

Примљено: 30. VI. 1981

Орг. јед.	Број	Прилог	Вредност
03	10/52		

УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ
ПРИРОДНО - МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ
ИНСТИТУТ ЗА ФИЗИКУ

VESKOVIC MIROSLAV

MULTIPOZNOSTI ZRAČENJA ^{133}Ba

DIPLOMSKI RAD

Isradili sam ovaj rad kako bi mi se izučenoj
напомни, на већ знатији виду спроведења из нуклеарне
физике, већ и због велике коре који су ми пружени у току рада.

Zahvaljujem se dr Lazaru Marinoviću, од кога сам
некада прво знатија из нуклеарне физике, по пасовине, и
избору теме, био је у току свог рада. Јасену парод и
експерименталном раду пружио ми је i dr Božidar Bikić.

Takođe se zahvaljujem i Jarečiću Stojanu i Stojanu
Ignjatoviću који су ми узгојим високоцјестим помоћници
избором ми.

NOVI SAD,
JUNI 1981

*Izrada diplomskog rada ostaje mi u izuzetnoj
uspomeni, ne samo zbog ličnog opredeljenja za nuklearnu
fiziku, već i zbog uslova koji su mi pruženi u toku ra-
da.*

*Zahvaljujem se dr Lazaru Marinkovu, od koga sam
usvojio prva znanja iz nuklearne fizike, na savetima u
izboru teme, kao i u toku samog rada. Izuzetnu pomoć u
eksperimentalnom radu pružio mi je i dr Ištvan Bikit.*

*Takodje se zahvaljujem i Jaroslavu Slivki i Sve-
tozaru Ignjatovu koji su mi svojim sugestijama omogućili
uspešan rad.*

SADRŽAJ

UVOD	1
1. ELEKTROMAGNETNI PRELAZI JEZGRA	8
1.1. VEROVATNOSTA GAMA EMISIJE	9
1.2. VEROVATNOSTA EMISIJE KONVERZIONIH EFEKTRONA	10
1.3. KONVERZIONI KOEFICIJENT	14
1.4. METODE ODREĐIVANJA MULTIPOLNOSTI	17
2. METODE ODREĐIVANJA MULTIPOLNOSTI PRELAZA JEZGRA	18
3. EKSPERIMENTALNI DEO	20
3.1. Sve što znamo o stvarnosti proističe iz GAMMA LINIJA	20
3.2. ODREĐIVANJE INTENZITETA KONVERZIONIH LINEJA	27
3.3. ODREDOVANJE KOEFICIJENATA KONVERZIJE Albert Ajnštajn	31
3.4. MULTIPOLNOSTI ZRACENJA	32
4. ZAKLJUČAK	34
5. REFERENCIJE	35
6. PRILOZI	36

U V O D

S A D R Ž A J

U V O D

stručno je da počinje s njegovom talasnu funkciju $\psi(t, \vec{r})$

1. ELEKTROMAGNETNI PRELAZI JEZGRA

- | | |
|---|----|
| 1.1. VEROVATNOĆA GAMA EMISIJE | 3 |
| 1.2. VEROVATNOĆA EMISIJE KONVERZIONIH ELEKTRONA | 10 |
| 1.3. KONVERZIONI KOEFICIJENT | 14 |

2. METODE ODREDJIVANJA MULTIPOLNOSTI PRELAZA

- | | |
|--|----|
| 2.1. METODE ODREDJIVANJA MULTIPOLNOSTI PRELAZA | 16 |
|--|----|

3. EKSPERIMENTALNI DEO

- | | |
|--|----|
| 3.1. ODREDJIVANJE RELATIVNIH INTENZITETA GAMA LINIJA | 20 |
| 3.2. ODREDJIVANJE INTENZITETA KONVERZIONIH LINIJA | 27 |
| 3.3. ODREDJIVANJE KOEFICIJENTA UNUTRAŠNJE KONVERZIJE | 31 |
| 3.4. MULTIPOLNOSTI ZRAČENJA ^{133}Ba | 32 |

4. ZAKLJUČAK

5. REFERENCE

6. PRILOZI

U V O D

I. ELEKTROMAGNETNI PRELAZI JEZGRA

Za opisivanje jednog kvantnomehaničkog sistema potrebno je da poznajemo njegovu talasnu funkciju $\psi(\vec{r}, t)$ koja se dobija kao rešenje Schrödingerove jednačine u kojoj figurira i potencijal sila koje u datom sistemu deluju. Pošto do danas nije poznat zakon i priroda nuklearnih sila, nismo u mogućnosti da postavimo Schrödingerovu jednačinu za atomsko jezgro, na osnovu koje bi smo izračunali odgovarajuću talasnu funkciju. Zbog ovakvih poteškoća nuklearna fizika nastoji da raznim eksperimentalnim metodama dobije što više podataka o strukturi i osobinama jezgra, na osnovu kojih se formiraju modeli koji u većoj ili manjoj meri na zadovoljavajući način opisuju osobine jezgra.

Jedna od takvih eksperimentalnih metoda kojom se može doći do određenih saznanja o osobinama jezgra je određivanje multipolnosti elektromagnetskih prelaza u γ raspadu. Poznavanje multipolnosti i tipa elektromagnetskog prelaza može da pruži podatke o spinovima i parnosti nuklearnih stanja, pa je kao zadatak ovog rada uzeto eksperimentalno određivanje multipolnosti zračenja ^{133}Ba .

1.1. VEROVATNOĆA GAMEMIŠTAJE

1. ELEKTROMAGNETNI PRELAZI JEZGRA

Emisija γ zraka nastaje u interakciji nuklearne struje $j(r,t)$ sa elektromagnetskim poljem jezgra. Upravo zato što je jedan od naivadnijih načinataki uobičajenih prelaza.

Pobudjeno atomsko jezgro može se deeks-citirati na tri načina α , β i γ raspadom. Način deeks-citacije zavisi od energije pobudjenja. Kada je energija pobu-djenja jezgra manja od energije kojom su nukleoni vezani u jezgru, prelazi sa viših na niža energetska stanja vrše se elektromagnetnom interakcijom.

U procesu elektromagnetne interakcije jezgro mo-že da emituje γ zrak ili da energiju pobudjenja preda direktno elektronu iz atomskog omotača (proces unutrašnje kon-verzije), pa čak i da emituje par elektron-pozitron ako je energija kojom raspolaže veća od $2m c^2$.

Ova tri procesa medjusobno konkurišu jedan dru-gom i okarakterisani su odgovarajućim parcijalnim verovat-noćama prelaza. Verovatnoće odgovarajućih prelaza odredjene su osobinama nuklearnih nivoa izmedju kojih se vrši prelaz i to pre svega energetskom razlikom početnog i krajnjeg sta-nja, a zatim njihovim spinovima i parnošću. Zbog toga prou-čavanje elektromagnetskih prelaza jezgra može da nam pruži podatke o strukturi jezgra i o osobinama nuklearnih nivoa.

Vremenska zavisnost odgovarajućih komponenti elektromagnetsnog polja je

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \text{Re}[\vec{E}_0(t)\cdot e^{j\omega t}]$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \text{Im}[\vec{B}_0(t)\cdot e^{j\omega t}] \quad (1.2)$$

gdje je $\omega = 1.1.$ VEROVATNOĆA GAMMA EMISIJE povezana sa E_0 i B_0 u sledećom razdoblju: $t = \omega t$.

Sistem jednačina (1.1) rešava se tako što se jedan od komponenta elektromagnetskog polja (\vec{E} ili \vec{B}) eliminise zamenom. Postoјe može oliminisati bilo koja komponentu.

Emisija γ zraka nastaje u interakciji nuklearne struje $\vec{j}(\vec{r}, t)$ sa elektromagnetnim poljem jezgra. Upravo zbog toga je jedan od najvažnijih zadataka pri teorijskom izračunavanju verovatnoće γ emisije da se izrazi elektromagnetsko polje jezgra preko vektorskog potencijala $\vec{A}(\vec{r}, t)$.

Elektromagnetno polje koje stvara jezgro prouzrokovano je specifičnim oscilacijama 2^L -toga pola (L - kvantni broj momenta impulsa) gustine nanelektrisanja ili gustine magnetizacije u jezgru. Ovo polje može se prikazati kao superpozicija električnih i magnetnih multipola (monopol, dipol, kvadrupol, ...), a dobija se rešavanjem odgovarajućeg sistema Maxwellovih jednačina.

Ovaj sistem jednačina za deo van izvora radijacije ima sledeću formu

$$\vec{E} = -\nabla \times \vec{B}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0$$

svaki par rešenja $\vec{A}(\vec{r})$ i $\vec{B}(\vec{r})$ koji zadovoljava sistem (1.3) automatski zadovezuje i sistem (1.4) i uz uslov transverzalnosti

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{r} \cdot \vec{E} = 0 \quad \vec{r} \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.5)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{\mu \epsilon}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

rešenja ova dva sistema su linearno nezavisna. U osnovu toga svake vremenske zavisnost odgovarajućih komponenti elektromagnetskog polja je dva podpolja, jedno kao rešenje sistema (1.3) i drugog kao rešenje sistema (1.4).

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \operatorname{Re}\{\vec{E}(\vec{r}) \cdot e^{-i\omega t}\} \quad (1.2)$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \operatorname{Re}\{\vec{B}(\vec{r}) \cdot e^{-i\omega t}\}$$

gde je ω - angularna frekvencija koja je povezana sa vektorom sledećom relacijom: $\omega = vk$. Sistem jednačina (1.1) rešava se tako što se jedna od komponenti elektromagnetskog polja (\vec{E} ili \vec{B}) eliminiše zamenom. Pošto se može eliminisati bilo koja komponenta elektromagnetskog polja, dobijaju se dva potpuno identična sistema jednačina

$$(\nabla^2 + k^2)\vec{E} = 0 \quad (1.3)$$

$$\vec{B} = -\frac{i\sqrt{\mu\varepsilon}}{k} \nabla \times \vec{E}$$

i

$$(\nabla^2 + k^2)\vec{B} = 0 \quad (1.4)$$

$$\vec{E} = \frac{i}{\sqrt{\mu\varepsilon k}} \nabla \times \vec{B} \quad (1.7)$$

Svaki par rešenja $\vec{E}(\vec{r})$ i $\vec{B}(\vec{r})$ koji zadovoljava sistem (1.3) automatski zadovoljava i sistem (1.4) i uz uslov transverzalnosti

$$\vec{r} \cdot \vec{E} = 0 \quad \vec{r} \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.5)$$

rešenja ova dva sistema su linearno nezavisna. Na osnovu toga svako rešenje Maxwellovih jednačina može biti izraženo kao linearna kombinacija dva podpolja, jednog kao rešenje sistema (1.3) i drugog kao rešenja sistema (1.4).

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}^E(\vec{r}) + \vec{E}^M(\vec{r}) \quad \text{je se komponentama} \\ \vec{B}(\vec{r}) = \vec{B}^E(\vec{r}) + \vec{B}^M(\vec{r}) \quad (1.6)$$

U jednačinama (1.6) \vec{E}^E i \vec{B}^E su rešenja sistema (1.4), a \vec{E}^M i \vec{B}^M sistema (1.3). Ova podpolja prouzrokovana su oscilovanjem električne i magnetne multipolne distribucije respektivno te odatle i potiču odgovarajući indeksi E i M.

Pošto su odgovarajuće komponente vektora polja $\vec{E}(\vec{r})$ i $\vec{B}(\vec{r})$ rešenja Helmholtzove talasne jednačine, odgovarajuća rešenja data su u sledećem obliku

$$\vec{E}^M(\vec{r}) = \sum_{L=0}^{\infty} \sum_{m=-L}^L [\vec{e}_{Lm}^{(1)} h_L^{(1)}(kr) + \vec{e}_{Lm}^{(2)} h_L^{(2)}(kr)] \cdot$$

$$\vec{B}^M(\vec{r}) = \sum_{L=0}^{\infty} \sum_{m=-L}^L [\vec{b}_{Lm}^{(1)} h_L^{(1)}(kr) + \vec{b}_{Lm}^{(2)} h_L^{(2)}(kr)] \cdot Y_{Lm}(\theta\phi) \quad (1.7)$$

gde $h_L^{(1)}(kr)$ i $h_L^{(2)}(kr)$ predstavljaju izlazeći i ulazeći talas respektivno, a vektori $\vec{e}_{Lm}^{(1,2)}$ i $\vec{b}_{Lm}^{(1,2)}$ su određeni graničnim uslovima.

Iz dosad izloženog vidimo da se bilo koje elektromagnetno polje u delu bez izvora može izraziti kao suma transverzalne magnetne (E tip) i transverzalne električne (M tip) komponente. Ove pak mogu biti razvijene kao beskonačna suma multipolnih radijacija sa odgovarajućim vrednostima L i m.

Ukupni vektorski potencijali $\vec{A}(r, t)$ dat je kao su-

Elektromagnetno polje češće se izražava preko vektorskog potencijala $\vec{A}(\vec{r}, t)$, koji je sa komponentama elektromagnetskog polja povezan sledećim izrazima

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (1.8)$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \nabla \times \vec{A}(\vec{r}, t)$$

Operator \vec{A} je ermitski operator pa može biti razvijen u ortogonalne talase elektromagnetskim poljem koje

$$\vec{A} = \sum_s (a_s \vec{A}_s + a_s^* \vec{A}_s^*) \quad (1.9)$$

gde su a_s i a_s^* - operatori anihilacije i kreacije u stanju s , a_s je skup kvantnih brojeva koji karakterišu svaki talas.

Pošto vektori \vec{E} i \vec{B} mogu biti izraženi preko odgovarajućih komponenti i razvijeni kao beskonačna suma radijacija odredjene multipolnosti, to se i vektorski potencijal $\vec{A}(\vec{r}, t)$ izražava na odgovarajući način

$$\vec{A}_{Lm}^E(r) = k^{-2} \nabla \times [C_L^E j_L(kr) \vec{X}_{Lm}(\theta, \phi)] \quad (1.10)$$

Koefficijenti C_L^E smisao karakterišu (1.10) - sciju (a_s^*) koja se da deo \vec{A} karakteriše (1.10) - varnodu emisije treba da je sano drugi deo ovog razvoja, jer gde je a_s^* kreira foton. Zbog toga izraz (1.13) treba napisati u obliku

$$\vec{X}_{Lm} = \frac{1}{\sqrt{L(L+1)}} \vec{Y}_{Lm}(\theta, \phi) \quad (1.14)$$

transverzalni vektor sfernih harmonika, $j_L(kr)$ - sferna Bezelova funkcija koja izražava radikalnu zavisnost i C_L^E, M - koeficijenti koji uzimaju u obzir da se polje sastoji od dolazećeg i odlazećeg talasa.

Vremenska zavisnost vektora \vec{A} data je sinusoidnim oblikom.

Ukupni vektorski potencijal $\vec{A}(\vec{r}, t)$ dat je kao su-

ma odgovarajućih multipolnih komponenti sledećim izrazom

$$\vec{A}_p(\vec{r}) = p\sqrt{2\pi} \sum_{Lm} (2L+1)^{1/2} i^L D_{mp}^L [\vec{A}_{Lm}^M(\vec{r}) + p\vec{A}_{Lm}^E(\vec{r})] \quad (1.11)$$

Veličina p koja uzima vrednosti 1 i -1 opisuje polarizaciju fotona, a D_{mp}^L je matrica rotacije.

Emisija γ zraka nastaje u procesu interakcije nuklearne struje $\vec{j}(\vec{r}, t)$, sa elektromagnetskim poljem koje stvara jezgro, a hamiltonijan ove interakcije je

$$H_{int} = \int \vec{j}(\vec{r}, t) \cdot \vec{A}(\vec{r}, t) d\vec{r} \quad (1.12)$$

Verovatnoća za emisiju γ zraka pri prelasku jezgra iz početnog stanja $|i\rangle$ u konačno stanje $|f\rangle$ je data II zlatnim pravilom kvantne mehanike

$$W_{fi}^\gamma = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle f | \int \vec{j}(\vec{r}, t) \cdot \vec{A}(\vec{r}, t) d\vec{r} | i \rangle \right|^2 g \quad (1.13)$$

gde je g - gustina finalnih stanja.

Medjutim, s obzirom na razvoj (1.9) i smisao koeficijenta a_s i a_s^* , vidi se da deo $a_s \vec{A}_s$ karakteriše apsorpciju (a_s je operator anihilacije), tako da u izraz za verovatnoću γ emisije treba da udje samo drugi deo ovog razvoja, jer operator a_s^* kreira foton. Zbog toga izraz (1.13) treba napisati u obliku

$$W_{fi}^\gamma = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle f | \int \vec{j}(\vec{r}, t) \cdot \vec{A}^*(\vec{r}, t) d\vec{r} | i \rangle \right|^2 g \quad (1.14)$$

Pošto se totalni vektorski potencijal sastoji od dva dela, vektorskog potencijala magnetnih \vec{A}^M i vektorskog potencijala električnih \vec{A}^E , može se i totalna verovatnoća data izrazom (1.14) razbiti na dva dela, tako da svaki od njih opisuje parcijalnu verovatnoću nuklearne multipolne emisije E i M tipa. Ove parcijalne verovatnoće date su sle-

čim izrazom osobni opisuju nuklearna stanja. Svaka izračunata verovatnoća prveravaju se eksperimentalno i na taj način se dobija jezgra $w_{fi}^Y(E, M, L) = \frac{(2L + 1)k}{\hbar c^2} \left| \langle f | \int \vec{j}(\vec{r}) \cdot d\vec{\Omega}_K \right|^2$ odnosno ispravnosti određenih modelskih pretpostavki.

$$\cdot \hat{A}_{L,m}^{E,M}(\vec{r}) d\vec{r} |i\rangle \Big|^2 d\Omega_K \quad (1.15)$$

Izraz (1.15) za verovatnoću prelaza je različit od 0 samo u određenim slučajevima i to

$$k = \frac{E_i - E_f}{\hbar \cdot c} \quad (a)$$

za prelazak sa stanjem \vec{J}_i sa totalnim spinom J_i na stanje sa totalnim spinom J_f sa totalnim spinom J_f . U ovom predstavljanju kvantni broj momenta impulsa jezgra, on je $\vec{L} = \vec{J}_i - \vec{J}_f$ (b). Isto (1.15) isključuje mogućnost monopolnih radijacija koje bi bile realizovane u (1.16).

$$\pi_{E,M} = \pi_i \cdot \pi_f \quad (c)$$

$$m = M_f - M_i \quad (d)$$

Ovi uslovi predstavljaju ustvari samo izraze za zakone očuvanja energije, momenta impulsa, projekcije na z osu momenta impulsa i parnosti.

Koristeći model nezavisne čestice i razvijajući izraz za verovatnoću u bliskoj zoni, za koju je sve do $E \approx 10 \text{ MeV}$ ispunjen uslov $kR \ll 1$, dobija se približni izraz za verovatnoću prelaza

$$W_{f_i}^Y(L) = \frac{8\pi(L+1)}{L! (2L+1)!!} \frac{k^{2L+1}}{\hbar} B_{eg}(L) \quad (1.17)$$

Veličina $B_{eg}(L)$ je redukovana verovatnoća prelaza i u njoj su izražene specifične nuklearne osobine. Za njeno tačno izračunavanje je potrebno poznavati talasne funkcije jezgra, čiji izrazi nisu poznati. Zato se za izračunavanje verovat-

noće $B_{eg}(L)$ koriste odgovarajući modeli, koji sa određenim stepenom tačnosti opisuju nuklearna stanja. Ovako izračunate verovatnoće proveravaju se eksperimentalno i na taj način se dobijaju odredjena saznanja o nuklearnoj strukturi, odnosno ispravnosti odredjenih modelskih pretpostavki.

Na osnovu selekcionog pravila totalnog momenta impulsa (1.16.b), koje se može napisati i u drugačijoj formi

$$|J_i - J_f| \leq L \leq J_i + J_f \quad (1.18)$$

vidimo koliki moment impulsa može poneti foton koji nastaje pri prelasku sa stanja sa totalnim spinom J_i na stanje sa totalnim spinom J_f . Pošto L predstavlja kvantni broj momenta impulsa fotona, on ne može biti manji od 1, pravilo (1.18) isključuje mogućnost monopolnih radijacija koje bi bile realizovane $0 \rightarrow 0$ prelazima.

Svakoj vrednosti momenta impulsa L odgovaraju dve vrste zračenja: električno (EL) i magnetno (ML) multipolnosti 2^L . Talasna funkcija emitovanog γ kvanta ima parnost $(-1)^L$ u slučaju električne i $(-1)^{L+1}$ u slučaju magnetne multipolne radijacije, pa možemo svrstati radijacije na one koje imaju parnu parnost: M₁, E₂, M₃ i one koje imaju neparnu parnost: E₁, M₂, E₃, ...

Selekciono pravilo (1.18) dozvoljava radijacije sa nekoliko vrednosti L , pa zbog toga emitovano zračenje najčešće nije čiste multipolnosti, već predstavlja superpoziciju zračenja multipolnosti najnižeg reda $L = |J_i - J_f|$ i sledećeg $L = |J_i - J_f| + 1$. To su prelazi tipa $M(L) + E(L+1)$, dok su mešavine $E(L) + M(L+1)$ manje verovatne. Odnos zastupljenosti odgovarajućih multipolnih komponenti u mešanom prelazu je definisan odnosom njihovih intenziteta,

$$\delta^2 = \frac{I_\gamma(EL+1)}{I_\gamma(ML)} \quad (1.19)$$

i određuje se eksperimentalno, dajući nam podatke o verovatnoći odgovarajućih prelaza, a time i o osobinama jezgra.

težine i srednje su Oktakova struja i gustina položajne jezgre i atomski elektron.

1.2. VEROVATNOĆA EMISIJE KONVERZIONIH ELEKTRONA

U niskoenergetskim pobudjenjima, kada energija ekscitacije ne prelazi 1 MeV, glavni konkurentski proces γ emisije je proces unutrašnje konverzije. Unutrašnja konverzija se javlja ako pobudjeno jezgro preda višak energije jednom od atomskih elektrona direktnom elektromagnetskom interakcijom. Elektron biva izbačen iz atoma, ako predata energija prevazilazi energiju veze elektrona, a ostatak se pretvara u njegovu kinetičku energiju. Može se reći da je ovaj proces posledica nagle perturbacije elektromagnetskog polja u kome se atomski elektron kreće zbog snažne promene raspodele nanelektrisanja i magnetnog momenta unutar jezgra.

Proučavanje fenomena unutrašnje konverzije pruža mnogo informacija o momentu impulsa i parnosti pobudjenih stanja, a na taj način i o strukturi jezgra u celini.

Verovatnoća emisije konverzionog elektrona data je izrazom

$$W_{fi} = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle f | H_{int} | i \rangle \right|^2 \rho_f \quad (1.20)$$

gde je H_{int} - hamiltonijan elektromagnetske interakcije izmedju jezgra i atomskog elektrona, a ρ_f - gustina konačnih stanja za izbačene elektrone.

Ova interakcija može se izraziti preko retardovanih potencijala na sledeći način

$$\langle f | H_{int} | i \rangle = - 4\pi \int d^3r_N \int d^3r_e \cdot$$

$$\left[\frac{\vec{j}_N \cdot \vec{j}_e}{c^2} - \rho_N \rho_e \right] \frac{\exp(ik|\vec{r}_N - \vec{r}_e|)}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r}_N - \vec{r}_e|} \\ |\vec{r}_N - \vec{r}_e| \equiv r \quad (1.21)$$

Veličine \vec{j}_N , \vec{j}_e , ρ_N i ρ_e su Dirakova struja i gustina nanelektrisanja za jezgro i atomski elektron

$$\begin{aligned}\vec{j}_e &= - e \psi_{ef}^*(\vec{r}_e) \hat{\alpha} \psi_{ei}(\vec{r}_e) \\ \rho_e &= - e \psi_{ef}^*(\vec{r}_e) \psi_{ei}(\vec{r}_e) \\ \vec{j}_N &= \sum_{j=1}^A \frac{ej}{M} \psi_{jf}^*(\vec{r}_N) \hat{p} \psi_{ji}(\vec{r}_N) \\ \rho_N &= \sum_{j=1}^A ej \psi_{jf}^*(\vec{r}_N) \psi_{ji}(\vec{r}_N)\end{aligned}\quad (1.22)$$

gde je α - Dirakova matrica.

Ako podintegralnu funkciju razvijemo po multipo-
lima, dobijamo sledeće izraze

$$\begin{aligned}\rho_N(\vec{r}_N) \rho_e(\vec{r}_e) \frac{e^{ikr}}{r} &= ik \sum_{L,m} \rho_N(\vec{r}_N) A_{L,m}^*(kr_N) \rho_e(\vec{r}_e) B_{L,m}(kr_e) \\ &\text{(zato što je jezgro na atomskim elektronima dve dimenzije, a elektron je jedna dimenzija, tako da je jezgro u dva vida, a elektron u jedan.)} \\ &= ik \sum_{L,m} \rho_N(\vec{r}_N) B_{L,m}^*(kr_N) \rho_e(\vec{r}_e) A_{L,m}(kr_e) \\ &\text{(zato što je jezgro slobodno, a elektron vezan, tako da je jezgro u slobodnoj kretanju, a elektron u vezanoj kretanji, tako da se može koristiti zavojničavanje strukture reda.)} \\ &\quad r_N \leq r_e \quad (1.23)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{j}_N(\vec{r}_N) \vec{j}_e(\vec{r}_e) \frac{e^{ikr}}{r} &= ik \sum_{L,m,T} \vec{j}_N(\vec{r}_N) \vec{A}_{L,m}^T(kr_N) \vec{j}_e(\vec{r}_e) \vec{B}_{L,m}^T(kr_e) \\ &\text{(zato što je jezgro konacno, a elektron konacni, tako da postoji nekonacna dimenzija, a elektron je jedna dimenzija, tako da je jezgro u konacnoj dimenziji, a elektron u jednoj dimenziji, tako da se može koristiti zavojničavanje strukture reda.)} \\ &= ik \sum_{L,m,T} \vec{j}_N(\vec{r}_N) \vec{B}_{L,m}^T(kr_N) \vec{j}_e(\vec{r}_e) \vec{A}_{L,m}^T(kr_e) \\ &\text{(zato što je jezgro konacno, a elektron konacni, tako da postoji nekonacna dimenzija, a elektron je jedna dimenzija, tako da je jezgro u konacnoj dimenziji, a elektron u jednoj dimenziji, tako da se može koristiti zavojničavanje strukture reda.)} \\ &\quad r_N \leq r_e ; T = E, M, L, S \\ &\quad r_N > r_e ; T = E, M, L, S\end{aligned}$$

S obzirom na izložene efekte hamiltonijan (1.24) može se razbiti u dva dela:

$$\begin{aligned}A_{L,m}^T(kr) &= j_e(kr) Y_{L,m}(\vec{r}_e) \\ H_{(L,m)} &= H_0(L,m) + H_p(L,m)\end{aligned}\quad (1.26)$$

$$B_{L,m}^T(kr) = h_L(kr) Y_{L,m}(\vec{r}_e)$$

zato što je H_0 - hamiltonijan nevezastog jezgra, a član $H_p(L,m)$ pokazuje uticaj penetracionog elektra.

Vektori \vec{A}_{Lm} i \vec{B}_{Lm} koji predstavljaju vektorske potencijale pridružene različitim multipolima. Sadrže električni, magnetni, skalarni i longitudinalni potencijal, te se Hamiltonijan interakcije može razbiti na nekoliko delova grupišući članove po parnosti i momentu impulsa.

$$H_{\text{int}} = \sum_{L=1}^{\infty} \sum_m H_{Lm}^M + \sum_{L=1}^{\infty} \sum_m (H_{Lm}^E + H_{Lm}^{\lambda} + H_{Lm}^S) + H_{(L=0)} \quad (1.25)$$

Izračunavanje verovatnoće za unutrašnju konverziju po formuli (1.25) je dosta složeno zbog oblika samog hamiltonijana, pa sam proces izračunavanja može biti pokazan na primeru magnetne multipolne interakcije.

Izračunavanje ove verovatnoće može se raditi u aproksimaciji tačkastog jezgra, ali se ovom aproksimacijom ne dobijaju dovoljno tačni rezultati. Uticaj konačnih dimenzija jezgra na atomske elektrone javlja se u dva vida. Rasподела nanelektrisanja u jezgru utiče na oblik talasnih funkcija elektrona i ova pojava se naziva statičkim efektom, ali zbog njenog slabog uticaja ova pojava se ne koristi za izučavanje strukture jezgra.

Medutim, pored statičkog uticaja jezgra na elektrone, postoji i penetracioni efekat koji uzima u obzir da zbog konačnih dimenzija jezgra postoji verovatnoća da atomski elektroni izvesno vreme borave u jezgru. Najveći uticaj konačnih dimenzija jezgra javlja se kod elektrona K i L, ljuške, jer s elektronima imaju maksimalnu verovatnoću nalaženja u neposrednoj blizini jezgra, pa ulaze u samo jezgro.

S obzirom na izložene efekte hamiltonijan interakcije može se razbiti u dva dela

Uticaj penetracionog efekta je značajno izražen kod radijacija $H(L,m) = H_0(L,m) + H_p(L,m)$ i, jer ne zadaju neka od selekcionih pravila, tako da matični element gde je H_0 - hamiltonijan tačkastog jezgra, a član $H_p(L,m)$ pokazuje uticaj penetracionog efekta.

Matrični element koji se javlja u izrazu za verovatnoću uzimajući aproksimaciju tačkastog jezgra ima sledeći oblik

1.2. KONVERZIJSKI Koefficijent

$$\langle f | H_0 | i \rangle = \int_0^{\infty} \vec{j}_N \vec{A}_{Lm}^{M*}(k\vec{r}_N) d\vec{r}_N \int_0^{\infty} \vec{j}_e \vec{B}_{Lm}^M(k\vec{r}_e) d\vec{r}_e \quad (1.27)$$

pa je verovatnoća unutrašnje konverzije data izrazom

$$W_{fi}^M = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \int_0^{\infty} \vec{j}_N \vec{A}_{Lm}^{M*}(k\vec{r}_N) d\vec{r}_N \int_0^{\infty} \vec{j}_e \vec{B}_{Lm}^M(k\vec{r}_e) d\vec{r}_e \right|^2 \rho_f \quad (1.28)$$

Vidimo da se izraz u matričnom elementu može napisati kao proizvod dva dela, jednog koji samo zavisi od elektronskih koordinata i drugog koji zavisi od nukleonskih.

U slučaju penetracionog efekta H_p^M ima sledeći oblik

$$H_p^M(L, m) = \int_0^{\infty} \vec{j}_N \vec{A}_{Lm}^{M*}(k\vec{r}_N) \phi(\vec{r}_N) d\vec{r}_N \quad (1.29)$$

pa je verovatnoća za unutrašnju konverziju koju uzimamo u obzir i ovaj efekat, data sledećim izrazom

$$W_{fi}^M = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \int_0^{\infty} \vec{j}_N \vec{A}_{Lm}^M(k\vec{r}_N) d\vec{r}_N \int_0^{\infty} \vec{j}_e \vec{B}_{Lm}^M(k\vec{r}_e) d\vec{r}_e + \int_0^{\infty} \vec{j}_N \vec{A}_{Lm}^{M*}(k\vec{r}_N) \phi(\vec{r}_N) d\vec{r}_N \right|^2 \rho_f \quad (1.30)$$

(hamiltonijan interakcije električnog tipa dat je kao PRILOG 1.).

Uticaj penetracionog efekta je značajno izražen kod radijacionih prelaza koji su usporeni, jer ne zadovoljavaju neka od selekcionih pravila, tako da matrični element prelaza izazvanog penetracionim efektom postaje istog reda veličine kao matrični element radijacionog prelaza i normal-

nog procesa konverzije.

1.3. KONVERZIONI KOEFICIJENT

Odnos verovatnoća za unutrašnju konverziju i γ emisiju naziva se konverzionalni koeficijent, a definiše se sledećim izrazom

$$\alpha = \frac{W_{\text{uk}}}{W_{\gamma}} \quad (1.31)$$

Koristeći se izrazima (1.28) i (1.30) i za verovatnoće unutrašnje konverzije (u slučaju magnetne multipolne radijacije) i izrazom (1.14) za γ emisiju, vidimo da se u slučaju aproksimacije tačkastog jezgra skrate članovi koji zavise od nuklearne strukture i ostane samo zavisnost konverzionog koeficijenta od talasnih funkcija elektrona. Uzimajući ove elektronske talasne funkcije za pojedine ljudske u određenoj aproksimaciji, možemo izračunati konverzionalni koeficijent kao funkciju multipolnosti zračenja, rednog broja elementa i energije prelaza. Jedan takav izraz koji ne treba da služi za izračunavanje već samo da pokaže kakva je zavisnost konverzionog koeficijenta je

$$\alpha(L) \sim z^3 \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right) \frac{L}{L+1} \left(\frac{2mc^2}{\hbar\omega} \right)^{L+\frac{5}{2}} \quad (1.32)$$

Uzimajući u obzir konačne dimenzije jezgra izraz za konverzionalni koeficijent više ne zavisi samo od talasnih funkcija elektrona, već i od nuklearskih talasnih funkcija, te se može napisati u sledećem obliku

$$\alpha_{(ML)} = \left| \int_0^\infty \vec{j}_e \cdot \vec{B}_{LM}^M(k_e) d\vec{r}_e (1 + \Lambda_0) \right|^2 \quad (1.33)$$

gde je

$$\Lambda_0 = \frac{\int_0^{\infty} \vec{j}_N A_{Lm}^{M*}(k\vec{r}_N) \phi(\vec{r}_N) d\vec{r}_N}{\int_0^{\infty} \vec{j}_N A_{Lm}^{M*}(k\vec{r}_N) d\vec{r}_N \int_0^{\infty} \vec{j}_e B_{Lm}^M(k\vec{r}_e) d\vec{r}_e} \quad (1.34)$$

U ovakovom izrazu za konverzionalni koeficijent po-red talasnih funkcija elektrona figuriraju i talasne funkcije nukleona, te je za njegovo izračunavanje potrebno pretpostaviti odredjeni model. U ovom modelu, koji se zaključiti da konverzionalni koeficijent zavisi od multipolnosti zračenja L i M, energije prelaza E, atomskog broja i vrste podljeđene emisije elektronima u slučaju procesa unutrašnje konverzije, postoji konacna verzija za izbacivanje elektrona i pri $L = 0$.

Konverzionalni koeficijenti su teorijski izračunati za K i L ljestvu, kao funkcije atomskog broja i multipolnosti odgovarajućih električnih i magnetskih prelaza, pa je jedna od metoda razmatranja oschina nuklearnog raspada eksperimentalno određivanje konverzionalnih koeficijenata i njihovo poređenje sa teorijskim vrednostima. Najvažnija informacija može se dobiti iz konverzionalnog koeficijenta multipolnosti izučavajućeg prelaza.

Ovo izučavanje može se vršiti na više načina: određivanjem apsolutnog koeficijenta u K sloju, određivanjem odnosa konverzije u K sloju prema L sloju i određivanjem relativnog intenziteta konverzionalnih linija u tri L pod-sloja.

Duredjivanje apsolutnog intenziteta koeficijenta konverzije u K sloju zahteva nezavisna merenja broja emitovanih elektrona i broja fotona, te je neophodna paljiva kalibracija.

Pri određivanju odnosa konverzije u K i L sloju, moraju biti nezavisna merenja, ved se porede intenziteti konverzionalnih linija.



Najosjetljivija metoda za određivanje multipolnosti je merenje relativnih intenziteta konverzionalih linija u tri polulojčina. Prednost ove metode je što imamo dva zavisna odnosa, te sa vedom sigurnosću možemo odrediti multipolnost.

2. METODE ODREDJIVANJA MULTIPOLNOSTI PRELAZA

U slučaju kada emitovano zračenje nije iste multipolnosti, već predstavlja najčešću superpoziciju izraženju ($K_L M_M$) konverzionalni koeficijenti se mogu izračunati na sledeći način:

Iz svega izloženog u glavi 1. može se zaključiti da konverzionalni koeficijent zavisi od multipolnosti zračenja L i m , energije prelaza $\hbar\omega$, atomskog broja i vrste podljske zaposednute elektronima. U slučaju procesa unutrašnje konverzije postoji konačna verovatnoća za izbacivanje elektrona i pri $L = 0$.

Konverzionalni koeficijenti su i teorijski izračunati za K, L i M ljušku, kao funkcije atomskog broja i multipolnosti odgovarajućih električnih i magnetnih prelaza, pa je jedna od metoda razmatranja osobina nuklearnog γ raspada eksperimentalno određivanje konverzionalih koeficijenata i njihovo poredjenje sa teorijskim vrednostima. Najvažnija informacija koja se može dobiti iz konverzionalog koeficijenta je multipolnost izučavanog prelaza.

Ovo izučavanje može se vršiti na više načina: određivanjem apsolutnog koeficijenta u K sloju, određivanjem odnosa konverzije u K sloju prema L sloju i određivanjem relativnih intenziteta konverzionalih linija u tri L pod-sloja.

Određivanje apsolutnog intenziteta koeficijenta konverzije u K sloju zahteva nezavisna merenja broja emitovanih elektrona i broja fotona, te je neophodna pažljiva kalibracija.

Pri određivanju odnosa konverzije u K i L sloju, nemamo nezavisna merenja, već se porede intenziteti konverzionalih linija.

Najosetljivija metoda za odredjivanje multipolnosti je merenje relativnih intenziteta konverzionih linijskih u L podslojevima. Prednost ove metode je što imamo dva nezavisna odnosa, te sa većom sigurnošću možemo odrediti multipolnost odredjenog prelaza uporedjujući dobijene rezultate sa teorijskim vrednostima.

U slučaju kada emitovano zračenje nije iste multipolnosti, već predstavlja najčešće superpoziciju zračenja ($M_1 + E_2$), konverzionalni koeficijent se može izračunati na sledeći način

$$\alpha = \frac{N_e}{N_\gamma} = \frac{N_e(M_1) + N_e(E_2)}{N_\gamma(M_1) + N_\gamma(E_2)}$$

$$\alpha = \frac{\frac{N_e(M_1)}{N_\gamma(M_1)} + \frac{N_e(E_2)}{N_\gamma(M_1)}}{1 + \frac{N_\gamma(E_2)}{N_\gamma(M_1)}} = \frac{\alpha(M_1) + \frac{N_\gamma(E_2)}{N_\gamma(M_1)} \frac{N_e(E_2)}{N_e(M_1)}}{1 + \delta^2} \quad (2.1)$$

$$\alpha = \frac{\alpha(M_1) + \delta^2 \alpha(E_2)}{1 + \delta^2} \quad (2.1)$$

Pošto se emisija γ zraka može predstaviti multipolima, može se zaključiti na osnovu analogije sa klasičnim multipolima, da bi zračenje trebalo da bude anizotropno. Ova anizotropija je funkcija multipolnosti prelaza, pa se eksperimentalno odredjivanje uglovne raspodele može iskoristiti za određivanje multipolnosti odgovarajućih prelaza.

Medjutim, s obzirom da je orijentacija jezgara u radioaktivnom izvoru izotropna po svim pravcima u odsustvu spoljašnjeg polja, u ovakovom slučaju ne može se zapaziti anizotropija emitovanog zračenja. Da bi se ova odstranila vrši se merenje uglovne raspodele prelaza u kaskadi. Pri tome prvi prelaz definiše osu kvantizacije u odnosu na koju meri-

mo pravac (ugao) drugog prelaza. U opštem slučaju korelačna funkcija za kaskadno zračenje data je izrazom

$$W(\theta) = \sum_k A_{2k} P_k (\cos \theta) \quad (2.2)$$

$$0 \leq k < \min(2J_b, L_1 + L'_1, L_2 + L'_2)$$

gde su L_1 i L_2 momenti impulsa koje odnosi emitovano zračenje u I i II prelazu, a J_b je spin medjustanja.

Vrednost koeficijenta A_{2k} zavisi od spinova nivoa i multipolnosti zračenja i može se predstaviti u obliku

$$A_{2k} = A_k(L_1, L'_1, J_a, J_b) A_k(L_2, L'_2, J_b, J_c) G_{kk} \quad (2.3)$$

gde su J_a i J_c - spinovi početnog i krajnjeg stanja.

Matrica G_{kk} opisuju promenu matrice gustine emisije $\vec{g}(\vec{k}_1)$ u pravcu \vec{k}_1 , pod uticajem spoljašnjih polja za vreme života intermedijalnog stanja J_b .

U slučaju prelaza čiste multipolnosti $L_1 = L'_1$ $L_2 = L'_2$, a koeficijenti A_k posle normiranja prelaze u čiste geometrijske faktore $F_k(L, J)$ koji ne zavise od nuklearne strukture.

Kod prelaza mešane multipolnosti koeficijenti A_k zavise i od odnosa redukovanih matričnih elemenata

$$\delta = \frac{\langle J_b | | \int \vec{j}(\vec{r}) \vec{A}_L^T(\vec{r}) d\vec{r} | | J_a \rangle}{\langle J_b | | \int \vec{j}(\vec{r}) \vec{A}_L^T(\vec{r}) d\vec{r} | | J_a \rangle} \quad (2.4)$$

komponenata prelaza, te izraz zavisi i od nuklearne strukture.

Ovi koeficijenti su teorijski izračunati, pa je moguće, poredeći ih sa eksperimentalno dobijenim vrednostima, odrediti multipolnost odgovarajućih prelaza.

Sam eksperiment svodi se na merenje koincidencije medju γ zracima u kaskadi koji međusobno zaklapaju ugao θ . Merenje se vrši sa dva detektora pod uglom θ koja su spregnuta u koincidentno kolo. Broj koincidencija u funkciji ugla ustvari definiše ugaonu raspodelu emitovanog zračenja na osnovu koje tada vršimo određivanje multipolnosti prelaza. Međutim, ovom metodom ne možemo odrediti parnost emitovanog zračenja, tj. ne možemo odrediti da li je emitovano zračenje E ili M tipa.

3.1. ODREĐIVANJE RELATIVNIH INTENZITETA γ -LINIJA

Spektroskopija γ zraka obuhvata određivanje snovi emisije emitovanog γ zračenja i određivanje relativnih intenziteta pojedinih energetskih prelaza. Za snimanje spektra zračenja danas se u nuklearnoj fizici najviše koristi Ge(Li) poluprovodnički detektor. Detekcija i spektroskopija γ zraka Ge(Li) detektorem zasniva se na ī efekta: fotoefekta, Augerovom efektu i proizvodnji para elektron-positron.

U procesu fotoefekta γ zračenje interahuje sa većnim elektronom predajući mu svu svoju energiju. Jedan deo ove energije biva iskoriscen za izbacivanje elektrona iz atomskog omotača, dok ostatak predstavlja kinetičku energiju slobodnog elektrona. Ovo se može izraziti formulom:

$$E_\gamma = E_l + T_e \quad (3.1)$$

Zbog upražnjjenog mesta s elektronskom omotatu doći će do pregrupisavanja elektrona i emitovanja χ zraka i Augerovih elektrona. Emitovani χ zrak će i sam biti apsorbovan u materijalu preko sekundarnog fotoefekta, pa je na taj

način odloženja energija upadnog fotona γ zraka apsorbovanog unutar detektora.

Komptonov efekti je elastično rasajanje upadnog fotona na slobodnog elektrona. Pri ovome dolazi do prenapredovanja energije, tako da energija rasajanog fotona noviši od ujeda rasajanja po formuli

3. EKSPERIMENTALNI DEO

$$E_{\gamma'} = \frac{E_{\gamma}}{1 + \frac{E_{\gamma}}{mc^2} (1 - \cos\theta)} \quad (3.1)$$

A kinetička energija elektrona je

$$P_e = E_e - E_{\gamma} = E_{\gamma} \frac{1 - \frac{E_{\gamma}}{mc^2} (1 - \cos\theta)}{1 + \frac{E_{\gamma}}{mc^2} (1 - \cos\theta)} \quad (3.2)$$

3.1. ODREĐIVANJE RELATIVNIH INTENZITETA γ LINIJA

Iz ovog razloga može se vidjeti da se energija elektrona kreće od polne vrijednosti ($\theta = 0^\circ$) do neke maksimalne pri $\theta = 180^\circ$.

Spektroskopija γ zraka obuhvata određivanje energije emitovanog γ zračenja i određivanje relativnih intenziteta pojedinih energetskih prelaza. Za snimanje spektra γ zračenja danas se u nuklearnoj fizici najviše koristi Ge (Li) poluprovodnički detektor. Detekcija i spektroskopija γ zraka Ge(Li) detektorom zasniva se na 3 efekta: fotoefektu, Komptonovom efektu i proizvodnji para elektron-pozitron.

U procesu fotoefekta γ zračenje interaguje sa vezanim elektronom predajući mu svu svoju energiju. Jedan deo ove energije biva iskorišten za izbacivanje elektrona iz atomskega omotača, dok ostatak predstavlja kinetičku energiju slobodnog elektrona. Ovo se može izraziti formulom

$$E_{\gamma} = E_i + T_e \quad (3.1)$$

Zbog upražnjjenog mesta u elektronskom omotaču doći će do pregrupisavanja elektrona i emitovanja x zraka i Augerovih elektrona. Emitovani x zrak će i sam biti apsorbovan u materijalu preko sekundarnog fotoefekta, pa je na taj način poslaganje od 180° , detektorana energija može biti i veća.

način celokupna energija upadnog fotona γ zraka apsorbovana unutar detektora.

Komptonov efekt je elastično rasejanje upadnog fotona na slobodnom elektronu. Pri ovome dolazi do preraspodele energije, tako da energija rasejanog fotona zavisi od ugla rasejanja po formuli

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{mc^2}(1 - \cos\theta)} \quad (3.2)$$

a kinetička energija elektrona je

$$T_e = E_\gamma - E'_\gamma = E_\gamma - \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{mc^2}(1 - \cos\theta)} \quad (3.3)$$

Iz ovog izraza se vidi da se energija elektrona kreće od nulte vrednosti ($\theta = 0^\circ$) do neke maksimalne pri $\theta = 180^\circ$, koja je data izrazom

$$T_{e\max} = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{1}{2} \frac{mc^2}{E_\gamma}} \quad (3.4)$$

Pri stvaranju para elektron-pozitron celokupna energija fotona utroši se na kreaciju novih čestica i na njihovu kinetičku energiju. Da bi do ovog efekta uopšte i moglo doći potrebno je da energija γ zraka bude veća od $2mc^2 = 1.02$ MeV. Ukoliko γ zrak poseduje veću energiju preostali deo se pretvara u kinetičku energiju elektrona i pozitrona

$$E_\gamma = 2mc^2 + T_{e^-} + T_{e^+} \quad (3.5)$$

Dekretovana energija γ zraka biće umanjena za $2mc^2$, međutim, pošto veoma lako može doći do anihilacije pozitrona i emitovanja 2γ kvanta energije 0.511 MeV koji se kreću pod uglom od 180° , dekretovana energija može biti i veća.

Ukoliko oba γ kvanta izbegnu detekciju (double escape), detektovana energija će biti $E_{\gamma} - 2mc^2$. Kada jedan foton bude detektovan (single escape), detektovana energija je $E_{\gamma} - mc^2$, i u slučaju detekcije oba γ kvanta, biće detektovana celokupna energija upadnog γ zraka.

Svi ovi efekti će biti registrovani u detektoru, ukoliko se interakcija odigra unutar osetljive oblasti, a to je u slučaju poluprovodničkog detektora sloj prostornog nanelektrisanja. Povećanje ove oblasti osetljive za detekciju može se postići kompenzovanjem akceptorskih centara u P-tipu poluprovodnika kontrolisanim uvodjenjem donorskih nečistoća. Najpogodnija donorska primesa je litijum, jer njegov atom ima nizak potencijal jonizacije u poluprovodniku, a ima veliku pokretljivost.

Litijum u germanijumu daje donorske nivoje, pa se koristi najpre za dobijanje PN strukture, a zatim pod dejstvom jakog električnog polja litijumovi joni driftuju u P deo kompenzujući akceptorske nečistoće i do debljine od nekoliko santimetara. Na ovaj način izmedju P i N dela stvoren je sloj koji ima osobine kristala besprimesne čistoće.

Najznačajnija karakteristika ovako formiranog Ge(Li) detektora kada se primenjuje kao detektor γ zraka je veoma dobra energijska rezolucija uz zadovoljavajuću efikasnost.

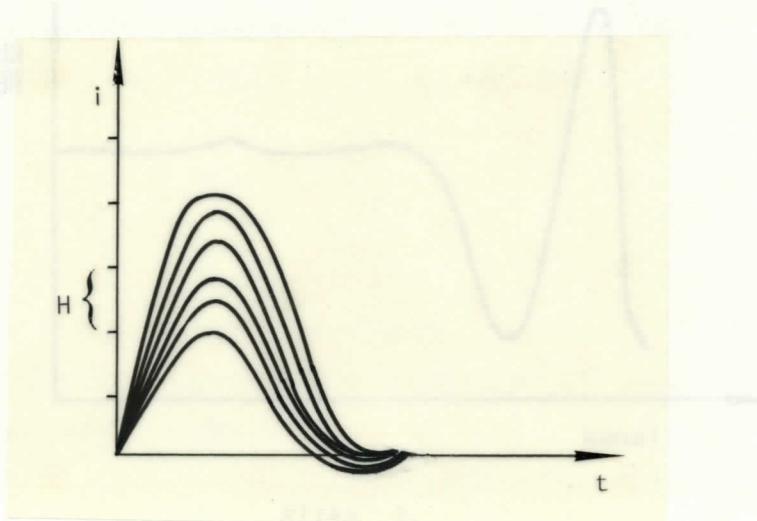
Energijska rezolucija ili moć razlaganja predstavlja sposobnost detektora da razlikuje dve energetske linije i je zavisna broja signala unutar određene širine (ΔE) u funkciji položaja kanala (svakom kanalu odgovara određena energija).

$$R = \frac{\Delta E}{E} \quad (3.6)$$

Na osnovu izložene eksperimentalne tehnike snimanja, Efikasnost detektora je broj koji pokazuje koliki će broj upadnih fotona biti registrovan u detektoru. U sljedećem raspisu se elektronskim mihvatom u jezgra ^{133}Cs . Prijevodi raspadu jezgra ^{133}Cs u neko od pobudjenih stanja jezgra ^{133}Cs , a prelazak u u početno stanje vrši se elek-

$$\epsilon_{\text{det}} = \frac{N_{\text{det}}}{N_{\text{up}}} \quad (3.7)$$

Za analizu spektra dobijenog Ge(Li) poluprovodničkim detektorom koristimo se višekanalnim analizatorom. Spektar koji dobijamo pomoću detektora je prikazan na slici 1.



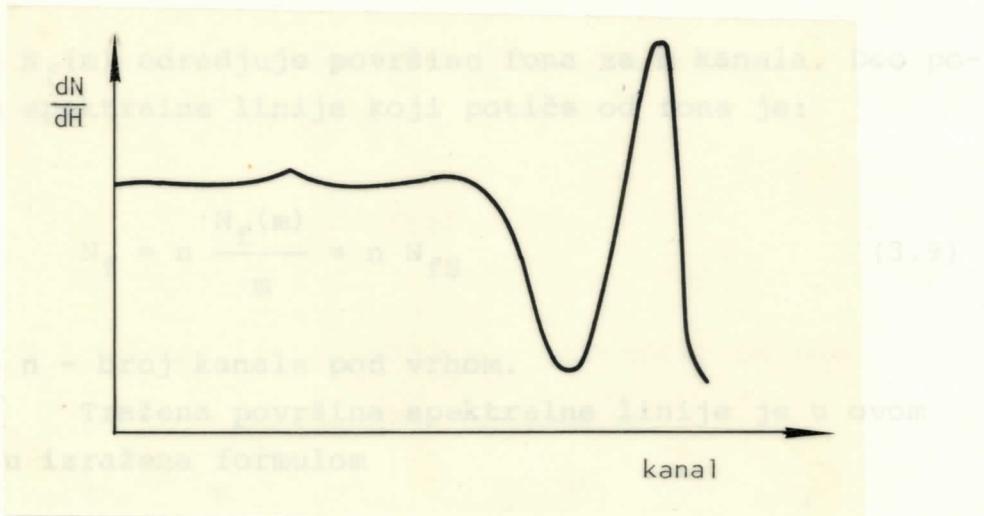
Slika 1.

On se sastoji od niza krivih, koje predstavljaju struju signala u vremenu. Svaka od ovih krivih potiče od pojedinačnih dogadjaja. Visina (amplituda) signala je funkcija upadne energije stvorenog elektrona jednim od tri moguća procesa u detektoru. Pri analizi ovakvog spektra višekanalnim analizatorom, čitava visina impulsne ose izdeljena je u određeni broj prozora (kanala) širine H . Višekanalni analizator beleži koliki broj signala pada unutar određjenog prozora (kanala). Dobijeni spektar posle ovakve analize (slika 2.) predstavlja zavisnost broja signala unutar određene širine dN/dH u funkciji položaja kanala (svakom kanalu odgovara određena energija).

Na osnovu izložene eksperimentalne tehnike snimljen je γ spektar ^{133}Ba .

Ježgro ^{133}Ba , čiji je period poluraspada 10.7 godina, raspada se elektronskim zahvatom u ježgra ^{133}Cs . Pri ovom raspadu ježgra ^{133}Ba prelaze u neko od pobudjenih stanja ježgra ^{133}Cs , a prelazak u osnovno stanje vrši se elek-

tromagnetskim prelazima (emisijom γ zraka ili unutrašnjom konverzijom) odgovarajuće energije. γ spekter ^{133}Ba sadrži 9 linija čije su energije date u tabeli 1.



Slika 2.

Snimanje γ spektra ^{133}Ba vršeno je Ge(Li) detektorom na rastojanju izvor-detektor $I_D = 15 \text{ cm}$ u toku 40 ks. Na dobijenom spektru nije bilo moguće izvršiti analizu dve niskoenergetske linije od 53.17 keV i 79.63 keV.

Kao mera pri određivanju relativnih intenziteta γ prelaza služile su površine pod vrhovima spektralnih linija, a rezultati su dobijeni:

- a. određivanjem površine pod vrhovima
- b. korekcijom odbroja zbog promene efikasnosti brojača
- c. normiranjem na jednu izabranu liniju.

a) Određivanje površine pod vrhovima je izvršeno tako što je izračunata suma odbroja N_p u kanalima koji se nalaze u domenu spektralne linije. Brojem N_p određena je celokupna površina pod spektralnom linijom te od nje treba oduzeti površinu koja ne pripada posmatranom vrhu - površinu fona.

Površina fona je izračunata tako što je uzeto nekoliko tačaka simetričnih u odnosu na spektralnu liniju, a

koje nisu u domenu vrha i izračunat odbroj

$$N_f(m) = \frac{N_{fL}(m) + N_{fD}(m)}{2} \quad (3.8)$$

Odbroj $N_f(m)$ određuje površinu fona za m kanala. Deo površine spektralne linije koji potiče od fona je:

$$N_f = n \frac{N_f(m)}{m} = n N_{fS} \quad (3.9)$$

gde je n - broj kanala pod vrhom.

Tražena površina spektralne linije je u ovom slučaju izražena formulom

$$A = N_p - N_f = N_p - n N_{fS} \quad (3.10)$$

Ova površina određena je sa greškom

$$\Delta A = \pm \sqrt{A + n(1 + \frac{n}{m}) N_{fS}} \quad (3.11)$$

b) Pošto efikasnost Ge(Li) detektora zavisi od energije, potrebno je dobijene površine linija korigovati pomoću krive efikasnosti brojača uzete iz reference [9]. Za vrednosti energija γ linija očitavana je vrednost efikasnosti detektora i izračunavana površina korigovana na efikasnost kao

$$A_C = \frac{A}{\epsilon} \quad (3.12)$$

Greška koju unosi ova korekcija je izračunata po formuli

$$\Delta A_C = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial A_C}{\partial A} \Delta A \right)^2 + \left(\frac{\partial A_C}{\partial \epsilon} \Delta \epsilon \right)^2} = \pm \frac{A}{\epsilon} \sqrt{\left(\frac{\Delta A}{A} \right)^2 + \left(\frac{\Delta \epsilon}{\epsilon} \right)^2} \quad (3.13)$$

c) Relativni intenziteti linija se izračunavaju tako što se najintenzivnija linija normira na 100, a ostale se računaju u odnosu na nju.

U ovom slučaju normiranje je izvršeno u odnosu na liniju B sa energijom od 356.005 keV. Relativni intenziteti ostalih linija su računati po formuli:

$$I_{\gamma} = \frac{A_C}{B} \cdot 100 \quad (3.14)$$

Za merenje i analizu spektrala konverzionalni si -
licon danas se koriste Si(Li) poluprovodnički detektori
gde je B - odbroj linije koju smo normirali na 100

$$\Delta I_{\gamma} = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial I_{\gamma}}{\partial A_C} \Delta A_C \right)^2 + \left(\frac{\partial I_{\gamma}}{\partial B} \Delta B \right)^2} = \pm \frac{A_C}{B} 100 \sqrt{\left(\frac{\Delta A_C}{A_C} \right)^2 + \left(\frac{\Delta B}{B} \right)^2} \quad (3.15)$$

Sve navedene veličine date su u tabeli 1.

Eksperimentalno izračunati relativni intenziteti I_{γ}^{exp} uporedjeni su sa relativnim intenzitetima I_{γ} iz reference [7].

Iz tabele 1. vidimo da postoji slaganje u okviru eksperimentalne greške, izuzev kod linija čija je energija 80.998 keV. Ovo neslaganje potiče od toga što u spektru postoji i linija od 79.63 keV, tako da korišteni detektor nije uspeo da razloži ove dve bliske linije, a pošto nije vršeno računsko razlaganje, izračunati intenzitet potiče i od jedne i od druge linije.

$$E = (p^2 c^2 + m^2 c^4)^{1/2} = T + mc^2 \quad (3.17)$$

$$T = [(mc^2)^2 + e^2 c^2 (Br)^2]^{1/2} - mc^2 \quad (3.18)$$

Iz jednačine (3.16) proizlazi da kinetičku energiju elektrona možemo odrediti ako poznajemo vrednost magnetske indukcije \vec{B} , (koja se varira sa visokom tačnošću) i radijus krivine putanja elektrona.

3.2. ODREDJIVANJE INTENZITETA KONVERZIONIH LINIJA

Elektroni kreću u ravni normalnoj na liniju sile magnetskog polja, dolazi do fokusiranja prvega reda, tijekom čega početna brzina se ne smanjuje u fokusu detektora i tako nije

Za merenje i analizu spektara konverzionih elektrona danas se koriste Si(Li) poluprovodnički detektor i magnetni spektrometar.

Si(Li) "driftni" poluprovodnički detektor se proizvodi na sličan način kao i Ge(Li) detektor, povećavajući efikasnu zapreminu detektora driftom jona Li u P deo poluprovodnika. Ova vrsta detektora pogodnija je nego Ge(Li) za detekciju elektrona, jer zbog manjeg rednog broja Si, $z = 14$, manji broj elektrona će se rasejati u nazad na detektoru, ne ostavivši svoju punu energiju. Međutim, Si(Li) detektor pored toga što detektuje elektrone, detektuje i x i γ zrake, tako da se dobija spektar koji potiče od više efekata.

Merenje spektara elektrona magnetnim spektrometrom zasniva se na prostornoj separaciji elektrona po energijama. Ova separacija se vrši dejstvom elektrostatičkih i magnetskih polja na elektron u kretanju. Polazeći od jednačine ravnoteže centripetalne i Lorentzove sile

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{eV}{B} \quad (3.16)$$

i koristeći se relativističkim izrazom za energiju spektara potiče samo od x i γ zraka. Debljina potrebnog apsorbera, da bi apsorbovao $E = (p^2 c^2 + m^2 c^4)^{1/2} = T + mc^2$ korist (3.17) mulu za dobit

$$T = \sqrt{(mc^2)^2 + e^2 c^2 (Br)^2} - mc^2 \quad (3.18)$$

Iz jednačine (3.18) proizilazi da kinetičku energiju elektrona možemo odrediti ako poznajemo vrednost magnetne indukcije \vec{B} , (koja se meri sa visokom tačnošću) i radijus krivine putanje elektrona.

Pri merenju elektronskog spektra najčešće se koristi skretanje za 180° - polukružno fokusiranje. Kada se elektroni kreću u ravni normalnoj na linije sila magnetnog polja, dolazi do fokusiranja prvog reda, tj. čestice iste početne brzine se sakupljaju u fokus. Detektori u fokalnoj ravni su fotografiski film, nuklearna emulzija ili niz brojača na određenom poluprečniku. Pri radu sa ovakvim spektrometrom, praktično su iskorišćeni samo oni elektroni koji se kreću u ravni normalnoj na linije sila magnetnog polja. Da bi se ovo otklonilo koriste se dvostruko fokusirajući spektrometri koji vrše prostorno fokusiranje. Ako magnetno polje u odnosu na rastojanje od ose polja opada kao $B \propto r^{-1/2}$ tada će biti izvršeno fokusiranje elektrona sa prostornom raspodelom brzina, posle ugla $\phi = (2\pi)^{1/2} = 254^\circ 6'$, umesto 180° kao kod jednostrukofokusirajućih spektrometara. Dvostruko fokusirajući spektrometri imaju tipične vrednosti rezolucije $R = 0.3\%$ i transmisije $T = 0.3\%$, tako da se sa veoma visokom preciznošću mogu meriti spektri konverzionih linija, razdvajajući čak i linije koje potiču od L ili M podslojeva.

Snimanje i analiza spektara konverzionih elektro- na izvršeno je Si(Li) poluprovodničkim detektorom i višekanalnim analizatorom, a dobijeni rezultati dati su u tabeli 2.

Si(Li) detektor, pored toga što detektuje elektrone, detektuje i x i γ zrake. Da bi smo otklonili uticaj ovih efekata, izvršeno je snimanje spektara uz korišćenje apsorbera od Al koji apsorbuje elektrone. Dobijeni spektar potiče samo od x i γ zraka. Debljina potrebnog apsorbera, da bi apsorbovao sve elektrone, je izračunata koristeći formula za domet

poznata efikasnost, pošto je efikasnost Ge(Li) detektora praktično konstantna u intervalu energija koje imaju emitovani

konverzionali elektroni.

$$R \left[\text{g/cm}^2 \right] = 0.407 T^{1,38} \quad (3.19)$$

zadnja linija iskorišćena je zinjenica da je prelaz energije $E = 356.005 \text{ keV}$ i $0.15 \text{ MeV} < T < 0.8 \text{ MeV}$ za prelaze R iste multipolnosti posmatrajući rezultate teorijske vrednosti konverzionalog koeficijenta.

Za konverzionalne elektrone maksimalne energije u spektru dobijen je domet

odnos konverzije u pojedinu ljuštanju, na primer, odnos konverzije u R i L je:

$$R = 107 \cdot 10^{-3} \text{ g/cm}^2 \quad (\text{odredi se dati su u ruf.})$$

pa je uzet apsorber debljine L u takvu vrednost konverzionalog koeficijenta za N elektrone i energiju prelaza $E = 356.005 \text{ keV}$, izvršeno je normiranje relativne intenziteta na osnovu ove konverzionalne koeficijenta na sledeći način:

Ovako snimljeni spektar oduzeli smo od spektara bez apsorbera i na taj način dobili čist spektar konverzionalih elektrona.

Sa ovako dobijenog spektra bilo je moguće izračunati relativne intenzitete konverzionalnih linija koje potiču od prelaza energija: 276.397 keV , 302.851 keV , 356.005 keV i 383.851 keV .

Određivanje površine linija vršeno je na sličan način kao i kod γ spektra, s tim što je u slučaju konverzionalih linija bilo potrebno vršiti ekstrapolaciju nekih njenih delova.

Greška koju unosi ova ekstrapolacija data je izrazom

$$\Delta A = \pm \sqrt{A + n(1 + \frac{n}{m})N_{fs} + 10^{-2} \frac{N_x^2}{x}} \quad (3.20)$$

gde je N_x - zbir odbroja u ekstrapolisanim tačkama, a x - broj ekstrapolisanih tačaka.

U ovom slučaju pri izračunavanju relativnih intenziteta konverzionalnih linija nije potrebno vršiti korekciju na efikasnost, pošto je efikasnost $G_e(\text{Li})$ detektora praktično konstantna u intervalu energija koje imaju emitovani

konverzionalni elektroni.

Pri određivanju relativnih intenziteta konverzionalnih linija iskorištena je činjenica da je prelaz energije $E = 356.005 \text{ keV}$ čiste multipolnosti $E2$. Za prelaze čiste multipolnosti postoje izračunate teorijske vrednosti konverzionog koeficijenta kao funkcija energije prelaza.

Takođe postoje izračunate teorijske vrednosti odnosa konverzije u pojedinim ljkuskama, na primer, odnos konverzije u K i L ljkusci. (Svi ovi podaci dati su u ref. | 5 | .)

Poznajući teorijsku vrednost konverzionog koeficijenta za K elektrone i energiju prelaza $E = 356.005 \text{ keV}$, izvršeno je normiranje relativnih intenziteta na osnovu ovog konverzionog koeficijenta na sledeći način

$$\alpha = \frac{I_e}{I_\gamma}$$

$$E_\gamma = 356.005 \text{ keV} \quad \alpha = 0.0211$$

$$0.0211 = \frac{I_e^K (356.005)}{100} = \frac{C \cdot A^K (356.005)}{100}$$

$$C = \frac{0.0211 \cdot 100}{A^K (356.005)} \quad (3.21)$$

$$I_e^K = C \cdot A \quad (3.22)$$

Dobijene vrednosti relativnih intenziteta konverzionalnih linija su date u tabeli 2. Ovi rezultati su uporedjeni sa podacima datim u referenci | 7 | i vidi se da postoji slaganje u okviru eksperimentalne greške.

Korišteni Si(Li) detektor nije uspeo da razloži linije koje potiču od konverzionalnih elektrona iz L ljkuske za energiju $E = 356.005 \text{ keV}$ konverzionalnih elektrona iz K ljkuske za energiju $E = 383.851 \text{ keV}$, tako da je u tabeli 2. dat odbroj N_p i fon N_f za vrh koji sadrži obe ove linije. Medju-

tim, pošto je prelaz $E = 356.005$ keV čiste multipolnosti E2, na osnovu teorijske vrednosti konverzionog koeficijenta i odnosa konverzije u K i L ljusci, bilo je moguće izračunati odgovarajuće relativne intenzitete navedenih konverzionih linija.

3.3. ODREDJIVANJE KOEFICIJENATA UNUTRAŠNJE KONVERZIJE

Koeficijenti unutrašnje konverzije, dati u tabeli 3., izračunati su iz odnosa relativnih intenziteta linija konverzionih elektrona i relativnih intenziteta linija zraka. Za normiranje je uzet teorijski izračunat konverzionalni koeficijent za konverziju u K ljusci energije prelaza $E_\gamma = 356.005$ keV koje je čiste multipolnosti E2.

Konverzionalni koeficijenti su računati po formuli

$$\alpha = \frac{I_e}{I_\gamma} \quad (3.23)$$

$$\Delta\alpha = \pm \sqrt{\left(\frac{\Delta I_e}{I_e}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I_\gamma}{I_\gamma}\right)^2} \quad (3.24)$$

Konverzionalni koeficijenti za energije prelaza veće od 223.12 keV su izračunati na osnovu dobijenih eksperimentalnih podataka. Ostali konverzionalni koeficijenti, dati u tabeli 3., određeni su eksperimentalno dobijenim vrednostima za I_γ i vrednostima I_e uzetim iz reference [7], jer u eksperimentu nismo uspeli da odredimo vrednosti relativnih intenziteta konverzionih linija koje potiču od prelaza energije manje od 276.397 keV.

Pored eksperimentalnih vrednosti konverzionog koeficijenta u tabeli 3. su date vrednosti uzete iz referenca [7].

osnovu definicija veličine δ^2 nema smisla. Međutim, u eksperimentalnoj eksper-

Pošto je najveća verovatnoća da elektromagnetski prelazi budu M1 ili E2 tipa, u tabeli 3. su date teorijske vrednosti konverzionalih koeficijenata za čisto M1 i E2 zračenje odredjene energije, uzete iz reference [5]. Ove vrednosti su iskorištene za određivanje multipolnosti zračenja ^{133}Ba .

Za energiju prelaza $E = 80.993 \text{ keV}$ izračunata je veličina δ^2 na osnovu konverzionalnih koeficijenata za K, L i M1 prelazu.

3.4. MULTIPOLNOSTI ZRAČENJA ^{133}Ba

U eksperimentalnoj vrednosti nije pozitivna veličina, što ukazuje na nečvrsto zračenje. Izađen od uzroka ovog nečvrstog zračenja je nedovoljno tačno.

Osnovni zadatak ovog rada bio je da se odrede multipolnosti zračenja ^{133}Ba . Određivanje ovih multipolnosti izvršeno je na osnovu veličine δ^2 .

Koristeći jednačinu (2.1) može se izračunati δ^2 npr. na mernom za sigurnostu i vrđiti o multipolnosti ovog prelaza, ali pred $\delta^2 = \frac{\alpha(\text{M1}) - \alpha}{\alpha - \alpha(\text{E2})}$ prelaz međinog t (3.25) +

veličina δ^2 u službenoj energiji prelaza $E = 715.12 \text{ keV}$, gde je α - eksperimentalni konverzionalni koeficijent za dati prelaz.

Na osnovu dobijenih vrednosti za δ^2 može se odrediti da li je zračenje čiste multipolnosti E2 ili predstavlja smešu M1 i E2 u određenom odnosu.

Veličina δ^2 izračunata je po formuli (3.25), a greška u tom slučaju je data izrazom

$$\Delta\delta^2 = \pm \frac{\alpha(\text{E2}) - \alpha(\text{M1})}{|\alpha - \alpha(\text{E2})|^2} \Delta\alpha \quad (3.26)$$

Izračunate vrednosti δ^2 su date u tabeli 4. Pošto su date i vrednosti δ^2 uzete iz reference [7]. Na osnovu ovih podataka odredjene su multipolnosti odgovarajućih prelaza.

Koristeći formulu (3.25) za izračunavanje δ^2 , u nekim slučajevima je dobijena negativna vrednost, što na

osnovu definicije veličine δ^2 nema smisla. Medjutim, u okviru eksperimentalne greške veličina δ^2 za većinu prelaza je pozitivna veličina.

Dobijene vrednosti za δ^2 veće od nekoliko jedinica ukazuju na to da je zračenje čiste multipolnosti - E2 tipa, iako bi teorijski δ^2 u tom slučaju trebalo da bude ∞ .

Za energiju prelaza $E = 80.998 \text{ keV}$ izračunata je veličina δ^2 na osnovu konverzionalih koeficijenata za K, L i M ljudsku. Veličina dobijena za K ljudsku ni u okviru eksperimentalne vrednosti nije pozitivna veličina, što ukazuje na izvesne greške. Jedan od uzroka ovog neslaganja je nedovoljno tačno određivanje relativnog intenziteta linije γ zraka, pošto detektor nije uspeo da razloži linije od 80.998 keV i 79.63 keV.

Za liniju od 160.63 keV na osnovu dobijene vrednosti ne možemo sa sigurnošću tvrditi o multipolnosti ovog prelaza, ali predpostavljamo da je prelaz mešanog tipa M1 + E2.

Veličina δ^2 u slučaju energije prelaza $E = 223.12 \text{ keV}$ je negativna i u okviru eksperimentalne greške. U referenci [7] je navedeno da je prelaz mešanog tipa M1 + E2.

Medjutim, i eksperimentalna i vrednost uzeta iz reference [7] za α ne nalazi se izmedju vrednosti $\alpha(M1)$ i $\alpha(E2)$, što bi moralo da bude. Pošto smo konverzionalni koeficijent u ovom slučaju odredili koristeći se eksperimentalno dobijenom vrednosti za I_γ i vrednosti I_e uzetoj iz reference [7], može se zaključiti da vrednost I_e iz reference [7] nije tačna.

Ostale dobijene vrednosti veličine δ^2 na zadovoljavajući način opisuju odnos zastupljenih multipolnosti u prelazu.

U prilogu 3. data je šema raspada ^{133}Ba sa spinovima i parnošću pobudjenih stanja ^{133}Ba , te se iz nje mogu izvesti detaljnije analize.

4. ZAKLJUČAK

Zadatak ovog rada je bio da se odrede multipolnosti zračenja ^{133}Ba na osnovu konverzionih koeficijenata. Zbog toga su u prvom delu rada objašnjeni načini elektromagnetne deekscitacije pobudjenih stanja jezgra i dati teorijski izrazi za verovatnoću γ emisije, verovatnoću unutrašnje konverzije i konverzioni koeficijent. U eksperimentalnom delu rada odredjeni su relativni intenziteti γ linija, relativni intenziteti konverzionih linija i konverzioni koeficijenti. Na osnovu veličine δ^2 odredjene su multipolnosti zračenja ^{133}Ba , koje su uporedjene se vrednostima datim u referenci [7]. Dobijeno slaganje u okviru eksperimentalne greške ukazuje na to da korištenom eksperimentalnom tehnikom možemo sa zadovoljavajućom tačnošću određivati konverzione koeficijente i multipolnosti zračenja.

1. H. Lederman, V. Shirkov
Table of Isotopes, 7th edition, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1970.

2. M. German
Diplonski rad, PMF Beograd, 1972.

3. F. ÅB
Diplonski rad, PMF Beograd, 1972.

PRILOG I.

5. REFERENCE

1. L. Marinkov
Osnovi nuklearne fizike, PMF Novi Sad, 1976.
2. I. Bikit
Doktorska disertacija, PMF Novi Sad, 1976.
3. R. Roy, B. Nigam
Nuclear Physics, John Wiley & Sons, Inc., New York - London - Sydney, 1969
4. R.M. Singru
Introduction to Experimental Nuclear Physics, Wiley Easton Private Limited, New Delhi, 1972.
5. R.S. Hager, C. Seltzer
Internal Conversion Tables, Part. I: K,L,M - Shell Conversion Coefficients, 1968.
6. E.L. Church, J. Weneser
Nuclear Structure Effects in Internal Conversion, Annual Review of Nuclear Science, Vol. V, 1960.
7. M. Lederer, V. Shirley
Table of Isotopes, 7th edition, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1978.
8. M. German
Diplomski rad, PMF Novi Sad, 1975.
9. F. Ač
Diplomski rad, PMF Novi Sad, 1979.

P R I L O G 1.

HAMILTONIJAN INTERAKCIJE ELEKTRIČNOG
TIPOA ZA PROCES UNUTRAŠNJE KONVERZIJE*Opresti izraz:*

$$\begin{aligned}
 H_{el}(L,m) = & 4\pi ik \int_0^{\infty} d\tau_N \rho_N j_L(kr_N) Y_{L,m}^*(\vec{r}_N) \cdot \\
 L \geq 1 \quad & \cdot \int_{r_N}^{\infty} d\tau_e \rho_e h_L^{(1)}(kr_e) Y_{L,m}(\vec{r}_e) \\
 & + \int_0^{\infty} d\tau_N \rho_N h_L^{(1)}(kr_N) Y_{L,m}^*(\vec{r}_N) \cdot \\
 & \cdot \int_0^{r_N} d\tau_e \rho_e j_L(kr_e) Y_{L,m}(\vec{r}_e) \\
 - & \int_0^{\infty} d\tau_N \vec{j}_N A_{L,m}^{(\lambda)*}(k\vec{r}_N) \int_{r_N}^{\infty} d\tau_e \vec{j}_e B_{L,m}^{(\lambda)}(kr_e) \\
 - & \int_0^{\infty} d\tau_N \vec{j}_N B_{L,m}^{(\lambda)*}(k\vec{r}_N) \int_0^{\infty} d\tau_e \vec{j}_e A_{L,m}^{(\lambda)}(kr_e) \\
 - & \int_0^{\infty} d\tau_N \vec{j}_N \vec{A}_{L,m}^{(E)*}(k\vec{r}_N) \int_{r_N}^{\infty} d\tau_e \vec{j}_e \vec{B}_{L,m}^{(E)}(kr_e)
 \end{aligned}$$

$$- \int_0^\infty d\tau_N \vec{j}_N \vec{B}_{L,m}^{(E)*}(k\vec{r}_N) \int_0^r_N d\tau_e \vec{j}_e \vec{A}_{L,m}^{(E)}(k\vec{r}_e)$$

Za "surface current" model:

$$H_{e1}(L,m) = - \frac{-4\pi i}{[L(L+1)]^{1/2}} \int_0^\infty d\tau_N \vec{j}_N \vec{A}_{L,m}^{(E)*}(k\vec{r}_N) \cdot$$

$$\cdot \left\{ \int_0^\infty d\tau_e [\vec{j}_e k^2 \vec{r}_e + \rho_e ik \frac{d}{dr_e}] \cdot r_e h_L^{(1)}(kr_e) Y_{L,m}(\vec{r}_e) \right.$$

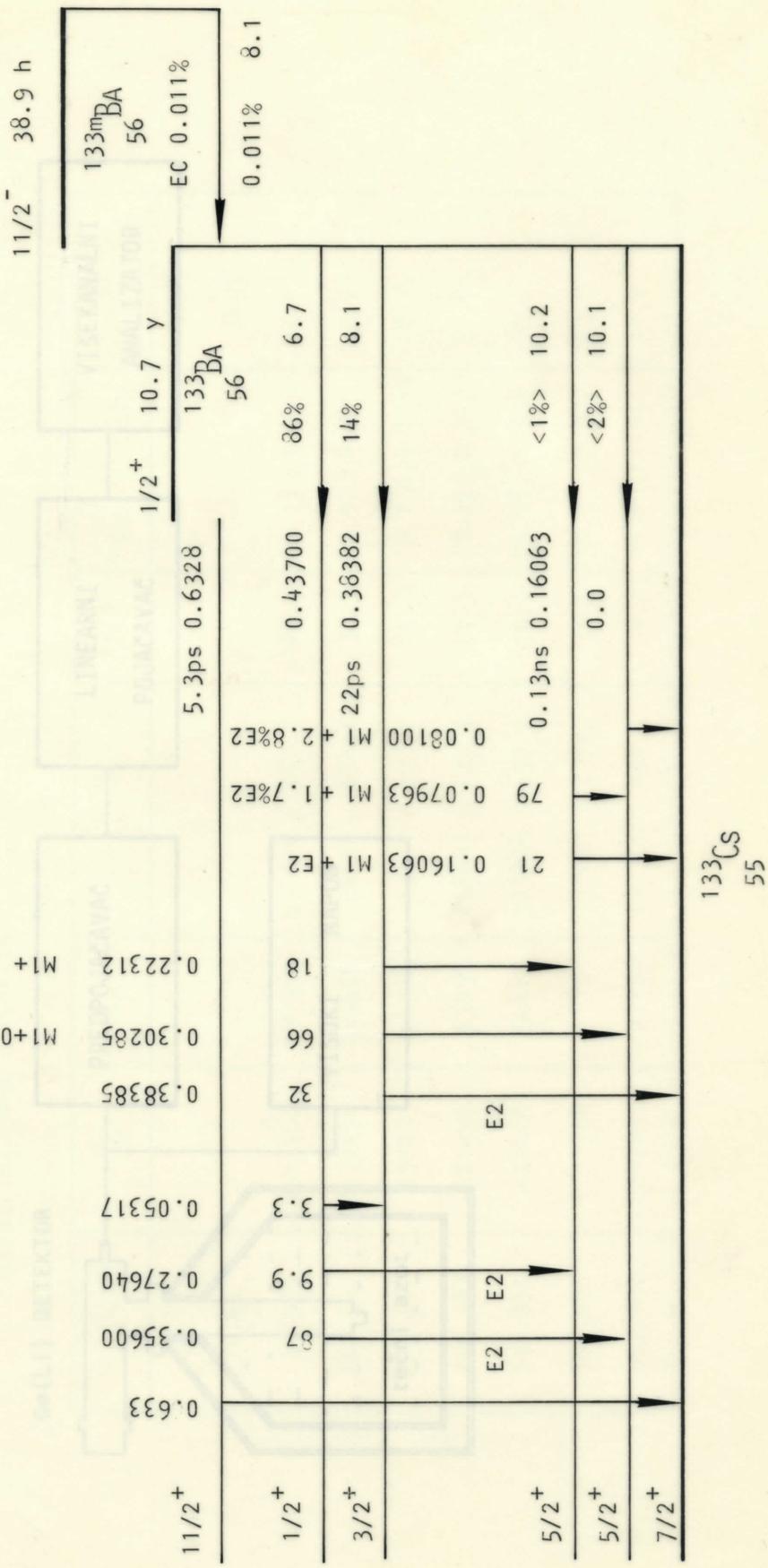
$$- \int_0^R d\tau_e [\vec{j}_e k^2 \vec{r}_e + \rho_e ik \frac{d}{dr_e}] \cdot r_e h_L^{(1)}(kr_e) Y_{L,m}(\vec{r}_e)$$

$$- \frac{h_L^{(1)}(kR)}{j_L(kR)} \int_0^R d\tau_e [\vec{j}_e k^2 \vec{r}_e + \rho_e ik \frac{d}{dr_e}] \cdot$$

$$\cdot r_e j_L(kr_e) Y_{L,m}(\vec{r}_e) \}$$

PRILOG 2.

SEMA RASPADA ^{133}Ba



PRILOG 3.

BLOK ŠEMA POLUPROVODNIČKOG Ge(Li) DETEKTORA

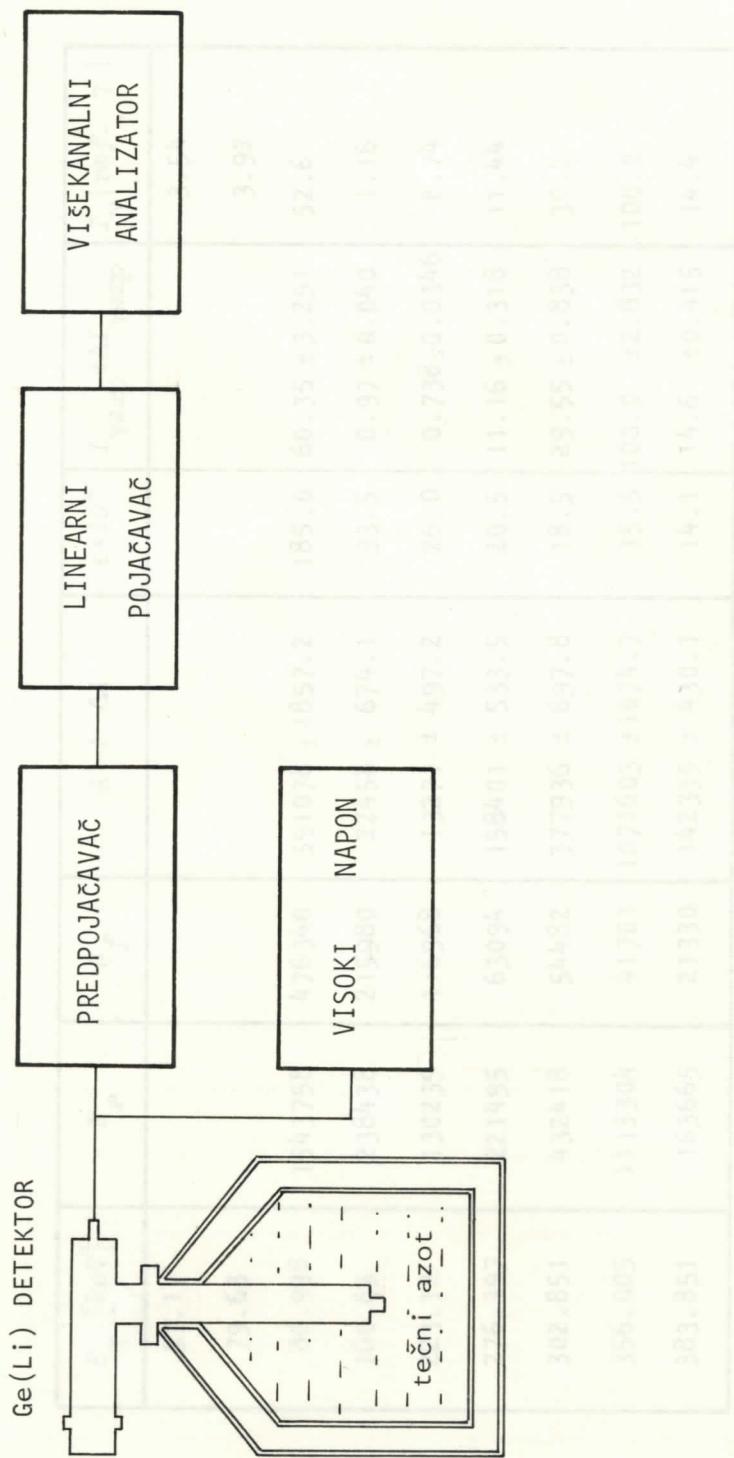


TABELA 1.
Relativni intenziteti
Relativni intenziteti
Relativni gama intenziteti

E_γ [keV]	N_{ν}	N_f	$A \pm \Delta A$	$\varepsilon \cdot 10^4$	$I_{\gamma exp} \pm \Delta I_{\gamma exp}$	$I_\gamma re.f. 7 $
53.17						
79.63	1543758	476340	591078 ± 1857.2	185.0	60.35 ± 3.251	3.54
80.998	238438	215980	22458 ± 674.1	33.5	0.97 ± 0.040	3.92
160.63	130239	116968	13271 ± 497.2	26.0	0.738 ± 0.0346	52.6
223.12	221495	63094	158401 ± 533.5	20.5	11.16 ± 0.318	1.16
276.397	432418	54482	377936 ± 697.8	18.5	29.55 ± 0.838	0.74
302.851	1113304	41701	1071603 ± 1074.7	15.5	100.0 ± 2.832	30.2
356.005	163665	21330	142335 ± 430.1	14.1	14.6 ± 0.415	11.44
383.851						100.0

TABELA 2.

Relativni intenziteti konverzionalnih linija

E	$[keV]$	I_{ljuska}	N_p	N_f	$A \pm \Delta A$	$I_{eexp} \pm \Delta I_{eexp}$	$I_e ref. 7 $
80.998	K	0.203	0.0112	0.195	1.05	1.05	71.536
80.998	L	0.0578	0.0311	0.061	0.0375	0.25	12.55
80.998	M	0.242	0.0100	0.212	0.2	0.25	3.486
160.63	K	0.371	0.0133	0.377	0.068	0.092	0.2345
223.12	K	0.142	0.0152	0.165	0.045	0.045	0.05254
276.397	K	23679	18655	5024	\pm 1815.1	0.468 \pm 0.1689	0.530
302.851	K	31996	19232	12763.5	\pm 1366	1.187 \pm 0.1271	1.117
356.005	K	32221	9545	22676	\pm 748.1	2.11 \pm 0.0696	2.11
356.005	L	10423.5	3843	3844	\pm 452.1	0.358 \pm 0.0421	0.346
383.851	K	10423.5	3843	2736	\pm 452.1	0.254 \pm 0.0421	0.246

Konverzionalni koeficijenti

TABELA 3.

$E_\gamma [keV]$	I_{juska}	$\alpha_{exp} \pm \Delta\alpha_{exp}$	$\alpha ref. 7 $	$\alpha(M1) ref. 5 $	$\alpha(E2) ref. 5 $
80.998	K	1.185 ± 0.0638	1.36	1.45	2.4
80.998	L	0.208 ± 0.0112	0.238	0.195	1.35
80.998	M	0.0578 ± 0.0311	0.0661	0.0375	0.28
160.63	K	0.242 ± 0.0100	0.202	0.2	0.265
223.12	K	0.071 ± 0.0033	0.071	0.082	0.092
276.397	K	0.042 ± 0.0152	0.0465	0.048	0.045
302.851	K	0.0401 ± 0.0044	0.037	0.037	0.032
356.005	K	0.0211 ± 0.00092	0.0211	0.024	0.021
356.005	L	0.00358 ± 0.00043	0.00330	0.0034	0.0035
383.851	K	0.0174 ± 0.0029	0.0171	0.0205	0.0165

Multipolnosti prelaza

TABELA 4.

$\pi^+ i \rightarrow \pi^+ f$	E_γ [keV]	Ljuska	$\delta^2_{exp} \pm \Delta \delta^2_{exp}$	$\delta^2 ref. 7 $	multipolnost prelaza
$1/2^+ \rightarrow 3/2^+$	53.17				
$5/2^+ \rightarrow 5/2^+$	79.63				
$5/2^+ \rightarrow 7/2^+$	80.998	K	-0.2181 ± 0.041	0.0288	M1 + E2
	80.998	L	0.0114 ± 0.01	0.0288	M1 + E2
	80.998	M	0.0914 ± 0.015	0.0288	M1 + E2
$5/2^+ \rightarrow 7/2^+$	160.63	K	1.8261 ± 1.228		
$3/2^+ \rightarrow 5/2^+$	223.12	K	-0.52381 ± 0.0748	0.0753	
$1/2^+ \rightarrow 5/2^+$	276.397	K	-2.0 ± 5.067	∞	E2
$3/2^+ \rightarrow 5/2^+$	302.851	K	0.320 ± 0.335	0.003	M1 + E2
$1/2^+ \rightarrow 5/2^+$	356.005	K	29.0 ± 276	∞	E2
	356.005	L	-2.25 ± 6.719	∞	E2
$3/2^- \rightarrow 7/2$	383.851	K	3.444 ± 14.321	∞	E2