



UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO-MATEMATIČKI
FAKULTET
DEPARTMAN ZA FIZIKU



Asimetrična šema za konvektivni pogranični sloj sa konstantnim i promenljivim koeficijentom vertikalnog mešanja

- diplomski rad -

Mentor:
prof. dr Darko Kapor

Kandidat:
Mirjana Sakradžija

Novi Sad, 2006.

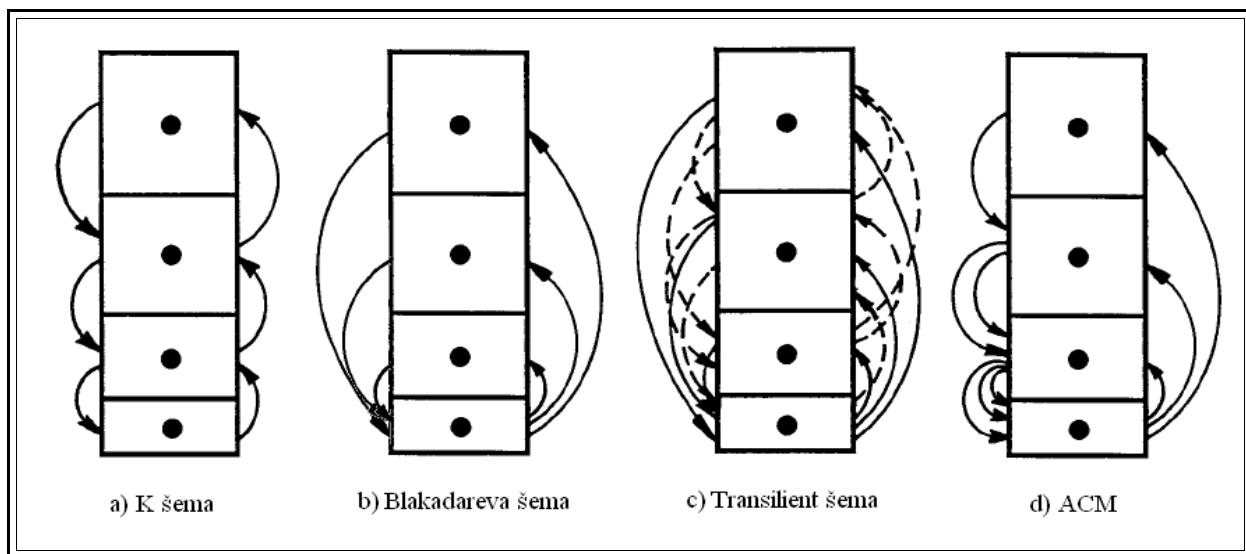
SADRŽAJ:

1	UVOD.....	3
2	STRUKTURA PLANETARNOG GRANIČNOG SLOJA.....	5
2.1	Određivanje visine konvektivnog pograničnog sloja.....	6
3	PROBLEM ZATVARANJA SISTEMA PROGNOSTIČKIH JEDNAČINA.....	8
3.1	Lokalno zatvaranje.....	8
3.2	Nelokalno zatvaranje.....	8
4	ŠEME ZA TURBULENTNO MEŠANJE U KONVEKTIVNOM POGRANIČNOM SLOJU.....	10
4.1	Primeri lokalnih šema.....	10
4.1.1	Šema bazirana na K-teoriji (BKT).....	10
4.1.2	TKE šema.....	11
4.2	Fluksni oblik vertikalnog mešanja.....	11
4.2.1	<i>Transilient</i> parametrizacija turbulencije (TTP)	14
4.2.2	Blakadareva šema.....	14
5	ASIMETRIČNA KONVEKTIVNA ŠEMA (ACM).....	17
5.1	Glavne prognostičke jednačine za asimetrično mešanje u konvektivnom graničnom sloju.....	18
5.1.1	Izvođenje jednačina za slučaj kada je koeficijent Mu nepromenljiv sa visinom.....	18
5.1.2	Izvođenje jednačina za slučaj kada koeficijent Mu varira sa visinom.....	20
5.2	Parametrizacija koeficijenta Mu_1	21
5.2.1	Parametrizacija Mu_1 preko turbulentne brzine e^*	21
5.2.2	Parametrizacija Mu_1 preko osetne toplove H	21
5.2.3	Određivanje promenljivog uzlaznog koeficijenta mešanja Mu_k	22
5.3	Određivanje koeficijenata silaznog mešanja Md_k	22
5.4	Kritični vremenski razmer.....	23
6	NUMERIČKO REŠAVANJE JEDNAČINA.....	24
6.1	Numeričko rešavanje za slučaj konstantnog koeficijenta Mu_1	26
6.2	Numeričko rešavanje za slučaj promenljivog koeficijenta Mu_k	26
7	REZULTATI NUMERIČKE SIMULACIJE.....	29
8	ZAKLJUČAK.....	32
9	LITERATURA.....	33
10	DODATAK 1: Program.....	34

1. UVOD

Simulacija podmrežnih vertikalnih mešanja je važna komponenta i hemijskih i meteoroloških modela mreže tačaka. Glavni cilj kad su u pitanju mezo-razmerni hemijski modeli mreže tačaka je realistična simulacija transporta hemijskih elemenata koji se u atmosferi nalaze u tragovima, naročito tokom uslova slobodne konvekcije, na jednostavan i ekonomičan način. Zahtevi algoritma za vertikalno mešanje su strožiji kada se primenjuju u modelima atmosferske hemije nego kad se koriste u mezorazmernim meteorološkim modelima. U hemijskim modelima mogu se javiti jači gradijenti koncentracija hemijskih jedinjenja nego što su to obično gradijenti toplove, momenta količine kretanja ili vlage. Takođe se hemijski materijal može emitovati iz izvora na bilo kojoj visini unutar ili iznad planetarnog graničnog sloja, pa se mnogo različitih situacija disperzije mora simulirati hemijskim modelom. S druge strane, polja meteoroloških elemenata su od velikog značaja za modeliranje kvaliteta vazduha. Struktura i evolucija planetarnog graničnog sloja imaju veliki uticaj na dinamiku ozona O_3 i drugih fotohemijskih zagadivača. Tačna simulacija strukture planetarnog graničnog sloja zahteva parametrizaciju podmrežnih fizičkih procesa, naročito onih koji su odgovorni za realizovanje turbulentnih flukse toplove, vlage i momenta količine kretanja.

Kretanje u atmosferi je po svojoj prirodi turbulentno i odlikuje se potpunom haotičnošću. Za opisivanje takvog vida kretanja koristi se pristup po kom se trenutne vrednosti fizičkih veličina razlažu na osnovnu (srednju) vrednost i odstupanja od te vrednosti. Kada se ovakvo razlaganje primeni na sistem Navije-Stoksovih jednačina, mogu se dobiti posebno sistemi jednačina za srednje vrednosti i jednačina za odstupanja. U sistemu jednačina za srednje vrednosti javljaju se novi članovi zbog nelinearnosti početnih jednačina. Naime, primenjujući linearno razlaganje (Rejnoldsovo razlaganje) na nelinearne jednačine stvara se problem zatvaranja sistema. Broj nepoznatih veličina postaje veći od broja jednačina. Da bi se ovaj problem rešio koriste se šeme zatvaranja.



Slika 1.1⁽¹⁾: Prikaz vertikalnog mešanja: a) K šema- transport se odvija samo između susednih celija; b) Blakadareva šema- transport je simetričan; c) transilient šema- transport se odvija između svih celija međusobno i d) ACM- asimetričan transport

U planetarnom pograničnom sloju sa dobro razvijenom konvekcijom (konvektivni pogranični sloj) veličina vrtloga može da varira od sasvim male pa do veličine koja obuhvata čitav granični sloj. Ovakva raznovrsnost u veličinama vrtloga čini njihovu parametrizaciju veoma problematičnom. Efekti manjih vrtloga mogu se predstaviti jednostavnom šemom prvog reda koja se bazira na hipotezi o koeficientu razmene (tzv. K-teorija). Prema ovoj teoriji nepoznati turbulentni fluks neke veličine određuje se pomoću lokalnog gradijenta srednje vrednosti te veličine (slika 1.1a). Međutim, u konvektivnom pograničnom sloju dominantni su vrtlozi velikih razmara kojima se transport može vršiti kroz čitavu dubinu pograničnog sloja i često suprotno lokalnom gradijentu. U ovom slučaju potreban je drugačiji pristup, a to podrazumeava korišćenje nelokalnih šema zatvaranja. Nelokalnim zatvaranjem uzima se u obzir turbulentni transport vrtlozima čije razmere premašuju vrednosti vertikalnih koraka u mreži modela. Blakadar je 1978. godine razvio nelokalnu šemu zatvaranja za predstavljanje velikih konvektivnih vrtloga. Kod ove šeme uzlazni transport potiče iz prvog sloja i završava u svim slojevima iznad, a zatim se u vidu silaznog kretanja iz svih slojeva vraća natrag u prvi sloj (slika 1.1b). Roland Stul je 1984. godine predstavio teoriju pod imenom *transilient* turbulencija za objašnjenje mešanja vrtlozima različitih razmara. Naziv

transilient potiče od latinske reči koja znači *preskočiti*, što nagoveštava da se mešanje može odvijati između međusobno razdvojenih vertikalnih ćelija stuba vazduha. Mešanje se odvija između svih ćelija međusobno kao što je to prikazano na slici 1.c.

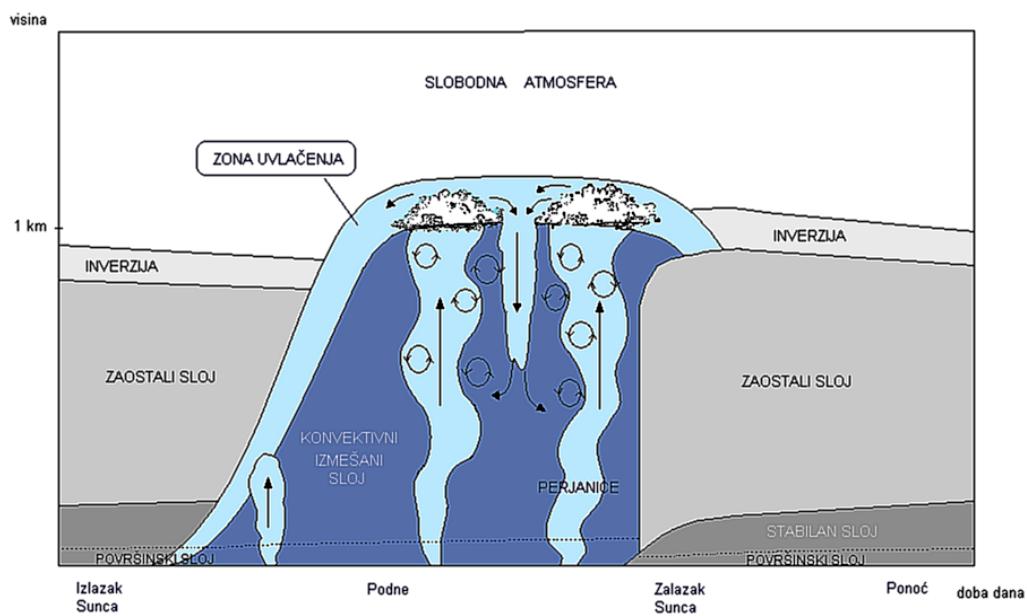
U ovom radu opisana je Asimetrična konvektivna šema ACM (*Asymmetrical Convective Model*- Asimetrični konvektivni model) koju su prvo bitno razvili Pleim i Chang 1992. godine. Osmotreno je da je vertikalno mešanje u konvektivnom pograničnom sloju asimetrično, što znači da se uzlazni i silazni transport razlikuju. ACM šema uzima u obzir upravo ovu činjenicu, za razliku od prethodnih šema. Vertikalno mešanje se u ovoj šemi predstavlja vrtlozima koji mogu imati različite razmere od sasvim malih pa do veličine čitavog konvektivnog sloja. Uzlazne struje vazduha su brze i uske tako da se smatra da se transport odvija iz prvog sloja u sve ostale slojeve direktno. Silazne struje su sporije i šire, a transport se odvija jedino iz sloja iznad u sloj ispod njega. Idući ka dole struje su sve šire i sve više mase se prenosi u sloj ispod. Ova šema važi jedino za konvektivni granični sloj dok se kod stabilnih i neutralnih slojeva mora koristiti neki drugi pristup, npr. hipoteza koeficijenta razmene (K-teorija). Za vreme stabilnih ili neutralnih uslova statičke stabilnosti razmer turbulentnog kretanja je mnogo manji od razmera srednjeg toka, tako da se takva situacija veoma dobro opisuje vrtložnom difuzijom. Tokom nestabilnih uslova dominantan razmer dužine vrtloga je mnogo veći, čak dostiže visinu konvektivnog graničnog sloja, stoga se u obzir mora uzeti i nelokalni transport. Postoji više prednosti ovakvog tretiranja turbulentne razmene. Šema je prvog reda što umanjuje potrošnju računskog vremena, a s druge strane realistično predstavlja procese turbulentne razmene. Važna osobina šeme je i mogućnost realističnog transporta materijala iz izvora na bilo kojoj visini što je veoma značajno kod hemijskih modela.

U Asimetričnoj konvektivnoj šemi vertikalni transport neke fizičke veličine ili materije predstavlja se matričnom jednačinom u kojoj su nepoznate veličine koeficijenti vertikalnog mešanja. Kod ove šeme se koeficijenti uzlaznog i silaznog mešanja razlikuju. Da bi se rešio problem zatvaranja treba odrediti uzlazne koeficiente turbulentnog mešanja, dok se silazni koeficijenti određuju iz zakona o održanju mase. Uzlazni koeficient Mu_1 parametrisan je na dva načina: preko turbulentne brzine e^* i preko fluksa osetne toplice H , kao što je objašnjeno kasnije u radu. Oba načina su upoređena za slučajevе kada je koeficient uzlaznog transporta konstantan i kada se menja sa visinom, a rezultati su prikazani grafičkim putem. Veza između uzlaznih i silaznih koeficijenata pronalazi se iz uslova o održanju mase u jednoj ćeliji stuba vazduha, za slučajevе konstantnog i promenljivog uzlaznog koeficijenta turbulentnog mešanja.

U ovom diplomskom radu je u kratkim crtama opisana celokupna teorija zatvaranja sistema jednačina, sa akcentom na nelokalnom zatvaranju kao pogodnom metodu za predstavljanje turbulentnog mešanja u konvektivnom pograničnom sloju. Zadatak rada je detaljno izvođenje jednačina za promenu koncentracije u vremenu pomoću asimetrične šeme i njihovo numeričko rešavanje, a zatim provera teorije numeričkom simulacijom. Struktura planetarnog graničnog sloja i njegove promene u toku dana opisane su u 2. glavi. U glavi br. 3 predstavljen je problem zatvaranja sistema jednačina i nabrojane su lokalne i neke nelokalne šeme kojima je moguće izvršiti zatvaranje, a koje su opisane detaljnije u 4. glavi. U ovoj glavi je uveden pojam fluksnog oblika vertikalnog mešanja kao metoda nelokalnog zatvaranja i opisane su dve nelokalne šeme koje se baziraju na ovom pristupu. Glava 5 predstavlja srž rada. Tu je opisana ACM šema, izvedene su prognostičke jednačine za koncentraciju za slučajevе konstantnog i promenljivog koeficijenta vertikalnog mešanja i izvedeni su elementi matrica koeficijenata. U 6. glavi je numeričkim putem rešen sistem jednačina, a u 7. glavi su prikazani rezultati numeričke simulacije. Fortranski program kojim su računate koncentracije ozona nalazi se u dodatku na kraju rada.

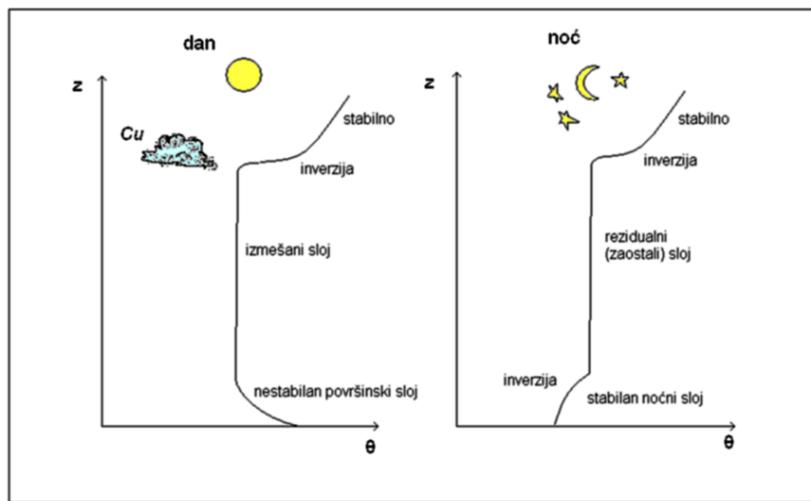
2. STRUKTURA PLANETARNOG GRANIČNOG SLOJA

Tropsosfera je najniži deo atmosfere visine od oko 10 km. Prema karakteristikama procesa koji se u njoj dešavaju, delimo je na planetarni granični sloj (PGS) i slobodnu atmosferu. Razlog postojanja graničnog sloja leži u činjenici da tlo ima velik uticaj na procese u donjem delu atmosfere do visine od oko 1 km. Sa površine zemlje se u atmosferu transportuju toplota, vodena para, jezgra sublimacije i kondenzacije; u najnižim slojevima atmosfere vetrar je pod uticajem orografije i stepena zagrejanosti tla. Osim što predstavlja izvor ili ponor količine kretanja, toplotne i vlage, važna karakteristika graničnog sloja je to što se u njemu odvija velika disipacija kinetičke energije atmosfere. Prema karakteristikama flukseva količine kretanja i toplotne u planetarnom graničnom sloju postoji nekoliko podslojeva. Uz samu čvrstu granicu postoji veoma tanak podsloj - viskozni sloj u kom je kretanje laminarno i gde se transport odvija putem molekularne difuzije. Iznad laminarnog nalazi se sloj hrapavosti. U ovom sloju su procesi snažno uslovjeni hrapavošću podloge, odnosno visinom hrapavih elemenata i njihovom prostornom raspodelom. Visina sloja hrapavosti zavisi i od brzine veta i stabilnosti atmosfere. U ovom sloju se transport odvija turbulentnom difuzijom. Zatim sledi površinski sloj koji čini oko 10% od ukupnog graničnog sloja. Ovaj sloj se odlikuje turbulentnim procesima malih razmara, a promene vertikalnih flukseva kroz sloj su manje od 10% pa se zbog toga često naziva i sloj konstantnog fluksa. Visina sloja varira od nekoliko metara pri stabilnoj stratifikaciji, pa do oko 50 m pri dobro izraženoj konvekciji. Ostali deo planetarnog graničnog sloja čini izmešani sloj. U njemu se razvija turbulentni transport većih razmara sa vrtlozima koji mogu da se prostiru kroz celu dubinu planetarnog graničnog sloja. Ovi vrtlozi uzrokuju vertikalno mešanje vazduha koji sa sobom nosi svoje fizičke osobine i primene u vidu raznih zagadivača. Zbog toga su u dobro razvijenom izmešanom sloju promene sa visinom termodinamičkih veličina i koncentracije primesa slabo izražene.



Slika 2.1: Promene planetarnog graničnog sloja u toku dana iznad kopna u polju visokog pritiska.

Na slici 2.1 prikazan je planetarni granični sloj u toku jednog dana pri uslovima visokog pritiska iznad kopna. Nakon izlaska Sunca počinje zagrevanje zemljine površine i naležućeg sloja vazduha usled čega donji sloj atmosfere postaje nestabilan. Nastaju termičke perjanice topljeg vazduha koje transportuju vlagu, toplotu i aerosole u vis. Perjanice se podižu i adijabatski šire dok se ne postigne temodinamička ravnoteža na vrhu planetarnog graničnog sloja. Konvektivno kretanje vazduha stvara intenzivno turbulentno mešanje. Kada stvaranje turbulencije usled potiska dominira u izmešanom sloju, on se naziva *konvektivni pogranični sloj*. Uzlazni transport u konvektivnom pograničnom sloju odvija se brzim i uskim strujama, dok su silazne struje sporije i šire.



Slika 2.2: Kvalitativni prikaz vertikalnog profila potencijalne temperature unutar PGSa.

Na vrhu konvektivnog pograničnog sloja vazduh iz slobodne atmosfere prodire ka dole zamenjujući onu količinu vazduha koja se podiže. Deo troposfere između najvišeg vrha termičke perjanice i najdubljeg dela vazduha iz slobodne atmosfere koji ponire naziva se *zona uvlačenja*. Izmešani sloj je pokriven inverzijom iznad koje je stratifikacija stabilna (slika 2.2). Granični sloj od sumraka do svitanja naziva se *noćni granični sloj*. Često se karakteriše stabilnim slojem koji se formira kada prestane sunčev zagrevanje, a radijaciono hlađenje i površinsko trenje stabilizuju najniži deo planetarnog graničnog sloja. Sa promenom površinskog fluenta topote, primarni izvor turbulentne kinetičke energije je otklonjen i turbulentacija se brzo rasipa. Tako nastaje *zaostali sloj* (ostatak dnevnog konvektivnog sloja). Na vrhu noćnog sloja nastaje inverzija.

2.1 Određivanje visine konvektivnog pograničnog sloja

Jedna od najznačajnijih karakteristika planetarnog graničnog sloja je njegova gornja granica čija se visina u jednoj tački prostora menja u zavisnosti od doba dana, godišnjeg doba i u zavisnosti od toga da li je podloga kopno ili more. Takođe i lokalne karakteristike mogu da utiču na razvoj pograničnog sloja: sastav podloge, prisustvo urbane sredine, itd.

Visina planetarnog graničnog sloja određuje se na sledeći način⁽¹³⁾:

$$h = \frac{Ri_c(u(h)^2 + v(h)^2)}{\frac{g}{T_0}(\theta_v(h) - \theta_s)}, \quad (2.1)$$

gde je Ri_c kritični *bulk* Ričardsonov broj za PGS, $u(h)$ i $v(h)$ su horizontalne komponente brzine na visini h , g/T_0 je parametar potiska, $\theta_v(h)$ je virtuelna potencijalna temperatura na visini h i θ_s je odgovarajuća temperatura vazduha blizu površine. Za nestabilne uslove θ_s je data kao

$$\theta_s = \theta_v(z_1) + C_0 \frac{w\theta_0}{w_s} \quad (2.2)$$

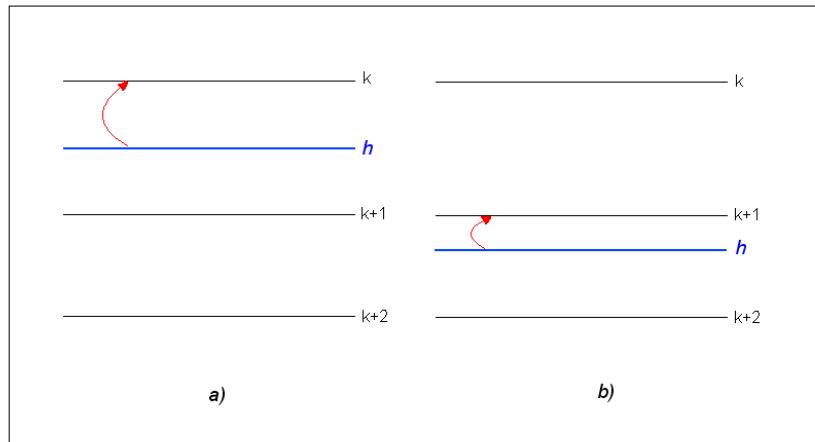
gde je $C_0 = 8,5$ ⁽⁵⁾, w_s je razmer brzine koji je definisan jednačinom (2.3), a $w\theta_0$ je kinematički površinski fluks topote. U ovoj jednačini $\theta_v(z_1)$ je virtuelna potencijalna temperatura na najnižem nivou modela.

Brzina w_s se parametriše na sledeći način:

$$w_s = (u_*^3 + c_1 w_*^3)^{1/3} \quad \text{i} \quad w_* = ((g/T)w\theta_0 L)^{1/3} \quad (2.3)$$

gde je u_* brzina trenja, w_* konvektivna brzina, L dužina Monina-Obuhova, a za c_1 koristi se vrednost 0,6.

Pomoću jednačine (2.1) visina planetarnog graničnog sloja može se računati iterativnim putem za sve uslove stabilnosti kada su površinski fluksevi i profili θ_v , u i v poznati. Prvo se računa bulk Ričardsonov broj Ri između površinskog nivoa sa θ_s i nivoa iznad njega. Kada Ri jednom dostigne kritičnu vrednost, vrednost za h se izvodi linearom interpolacijom između nivoa sa $Ri > Ri_c$ i nivoa ispod. Ako se dobijena visina razlikuje od vrednosti visine nivoa vertikalne mreže, što je najčešće slučaj, za istu se usvaja visina vertikalnog nivoa mreže na sledeći način: ako je h veće od visine nivoa označenog sa $k+1$, za njenu vrednost uzima se visina nivoa k (slika 2.3a), u suprotnom se usvaja vrednost visine nivoa $k+1$ (slika 2.3b). Za minimum visine h uzeta je vrednost od 100 m. Vrednost kritičnog bulk Ričardsonovog broja zavisi od vertikalne rezolucije modela. U ovom radu je uzeta vrednost od 0,25, što se inače predlaže za modele sa većom vertikalnom rezolucijom.



Slika 2.3: Šematski prikaz određivanja visine planetarnog graničnog sloja u numeričkoj ACM šemi*

Dužina Monina-Obuhova se računa na sledeći način:

$$L = - \frac{T_L u_*^3 \rho C_p}{kgH} \quad (2.4)$$

gde je T_L temperatura vazduha na najnižem nivou modela, C_p je specifični toplotni kapacitet suvog vazduha, ρ je gustina vazduha koja se dobija iz površinskog pritiska i temperature, k je Von Karmanova konstanta, a g je gravitaciono ubrzanje.

* Napomena: oznake nivoa na slici odgovaraju oznakama u numeričkoj šemi gde je prvi, donji nivo obeležen sa KK=16, a najviši nivo sa KK=1.

3. PROBLEM ZATVARANJA SISTEMA PROGNOSTIČKIH JEDNAČINA

Kretanje u planetarnom graničnom sloju je haotičnog karaktera i naziva se turbulentnim. Osnovni problem u teoriji turbulencije je konstruisanje jednačina koje opisuju ovaj vid kretanja. Rejnolds je predložio da se turbulentni tok razmatra kao složen fenomen sastavljen od srednjeg dela toka i haotičnog dela toka uz pretpostavku da su vremenski i prostorni razmeri srednjeg toka znatno veći od razmara haotičnog dela toka. Nakon uvođenja ovakvog razlaganja trenutnih vrednosti neke veličine na srednju vrednost i fluktuaciju, formiraju se jednačine koje opisuju njihovu promenu u vremenu i u prostoru. Kao posledica matematičke operacije razlaganja na srednje vrednosti i fluktuacije, u jednačinama za srednje vrednosti javljaju se novi članovi. Oni se nazivaju Rejnoldsovi naponi u jednačinama kretanja, odnosno Rejnoldsovi članovi kada se odnose na čitav sistem jednačina koji uključuje i termodinamičku jednačinu. Rejnoldsovi naponi predstavljaju priliv ili odliv količine kretanja u neku uočenu zapreminu zbog postojanja odstupanja (fluktuacija) u polju brzine. Uvođenjem Rejnoldsovih članova stvara se novi sistem u kom je broj nepoznatih veličina veći od broja jednačina. Ovaj problem zatvaranja uzrokovani je pokušajem da se nelinearan proces kao što je advekcija momenta količine kretanja, predstavi koristeći linearno razlaganje kao što je Rejnoldsovo.

3.1 Lokalno zatvaranje

Lokalno zatvaranje prvog reda zasniva se na pretpostavci da je turbulencija analogna molekularnoj difuziji. Sistem jednačina sastoji se od prognostičkih jednačina za srednje vrednosti (brzina veta, temperatura, specifična vlažnost, koncentracija trasera), a nepoznate članove u ovim jednačinama (Rejnoldsove članove) je potrebno na neki način odrediti. Na osnovu hipoteze o koeficijentu razmene, turbulentni fluks bilo koje veličine može da se izrazi preko gradijenta osnovne vrednosti te veličine i koeficijenta razmene (K-teorija ili vrtložna difuzija). Ova šema je prihvatljiva jedino za parametrizaciju turbulentnog transporta malim vrtlozima i nije uspešna kada postoje vrtlozi veći od vertikalnog koraka mreže kao što su u slučaju konvektivnog pograničnog sloja.

Sistem jednačina kod šeme zatvaranja $1\frac{1}{2}$ reda dobija se uprošćenjem kompletnih jednačina za turbulenciju drugog reda. Sistem se sastoji iz prognostičkih jednačina za srednje vrednosti promenljivih i jednačina za varijanse tih promenljivih. Umesto jednačina za varijansu komponenata brzine, često se koristi jednačina turbulentne kinetičke energije. Uključivanjem jednačina za varijanse povećan je broj nepoznatih veličina koje treba parametrizovati u poređenju sa zatvaranjem prvog reda. Ipak, postoji prednost u tome što se vrtložna difuzija može parametrizovati ne samo srednjim vrednostima već i turbulentnom kinetičkom energijom, skraćeno *tke*, i varijansom temperaturom koja karakteriše intenzitet turbulencije.

Mogu se formirati i komplikovaniji sistemi jednačina uključivanjem prognostičkih jednačina za Rejnoldsove napone, flukseve topote, kao i za varijansu potencijalne temperature. Pošto se formiraju jednačine za kvadratne članove, takav sistem se naziva sistemom drugog reda. U ovom sistemu kao nepoznate veličine javljaju se tenzori različitih redova koje je potrebno parametrizovati. Uvođenje dodatnih parametrizacija za članove trećeg reda i dodatan utrošak vremena pri numeričkom rešavanju čini ovu šemu nepraktičnom.

Ponekad se formiraju jednačine za trostrukе korelacije pa takve sisteme nazivamo sistemi trećeg reda.

3.2 Nelokalno zatvaranje

Integralno ili nelokalno zatvaranje osmišljeno je kako bi se izbegli nedostaci metoda vrtložne difuzije. Kod ovog pristupa zatvaranju sistema jednačina, turbulentni fluksevi se računaju kao funkcije gradijenata velikog razmara, a ne lokalnih gradijenata kao kod lokalne šeme prvog reda. U diskretnom nelokalnom modelu zatvaranja, mešanje se ne dešava samo između susednih slojeva modela već i između slojeva koji nisu međusobno susedni. Ovakvi modeli obično se primenjuju na konvektivne granične slojeve u kojima su lokalni gradijenti mali, a dužinski razmeri turbulentnih vrtloga često veći od vertikalnih koraka mreže modela. Glavni uzrok mešanja u konvektivnom pograničnom sloju su perjanice nastale zbog potiska koje potiču iz površinskog sloja i koje se podižu do vrha pograničnog sloja i ponekad prodiru u inverziju koja se nalazi iznad. Kao što je već rečeno, tokom ovakvih uslova K-šema je veoma neadekvatna.

Roland Stul je predstavio teoriju *transilient* turbulencije kod koje se problem zatvaranja svodi na rešavanje matrice koeficijenata mešanja. Nelokalno zatvaranje odnosi se na modele gde bar neki elementi van tridijagonale ove matrice nisu jednaki nuli. Elementi *transilient* matrice mogu se odrediti na različite načine. Što je više elemenata različitih od nule, složenije i zahtevnije će biti numeričko rešavanje. Stul i Driedonks⁽¹⁰⁾ predložili su pristup baziran na uprošćenom obliku jednačine za *tke* i došli su do zaključka da ovaj model realistično simulira i konvektivne i stabilne granične slojeve. Jedini nedostatak ovog pristupa je to što su svi elementi matrice različiti od nule što prouzrokuje veoma zahtevnu numeričku

integraciju.

Drugi pristup integralnom zatvaranju je određivanje posebne matrice za svaki sistem koji želimo da opišemo. Na primer, specifične matrice mogu se konstruisati za simuliranje mešanja u oblacima kumulusima ili za mešanje u konvektivnim graničnim slojevima. Na ovaj način će samo deo elemenata matrice biti različit od nule značajno smanjujući zahteve numeričke integracije. Glavno ograničenje ovog pristupa je to što se model može koristiti samo pod uslovima za koje je stvoren. Na primer, model stvoren za konvektivni granični sloj ne može se koristiti za stabilne granične slojeve ili za slobodnu troposferu. Stoga se često koriste hibridni modeli tako što se nelokalno zatvaranje koristi u konvektivnim graničnim slojevima, dok se za sve ostale uslove koristi npr. šema bazirana na K-teoriji.

4. ŠEME ZA TURBULENTNO MEŠANJE U KONVEKTIVNOM POGRANIČNOM SLOJU

Postoji više načina za parametrizaciju turbulentnog mešanja u konvektivnom pograničnom sloju. Ovde su opisane dve lokalne i tri nelokalne šeme. Suštinska razlika između ovih šema je način predstavljanja vrtloga kojima se odvija mešanje vazduha između ćelija u vertikalnom stubu vazduha. Kod lokalnih šema mešanje se odvija samo između susednih ćelija, dok se kod nelokalnih šema vazduh može transportovati preko većih razdaljina u vertikalnom pravcu. Na primer, u TTP šemi masa se može prenositi iz bilo kog sloja direktno u bilo koji drugi sloj u stubu vazduha. Nešto jednostavnija Blakadareva šema predstavlja mešanje vrtlozima koji potiču iz površinskog sloja i prenose određenu količinu vazduha u svaki sloj iznad, a uzlazni i silazni transport je simetričan.

4.1 Primeri lokalnih šema

4.1.1 Šema bazirana na K-teoriji (BKT)

Postoji nekoliko šema baziranih na K-teoriji u kojima se koriste različite teorije sličnosti. Pošto su to uglavnom slične formulacije ovde će biti opisana jedna koja se često koristi za predstavljanje turbulentnih procesa u površinskom sloju i sloju mešanja. Prethodna istraživanja pokazala su da ovaj tip formulacije može pružiti bolji prikaz procesa turbulentnog mešanja nego ostale formulacije K-teorije⁽¹⁾. Teorija sličnosti za površinu i granični sloj opisana je za različite režime stabilnosti u pograničnom sloju. Režim stabilnosti definisan je bezdimenzionalnim brojem z/L , gde je z visina iznad tla, a L je dužina Monina-Obuhova.

Bezdimenzijsne funkcije za vertikalni gradijent potencijalne temperature za površinski sloj izražene su na sledeći način:

$$\Phi_h = Pr_0 \left(1 + \beta_h \frac{z}{L}\right) \text{ za umereno stabilne uslove } (1 \geq z/L \geq 0) \quad (4.1)$$

$$\Phi_h = \left(1 - \gamma_h \frac{z}{L}\right)^{-1/2} \text{ za nestabilne uslove } (z/L < 0) \quad (4.2)$$

gde je Pr_0 Prandtlov broj za neutralnu stratifikaciju, a β_h i γ_h su koeficijenti ovih funkcija određeni eksperimentalnim putem. Takođe je uvedena i funkcija za veoma stabilne uslove ($z/L \geq 1$) da bi se proširila oblast u kojoj je primena teorije sličnosti u površinskom sloju moguća:

$$\Phi_h = Pr_0 \left(\beta_h + \frac{z}{L}\right) \quad (4.3)$$

Parametrizacija vrtložne difuzivnosti za površinski sloj je:

$$K_h = \frac{k u_* z}{\Phi_h(z/L)} \quad (4.4)$$

gde je u_* površinska brzina trenja.

Za ostatak planetarnog graničnog sloja (iznad površinskog sloja) parametrizacija je sledeća:

$$K_h = \frac{k u_* z (1 - z/h)^2}{\Phi_h(z/L)} \text{ za stabilne i neutralne uslove } (z/L \geq 0) \quad (4.5)$$

$$K_h = k w_* z \left(1 - \frac{z}{h}\right) \text{ za nestabilne uslove } (z/L < 0) \quad (4.6)$$

gde je k Von Karmanova konstanta, u^* je brzina trenja, h je dubina pograničnog sloja, a w^* je konvektivna brzina.

U slobodnoj atmosferi turbulentno mešanje parametruje se koristeći formulaciju u kojoj su koeficijenti vertikalne difuzivnosti funkcije Ričardsonovog broja i raspodele smicanja veta u vertikalnom pravcu. To se može napisati na sledeći način:

$$K_h = K_0 + S^2 \frac{Ri_c - Ri_B}{Ri_c} \quad (4.7)$$

gde je K_0 pozadinska vrednost ($1 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$), S je vertikalno smicanje vetra, Ri_c je kritični bulk Ričardsonov broj, a Ri_B je Ričardsonov broj definisan kao:

$$Ri_B = \frac{g}{\Theta_0 S^2} \frac{\Delta \Theta_k}{\Delta z_k} \quad (4.8)$$

U slučaju kada se računa koncentracija zagađivača, za bezdimenzionu funkciju profila koncentracije Φ_c prepostavlja se da je slična funkciji Φ_h . Nedostatak ove teorije je to što koeficijenti K veoma zavise od visine pograničnog sloja, koju je uglavnom teško odrediti sa velikom tačnošću.

4.1.2 TKE šema

Postoje razni oblici šema zatvaranja višeg reda koje se zasnivaju na korišćenju jednačine za turbulentnu kinetičku energiju, tke . Ovde će biti opisana tzv. $TKE-\varepsilon$ šema. U ovoj šemi koriste se prognostičke jednačine za eksplicitno računanje turbulentne kinetičke energije E i disipacije turbulentne kinetičke energije ε . Ova šema se naziva $1\frac{1}{2}$ šemom zatvaranja u kojoj se nepoznati članovi u prognostičkim jednačinama (turbulentni fluksevi momenta, topote, vlažnosti...) parametrišu preko lokalnih gradijenata dinamičkih i termodinamičkih veličina. Koeficijenti vertikalne vrtložne difuzivnosti računaju se iz odnosa E i ε na sledeći način:

$$K_m = \frac{c_2 E^2}{\epsilon} \quad (4.9)$$

$$\text{i } K_h = K_m \frac{\Phi_m(z/L)}{\Phi_h(z/L)} \quad (4.10)$$

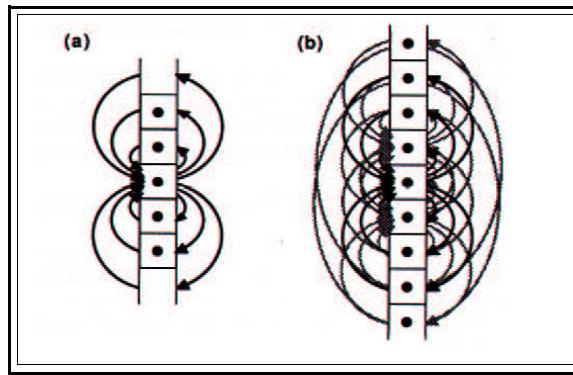
gde su K_m i K_h koeficijenti razmene za moment količine kretanja i topotu; Φ_m i Φ_h su bezdimenzione funkcije za moment količine kretanja i topotu; E i ε se dobijaju iz meteoroloških modela. Kada se K_h izračuna, hemijski fluksevi se modeluju koristeći metod sličnosti sa fluksom topote.

4.2 Fluksni oblik vertikalnog mešanja

Vertikalno mešanje može se predstaviti u fluksnom obliku na sledeći način:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = - \frac{\partial F}{\partial \sigma} \quad (4.11)$$

kada na tlu ne postoji izvor supstance čiju koncentraciju određujemo⁽²⁾. F je turbulentni fluks predstavljen preko generalizovane σ – koordinate. Da bi se sistem jednačina zatvorio, potrebno je odrediti ovaj fluks.



Slika 4.1⁽¹¹⁾ : Šematski prikaz transilient turbulencije:
a) ulazni i izlazni transport u jednoj ćeliji;
b) prikaz mešanja za tri uzastopne ćelije odakle može da se uoči kompleksnost šeme.

Ako turbulentnu razmenu mase predstavimo preko *transilient* parametrizacije, iznos turbulentnog mešanja neke promenljive veličine C za sloj k i za buduće vreme $t + \Delta t$ može se napisati kao:

$$C_k(t + \Delta t) = \sum_{j=1}^h q_{kj}(t, \Delta t) C_j(t) \quad (4.12)$$

gde su q_{kj} komponente *transilient* matrice, a indeksi k i j označavaju dve različite ćelije u stubu atmosfere unutar pograničnog sloja⁽¹¹⁾. Ako razmatramo turbulentno mešanje između slojeva k i j , q_{kj} predstavlja deo mase vazduha iz ćelije j koji dospe u ćeliju k . Ćelija k smatra se odredišnom, a ćelija j izvornom ćelijom. Tako promenu koncentracije nekog trasera C , koja je nastala zbog turbulentnog mešanja, za ćeliju k u intervalu vremena Δt jednostavno dobijamo množenjem matrice sa koncentracijom iz izvorne ćelije. *Transilient* matrično predstavljanje mešanja primenjivo je na bilo koji fizički proces koji uključuje razmenu mase između ćelija u stubu atmosfere.

Zahtev za održanjem mase postavlja ograničenje za koeficiente *transilient* matrice. Zbog zakona održanja mase vazduha, suma po j svih frakcija mešanja mora da bude jednaka jedinici:

$$\sum_{j=1}^h q_{kj}(t, \Delta t) = 1 \quad (4.13)$$

Takođe i suma po j svih *transilient* koeficijenata otežanih masenim odnosom, takođe mora biti jednaka jedinici:

$$\sum_{j=1}^h \frac{\Delta \sigma_k}{\Delta \sigma_j} q_{kj}(t, \Delta t) = 1 \quad (4.14)$$

gde $\Delta \sigma_k / \Delta \sigma_j$ predstavlja odnos mase izvorišne i odredišne ćelije.

Da bi teorija *transilient* turbulencije bila potpuna, koeficijente bi trebalo odrediti koristeći pogodnu parametrizaciju turbulentnog fluska. Pošto *transilient* matrica opisuje razmenu mase između ćelija, kinematički turbulentni fluksevi kroz površinu nivoa k , za vertikalne nivoe sa neuniformnim razmacima mreže⁽¹²⁾ za $2 \leq k \leq h$ mogu se izraziti kao:

$$F_k(t, \Delta t) = F_{k-1}(t, \Delta t) + \frac{\Delta \sigma_k}{\Delta t} \sum_{j=1}^h q_{kj}(t, \Delta t) [C_k(t) - C_j(t)] \quad (4.15)$$

a za $k=1$:

$$F_1(t, \Delta t) = \frac{\Delta \sigma_1}{\Delta t} \sum_{j=1}^h q_{1j}(t, \Delta t) [C_1(t) - C_j(t)] \quad (4.16)$$

Promena koncentracije za najniži sloj u modelu, uzimajući u račun i fluks depozicije, je:

$$\frac{\partial C_1}{\partial t} = -\frac{F_1 - F_s}{\Delta \sigma_1} = -\frac{v_d}{h_{dep}} C_1 - \sum_{j=1}^h \frac{q_{1j}(t, \Delta t)}{\Delta t} [C_1(t) - C_j(t)] \quad (4.17)$$

gde je F_s površinski fluks (fluks depozicije).

Transilient prikaz turbulencije je, kao što je pokazano u jednačini (4.17), eksplicitan izraz u kome veličine koeficijenata mešanja zavise od vremenskog koraka numeričke integracije. Koristeći Blakadarevu definiciju za m_{kj} , koji je frakcija razmene mase između dva sloja k i j po jedinici vremena, turbulentni fluksevi u datom vremenu t mogu se napisati kao:

$$F_k(t) = F_{k-1}(t) + \Delta \sigma_k \sum_{j=1}^h m_{kj}(t) [C_k(t) - C_j(t)] \quad (4.18)$$

gde je $m_{kj} = q_{kj}/\Delta t$ ⁽²⁾. Koristeći Krank-Nikolsonovu polu-implicitnu šemu:

$$y_i^{n+1} = y_i^n + \Delta t [\alpha f_i^n + (1-\alpha) f_i^{n+1}] \quad (4.19)$$

za koncentraciju u narednom vremenskom koraku $n+1$ dobijamo :

$$C_k^{n+1} = C_k^n - \frac{\Delta t}{\Delta \sigma_k} [\Phi(F_k^{n+1} - F_{k-1}^{n+1}) + (1-\Phi)(F_k^n - F_{k-1}^n)] \quad (4.20)$$

što kao rezultat daje opštu matričnu jednačinu:

$$AC^{n+1} = DC^n \quad (4.21)$$

Koeficijenti matrica A i D računaju se pomoću sledećih izraza:

$$a_{kk} = 1 + \Phi \Delta t \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^h m_{kj}; \quad a_{kj} = -\Phi \Delta t m_{kj} \quad (4.22)$$

$$d_{kk} = 1 - (1-\Phi) \Delta t \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^h m_{kj}; \quad d_{kj} = (1-\Phi) \Delta t m_{kj} \quad (4.23)$$

Ako je matrica A nesingularna, onda se opšti izraz za *transilient* turbulenciju može napisati kao:

$$C^{n+1} = A^{-1} DC^n \quad (4.24)$$

Veza između koeficijenata *transilient* matrice i iznosa razmene mase između čelija mreže pomalo je komplikovana za polu-implicitnu šemu. Polu-implicitna šema postaje atraktivna za algoritme zatvaranja sa retkom A matricom (tada inverzija matrice nije tako računski zahtevna) jer dozvoljava duže vremenske korake integracije nego eksplicitan metod. U nastavku su opisane nelokalne šeme atmosferske turbulencije u fluksnom obliku kao podskup opšteg *transilient* prikaza turbulencije. Šeme se bave problemom zatvaranja jednačina koji se svodi na određivanje elemenata matrice koeficijenata mešanja.

4.2.1 Transilient parametrizacija turbulencije (TTP)

Da bi se *transilient* turbulencija mogla koristiti za predstavljanje turbulentnog mešanja, potrebno je znati koeficijente razmene mase koji čine matricu. Jedan od načina za računanje ovih koeficijenata je preko turbulentne kinetičke energije⁽¹⁰⁾. Neka je S bilo koja promenljiva veličina, npr. potencijalna temperatura, horizontalna komponenta veta ili koncentracija nekog jedinjenja atmosfere. Nova vrednost za S , koja nastaje usled podmrežnog vertikalnog mešanja, za jednu ćeliju mreže u budućem vremenu $t + \Delta t$ može se napisati kao:

$$S_i(t + \Delta t) = \sum_{j=1}^N C_{ij}(t, \Delta t) S_j(t) \quad (4.25)$$

Ovo je jednačina (4.12) sa jedinom razlikom u oznakama. C se naziva *transilient* matricom, a i i j se odnose na dve različite ćelije u stubu atmosfere. Kao što je već objašnjeno, C_{ij} predstavlja deo mase vazduha koja stiže iz ćelije j u ćeliju i . Tako je promena veličine S zbog podmrežnog vertikalnog mešanja za ćeliju i , posle vremenskog intervala Δt , jednostavno množenje matrice C_{ij} sa vrednošću veličine S u izvorišnoj ćeliji. Nakon što se nepoznati članovi parametrišu preko horizontalne komponente veta i temperature, dobijaju se potencijali mešanja koji se obeležavaju sa Y . Tada se *transilient* matrica može izraziti na sledeći način:

$$C_{ij} = \frac{m_j Y_{ij}}{\|Y\|_\infty} \quad \text{za } i \neq j \quad (4.26)$$

gde je m_j masa vazduha u ćeliji j , a $\|Y\|_\infty = \max_i \sum_j m_j Y_{ij}$ je beskonačna norma matrice Y , $\max\{|Y|\}$. Dijagonalni elementi ($i=j$) *transilient* matrice mogu se izraziti u sledećem obliku:

$$C_{ii} = 1 - \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N C_{ij} \quad (4.27)$$

Kada se odrede elementi matrice C , vrednosti veličine S mogu se izračunati na osnovu jednačine (4.25).

4.2.2 Blakadareva šema

Ova šema, koju je prvi predstavio Blakadar 1978. godine, dugo je bila korišćena kao jedna od PGS šema u mezorazmernim meteorološkim modelima. To je jednostavna šema sa nelokalnim zatvaranjem, stvorena za simuliranje vertikalnog transporta velikim konvektivnim vrtlozima za vreme uslova slobodne konvekcije. Stoga se ova šema koristi jedino u konvektivnom graničnom sloju i mora biti uparena sa drugom šemom za nekonvektivne uslove i za uslove iznad graničnog sloja. Najčešće je to šema bazirana na K-teoriji.

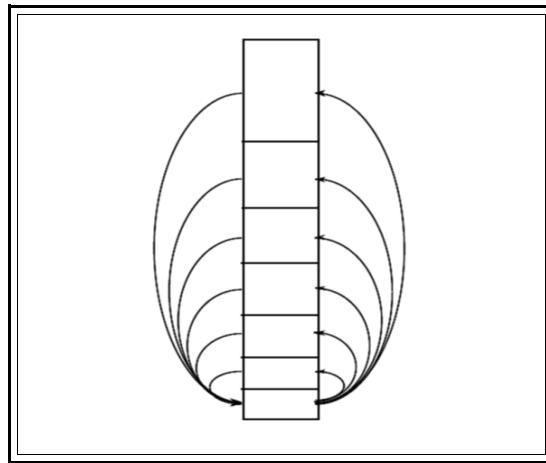
Uopšteno, algoritam za turbulentnu difuziju u fluksnom obliku za najniži sloj može se napisati kao:

$$\frac{\partial C_1}{\partial t} = - \frac{v_d}{h_{dep}} C_1 - \sum_{j=1}^h m_{1j}(t) [C_1(t) - C_j(t)] \quad (4.28)$$

i za $k > I$,

$$\frac{\partial C_k}{\partial t} = - \sum_{j=1}^h m_{kj}(t) [C_k(t) - C_j(t)] \quad (4.29)$$

gde je m_{kj} iznos razmene mase između dve ćelije u stubu atmosfere (unutar pograničnog sloja) po jedinici vremena.



Slika 4.2 Prikaz turbulentnog mešanja u Blakadarevoj šemi

Konvektivno mešanje je predstavljeno simetričnim vrtlozima različitih veličina koji potiču iz površinskog sloja (slika 4.2). Promena srednje potencijalne temperature uzrokovana razmenom mase u izmešanom sloju može se izraziti kao:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = M_u w(\sigma) (\Theta_{sfc} - \Theta) \quad (4.30)$$

gde je $w(\sigma)$ funkcija otežanja koja se uvodi zbog promene iznosa razmene mase sa visinom. Koeficijent razmene mase M_u može se odrediti na osnovu očuvanja energije, što zahteva da fluks topote na bilo kom nivou zadovoljava jednačinu:

$$H = H_{sfc} - M_u \int_{\sigma_{sfc}}^{\sigma} C_{pd} \rho (\Theta_{sfc} - \Theta) w(\sigma) J_{\sigma} d\sigma \quad (4.31)$$

gde je H_{sfc} fluks osetne topote iz površinskog sloja, a C_{pd} je specifična topota pri konstantnom pritisku. Kada se granica integracije proširi do vrha pograničnog sloja atmosfere, gde se prepostavlja da je H jednak nuli, možemo odrediti M_u :

$$M_u = H_{sfc} / \int_{\sigma_{sfc}}^{\sigma_h} C_{pd} \rho (\Theta_{sfc} - \Theta) w(\sigma) J_{\sigma} d\sigma \quad (4.32)$$

Obično se funkcija otežavanja $w(\sigma)$ aproksimira jediničnom vrednošću u izmešanom sloju. Po Blakadarevoj šemi se turbulentno mešanje za $k=1$ odvija u skladu sa jednačinom:

$$\frac{\partial C_1}{\partial t} = -\frac{v_d}{h_{dep}} C_1 - \sum_{j=1}^h M_u \frac{\Delta \sigma_j}{\Delta \sigma_1} [C_1(t) - C_j(t)] \quad (4.33)$$

a za $k>1$:

$$\frac{\partial C_k}{\partial t} = -M_u \frac{\Delta \sigma_1}{\Delta \sigma_k} [C_k(t) - C_1(t)] \quad (4.34)$$

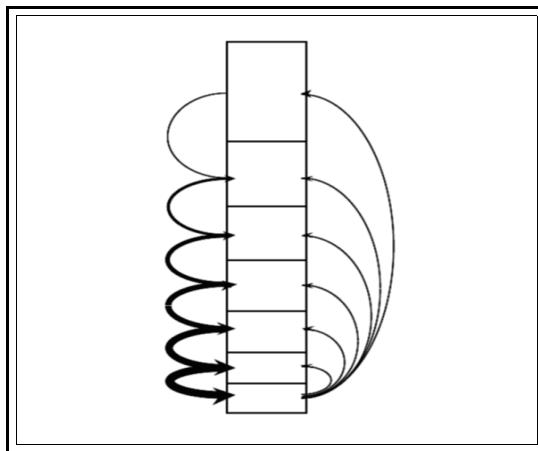
Matricu koeficijenata sada čine sledeći članovi:

$$m_{ij} = M_u \frac{\Delta \sigma_j}{\Delta \sigma_1} \quad m_{kl} = M_u \frac{\Delta \sigma_1}{\Delta \sigma_k} \quad (4.35)$$

dok su sve ostale komponente m_{kj} jednake nuli. Za razliku od TTP šeme matrica koeficijenata mešanja je retka, tj. elementi različiti od nule nalaze se jedino u prvoj koloni, u prvom redu i na dijagonalni matrice, što čini rešavanje jednačine (4.28) manje računski zahtevnim (ušteda računskog vremena). Glavni nedostatak ove šeme je identičnost uzlaznog i silaznog mešanja, što dovodi do nerealnog transporta materijala emitovanih iz izdignutih izvora. Ovaj nedostatak je manje važan kod meteoroloških modela gde je najvažniji zadatak za algoritam mešanja u graničnom sloju simulacija uzlaznih flukseva topote i vlage sa površine.

5. ASIMETRIČNA KONVEKTIVNA ŠEMA (ACM)

Jedna od osnovnih osobina konvektivnog graničnog sloja atmosfere je asimetričnost turbulentnog mešanja u vertikalnom pravcu. Ovde se pre svega misli na deo turbulentnog toka koji je nastao usled potiska. Uzlazne perjanice nastale usled potiska brzo se kreću u vis do vrha planetarnog graničnog sloja. Iz zone uvlačenja potiču silazne struje zbog forsiranja masom vazduha koji je dospeo gore. Silazne struje su široke i sporije. One prenose masu između susednih vertikalnih slojeva. Znači, uzlazni transport turbulentnim mešanjem je nelokalan, dok je silazni transport lokalnan. Na slici 5.1 prikazane su ove struje. Može se primetiti da je silazno strujanje lokalnog karaktera i da se iznos mase koja se prenosi povećava sa smanjenjem visine na kojoj se nivo nalazi. Ova osobina turbulencije potvrđena je osmatranjima i numeričkim simulacijama vrtloga velikih razmara⁽⁸⁾.



Slika 5.1: Šematski prikaz turbulentnog mešanja po ACM šemi

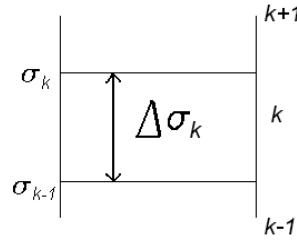
Zbog asimetričnog transporta u konvektivnom pograničnom sloju u modelima bi trebalo da se razlikuju simulacije za uzlazno i silazno mešanje. U asimetričnom konvektivnom modelu je ovo postignuto. Uzlazne struje su predstavljene razmenom mase iz prvog sloja uz površinu u sve ostale slojeve, s tim da se razlikuju dva posebna slučaja: kada je koeficijent uzlaznog mešanja nepromenljiv sa visinom i kada on varira. Silazno kretanje je predstavljeno u obliku subsidencije, sporog spuštanja vazduha, koja kompenzuje uzlazne struje. Ova šema takođe spada u grupu *transient* turbulencije i ograničena je jedino na uslove slobodne konvekcije. Da bi se obuhvatili uslovi stabilne i neutralne atmosfere potrebno je upariti ACM šemu sa nekom drugom šemom kojom se takvi uslovi mogu simulirati. Za te svrhe se uglavnom koristi šema bazirana na K-teoriji. Pristup asimetričnog konvektivnog mešanja jednako je računski jednostavan kao i Blakadarev model sa jedinom razlikom u simulaciji silaznog transporta. Matrica koju je potrebno rešiti radi zatvaranja sistema jednačina takođe je retka, sa elementima različitim od nule jedino u prvoj koloni i na dvema dijagonalama, što njenu inverziju čini prihvatljivom kada je u pitanju potrošnja računskog vremena.

Glavne jednačine za ACM izvedene su iz kontinuiteta mase na osnovu šeme prikazane na slici 5.1. Jednačine su izvedene za σ – koordinatni sistem, tako da je vertikalna koordinata proporcionalna masi. σ je definisano kao:

$$\sigma = \frac{P - P_{top}}{P_{surf} - P_{top}} \quad (5.1)$$

gde je P pritisak na nivou gde se σ računa, P_{surf} je pritisak na površini, a $P_{top}=10 \text{ kPa}$. Debljina σ sloja računa se na sledeći način:

$$\Delta\sigma_k = \sigma_k - \sigma_{k-1} \quad (5.2)$$



Slika 5.2: Debljina sigma sloja

σ_k se odnosi na gornju površinu sloja k (slika 5.2). Važno je primetiti da je $\Delta\sigma_k$ negativno, jer vrednost σ_k opada sa visinom.

5.1 Glavne prognostičke jednačine za asimetrično mešanje u konvektivnom pograničnom sloju

Turbulentno mešanje bilo koje dinamičke, termodinamičke promenljive ili koncentracije trasera u konvektivnom pograničnom sloju može se predstaviti preko flukseva mase, slično kao i u prethodno opisanoj Blakadarevoj šemi, sa razlikom u tome što maseni fluks u najniži sloj potiče jedino iz sloja iznad njega. Ova šema predstavljena preko izraza za *transient* turbulenciju može se napisati u sledećem obliku:

$$\frac{\partial C_k}{\partial t} = -m_{k,1}(C_k - C_1) - m_{k,k+1}(C_k - C_{k+1}) \quad (5.3)$$

Ova jednačina je podskup opšteg *transient* prikaza, gde su izostavljeni svi elementi matrice osim $m_{k,1}$ i $m_{k,k+1}$ elemenata. Polazeći od ovog izraza mogu se izvesti prognostičke jednačine za koncentraciju C za slučaj konstantnog i promenljivog uzlaznog koeficijenta mešanja Mu .

5.1.1 Izvođenje jednačina za slučaj kada je koeficijent Mu nepromenljiv sa visinom

Polazimo od jednačine (5.3). Kada u ovu jednačinu uvrstimo koeficijente uzlaznog i silaznog mešanja pomoću sledećih izraza: $m_{kl} = Mu_l \neq m_{lk}$; $m_{kl} + m_{k,k+1} = M_{dk}$ koji važe za slučaj kada je Mu konstantno sa visinom, dobija se sledeća jednačina:

$$\frac{\partial C_k}{\partial t} = -Mu_1 C_k + Mu_1 C_1 - (M_{dk} - Mu_1)(C_k - C_{k+1}) \quad (5.4)$$

Jednostavnim grupisanjem članova na sledeći način:

$$\frac{\partial C_k}{\partial t} = Mu_1 C_1 - M_{dk} C_k + (M_{dk} - Mu_1) C_{k+1} \quad (5.5)$$

i uvođenjem veze između koeficijenata M_{dk} i Mu_1 , koja će kasnije biti izvedena,

$$M_{dk} = Mu_1 + M_{d_{k+1}} \frac{\Delta\sigma_{k+1}}{\Delta\sigma_k} \quad (5.6)$$

dobija se jednačina koja važi za slojeve iznad površinskog sloja, tj. za $k > I$:

$$\boxed{\frac{\partial C_k}{\partial t} = Mu_1 C_1 - Md_k C_k + Md_{k+1} C_{k+1} \frac{\Delta \sigma_{k+1}}{\Delta \sigma_k}} \quad (5.7)$$

Istim postupkom se može izvesti jednačina za prvi sloj $k=I$ polazeći od:

$$\frac{\partial C_1}{\partial t} = -m_{11}(C_1 - C_1) - m_{12}(C_1 - C_2) \quad (5.8)$$

Prvi član u ovoj jednačini jednak je nuli. Uvođenjem koeficijenata vertikalnog mešanja:

$$m_{11} = Mu_1 \quad m_{11} + m_{12} = Md_1 \quad (5.9)$$

dobija se jednačina u sledećem obliku:

$$\frac{\partial C_1}{\partial t} = -(Md_1 - Mu_1)(C_1 - C_2) \quad (5.10)$$

Pošto je $Md_1 = Mu_1 + Md_2 \frac{\Delta \sigma_2}{\Delta \sigma_1}$, jednačina (5.10) postaje:

$$\frac{\partial C_1}{\partial t} = -Md_2 \frac{\Delta \sigma_2}{\Delta \sigma_1} (C_1 - C_2) \quad (5.11)$$

Ova jednačina se ne ostavlja u datom obliku već se prevodi u sledeći:

$$\boxed{\frac{\partial C_1}{\partial t} = \frac{-Mu_1(\sigma_h - \sigma_1)C_1 + Md_2 C_2 \Delta \sigma_2}{\Delta \sigma_1}} \quad (5.12)$$

s obzirom da se koeficijent Md_2 računa pomoću izraza:

$$Md_2 = \frac{Mu_1(\sigma_h - \sigma_1)}{\Delta \sigma_2} \quad (5.13)$$

Jednačina za najviši sloj u modelu dobija se uvrštavanjem koeficijenata:

$$m_{ktl} = Mu_1 \quad m_{ktl} + m_{kt, kt+1} = Md_{kt} \quad (5.14)$$

u jednačinu:

$$\frac{\partial C_{kt}}{\partial t} = -m_{ktl}(C_{kt} - C_1) - m_{kt, kt+1} C_{kt} \quad (5.15)$$

iz koje se jednostavnim postupkom dobija:

$$\boxed{\frac{\partial C_{kt}}{\partial t} = Mu_1 C_1 - Md_{kt} C_{kt}} \quad (5.16)$$

Zaključno sa ovom jednačinom obuhvaćeni su svi vertikalni slojevi modela za koje sada može da se izračuna vertikalni profil koncentracije nekog zagađivača ili profil neke termodinamičke veličine nakon određenog vremena u kom se odigralo vertikalno turbulentno mešanje.

5.1.2 Izvođenje jednačina za slučaj kada koeficijent Mu varira sa visinom

U slučaju promenljivog uzlaznog koeficijenta mešanja Mu_k jednačine za promenu koncentracije mogu se dobiti takođe polazeći od jednačine (5.3). Sada se koeficijenti uzlaznog i silaznog mešanja, za vertikalne nivoe $k>I$, na sledeći način uključuju u jednačinu (5.3):

$$m_{kl} = Mu_k \quad m_{kl} + m_{k,k+1} = Md_k \quad (5.17)$$

a veza između Mu_k i Md_k je data sledećom jednačinom:

$$Md_k = Mu_k + Md_{k+1} \frac{\Delta \sigma_{k+1}}{\Delta \sigma_k} \quad (5.18)$$

Dobija se prognostička jednačina u sledećem obliku:

$$\boxed{\frac{\partial C_k}{\partial t} = Mu_k C_1 - Md_k C_k + Md_{k+1} C_{k+1} \frac{\Delta \sigma_{k+1}}{\Delta \sigma_k}} \quad (5.19)$$

Za slučaj $k=I$ uvrštavanjem $m_{11} = Mu_1$, $m_{11} + m_{12} = Md_1$ umesto koeficijenata u jednačini:

$$\frac{\partial C_1}{\partial t} = -m_{11}(C_1 - C_1) - m_{1,2}(C_1 - C_2) \quad (5.20)$$

i korišćenjem veze:

$$Md_1 = Mu_1 + Md_2 \frac{\Delta \sigma_2}{\Delta \sigma_1} \quad (5.21)$$

dobija se:

$$\boxed{\frac{\partial C_1}{\partial t} = \frac{-Md_2 \Delta \sigma_2 C_1 + Md_2 \Delta \sigma_2 C_2}{\Delta \sigma_1}} \quad (5.22)$$

Jednačina za najviši sloj dobija se uvrštavajući $m_{ktl} = Mu_{kt}$, $m_{ktl} + m_{kt,kt+1} = Md_{kt}$ u sledeću jednačinu:

$$\frac{\partial C_{kt}}{\partial t} = -m_{ktl}(C_{kt} - C_1) - m_{kt,kt+1} C_{kt} \quad (5.23)$$

što kao rezultat daje:

$$\boxed{\frac{\partial C_{kt}}{\partial t} = Mu_{kt} C_1 - Md_{kt} C_{kt}} \quad (5.24)$$

5.2 Parametrizacija koeficijenta Mu_1

Uzlazni koeficijent mešanja Mu_1 iz prvog sloja u sve ostale slojeve za slučaj kada je on konstantan sa visinom ili iz prvog sloja u drugi sloj u slučaju kada je on promenljiv sa visinom u ovom radu je parametrisan na dva načina: preko turbulentne brzine e^* i preko osetne toplove H . Problem zatvaranja se svodi na određivanje turbulentne brzine ili na određivanje osetne toplove u zavisnosti od toga koji se metod parametrizacije uzlaznog koeficijenta mešanja koristi.

5.2.1 Parametrizacija Mu_1 preko turbulentne brzine e^*

Koeficijent uzlaznog turbulentnog mešanja Mu_1 određuje se iz odnosa dva razmera:

$$Mu_1 = \frac{\bar{e}^*}{h} \quad (5.25)$$

e^* je turbulentna brzina koja predstavlja razmer brzine, a h je visina pograničnog sloja koja predstavlja razmer dužine. Srednja turbulentna brzina određuje se iz profila tke u konvektivnom pograničnom sloju. Linearna kombinacija disipacije tke koja potiče od potiska i smicanja može adekvatno aproksimirati vertikalnu raspodelu $tke e(z)$. Profil tke može se izraziti na sledeći način⁽⁷⁾:

$$e(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{L_E}{h} \right)^{2/3} \left[0,4 w_*^3 + u_*^3 (h-z) \frac{\Phi_m}{kz} \right]^{2/3} \quad (5.26)$$

L_E je integralni razmer dužine za disipaciju: $L_E=2,6h$, a $\Phi_m=(1-15z/L)^{-1/4}$ je bezdimenzionalna funkcija za moment količine kretanja. Prvi član u zagradi sa desne strane predstavlja disipaciju turbulentne kinetičke energije stvorene usled potiska, a drugi član je disipacija tke nastale usled smicanja osnovne struje. Za određivanje vertikalno integriranog srednjeg razmera turbulentne brzine unutar konvektivnog pograničnog sloja koristi se izraz:

$$\bar{e}^* = \frac{1}{h} \int_0^h \sqrt{e(z)} \Psi_z dz \quad (5.27)$$

h je dubina pograničnog sloja, Ψ_z je funkcija vertikalnog profila za turbulentnu kinetičku energiju i dz je diferencijalna debljina sloja. Za računanje tke koristi se dijagnostički metod, stoga je prirodno smatrati da je dijagnostičko $e(z)$ funkcija oba razmera brzine i u^* i w^* . Turbulentna brzina koju treba da odredimo da bi sistem bio zatvoren određuje se kao kvadratni koren dijagnostičke tke blizu površine.

5.2.2 Parametrizacija Mu_1 preko osetne toplove H

Uzlazni koeficijent mešanja Mu_1 na osnovu ove parametrizacije određuje se pomoću sledeće jednačine:

$$Mu_1 = \frac{1}{h} \left[\frac{u_*^3}{u_*^3 + H/\rho} u_* + \frac{H/\rho}{u_*^3 + H/\rho} w_* \right] \quad (5.28)$$

gde je H fluks osetne toplove, a ρ je gustina vazduha. U ovom pristupu takođe je uzet u obzir uticaj oba člana zaslužnih za stvaranje turbulencije: smicanje osnovne struje i potisak.

5.2.3 Određivanje promenljivog uzlaznog koeficijenta mešanja Mu_k

Promena sa visinom koeficijenta uzlaznog mešanja Mu_k skalira se iznosom turbulentne kinetičke energije u sloju. Koristi se sledeća formulacija:

$$Mu_k = \frac{Mu_1}{\sum_{i=1}^h \Delta \sigma_i e_i} e_k \Delta \sigma_k \quad (5.29)$$

gde je e_k turbulentna kinetička energija u sloju k koja se određuje pomoću jednačine (5.26). Mu_1 se dobija parametrisacijom preko turbulentne brzine ili fluksa osetne toplove kao što je već objašnjeno.

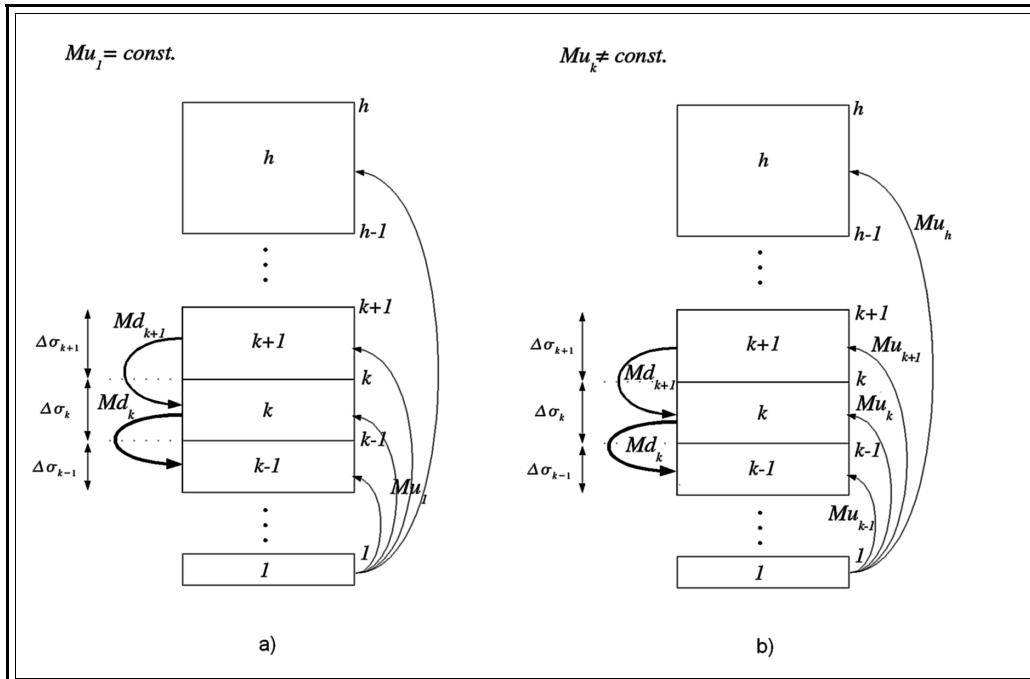
5.3 Određivanje koeficijenata silaznog mešanja Md_k

Veza između koeficijenta uzlaznog i silaznog mešanja u slučaju kada je uzlazni koeficijent konstantan može da se dobije na osnovu zakona o održanju mase u celiji stuba vazduha k . Sa slike 5.3a može da se vidi da je uslov za održanje mase:

$$Md_k \Delta \sigma_k = Mu_1 (\sigma_h - \sigma_{k-1}) \quad (5.30)$$

Masa vazduha koja se iz sloja k transportuje silaznim strujama u sloj $k-1$ mora biti jednaka masi vazduha koji dospeva u sloj k uzlaznom strujom iz prvog sloja i silaznom strujom iz sloja iznad. Odavde se koeficijent silaznog transporta može dobiti iz jednačine:

$$Md_k = \frac{Mu_1 (\sigma_h - \sigma_{k-1})}{\Delta \sigma_k} \quad (5.31)$$



Slika 5.3: Prikaz turbulentnog mešanja: a) za slučaj konstantnog koeficijenta uzlaznog mešanja ; b) za slučaj promenjivog koeficijenta uzlaznog mešanja. Transport mase u celiju k vrši se uzlaznom strujom iz prvog sloja i silaznom strujom iz celije iznad koju karakteriše koeficijent transporta Md_{k+1} . Izlazni transport vrši se u sloj $k-1$ strujom koja je karakterisana koeficijentom Md_k .

U slučaju promenljivog koeficijenta Mu_k zaključujemo da je (slika 5.3b):

$$Mu_k \Delta \sigma_k + Mu_{k+1} \Delta \sigma_{k+1} + Mu_{k+2} \Delta \sigma_{k+2} + \dots + Mu_h \Delta \sigma_h = Md_k \Delta \sigma_k \quad (5.32)$$

odnosno,

$$\sum_{i=k}^h Mu_i \Delta \sigma_i = Md_k \Delta \sigma_k \quad (5.33)$$

Koeficijenti Md_k mogu se dobiti na sledeći način:

$$Md_k = \frac{\sum_{i=k}^h Mu_i \Delta \sigma_i}{\Delta \sigma_k} \quad (5.34)$$

Ovaj izraz može da se napiše u drugačijem obliku ako iz zbiru izvučemo prvi član, tj. član uz koji stoji indeks k :

$$Md_k = \frac{\sum_{i=k+1}^h Mu_i \Delta \sigma_i + Mu_k \Delta \sigma_k}{\Delta \sigma_k} \quad (5.35)$$

a zatim iskoristimo jednačinu (5.33) u obliku:

$$\sum_{i=k+1}^h Mu_i \Delta \sigma_i = Md_{k+1} \Delta \sigma_{k+1} \quad (5.36)$$

dobija se veza između uzlaznih i silaznih koeficijenata:

$$Md_k = \frac{\Delta \sigma_{k+1}}{\Delta \sigma_k} Md_{k+1} + Mu_k \quad (5.37)$$

5.4 Kritični vremenski razmer

Tačnost ACM šeme zavisi od dužine vremenskog koraka u poređenju sa vremenskim razmerom mešanja. Kritičan vremenski razmer je vreme za koje se vazduh izmeša u najnižem sloju modela i računa se na sledeći način:

$$T = \frac{1}{Mu_1} \frac{\Delta \sigma_1}{(\sigma_1 - \sigma_h)} \quad (5.38)$$

Ovo vreme mešanja se za ostale slojeve u modelu povećava sa visinom sve dok u najvišem sloju ne postane jednostavno $T=1/Mu$. Zbog toga što uzlazni transport potiče iz prvog sloja, njegovo vreme mešanja je smanjeno odnosom dubine prvog sloja i dubine ostatka konvektivnog graničnog sloja iznad prvog sloja. Ako je vremenski korak veći od T algoritam može biti veoma netačan. Vremenski korak koji se koristi u ACM šemi je $0,5T$ radi veće sigurnosti⁽⁸⁾. U radu je za vremenski korak modela uzeta vrednost $720s$, a izračunate vrednosti vremena mešanja za različite uslove numeričke simulacije date su odeljku 7.

6. NUMERIČKO REŠAVANJE JEDNAČINA

U asimetričnom konvektivnom modelu za numeričko rešavanje prognostičkih jednačina, za uslove slobodne konvekcije, koristi se Krank-Nikolsonova polu-implicitna šema konačnih razlika:

$$y_i^{n+1} = y_i^n + \Delta t [\alpha f_i^n + (1-\alpha) f_i^{n+1}] \quad (6.1)$$

Ova šema ima prednost u tome što je stabilnija i tačnija od eksplisitne ili potpuno implicitne šeme. Praktično, polu-implicitna šema je tačnija od eksplisitne za vremenske korake koji su bliski granici stabilnosti pa dozvoljava korišćenje dužih vremenskih koraka što smanjuje vreme računanja. Nedostatak svih implicitnih tehnika je u tome što uključuju inverziju matrica što može biti veoma računski zahtevno. Ipak ako su matrice dovoljno retke, npr. tridiagonalne, račun je jednak prihvatljiv kao i eksplisitno rešavanje. Rešava se sledeća jednačina:

$$AC^{n+1} = D \quad (6.2)$$

gde je A *transilient* matrica koja sadrži koeficijente mešanja, a matrica D sadrži sve članove iz vremenskog koraka n . U razvijenom obliku jednačina izgleda ovako:

$$\begin{vmatrix} b_1 & c_1 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ a_k & \vdots & \vdots & b_k & c_k & \vdots \\ \vdots & 0 & 0 & 0 & \dots & c_{kt-1} \\ a_{kt} & \dots & 0 & 0 & 0 & b_{kt} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} C_1^{n+1} \\ C_2^{n+1} \\ \vdots \\ C_k^{n+1} \\ \vdots \\ C_{kt}^{n+1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_k \\ \vdots \\ d_{kt} \end{vmatrix} \quad (6.3)$$

6.1 Numeričko rešavanje za slučaj konstantnog koeficijenta Mu_1

Numeričko rešenje prognostičke jednačine (5.12) za prvi sloj $k=1$ je:

$$\begin{aligned} C_1^{n+1} = & C_1^n + \frac{\Delta t}{\Delta \sigma_1} \alpha [-Mu_1(\sigma_h - \sigma_1)C_1^n + M d_2 \Delta \sigma_2 C_2^n] + \\ & + \frac{\Delta t}{\Delta \sigma_1} (1-\alpha) [-Mu_1(\sigma_h - \sigma_1)C_1^{n+1} + M d_2 \Delta \sigma_2 C_2^{n+1}] \end{aligned} \quad (6.4)$$

gde je α implicitni parametar koji za korak centriran u vremenu ima vrednost $\alpha = \frac{1}{2}$. Koristeći vezu između koeficijenata u sledećem obliku:

$$M d_2 = \frac{Mu_1(\sigma_h - \sigma_1)}{\Delta \sigma_2} \quad (6.5)$$

i njenim uvrštanjem u jednačinu (6.4) dobija se sledeća jednačina:

$$\begin{aligned} C_1^{n+1} \left\{ 1 + \frac{\Delta t}{2 \Delta \sigma_1} M u_1 (\sigma_h - \sigma_1) \right\} - C_2^{n+1} \frac{\Delta t}{2 \Delta \sigma_1} M u_1 (\sigma_h - \sigma_1) &= \\ = C_1^n \left\{ 1 - \frac{\Delta t}{2 \Delta \sigma_1} M u_1 (\sigma_h - \sigma_1) \right\} + C_2^n \frac{\Delta t}{2 \Delta \sigma_1} M u_1 (\sigma_h - \sigma_1) \end{aligned} \quad (6.6)$$

iz koje možemo izdvojiti elemente matrica A i D . Elementi matrice A su b_I i c_I , a elementi matrice D je d_I . Element d_I se može izraziti preko elemenata matrice A :

$$b_1 = 1 + \frac{\Delta t}{2 \Delta \sigma_1} M u_1 (\sigma_h - \sigma_1) \quad (6.7)$$

$$c_1 = - \frac{\Delta t}{2 \Delta \sigma_1} M u_1 (\sigma_h - \sigma_1) \quad (6.8)$$

$$d_1 = C_1^n (2 - b_1) - C_2^n c_1 \quad (6.9)$$

Sa slojeve $k > 1$ rešenje jedančine (5.7) u konačnim razlikama je:

$$\begin{aligned} C_k^{n+1} &= C_k^n + \Delta t \alpha \left\{ M u_1 C_1^n - M d_k C_k^n + M d_{k+1} C_{k+1}^n \frac{\Delta \sigma_{k+1}}{\Delta \sigma_k} \right\} + \\ &+ \Delta t (1 - \alpha) \left\{ M u_1 C_1^{n+1} - M d_k C_k^{n+1} + M d_{k+1} C_{k+1}^{n+1} \frac{\Delta \sigma_{k+1}}{\Delta \sigma_k} \right\} \end{aligned} \quad (6.10)$$

Implicitni parametar je $\alpha = \frac{1}{2}$, a veze između koeficijenata su:

$$M d_k = \frac{M u_1 (\sigma_h - \sigma_{k-1})}{\Delta \sigma_k} \quad (6.11)$$

$$M d_{k+1} = \frac{M u_1 (\sigma_h - \sigma_k)}{\Delta \sigma_{k+1}} \quad (6.12)$$

što kao rezultat daje jednačinu:

$$\begin{aligned} C_1^{n+1} \left[-\frac{\Delta t}{2} M u_1 \right] + C_k^{n+1} \left[1 + \frac{\Delta t}{2} \frac{M u_1 (\sigma_h - \sigma_{k-1})}{\Delta \sigma_k} \right] + C_{k+1}^{n+1} \left[-\frac{\Delta t}{2} \frac{M u_1 (\sigma_h - \sigma_k)}{\Delta \sigma_k} \right] &= \\ = C_1^n \left[\frac{\Delta t}{2} M u_1 \right] + C_k^n \left[1 - \frac{\Delta t}{2} \frac{M u_1 (\sigma_h - \sigma_{k-1})}{\Delta \sigma_k} \right] + C_{k+1}^n \left[\frac{\Delta t}{2} \frac{M u_1 (\sigma_h - \sigma_k)}{\Delta \sigma_k} \right] \end{aligned} \quad (6.13)$$

iz koje dobijamo elemente:

$$a_k = - \frac{\Delta t}{2} M u_1 \quad (6.14)$$

$$\boxed{b_k = 1 + \frac{\Delta t}{2} \frac{Mu_1(\sigma_h - \sigma_{k-1})}{\Delta \sigma_k}} \quad (6.15)$$

$$\boxed{c_k = -\frac{\Delta t}{2} \frac{Mu_1(\sigma_h - \sigma_k)}{\Delta \sigma_k}} \quad (6.16)$$

$$\boxed{d_k = -C_1^n a_k + C_k^n [2 - b_k] - C_{k+1}^n c_k} \quad (6.17)$$

Za poslednji sloj $k=kt$ veza među koeficijentima je:

$$Md_{kt} = \frac{Mu_1(\sigma_h - \sigma_{kt-1})}{\Delta \sigma_{kt}} \quad (6.18)$$

što kad se uvrsti u jednačinu :

$$\begin{aligned} C_{kt}^{n+1} &= C_{kt}^n + \frac{\Delta t}{2} \left[Mu_1 C_1^n - \frac{Mu_1(\sigma_h - \sigma_{kt-1})}{\Delta \sigma_{kt}} C_{kt}^n \right] + \\ &\quad + \frac{\Delta t}{2} \left[Mu_1 C_1^{n+1} - \frac{Mu_1(\sigma_h - \sigma_{kt-1})}{\Delta \sigma_{kt}} C_{kt}^{n+1} \right] \end{aligned} \quad (6.19)$$

daje:

$$\begin{aligned} C_1^{n+1} \left[-\frac{\Delta t}{2} Mu_1 \right] + C_{kt}^{n+1} \left[1 + \frac{\Delta t}{2} \frac{Mu_1(\sigma_h - \sigma_{kt-1})}{\Delta \sigma_{kt}} \right] &= \\ = C_{kt}^n + \frac{\Delta t}{2} \left[Mu_1 C_1^n - \frac{Mu_1(\sigma_h - \sigma_{kt-1})}{\Delta \sigma_{kt}} C_{kt}^n \right] \end{aligned} \quad (6.20)$$

i elemente matrica :

$$\boxed{a_{kt} = -\frac{\Delta t}{2} Mu_1} \quad (6.21)$$

$$\boxed{b_{kt} = 1 + \frac{\Delta t}{2} \frac{Mu_1(\sigma_h - \sigma_{kt-1})}{\Delta \sigma_{kt}}} \quad (6.22)$$

$$\boxed{d_{kt} = -a_{kt} C_1^n + (2 - b_{kt}) C_{kt}^n} \quad (6.23)$$

6.2 Numeričko rešavanje za slučaj promenljivog koeficijenta Mu_k

Kada se Krank-Nikolsonova šema primeni na jednačinu (5.22) za sloj $k=1$ dobija se:

$$\begin{aligned} C_1^{n+1} &= C_1^n + \frac{\Delta t}{\Delta \sigma_1} \alpha [-Md_2 \Delta \sigma_2 C_1^n + Md_2 \Delta \sigma_2 C_2^n] + \\ &\quad + \frac{\Delta t}{\Delta \sigma_1} (1-\alpha) [-Md_2 \Delta \sigma_2 C_1^{n+1} + Md_2 \Delta \sigma_2 C_2^{n+1}] \end{aligned} \quad (6.24)$$

Grupisanjem članova uz C_1 i C_2 u vremenu $n+1$ sa leve strane jednačine i u vremenu n sa desne strane i zamenom parametra $\alpha = \frac{1}{2}$ dobija se jednačina:

$$\begin{aligned} C_1^{n+1} [1 + \frac{\Delta t}{2 \Delta \sigma_1} M d_2 \Delta \sigma_2] + C_2^{n+1} [-\frac{\Delta t}{2 \Delta \sigma_1} M d_2 \Delta \sigma_2] &= \\ = C_1^n [1 - \frac{\Delta t}{2 \Delta \sigma_1} M d_2 \Delta \sigma_2] + C_2^n [\frac{\Delta t}{2 \Delta \sigma_1} M d_2 \Delta \sigma_2] \end{aligned} \quad (6.25)$$

iz koje dobijamo elemente:

$$b_1' = 1 + \frac{\Delta t}{2 \Delta \sigma_1} M d_2 \Delta \sigma_2 \quad (6.26)$$

$$c_1' = -\frac{\Delta t}{2} \frac{M d_2 \Delta \sigma_2}{\Delta \sigma_1} \quad (6.27)$$

$$d_1' = C_1^n (2 - b_1') - C_2^n c_1' \quad (6.28)$$

Sličan postupak se primjenjuje na jednačinu (5.19) za slojeve $k > 1$:

$$\begin{aligned} C_k^{n+1} &= C_k^n + \Delta t \alpha \{ M u_k C_1^n - M d_k C_k^n + M d_{k+1} C_{k+1}^n \frac{\Delta \sigma_{k+1}}{\Delta \sigma_k} \} + \\ &+ \Delta t (1 - \alpha) \{ M u_k C_1^{n+1} - M d_k C_k^{n+1} + M d_{k+1} C_{k+1}^{n+1} \frac{\Delta \sigma_{k+1}}{\Delta \sigma_k} \} \end{aligned} \quad (6.29)$$

Takođe je implicitni parametar $\alpha = \frac{1}{2}$:

$$\begin{aligned} C_1^{n+1} [-\frac{\Delta t}{2} M u_k] + C_k^{n+1} [1 + \frac{\Delta t}{2} M d_k] + C_{k+1}^{n+1} [-\frac{\Delta t}{2} M d_{k+1} \frac{\Delta \sigma_{k+1}}{\Delta \sigma_k}] &= \\ = C_1^n [\frac{\Delta t}{2} M u_k] + C_k^n [1 - \frac{\Delta t}{2} M d_k] + C_{k+1}^n [\frac{\Delta t}{2} M d_{k+1} \frac{\Delta \sigma_{k+1}}{\Delta \sigma_k}] \end{aligned} \quad (6.30)$$

Iz prethodne jednačine sledi da su elementi matrica A i D :

$$a_k' = -\frac{\Delta t}{2} M u_k \quad (6.31)$$

$$b_k' = 1 + \frac{\Delta t}{2} M d_k \quad (6.32)$$

$$c_k' = -\frac{\Delta t}{2} M d_{k+1} \frac{\Delta \sigma_{k+1}}{\Delta \sigma_k} \quad (6.33)$$

$$d_k' = -C_1^n a_k' + C_k^n (2 - b_k') - C_{k+1}^n c_k' \quad (6.34)$$

Za najviši sloj u modelu $k=kt$ iz jednačine (5.24) primenom Krank-Nikolsonove šeme dobija se:

$$\begin{aligned} C_{kt}^{n+1} &= C_{kt}^n + \frac{\Delta t}{2} [Mu_{kt} C_1^n - Md_{kt} C_{kt}^n] + \\ &+ \frac{\Delta t}{2} [Mu_{kt} C_1^{n+1} - Md_{kt} C_{kt}^{n+1}] \end{aligned} \quad (6.35)$$

a nakon grupisanja članova:

$$\begin{aligned} C_1^{n+1} \left[-\frac{\Delta t}{2} Mu_{kt} \right] + C_{kt}^{n+1} \left[1 + \frac{\Delta t}{2} Md_{kt} \right] &= \\ = C_{kt}^n + \frac{\Delta t}{2} [Mu_{kt} C_1^n - Md_{kt} C_{kt}^n] \end{aligned} \quad (6.36)$$

Elementi koji se nalaze u poslednjem redu matrica A i D imaju sledeći oblik:

$$a_{kt}' = -\frac{\Delta t}{2} Mu_{kt} \quad (6.37)$$

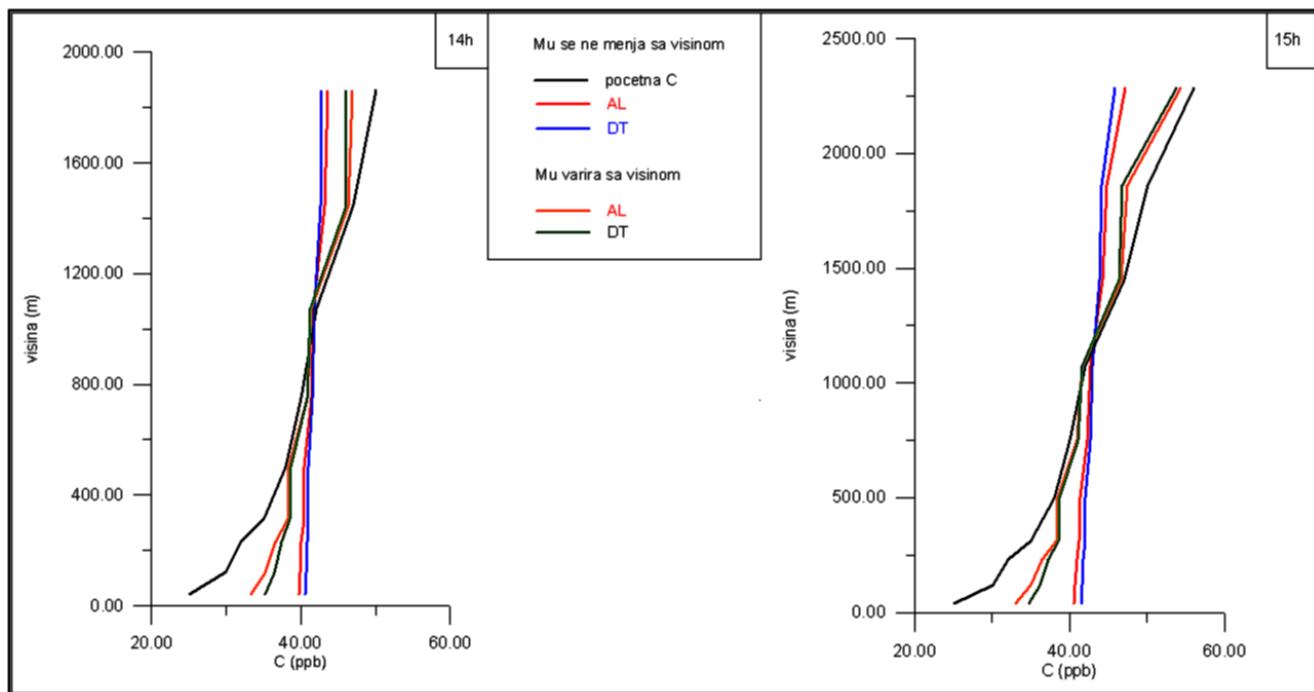
$$b_{kt}' = 1 + \frac{\Delta t}{2} Md_{kt} \quad (6.38)$$

$$d_{kt}' = -a_{kt}' C_1^n + (2 - b_{kt}') C_{kt}^n \quad (6.39)$$

7. REZULTATI NUMERIČKE SIMULACIJE

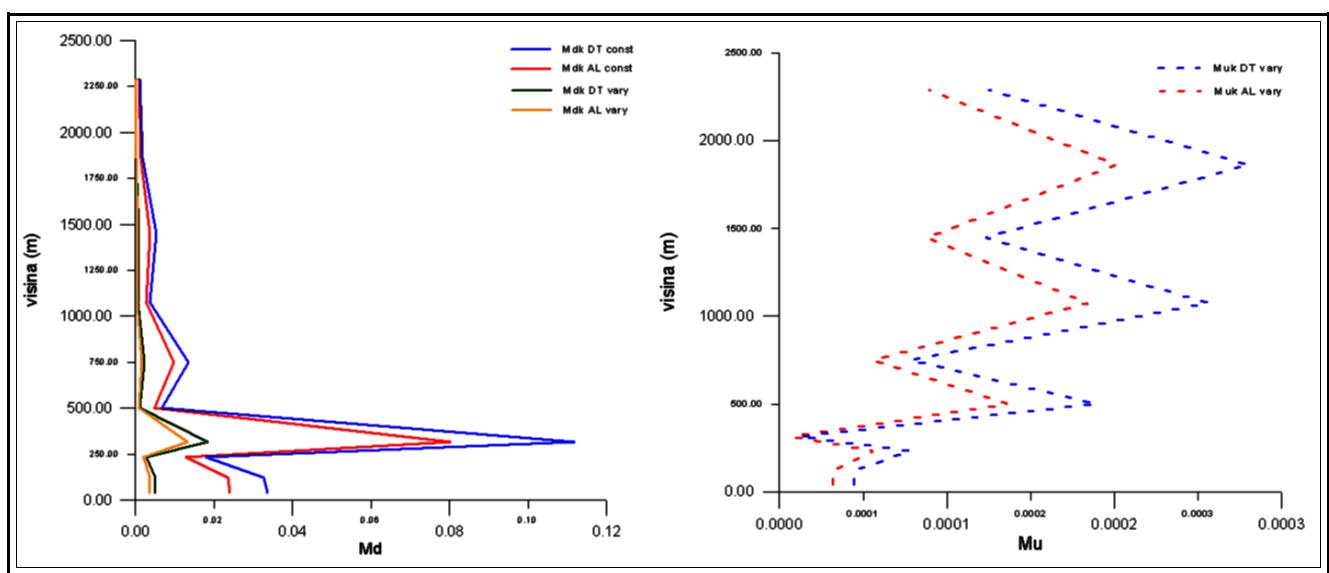
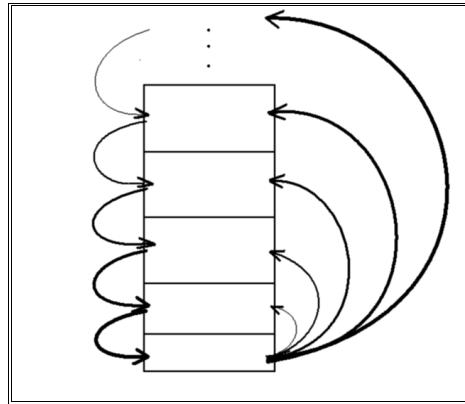
Pomoću ACM šeme simulirano je turbulentno mešanje koncentracije ozona u konvektivnom pograničnom sloju u jednoj tački horizontalne mreže. Troposferski ozon je sekundaran zagađivač jer nastaje fotohemijskim putem u atmosferi i stoga na vertikalni profil ozona utiču i fotohemija i turbulentni transport. Ovde fotohemija ozona nije uzeta u obzir, niti postoji izvor ozona pri tlu. Posmatrana je jedino promena njegovog profila usled konvektivnog mešanja.

Na slici 7.1 su nacrtani početni i izračunati profili koncentracije ozona O_3 , nakon jednog koraka mezorazmernog modela od 720s. Šema je puštana za uslove u 14h i u 15h. Četiri krive na grafiku nacrtane su posebno za parametrizaciju Mu_1 preko e^* i H i posebno za slučajeve kada je koeficijent uzlaznog mešanja konstantan sa visinom i kada je on promenljiv. Sa slike se vidi da je u slučaju konstantnog koeficijenta mešanja Mu_1 mešanje intenzivnije nego u slučaju promenljivog koeficijenta. Vrtlozi potiču iz prvog sloja i vrše transport jedinjenja i osobina vazduha u sve slojeve iznad u jednakom iznosu. Na slici 7.2a) prikazana je promena koeficijenta silaznog mešanja Md_k odakle može da se zaključi da se iznos transportovane mase povećava idući ka površini. Rezultat ovakvog turbulentnog transporta je dobro izmešan konvektivni sloj. U slučaju promenljivog uzlaznog koeficijenta Mu_k mešanje je slabije izraženo. Sa slike 7.2b) se vidi da uzlazni koeficijent mešanja raste sa visinom što se može protumačiti većim transportom koncentracije ozona u više slojeve. Lokalno silazno mešanje se odvija postepeno, sa koeficijentom koji je veći pri tlu nego na visini. Na slici 7.3 šematski je prikazano asimetrično konvektivno mešanje u slučaju promenljivog koeficijenta uzlaznog mešanja. Kao rezultat se dobija konvektivni sloj manje izmešan nego u prethodnom slučaju.



Slika 7.1: Vertikalni profili koncentracije ozona nakon primene asimetrične šeme. Na slici su prikazana oba slučaja parametrizacije preko e^* (Alapaty K.) što je označeno sa AL i preko H (Mihailović D.T.) označeno sa DT na slici. Takođe su prikazane krive posebno za konstantne i promenljive koeficijente uzlaznog mešanja Mu_k .

Što se tiče različitih parametrizacija koeficijenta Mu_1 primećuju se veoma male razlike u rezultatima. Konvektivno mešanje je nešto intenzivnije u slučaju parametrizacije preko fluksa osetne toplotne H .

Slika 7.2: a) Promena silaznog koeficijenta mešanja Md_k sa visinom; b) promena uzlaznog koeficijenta mešanja Mu_k sa visinom

Slika 7.3: Prikaz asimetričnog turbulentnog mešanja u slučaju promenljivog uzlaznog koeficijenta

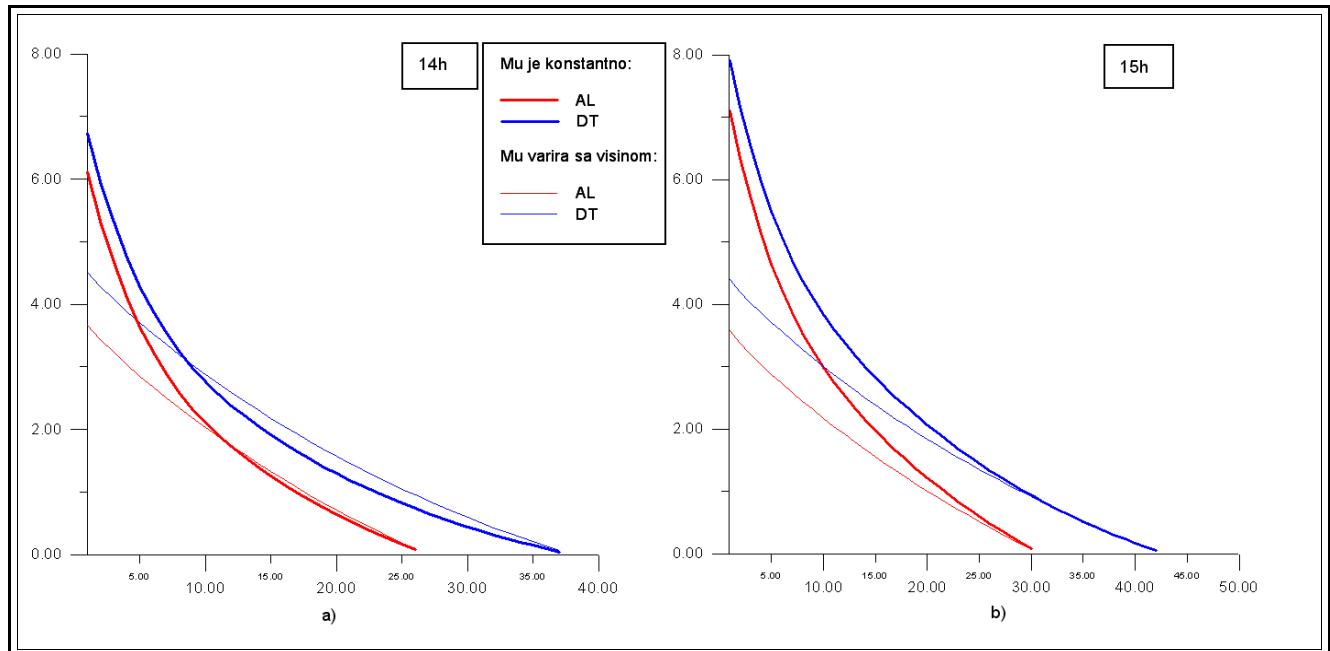
Vremenski korak ACM šeme ne sme biti duži od kritičnog vremena (vremena konvektivnog mešanja) koje se rašuna po formuli (5.39), dok je korak modela 720s. Iz odnosa koraka modela i vremena konvektivnog mešanja dobija se broj konvektivnih koraka. U tabeli 7.1 date su vrednosti uzlaznog koeficijenta mešanja iz prvog sloja, vremena konvektivnog mešanja i broj konvektivnih koraka za različite parametrizacije koeficijenta Mu_I .

Tabela 7.1:

parametrizacija Mu_I preko:	e^* (Alapaty K)	H (Mihailović D. T)
vrednost koeficijenta Mu_I	$0,88 \times 10^{-3}$	$1,23 \times 10^{-3}$
vreme konvektivnog mešanja	23,49	16,83
broj konvektivnih koraka	31	43

Za sva četiri slučaja simulacije izračunat je koren srednjeg kvadrata za svaki konvektivni korak. RMS (koren srednjeg kvadrata) je statistička mera veličine promenljivog kvantiteta. Računa se na sledeći način:

$$R(x) \equiv \sqrt{\langle x^2 \rangle} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}} \quad (7.1)$$



Slika 7.4: Koren srednjeg kvadrata zavisnosti od rednog broja konvektivnog koraka.

U slučaju promenljivog koeficijenta μ za mali redni broj konvektivnog koraka RMS ima znatno nižu vrednost u poređenju sa slučajem konstantnog koeficijenta uzlaznog mešanja. To znači da je mešanje snažnije u početnim koracima kada je koeficijent μ promenljiv, tako da bi se broj ukupnih konvektivnih koraka mogao smanjiti, a da rezultati budu prihvatljivi čime se doprinosi uštedi računskog vremena.

8. ZAKLJUČAK

Asimetrična konvektivna šema je nelokalan algoritam zatvaranja za simulaciju vertikalnog transporta u konvektivnom pograničnom sloju. Uzlazno mešanje je predstavljeno nelokalnim transportom što dobro opisuje brze uzlazne perjanice nastale usled potiska, dok se silazno mešanje odvija između susednih slojeva u vidu sporijih i širih struja. U ovoj šemi se vertikalno mešanje predstavlja preko flukseva mase između ćelija u subu atmosfere unutar planetarnog graničnog sloja. Vremenska promena osobina vazduha ili koncentracije nekog jedinjenja koje vazduh sadrži određuje se preko teorije o *transient turbulentcijski* gde koeficijenti mešanja za sve vertikalne slojeve čine matricu koeficijenata. Asimetrična šema je podskup ove opšte teorije sa matricom čiji su elementi različiti od nule nalaze na dve dijagonale i u prvoj koloni. Inverzija ovako retke matrice manje je računski zahtevna, a sa druge strane ovim pristupom može realistično da se predstavi turbulentno mešanje u konvektivnom pograničnom sloju. ACM šema spada u grupu hibridnih modela jer može da se koristi jedino za uslove slobodne konvekcije u dobro razvijenom konvektivnom graničnom sloju, dok se za ostale uslove moraju koristiti neke druge šeme zatvaranja.

Problem zatvaranja sistema, tj. odođivanje koeficijenata vertikalnog mešanja, rešen je na dva načina: parametrizacijom uzlaznog koeficijenta mešanja preko brzine trenja i preko fluksa osetne toploste. Ako se smatra da je uzlazni koeficijent mešanja konstantan, kao rezultat se dobija dobro izmešan pogranični sloj sa profilom koncentracije ozona koji se znatno razlikuje od početnog profila pre mešanja. Nakon skaliranja uzlaznog koeficijenta mešanja iznosom turbulentne kinetičke energije u sloju, rezultat turbulentnog mešanja je promena vertikalnog profila koncentracije u odnosu na početni profil koja je manje izražena nego u prethodnom slučaju. Takođe se mešanje u početnim konvektivnim koracima odvija znatno brže nego u slučaju konstantnog koeficijenta uzlaznog mešanja. Da bi se mogli uporediti ovi različiti pristupi problemu simuliranja turbulentnog mešanja potrebni su rezultati osmatranja ili izračunate vrednosti koncentracije ozona pomoću različitih šema zatvaranja. Ovde je opisana teorija asimetričnog konvektivnog mešanja i detaljno je prikazan algoritam numeričkog rešavanja prognostičkih jednačina kao jedan od načina kojim se može simulirati turbulentni transport u konvektivnom pograničnom sloju.

LITERATURA

1. Alapaty K., Pleim J. E., Raman S. and Niyogi D. S., Byun D. W. (1997) Simulation of atmospheric boundary layer processes using local- and nonlocal-closure schemes, *J. Appl. Meteor.* 36, 214-233.
2. Blackadar A. K., (1979) Modeling pollutant transfer during daytime convection, *Preprints, Fourth Symp. on Turbulence, Diffusion, and Air Pollution, Reno, NV, Amer. Meteor. Soc.*, 443-447.
3. Byun D. W., Young J., Pleim J., Odman M. T., Alapaty K. (1999) Numerical transport algorithms for the community multiscale air quality (CMAQ) chemical transport model in generalized coordinates, *Chapter 7, EPA/600/R-99/030*
4. Holtslag A. A. M., Boville B. A. (1993) Local versus nonlocal boundary-layer diffusion in a global climate model, *J. Climate*, 6, 1825-1842.
5. Holtslag A. A. M., de Bruijn E.I.F., Pan H. -L. (1990) A high resolution air mass transformation model for short-range weather forecasting, *Mon. Wea. Rev.* 118, 1561-1575.
6. Mihailović D. T. (2004) Development of diagnostic TKE (Turbulent Kinetic Energy) non-local schemes for applications in trace chemical transport in the EMEP5X5 model, *neobjavljeno*
7. Mihailović D. T., Jonson J. E. (2005) Implementation of a TKE scheme in the unified EMEP model, *Norwegian Meteorological Institute, report no. 5/2005, Air Pollution, ISSN:1503-8025*.
8. Pleim J. E., Chang J. S. (1992) A non-local closure model for vertical mixing in the convective boundary layer. *Atmos. Environ.* 26A, No. 6, 965-981.
9. Stull, Roland B. (1984) Transient Turbulence Theory. Part I: The Concept of Eddy- Mixing across Finite Distances, *J. Atmos. Sci.* 41, 3351–3367.
10. Stull R. B. and Driedonks A. G. M. (1987) Applications of the transient turbulence parametrisation to atmospheric boundary-layer simulations, *Boundary-Layer Met.* 40, 209-239.
11. Stull R. B. (1988) An Introduction to Boundary Layer Meteorology, *Kluwer Academic Publishers, Boston*.
12. Stull, R. B. (1993) Review of non-local mixing in turbulent atmospheres: Transient turbulence theory, *Bound.-Layer Meteor.* 62, 21-96.
13. Troen I., Mahrt L. (1986) A simple model of the atmospheric boundary layer; sensitivity to surface evaporation, *Boundary-Layer Met.* 37, 129-148.

DODATAK 1:

Program

```

!%%%%%%%%%%%%%%%
! Program koji racuna profil koncentracije ozona nakon
! vremenskog koraka hemijskog modela od 720s, u jednoj tacki
! mreze na 16 vertikalnih nivoa, koristeci ACM semu sa
! konstantnim i promenljivim uzlaznim koeficientma vertikalnog
! mesanja
!%%%%%%%%%%%%%%%

PROGRAM conozon
REAL ti,ui,vi,ustar,hflux,ps2,qi,pblh,cono3,z0,zeta
REAL b1,b2,b3,b4
INTEGER kika
DIMENSION ti(20),ui(20),vi(20),qi(20),cono3(20),zeta(21)
DIMENSION b1(20),b2(20),b3(20),b4(20)

!-----objasnjenje oznaka -----
ustar- brzina trenja
hflux- vertikalni fluks osetne toplove
pblh- visina planetarnog granicnog sloja
cono3- koncentracija ozona
z0- visina trenja
!-----

!-----kika=16           !sat=kika-1
!-----

!-----citanje vrednosti definisanih u jednoj tacki-----
OPEN(13,file="single.dat",status="old")
num=1
106 READ (13,2001,END=105) i1,a1,a2,a3,a4
2001 FORMAT(i2,f9.1,2f6.0,f5.2)
      b1(num)=a1
      b2(num)=a2
      b3(num)=a3
      b4(num)=a4
      num=num+1
      go to 106
105 CONTINUE
      num=num-1
      ustar=b4(kika)
      hflux=b3(kika)
      ps2 =b1(kika)
      pblh =b2(kika)
      z0   =0.1

!-----temperatura-----
OPEN(15,file="t15.dat",status="old")
num=16
206 READ (15,2002,END=205) i1,a1
2002 FORMAT(i5,f8.2)
      ti(num)=a1
      num=num-1
      go to 206
205 CONTINUE

!-----u komponenta brzine-----
OPEN(16,file="u15.dat",status="old")
num=16
306 READ (16,2003,END=207) i1,a1
2003 FORMAT(i5,f8.2)
      ui(num)=a1
      num=num-1
      go to 306
207 CONTINUE

!-----v komponenta brzine-----
OPEN(17,file="v15.dat",status="old")
num=16
307 READ (17,2003,END=208) i1,a1
      vi(num)=a1
      num=num-1
      go to 307
208 CONTINUE

!-----specificka vlastnost-----
OPEN(18,file="q15.dat",status="old")

```

```

num=16
308  READ (18,2004,END=209) i1,a1
2004  FORMAT(i5,e16.7)
      QI(num)=a1
      num=num-1
      go to 308
209  CONTINUE

!-----koncentracija (ppb) - 03-----
CONO3(16)=25.*1.e-09
CONO3(15)=30.*1.e-09
CONO3(14)=32.*1.e-09
CONO3(13)=35.*1.e-09
CONO3(12)=38.*1.e-09
CONO3(11)=40.*1.e-09
CONO3(10)=42.*1.e-09
CONO3(09)=47.*1.e-09
CONO3(08)=50.*1.e-09
CONO3(07)=56.*1.e-09
CONO3(06)=60.*1.e-09

!-----pozivanje procedure za ACM semu-----
CALL acm (cono3,ustar,ui,vi,ti,qi,hflux,ps2,pblh,zeta)
END

!%%%%%%%%%%%%%%%
!%potprogram acm sema%
!%%%%%%%%%%%%%%%

SUBROUTINE acm (cono3,UST_R,U1,V1,T1,Q1,H_FLUX,PS1,PBLH,P1)

IMPLICIT NONE

INTEGER K,K0,KLP1,KLM,NITER
INTEGER KCBL
INTEGER KK,M,N

REAL SZKM,ZREF
REAL CELL,DUM1,RPSB,ROVG
REAL RGAS,CP,KAPA,REFPR,XLATENT,PT,PRESS,TETAH
REAL KARM,_U_S,DTCN,OROVG
REAL GOTH,GRAV,PI,CKZ,FRACT1,FRACT2,APBL

PARAMETER (RGAS=287.0,CP=1004.,KAPA=RGAS/CP)
PARAMETER (XLATENT=2.54E+06,GRAV=9.8,ROVG=RGAS/GRAV,OROVG=1./ROVG)
PARAMETER (KK=16,KLP1=KK+1,KLM=KK-1)
PARAMETER (NITER=5,CKZ=0.001,SZKM=1600.,PI=3.14159250)
PARAMETER (M=5,N=5)

INTEGER IBLHT,KT,NCON,NC
REAL PBLHT,UST_R
REAL E(KK)
REAL INV1,SIGIN(KK+1),ZQ(KK+1),RICH(KK),AK(KK),BK(KK),CK(KK)
REAL FK(KK),WK(KK),DK(KK)
REAL DZQ(KK),DZA(KLM),MOL,RO_SUR,SIGH
REAL U1(KK),V1(KK),T1(KK),Q1(KK),PBLH
REAL P1(KK+1),P1_2(KK),PS1,SIGMAH(KK),H_FLUX
REAL DUMT(KK),Cozone(KK),cono3(kk)
REAL RIB(KK+1),WSTAR,DUMMY(KK),MU0
REAL DTMP,TOG,WSSQ1,WSSQ2,WSSQ,TCOMP,WSS,WST,md(50),mu(50)
REAL DUSQ,RI,RIC,DTHDZ,EFAC,razlika(50,50),rez(50),sumtke
REAL PART1,PART2,PKP1,FIND,PSIGH, matrica(50,50),suma(50)

REAL umu

DATA KARM/0.4/
DATA REFPR/1.0E+05/,RIC/0.25/

C   EMEP vertikalna raspodela
DATA SIGIN/0.00000, 0.25926,0.37663, 0.45940, 0.57618,0.65920,
*      0.72659, 0.75426,0.81639, 0.84380, 0.90070,0.91806,
*      0.96012, 0.96272,0.98010, 0.99000, 1.00000/
DATA PT/11200./

C-----promenljive u vremenu (t-1)-----!prihvaceno iz modela-----C
C-----vrednosti na sredini sigma slojeva-----C

DO K=1,KK
  SIGMAH(K)=0.50*(SIGIN(K+1)+SIGIN(K))
ENDDO

  do k=1,kk
    cozone(k)=cono3(k)
  enddo

```

```

do k=16,06,-1
    print *,cozone(k)*1.0 e+09,k
enddo
    print *," "
    print *," "

!-----Racunanje: visine sigma nivoa, visine sredine sigma slojeva-----C
!-----iznad povrsinskog nivoa i debeljine slojeva-----C

!      sigma nivo
ZQ(KLP1)=0.
P1(KLP1)=0.
ZQ(KLP1)=0.

DO K=KK,1,-1
DUM1=ZQ(K+1)
RPSB=1./(PS1-PT)
CELL=PT*RPSB
ZQ(K)=ROVG*T1(K)*ALOG((SIGIN(K+1)+CELL)*
                           1 / (SIGIN(K)+CELL))+DUM1
P1(K)=ZQ(K)
ENDDO

C      debeljina
DO K=1,KK
DZQ(K)=P1(K)-P1(K+1)
ENDDO

C      nivo sredine sigma sloja
DO K=1,KK
P1_2(K)=0.5*(P1(K)+P1(K+1))
ENDDO

C      debeljina
DO K=1,KLM
DZA(K)=P1_2(K)-P1_2(K+1)
ENDDO

!      upis pocetne koncentracije ozona u fajl ozi.dat
open (2,file="Oz1.dat",status="unknown")
do k=16,06,-1
    write (2,1111) cozone(k)*1.0e+09,P1_2(k)
1111    format (2f15.3)
enddo

C-----upis promenjivih U1, V1, T1, i Q1 u DUMU,v,t,q-----C
DO 9100 K=1,KK
U1(K)=AMAX1(ABS(U1(K)),0.01)
V1(K)=AMAX1(ABS(V1(K)),0.01)
DUMT(K)=T1(K)
9100 CONTINUE

C---- racunanje Monin-Obuhkov duzine (Garratt, 1994)-----C

ZREF=P1_2(KK)
UST_R=AMAX1(UST_R,0.01)
U_S=UST_R
RO_SUR=PS1/(RGAS*DUMT(KK))
INV1=-KARM*GRAV*H_FLUX/
                  (CP*RO_SUR*U_S*U_S*U_S*DUMT(KK))
MOL=1./INV1

DO K=1,KK
PRESS=(PS1-PT)*SIGMAH(K)+PT
DUMMY(K)=(REFPR/PRESS)**KAPA
ENDDO

DO K=1,KK
T1(K)=T1(K)*DUMMY(K)*(1.0+0.622*Q1(K))
ENDDO

C---- racunanje konvektivne brzine (wstar)-----C
TETAH=DUMT(KK)*DUMMY(KK)
RO_SUR=PS1/(RGAS*DUMT(KK))
WSTAR=GRAV*H_FLUX*PBLH/RO_SUR/CP/TETAH
WSTAR=WSTAR**0.3333

C---- pocetak dugacke petlje-----C
DO 9 K=1,KK
RIB(K) = 0.0
9 CONTINUE

PART1=UST_R*UST_R*UST_R
WST =AMAX1(WSTAR,1.0E-20)
PART2=0.6*WST*WST*WST
WSS =AMAX1(1.0E-4,(PART1+PART2))
WSS =EXP(0.333333*ALOG(WSS))

```

```

IF (H_FLUX.LT.0.0) THEN
TCNV=0.0
ELSE
C suprotni gradient (Holtslag et al. 1993)
TCNV=8.5*H_FLUX/RO_SUR/CP/WSS !konverzija u kinematicki fluks
ENDIF

DO 9000 K=KK,1,-1
DTMP=T1(K)-T1(KK)-TCNV
TOG=0.5*(T1(K)+T1(KK))/GRAV
WSSQ1=U1(K)*U1(K)
WSSQ2=V1(K)*V1(K)
WSSQ=WSSQ1+WSSQ2
WSSQ=AMAX1(WSSQ,1.0E-4)
RIB(K)=P1_2(K)*DTMP/(TOG*WSSQ)
IF(RIB(K).GE.RIC) GO TO 9001

9000 CONTINUE
9001 CONTINUE

C racunanje PBL visine po Holtslag et al. (1993)
PBLHT=0.
IF(K.NE.KK) THEN
    FRACT1=(RIC-RIB(K+1))/(RIB(K)-RIB(K+1))
    FRACT2=1.-FRACT1

    APBL=P1_2(K)*FRACT1
    PBLHT=APBL+P1_2(K+1)*FRACT2

    IF (PBLHT.GT.P1(K+1)) THEN
        KCBL=K
    ELSE
        KCBL=K+1
    ENDIF
ENDIF

EFAC=PBLHT-P1(KCBL+1)
EFAC=EFAC/(P1(KCBL)-P1(KCBL+1))
IBLHT=KCBL

IF(PBLHT.LT.P1(KK)) THEN
    PBLHT=P1(KK)
    IBLHT=KK
ENDIF

IF(PBLHT.LT.100.) THEN !Minimum visine PBL
    PBLHT=100.
PRINT *, "VERY LOW PBL HEIGHT ", "PBL= ", PBLHT
ENDIF

C----pronalazenje kriticnog Richardsonovog broja (Shir and Borestein, 1976)-C
DO K=2,IBLHT-1
RICH(K)=0.257*DZA(K)**0.175
ENDDO

C----racunanje turbulentne kinetičke energije E-----C
open (111,file="tke.dat",status="unknown")
DO 7500 K=IBLHT,KK
    IF(MOL.LT.0.0) THEN !nestabilni uslovi
        RI=(1.0-15.*P1_2(K)/MOL)**(-0.25)
        RI=RI/KARM/P1_2(K)
        RI=RI*AMAX1(0.0,PBLHT-P1_2(K))
        DTHDZ=RI*UST_R**3.
        GOTH=AMAX1(WSTAR,0.0)
        DUSQ =0.4*GOTH**3.
        RI=(DTHDZ+DUSQ)**(2./3.)
        E(K)=0.5*RI*(2.6)**(2./3.) !Moeng and Sullivan (1994)
        print*, e(k),k
        write (111,'(i5,F15.6)')k, e(k)
    ELSE
        RI=P1(K)/PBLHT !stabilni
        RI=(1.0-RI)
        RI=AMAX1(0.0,RI)
        RI=(1.0-RI)**1.75
        E(K)=6.*UST_R*UST_R*RI !Lenshow(1988)
    ENDIF
7500 CONTINUE

C uzlazni koeficient mesanja za najnizi sloj (Alapaty, 2003)
MU0=SQRT(E(KK))/PBLHT
print *, "Alapaty      ", MU0

c-----Uzlazni koeficient mesanja za najnizi sloj (D.T.Mihailovic)-----c
umu=ust_r**4./(ust_r**3.+H_FLUX/RO_SUR)
umu=umu+H_FLUX/RO_SUR*wstar/
* (ust_r**3.+H_FLUX/RO_SUR)

C MU0=umu/PBLHT

```

```

      print *, "D.T. Mihailovic      ", MU0

C
C-----podesavanje vrednosti za resavanje matricne jednacine A*C=F-----
C
      K0=KK                                ! najnizi nivo

C      racunanje sigma koordinate vrha sloja mesanja
      PKP1=PT+SIGIN(IBLHT+1)*(PS1-PT)
      FIND=ALOG(PKP1)-OROVG*(PBLHT-ZQ(IBLHT+1))/_
      *                                         DUMT(IBLHT)
      PSIGH=EXP(FIND)
      SIGH=(PSIGH-PT)/(PS1-PT)

C-----racunanje Crank-Nicholsonovih koefficienata-----
C
C      definisanje vremenskog koraka za resavanje matricne jednacine
C      (faktor 0.5 je uzet i razloga dodatne sigurnosti-Plein and Chang
      DTCN=0.5*(SIGIN(KK+1)-SIGIN(KK))/(SIGIN(KK)-SIGH)/MU0
      KT=IBLHT

C      Change later -----
      DO K=K0,KT,-1
          COZONE(K)=COZONE(K)*(PS1-PT)
      ENDDO
C-----NCON=NINT(12*60./DTCN)

      print *, "Convective time           ", dtcn
      print *, "Number of convective steps ", ncon

      open (117,file="mukalv.dat",status="unknown")
      open (118,file="mdkalv.dat",status="unknown")
      open (127,file="mdkdt.dat",status="unknown")

      DO NC=1,NCON          ! petlja za konvekciju

! @@@@@@@@@@@@@@@@@@@@Mu je konstantno sa visinom-----
! @@@@@@@@@@@@@@@@@@@@do k=K0,KT,-1
! @@@@@@@@@@@@@@@@@@@@MD(K)= mu0 *(sigin(kt)-sigin(k+1))/(sigin(k)-sigin(k+1))
! @@@@@@@@@@@@@@@@@@@@if (nc==ncon) then
! @@@@@@@@@@@@@@@@@@@@  WRITE (127,'(2F12.6)') md(k),P1_2(k)
! @@@@@@@@@@@@@@@@@@@@endif
! @@@@@@@@@@@@@@@@@@@@enddo

C      AK(K0) = 0.
C      BK(K0) = 1. + DTCN/2.*MU0
C      *          *(SIGIN(K0)-SIGIN(Kt))/(SIGIN(K0+1)-SIGIN(K0))
C      CK(K0) =     - DTCN/2.*MU0
C      *          *(SIGIN(K0)-SIGIN(Kt))/(SIGIN(K0+1)-SIGIN(K0))
C      DO K=K0-1,KT+1,-1
C          AK(K) =     - DTCN/2.*MU0
C          BK(K) = 1. + DTCN/2.*MU0
C          *          *(SIGIN(K+1)-SIGIN(Kt))/(SIGIN(K+1)-SIGIN(K))
C          CK(K) =     - DTCN/2.*MU0
C          *          *(SIGIN(K)-SIGIN(Kt))/(SIGIN(K+1)-SIGIN(K))
C      ENDDO
C      AK(KT) =     - DTCN/2.*MU0
C      BK(KT) = 1. + DTCN/2.*MU0
C      *          *(SIGIN(Kt+1)-SIGIN(Kt))/(SIGIN(Kt+1)-SIGIN(Kt))
C      CK(KT) = 0.

! -----Mu varira sa visinom-----
! @@@@@@@@@@@@@@@@@@@@racunanje sume tke-----
! -----sumtke=0.
do k=K0,KT,-1
sumtke=sumtke+(E(k) *(sigin(k)-sigin(k+1)))
enddo
! -----racunanje koefficienata Mu(k)-----
do k=K0,KT,-1
mu(k)= mu0*E(k)*(sigin(k)-sigin(k+1))/(sumtke)
if (nc==ncon) then
    print*, mu(k)
    WRITE (117,'(2F12.6)') mu(k),P1_2(k)
endif
enddo
! -----racunanje koefficienata Md(k)-----
do k=KT,K0
MD(k)= mu(k) + md(k-1)*(sigin(k)-sigin(k-1))/(sigin(k+1)-sigin(k))
if (nc==ncon) then
    WRITE (118,'(2F12.6)') md(k),P1_2(k)
endif
enddo

```



```

razlika(nc,k)=(ABS(matrica(nc,k)-matrica(ncon,k)))**2
suma(nc)=suma(nc)+razlika(nc,k)

      ENDDO
      rez(nc)=SQRT (suma(nc)/9)
!
      WRITE (113,'(9F12.6)') suma(k)
      WRITE (114,'(i5,F12.6)') nc,rez(nc)

ENDDO

!-----u odnosu na prvi konvektivni korak-----
!
!      DO NC=2,NCON
!          suma(nc)=0.
!      DO   K=K0,KT,-1
!
!          razlika(nc,k)=(ABS(matrica(nc,k)-matrica(1,k)))**2
!          suma(nc)=suma(nc)+razlika(nc,k)
!
!          ENDDO
!          rez(nc)=SQRT (suma(nc)/9)
!
!          WRITE (113,'(9F12.6)') suma(k)
!          WRITE (114,'(i5,F12.6)') nc,rez(nc)
!
ENDDO

RETURN
END

```

Kratka biografija



Mirjana Sakradžija je rođena 14. septembra 1981. godine u Bačkoj Topoli. Završila je Osnovnu školu „Nikola Tesla” i Gimnaziju opšteg smera „Dositej Obradović” u Bačkoj Topoli. Prirodno-matematički fakultet u Novom Sadu, smer Fizika, meteorologija i modeliranje životne sredine, upisala je 2000. godine.

UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET

KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA

Redni broj:

RBR

Identifikacioni broj:

IBR

Tip dokumentacije:

TD

Tip zapisa:

TZ

Vrsta rada:

VR

Autor:

AU

Mentor:

MN

Naslov rada:

NR

Jezik publikacije:

JP

Jezik izvoda:

JI

Zemlja publikovanja:

ZP

Uže geografsko područje:

UGP

Godina:

GO

Izdavač:

IZ

Mesto i adresa:

MA

Fizički opis rada:

FO

Naučna oblast:

NO

Naučna disciplina:

ND

Predmetna odrednica/ ključne reči:

PO

UDK

Čuva se:

ČU

Važna napomena:

VN

Izvod:

IZ

Asimetrična konvektivna šema je nelokalna šema zatvaranja za vertikalno mešanje u konvektivnom pograničnom sloju. Bazirana je na konceptu asimetričnosti vertikalnog mešanja. Pomoću ove šeme izračunat je vertikalni profil koncentracije ozona nakon jednog koraka modela od 720 s za različite načine parametrizacije uzlaznog koeficijenta mešanja i za slučajeve kada je koeficijent konstantan i promenljiv sa visinom.

Datum prihvatanja teme od NN veća:

DP

Datum odbrane:

DO

Članovi komisije:

KO

Predsednik:

Dr Milan Pantić, vanr. profesor PMF

član:

Dr Darko Kapor, redovni profesor PMF

član:

Dr Dragutin Mihailović, red. profesor Poljoprivrednog fakulteta, Novi Sad

član:

Dr Borivoj Rajković, vanr. profesor Fizičkog fakulteta, Beograd

UNIVERSITY OF NOVI SAD
FACULTY OF SCIENCE AND MATHEMATICS

KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number:

ANO

Identification number:

INO

Document type:

DT

Monograph publication

Type of record:

TR

Textual printed material

Content code:

CC

Final paper

Author:

AU

Mirjana Sakradžija

Mentor/comentor:

MN

Darko Kapor, Ph.D

Title:

TI

Asymmetrical Scheme for the Convective Boundary Layer with constant
and varying Vertical Mixing Coefficient

Language of text:

LT

Serbian (Latin)

Language of abstract:

LA

English

Country of publication:

CP

Serbia and Montenegro

Locality of publication:

LP

Vojvodina

Publication year:

PY

2006

Publisher:

PU

Author's reprint

Publication place:

PP

Faculty of Science and Mathematics, Trg Dositeja Obradovića 4, Novi Sad

Physical description:

PD

8/37/0/1/10/3/1

Scientific field:

SF

Physics

Scientific discipline:

SD

Meteorology

Subject/ Key words:

SKW

Asymmetrical convective scheme, turbulent vertical mixing, non-local
closure

UC

Holding data: Library of Department of Physics, Trg Dositeja Obradovića 4

HD

Note:

None

N

Abstract:

AB

Asymmetrical Convective Scheme is a non-local closure scheme for
vertical mixing in Convective Boundary Layer. It is based on the concept

that vertical mixing within CBL is asymmetrical. Using this scheme vertical

ozone concentration profile after one model step of 720 s is obtained for

different manners of upward mixing coefficient parametrization for both

cases when the coefficient is constant and when it varies with height.

Accepted by the Scientific Board:

ASB

Defended on:

DE

Thesis defend board:

DB

Dr Milan Pantić, Associate Professor

President:

Dr Darko Kapor, Professor

Member:

Dr Dragutin Mihailović, Professor

Member:

Dr Borivoj Rajković, Associate Professor