze tačno rešenje.

2.5. Kriterijum složenosti zadataka

Kriterijumi složenosti zadataka mogu se podeliti na subjektivne i objektivne.

* Subjektivni kriterijumi složenosti svode se na subjektivnu procenu nastavnika ili učenika da li je dati zadatak lak ili težak. Ova procena se uglavnom svodi na to da li je učenik znao da reši zadatak ili ne.
* Objektivni kriterijum složenosti zadataka možemo podeli na apsolutne i relativne.
    * Apsolutni kriterjum složenosti zadataka predstavlja broj logičkih i matematičkih operacija koje je potrebno izvršiti pri rešavanju zadataka, ali i koliko su te operacije standardne.
    * Relativni kriterijum složenosti zadataka predstavlja stepen povezanosti matematičkih i logičkih operacija.

2.6. Analiza zadataka prema stepenima složenosti

Zadaci se prema stepenu složenosti mogu podeliti u tri nivoa.

- Prvi nivo čine zadaci sa najmanjim stepenom složenosti. Ovoj grupi pripadaju zadaci za čije rešavanje je dovoljna jedna ili dve logičke operacije i nekoliko standardnih matematičkih operacija.
- Drugi nivo čine zadaci većeg stepena složenosti. Za njihovo rešavanjeje potrebno više od tri logičke operacije od kojih neke od njih mogu biti vezane i da drugu nastavnu temu koja se izučava iste godine.
- Treći nivo čine zadaci sa najvećim stepenom složenosti. Ovde se znatno povećava broj logičkih operacija, a neke od njih mogu biti vezane za nastavnu temu koja je izučavana ranijih godina učenikovog školovanja. Kod ovih zadataka vrlo često neka logička operacija vezuje se za sliku koju treba koristiti za rešavanje zadatka. Sliku može dati sam autor zadatka, a nekada je učenik mora sam nacrtati na osnovu teksta zadatka kako bi rešio zadatak.

2.7. Domaći zadaci

Domaći zadaci su prirodni i logičan nastavak časa, a predstavlja osnovni oblik samostalnog rada učenika. Zadaci moraju biti primereni i po težini i po obimu i usklađeni sa aktuelnim sadržajem nastave. Nastavnik planira domaće zadatke u svojoj redovnoj pripremi za čas i potrebno je da nastavnik zadaje domaće zadatke u okviru svakog časa. Prilikom odabira zadataka, bitno je zadatke po težini prilagoditi mogućnostima prosečnih učenika i zadati samo one zadatke koje učenici mogu rešiti bez tuđe pomoći.

Domaći zadaci se odnose na gradivo obrađeno na prethodnom času, kao i na povezivanje novog gradiva sa prethodnim. Na sledećem času potrebno je analizirati rešene zadatke, kako bi učenici dobili povratnu informaciju o uspešnosti svog samostalnog rada, ali i kako bi utvrdili grešku u izradi zadataka i otklonili nejasnoće.

3. Teorijski deo

3.1. Molekulsko - kinetička teorija gasova

Kinetička teorija gasova je jedna od značajnijih teorija materije koja pretpostavljajući jednostavan model gasnog stanja, kvantitativno ga opisuje i eksperimentalno ga verifikuje. Kinetička teorija se zasniva na zakonima klasične mehanike i daje mikroskopsko tumačenje stanja gasa: makroskopske osobine gasa objašnjavaju se mehaničkim kretanjem izolovanih čestica-molekula. Gas je izgrađen od ogromnog broja takvih čestica (u jednom metru kubnom vazduha u atmosferi nalazi se oko 10^{25} molekula). Nemoguće je pomoću Njutnovih zakona posmatrati kretanje svake čestice posebno. U kinetičkoj teoriji korišćenjem metoda i zakona statističke fizike određuju se srednje vrednosti nekih kinematičkih i dinamičkih veličina (srednja brzina molekula, srednja kinetička energija…) i povezuju se sa osobinama gasa (temperature, pritisak).

Predstava o gasu, kakva je data u ovoj teoriji, nije bila prihvaćena sve do 1850.godine. 1738. godine u Bernulijevim radovima nalaze se prvi začeci ovakve slike o gasovima, gde on daje Bojlov zakon primenjujući Njutnove zakone kretanja na molekulima. Mnogo godina posle Bernulija, Voterson je podneo rad Engleskom kraljevskom društvu u kome je ispravno tretirao mnoge koncepte kinetičke teorije, ali rad je bio odbijen kao "besmislica". Tek u period od 1848. do 1898. godine Džul, Klauzijus, Maksvel i Bolcman razvili su kinetičku teoriju gasova koja je i danas jednako aktuelana kao i u vreme njene postavke.

Kinetička teorija gasova polazi od pretpostavke da se gas sastoji od velikog broja molekula mase $\boldsymbol{m}$, koji se haotično kreću u svim pravcima i smerovima u prostoru, bez međusobnog privlačenja i odbijanja. Između dva sudara njihovo kretanje je pravolinijsko. Bez obzira na velika rastojanja između molekula oni podležu elastičnim sudarima (nema promene ukupne translacione kinetičke energije) u trenutku kada su centri dva molekula na rastojanju koje odgovara dijametru molekula $\boldsymbol{d}$. Takođe, i sudari sa zidom suda su idealno elastični. Ukupna energija gasa jednaka je sumi kinetičkih energija moleula koji se kreću po izlomnjenoj cik-cak liniji. Zapremina koju zauzimaju sami gasni molkuli zanemarljivo je mala u odnosu na ukupnu zapreminu suda, što znači da je veličina molekula zanemarljivo mala (dijametar molekula d) u odnosu na srednje rastojanje koje molekul prelazi između dva sudara, a koji se naziva srednji slobodni put $\boldsymbol{\lambda}$.

Elastični sudari koji molekuli sve vreme trpe dovode do promene njihove brzine po intenzitetu, pravcu i smeru. Srednji broj sudara koji molekuli trpe u jedinici vremena je koliziona frekvencija $\boldsymbol{z}$. Tako se bilo koja mehanička osobina gasa može izraziti preko veličina kao što su: masa molekula $\boldsymbol{m}$, srednji slobodni put λ i vreme između sudara $\boldsymbol{1/z}$.

Ovako pojednostavljeni model gasa naziva se idealan gas.

Pod pojmom idelanog gasa podrazumeva se skup velikog broja neintereagujućih čestica zanemarljivih dimenzija. Međusobni sudari čestica i sudari čestica sa zidovima suda su elastični.

Svaki realna gas odstupa od idealnog, a posebno kada su u pitanju gasovi na velikim pritiscima. U tom slučaju molekuli su na malim rastojanjima pa se međumolekulski interakcije ne mogu zanemariti, a ni dimenzije molekula nisu tako male u poređenju sa međumolekulskim rastojanjima. U praksi, idelani gasovi su bliski razređenim gasovima.

Bez obzira na odstupanja, mi ćemo, govoreći o osobinama gasova i zakonima koji važe za gasne procese, podrazumevati da se radi o idealnom gasu.

Primenom zakona klasične mehanike na mnoštvo mikroskopskih čestica, molekuli koji se neprekidno kreću u svim pravcima i smerovima, kinetička teorija daje veoma dobre rezultate kod određivanja pritiska ili transportnih osobina, ali dovodi do pogrešnih zaključaka o toplotnim kapacitetima gasova gde je potrebno u razmatranje uključiti i kvantne efekte. Primenom kinetičke teorije mogu se odrediti različite osobine gasnog stanja materije.

3.2. Raspodela molekula po brzinama

Molekuli gasa se kreću haotično, u svim pravcima i smerovima. Svaki od molekulua gasa kreće se brzinom određenog intenziteta i brzina svakog od njih se menja u toku vremena. Takođe, do promene brzine dolazi i posle sudara sa zidom suda, kada njihova brzina zavisi od intenziteta i pravca brzine pre sudara. Čak i da su svi molekuli imali iste brzine pre sudara, posle sudara oni će imati najrazličitije brzine, posebno jer se u maloj zapremini gasa nalazi veliki broj molekula, pa je i učestalost sudara veća.

Maksvel je 1860. godine došao do zaključka da, bez obzira na neuređenost kretanja i različite vrednosti brzina tih molekula, ipak postoji pravilna raspodela molekula po brzinama. Koristeći metode statistike izveo je zakon rasopodele molekula po brzinama. Maksvel je svoju teoriju izneo kao:

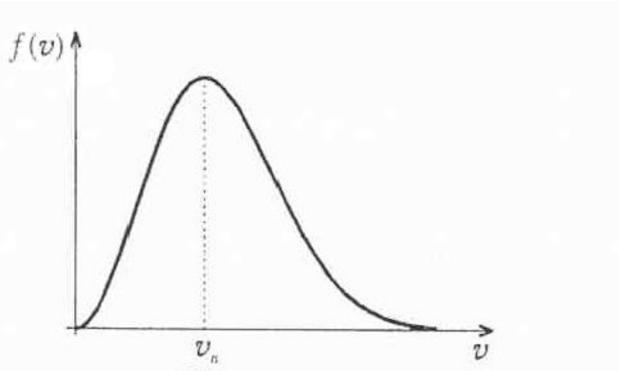
Ako je u sudu N molekula gasa i svaki od njih ima masu μ, pri stalonoj temperature T raspodela molekula po brzinama odrešena je jednačinom:

$$\boldsymbol{f(\nu) = 4\pi N(\frac{\mu}{2\pi KT})^{\frac{3}{2}} \cdot \nu^2 \cdot e^{-(\mu\nu^2)/(2kT)}}$$

gde je k-Bolcmanova konstanta, ν-brzina, a f(ν)- funkcija raspodele.

Funkcija raspodele f(v) srazmeran je verovatnoći da molekul ima brzinu iz veoma uskog interval (v, v+Δv).

Na slici 1 možemo videti grafik funkcije f(ν).



*Slika 1: Grafik funkcije f(*ν)

Sa grafika možemo zaključiti:

- zastupljene su sve vrednosti brzina, od najmanjih do najvećih,

- mali je broj molekula koji imaju jako male ili jako velike brzine,

- najveći broj molekula ima određenu vrednost brzine i ta brzina se naziva najverovatnija brzina (za datu vrednost brzine funkcija f(ν) ima maksimum).

Raspodela molekula po brzinama zavisi od temperature. Zagrevanjem gasa povećava se kinetička energija tj. brzina molekula. Na osnovu funkcije raspodele vidimo da se pri povećanju temperature povećava vrednost najverovatnije brzine, ali i da se smanjuje broj molekula koji imaju upravo tu brzinu. Takođe, zagrevanjem se povećava broj molekula sa velikim vrednostima brzine.

Najverovatnija brzina molekula određuje se korišćenjem jednačine:

$$v_n = \sqrt{\frac{2kT}{\mu}}$$

Obzirom da u svakom trenutku molekuli gasa imaju jako mnogo različitih kinetičkih energija, pa samim tim i mnogo različitih brzina, nemoguće je odrediti brzinu svakog molekula posebno, pa se koristi pojma srednje brzine odnosno srednje kinetičke energije.

Srednja brzina se definiše kao aritmetička sredina vrednost brzina svih molekula ponaosob. Prema Maksvelovoj raspodeli, srednja brzina se određuje pomoću jednačine:

$$v_{sr} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi\mu}}$$

Srednja kinetička energija molekula je aritmetička sredina kinetičkih energija svih molekula. Prema Maksvelovoj teoriji može se dobiti iz jednačine:

$$\overline{E_k} = \frac{3}{2}kT$$

Brzina kojoj odgovara srednja kinetička energija naziva se srednja kvadratna brzina molekula:

$$\overline{E_k} = \frac{3}{2}kT \qquad \overline{E_k} = \frac{1}{2}\mu\overline{v^2}$$

Izjednačavanjem ove dve jednačine možemo dobiti:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3kT}{\mu}}$$

3.3. Jednačina idealnog gasnog stanja

Stanje gasa definisano je pomoću tri parametra koja su međusobno zavisna, a to su pritisak, temperature i zapremina. Promena bilo kog od ovih parametara utiče na promenu bar još jednog od njih.

Vezu između ovih parametara lako ćemo dobiti ukoliko krenemo od formule za pritisak gasa.

Ukolko posmatramo molekule gasa koli se haotično kreću i trpe elastične sudare sa zidom suda, molekul se odbijaja pod istim uglom pod kojim je i pao. U ovom slučaju brzina molekula se menja, tako da komponenta brzine (υ_y) u pravcu paralelnom zidu pri sudaru se ne menja, a komponenta brzine (υ_x) u pravcu normale na zid promeni samo smer. Tada je promena impulsa molekula pri sudaru data proizvodom $2\mu\ \upsilon_x$.

Prema III Njutnovom zakonu, ovaj impuls molekul preda zidu, a prema II Njutnovom zakonzu sila kojom molekuli deluju na zid suda jednaka je promeni impulsa u jedinici vremena.

Obzirom da svaki molekul koji se nalazi u sudu pri sudaru sa zidom suda preda mu impuls jako je važno prvo odrediti broj molekula unutar suda odnosno broj sudara u za neko vreme Δt. Ako posmatramo molekule koji imaju iste mase i kreću se istim brzinama υ_x , ze vreme Δt u zid će udariti svi molekuli koji se nalaze unutar kvadra dužine $\upsilon_x \Delta t$.

Ukupan broj sudara je:

$$\Delta N = n\Delta V = nS\mathrm{v}_x\Delta \mathrm{t}$$

n- koncentracija molekula u sudu

Prema II Njutnovom zakonu možemo izraziti silu kojom molekuli deluju na zid suda.

$$F = \frac{\Delta N \cdot 2\mu \cdot v_x}{\Delta t} = \frac{nSv_x\Delta t \cdot 2\mu \cdot v_x}{\Delta t} = 2n\mu S v_x^2$$

Molekuli gasa se ne kreću usmereno i nemju svi iste brzine, pa ćemo ovaj problem rešiti ako uzmemo srednju vrednost kvadrata x-komponente brzine. Pošto su svi pravci podjednako verovatni i ravnopravno su raspoređeni intenziteti brzine molekula u svakom od pravaca, tada je:

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$$
$$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2} = 3\overline{v_x^2}$$

Onda je: $\overline{v_x^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2}$

Sada možemo izraziti silu kojom molekuli deluju na zid suda, a zatim i pritisak gasa. Važno je napomenuti i to da je pored ravnopravnosti u pogledu pravca kretanja molekula jednako važna i ravnopravnost u pogledu smera kretanja. To znači da polovina molekula ide u pozitivnom smeru x-ose, a polovina njih u negativnom smeru iste ose.

$$F = \frac{1}{2} 2n\mu S v_x^2 = n\mu S \cdot \frac{1}{3}\overline{v^2}$$

Sada možemo izraziti i pritisak gasa:

$$p = \frac{F}{S} = \frac{1}{3} n\mu\overline{v^2}$$

Proizvod $\mu\overline{v^2}$ jednak je dvostrukoj vrednosti srednje kinetičke energije translacionog kretanja molekula, pa je:

$$p = \frac{2}{3} n\overline{E_k} = \frac{2}{3} n \cdot \frac{3}{2} kT = nkT$$

Sada kada smo došli do jednačine koja povezuje pritisak i temepraturu možemo izvesti jednačinu idelanog gasnog stanja. Koncentracija molekula u sudu zapremine V data je izrazom: $n = \frac{N}{V}$,

$$p = \frac{N}{V} kT \Rightarrow pV = NkT$$

Umesto broja molekula u datoj jednačini može figurisati broj molova. Veza između ovih veličina data je jednačinom: $N = n_m \cdot N_a$

Sada jednačinu idealnog gasnog stanja možemo pisati i u drugačijim oblicima:

$$pV = n_m N_a kT = n_m RT$$

R- gasan konstanta, a predstavlja proizvod Avogadrovog broja i Bolcmanove konstante.

$$R = 8{,}314 \frac{J}{K \cdot mol}$$

Pošto se količina supstance može izraziti i kao količnik mase gasa i molarne mase, jednačina može imati i sledeći oblik:

$$\boldsymbol{pV = \frac{m}{M} RT}$$

Jednačina stanja idealnog gasa nam omogućava da znajući tri parametra stanja odredimo i četvrti. Važno je napomenutu da je data jednačina izvedena i da važi samo za idelane gasove, mada jako dobre rezultet pokazuje i kod gasova na nižim pritiscima, reda veličine 100kPa.

3.4. Gasni zakoni

Prihvatanju i razvoju molekularne fizike najviše su doprineli hemičari. Oni su prvo eksperimentalnim putem utvrdili neke od zakona, međutim tadašnja naučna teorija za njih nije imala teorijska tumačenja. Kinetička teorija gasova za sve te eksperimentalne rezultate dala je objašnjenje. Zakoni koji će u ovom radu biti spomenuti vrlo jednostavno se dokazuju pomoću jednačine idealnog gasnog stanja.

3.4.1. Daltonov zakon parcijalnih pritisaka

Dalton je nizom eksperimenata došao do zakona koji je važi za sveše gasova, a definisan je na sledeći način:

Ako se u datom sudu nalaze dva ili više gasova, ukupan pritisak date gasne smeše jednak je sumi parcijalnih pritisaka svih komponenti.

Pod pojmom parcijanog pritiska podrazumeva se pritisak koji bi dati gas imao kada bi se nalazio sam u datoj zapremini i pri istoj temperaturi, a ne u gasnoj smeši.

I Daltonov zakon, kao i svi koje ćemo pomenuti u ovom radu dokazuju se pomoću jednačine idealnog gasnog stanja.

Jednačina idealnog gasnog stanja napisana za gasnu smešu:

$$pV = (n_1 + n_2 + \cdots + n_l)RT$$

$n_1, n_2 \ldots n_l$ - broj molova svake komponente u gasnoj smeši.

Jednačina idelanog gasnog stanja za svaki gas posebno koji se nalazi u gasnoj smeši:

$$p_1V = n_1RT$$

$$p_2V = n_2RT$$

$$\dots \dots ..$$

$$p_lV = n_lRT$$

Ukoliko sabremo sve ove jednačine dobijamo:

$$(p_1 + p_2 + \cdots + p_l)V = (n_1 + n_2 + \cdots + n_l)RT$$

Poređenjem ove jednačine i jednačine za gasnu smešu dobijamo Daltonov zakon:

$$\boldsymbol{p = p_1 + p_2 + \cdots + p_l}$$

3.4.2. Avogadrov zakon

Eksperimentalnim putem dokazano je da se zapremine gasova koji se sjedinjavaju u gasnu smešu, uvek odnose kao celi brojevi. Na osnovu ovih podataka Avogadro je postavio zakon koji glasi:

U jednakim zapreminama gasova, pri jednakim pritiscima i jednakim temperaturama, nalazi se isti broj molekula.

Ako je $V_1=V_2$, $T_1=T_2$ i $p_1=p_2$ onda iz jednačine $pV=NkT$ sledi da je

$$\mathbf{N_1=N_2}.$$

3.4.3. Bojl-Mariotov zakon. Izotermski procesi

Irski naučnik Bojl i francuski naučnik Mariot još u 17. veku, nezavisno jedan od drugog došli su do zaključka da:

Proizvod pritiska i zapremine stalne količine gasa pri konstantnoj temperaturi se ne menja.

Do ovog otkrića dašli su eksperimentalnim putem, a zakon je formulisao Bojl, pa se negde može naći i kao Bojlov zakon.

Ako se pri konstantnoj temperaturi povećava zapremina gasa, pritisak se smanjuje i obrnuto. Eksperiment koji to potvrđuje je: ako se u sudu, koji je povezan sa manometarskom cevi klip pomera naviše, manometer meri manji pritisak, i obrnuto.

Prema Bojl-Mariotovom zakonu: $pV=const$.

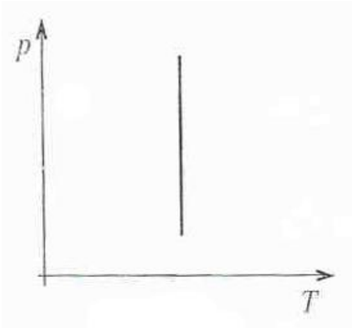
I ovaj zakon, kao i prethodni jednostavno se dokazuje preko jednačine idealnog gasnog stanja. Ukoliko su broj molova i temperature gasa konstantni, onda je i proizvod pritiska i zapremine gasa takođe konstantan.

$$pV = nRT = const$$

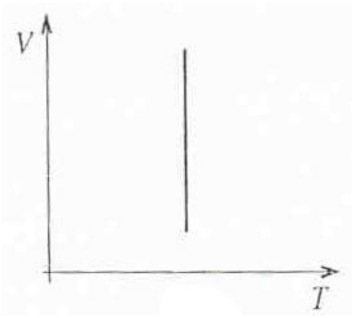
Ako je količina gasa konstantna za dva proizvoljna stanja gasa 1 i 2 u izotermskom procesu važi:

$$\boldsymbol{p_1V_1 = p_2V_2}$$

Proces u kome se održava konstantna temperature gasa naziva se izotermski proces. Izotermske procese predstavljamo pravim linijama u p-T i V-T dijagramima, a krivom linijom u p-V dijagramu. Ove linije nazivaju se izoterme. Na slici 2 i slici 3 mogu se videti pomenuti grafici i izoterme.

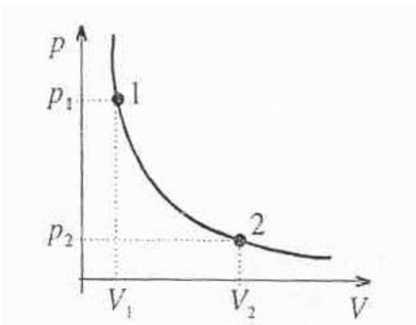


(a)



(b)

Slika 2: (a) Izoterma na P-T grafiku. (b) Izoterma na V-T grafiku.



Sila 3: Izoterma na p-V grafiku.

3.4.4. Šarlov zakon. Izohorski procesi

Francuski naučnik Šarl još u 18. veku eksperimentalnim putem otkrio je da se gas pri konstantnoj zapremini uvek ponaša na isti način, odnosno da povećanjem temperature dolazi do linearnog povećanja pritiska gasa. Proces u kome je zapremina gasa konstantna naziva se izohorski proces. Njegova otkrića formulisana su u vidu Šarlovog zakona:

U sudu konstantne zapremine pritisak stalne količine gasa menja se linearno srazmerno temperature: ako je pri temperature 0^oC pritisak gasa p_o, onda je pri temperature $t(^oC)$ pritisak gasa je $\boldsymbol{p = p_o(1 + \alpha t)}$ gde je $\boldsymbol{\alpha = \frac{1}{273°C}}$.

I Šarlov zakon se najjednostavnije dokazuje pomoću jednačine idealnog gasnog stanja. Ako se u sudu konstantne zapremine nalazi stalna količina gasa, onda iz jednačine $pV = nRT$ sledi:

$$\frac{p}{T} = \frac{nR}{V} = const$$

Iz ove jednačine sledi još jedna formulacija Šarlovog zakona:

Pri konstantnoj zapremini konstantan je i količnik pritiska i apsolutne temperature stalne količine gasa.

$$\boldsymbol{\frac{p}{T} = const}$$

Ako su jednom stanju izohorskog procesa pritisak i temperature gasa p_1 i T_1 , a u nekom drugom stanju odgovarajući parametri su p_2 i T_2, onda primenom Šarlovog zakona važi:

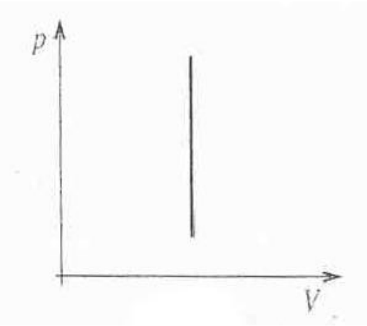
$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

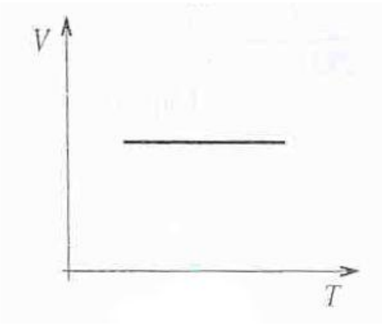
Ako je $p_1 = p_o$ i $T_1=273^oC$, a $p_2=p$ i $T_2=t+273^oC$, onda se ova jednačina može napisati u drugom obliku:

$$\frac{p_o}{273°C} = \frac{p}{t + 273°C}$$

Odnosno, $p = p_o\left(1 + \frac{1}{273°C} \cdot t\right)$

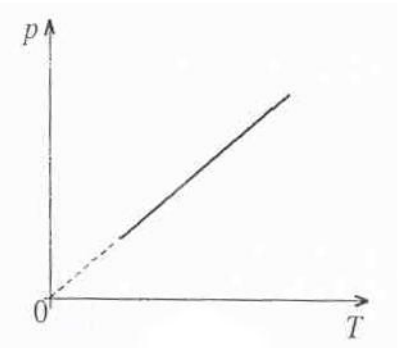
Izohorski proces na p-V i V-T dijagramu predstavljen je pravim linijama, a na p-T dijagramu predstavljen je takođe pravom linijom koja mora da prolazi kroz koordinatni početak. Jako je važno nopomenuti da se deo na p-T dijagramu crta isprekidanom linijom, jer pri niskim temperaturama gas prelazi u tečno stanje. Linije na ovim graficima koje crtamo pri konstantnoj zapremini nazivaju se izohore. Na slikama 4 i 5 mogu se videti pomenuti grafici i na njima prikazane izohore.





(a) ***(b)***

Slika 4: (a) Izohora na P-V grafiku. (b) Izohora na V-T grafiku.



Slika 5: Izohora na p-T grafiku.

3.4.5. Gej-Lisakov. Izobarski procesi

Francuski naučnik Gej-Lisak eksperimentalnim putem došao je do otkrića na koji način se menja zapremina gasa zavisno od temperature ukoliko je pritisak konstantan. Gej-Lisakov zakon glasi:

Pri konstantnom pritisku zapremina konstantne količine gasa zavisi od temperature prema zavisnosti $\boldsymbol{V = V_o(1 + \alpha t)}$, gde je $\boldsymbol{\alpha = \frac{1}{273°C}}$.

V_o - zapremina gasa na t=0°C, a V-zapremina gasa pri temperature t(°C).

Proces u kome je pritisak gasa konstantan naziva se izohorski proces. Dokaz ovog zakona preko jednačine idealnog gasnog stanja potpuno je istovetan dokazu Šarlovog zakona. Još jedna formulacija Gej-Lisakovog zakona glasi:

Količnik zapremine i apsolutne temperature stalne količine gasa u izobarskom procesu je konstantan.

$$\boldsymbol{\frac{V}{T} = const}$$

Ako su jednom stanju izobarskog procesa zapremina i temperature gasa V_1 i T_1 , a u nekom drugom stanju odgovarajući parametri su V_2 i T_2, onda primenom Gej-Lisakovog zakona važi:

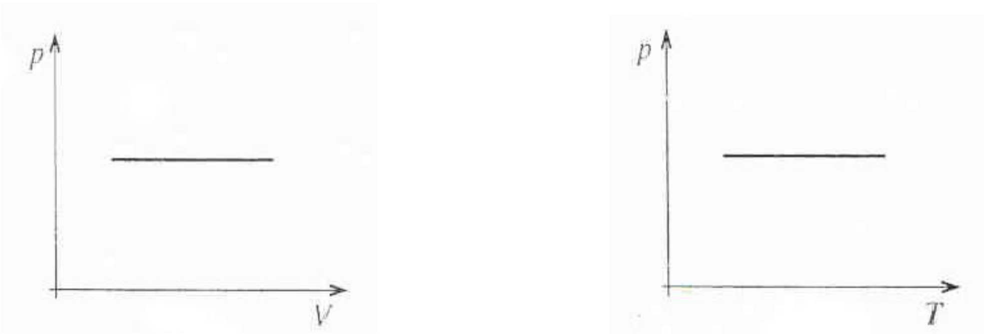
$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

Ako je $V_1 = V_o$ i T_1=273°C, a V_2=V i T_2=t+273°C, onda se ova jednačina može napisati u drugom obliku:

$$\frac{V_o}{273°C} = \frac{V}{t + 273°C}$$

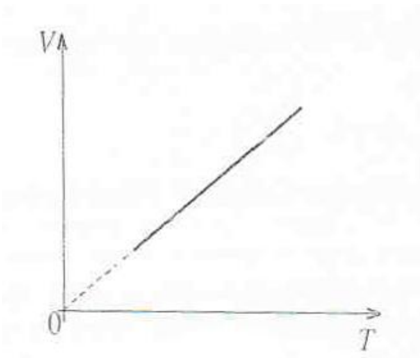
Odnosno, $V = V_o\left(1 + \frac{1}{273°C} \cdot t\right)$

Izobarski proces na p-V i p-T dijagramu predstavljen je pravim linijama, a na V-T dijagramu predstavljen je takođe pravom linijom koja mora da prolazi kroz koordinatni početak. Linije na ovim graficima koje crtamo pri konstantnom pritisku nazivaju se izobare. Na slikama 6 i 7 mogu se videti izobare prikazane na pomenutim graficima.



(a) *(b)*

Slika 6: (a) Izobara na P-V grafiku. (b) Izobara na p-T grafiku.



Slika 7: Izobara na V-T grafiku.

4. Zadaci

4.1. Jednostavni zadaci

Zadatak 1:

Izračunati zapreminu jednog mola gasa pri normalnim uslovima.

Analiza:

Ovo je zadatak koji spada u jednostavnije zadatke jer zahteva samo primenu formule. Još u sedmom razredu učenici su na časovima hemije naučili da zapremina koju 1 mol gasa pri normalnim uslovima zauzima iznosi 22,4 dm^3 i da se zove molarna zapremina. Ova zapremina je prvenstveno utvrđena eksperimentalno, a postavkom kinetičke teorije rezultati su dokazani i računski.

n=1mol

V=?

normalni uslovi: p=101,3 kPa=101 300 Pa; T=273 K

Zapreminu možemo dobiti primenom jednačine idealnog gasnog stanja:

$$pV = nRT$$

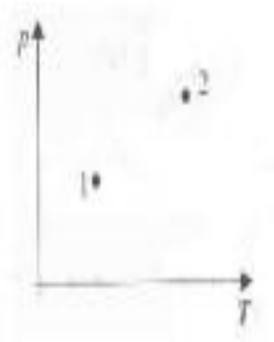
$$V = \frac{nRT}{p}$$

$$V = \frac{1\,mol \cdot 8{,}314\ \frac{J}{K \cdot mol} \cdot 273K}{101\ 300\ Pa}$$

$$V = 0{,}00224m^3 = 22{,}4dm^3$$

Zadatak 2:

Na slici su prikazana dva stanja gasa na p-T dijagramu. Potrebno je da gas pređe iz stanja 1 u stanje 2 kroz dva procesa:



a) izobarski i izotermski,

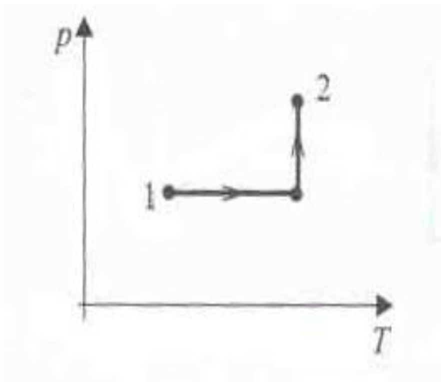
b) izotermski i izohorski,

c) izobarski i izohorski.

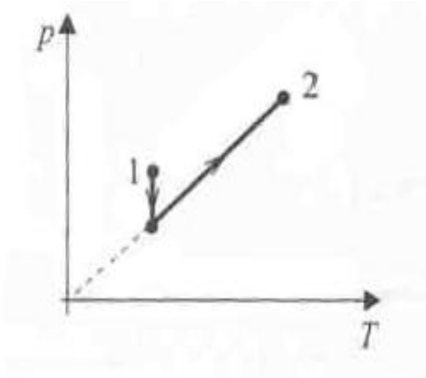
Analiza:

Ovaj zadatak pripada grafičkim zadacima osnovnog nivoa. Za rešavanje ovog tipa zadatka potrebno je razlikovati pomenute procese kao i njihovo crtanje u p- T dijagramima.

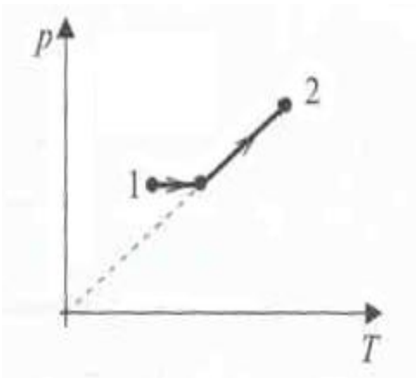
a) Izobarski proces je proces u kome je pritisak gasa konstantan, a izotermski kada je temperatura konstantna. U oba slučaja i izobara i izoterma u p-T dijagramu su prave linije. Na slici je prikazan prelaz gasa između stanja 1 i stanja 2 kroz ova dva procesa.



b) Izotermski proces je proces u kome je temperatura gasa konstantna, a izohorski kada je zapremina konstantna. U oba slučaja i izoterma i izohora u p-T dijagramu su prave linije. Na slici je prikazan prelaz gasa između stanja 1 i stanja 2 kroz ova dva procesa.



c) Izobarski proces je proces u kome je pritisak gasa konstantan, a izohorski kada je zapremina konstantna. U oba slučaja i izobara i izohora u p-T dijagramu su prave linije. Na slici je prikazan prelaz gasa između stanja 1 i stanja 2 kroz ova dva procesa.



Zadatak 3:

Naći srednji broj sudara u jedinici vremena molekula nekog gasa, ako je srednji slobodni put 5·10^{-6} m, a srednja kvadratna brzina molekula 500 m/s.

Analiza:

Ovaj zadatak pripada grupi kvantitativnih zadataka, nešto jednostavnijeg tipa. Smisao ovog zadatka je naći vezu između srednje aritmetičke brzine i srednje kvadratne brzine. Takođe, interesantno je posmatrati vrednosti dobijene za ove dve brzine.

Srednji broj sudara u jedinici vremena može se dobiti kao količnik srednje aritmetičke brzine molekula i srednjeg slobodnog puta.

$\bar{\lambda} = 5 \cdot 10^{-6} m$

$\bar{v} = 500\ \frac{m}{s}$

$z = ?$

$$\boldsymbol{z = \frac{v_{sr}}{\bar{\lambda}}}$$

Sada je cilj naći vezu između srednje aritmetčke brzine i srednje kvadratne brzine, zameniti brojne vrednosti i zadatak je rešen.

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3kT}{\mu}} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{kT}{\mu}} \qquad \Rightarrow \qquad \sqrt{\frac{kT}{\mu}} = \frac{\bar{v}}{\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{\frac{kT}{\mu}} = \frac{500\ \frac{m}{s}}{\sqrt{3}} = 288{,}675\ \frac{m}{s}$$

Zamenom dobijene vrednosti u sledeću jednaćinu dobijamo vrednost srednje aritmetičke brzine.

$$v_{sr} = \sqrt{\frac{8kT}{\mu\pi}} = \sqrt{\frac{8}{\pi}} \cdot \sqrt{\frac{kT}{\mu}}$$

$$v_{sr} = \sqrt{\frac{8}{3,14}} \cdot 288,675 \ \frac{m}{s}$$

$$v_{sr} = 460,775 \ \frac{m}{s}$$

Sada je jednostavno dobiti broj sudara u jedinici vremena, prostom zamenom brojnih vrednosti u odgovarajuću formula.

$$z = \frac{v_{sr}}{\bar{\lambda}}$$

$$z = \frac{460,775 \ \frac{m}{s}}{5 \cdot 10^{-6} m}$$

$$\boldsymbol{z = 92,155 \ \cdot 10^{6} \frac{1}{s}}$$

4.2. Složeni zadaci

Zadatak 1:

Na visinama od nekoliko stotina kilometara nad Zemljom molekuli atmosfere imaju brzine koje odgovaraju temperaturama od nekoliko hiljada stepeni. Zašto se ne istope sateliti koji kruže oko Zemlje na tim visinama?

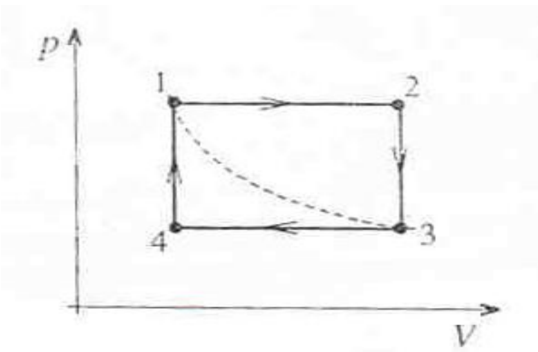
Analiza:

Ovaj zadatak pripada grupi kvalitativnih zadataka i zahteva povezivanje više različitih znanja.

Obzirom da govorimo o izuzetno velikim brzinama i samim tim jako velikim vrednostima za kinetičku energiju, logično je predpostaviti da zbog sudara između molekula atmosfere i satelita može doći do topljenja satelita. U ovim sudarima dolazi do prenosa kinetičke energije i na taj način raste ukupna energija samog satelita, koja u jednom trenutku može biti dovoljna za njegovo topljenje. Međutim, ovo se ne dešava, tačnije ne dolazi do topljenja satelita. Razlog leži u činjenici da je atmosfera na tako velikim visinama razređena, pa je i broj sudara između atmosfere i satelita jako mali. Ukupna energija koju satelit dobije nije dovoljna da bi došlo do njegovog topljenja.

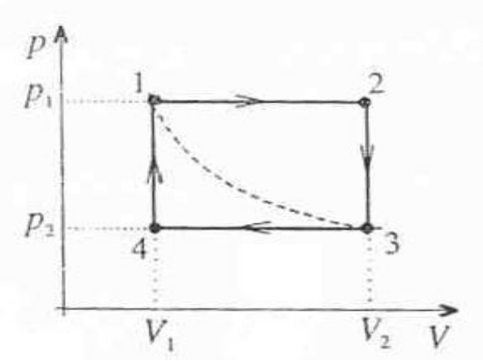
Zadatak 2:

U procesu 1-2-3-4-1 učestvuje jedna ista količina gasa. Tačke 1 i 3 su na izotremi. Temperature gasa u stanjima 2 i 4 su redom 450 K i 200 K. Odrediti temperature gasa u stanjima 1 i 3.



Analiza:

Ovaj zadatak pripadi grupi grafičkih zadataka koji su nešto složeniji. Za rešavanje ovog zadatka potrebno je poznavati gasne zakone.



Proces 1-2 odvija se pri konstantnom pritisku (p= const) , a u slučaju izobarskih procesa važi Gej-Lisakov zakon, koji kaže da pri konstantnom pritisku količnik zapremine i temperature je konstantan.

$$\frac{V}{T} = const$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

Proces 3-4 takođe se odvija pri konstantnom pritisku i za ovaj process možemo primeniti Gej-Lisakov zakon:

$$\frac{V_3}{T_3} = \frac{V_4}{T_4}$$

Sa grafika možemo videti da je V_3=V_2 i V_4=V_1.

Zamenom poslednja jednačina dobija drugačiji oblik:

$$\frac{V_2}{T_3} = \frac{V_1}{T_4}$$

Iz prikazanih jednačina se dobija:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_2}{T_1} \quad i \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_3}{T_4}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4}$$

Pošto je T_1=T_3 onda je T_1T_3=T_1^2, a iz date jednačine sledi:

$$T_1 = \sqrt{T_2T_4}$$

$$T_1 = \sqrt{450K \cdot 200K} = \sqrt{90\,000\;K^2} = 300\;K$$

Zadatak 3:

U sudu zapremine 1,5 l nalazi se smeša kiseonika i ugljen-dioksida pod pritiskom od 2MPa i na temperature 300 K. Masa smeše je 40 g. Naći masu svakog od gasova.

<u>Analiza:</u>

Ovaj zadatak spada u grupu računskih zadataka srednjeg nivoa. Za rešavanje ovog zadatka potrebna je jednačina idealnog gasnog stanja.

$V = 1{,}5\ l = 1{,}5 \cdot 10^{-3} m^3$

$p = 2MPa = 2 \cdot 10^6 Pa$

$T = 300\ K$

$m = 40\ g\ = 40 \cdot 10^{-3} kg$

$m_1 = ?\ (O_2)$

$m_2 = ?\ (CO_2)$

$$pV = nRT$$

Korišćenjem jednačine idealnog gasnog stanja možemo dobiti ukupan broj molova gasne smeše.

$$n = \frac{pV}{RT}$$

$$n = \frac{2 \cdot 10^6 Pa \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3} m^3}{8{,}314\ \frac{J}{Kmol} \cdot 300\ K}$$

$$n = 1{,}2\ mol$$

Ukupan broj molova ove gasne smeše predstavlja zbir broja molova kiseonika i ugljen-dioksida.

$n = n_1 + n_2$

$$n = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}$$

$$1{,}2\ mol = \frac{m_1}{32\frac{g}{mol}} + \frac{40\ g - m_1}{44\ \frac{g}{mol}}$$

Da bismo se oslobodili razlomka ceo izraz množimo sa 352 $\frac{g}{mol}$.

$$422{,}4\ g = 11m_1 + 8(40\ g - m_1)$$

$$422{,}4\ g = 11m_1 + 320\ g - 8m_1$$

$$422{,}4\ g - 320\ g = 3m_1$$

$$3m_1 = 102{,}4\ g$$

$$m_1 = \frac{102{,}4\ g}{3}$$

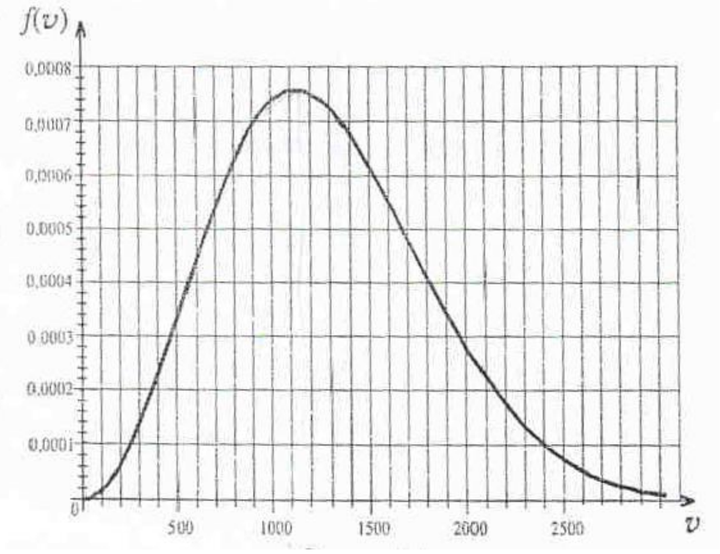
$\boldsymbol{m_1 = 34{,}13\ g}$ **kiseonika**

$\boldsymbol{m_2 = 40\ g - 34{,}13\ g = 5{,}87\ g}$ **ugljen-dioksida**

4.3. Kombinovani zadaci

Zadatak 1:

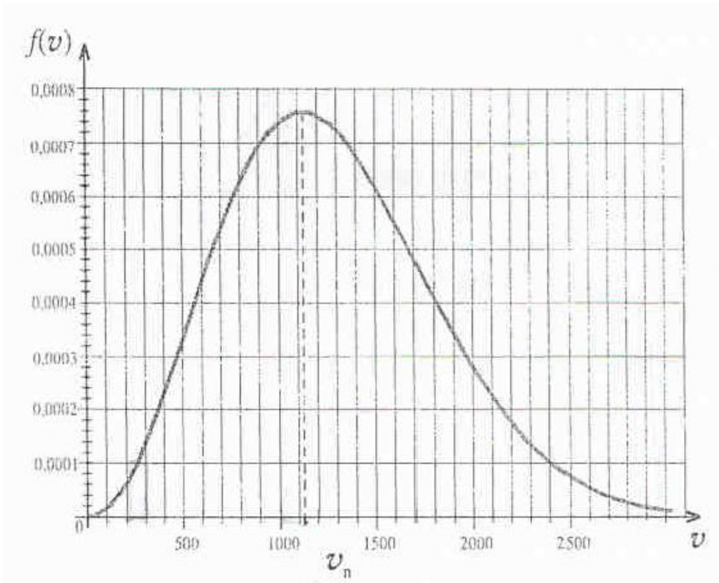
Na slici je prikazana Maksvelova raspodela za molekule nekog gasa na temperature od 300K.



a) O kom gasu se radi?
b) Proceniti srednju kvadratnu brzinu.
c) Proceniti relativan broj molekula sa brzinama iz intervala od 200 m/s do 300 m/s i iz interval od 1000m/s do 1100m/s.

Analiza:

Ovaj zadatak pripada grafičkim zadacima kombinovanog tipa. Za rešavanje ovih zadataka potrebno je tačno očitati podatke sa grafika, ali i odabrati odgovarajuće formule za njegovo rešavanje.



a) Sa grafika možemo očitati vrednost najverovatnije brzine.

$$v_n \approx 1130\frac{m}{s}$$

Sada, kada znamo vrednost najverovatnije brzine, primenom formule za njeno izračunavanje možemo oderditi vrednost molarne mase nepoznatog gasa.

$$v_n = \sqrt{\frac{2kT}{\mu}} = \sqrt{\frac{2kTNa}{M}}$$

Kvadriranjem ove jednačine dobijamo:

$$v_n^2 = \frac{2kTNa}{M}$$

Sada možemo izraziti formula za izračunavanje molarne mase:

$$M = \frac{2kTNa}{v_n^2} = \frac{2 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23}\frac{J}{K} \cdot 300K \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}\frac{1}{mol}}{(1130\frac{m}{s})^2}$$

$$M = 0{,}0039\frac{kg}{mol} \approx 4\frac{g}{mol}$$

Na osnovu molarne mase koje iznosi 4g/mol zaključujemo da je u pitanju helijum.

b) Srednju kvadratnu brzinu možemo izračunati na osnovu vrednosti za najverovatniju brzinu koju smo očitali sa grafika.

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3kT}{\mu}};\ v_n = \sqrt{\frac{2kT}{\mu}}$$

$$v_n^2 = \frac{2kT}{\mu} \Rightarrow \frac{v_n^2}{2} = \frac{kT}{\mu}$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3kT}{\mu}} = \sqrt{3 \cdot \frac{v_n^2}{2}} = v_n\sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$\bar{v} \approx 1130\frac{m}{s} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \approx 1380\frac{m}{s}$$

c) Prvo ćemo proceniti relativan broj molekula sa brzinama u interval od 200 m/s do 300 m/s. Ukoliko pogledamo grafik videćemo da je površina ispod krive, koja odgovara ovom interval brzina, jednaka površini približno jednog pravugaonika na mreži.

$$\frac{\Delta N}{N} \approx \Delta v \cdot f(v)$$

Δv- interval brzina (u ovom slučaju je 100m/s)

$$\frac{\Delta N}{N} \approx 100\frac{m}{s} \cdot 0{,}0001\frac{s}{m} = 0{,}01 = 1\%$$

U drugom slučaju brzine se kreću u intervalu od 1000m/s do 1100m/s, a to odgovara površini od 7,5 pravougaonika na mreži.

$$\frac{\Delta N}{N} \approx 7{,}5 \cdot \Delta v \cdot f(v)$$

$$\frac{\Delta N}{N} \approx 7{,}5 \cdot 100\frac{m}{s} \cdot 0{,}0001\frac{s}{m} = 0{,}075 = 7{,}5\%$$

Obzirom da je u oba slučaja posmatrana ista širina interval, možemo zaključiti da je broj molekula sa brzinama koje su bliske najverovatnijoj brzini znatno veći nego broj molekula čije su brzine relativno male.

Zadatak 2:

Da bi se zapremina gasa u cilindru sa klipom izotermski smanjila dva puta, na klip se stavi teg mase *m* . Koliki teg treba dodati da bi se zapremina izotermski smanjila još tri puta?

Analiza:

Ovaj zadatak pripada grupi kvantitativnih zadataka naprednog nivoa. Zasniva se na primeni Bojl-Mariotovog zakona. U ovom zadatku možemo analizirati tri slučaja.

I slučaj: Posmatramo cilindar bez tegova. Pritisak gasa iznad klima mase m_k je p_o, odnosno jednak je atmosferskom pritisku, a ispod klipa nalazi se gas na pritisku p_1, zapremine $V_1 = V$.

Možemo izraziti pritisak gasa ispod klipa:

$$p_{1=}p_o + p_k$$

$$p_1 = p_0 + \frac{Q_k}{S} = p_o + \frac{m_k g}{S}$$

II slučaj: U ovom slučaju posmatramo cilindar na čijem klipu se nalazi teg mase m_1. Pritisak gasa iznad klipa je p_0, odnosno jednak je atmosferskom pritisku, a ispod klipa se nalazi gas na pritisku p_2, zapremine $V_2 = \frac{V_1}{2} = \frac{V}{2}$.

Sada ćemo izraziti pritisak ispod klipa:

$$p_2 = p_0 + p_k + p_{t1}$$

$$p_2 = p_o + \frac{Q_k}{S} + \frac{Q_1}{S}$$

$$p_2 = p_0 + \frac{m_k g}{S} + \frac{m_1 g}{S}$$

III slučaj: U ovom slučaju posmatramo cilindar na čijem klipu se nalazi teg mase m_1 i još jedan teg mase m_2. Pritisak gasa iznad klipa je p_0, odnosno jednak je atmosferskom pritisku, a ispod klipa se nalazi gas na pritisku p_3, zapremine $V_3 = \frac{V_2}{3} = \frac{V}{6}$.

Sada ćemo izraziti pritisak ispod klipa:

$$p_3 = p_o + p_k + p_{t1} + p_{t2}$$

$$p_3 = p_o + \frac{Q_k}{S} + \frac{Q_{t1}}{S} + \frac{Q_{t2}}{S}$$

$$p_3 = p_0 + \frac{m_k g}{S} + \frac{m_1 g}{S} + \frac{m_2 g}{S}$$

Primenićemo Bojl-Mariotov zakona na prvi i drugi slučaj.

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$$

$$\left(p_o + \frac{m_k}{S}\right) \cdot V = (p_o + \frac{m_k g}{S} + \frac{m_1 g}{S}) \cdot \frac{V}{2}$$

Ako celu jednačinu pomnožimo sa $\frac{2}{V}$, dobijamo:

$$2\left(p_o + \frac{m_k}{S}\right) = p_o + \frac{m_k g}{S} + \frac{m_1 g}{S}$$

$$2p_o + 2\frac{m_k g}{S} = p_o + \frac{m_k g}{S} + \frac{m_1 g}{S}$$

$$p_o = \frac{m_1 g}{S} - \frac{m_k g}{S} \Rightarrow \frac{m_k g}{S} = \frac{m_1 g}{S} - p_o$$

Sada možemo primeniti Bojl-Mariotov zakon i na prvi i treći slučaj:

$$p_1 \cdot V_1 = p_3 \cdot V_3$$

$$\left(p_o + \frac{m_k}{S}\right) \cdot V = (p_o + \frac{m_k g}{S} + \frac{m_1 g}{S} + \frac{m_2 g}{S}) \cdot \frac{V}{6}$$

Sada ćemo jednačinu pomnožiti sa $\frac{6}{V}$.

$$6\left(p_o + \frac{m_k}{S}\right) = p_o + \frac{m_k g}{S} + \frac{m_1 g}{S} + \frac{m_2 g}{S}$$

$$6p_o + 6\frac{m_k}{S} = p_o + \frac{m_k g}{S} + \frac{m_1 g}{S} + \frac{m_2 g}{S}$$

$$5p_o = \frac{m_1 g}{S} + \frac{m_2 g}{S} - 5\frac{m_k g}{S}$$

U poslednju jednačinu zamenićemo ono što smo dobili u prethodnom izvođenju. Posmatramo dve jednačine i njihovom kombinacijom možemo dobiti vrednost za masu drugog tega.

$$\frac{m_k g}{S} = \frac{m_1 g}{S} - p_o$$

$$5p_o = \frac{m_1 g}{S} + \frac{m_2 g}{S} - 5\frac{m_k g}{S}$$

$$5p_o = \frac{m_1 g}{S} + \frac{m_2 g}{S} - 5\left(\frac{m_1 g}{S} - p_o\right)$$

$$5p_o = \frac{m_1 g}{S} + \frac{m_2 g}{S} - 5\frac{m_1 g}{S} + 5p_o$$

Sređivanjem ove jednačine dobijamo:

$$\frac{m_2 g}{S} = 4\frac{m_1 g}{S}$$

Množenjem jednačine sa $\frac{S}{g}$, dobijamo:

$$\boldsymbol{m_2 = 4m_1 = 4m}$$

Zadatak 3:

U vertikalnoj epruveti dužine 10 cm naazi se vazduh zatvoren stubićem žive dužine 3 cm (živa doseže do vrha epruvete). Koliko će žive ostati u epruveti ako se ona okrene za 180^o? Atmosferski pritisak je 100kPa, a gustina žive je 13 600kg/m^3. Temperatura je konstantna.

Analiza:

Ovaj zadatak pripada grupi zadataka naprednog nivoa, kvantitativnog tipa. Za rešavanje ovog zadatka potrebno je poznavanje gasnih zakona, ali i uslova ravnoteže. Za rešavanje zadatak potrebno je poznavanje matematike za drugi razred srednje škole, tačnije rešavanje kvadratne jednačine. U trenutku kada se molekulsko-kinetička teorija gasova obrađuje na fizici, na matematici učenici još uvek nisu počeli sa izučavanjem kvadratnih jednačina. Ovo je još jedan primer neusklađenosti gradiva između matematike, fizike i hemije.

Prvo posmatramo epruvetu u vertikalnom položaju, kada se živa nalazi na samom vrhu.

$x_1 = 3\ cm$- dužina stubića žive

$l = 10\ cm$- dužina epruvete

$l_1 = l - x_1 = 7\ cm$- dužina vazdušnog stuba

Kada se epruveta okrene za 180 ^{o}, deo žive će isteći iz epruvete i tada sa x_2 možemo obeležiti visinu stubića žive koja je ostala u epruveti.

$l_2 = l - x_2$- dužina vazdušnog stupa kada je epruveta okrenuta, a deo žive istekao iz nje

Obzirom da je u zadatku naglašeno da je pritisak konstantan, onda moramo primeniti Bojl- Mariotov zakon.

$$p_1V_1 = p_2V_2$$

$V_1 = S \cdot l_1$- zapremina vazduha u prvom slučaju

$V_2 = S \cdot l_2$- zapremina vazduha u drugom slučaju

Sada to možemo uneti u prethodni izraz.

$$p_1 S l_1 = p_2 S l_2$$

Deljenjem cele jednačine sa S –površinom poprečnog preseka epruvete dobijamo jednostavniji oblik ove jednačine.

$$p_1 l_1 = p_2 l_2$$

Sada iz uslova ravnoteže možemo odrediti pritisak vazduha u prvom i drugom položaju epruvete.

$p_0 S + mg = p_1 S$

$p_0 S + \rho V g = p_1 S$

$p_0 S + \rho S x_1 g = p_1 S$

Deljenjem cele jednačine sa S, dobijamo izraz za pritisak vazduha u epruveti u položaju 1.

$\boldsymbol{p_1 = p_0 + \rho x_1 g}$

Na sličan način možemo dobiti i pritisak vazduha u položaju 2, tj. kada se epruveta okrene za 180 °.

$p_0 S = p_2 S + mg$

$p_0 S = \rho V g + p_2 S$

$p_0 S = \rho S x_2 g + p_2 S$

$\boldsymbol{p_2 = p_0 - \rho x_2 g}$

Vrednosti za pritisak i dužinu vazdušnog stuba možemo uneti u jednačinu koju smo dobili primenom Bojl-Mariotovog zakona.

$$p_1 l_1 = p_2 l_2$$

$$(p_0 + \rho x_1 g) l_1 = (p_0 - \rho x_2 g)(\, l - x_2)$$

$$\left(10^5 Pa + 13\,600 \frac{kg}{m^3} \cdot 0{,}03m \cdot 10 \frac{m}{s^2}\right) \cdot 0{,}07m$$
$$= \left(10^5 Pa - 13\,600 \frac{kg}{m^3} \cdot x_2 \cdot 10\ \frac{m}{s^2}\right)(0{,}1m - x_2)$$

$$7\,285{,}6\ Pa \cdot m = \left(10^5 Pa - 136\,000\ \frac{Pa}{m} \cdot x_2\right)(0{,}1\ m - x_2)$$

$$7\,285{,}6\ Pa \cdot m = 10^4 Pa \cdot m - 10^5 Pa \cdot x_2 - 13\,600\ Pa \cdot x_2 + 136\,000\ \frac{Pa}{m} \cdot x_2^2$$

$$-136\,000 \frac{Pa}{m} \cdot x_2^2 + 133\,600 Pa \cdot x_2 - 2\,714{,}4\ Pa \cdot m = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-133\,600\ Pa \pm \sqrt{(133\,600\ Pa)^2 - 4 \cdot (-136\,000 \frac{Pa}{m}) \cdot (-2\,714{,}4 Pa \cdot m)}}{2 \cdot (-136\,000\ \frac{Pa}{m})}$$

Rešavanjem ove kvadratne jednačine dobijamo dva rešenja:

$$x_1 = 0{,}021\ m = 2{,}1\ cm$$

$$x_2 = 0{,}96m = 96\ cm$$

Kako je početna visina živinog stubića bila 3 cm, možemo zaključiti da fizički smisao ima samo prvo rešenje tj. 2,1 cm.

5. Zaključak:

Kako bi nastava fizike u potpunosti bila uspešna, predavanja mora da prate pažljivo odabrani ogledi i zadaci. Obzirom da su zadaci jako zastupljeni u nastavi fizike, od velikog je značaja učenje metodologije rešavanja zadataka.

Da bi se teorija što bolje savladala, a znanje bilo trajnije posebnu pažnju treba posvetiti pravilnom izboru zadataka. Rešavanje zadataka bi trebalo da prati neki logičan sled, a to znači da se krene sa lakšim zadacima, preko nešto složenijih do najtežih i problemskih zadataka. Izbor zadataka trebalo bi prilagoditi strukturi odeljenja. Na taj način postižu se najbolji rezultati za dato odeljenje. Tekst zadataka mora biti jasno napisan da bi učenici shvatili šta se od njih očekuje.

Ukoliko učenici u šestom razredu, kada dobijaju fiziku u školi, nauče metodologiju rešavanja zadataka to im olakšava rešavanje zadataka, kako iz fizike u srednjoj školi, tako i iz srodnih predmeta. Metodska upustava za izradu zadataka možemo podeliti u tri etape: fizička analiza zadatka, matematičko izračunavanje i diskusija dobijenih rezultata. U prvoj etapi uočavamo fizičke pojave na koje se odnosi zadatak, a zatim nabrajamo zakone po kojima se pojave odvijaju. U drugoj etapi na osnovu formule, matematičkim putem dolazimo do traženih veličina. i sa trećom etapom završavamo zadataka, kada je potrebno fizički protumačiti dobijeni rezultata.

Da bi nastava fizike bila uspešna, nastavnik svaki čas mora detaljno isplanirati. To znači da za datu nastavnu temu i za dato odeljenje mora izabrati najpogodniju metodu rada na času, zatim izvršiti odabir eksperimenata koje učenici mogu samostalo da urade i na kraju izvršiti odabir pravih računskih zadataka. Tekst zadataka trebalo bi prilagoditi uzrastu i interesovanju učenika, ali i svakodnevnim i interesantnim događajima. Na taj način možemo im objasniti vezu između fizike i svakodnevnice.

Literatura:

1. **Milan O.Raspopović: Metodika nastave fizike, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd, 1992**
2. **Tomislav Petrović: Didaktika fizike-teorija nastave fizike, Beograd,1993**
3. **dr Slobodan Popov, dr Stipan Jukić:Pedagogija, Novi Sad,2006**
4. **Ivanaka Holclajtner-Antunović: Opšti kurs fizičke hemije, Beograd, Zavod za udžbenike, 2007**
5. **Nataša Čaluković: Fizika 2, udžbenik za drugi razred gimnazije prirodno-matematičkog smera, Beograd, Krug, 2007**
6. **Nataša Čaluković i Nataša Kadelburg: Fizika 2, zbirka zadataka i testova za drugi razred gimnazije, Beograd, Klet, 1999**
7. **Milan Raspopović, Svetozar Božin, Emilo Danilović: Fizika za drugi razred gimnazije prirodno-matematičkog smera, Zavod za udžbenike,Beograd**
8. **Branko Radivojević, Jevrem Janjić, Miroslav Pavlov: Fizika sa zbirkom zadataka i priručnikom za laboratorijske vežbe za II razred gimnazije, Beograd, Zavod za udžbenike**

Kratka biografija

Nevena Blagojević, rođena 30.10.1986.godine u Požegi, završila je osnovnu školu „Petar Leković“ u Požegi, kao i prirodno-matematički smer gimnazije „Sveti Sava“ u Požegi. Godine 2005. upisuje Fakultet fizičke-hemije u Beogradu, a 2010. godine kao apsolvent počinje da radi u osnovnoj školi u Požegi. 2014. godine završava osnovne studije i iste godine upisuje master studije na Prirodno-matematičkom fakultetu u Novom Sadu, smer master-profesor fizike. Od 2010. godine radi u osnovnim škoioma u Požegi.

UNIVERZITET U NOVOM SADU

PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET

KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA

Redni broj:

RBR

Indentifikacioni broj: 354m/14

IBR

Tip dokumentacije: Monografska dokumentacija

TD

Tip zapisa: Tekstualni štampani materijal

TZ

Vrsta rada: Master rad

VR

Autor: Nevena Blagojević

AU

Mentor: dr Maja Stojanović

MN

Naslov rada: Rešavanje računskih zadataka pri obradi nastavne teme „Molekulsko-kinetička teorija gasova"

NR

Jezik publikacije: Srpski(latinica)

JP

Jezik izvoda: Srpski

JI

Zemlja publikacije: Srbija

ZP

Uže geografsko područje: Vojvodina

UGP

Godina: 2017

GO

Izdavač: Autorski repirent

IZ

Mesto i adresa: Prirodno-matematički fakultet, Trg Dositeja Obradovića 4, Novi Sad

MA

Fizički opis rada: 5/50/0/0/0/18/0/

FO

Naučna oblast: Fizika

NO

Naučna disciplina: Metodika nastave fizike

ND

Predmetna odrednica računski zadaci, idealno gasno stanje, gasni zakoni,

ključne reči: metodika nastave fizike

PO

UDK

Čuva se: Biblioteka departmana za fiziku, PMF-a u Novom Sadu

ČU

Važna napomena: Nema

VN

Izvod:	U radu su date smernice o ulozi zadataka u nastavi fizike,
IZ	podela zadataka, kao i načinu njihovog rešavanja.
	Dat je kratak teorisku uvod o „Molekulsko-kinetičkoj
	teoriji gasova“ namenjen učenicima gimnazije. Takođe, dati su i
	rešeni računski zadaci uz odgovarajuću analizu iz navedene oblasti.
Datum prihvatanja teme od NN veća:	24.10.2017.
DP	
Datum odbrane:	30.10.2017.
DO	
Članovi komisije:	
KO	
Predsednik:	dr Sonja Skuban
član:	dr Fedor Skuban
član:	dr Maja Stojanović

UNIVERSITY OF NOVI SAD

FACULTY OF SCIENCE AND MATHEMATICS

KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number:	
ANO	
Identification number:	354m/14
INO	
Document type:	Monograph publication
DT	
Type of record:	Textual printed material
TR	
Content code	Master work
CC	
Author:	Nevena Blagojević
AU	
Mento/comentorr:	Ph.D. Maja Stojanović
MN	
Title:	Solvig computationals problems in teaching theme
TI	„Kinetic theory of gases“
Language of text:	Serbian (Latin)
LT	
Language of abstract:	English

LA

Country of publication: Serbia

CP

Locality of publication: Vojvodina

LP

Publication year: 2017

PY

Publisher: Author`s reprint

PU

Publication place: Faculty of Science and Mathematics, Trg Dositeja Obradovića 4,

PP Novi Sad

Physical description: 5/50/0/0/0/18/0/

PD

Scientific field: Physics

SF

Scientific discipline: Physics education

SD

Subject/ arithmetic problems,ideal gas state,

Key words: gas laws, methodology of teaching Physics

SKW

UC

Holding data: Library of Department of Physics,

HD Trg Dositeja Obradovića 4

Note: none

N

Abstract: Basic directions about the role of arithmetic problems in Physics, division of assignments and the ways of solving tasks are given. Also, the short theoretical part disigned for students of the second grade grammar school about Molecular-Kinetick theory. The main part of the work consists of solved maths problems leveled by difficulty from the fields mentioned above.

AB

Accepted by the Scientific Board: 24.10.2017.

ASB

Defended on: 30.10.2017.

DE

Thesis defend board:

DB

President: Ph.D. Sonja Skuban

Member: Ph.D.Fedor Skuban

Member: Ph.D. Maja Stojanović