

UNIVERZITET U NOVOM SADU  
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
KATEDRA ZA FIZIKU

MILLIKAN - OV OGLEĐ

- diplomski rad -

Rod je branjen 12.2.1973.

Izrodo rođa: ♀ (deret)

Odboru rođa: ♀ (deret)

Ufut

Mentor:

Dr. Ivan Janić

Kandidat:

Mirjana Malčić

Novi Sad 1973

Najtoplje se zahvaljujem vanrednom profesoru  
Dr. Ivanu Janiću na svesrdnoj pomoći.



## S A D R Ž A J

	strana
UVOD -----	1
T E O R I J S K I   D E O	
I. ATOMSKA PRIRODA ELEKTRICITETA	
I.1. Millikan-ov ogled -----	6
I.2. Naelektrisanje provodnika i izolatora -----	12
I.3. Mehanizam promene naelektrisanja kapljice -----	15
I.4. Kinetička energija molekula u termičkom kretanju -----	16
I.5. Pozitivno i negativno elementarno naelektrisanje je jednako -----	18
II. TAČNO IZRAČUNAVANJE VREDNOSTI ELEMENTARNOG NAELEKTRISANJA	
II.1. Neprimenjivost Stokes-ovog zakona -----	19
II.2. Izračunavanje poluprečnika kapljice -----	20
II.3. Odredjivanje vrednosti $e_0$ i $A$ -----	22
II.4. Metoda odredjivanja najtačnije vrednosti elementarnog naelektrisanja -----	28
E K S P E R I M E N T A L N I   D E O	
1. Opis aparature i način rada -----	34
2. Eksperimentalni rezultati i njihova obrada -----	38
ZAKLJUČAK -----	49
LITERATURA -----	50



## U V O D

Još su stari Grci primetili da protrljan čilibar privlači lake predmete. Sama reč elektron na grčkom znači čilibar, a nanelektrisan bi doslovno značilo načilibarisan. Gilbert, hirurg kraljice Elizabeth-e otkrio je 1600. godine da staklena šipka i još dvadesetak tela se ponašaju isto kao čilibar. U Francuskoj je 1733. godine primećeno da se vosak za pečačenje, protrljan mačjim krznom, ponaša slično kao staklena šipka. Međutim on privlači svako nanelektrisano telo koje staklena šipka odbija, a odbija svako nanelektrisano telo koje staklena šipka privlači. Du Fay je razlikovao prema tome dve vrste elektriciteta, koje je nazvao "staklasti" i "smolasti". Oko 1747. godine Franklin uvodi za ove dve vrste elektriciteta nazine "pozitivan" i "negativan". Proizvoljno je uzeto da je svako telo pozitivno nanelektrisano ako ga odbija staklena šipka protrljana svilom, a negativno nanelektrisano ako ga odbija vosak za pečačenje, protrljan mačjim krznom. Faraday je 1837. godine utvrdio da kada se staklo trljanjem svilom pozitivno nanelektriše, svila prima u istoj količini negativno nanelektrisanje. Uopšte, pozitivno i negativno nanelektrisanje uvek se pojavljuje istovremeno i u tačno jednakim količinama.

Sve ovo dosad su bila samo zapažanja, ali nije još postojala nikakva teorija. Prva teorija o elektricitetu bila je jedno-fluidna teorija, nastala 1750. godine. Prema njoj Franklin je predpostavio da u sastav celokupne materije ulazi nešto što je on nazvao električnim fluidom ili "električnom vatrom". Višak iznad normalne količine manifestuje se kao pozitivan elektricitet, a manjak kao negativan elektricitet.

Drugu teoriju o elektricitetu, tzv. dvo-fluidnu teoriju, postavili su 1759. godine fizičari na čelu sa Symmer-om. Po ovoj teoriji materija u neutralnom stanju ne pokazuje električna svojstva jer sadrži u podjednakoj količini dva fluida bez težine, koja su oni nazvali pozitivan i negativan elektricitet. Telo bi bilo pozitivno nanelektrisano ako sadrži višak pozitivnog fluida, a negativno nanelektrisano ako ima višak negativnog fluida. Ova teorija je vladala naukom o elektricitetu više od stotinu godina, jer je bila zgodna za opisivanje električnih pojava, svrhe klasi-

fikacije i izvodjenje matematičkih formula. Zalazeći više u suštinu vidimo da je ova teorija bila u stvari nefizička, jer je sadržavala ideju o dva fluida bez osnovnog fizičkog svojstva - - težine, koji kada se pomešaju u jednakim količinama potpuno izčezavaju.

Ove dve teorije o elektricitetu su bile matematički istovetne. Njihove razlike se mogu videti u sledećem:

1. Po jedno-fluidnoj teoriji materija izdvojena od električnog fluida pokazivala je ista svojstva koja je dvo-fluidna teorija pripisivala negativnom elektricitetu, osim svojstva fluidnosti.

2. Po dvo-fluidnoj teoriji imali smo tri odeljene bitnosti materija, pozitivan elektricitet i negativan elektricitet; dok po jedno-fluidnoj teoriji imamo dve bitnosti materija i elektricitet. Ove dve bitnosti mogli bismo nazvati pozitivan i negativan elektricitet, ako bismo nenaelektrisanu materiju smatrali kao spajanje ova dva elektriciteta. Prema tome vidimo da su po jedno-fluidnoj teoriji pojmovi materije i elektriciteta povezani, tj. gotovo istovetni, dok ih dvo-fluidna teorija potpuno razdvaja.

3. U dvo-fluidnoj teoriji pojam atomizma bio je potpuno isključen, dok je Franklin-ova jedno-fluidna teorija u suštini bila materijalistička i atomistička, o čemu sam Franklin kaže:

„Električna materija sastoji se od čestica koje su do krajnosti suptilne, pošto one mogu da prodiru kroz običnu materiju, čak i kroz najgušću, sa takvom slobodom i lakoćom, da ne nailaze ni na kakav primetan otpor.“

Ipak, iako je prisutna ideja o atomizmu, kvantitativnih rezultata još uvek nije bilo. Sve je bilo samo čista filozofska spekulacija, kao što je to isto u početku bio slučaj sa atomističkom teorijom materije. Atomska teorija elektriciteta je dobila snažnu podršku 1833. godine kada je Faraday svojim ogledima iz elektrolize utvrdio da prolaz odredjene količine elektriciteta kroz rastvor izdvaja istu količinu vodonikovog gasa, bez obzira na vrstu jedinjenja koje sadrži vodonik, koncentraciju rastvora; a da ista količina elektriciteta koja izdvaja jedan gram vodonika iz rastvora koji sadrži srebro izdvaja 107,05 grama srebra. Pošto je težina srebrnog atoma 107,05 puta veća od težine vodonikovog atoma, sledi zaključak da su vodonikov atom i srebrni atom udruženi sa istom količinom elektriciteta. Uopšte svi a-

tomi koji su jednovalentni kao i vodonik nose istu količinu elektriciteta, oni koji su dvovalentni nose dva puta veću količinu elektriciteta, tj. valenca je srazmerna količini elektriciteta koju nosi atom. Eksperimenti su pokazali da je za izdvajanje jednog gram-atoma jednovalentne supstance, tj. gram-ekvivalenta bilo koje supstance, potrebna konstantna količina elektriciteta koja iznosi  $96487 \text{ C}$  i naziva se faradej. Za izdvajanje jednog gram-atoma dvovalentne supstance potrebna je količina elektriciteta od dva faradeja itd. Pošto jedan gram-atom sadrži Avogadro-ov broj atoma, to količina elektriciteta koja se prenosi jednim atmom jednovalentne supstance iznosi

$$e = \frac{F}{N}$$

gde je F - faradej, a N - Avogadro-ov broj. Na osnovu ove relacije, a poznavajući Avogadro-ov broj i faradej, moguće je odrediti najmanju količinu elektriciteta koju prenosi ion prilikom elektrolize.

Iako je Faraday-evim eksperimentima iz elektrolize učinjen značajan korak ka hipotezi o atomsкој prirodi elektriciteta, period od 1840. godine do 1900. godine je period udaljavanja od ove koncepcije. U ovo vreme pažnja je usredsredjena na mehanizam uzajamnog delovanja nanelektrisanih tela. Interesantno je da je ovaj korak udaljavanja načinio baš sam Faraday. U periodu od 1840. do 1900. godine u oblasti električnih pojava pažnja je usmerena na pritisak i napon u sredini koja opkoljava nanelektrisano telo. Do tog vremena mislilo se da je uzajamno dejstvo dva nanelektrisana tela, dejstvo na daljinu. Faraday je našao eksperimentalne dokaze da ovo verovanje odbaci, jer sila uzajamnog delovanja zavisi od sredine u kojoj se ova nanelektrisana tela nalaze. On je zamislio sredinu kao medijum koji prenosi električnu силу na isti način na koji se elastična deformacija prostire kroz šipku, od kraja na kome je izazvana pa do drugog kraja šipke. Da bi objasnio uzajamno delovanje nanelektrisanih tela u vakumu on je predpostavio postojanje etra kao medijum koji prenosi deformaciju. Hertz je 1887. godine dokazao da se električne sile sa nanelektrisanog tela prostiru u vidu elektromagnetskih talasa brzinom svetlosti. Faraday-eva teorija o dejstvu na blizinu, koju je matematički uobličio Maxwell, dobila je Hertz-ovim ogledima potpunu potvrdu. Nepravilno tumačenje Faraday-eve teorije dovelo je do

toga da se nanelektrisanje tumači kao „stanje napona u etru”, a da električna struja predstavlja neprekidno „opuštanje” ili „prestanje napona” u medijumu u unutrašnjosti žice. Pravilno tumačenje bi bilo da ukoliko je telo nanelektrisano okolni medijum se nalazi u stanju napona, a ne da je elektricitet stanje napona.

U ovom periodu, prema tome, razlikovala su se dva tipa električnog provodjenja: elektrolitičko provodjenje i metalno provodjenje. Pri tumačenju elektrolitičkog provodjenja koncepcija o atomizmu je bila prisutna. Smatralo se da delići ili atomi elektriciteta putuju kroz rastvor i da svaki atom materije nosi tačan umnožak odredjenog osnovnog električnog atoma. Kod metalnog provodjenja koncepcija o atomizmu je potpuno napuštena, i ono je objašnjavano kao neprekidno opuštanje ili prestajanje napona u materijalu žice. Poznato je da ion nosi određen broj električnih atoma kroz rastvor, ali nije bilo potrebno da se predpostavi da je i nanelektrisanje elektrode sačinjeno od tačno odredjenog broja električnih atoma.

Weber je 1871. godine izgradio celokupnu teoriju elektromagnetizma na postavci da postoje dva tipa električnih sastojaka atoma, od kojih je jedan mnogo pokretljiviji. Objasnjavajući Ampére-ovu molekularnu struju on kaže:

„Odnos dve čestice u pogledu njihovih kretanja određen je razmerom njihovih masa  $e$  i  $e'$ , predpostavljajući da su  $u$  i  $e$  uključene mase merljivih atoma koji su vezani za električne atome. Neka  $e$  bude pozitivna električna čestica. Neka negativna čestica bude tačno jednak i suprotan, te prema tome označena sa  $-e$  / umesto  $e'$ . Pustimo sada da ova negativna čestica privuče sebi merljivi / ponderabilni / atom, tako da se ovim njena masa toliko uveća da je masa pozitivne čestice beskrajno mala u poređenju sa njom. Tada se može smatrati da je čestica  $-e$  u miru, a da je čestica  $+e$  u kretanju oko čestice  $-e$ . Ove dve neslične čestice u opisanom stanju sačinjavaju tada Ampére-ovu molekularnu struju.”

Ovo tumačenje je gotovo istovetno sa današnjim, sa tom razlikom što danas znamo da se negativna čestica zanemarljive mase  $-e$  elektron kreće oko pozitivne čestice  $+e$  atomskog jezgra.

U raspravi „O fizičkim jedinicama prirode“ pročitanoj pred Britanskim udruženjem u Belfastu 1874. godine, a objavljenoj 1881. godine, Stoney je izložio atomsku teoriju elektriciteta i izračunao vrednost najmanjeg osnovnog nanelektrisanja, koja je

bila  $3 \cdot 10^{-10}$  apsolutnih elektrostatičkih jedinica. Račun je sproveden na osnovu poznate količine elektriciteta koja je potrebna za izdvajanje jednog grama vodonika i podataka kinetičke teorije o broju atoma vodonika u gram-atomu vodonika, tj. Avogadro-ovom broju, a na osnovu relacije koja je data u ovom uvodnom delu.

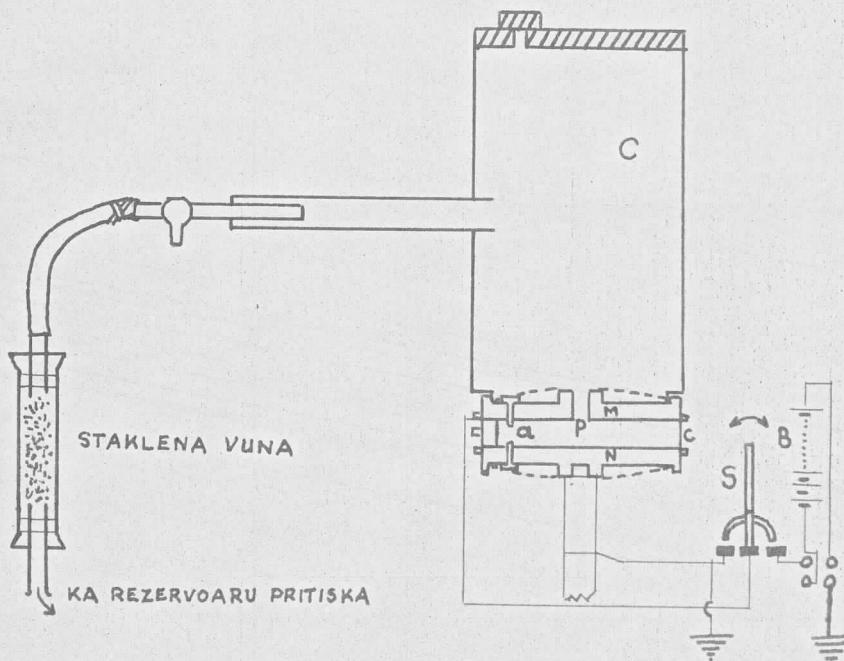
Reč „elektron“ predložio je prvi put 1891. godine Stonley da bi označio osnovnu količinu elektriciteta, tj. onu količinu elektriciteta koja je potrebna da prilikom elektrolize izdvoji jedan atom vodonika ili jedan atom bilo koje druge jednovalentne supstance. Počevši od 1897 godine atomska teorija elektriciteta na osnovu niza eksperimenata tokom narednih godina dobija snažnu podršku. Najznačajniji iz ovog niza eksperimenata, kojim je dokazana atomska priroda elektriciteta tj. postojanje osnovne najmanje količine elektriciteta, je Millikan-ov eksperiment sa uljanim kapljicama.

T E O R I J S K I   D E O

I.A T O M S K A P R I R O D A E L E K T R I C I T E T A

I.1.Millikan-ov ogled

Aparatura pomoću koje je prvobitno radio Millikan prikazana je na sl. I.1. Centralni deo aparature sačinjavaju dve mesingane ploče, 22 cm u prečniku. Ove ploče držane su na medjusobnom rastojanju 16 mm pomoću tri ebonitska stubića a. Preko prekidača S one se uključuju na polove baterije B od 10000 V. Prebacivanjem prekidača nalevo ove ploče su kratko spojene i izmedju njih ne postoji električno polje. Pomoću raspršivača uduvana se ulje u komoru C. Vazduh kojim se ove kapljice raspršuju oslobođen je prašine prolaznjem kroz cev sa staklenom vunom. Poneka od ovih raspršenih kapi prošla bi kroz rupicu p na gornjoj kondenzatorskoj ploči. U medjukondenzatorskom prostoru ove kapljice bile su osvetljene pomoću snažnog snopa svetlosti, koji prolazi kroz dva dijametalno suprotna okna na kružnom ebonitskom pojasu c. Pod uglom od  $90^{\circ}$  u odnosu na pravac svetlosti vršilo se posmatranje pomoću mikroskopa. Kapljice ulja videle su se kao svestre zvezdice na tamnoj pozadini.



sl. I.1.

Vršeno je posmatranje slobodnog padanja ovih kapljica i njihovo kretanje naviše pod uticajem sile električnog polja,

pošto je polaritet kondenzatorskih ploča mogao proizvoljno da se bira, a uljane kapljice su bile nanelektrisane procesom trenja pri raspršivanju. Vršeno je duže vreme posmatranje slobodnog padanja ovih kapljica, kao i njihovo kretanje u električnom polju. Primetena je promena brzine kretanja u električnom polju kao rezultat hvatanja jona iz vazduha. Rezultati prvobitnog eksperimenta prikazani su u tablici I.1.

T A B L I C A I.1.

$t_g$ [s]	$t_E$ [s]
13,6	12,5
13,8	12,4
13,4	21,8
13,4	34,8
13,6	84,5
13,6	85,5
13,7	34,6
13,5	34,8
13,5	16,0
13,8	34,8
13,7	34,6
13,8	21,9
13,6	
13,5	
13,4	
13,8	
<u>13,4</u>	
Prosek	13,595

Kolona  $t_g$  daje uzastopna vremena pada izmedju dveju končanica u mikroskopu na medjusobnom rastojanju 0,5222 cm. Ova vremena su ista u granicama greške običnog hronometra, pomoću koga je prvobitno vršeno merenje vremena. Kolona  $t_E$  daje vremena podizanja iste kapi u električnom polju izmedju istih končanica. Vidi se da se vreme podizanja promenilo sa 12,4 sec. na 21,8 sec. S obzirom da je kapljica bila prvobitno pozitivno nanelektrisana, ovo nam svedoči o hvatanju negativnog jona iz vazduha. Sledеća promena vremena kretanja u električnom polju na 34,8 sec. ukazuje da je kapljica uhvatila i drugi negativan ion. Promena vremena na 84,5 sec. ukazuje na hvatanje još jednog negativnog jona. Ovo nanelektrisanje je zadržano u toku dva kretanja kaplji-

ce, a zatim je došlo do promene vremena kretanja u električnom polju sa 85,5 sec. na 34,6 sec., što nam svedoči o hvatanju pozitivnog jona iz vazduha, istog nanelektrisanja kao što je u predhodnom slučaju bio negativan ion. Potencijalna razlika izmedju kondenzatorskih ploča M i N bila je 5051 V.

Townsend, Thomson i Wilson su predpostavili, a što je eksperimentalno potvrđeno, da je brzina kretanja kapljice proporcionalna ukupnoj sili koja na nju deluje, bez obzira da li je kapljica nanelektrisana ili ne, tj.

$$\frac{v_g}{v_e} = \frac{mg}{Eq - mg} \quad I.1.$$

$$\text{ili } q = \frac{mg}{Ev_g} (v_g + v_e) \quad I.2.$$

gde je  $v_g$  - brzina slobodnog padanja kapljice kada ne deluje električno polje;  $v_e$  - brzina kretanja kapljice u električnom polju;  $m' = m - m_v$  - prividna masa kapljice;  $m$  - masa kapljice;  $m_v$  - masa kapljicom istisnutog vazduha;  $g$  - gravitaciono ubrzanje;  $E$  - jačina električnog polja;  $q$  - nanelektrisanje kapljice. Negativan znak u imeniku potiče od konvencije da se brzina  $v_g$  uzima kao pozitivna kada se kapljica kreće naniže u pravcu gravitacionog ubrzanja, a brzina  $v_e$  je pozitivna kada se kapljica kreće u pravcu električnog polja  $E$ .

Do formule I.2. može se doći teorijskim razmatranjem. Sila se definiše kao promena količine kretanja u jedinici vremena

$$\vec{F} = \frac{d(\vec{mv})}{dt} \quad I.3.$$

U nerelativističkoj mehanici (za male brzine, pri čemu masa ne zavisi od brzine) formula I.3. svodi se na

$$\vec{F} = \frac{d(\vec{mv})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \quad I.4.$$

Ukoliko na česticu deluje više sila, ona se kreće pod dejstvom rezultante sila tj.

$$\sum_i \vec{F}_i = m \frac{d\vec{v}}{dt} \quad I.5.$$

gde je  $\sum_i \vec{F}_i$  - rezultujuća sila koja deluje na česticu.

Posmatrajmo sada kretanje sfernosimetričnog tela pod dejstvom rezultante sila  $\sum_i \vec{F}_i$  kroz homogeni medijum. Pri slobodnom padanju brzina sfernosimetričnog tela se povećava dok se ne uspostavi ravnoteža izmedju prividne težine tela  $\vec{mg}$  i Stokes-ove

sile otpora sredine  $6\pi\eta r\vec{v}_g$ , gde je  $\eta$  koeficient viskoznosti sredine kroz koju se telo kreće. Po uspostavljanju ravnoteže nastalo je stacionarno stanje kod koga je ubrzanje jednako nuli, tj.  $\frac{dv}{dt} = 0$  i osnovna Newton-ova jednačina kretanja I.5. svodi se na

$$\sum_i \vec{F}_i = 0 \quad \text{I.6.}$$

Sile koje deluju na sfernosimetričnu kapljicu su: sila Zemljine teže  $\vec{Q} = mg$ ; sila otpora sredine  $\vec{F} = -k\vec{v}_g = -6\pi\eta r\vec{v}_g$ ; kao i sila potiska  $\vec{P} = -m_v\vec{g}$ . Grafički prikaz smera delovanja ovih sila dat je na sl. I.2. Po uspostavljanju stacionarnog stanja kapljica se kreće konstantnom graničnom brzinom  $\vec{v}_g$ , i na osnovu relacije I.6. možemo pisati

$$\begin{aligned} \vec{Q} + \vec{F} + \vec{P} &= 0 \\ \text{tj. } mg - 6\pi\eta r\vec{v}_g - m_v\vec{g} &= 0 \end{aligned} \quad \text{I.7.}$$

Množeći ovu relaciju sa jediničnim vektorom u smeru proizvoljno odabrane ose, tj. u smeru kretanja u gravitacionom polju  $\vec{v}_g$ , dobijamo njen skalarni oblik

$$mg - 6\pi\eta r v_g - m_v g = 0 \quad \text{I.8.}$$

$$6\pi\eta r v_g = mg - m_v g \quad \text{I.9.}$$

$$r = \frac{(m - m_v) g}{6\pi\eta v_g} \quad \text{I.10.}$$

Iz ove relacije možemo odrediti poluprečnik kapljice  $r$ . Masa kapljice je  $m = \rho V$ , a masa istisnutog vazduha je  $m_v = \rho_v V$ ; gde je  $\rho$  - gustina kapljice;  $\rho_v$  - gustina vazduha; a  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$  - zapremina kapljice. Zamenjujući ove relacije u jednakost I.10. dobijamo

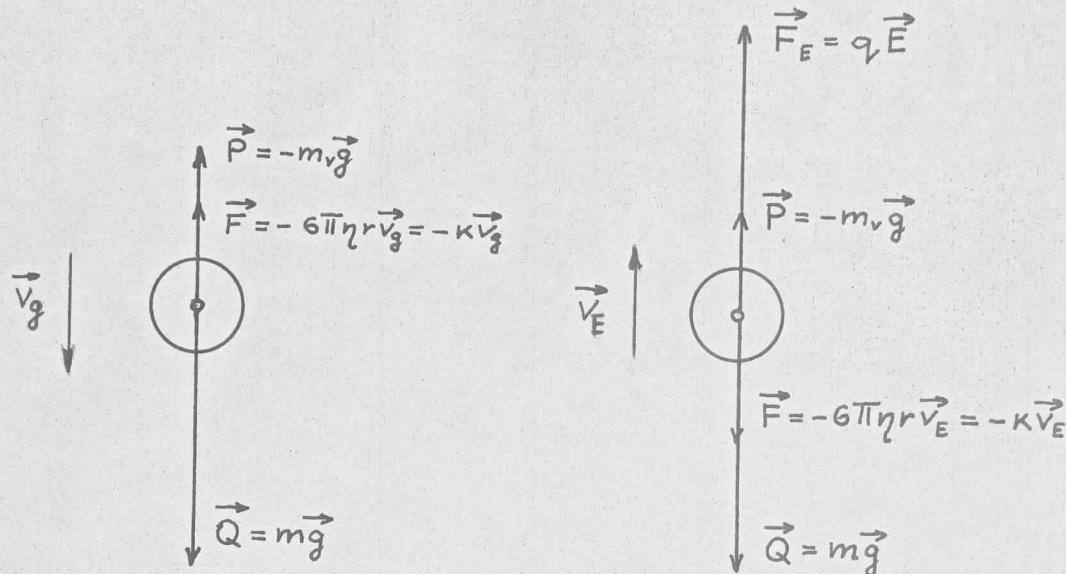
$$r = \frac{(\rho - \rho_v) \frac{4}{3} \pi r^3 g}{6\pi\eta v_g} \quad \text{I.11.}$$

tj. rešavajući relaciju po  $r$  dobijamo

$$r = \sqrt[3]{\frac{\eta v_g}{2g(\rho - \rho_v)}} \quad \text{I.12.}$$

Razmatrajmo sada slučaj kada se u prostoru u kome se kapljica kreće uspostavi konstantno homogeno polje jačine  $E$ . Osim dosada pomenutih sila deluje i sila električnog polja  $\vec{F}_E = q\vec{E}$ , gde je  $q$  nanelektrisanje koje nosi kapljica. Jačina i smer polja su takvi da kapljica menja smer kretanja, tj. u električnom polju se kreće naviše nasuprot sili Zemljine teže. Grafički prikaz sila koje deluju dat je na sl. I.3. Pri kretanju

kapljice u pravcu sile električnog polja  $q\vec{E}$ , povećava se sila otpora sredine  $\vec{F}$ , koja je uvek suprotna smeru kretanja kapljice, sve dok kapljica ne predje u kretanje konstantnom graničnom brzi-



sl.I.2.

sl.I.3.

nom  $\vec{v}_E$ . S obzirom da se uspostavilo stacionarno kretanje, na osnovu jednačine I.6. možemo pisati

$$\vec{Q} + \vec{F} + \vec{P} + \vec{F}_E = 0 \quad \text{tj.}$$

odgovarajuću skalarnu jednačinu, množeći gornju jednačinu sa jediničnim vektorom u pravcu brzine  $\vec{v}_E$

$$-mg - kv_E + m_v g + qE = 0 \quad \text{I.13.}$$

Na osnovu relacije I.9. je

$$mg - m_v g = 6\pi\eta r v_g = kv_g \quad \text{I.14.}$$

Što kombinujući sa jednačinom I.13. daje

$$kv_g + kv_E = qE \quad \text{I.15.}$$

$$\text{tj. } q = \frac{k}{E} (v_g + v_E) \quad \text{I.16.}$$

Iz relacije I.14 vidimo da je

$$kv_g = (m - m_v)g = mg \quad \text{tj.}$$

$$k = \frac{mg}{v_g} \quad \text{I.17.}$$

Zamenjujući izraz za  $k$  I.17. u relaciju I.16. dobijamo

$$q = \frac{mg}{Ev_g} (v_g + v_E)$$

izraz koji je postuliran pod predpostavkom da je brzina kretanja proporcionalna ukupnoj sili koja dejstvuje na kapljicu, bez obzira da li je kapljica nanelektrisana ili ne.

Ukoliko kapljica uhvati iz vazduha jedan ili više jona njeno nanelektrisanje je tada  $q'$ . S obzirom da je  $\frac{mg}{Ev_g}$  konstanta za datu kapljicu i datu jačinu polja, promena nanelektrisanja  $\Delta q$  tj. nanelektrisanje jona iz vazduha srazmerno je razlici brzina kapljice u električnom polju ( $v'_E - v_E$ ). Prema tome možemo pisati

$$\Delta q = q' - q = \frac{mg}{Ev_g} (v'_E - v_E) = \frac{k}{E} (v'_E - v_E) \quad I.18.$$

Nekoliko eksperimentalnih rezultata koji potvrđuju relaciju I.18. izloženo je u tablici I.2.

T A B L I C A I.2.

$v_E [cm s^{-1}]$	$v'_E - v_E [cm s^{-1}]$
$\frac{0,5222}{12,45} = 0,04196$	$0,01806 : 2 = 0,00903$
$\frac{0,5222}{21,5} = 0,02390$	$0,00885 : 1 = 0,00885$
$\frac{0,5222}{34,7} = 0,01505$	$0,00891 : 1 = 0,00891$
$\frac{0,5222}{85,0} = 0,006144$	$0,00891 : 1 = 0,00891$
$\frac{0,5222}{34,7} = 0,01505$	$0,01759 : 2 = 0,008800$
$\frac{0,5222}{16,0} = 0,03264$	$0,01759 : 2 = 0,00880$
$\frac{0,5222}{34,7} = 0,01505$	$0,00891 : 1 = 0,00891$
$\frac{0,5222}{21,85} = 0,02390$	

Na osnovu eksperimentalnih rezultata Millikan je dobio za promenu nanelektrisanja kapi, u granicama eksperimentalne greške, jedan isti broj ili njegov celobrojan umnožak. Iz tablice I.2. vidimo da je u tri slučaja vrednost nanelektrisanja bila dvostruka. Eksperiment nam ukazuje da nanelektrisanje jona ima kon-

stantnu vrednost, a da kapljica može da uhvati iz vazduha jedan, dva, pa sve do nekoliko stotina jona. Menjujući sredinu u kojoj su kapi suspendovane, kao i vrstu kapi Millikan je došao do zaključka da ovaj odnos važi bez obzira o kojoj se sredini radi ili vrsti kapi. On je u toku višečasovnog posmatranja jedne kapi uspeo na njoj da uhvati i više hiljada jona. Promena naelektrisanja je uvek bila jedna te ista vrednost ili mali celobrojan umnožak te vrednosti.

### I.2.Naelektrisanje provodnika i izolatora

Prvobitno naelektrisanje kapi nije poticalo od hvatanja jona iz vazduha, već je nastalo procesom trenja prilikom raspršivanja ulja. Ako uopšte postoji najmanja količina elektriciteta, tj. neko najmanje naelektrisanje, tada i naelektrisanje kapi treba da bude tačan umnožak naelektrisanja jona iz vazduha. Naelektrisanje jednovalentnog jona je prema tablici I.2. proporcionalno brzini  $0,00891 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ . Na osnovu relacija I.16. i I.18. promena naelektrisanja kapi  $\Delta q$  srazmerna je razlici brzina u električnom polju ( $v_E - v_{E'}$ ), a samo naelektrisanje kapi zbiru brzina ( $v_g + v_E$ ) sa istim faktorom proporcionalnosti  $\frac{k}{E}$ . Najmanja razlika brzina ( $v_{E'} - v_E$ ), odgovara tačno najmanjem zbiru brzina ( $v_g + v_E$ ), a sve ostale vrednosti su tačno celobrojni umnošci ove najmanje vrednosti. Zaista, na osnovu tablice I.1. brzina kretanja kapljice u gravitacionom polju iznosi  $v_g = 0,5222/13,595 = 0,03842 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ , a zbir brzina ( $v_g + v_E$ ) =  $= 0,03842 + 0,04196 = 0,08038 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ . Deleći zbir brzina sa 9 dobijamo  $0,008931 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ . Poredjenjem najmanjeg naelektrisanja jona sa naelektrisanjem kapljice vidimo da se naelektrisanje kapljice u ovom slučaju sastojalo od 9 osnovnih najmanjih naelektrisanja.

Eksperimenti su vršeni na hiljadama kapljica u različitim sredinama. Neke od ovih kapljica bile su od neprovodnika /ulje/, neke od poluprovodnika /glicerin/, a neke od metalnih provodnika /živa/. Nakon raspršivanja kapljice su mogле biti nenaelektrisane, a mogле su imati od nekoliko pa sve do stotinu elementarnih naelektrisanja. Prilikom eksperimenta ove kapljice su hvatale desetak elementarnih naelektrisanja, tj. elektrona. U svakom pojedinačnom slučaju je utvrđeno da je naelektrisanje kapljice koje je nastalo procesom trenja, kao i naelektrisanje koje je nastalo hvatanjem jona iz vazduha, tačan umnožak najmanjeg naelektrisanja uhvaćenog iz vazduha.

U tablici I.3. uneti su tačniji eksperimentalni rezultati kod kojih je vreme mereno pomoću hronoskopa na kojem se moglo vršiti čitanje vremena do hiljaditog dela sekunde.

T A B L I C A I.3.

$t_g$ [sec.]	$t_E$ [sec.]	$\frac{1}{t_E}$	$\frac{1}{t_E} - \frac{1}{t_g}$	n	$\frac{1}{n} \left( \frac{1}{t_E} - \frac{1}{t_g} \right)$	$\left( \frac{1}{t_g} + \frac{1}{t_E} \right)$	n	$\frac{1}{n} \left( \frac{1}{t_g} + \frac{1}{t_E} \right)$
11,848	80,708	0,01236				0,09655	18	0,005366
11,890	22,366		{ 0,03234	6	0,005390			
11,908	22,390	{ 0,04470				0,12887	24	0,005371
11,904	22,368		{ 0,03751	7	0,005358			
11,882	140,565	{ 0,007192				0,09138	17	0,005375
11,906	79,600	{ 0,01254				0,09673	18	0,005374
11,838	34,748		{ 0,005348	1	0,005348			
11,816	34,762	{ 0,02870				0,11289	21	0,005376
11,766	34,846			3	0,005387			
11,840	29,286	{ 0,03414				0,11833	22	0,005379
11,904	29,336		{ 0,026872	5	0,005375	0,09146	17	0,005380
11,870	137,306	{ 0,007268						
11,952	34,638	{ 0,02884		4	0,005393	0,11303	21	0,005382
11,860			{ 0,021572					
11,846	22,104	{ 0,04507		3	0,005410	0,12926	24	0,005386
11,912	22,268							
11,910	500,1		{ 0,04307	8	0,005384	0,08619	16	0,005387
11,918	19,704	{ 0,002000						
11,870	19,668	{ 0,05079		9	0,005421	0,13498	25	0,005399
11,888	77,630		{ 0,04879					
11,894	77,806	{ 0,01285		7	0,005420	0,09704	18	0,005390
11,878	42,302	{ 0,02364				0,10783	20	0,005392
			Proseci		0,005395			
					0,005386			0,005384

Prva kolona daje vreme padanja kapljice u gravitacionom polju  $t_g$ . Druga kolona daje vreme podizanja kapljice  $t_E$  pri uključivanju električnog polja jačine E. S obzirom da je odstojanje pada i dizanja kapljice isto, odgovarajuće brzine se mogu izraziti kao recipročne vrednosti vremena. Treća kolona daje recipročnu vrednost vremena podizanja kapljice u električnom polju. Četvrta kolona daje uzastopne promene u brzini kretanja kapljice u električnom polju kao rezultat hvatanja jona. Ove promene u brzini izražene su takodje kao recipročne vrednosti vremena. One su po-

sledica hvatanja jednog do nekoliko jona. Brojevi u petoj koloni predstavljaju male cele brojeve kojim se dele brojevi u četvrtoj koloni, a rezultat deljenja su brojevi šeste kolone. Brojeve u šestoj koloni su isti u granicama eksperimentalne greške. Njihova srednja vrednost predstavlja najmanje nanelektrisanje uhvaćeno iz vazduha. Sedma kolona daje uzastopne vrednosti zbiru brzina ( $v_g + v_E$ ) izražene takodje kao recipročne vrednosti vremena. Prema tome ovi brojevi predstavljaju uzastopne vrednosti ukupnog nanelektrisanja kapljice. U osmoj koloni se nalaze celi brojevi kojim kada se podele brojevi sedme kolone dobijaju se brojevi u devetoj koloni, koji su u granicama eksperimentalne greške isti. Srednja vrednost ovih brojeva predstavlja osnovnu jedinicu nanelektrisanja iz koje je sačinjeno nanelektrisanje kapljice. Vidi se da je srednja vrednost na kraju šeste kolone približno ista kao i srednja vrednost na kraju devete kolone. Ovo nam svedoči da je osnovna jedinica nanelektrisanja iz koje je sastavljeno jonsko nanelektrisanje ista kao i osnovna jedinica nanelektrisanja iz koje je sastavljeno nanelektrisanje kapljice. Potrebno je napomenuti da ove srednje vrednosti ne predstavljaju vrednost osnovnog nanelektrisanja, već samo broj koji je proporcionalan osnovnom nanelektrisanju, s obzirom da je izostavljena konstanta proporcionalnosti  $\frac{k}{E} \cdot s / s$  - odstojanje pada tj. dizanja, koje je uzeto kao jedinica  $/$ .

Na osnovu analize tablice I.3. može se izvući zaključak koji potvrđuje ispravnost postulirane formule I.1. Vidimo iz prve kolone da su vremena pada  $t_g$  u granicama eksperimentalne greške ista bez obzira koliko nanelektrisanja kapljica nosi, a što je na osnovu kolone osam iznosilo 17 do 25 elementarnih nanelektrisanja. Eksperiment je proširen i izvršeno je poredjenje kada je kapljica nosila samo jedno nanelektrisanje, kada je nosila 68 nanelektrisanja, kao i kada je bila nenanelektrisana. U svim slučajevima dobijeno je slaganje u granicama eksperimentalne greške. Prema tome potpuno je opravdana prepostavka da je brzina kapljice proporcionalna sili koja na nju deluje, bez obzira da li je kapljica nanelektrisana ili ne.

Još jedan zaključak se može izvesti na osnovu iste tablice, tj. zaključak da kapljica ne trpi deformaciju svog sfernog oblika. Ona se prilikom kretanja ponaša kao čvrsta lopta. Pošto je u slučaju ovog eksperimenta  $\frac{1}{t_g}$  veliko u poređenju sa  $\frac{1}{t_E}$ , to je vrednost proseka na kraju devete kolone gotovo potpuno određena brzinom padanja kapljice u gravitacionom polju, tj. vre-

dnošću  $\frac{1}{t_g}$ . Prosek pri dnu šeste kolone odredjen je razlikom brzina u jakom električnom polju. Ako bi se kapljica deformisala usled dejstva električnog polja, tj. ako bi izložila veću površinu otporu medijuma nego kada je prilikom slobodnog padanja imala loptast oblik, tada bi brzina pri dnu sedme kolone bila manja u odnosu na brzinu pri dnu devete kolone. Jednakost proseka pri dnu šeste i devete kolone svedoči da kapljica ne trpi deformaciju sfernog oblika pri uključivanju električnog polja.

Eksperimenti koji su vršeni sa provodnicima, izolatorima, kao i poluprovodnicima u različitim sredinama ukazuju da nanelektrisanje ima zrnastu strukturu. Osnovna, najmanja jedinica nanelektrisanja ima uvek konstantnu vrednost, a svako nanelektrisanje se sastoji od celobrojnog umnoška ovog elementarnog nanelektrisanja.

### I.3. Mehanizam promene nanelektrisanja kapljice

Sve promene nanelektrisanja prikazane u tablici I.1. dogadjale su se spontano hvatanjem jona iz vazduha. Kada kapljica, koja je bila negativno nanelektrisana, naglo poveća svoju brzinu kretanja u električnom polju, jedini uzrok mogao je biti hvatanje jona negativnog nanelektrisanja iz vazduha. Međutim, kada ovakva kapljica naglo smanji svoju brzinu kretanja u električnom polju mogla bi postojati dva uzroka. Jedan bi bio hvatanje jona suprotnog znaka nanelektrisanja iz vazduha, s drugi gubljenje nanelektrisanja istog znaka sa same kapljice. Međutim kako su kapljice koje nisu bile suviše nanelektrisane pokazivale istu težnju kako da povećaju, tako i da smanje nanelektrisanje, opravданa je predpostavka da je promena nanelektrisanja nastala jedino spontanim hvatanjem jona oba znaka nanelektrisanja iz vazduha. Sve ovo se dogadjalo kada ni x-zraci, ni radioaktivni zraci ne prolaze izmedju kondenzatorskih ploča. Da bi se pokazala opravdanost gornje predpostavke vršeno je posmatranje promene nanelektrisanja kad je pritisak u gasu bio snižen na 2 - 3 mm Hg. S obzirom da je broj jona u gasu direktno proporcionalan pritisku, to pri ovako niskom pritisku ne bi trebalo da dolazi do spontane promene nanelektrisanja kapljice. Eksperiment je pokazao da kapljice mogu da se drže satima bez promene nanelektrisanja. Prema tome, kada jonizujući agens ne prolazi izmedju kondenzatorskih ploča do promene nanelektrisanja kapljice dolazi jedino hvatanje

jona iz vazduha.

Kada je isključeno električno polje broj jona u kubnom santimetru gase iznosi oko 20000. Oni poseduju kinetičku energiju termičkog kretanja karakterističnu za datu temperaturu, tako da pri sudaru sa kapljicom postaju njen sastavni deo. Međutim kada je uključeno električno polje ovi joni se kreću velikom brzinom oko 10000 cm/sec ka kondenzatorskim pločama i nemaju prilike da se sudare sa kapljicom. Do spontane promene naelektrisanja kada je uključeno električno polje ne dolazi.

Moguće je donekle dovesti na kapljicu jone onog znaka naelektrisanja koji želimo. Ukoliko na kapljicu želimo napr. da dovedemo negativne jone, ona mora pomoći električnog polja da se drži blizu pozitivne kondenzatorske ploče. Zatim podesimo jonizujući agens da proizvodi jednoobraznu ionizaciju u gasu među kondenzatorskim pločama. Proizvedeni joni se kreću ka kondenzatorskim pločama. Kapljica se sad nalazi u pljusku negativnih jona i biće, ukoliko je ionizacija intezivna, gotovo sigurno pogodjena negativnim jonom. Ako na kapljicu želimo da dovedemo pozitivan jon, ona pri istom postupku treba da bude držana blizu negativne kondenzatorske ploče. Na ovaj način su izvršene promene naelektrisanja prikazane u tablici I.3.

Kada x - zrake pustimo da padnu na samu kapljicu do promene naelektrisanja može doći i usled gubitka negativnog naelektrisanja sa same kapljice. Da je uzrok promene naelektrisanja gubitak negativnog naelektrisanja same kapljice pokazuju takodje ispitivanja pri sniženim pritiscima kada imamo povećanje pozitivnog naelektrisanja kapljice tj. smanjenje negativnog naelektrisanja. Gotovo nikad se nisu dešavale promene u suprotnom pravcu. Ovo je zbog toga što pri sniženom pritisku ima mali broj molekula gase koje x - zraci mogu da ionizuju, dok verovatnoća da pogode kapljicu ostaje ista. Da bi izbegli gubitak negativnog naelektrisanja kapljice postavljaju se olovni paravani koji zaklanjaju samu kapljicu, a ionizacija gase se vrši ispod nje.

#### I.4.Kinetička energija molekula u termičkom kretanju

Videli smo da kapljica koja ima malo naelektrisanje podjednako lako hvata jone istog znaka naelektrisanja kojim je i sama nanelektrisana, kao i suprotnog. Ovo izgleda čudno jer joni istog znaka naelektrisanja su odbijani, a joni suprotnog znaka su

privlačeni od strane kapljice. Jon ne može dobiti energiju od električnog polja, jer se proces spontane promene naelektrisanja dogadja kada polje nije uključeno. Ovu energiju jon ne može dobiti ni pri nekom eksplozivnom procesu pri stvaranju jona iz molekula, jer bi se onda proces promene naelektrisanja dogodao i kada je polje uključeno i kada je isključeno, a što nije slučaj. Jon prema tome mora da poseduje kinetičku energiju kretanja. Srednja kinetička energija molekulskog kretanja na osnovu molekulske kinetičke teorije na temperaturi 278°K iznosi

$$\bar{E}_k = \frac{1}{2} m \bar{v}^2 = \frac{3}{2} \frac{R}{N} T = 5,75 \cdot 10^{-14} \text{ erga} \quad I.20.$$

gde je N - Avogadro-ov broj, m - masa molekula tj. jona,  $\bar{v}^2$  - srednji kvadrat brzine, R - univerzalna gasna konstanta, T - apsolutna temperatura, a k - Boltzmann-ova konstanta.

Uporedimo ovu energiju termičkog kretanja jona sa energijom Coulomb-ovog odbijanja izmedju jona naelektrisanja e i kapljice naelektrisanja 16 e<sup>-</sup>, a poluprečnika 0,000197 cm. Energija elektrostatičkog odbijanja iznosi

$$\frac{16e^2}{r} = \frac{16 \cdot (4,80 \cdot 10^{-10})^2}{0,000197} = 1,95 \cdot 10^{-14} \text{ erga} \quad I.21.$$

Vidimo da je vrednost elektrostatičke energije odbijanja oko tri puta manja od energije koju jon poseduje usled termičkog kretanja. Otuda i potiče ista težnja prihvatanja kako pozitivnih, tako i negativnih jona od strane kapljice koja nije suviše naelektrisana. Elektrostatičke sile su suviše slabe da proizvedu veći uticaj na kretanje jona koji se približava kapljici.

Ukoliko bi se kapljica naelektrisala toliko da energija elektrostatičkog odbijanja bude jednaka srednjoj kinetičkoj energiji jona, do prihvatanja jona istog znaka ne bi gotovo ni dolažilo. Kapljica bi mogla da prihvati jon istog znaka naelektrisanja kao što je i sama jedino u slučaju kada jon poseduje kinetičku energiju termičkog kretanja znatno veću od srednje vrednosti. Posmatrana je negativno naelektrisana kapljica poluprečnika 0,000658 cm. Ona je posedovala od 126 do 150 elementarnih naelektrisanja, a njena energija elektrostatičkog odbijanja je iznosila  $4,6 \cdot 10^{-14}$  do  $5,47 \cdot 10^{-14}$  erga. U toku četvorocasovnog posmatranja ova kapljica je uhvatila samo jedan negativan jon, iako je ionizacija bila nekoliko puta intenzivnija nego u predhodnim slučajevima.

### I.5. Pozitivno i negativno elementarno naelektrisanje je jednako

Millikan je vršio eksperimente kako sa negativno naelektrisanim, tako i sa pozitivno naelektrisanim kapljicama, da bi video da li je pozitivno elementarno naelektrisanje jednako negativnom. On je naelektrisao jednu kapljicu prvo negativno i izvršio odredjen broj posmatranja slobodnih padanja ove kapljice, kao i podizanja u električnom polju. Zatim je pomoću x - zraka promenio znak naelektrisanja ove kapljice i izvršio ponovo odredjen broj posmatranja slobodnih padanja, kao i podizanja u električnom polju. Eksperimenti su vršeni u vazduhu, a sa nešto manjom tačnošću i u vodoniku. Srednja vrednost najvećeg zajedničkog delitelja zbira brzina ( $v_g + v_E$ ) za pozitivno naelektrisanje kapljice je iznosila 6,697, a za negativno naelektrisanje 6,700. S obzirom da je, kao što smo videli na osnovu relacija I.2. tj. I.16., elementarno naelektrisanje proporcionalno ovom najvećem zajedničkom delitelju zbira brzina ( $v_g + v_E$ ), to možemo tvrditi da je pozitivno elementarno naelektrisanje brojno jednako negativnom elementarnom naelektrisanju. Ovim je potvrđena jednakost pozitivnog i negativnog elektrona kao najmanje količine elektriciteta.

## II. T A Č N O I Z R A Č U N A V A N J E V R E D N O S T I E L E M E N T A R N O G N A E L E K T R I S A N J A

### II.1. Neprimenjivost Stokes-ovog zakona

Videli smo da je ukupno naelektrisanje kapljice srazmerno zbiru brzina ( $v_g + v_E$ ), a da je promena naelektrisanja srazmerna razlici brzina u električnom polju ( $v_E - v_g$ ). Ovaj zbir brzina ( $v_g + v_E$ ), kao i razlika brzina ( $v_E - v_g$ ), je celobrojan umnožak neke naročite brzine koja predstavlja njihov najveći zajednički delitelj. Do vrednosti za naelektrisanje dolazimo množeći sa konstantom za datu kapljicu  $\frac{k}{E} = \frac{mg}{Ev_g}$ . Očekivalo se da elementarno naelektrisanje predstavlja univerzalnu konstantu koja je nezavisna od veličine ili vrste kapljice sa kojom su ogledi vršeni.

Uvrštavajući  $k = 6\pi\eta r$  u relaciju I.16., a uz zamenu relacije I.12. kojom je dat poluprečnik kapljice, dobijamo za naelektrisanje kapljice

$$q = \frac{18\pi}{E} \sqrt{\frac{\eta^3 v_g}{2g(\rho - \rho_v)}} (v_g + v_E) \quad \text{III.1.}$$

Izraz za elementarno naelektrisanje dobijamo zamenom najvećeg zajedničkog delitelja zbiru brzina ( $v_g + v_E$ ), koji ćemo označiti kao  $(v_g + v_E)_o$ . Prema tome izraz za elementarno naelektrisanje glasi

$$q_o = \frac{18\pi}{E} \sqrt{\frac{\eta^3 v_g}{2g(\rho - \rho_v)}} (v_g + v_E)_o. \quad \text{III.2.}$$

Kada je ova jednačina isprobana na različitim kapljicama ona je davala savršeno saglasne rezultate samo dok je brzina padanja kapljice u gravitacionom polju  $v_g$  bila približno ista. Što god je brzina padanja u gravitacionom polju  $v_g$  bila manja, to su se dobijale veće vrednosti za elementarno naelektrisanje  $q_o$ . Ovo nam ukazuje da se Stokes-ov zakon ne može primeniti na kapljice reda veličine kao u ovom eksperimentu. Za male kapljice reda veličine  $10^{-5}$  cm vazduh prestaje da bude kontinualni medijum, a što je predpostavljeno pri postavljanju Stokes-ovog zaka-  
na. Čim dimenzije kapljice postaju uporedive sa odstojanjima među molekulima gasa Stokes-ov zakon prestaje da važi. U ovom slučaju kapljica povećava svoju brzinu "propadajući" kroz šupljine u medijumu. Prema tome, što god bi kapljica bila manja tj. imala manji poluprečnik, to bi bilo veće povećanje njene brzine i dobijala bi se veća vrednost za  $q_o$ . Srednja slobodna putanja ga-

snog molekula  $\ell$  predstavlja meru veličine šupljina u medijumu. Kada je poluprečnik kapljice znatno veći od srednje slobodne putanje ( $r \gg \ell$ ), Stokes-ov zakon važi, a kada ove dve veličine postaju uporedive Stokes-ov zakon prestaje da važi. Tada sredina prestaje da bude homogena sa tačke gledišta kapljice. Povećanje brzine pada u gravitacionom polju  $v_g$  treba da bude neka funkcija od  $\frac{\ell}{r}$ .

Na osnovu relacije I.10., uz zamenu  $m = \rho V$ ,  $m_v = \rho_v V$  i  $V = \frac{4}{3} r^3 \pi$ , dobijamo za brzinu padanja kapljice u gravitacionom polju izraz

$$v_g = \frac{(m - m_v) g}{6 \pi \eta r} = \frac{2}{9} \frac{r^2 g}{\eta} (\rho - \rho_v) \quad \text{II.3.}$$

Ovaj izraz mora biti korigovan u

$$v_g = \frac{2}{9} \frac{r^2 g}{\eta} (\rho - \rho_v) \left[ 1 + f \left( \frac{\ell}{r} \right) \right] \quad \text{II.4.}$$

Ako ne bismo poznivali izraz funkcije  $f$  mogli bismo je izraziti preko niza neodredjenih konstanata  $A, B, C, \dots$  itd.

$$f \left( \frac{\ell}{r} \right) = A \frac{\ell}{r} + B \left( \frac{\ell}{r} \right)^2 + C \left( \frac{\ell}{r} \right)^3 + \dots \quad \text{II.5.}$$

Za mala odstupanja od Stokes-ovg zakona možemo da zadržimo samo izraz prvog reda, tako da za brzinu padanja u gravitacionom polju  $v_g$  dobijamo

$$v_g = \frac{2}{9} \frac{r^2 g}{\eta} (\rho - \rho_v) \left( 1 + A \frac{\ell}{r} \right) \quad \text{II.6.}$$

U izrazu II.2. gde god se javlja brzina moraćemo da stavimo  $\frac{v}{(1 + A \frac{\ell}{r})}$ , a s obzirom da se brzina javlja sa izložiocem  $\frac{3}{2}$  dobijamo

$$e_o = \frac{q_o}{\left( 1 + A \frac{\ell}{r} \right)^{\frac{3}{2}}} \quad \text{II.7.}$$

gde je  $q_o$  prividna vrednost elementarnog naelektrisanja dobijena na osnovu predpostavke da Stokes-ov zakon važi, a  $e_o$  prava vrednost elementarnog naelektrisanja. U relaciji II.7.  $q_o$  se može izračunati na osnovu relacije II.2.,  $\ell$  je poznata konstanta, dok su  $A$  i  $r$  nepoznate veličine.

## II.2. Izračunavanje poluprečnika kapljice

Prvi način za određivanje poluprečnika kapljice svodi se na rešavanje Stokes-ove nekorigovane jednačine II.3. po  $r$ , a

što je na osnovu relacije I.12.

$$r = 3 \sqrt{\frac{\eta v_g}{2g(\rho - \rho_v)}} \quad \text{II.8.}$$

Sada kad nam je poznat poluprečnik kapljice r može da se odredi konstanta A, na način koji će biti pokazan u sledećem odeljku. Poznavajući konstantu A možemo rešavanjem Stokes-ove korigovane jednačine II.6. po r dobiti tačniju vrednost za r, tj.

$$r = 3 \sqrt{\frac{\eta v_g}{2g(\rho - \rho_v)(1 + A \frac{l}{r})}} \quad \text{II.9.}$$

Ovaj postupak sukcesivnih aproksimacija možemo ponavljati dogod ne dobijemo poluprečnik kapljice r sa željenom tačnošću. Međutim, s obzirom da je korekcioni član  $A \frac{l}{r}$  mali, nije potrebno nikad izvršiti više od dve aproksimacije da bi dobili r sa mnogo većom tačnošću nego što je to potrebno za tačno određivanje vrednosti nanelektrisanja.

Drugi način sastoji se u određivanju težine kapljice, a samim tim i njenog poluprečnika. Na osnovu jednačine I.1. rešavanjem po  $m'g$  dobijamo

$$m'g = Eq \frac{v_g}{v_g + v_e} \quad \text{II.10.}$$

Zamenom  $m' = \frac{4}{3}r^3\pi(\rho - \rho_v)$  i rešavanjem po r dobijamo

$$r = \sqrt[3]{\frac{3Eq}{4\pi g(\rho - \rho_v)} \frac{v_g}{v_g + v_e}} \quad \text{II.11.}$$

Kada se u ovu jednačinu zameni približna vrednost za nanelektrisanje q dobijamo poluprečnik kapljice sa greškom koja nije veća od trećine greške pri određivanju q, s obzirom da se r menja sa trećim korenom iz q.

Određivanje poluprečnika kapljice može da se izvrši i uravnotežavanjem težine kapljice  $m'g$  silom električnog polja Eq. Potrebno je samo odabrati podesnu jačinu električnog polja. Ovo je ustvari jedna električna vaga koja meri težinu do desetomiliarditog dela milograma. S obzirom da je

$$m'g = (m - m_v)g = \frac{4}{3}r^3\pi(\rho - \rho_v)g \quad \text{II.12.}$$

$$\text{i } m'g = Eq$$

rešavajući ove dve jednačine za poluprečnik kapljice dobijamo

$$r = \sqrt[3]{\frac{3Eq}{4\pi g(\rho - \rho_v)}} \quad \text{II.13.}$$

Vidimo da su sve veličine u gornjoj jednačini, izuzev r, poznate.

te, te možemo odrediti poluprečnik kapljice.

### II.3. Odredjivanje vrednosti $e_0$ i A

Ako nam je poznata prividna vrednost elementarnog nanelektrisanja  $q_0$  i  $\frac{l}{r}$ , možemo na osnovu jednačine II.7. odrediti vrednost  $e_0$  i A. Napišimo jednačinu II.7. u obliku

$$e_0^{\frac{2}{3}} \left( 1 + A \frac{l}{r} \right) = q_0^{\frac{2}{3}} \quad \text{II.14.}$$

Ako na apscisu nanesemo vrednosti  $\frac{l}{r}$ , a na ordinatu  $q_0^{\frac{2}{3}}$  vidimo da postoji linearne zavisnost. Presek ove prave sa ordinatom je  $e_0^{\frac{2}{3}}$  gde je  $e_0$  prava vrednost elementarnog nanelektrisanja. Konstanta A predstavlja, prema tome, nagib prave podeljen sa odsečkom na ordinati  $e_0^{\frac{2}{3}}$ .

Promena vrednosti  $\frac{l}{r}$  može da se postigne na dva načina. Jedan je da menjamo pritisak u gasu, s obzirom da je srednja slobodna putanja obrnuto srasmerna pritisku, a da posmatramo kapljice gotovo istog poluprečnika. Drugi način se sastoji u tome da pritisak održavamo konstantnim, prema tome srednja slobodna putanja je konstantna, a da posmatramo kapljice različitog poluprečnika. Eksperimenti su pokazali da se jedna ista vrednost dobija za  $q_0$ , koja odgovara datoj vrednosti  $\frac{l}{r}$ , bez obzira da li smo menjali pritisak i posmatrali kapljice istog poluprečnika, ili smo pritisak držali konstantan a posmatrali kapljice različitog poluprečnika.

S obzirom da je srednja slobodna putanja teorijski izračunata veličina, a da se pritisak neposredno meri, zgodnije je u formuli II.14. srednju slobodnu putanju zameniti pritiskom. Srednja slobodna putanja je obrnuto srasmerna pritisku p, pa jednačina II.14. prelazi u

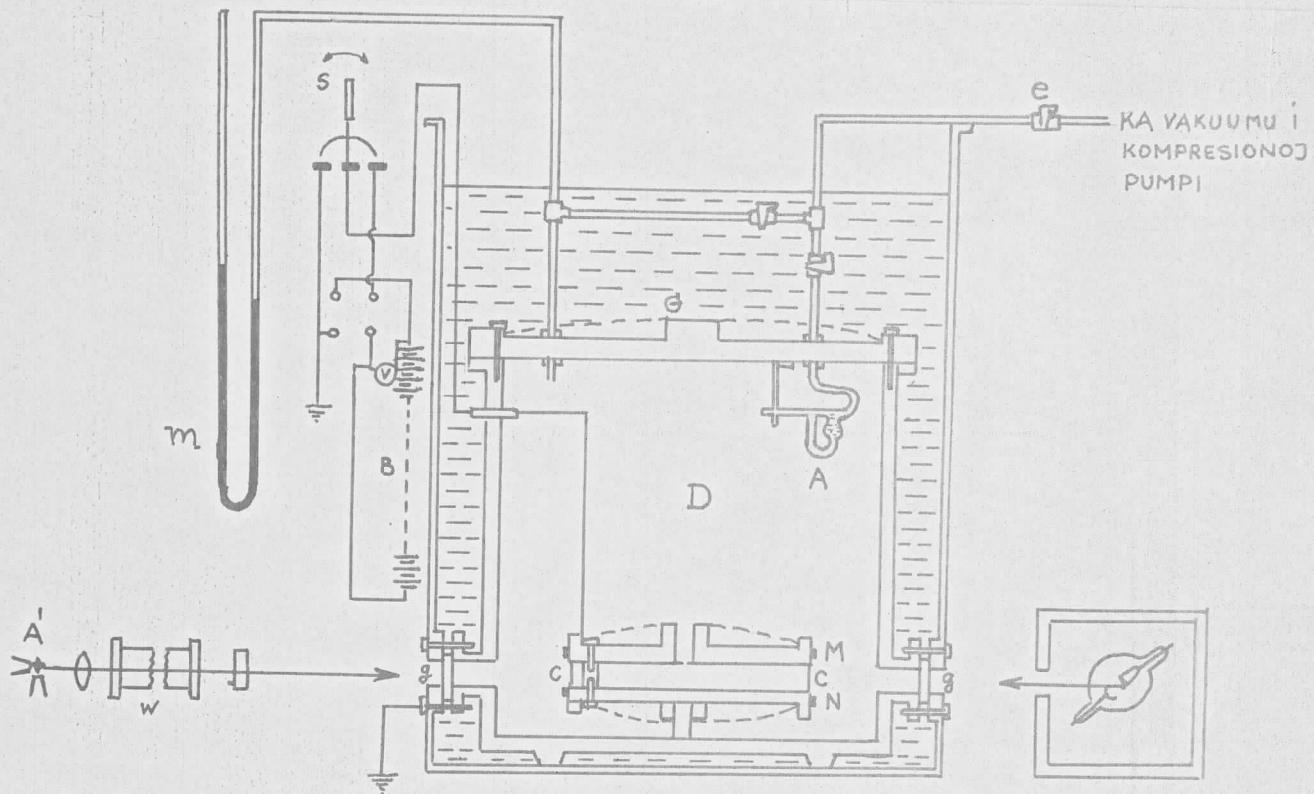
$$e_0^{\frac{2}{3}} \left( 1 + B \frac{1}{pr} \right) = q_0^{\frac{2}{3}} \quad \text{II.15.}$$

gde je B neka nova konstanta. Postupak je potpuno isti kao što je već opisano. Na grafik se nanosi  $q_0^{\frac{2}{3}}$  u zavisnosti od  $\frac{1}{pr}$ . Vrednost konstante B predstavlja takođe nagib prave podeljen sa odsečkom na ordinati  $e_0^{\frac{2}{3}}$ . Presek prave sa ordinatom je  $e_0^{\frac{2}{3}}$ , i stepenjujući ovu vrednost sa  $\frac{3}{2}$  dobijamo pravu vrednost elementarnog nanelektrisanja.

Elementarno nanelektrisanje  $e_0$  može se odrediti preciznije na sledeći način. Na osnovu grafika na kojem je prikazana li-

nearna zavisnost izmedju vrednosti  $q_{\text{pr}}^{\frac{2}{3}}$  i  $\frac{1}{\text{pr}}$  odredi se konstanta B, a zatim se svaka vrednost prividnog nanelektrisanja  $q_{\text{pr}}$  pomoću relacije II.15. svede na pravu vrednost elementarnog nanelektrisanja  $e_{\text{pr}}$ . Na osnovu ovih pojedinačnih vrednosti elementarnog nanelektrisanja nadje se na kraju srednja vrednost elementarnog nanelektrisanja.

Eksperimentalni uredjaj prikazan je na slici II.1.



sl. II.1.

Mesingani sud D načinjen je za rad na svim pritiscima do 15 atmosfera. Pritisak se kontroliše pomoću manometra m koji pri atmosferskom pritisku pokazuje tačno isto čitanje kao i standarni barometar. Centralni deo aparature sačinjavaju kondenzatorske ploče M i N. Osvetljavanje se vrši pomoću luka A'. Da bi se postigla potpuna stagnacija vazduha izmedju kondenzatorskih ploča vrši se apsorbovanje toplotnih zraka postavljanjem vodene čelije w, duge 80 cm, kao i čelije sa bakarnim hloridom na put svetlosnih zraka. Ceo sud D je potopljen u kupatilo sa motornim uljem G, konstantne temperature. Promena temperature za vreme jednog posmatranja nije bila veća od  $0,02^{\circ}\text{C}$ . Mlaz vazduha, potreban za rad raspršivača A, uvodi se kroz slavinu e. Ovaj vazduh je predhodno osušen i očišćen od prašine. Vazduh izmedju kondenzatorskih ploča se jonizuje pomoću Röntgen-ovih zraka. Ovi zraci iz Röntgen-ove cevi kroz okno g i okno na ebonitskom pojasu

c ulaze u kondenzatorski medjuprostor. Pod uglom od  $28^{\circ}$  u odnosu na pravac koji spaja ova dijametralno suprotna okna, a u istoj horizontalnoj ravni, vrši se posmatranje pomoću durbina sa kratkom žižnom daljinom. Posmatranje se takođe vrši kroz treće okno g na kupatilu sa motornim uljem G i kroz okno na ebonitskom omotaču c koji okružuje kondenzatorske ploče M i N. Durbin u okularu ima skalu da bi se mogla meriti brzina kretanja kapljice.

Millikan je posmatrao 58 kapljica u toku 60 uzastopnih dana, pri čemu je  $\frac{l}{r}$  varirano tridesetostruko / od  $0,016$  do  $0,444$  /, pritisak p sedamnaestostruko / od  $4,46$  cm Hg do  $76,27$  cm Hg /, poluprečnik r dvanaestostruko / od  $4,69 \cdot 10^{-5}$  cm do  $58,56 \cdot 10^{-5}$  cm /, dok je broj elementarnih nanelektrisanja iznosio od 1 do 136.

Na osnovu grafika Millikan je dobio iz nagiba i preseka prave sa ordinatom  $e_0^{\frac{2}{3}} = 61,13 \cdot 10^{-8}$ , i  $B = 0,000625$ . Konstanta A koja odgovara ovoj vrednosti B iznosi 0,874. Pri izračunavanju je poluprečnik kapljice izražen u santimetrima, a pritisak u santimetrima živinog stuba. Vrednost koeficijenta viskoznosti, koja je upotrebljena pri proračunu gornjih vrednosti iznosila je  $\eta = 0,0001825 \frac{Ds}{cm^2}$ . Ako se uzme tačnija vrednost koeficijenta viskoznosti  $\eta = 0,00018324 \frac{Ds}{cm^2}$ , koja je 1913. godine naknadno određena, dobija se srednja vrednost  $e_0^{\frac{2}{3}} = 61,367 \cdot 10^{-8}$ . Na osnovu ove poslednje vrednosti  $e_0^{\frac{2}{3}}$  dobija se za elementarno nanelektrisanje

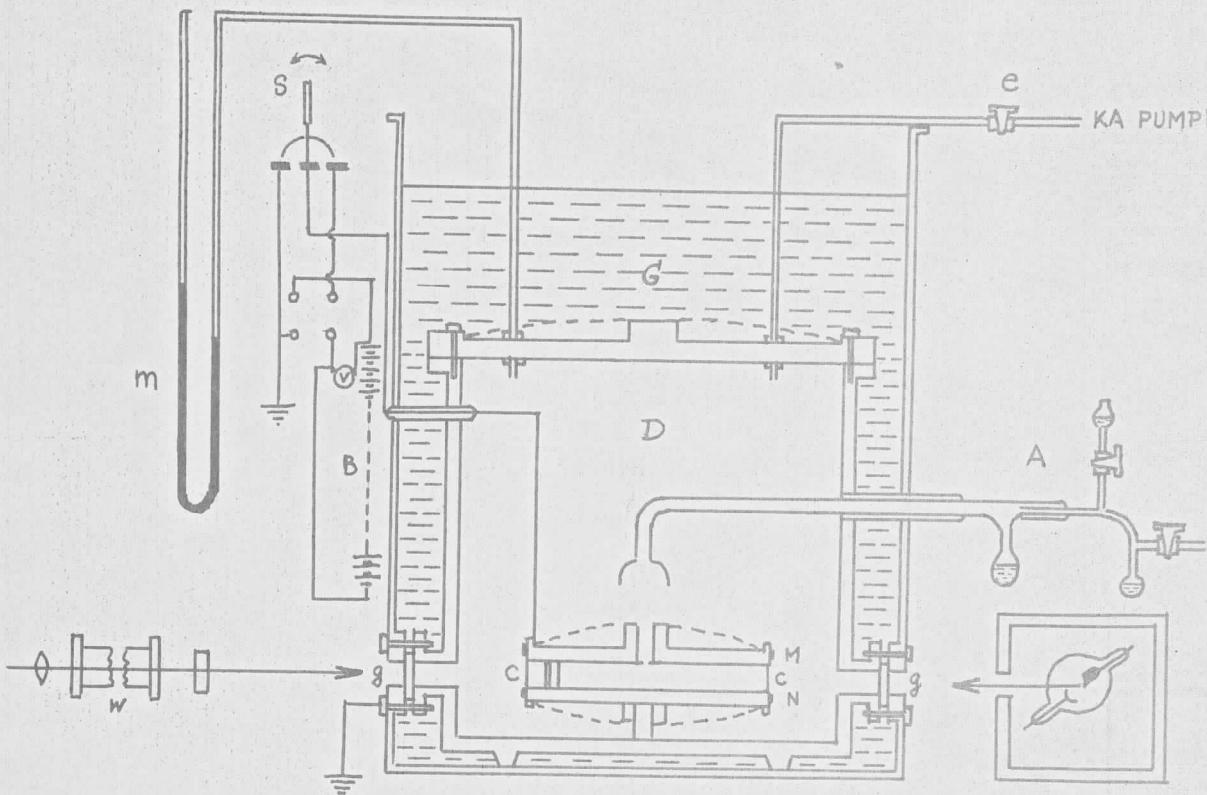
$$e_0 = 4,807 \cdot 10^{-10} \text{ elektrostatičkih internacionalnih jedinica.}$$

Eksperiment opisan u ovom odeljku objavljen je 1913. godine, kada još nije bila poznata tačnija vrednost koeficijenta viskoznosti vazduha.

Millikan je zatim eksperiment ponovio sa preciznijom aparaturom. Rad je bio završen u avgustu 1916. godine, a trajao je gotovo pune dve godine. Usavršavanje aparature bio je rezultat petogodišnjeg iskustva. Ova aparatura je prikazana na sl. II. 2.

Vremena su dobijena na osnovu finog registrujućeg hronografa koji je kontrolisan pomoću standardnog astronomskog časovnika. Ovaj hronograf je beležio vreme u stotim delovima sekunde. Određivanje napona nije se odlikovalo većom nesigurnošću od tri hiljaditog dela. Millikan je 1914. godine napravio kondenzator koji je imao uglačane površine u granicama dveju talasnih dužina natrijumove svetlosti. Ove ploče su bile 22 cm u prečniku, a bile su rastavljene na tri paralelne pločice debljine 14,9174 mm,

koje su imale optički ravne i paralelne površine. Na ovaj način greška u određivanju međusobnog rastojanja kondenzatorskih ploča nije bila veća od jednog desetohiljaditog.



sl.II.2.

Eksperimentalni rezultati prikazani su u tablici II.1., dok je na grafiku II.1. prikazana zavisnost prividne vrednosti naelektrisanja  $q_0^{\frac{2}{3}}$  od  $\frac{1}{pr}$ . Pravu vrednost elementarnog naelektrisanja  $e_0$  dobijamo u preseku prave sa ordinatom. To je vrednost kojoj teži  $q_0^{\frac{2}{3}}$  kada  $\frac{1}{pr}$  teži nuli tj. kada se pritisak toliko poveća da nestanu šupljine u medijumu. Tada se kapljica kreće kroz kontinualni medijum, kao što je predpostavljeno prilikom primenjivanja Stokes-ovog zakona na kretanje kapljice.

Konačna vrednost  $e_0^{\frac{2}{3}}$  proračunata na osnovu koeficiente viskoznosti  $\eta = 0,0001824$  iznosi  $61,126 \cdot 10^{-8}$ , a na osnovu tačnije vrednosti koeficiente viskoznosti  $\eta = 0,00018324$  svodi se na  $61,407 \cdot 10^{-8}$ . Ovo nam daje za elementarno naelektrisanje

$$e_0 = (4,807 \pm 0,005) \cdot 10^{-10} \text{ apsolutnih elektrostatičkih jedinica.}$$

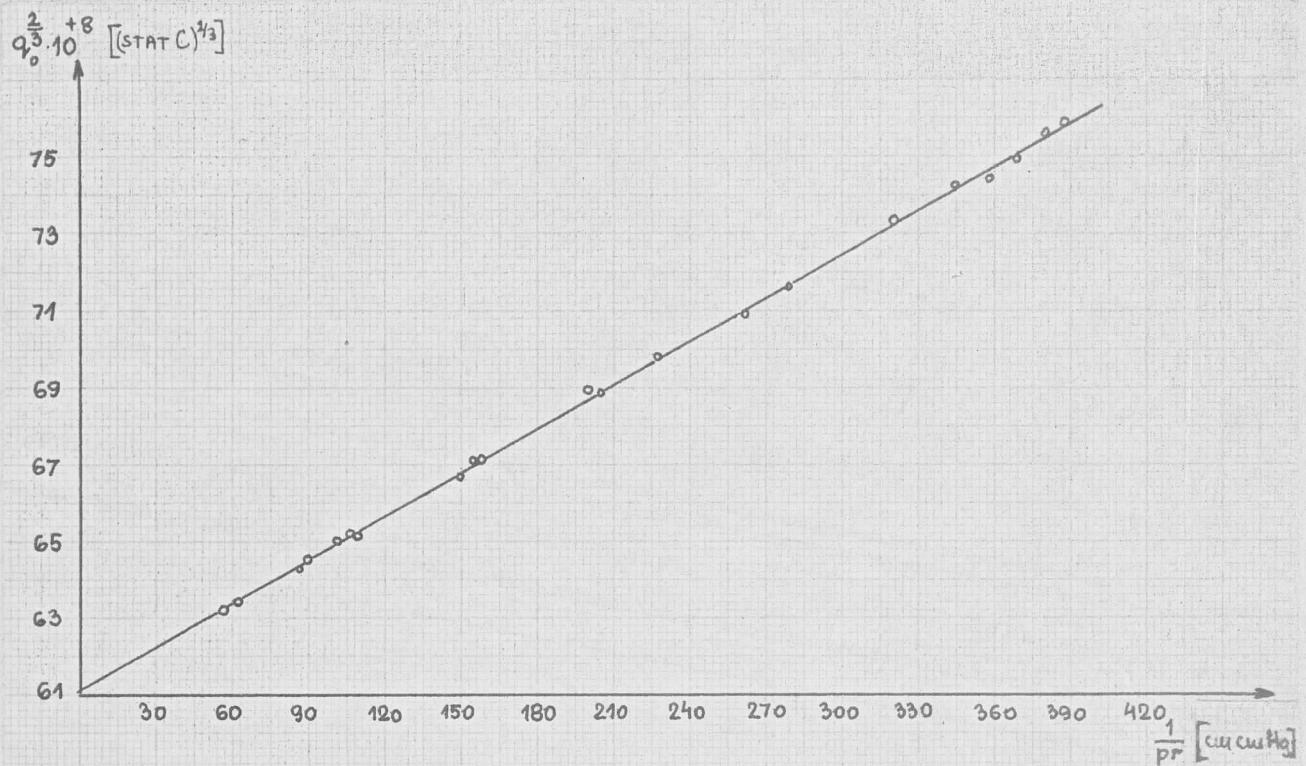
T A B L I C A II.1.

t [°C]	N.n. [v]	t <sub>g</sub> [s]	v <sub>g</sub> [cm/s]	n	r · 10 <sup>+6</sup> [cm]	p [cm Hg]	$\frac{\ell}{pr}$	$\frac{\ell}{r}$	$q^{\frac{2}{3}} \cdot 10^{+8}$	$e^{\frac{2}{3}} \cdot 10^{+8}$
23,07	6650	16,50	0,06194	7-13	23,40	74,49	57,45	0,04111	63,21	61,03
23,00	6100	16,76	0,06099	8-11	23,22	75,00	57,5	0,04115	63,204	61,03
23,05	5308	19,73	0,05180	7-15	21,34	74,49	63,0	0,04509	63,54	61,16
23,08	4132	37,82	0,02703	4-6	15,33	79,37	86,7	0,06205	64,27	60,97
23,06	4661	40,09	0,02521	3-6	14,84	71,00	90,6	0,06484	64,63	61,21
23,12	4111	51,53	0,01983	3-4	13,05	75,77	101,3	0,06502	65,02	61,19
23,08	5299	51,48	0,01985	2-5	13,05	74,98	102,4	0,07329	65,07	61,20
23,01	6661	56,06	0,01823	2-3	12,50	75,40	106,3	0,07608	65,13	61,11
23,00	6082	59,14	0,01728	1-4	12,17	75,04	109,7	0,07850	65,19	61,05
23,10	4077	57,46	0,01779	3-8	12,34	75,67	107,3	0,07680	65,21	61,16
23,13	4663	16,58	0,06165	10-12	22,72	29,26	150,6	0,1078	66,70	61,01
23,11	4661	29,18	0,03502	5-7	17,08	36,61	160,1	0,1146	67,12	61,07
22,98	4687	18,81	0,05432	8-10	21,26	30,27	155,6	0,1114	67,14	61,26
23,12	4651	47,65	0,02145	2-7	13,20	36,80	206,4	0,1477	68,90	61,11
23,10	4648	32,72	0,03129	4-6	15,92	31,35	200,7	0,1437	68,97	61,39
23,15	3393	18,34	0,05572	12-16	21,11	20,58	227,8	0,1630	69,88	61,27
23,12	4669	46,82	0,02294	2-4	13,12	29,10	262,4	0,1878	70,85	60,94
23,12	4691	26,62	0,03819	5-7	17,32	20,54	281,4	0,2014	71,60	60,98
23,10	3339	14,10	0,07249	15-19	23,00	13,24	321,4	0,2297	73,34	61,20
23,14	4682	39,24	0,02605	3-5	14,00	20,72	345,4	0,2472	74,27	61,22
23,14	3350	18,30	0,05585	10-13	20,47	13,62	359,1	0,2570	74,54	60,97
23,00	3370	43,88	0,02329	3-6	13,17	20,47	371,5	0,2659	75,00	60,97
23,13	3381	46,90	0,02179	3-6	12,69	20,74	380,6	0,2724	75,62	61,24
23,09	3345	19,65	0,05201	9-12	19,65	13,12	388,5	0,2781	75,92	61,24
23,15	3344	26,76	0,03819	6-9	16,57	13,80	438,3	0,3137	77,74	61,18

Prosek 61,126

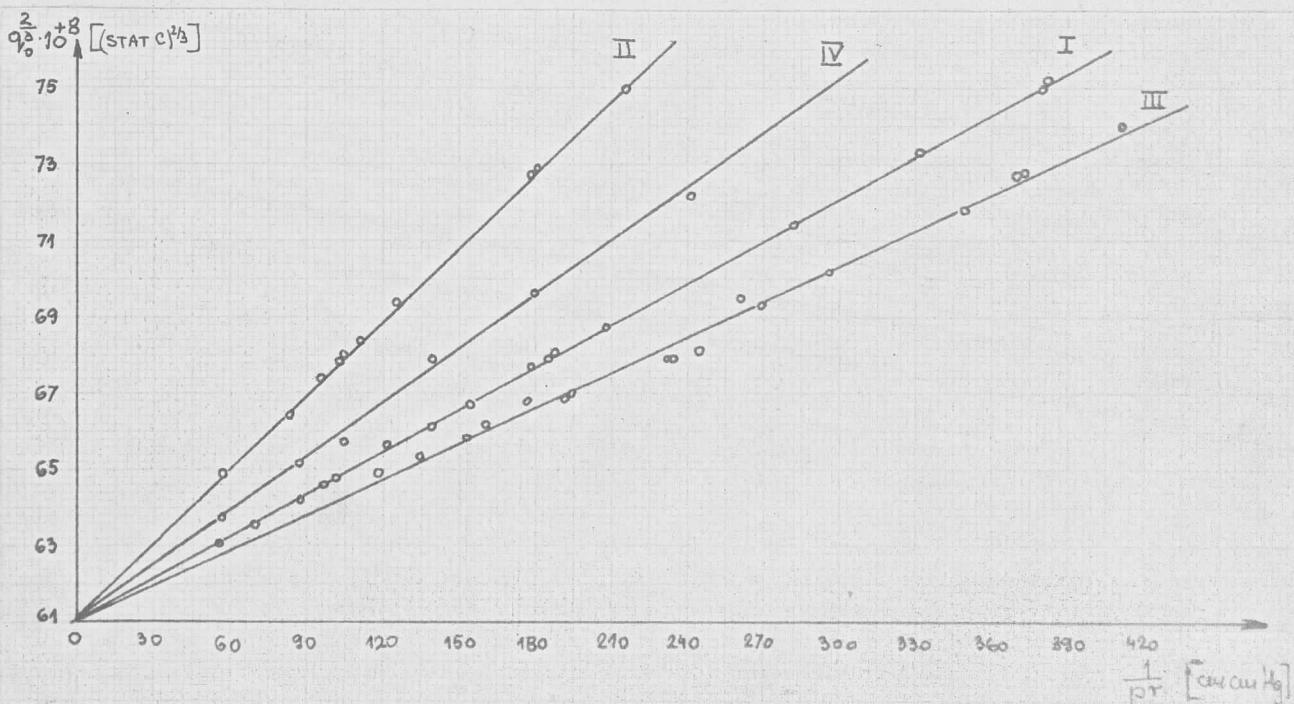
Iako se brojne vrednosti za  $e_0^{\frac{2}{3}}$  iz 1913. godine i 1917. godine malo razlikuju, brojna vrednost elementarnog naelektrisanja je ista s obzirom na neznatnu razliku izmedju pomenutih jedinica.

Da bi se proverilo tvrdjenje da je elementarno naelektrisanje  $e_0$  konstantna vrednost, tj. da ono nije funkcija poluprečnika kapljice, Millikan i njegovi saradnici su ponovili eksperimente. Oni su posmatrali i kapljice za red veličine manjeg poluprečnika nego u predhodnim eksperimentima. Sve vrednosti prividnog naelektrisanja su ležale na pravoj prikazanoj na grafiku II.1.



grafik II.1.

Da bi potvrdili univerzalnost zaključka o konstantnoj vrednosti elementarnog nanelektrisanja, tj. nezavisnost vrednosti  $e$  od vrste kapljica kao i vrste gasa u kojem su suspendovane, oni su radili sa različitim kapljicama u različitim sredinama. Prikaz ovih eksperimentalnih rezultata dat je na grafiku II.2.



grafik II.2.

Na pravoj I su prikazani rezultati eksperimenta sa uljanim kapljicama u vazduhu, a na pravoj II su podaci za iste ove kapljice u vodoniku. Kriva III daje podatke za kapljice žive, obrazovane uduvavanjem oblaka živinih kapljica formiranih kondenzovanjem pare ključale žive, u vazduhu; dok kriva IV prikazuje podatke za kapljice šelaka u vazduhu.

Vidimo da sve ove prave, iako različitog nagiba, konvergiraju istoj vrednosti  $e_0^{\frac{2}{3}}$  kada  $\frac{1}{pr}$  teži nuli. Na osnovu ovog rezultata ustanovljena je tačnost tvrdjena da prava vrednost elementarnog nanelektrisanja  $e_0$  ne zavisi od gasa u kojem čestica pada, ni materijala koji je upotrebljen, kao ni pôluprečnika kapljice.

#### II.4. Metoda određivanja najtačnije vrednosti elementarnog nanelektrisanja

Poznato je da su x-zraci talasne prirode, pa prema tome kao i svetlost treba da ispoljavaju fenomen difrakcije. S obzirom da je talasna dužina x-zraka znatno manja od vidljive svetlosti, tj. iznosi oko  $1 \text{ \AA}$ , potrebno je upotrebiti jako usku pukotinu. Izvršena je difrakcija x-zraka u SSSR-u na pukotini širine  $6\mu$ . Snimak je uvećan 26 puta da bi se jasno videle svetle i tamne trake.

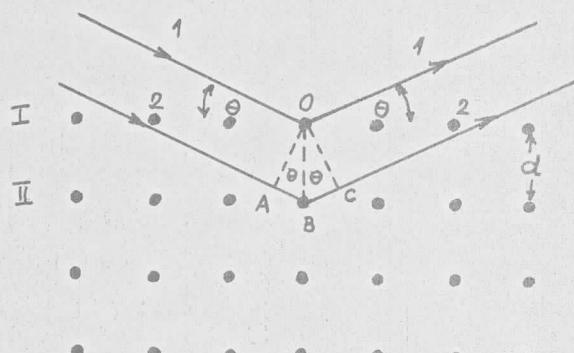
Jednostavniji i praktičniji postupak za difrakciju x-zraka sastoji se u upotrebi kristala kao difrakcione rešetke. Kristal predstavlja celokupnost atoma, atomskih grupa ili jona, koji su po određenoj zakonitosti rasporedjeni u prostoru. Red veličine medjuatomskih rastojanja u kristalu je isti kao red talasne dužine x-zraka i zbog toga su kristali pogodni za difrakciju x-zraka. Ovako je prvi put izvršio difrakciju x-zraka 1912. godine na kristalu  $\text{CuSO}_4$  Max von Laue.

W.L.Bragg, W.H.Bragg i Vulf objašnjavaju difrakciju x-zraka na kristalima pomoću selektivne refleksije sa odgovarajućih kristalografskih ravni. Posmatrajmo trodimenzionu, pravouglu rešetku jednakog perioda u sva tri uzajamno normalna pravca. Ova rešetka se može zamisliti kao niz paralelnih ravni koje sadrže atome, jone ili atomske grupe, na podjednakom medjusobnom rastojanju  $d$ . Ove ravni I i II prikazane su na slici II.3. Svaki atom predstavlja centar novih koherentnih talasa. Svaka od ravni ponosob daje refleksiju nultog reda pod uglom jednakim upadnom uglu, i to za bilo koju talasnu dužinu jer je putna razlika izmedju u-

padnog i odbijenog zraka jednaka nuli. Međutim refleksija nastaje na sistemu paralelnih ravnih na međusobnom rastojanju  $d$ . Dolaže do interferencije koherentnih zrakova sa pojedinih ravnih. Refleksija se neće javiti za bilo koju talasnu dužinu već samo za neke odredjene talasne dužine. Zraci 1 i 2 reflektovani sa ravnim I i II imaju putnu razliku  $2d \sin\theta$ , gde je  $\theta$  ugao sjaja. Do interferencione refleksije će doći ako je ova putna razlika jednaka celobrojnom umnošku talasne dužine, tj. ako je ispunjen uslov dat Bragg-Vulf-ovom jednačinom

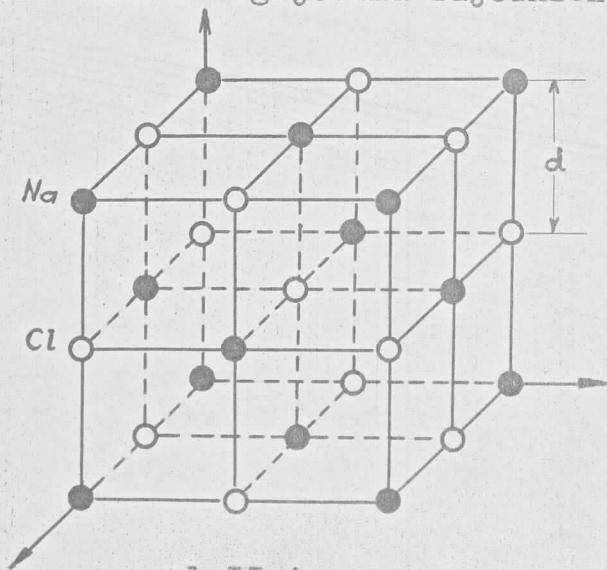
$$2d \sin\theta = n\lambda$$

II.16.



sl.II.3.

na, a masu  $M = 58,454$  g. Na slici II.4. prikazana je elementarna celija  $\text{NaCl}$ . U čvorovima kristalne rešetke nalaze se joni  $\text{Na}^+$  i  $\text{Cl}^-$ . Joni u rogljevima zajednički su za osam elementarnih celija, prema tome samo jedna osmina pripada ovoj elementarnoj celiji. Kako ovih jona ima osam, samo jedan pripada elementarnoj celiji prikazanoj na slici II.4. Joni  $\text{Cl}^-$  na ivicama kocke zajednički su za četiri elementarne celije. Jednoj elementarnoj celiji pripada jedna četvrtina. Kako ovih jona ima dvanaest, tri pripadaju jednoj elementarnoj celiji. Joni  $\text{Na}^+$  na sredinama strana kocke pripadaju dvema elementarnim celijama, tj. tri jona  $\text{Na}^+$  pripada ovoj ele-



sl.II.4.

Ova jednačina omogućava da se odredi talasna dužina  $\lambda$ -zraka ako je poznato rastojanje među susednim atomskim ravnima u kristalu  $d$ . Ovo rastojanje se može izračunati. Predpostavimo da imamo kristal teseralnog sistema čija elementarna celija ima oblik kocke, kao napr.  $\text{NaCl}$ . Gram molekul  $\text{NaCl}$  ima broj molekula jednak Avogadro-ovom broju  $N$ , tj.  $2N$  jo-

du dvema elementarnim celijama, tj. tri jona  $\text{Na}^+$  pripada ovoj ele-

mentarnoj čeliji. Prema tome elementarna čelija sadrži četiri molekula NaCl, tj. osam jona, a zapremina elementarne čelije je  $(2d)^3 = 8d^3$ . Zapremina po jonu je  $d^3$ , a zapremina gram-molekula NaCl je  $2Nd^3$ . Ova zapremina sa druge strane je jednaka odnosu mase gram-molekula M i gustine  $\rho$ . Prema tome možemo pisati

$$2Nd^3 = \frac{M}{\rho}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{1}{2} \frac{M}{N\rho}}$$

tj.

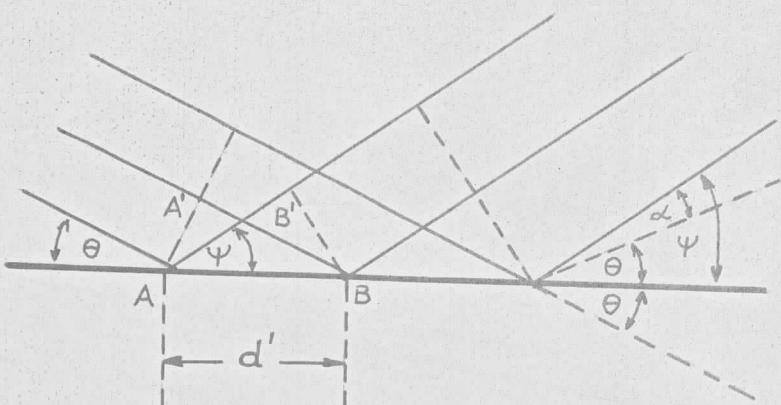
II.17.

Ukoliko na ovaj način izračunamo rastojanje izmedju ravnih d, možemo na osnovu Bragg-Vulf-ove jednačine II.16. za prvi red refleksije /n=1/, izračunati talasnu dužinu x-zraka. Tačnost određivanja talasne dužine zavisi od tačnosti sa kojom su odredjene konstante u relaciji II.17. Za razliku od ove kristalografiske metode određivanja talasne dužine x-zraka, određivanje talasne dužine x-zraka putem refleksione rešetke je preciznije, jer se sve veličine neposredno mere.

Pri izvodjenju Bragg-Vulf-ove jednačine predpostavljeno je da je indeks prelamanja x-zraka jednak jedinici. Sistematsko odstupanje od Bragg-Vulf-ove jednačine za x-zrake veće talasne dužine / 2 - 3 Å / ukazuje da je indeks prelamanja x-zraka pri prelazu iz vazduha u kristal manji od jedinice. Ovo nam ukazuje da pri prelazu x-zraka iz vazduha u kristal može doći do totalne refleksije pri upadnim uglovima većim od kritičnog / analogna pojava kao kod svetlosti /. Compton je 1923. godine posmatrao totalnu refleksiju x-zraka, odredio kritični ugao i na osnovu njega indeks prelamanja. Za talasnu dužinu 1,279 Å kritični ugao u slučaju krun stakla gustine 2,52  $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  iznosio je  $11'$  a indeks prelamanja n = 0,999995.

Otkriće totalne refleksije x-zraka ukazuje na mogućnost dobijanja spektara x-zraka pomoću obične difrakcione rešetke, ukoliko se ona koristi kao refleksiona rešetka pri upadnim uglovima većim od kritičnog, tj. pri malim uglovima sjaja. Difrakcione rešetke koje se upotrebljavaju u slučaju x-zraka su grublje u odnosu na difrakcione rešetke koje se upotrebljavaju za svetlost, jer zbog malog ugla sjaja / 10' do 3° / rešetka sa periodom d deluje kao rešetka sa periodom  $d \sin\theta$ , napr. rešetka sa 50 zareza po milimetru deluje kao rešetka sa 17000 zareza po milimetru.

Na slici II.5. prikazana je refleksiona rešetka perioda d. Paralelan snop x-zraka pada pod uglom sjaja θ prema površini re-



sl.II.5.

fleksione rešetke. Front upadnog talasa je  $AA'$ , a susednih reflektovanih talasa na udaljenosti  $d$  je  $BB'$ . Putna razlika susednih reflektovanih talasa je

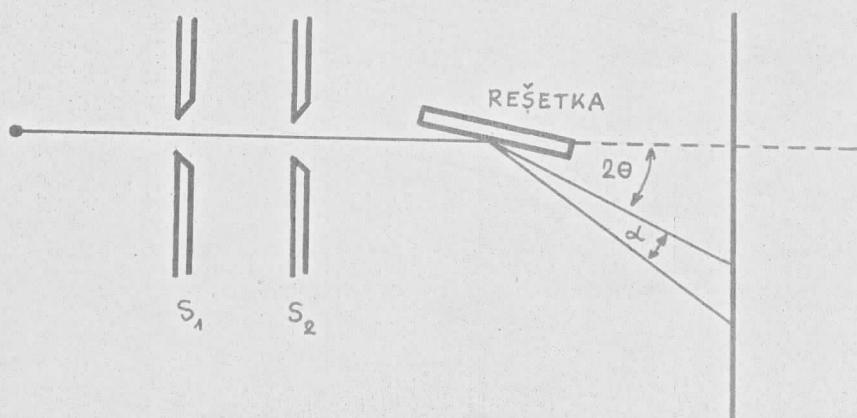
$$\overline{AB}' - \overline{A'B} = d'(\cos \psi - \cos \theta) = d'[\cos(\theta + \alpha) - \cos \theta] \quad \text{II.18.}$$

Ugao  $\psi$  predstavlja ugao koji zaklapa pravac difraktovanog zračenja sa površinom rešetke. Do interferacionih maksimuma dolaziće ukoliko je putna razlika zrakova, reflektovanih u razmaku jednako periodu rešetke, jednaka celobrojnom umnošku talasnih dužina, tj.

$$n\lambda = d'[\cos(\theta + \alpha) - \cos \theta] = 2d' \sin \frac{2\theta + \alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2} \quad \text{II.19.}$$

Ceo broj  $n$  označava red difrakcionog spektra. Za dati ugao sjaja  $\theta$ , a za različite uglove  $\psi_n$  posmatraju se različiti difrakcioni maksimumi kojima odgovara sukcesivno  $n = 1, 2, 3, \dots$

Uprošćena šema difrakcionog eksperimenta prikazan je na slici II.6.



sl.II.6.

Skretanje zraka sa prvobitnog pravca iznosi  $2\theta$ . Za  $n=1$  imamo difrakcioni maksimum prvog reda i formula II.19. prelazi u

$$\lambda = 2d' \sin \frac{2\theta + \alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2} \quad \text{II.20.}$$

Sve veličine u relaciji II.20. se mere neposredno i zato se ova metoda odredjivanja talasne dužine x-zraka naziva absolutna. Veličina  $d'$  meri se neposredno komparatorom, ili putem graduisanja rešetke na osnovu jednog spektroskopskog standarda; napr. zelene linije spektra pare bakra  $\lambda = 5153,25 \text{ \AA}$ .

Uporedjenje izračunate talasne dužine kristalografskom metodom na osnovu Bragg-Vulf-ove jednačine II.16. i relacije II.17. sa izmerenom talasnom dužinom pomoću refleksione rešetke pokazuje odstupanje od 0,15 %, a što je sto puta veće od greške pri odredjivanju talasne dužine pomoću refleksione rešetke. Predpostavilo se da je uzrok ovom neslaganju netačna vrednost Avogadro-ovog broja  $N$  koji ulazi u relaciju II.17., pa prema tome i u Bragg-Vulf-ovu jednačinu II.16.

Odredjivanje Avogadro-ovog broja svodi se na posredno izračunavanje preko relacije

$$e_o = \frac{F}{N} \quad \text{II.21.}$$

gde je  $e_o$  - elementarno nanelektrisanje,  $N$  - Avogadro-ov broj, a  $F$  - Faradej, tj. količina elektriciteta koju pri elektrolizi prenosi jedan gram ekvivalent proizvoljnih jona. Predpostavljalo se da je u Millikan-ovim ogledima elementarno nanelektrisanje određeno sa dovoljnom tačnošću, i ta vrednost je uzeta pri izračunavanju Avogadro-ovog broja na osnovu relacije II.21., dok je vrednost za Faradej uzeta iz podataka elektrolize. Međutim, i sa ovom novom vrednošću Avogadro-ovog broja dolazilo je do odstupanja izmedju talasne dužine x-zraka odredjene na osnovu difrakcije na kristalima, a izračunate na osnovu Bragg-Vulf-ove jednačine, i talasne dužine izmerene absolutnom metodom pomoću refleksione rešetke. Ovo nam ukazuje da je jedina netačna vrednost, tj. vrednost sa nedovoljnom tačnošću, mogla biti jedino elementarno nanelektrisanje određeno na osnovu Millikan-ovih eksperimenata. Da bi se odredila najtačnija vrednost elementarnog nanelektrisanja, relacija II.21. koristi se ne za izračunavanje Avogadro-ovog broja, koji se određuje na drugi način, već za odredjivanje elementarnog nanelektrisanja.

Apsolutna talasna dužina  $\lambda$  određuje se za prvi red refleksije na osnovu relacije II.20. neposrednim merenjem uglova i konstante refleksione rešetke  $d'$ . Sada se sa tom poznatom talasnom dužinom  $\lambda$  vrši difrakcija na kristalu, i na osnovu Bragg-Vulfove relacije za prvi red refleksije

$$2d \sin \theta = \lambda \quad \text{II.22.}$$

i merenjem ugla sjaja  $\theta$  pomoću rentgenskog spektrografa određuje se rastojanje izmedju kristalografskih ravnih  $d$ . Na osnovu relacije II.17. može se sada izračunati Avogadro-ov broj

$$N = \frac{M}{2d^3 \rho} \quad \text{II.23.}$$

Pošto smo na ovaj način izračunali Avogadro-ov broj, a Faradej nam je poznat iz elektrolize, možemo na osnovu relacije II.21. izračunati elementarno naelektrisanje elektrona. Za Avogadro-ov broj se dobija

$$N = (6,0228 \pm 0,0011) \cdot 10^{23} \frac{\text{molekula}}{\text{g molu}}$$

Vrednost jednog Faradeja na osnovu elektrolize iznosi

$$F = (2,89247 \pm 0,00030) \cdot 10^{14} \frac{\text{CGSE}}{\text{g ekv.}}$$

a za elementarno naelektrisanje elektrona se dobija vrednost

$$e_0 = (4,8025 \pm 0,0010) \cdot 10^{-10} \text{ CGSE}$$

Pri izračunavanju molekulske težine  $M$  uzeta je hemijska skala. Računato u fizičkoj skali  $/_{\text{g}}\text{O}^{16} = 16$  / konstante  $N$  i  $e_0$  promenile bi se nezнатно, tj. za faktor 1,000272.

Danas se upotrebljava  $\text{C}^{12}$ -skala u kojoj je za jedinicu mase usvojena jedna dvanaestina mase atoma  $\text{C}^{12}$ . Odnos molova i Avogadro-ovih brojeva u hemijskoj, fizičkoj i  $\text{C}^{12}$ -skali

$M_{\text{CHEM.}} : M_{\text{Fiz.}} : M_{\text{C}^{12}} = N_{\text{CHEM.}} : N_{\text{Fiz.}} : N_{\text{C}^{12}}$  iznosi

1,000041 : 1,000340 : 1,0000. Vrednosti Avogadro-ovog broja su sledeće

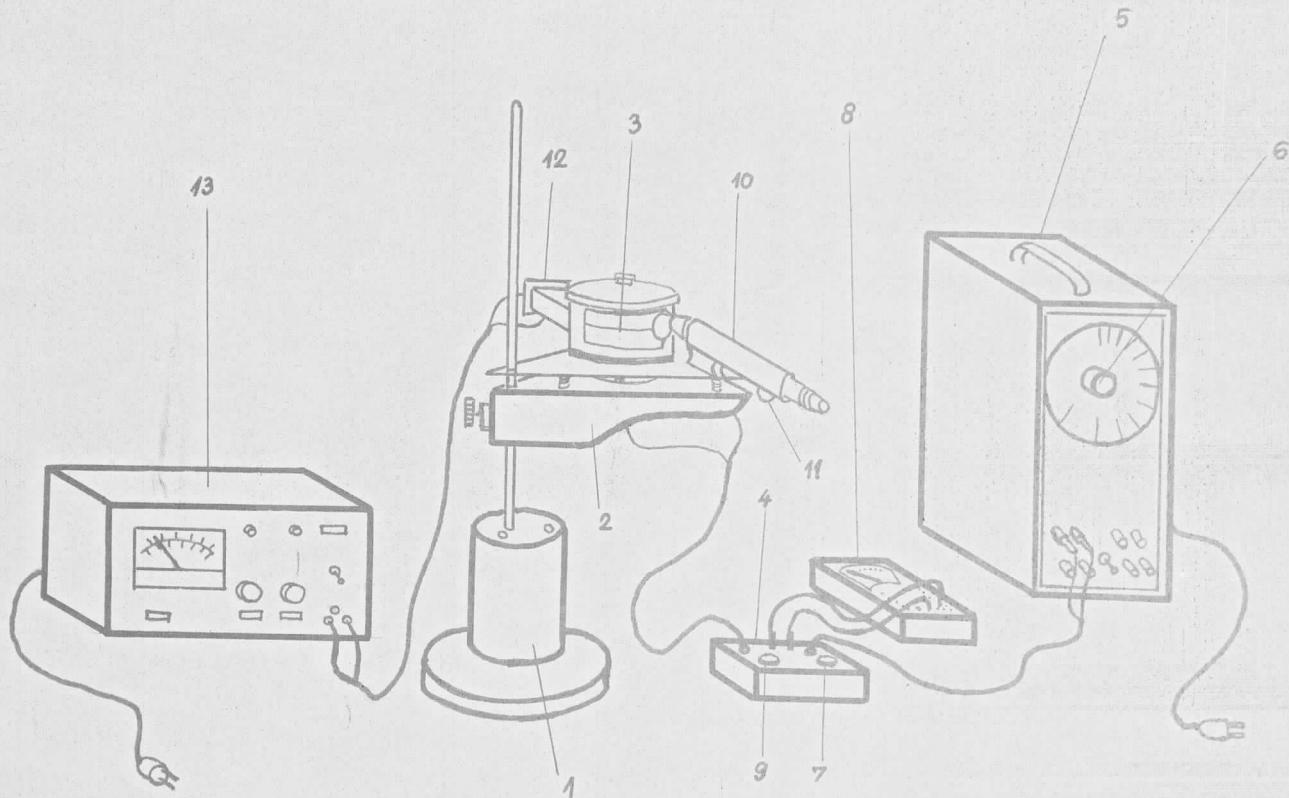
$$\begin{aligned} N_{\text{CHEM.}} &= 6,02320 \cdot 10^{23} \text{ Mol}^{-1} \\ N_{\text{Fiz.}} &= (6,02500 \pm 0,0002) \cdot 10^{23} \text{ Mol}^{-1} \\ N_{\text{C}^{12}} &= 6,02252 \cdot 10^{23} \text{ Mol}^{-1} \end{aligned}$$

Na osnovu relacije II.21. mogu se izračunati vrednosti elementarnog naelektrisanja.

E K S P E R I M E N T A L N I D E O

### 1. Opis aparature i način rada

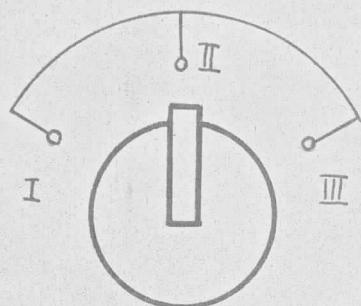
Aparatura je prikazana na slici 1., a proizvedena je od strane firme GRIFFIN & GEORGE LTD. LONDON.



sl.1.

Na masivnom stativu /1/ učvšćena je ploča /2/, a na njoj još jedna ploča koja se pomoću zavrtnjeva i elastičnih opruga dovodi u horizontalan položaj. Na ovoj drugoj ploči nalazi se kondenzator /3/ koji predstavlja centralni deo aparature. Kondenzator se sastoji od dveju kružnih ploča paralelno postavljenih na medjusobnom rastojanju  $d = (0,5 \pm 0,01) \text{ cm} = (0,5 \pm 0,01) \cdot 10^{-2} \text{ m}$ . Horizontalan položaj se proverava pomoću libele koja se postavlja na gornju kondenzatorsku ploču. Ploče kondenzatora su preko kutije /4/ priključene na stabilizirani ispravljač /5/ koji daje jednosmerni napon  $U = 1 \text{ stat } V = 300 \text{ V}$ . Ovaj napon se pomoću potenciometra /6/ može podešavati. Ispravljač je uključen na mrežni napon naizmenične struje od 220 V. Vrednost napona dobijenog sa ispravljača može se potenciometrom u kutiji /4/, okretanjem dugmeta /7/, smanjivati od maksimalne vrednosti pa sve do nule. Na kutiju /4/ priključen je paralelno u strujno kolo voltmetar /8/, da bi se

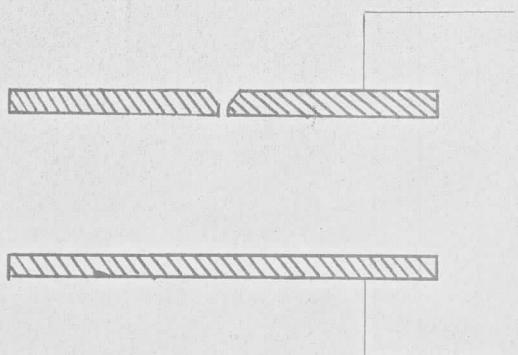
mogao meriti napon. Pomoću prekidača /9/ na istoj kutiji /4/ može se proizvoljno birati polaritet kondenzatorskih ploča. Ovaj prekidač prikazan je na slici 2.



sl.2.

U položaju I prekidača na gornju kondenzatorsku ploču je priključen pozitivan pol izvora napajanja, u položaju III prekidača na gornju kondenzatorsku ploču je priključen negativan pol izvora napajanja, dok u položaju II na kondenzatorske ploče nije priključen napon. Na osnovu polariteta kondenzatorskih ploča može se odrediti znak nanelektrisanja kapljice.

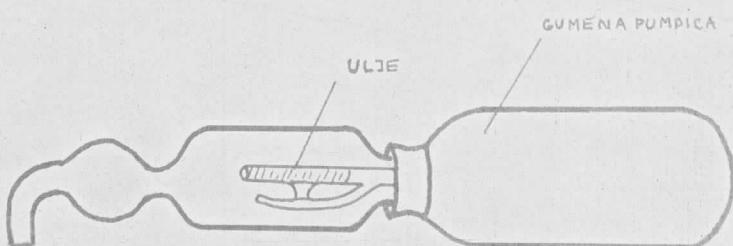
Presek kondenzatorskih ploča, tj. centralni deo aparatu-re prikazan je na slici 3. Gornja kondenzatorska ploča ima na sre-  
dini mali otvor prečnika oko 0,4 mm,



sl.3.

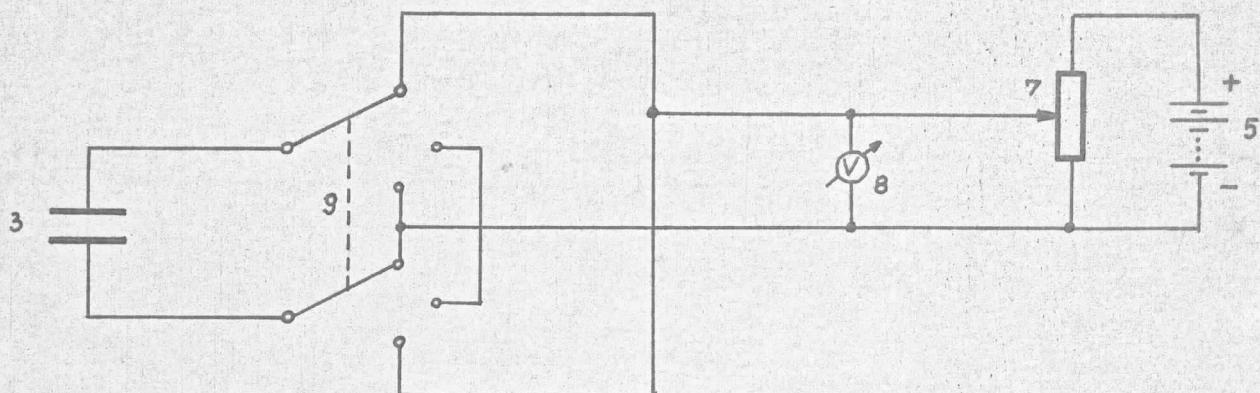
kroz koji se ubrizgavaju kapljice ulja u kondenzatorski medjuprostor pomoću pulverizatora prikazanog na slici 4. Kondenzator /3/ je zaštićen plastičnom kutijom na čijem se poklopcu nalazi otvor u koji se horizontalno postavlja pulverizator. Pritiskom na njegovu pumpicu ubrizgavaju se kapljice ulja. Sa unutrašnje strane poklopca se nalazi

tanka žica prečnika 0,3 mm, koja služi za pročišćavanje otvora na gornjoj kondenzatorskoj ploči kada se napuni uljem. Posmatranjem ove tanke žice zgodno je izoštiti vidno polje mikroskopa.



sl.4.

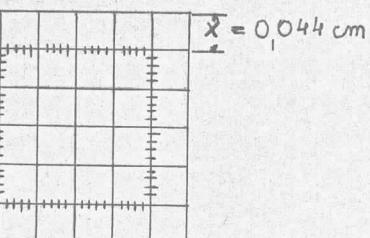
Električna šema aparature pomoću koje je radjen eksperiment data je na slici 5. Numeracija je izvršena kao na slici 1.



sl. 5.

Posmatranje kapljica ulja vrši se pomoću mikroskopa /10/, a pomeranjem zavrtnja /11/ se vidno polje mikroskopa dovodi u ravni u kojoj se kreću kapljice. U okularu mikroskopa se nalazi skala u obliku kvadratne mrežice prikazane na slici 6. Graduisanje

ove skale se vrši posmatranjem pozname skale, i poklapanjem odredjenog broja podelaka pozname i nepoznate skale. Poznata skala pomoću koje je izvršena kalibracija okularne skale bila je podela jednog milimetra na 100 delova. Osam najmanjih podelaka nepoznate okularne skale poklapalo je 70 podelaka pozname milimetarske skale, tj. iznosilo je 0,7 mm. Vrednost jednog najmanjeg podeoka okularne skale je prema tome



sl.6.

$0,7 : 8 = 0,0875 \text{ mm} \approx 0,88 \cdot 10^{-2} \text{ cm} = 0,88 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

Vrednost većeg podeoka okularne skale mikroskopa, označenog na slici 6., iznosi

$$x = 0,44 \text{ mm} = 0,044 \text{ cm} = 0,044 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

s obzirom da je ovaj veći podeok okularne skale podeljen na pet manjih.

Pod  $90^\circ$  se osvetljava vidno polje mikroskopa. Sijalica /12/ od 18 V je preko transformatora /13/ uključena na mrežni napon od 220 V. Izvor napajanja za sijalicu može se realizovati i na drugi način, napr. pomoću akumulatora.

Pokretanjem zavrtnja /11/ na mikroskopu dovodi se vidno polje mikroskopa u ravan u kojoj se kreću kapljice. Pomoću rasprivača se ubrizgaju zatim kapljice ulja u kondenzatorski medju prostor. One se vide kao svetle zvezdice na tamnoj pozadini. Pomoću prekidača /9/ menja se smer električnog polja i posmatra se da li neka kapljica menja smer kretanja pri uključivanju električnog polja. Kapljice ulja mogu da se pri raspršivanju nanelektrisu procesom trenja. Lik koji daje mikroskop je uvećan i obrnut, tako da se slobodno padanje vidi kao kretanje naviše. Uoči se jedna kapljica koja menja smer kretanja pri uključivanju električnog polja i pomoću dve štoperice / da se kapljica ne bi izgubila iz vida / meri se vreme slobodnog padanja i vrema kretanja u električnom polju, za koje ona predje određen broj podelaka okularne skale. Iz ovih podataka izračunava se brzina kretanja u gravitacionom polju  $v_g$ , i brzina kretanja kapljice kada je uključeno električno polje  $v_E$ .

Formula I.16. se s obzirom da je  $k = 6\pi\eta r$  i zamenom relacije I.12. za poluprečnik kapljice može napisati u obliku pogodnjem za eksperiment

$$q = \frac{k}{E} (v_g + v_E) = \frac{18\pi}{E} \sqrt{\frac{\eta^3 v_g}{2g(\rho - \rho_v)}} (v_g + v_E)$$

Pošto je jačina električnog polja  $E = \frac{U}{d}$ , gde je  $U$  - napon priključen na kondenzatorske ploče, a  $d$  - rastojanje izmedju kondenzatorskih ploča dobijamo

$$q = \frac{18\pi d}{U} \sqrt{\frac{\eta^3 v_g}{2g(\rho - \rho_v)}} (v_g + v_E) \quad \text{tj.}$$

$$q = \frac{A(t)}{U} v_g^{\frac{1}{2}} (v_g + v_E) = \frac{A(t)}{U} \left( \frac{s}{t_g} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{s}{t_g} + \frac{s}{t_E} \right)$$

gde je  $t_g$  - vreme slobodnog padanja kapljice tj. kretanja u gravitacionom polju,  $t_E$  - vrema kretanja kapljice u električnom polju, a  $s$  - predjeni put koji je u oba slučaja bio isti. Veličina  $A(t)$  zavisi od temperature i data je izrazom

$$A(t) = 18\pi d \sqrt{\frac{[\eta(t)]^3}{2g(\rho - \rho_v)}}$$

Pri izračunavanju ove veličine uzeta je samo zavisnost koeficijenta viskoznosti od temperature izražene u Celsius-ovoj skali, data izrazom

$$\eta(t) = [1,81 \cdot 10^{-4} - 4,9 \cdot 10^{-7}(20 - t)] \frac{D_s}{cm^2}$$

dok su promene gustine ulja  $\rho$  i gustine vazduha  $\rho_v$  sa temperaturom zanemarene.

## 2. Eksperimentalni rezultati i njihova obrada

Konstantne vrednosti koje su date ili se neposredno mere, kao napr. napon, su sledeće:

$$U = 1 \text{ stat V} = 300 \text{ V}$$

$$d = (0,5 \pm 0,01) \text{ cm} = (0,5 \pm 0,01) \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\rho = 0,972 \frac{\text{g}}{\text{ml}} = 0,972 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 0,972 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$g = 981 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\rho_v = 1,293 \cdot 10^{-3} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1,293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

U svim slučajevima posmatrano je kretanje kapljice ulja kroz četiri veća podeoka okularne skale označenih sa x na slici 6., tj. predjeni put je

$$s = 4 \cdot x = 0,044 \cdot 4 = 0,176 \text{ cm} = 0,176 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Eksperimentalni rezultati uneti su u tablicu 1.

T A B L I C A 1.

$t$ [°C]	$\eta \cdot 10^{+6}$ [ $\frac{\text{Ds}}{\text{cm}^2}$ ]	$A \cdot 10^{+8}$ [ $\frac{\text{g cm}^2}{\text{s}^4}$ ]	$t_g$ [s]	$t_E$ [s]	$v_g \cdot 10^{+4}$ [ $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ ]	$v_E \cdot 10^{+4}$ [ $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ ]	$q \cdot 10^{+6}$ [STAT C]
23,0	180,02	156,49	8,9	11,7	197,75	150,43	78,19
23,0	180,02	156,49	13,4	12,9	131,34	136,43	49,01
23,0	180,02	156,49	7,9	19,2	222,78	91,67	74,95
23,0	180,02	156,49	7,4	30,9	237,84	56,96	72,60
23,0	180,02	156,49	13,4	32,3	131,34	54,49	34,01
23,0	180,02	156,49	12,3	16,2	143,09	108,64	48,09
23,0	180,02	156,49	13,8	43,0	127,54	40,93	30,38
23,0	180,02	156,49	13,0	11,3	135,38	155,75	54,10
23,0	180,02	156,49	7,6	19,8	231,58	88,89	77,88
23,0	180,02	156,49	10,8	11,9	162,96	147,90	63,37
23,0	180,02	156,49	11,1	31,3	158,56	56,23	43,19
23,0	180,02	156,49	15,7	26,7	112,10	65,92	30,10
23,0	180,02	156,49	10,5	28,1	167,62	62,63	47,60
22,0	181,98	159,05	12,6	32,4	139,68	54,32	36,47
22,0	181,98	159,05	10,7	31,3	164,49	56,23	45,02
22,0	181,98	159,05	12,6	14,3	139,68	123,08	49,39

$t$ [°C]	$\eta \cdot 10^{+6}$ [ $\frac{D_s}{cm^2}$ ]	$A \cdot 10^{+8}$ [ $\frac{g \cdot cm^{\frac{1}{2}}}{s^{\frac{1}{2}}}$ ]	$t_g$ [s]	$t_E$ [s]	$v_g \cdot 10^{+4}$ [ $\frac{cm}{s}$ ]	$v_E \cdot 10^{+4}$ [ $\frac{cm}{s}$ ]	$q \cdot 10^{+10}$ [STAT C]
22,0	181,98	159,05	9,6	54,2	183,33	32,47	46,47
22,0	181,98	159,05	12,9	69,3	136,43	25,40	30,06
22,0	181,98	159,05	11,1	11,6	158,56	151,72	62,14
22,0	181,98	159,05	8,8	14,3	200,00	123,08	72,67
22,0	181,98	159,05	11,7	17,7	150,43	99,44	48,74
22,0	181,98	159,05	7,4	29,1	237,84	60,48	73,17
22,0	181,98	159,05	8,4	40,7	209,52	43,24	58,19
22,0	181,98	159,05	7,7	47,0	228,57	37,45	63,97
26,0	183,94	161,63	14,8	33,9	118,92	51,92	30,11
26,0	183,94	161,63	12,3	17,9	143,10	98,32	46,68
26,0	183,94	161,63	9,1	237,3	193,41	7,42	45,14
26,0	183,94	161,63	21,3	29,4	82,63	59,86	20,94
26,0	183,94	161,63	21,3	67,7	82,63	26,00	15,96
26,0	183,94	161,63	13,0	8,7	135,38	202,30	63,51
26,0	183,94	161,63	16,2	22,4	108,64	78,57	31,54
26,0	183,94	161,63	22,3	25,1	78,92	70,12	21,40
26,0	183,94	161,63	25,7	32,1	68,48	54,83	16,49
26,0	183,94	161,63	10,8	14,4	162,96	122,22	58,84
26,0	183,94	161,63	17,6	20,9	100,00	84,21	29,77
26,0	183,94	161,63	24,7	10,7	71,26	164,49	32,16
26,0	183,94	161,63	13,9	40,8	126,62	43,14	30,87
26,0	183,94	161,63	27,7	24,3	63,54	72,43	17,52
26,0	183,94	161,63	26,8	31,1	65,67	56,59	16,01
26,0	183,94	161,63	21,0	12,2	83,81	144,26	33,75
26,0	183,94	161,63	24,5	38,1	71,84	46,19	16,17
26,0	183,94	161,63	25,5	32,7	69,02	53,82	16,50
26,0	183,94	161,63	14,0	39,4	125,71	44,67	30,88
26,0	183,94	161,63	8,6	4,1	204,65	429,27	146,58
26,0	183,94	161,63	13,2	16,5	133,33	106,67	44,79
26,0	183,94	161,63	13,2	58,1	133,33	30,29	30,54
26,0	183,94	161,63	10,9	16,6	161,47	106,02	54,94
26,0	183,94	161,63	13,6	13,8	129,41	127,54	47,24
26,0	183,94	161,63	11,3	12,4	155,75	141,94	60,05
26,0	183,94	161,63	20,9	14,1	84,21	124,82	31,00
26,0	183,94	161,63	22,9	36,4	76,86	48,35	17,74
26,0	183,94	161,63	13,5	41,6	130,37	42,31	31,67

$t$ [°C]	$\eta \cdot 10^{+6}$ [ $\frac{D_S}{cm^2}$ ]	$A \cdot 10^{+8}$ [ $\frac{g \cdot cm^{1/2}}{s^{1/2}}$ ]	$t_g$ [s]	$t_E$ [s]	$v_g \cdot 10^{+4}$ [ $\frac{cm}{s}$ ]	$v_E \cdot 10^{+4}$ [ $\frac{cm}{s}$ ]	$q \cdot 10^{+10}$ [STATC]
26,0	183,94	161,63	13,2	14,9	133,33	118,12	46,92
26,0	183,94	161,63	13,4	38,6	131,34	45,60	32,78
26,0	183,94	161,63	14,4	31,9	122,22	55,17	31,70
26,0	183,94	161,63	12,2	9,8	144,26	179,59	62,87
26,0	183,94	161,63	13,0	16,9	135,38	104,14	45,05
26,0	183,94	161,63	17,6	20,7	100,00	85,02	29,91
26,0	183,94	161,63	24,4	38,6	72,13	45,60	16,16
25,0	183,45	160,98	9,8	43,8	179,59	40,18	47,41
25,0	183,45	160,98	13,6	12,7	129,41	138,58	49,08
25,0	183,45	160,98	8,4	37,7	209,52	46,68	59,70
25,0	183,45	160,98	22,0	47,0	80,00	37,45	16,91
25,0	183,45	160,98	14,2	12,0	123,94	146,67	48,50
25,0	183,45	160,98	20,4	14,5	86,27	121,38	31,05
25,0	183,45	160,98	24,6	41,2	71,54	42,72	15,56
25,0	183,45	160,98	14,4	32,3	122,22	54,49	31,45
25,0	183,45	160,98	20,8	12,4	84,62	141,94	33,55
25,0	183,45	160,98	23,8	10,4	73,95	169,23	33,66
26,0	183,94	161,63	14,5	26,9	121,38	65,43	33,26
26,0	183,94	161,63	13,6	44,8	129,41	39,29	31,02
26,0	183,94	161,63	15,8	28,6	111,39	61,54	29,50
26,0	183,94	161,63	13,2	17,0	133,33	103,53	44,21
26,0	183,94	161,63	20,5	25,1	85,85	70,12	23,36
26,0	183,94	161,63	8,9	23,1	197,75	76,19	62,26
26,0	183,94	161,63	14,9	12,3	118,12	143,09	45,89
26,0	183,94	161,63	11,7	22,7	150,43	77,53	45,19
26,0	183,94	161,63	12,7	85,9	138,58	20,49	30,27
26,0	183,94	161,63	17,3	17,5	101,73	100,57	32,98
26,0	183,94	161,63	11,8	12,2	149,15	144,26	57,92
26,0	183,94	161,63	12,7	16,6	138,58	106,02	46,54
26,0	183,94	161,63	10,9	22,4	161,47	78,57	49,30
26,0	183,94	161,63	12,5	16,3	140,80	107,98	47,71
26,0	183,94	161,63	11,9	10,9	147,90	161,47	60,81
26,0	183,94	161,63	26,9	30,7	65,43	57,33	16,05
26,0	183,94	161,63	10,8	31,3	162,96	56,23	45,22
26,0	183,94	161,63	14,6	12,7	120,55	138,58	45,99
26,0	183,94	161,63	11,9	111,7	147,90	15,76	32,17

$t$ [°C]	$\eta \cdot 10^{+6}$ [ $\frac{D_s}{cm^2}$ ]	$A \cdot 10^{+8}$ [ $\frac{g \cdot cm^{1/2}}{s^{1/2}}$ ]	$t_g$ [s]	$t_E$ [s]	$v_g \cdot 10^{+4}$ [ $\frac{cm}{s}$ ]	$v_E \cdot 10^{+4}$ [ $\frac{cm}{s}$ ]	$q \cdot 10^{+10}$ [STAT C]
26,0	183,94	161,63	14,1	13,3	124,82	132,33	46,44
26,0	183,94	161,63	20,2	13,4	87,13	131,34	32,96
26,0	183,94	161,63	13,5	35,9	130,37	49,03	33,11
26,0	183,94	161,63	14,6	33,6	120,55	52,38	30,69
26,0	183,94	161,63	25,1	37,1	70,12	47,44	15,91
26,0	183,94	161,63	22,3	42,9	78,92	41,03	17,22
26,0	183,94	161,63	14,9	24,7	118,12	71,26	33,27
26,0	183,94	161,63	12,5	83,7	140,80	21,03	31,04
26,0	183,94	161,63	25,3	35,6	69,56	49,44	16,04
26,0	183,94	161,63	12,4	10,1	141,94	174,26	60,89
26,0	183,94	161,63	13,7	13,9	128,47	126,62	46,73
26,0	183,94	161,63	23,9	37,9	73,64	46,44	16,65
26,0	183,94	161,63	24,7	31,4	71,26	56,05	17,37
26,0	183,94	161,63	21,0	60,4	83,81	29,14	16,71
26,0	183,94	161,63	24,3	34,9	72,43	50,43	16,90
26,0	183,94	161,63	10,1	51,7	174,26	34,04	44,44
26,0	183,94	161,63	9,7	21,2	181,44	83,02	57,58
26,0	183,94	161,63	22,5	11,4	78,22	154,39	33,25
26,0	183,94	161,63	10,1	42,2	174,26	41,71	46,08
26,0	183,94	161,63	10,6	39,1	166,04	45,01	43,96
23,0	182,47	159,69	20,3	37,0	86,70	47,57	19,96
23,0	182,47	159,69	26,9	16,4	65,43	107,32	22,31
23,0	182,47	159,69	17,1	26,7	102,92	65,92	27,35
23,0	182,47	159,69	22,5	24,0	78,22	73,33	21,40
23,0	182,47	159,69	21,7	17,6	81,11	100,00	26,05
23,0	182,47	159,69	28,2	24,2	62,41	72,73	17,05
23,0	182,47	159,69	24,9	9,8	70,68	179,59	33,60
23,0	182,47	159,69	23,9	20,9	73,64	84,21	21,63
23,0	182,47	159,69	28,2	11,5	62,41	153,04	27,18
23,0	182,47	159,69	26,9	26,1	65,43	67,43	17,16
23,0	182,47	159,69	26,3	7,8	66,92	225,64	38,22
25,0	183,45	160,98	24,5	7,9	71,84	222,78	40,20
25,0	183,45	160,98	36,3	34,6	48,48	50,87	11,14
25,0	183,45	160,98	36,5	35,4	48,22	49,72	10,95
25,0	183,45	160,98	27,5	11,8	64,00	149,15	27,45
25,0	183,45	160,98	54,1	19,6	32,53	89,79	11,23

$t$ [°C]	$\eta \cdot 10^{+6}$ [ $\frac{D_s}{cm^2}$ ]	$A \cdot 10^{+8}$ [ $\frac{g \cdot cm^{1/2}}{s^{1/2}}$ ]	$t_g$ [s]	$t_E$ [s]	$v_q \cdot 10^{+4}$ [ $\frac{cm}{s}$ ]	$v_E \cdot 10^{+4}$ [ $\frac{cm}{s}$ ]	$q \cdot 10^{+10}$ [STAT C]
25,0	183,45	160,98	26,9	17,3	65,43	101,73	21,77
25,0	183,45	160,98	28,2	6,9	62,41	255,07	40,38
25,0	183,45	160,98	27,4	8,6	64,23	204,65	34,69
25,0	183,45	160,98	39,6	198,6	44,44	8,86	5,72
25,0	183,45	160,98	21,3	17,6	82,63	100,00	26,72

Da bi se našla grafička zavisnost prividnog naelektrisanja  $q_0^{\frac{2}{3}}$  od vrednosti  $\frac{1}{pr}$ , potrebno je naći cele brojeve sa kojima kada se podele vrednosti naelektrisanja kapljice q dobijaju se približno iste vrednosti  $q_0$ , za datu vrednost  $\frac{1}{pr}$ , tj. uski interval vrednosti  $\frac{1}{pr}$ . Srednja vrednost  $q_0$  predstavlja najveći zajednički delitelj posmatranih vrednosti naelektrisanja kapljica q za dati interval vrednosti  $\frac{1}{pr}$ . Posmatraćemo interval  $\frac{1}{pr}$  od 25 [cm · cm · Hg] i sve vrednosti  $\frac{1}{pr}$  na srednju vrednost  $(\frac{1}{pr})_{\text{sred}}$  cemo svestiti da bi mogli prikazati grafičku zavisnost  $q_0^{\frac{2}{3}}$  od  $\frac{1}{pr}$ . Na apscisu cemo naneti  $(\frac{1}{pr})_{\text{sred}}$ , a na ordinatu srednju vrednost elementarnog naelektrisanja  $q_0^{\frac{2}{3}}$  za dati interval  $\frac{1}{pr}$ . Ova grafička zavisnost data je na grafiku 1.

Pravu vrednost elementarnog naelektrisanja dobijamo stepenjući sa  $\frac{3}{2}$  vrednost kojoj teži  $q_0^{\frac{2}{3}}$  kada  $\frac{1}{pr}$  teži nuli, tj. stepenjući  $q_0^{\frac{2}{3}}$  sa  $\frac{3}{2}$  u presečnoj tački prave sa ordinatom. Sa grafika vidimo da ova vrednost  $q_0^{\frac{2}{3}}$  iznosi  $0,613 \cdot 10^{-6}$ , a što odgovara elementarnom naelektrisanju

$$e_0 = 4,8 \cdot 10^{-10} \text{ stat C}$$

Na osnovu grafika 1. može se odrediti vrednost konstante B koja figuriše u korekcionom članu Stokes-ovog zakona, tj.

$$\frac{2}{3} e_0 B = \frac{\Delta(q_0^{\frac{2}{3}})}{\Delta(\frac{1}{pr})} \quad ; \quad \text{tj.}$$

$$B = \frac{\Delta(q_0^{\frac{2}{3}})}{\Delta(\frac{1}{pr}) e_0^{\frac{2}{3}}} = \frac{0,82 \cdot 10^{-6}}{2500 \cdot 0,613 \cdot 10^{-6}}$$

$$B = 0,535 \cdot 10^{-4}$$

Pošto nam je sada konstanta B poznata, možemo svaku pojedinačnu vrednost prividnog elementarnog naelektrisanja  $q_0$  pomocu relacije II.15.

$$e_0^{\frac{2}{3}} \left( 1 + B \frac{1}{pr} \right) = q_0^{\frac{2}{3}}$$

svesti na pravu vrednost elementarnog naelektrisanja  $e_0$ , a zatim naći srednju vrednost koja predstavlja najmanju količinu elektriciteta. Korekcija ovih vrednosti  $q_0$  uneta je u tablicu 2.

T A B L I C A 2.

$q_0 \cdot 10^{+10}$ [STATC]	n	$q_0 \cdot 10^{+10}$ [STATC]	$r \cdot 10^{+6}$ [cm]	p [cmHg]	$\frac{1}{pr}$ ?	$e_0 \cdot 10^{+10}$ [STATC]
78,19	15	5,21	13,06	74,96	1021,63	4,81
49,01	9	5,44	10,64	74,96	1253,58	4,94
74,95	14	5,35	13,86	74,96	962,52	4,96
72,60	14	5,19	14,32	74,96	931,56	4,82
34,01	6	5,67	10,64	74,96	1253,58	5,14
48,09	9	5,34	11,11	74,96	1201,02	4,87
30,38	6	5,06	10,49	74,96	1272,15	4,59
54,10	10	5,41	10,80	74,96	1234,72	4,91
77,88	15	5,19	14,13	74,96	944,07	4,82
63,37	12	5,28	11,85	74,96	1125,41	4,84
43,19	8	5,40	11,69	74,96	1140,93	4,94
30,10	6	5,02	9,83	74,96	1356,90	4,52
47,60	9	5,29	12,02	74,96	1109,67	4,85
36,47	7	5,21	10,96	75,52	1208,19	4,74
45,02	9	5,00	11,89	75,52	1113,38	4,59
49,39	9	5,49	10,96	75,52	1208,19	4,99
46,48	9	5,16	12,56	75,52	1054,60	4,76
30,06	6	5,01	10,83	75,52	1222,49	4,56
62,14	12	5,18	11,68	75,52	1133,99	4,74
72,67	14	5,19	13,11	75,52	1009,69	4,80
48,74	9	5,42	11,37	75,52	1164,24	4,95
73,17	14	5,23	14,30	75,52	925,90	4,86
58,19	11	5,29	13,42	75,52	986,48	4,90
63,97	12	5,33	14,02	75,52	944,48	4,95
30,11	6	5,02	10,17	75,63	1300,53	4,54

$\eta \cdot 10^{10}$ [STATC]	n	$\eta \cdot 10^{10}$ [STATC]	r · $10^{+6}$ [cm]	P [cm Hg]	$\frac{1}{Pr}$	$e_0 \cdot 10^{10}$ [STATC]
46,68	9	5,19	11,15	75,63	1185,62	4,73
45,14	9	5,02	12,97	75,63	1019,80	4,63
20,94	4	5,23	8,47	75,63	1560,20	4,64
15,96	3	5,32	8,47	75,63	1560,20	4,72
63,51	12	5,29	10,85	75,63	1218,89	4,81
31,54	6	5,26	9,72	75,63	1360,65	4,73
21,40	4	5,35	8,28	75,63	1596,41	4,73
16,49	3	5,50	7,71	75,63	1713,79	4,82
58,84	11	5,35	11,90	75,63	1110,97	4,91
29,77	6	4,96	9,32	75,63	1418,18	4,45
32,16	6	5,36	7,87	75,63	1680,13	4,71
30,87	6	5,15	10,49	75,63	1260,37	4,67
17,52	3	5,84	7,43	75,63	1779,22	5,09
16,01	3	5,34	7,56	75,63	1750,09	4,67
33,75	6	5,62	8,54	75,63	1549,18	4,99
16,17	3	5,39	7,90	75,63	1673,30	4,74
16,50	3	5,50	7,75	75,63	1707,11	4,82
30,88	6	5,15	10,45	75,63	1264,90	4,66
146,58	28	5,23	13,34	75,63	991,38	4,84
44,79	8	5,60	10,76	75,63	1228,23	5,09
30,54	6	5,09	10,76	75,63	1228,23	4,63
54,94	10	5,49	11,85	75,63	1116,10	5,04
47,24	9	5,25	10,61	75,43	1250,01	4,76
60,05	12	5,00	11,63	75,43	1139,42	4,58
31,00	6	5,17	8,56	75,43	1549,58	4,58
17,74	3	5,91	8,17	75,43	1622,03	5,22
31,87	6	5,31	10,64	75,43	1245,40	4,82
46,92	9	5,21	10,76	75,43	1231,49	4,74
32,78	6	5,46	10,68	75,43	1240,78	4,96
31,70	6	5,28	10,31	75,43	1286,24	4,78
62,87	12	5,24	11,20	75,43	1183,91	4,78
45,05	9	5,00	10,85	75,43	1222,12	4,55
29,91	6	4,98	9,32	75,43	1422,00	4,46
16,16	3	5,39	7,92	75,43	1674,31	4,74
47,41	9	5,27	12,48	75,11	1067,03	4,85
49,08	9	5,45	10,59	75,11	1257,00	4,95

$Q \cdot 10^{+10}$ [STAT C]	n	$Q_v \cdot 10^{+10}$ [STAT C]	$r \cdot 10^{-6}$ [cm]	P [cm Hg]	$\frac{1}{P \cdot r}$	$e_o \cdot 10^{+10}$ [STAT C]
59,70	11	5,43	13,48	75,11	987,88	5,02
16,91	3	5,64	8,33	75,11	1598,74	4,98
48,50	9	5,39	10,37	75,11	1284,43	4,88
31,05	6	5,17	8,65	75,11	1539,51	4,60
15,56	3	5,19	7,88	75,11	1690,58	4,55
31,45	6	5,24	10,29	75,11	1293,44	4,74
33,55	6	5,59	8,56	75,11	1554,53	4,96
33,66	6	5,61	8,01	75,11	1662,85	4,94
33,26	6	5,54	10,27	75,17	1295,17	5,01
31,02	6	5,17	10,61	75,17	1254,33	4,69
29,50	5	5,90	9,84	75,17	1351,98	5,31
44,21	8	5,53	10,77	75,17	1235,75	5,02
23,36	4	5,84	8,64	75,17	1539,99	5,19
62,26	12	5,19	13,11	75,17	1014,70	4,79
45,89	9	5,09	10,13	75,17	1312,91	4,60
45,19	9	5,02	11,43	75,17	1163,41	4,59
30,27	6	5,04	10,97	75,17	1212,11	4,59
32,98	6	5,50	9,40	75,17	1414,70	4,93
57,92	11	5,26	11,39	75,17	1168,37	4,81
46,54	9	5,17	10,98	75,17	1212,11	4,71
49,30	9	5,48	11,85	75,17	1122,93	5,02
47,71	9	5,30	11,06	75,17	1202,52	4,83
60,81	12	5,07	11,34	75,17	1173,32	4,62
16,05	3	5,35	7,54	75,17	1764,09	4,67
45,22	9	5,02	11,90	75,17	1117,77	4,60
45,98	9	5,11	10,24	75,17	1299,62	4,62
32,17	6	5,36	11,34	75,17	1173,32	4,89
46,44	9	5,16	10,42	75,17	1277,17	4,67
32,96	6	5,49	8,70	75,17	1528,68	4,88
33,11	6	5,52	10,64	75,17	1249,71	5,01
30,69	6	5,11	10,24	75,17	1299,62	4,62
15,91	3	5,30	7,81	75,17	1704,03	4,65
17,22	3	5,74	8,28	75,55	1598,10	5,08
33,27	6	5,54	10,13	75,55	1306,30	5,01
31,04	6	5,17	11,06	75,55	1196,48	4,71
16,04	3	5,35	7,78	75,55	1702,19	4,69

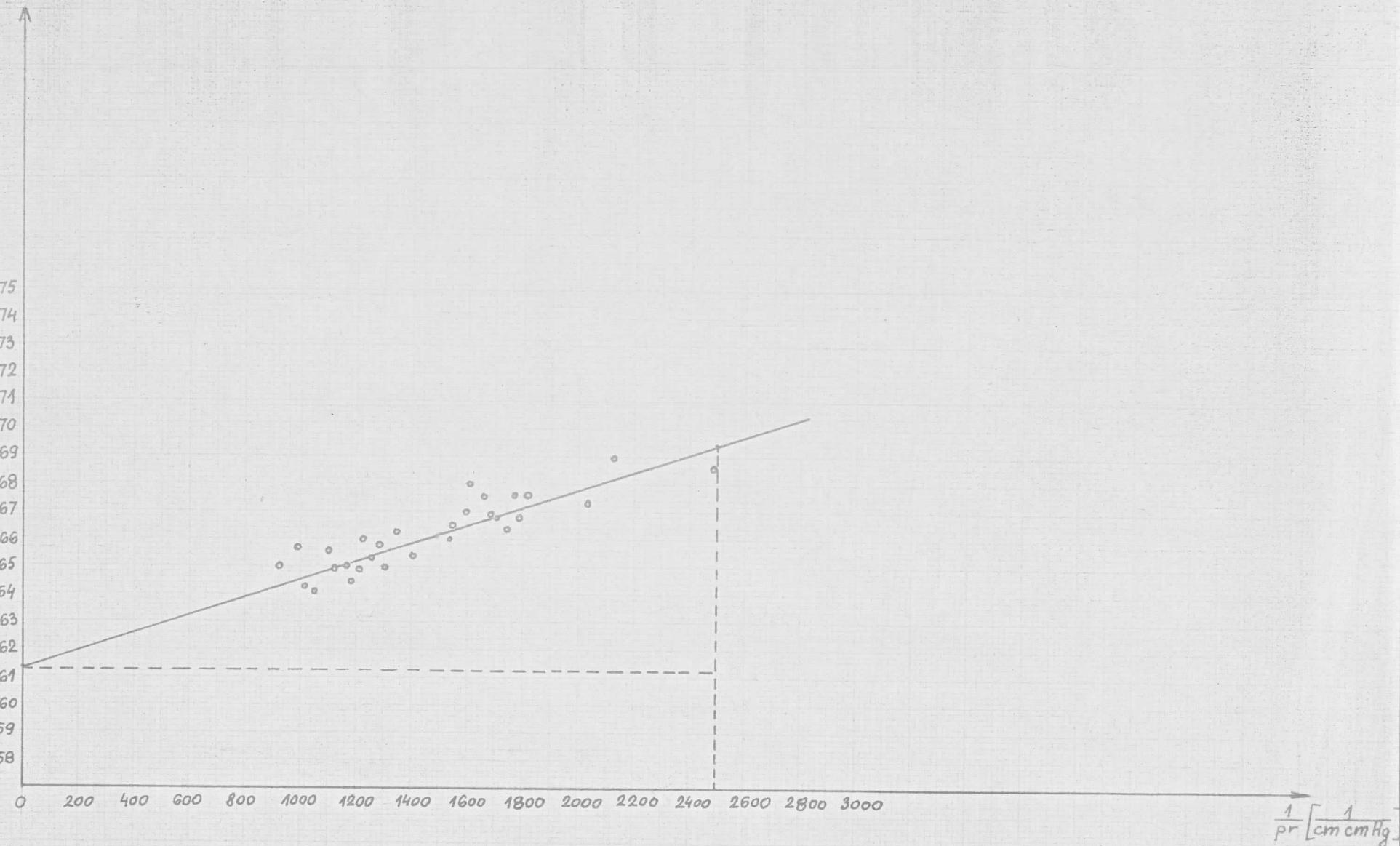
$Q \cdot 10^{+10}$ [STATC]	n	$Q_v \cdot 10^{+10}$ [STATC]	$r \cdot 10^{+6}$ [cm]	P [cmHg]	$\frac{1}{P \cdot r}$	$e_a \cdot 10^{+10}$ [STATC]
60,89	12	5,07	11,11	75,55	1191,68	4,62
46,73	9	5,19	10,57	75,55	1252,59	4,71
16,65	3	5,55	8,00	75,55	1654,43	4,89
17,37	3	5,79	7,87	75,55	1681,91	5,09
16,71	3	5,57	8,54	75,55	1550,82	4,94
16,90	3	5,63	7,93	75,55	1668,23	4,96
44,44	9	4,94	12,31	75,55	1075,50	4,54
57,58	11	5,23	12,56	75,55	1053,99	4,82
33,25	6	5,54	8,24	75,55	1605,25	4,90
46,08	9	5,12	12,31	75,55	1075,50	4,71
43,96	8	5,49	12,01	75,55	1101,80	5,04
19,96	4	4,99	8,65	75,55	1536,14	4,43
22,31	4	5,58	7,52	75,24	1768,31	4,87
27,35	5	5,47	9,43	75,24	1409,88	4,90
21,40	4	5,35	8,22	75,24	1617,24	4,72
26,05	5	5,21	8,37	75,24	1588,23	4,61
17,05	3	5,68	7,34	75,24	1810,54	4,95
33,60	6	5,60	7,81	75,24	1701,31	4,91
21,63	4	5,41	7,97	75,24	1666,79	4,76
27,18	5	5,44	7,34	75,24	1810,54	4,73
17,16	3	5,72	7,52	75,24	1768,31	4,99
38,22	7	5,46	7,60	75,24	1748,47	4,77
40,20	7	5,74	7,89	75,72	1673,54	5,05
11,14	2	5,57	6,48	75,72	2037,07	4,77
10,95	2	5,47	6,46	75,72	2042,68	4,68
27,45	5	5,49	7,45	75,72	1773,05	4,79
11,23	2	5,62	5,31	75,72	2486,88	4,66
21,77	4	5,44	7,53	75,72	1753,60	4,76
40,38	8	5,05	7,36	75,72	1795,47	4,40
34,69	6	5,78	7,46	75,72	1769,82	5,05
5,72	1	5,72	6,21	75,72	2127,65	4,87
26,72	5	5,34	8,46	75,72	1560,43	4,74

$\alpha_{\text{stat}}^{\frac{2}{3}} \cdot 10^6$   
[(STAT C) $^{\frac{2}{3}}$ ]

0,75  
0,74  
0,73  
0,72  
0,71  
0,70  
0,69  
0,68  
0,67  
0,66  
0,65  
0,64  
0,63  
0,62  
0,61  
0,60  
0,59  
0,58

0 200 400 600 800 1000 1200 1400 1600 1800 2000 2200 2400 2600 2800 3000

$\frac{1}{p_r} \left[ \frac{1}{\text{cm cmHg}} \right]$



GRAFIK 1.

U tablici 3. uneti su intervali  $\frac{1}{pr}$  od 25 [cm·cm·Hg], srednja vrednost ove veličine u datom intervalu, srednja vrednost nekorigovanog elementarnog naelektrisanja i vrednost nekorigovanog elementarnog naelektrisanja na  $\frac{2}{3}$ . Na osnovu ovih podataka nacrtan je grafik 1.

T A B L I C A 3.

INTERVAL $\frac{1}{P \cdot r}$	$\frac{1}{P \cdot r}$	$q_{\circ} \cdot 10^{+10}$ [STATC]	$q_{\circ}^{\frac{2}{3}} \cdot 10^{+6}$
925 - 950	937,4	5,23	0,650
975 - 1000	981,7	5,32	0,657
1000 - 1025	1016,7	5,15	0,643
1050 - 1075	1065,2	5,14	0,642
1100 - 1125	1113,3	5,32	0,656
1125 - 1150	1134,7	5,21	0,649
1150 - 1175	1168,2	5,22	0,650
1175 - 1200	1191,5	5,16	0,645
1200 - 1225	1212,7	5,21	0,649
1225 - 1250	1237,0	5,35	0,660
1250 - 1275	1257,6	5,29	0,653
1275 - 1300	1289,0	5,34	0,658
1300 - 1325	1308,0	5,22	0,650
1350 - 1375	1357,0	5,39	0,663
1400 - 1425	1416,0	5,27	0,654
1525 - 1550	1504,6	5,38	0,661
1550 - 1575	1557,2	5,41	0,665
1575 - 1600	1595,0	5,49	0,670
1600 - 1625	1614,1	5,60	0,680
1650 - 1675	1668,0	5,55	0,676
1675 - 1700	1684,3	5,46	0,669
1700 - 1725	1705,4	5,45	0,668
1725 - 1750	1749,1	5,40	0,664
1750 - 1775	1776,2	5,56	0,676
1775 - 1800	1787,0	5,45	0,668
1800 - 1825	1811,0	5,56	0,676
2025 - 2050	2040,0	5,53	0,674
2125 - 2150	2128,6	5,72	0,690
2475 - 2500	2487,0	5,67	0,686

Srednja vrednost elementarnog naelektrisanja na osnovu tablice 2. iznosi

$$e_0 = \frac{\sum e_{0,i}}{N} = 4,80 \cdot 10^{-10} \text{ stat C}$$

Suviše veliko osipanje pojedinačnih merenih vrednosti oko srednje vrednosti u odnosu na Millikan-ova merenja nastalo je iz više razloga. Millikan-ova aparatura je imala kondenzatorske ploče strogo paralelne u granicama dveju talasnih dužina natrijumove svetlosti, dok je u slučaju aparature na kojoj je radjen ovaj eksperiment rastojanje izmedju kondenzatorskih ploča dato sa relativnom greškom od 2%. Millikan je merio vreme pomoću finog registrujućeg hronoskopa i bio je u mogućnosti da na osnovu više pojedinačnih merenja vremena nadje srednju vrednost. Međutim prilikom rada sa dve štoperice moguće je izvršiti samo jedno merenje vremena slobodnog padanja, kao i vremena podizanja kapljice u električnom polju. Pri ovakovom merenju vremena više dolazi do izražaja kako subjektivna greška posmatrača, tako i promena vremena usled Brown-ovih kretanja. Millikan-ova aparatura je bila u termostatu a pritisak je bio konstantan. Nijedan od ova dva uslova nije bio ispunjen u toku eksperimenta.

## ZAKLJUČAK

U uvodnom delu ovog rada dat je istorijski pregled od prvih zapažanja o elektricitetu pa sve do atomske teorije o elektricitetu. Dat je kratak pregled fluidnih teorija o elektricitetu, Faraday-evih eksperimenata iz elektrolize koji su ukazali na atomsku prirodu elektriciteta, a prikazano je istorijsko približavanje i udaljavanje atomske koncepcije elektriciteta.

Sam teorijski deo rada podeljen je u dva poglavlja. U prvom su opisani prvobitni Millikan-ovi ogledi. Pokazano je da je promena nanelektrisanja kapljice srazmerna razlici brzina kapljice u električnom polju, a da je samo nanelektrisanje srazmerno zbiru brzina u gravitacionom polju i u električnom polju. Najmanja razlika brzina tj. najmanji zbir brzina predstavlja najveći zajednički delitelj svih ostalih vrednosti u slučaju jedne te iste kapljice. Pokazano je zatim da je osnovna jedinica nanelektrisanja same kapljice identična osnovnoj jedinici nanelektrisanja samog jona, čijim hvatanjem dolazi do promene nanelektrisanja same kapljice. Vršeći eksperimente sa različitim materijalima Millikan je pokazao da je elementarno nanelektrisanje isto na provodnicima, poluprovodnicima kao i izolatorima, a takodje da je pozitivno elementarno nanelektrisanje po absolutnoj vrednosti jednak negativnom. U ovom delu objašnjeno je zašto kapljica pokazuje istu težnju za hvatanjem jona oba znaka, a objašnjen je i mehanizam promene nanelektrisanja kapljice.

U drugom poglavlju teorijskog dela objašnjeno je zašto sa smanjenjem poluprečnika kapljice dolazi do povećanja prividne vrednosti elementarnog nanelektrisanja i data je korekcija Stokes-ovog zakona, a takodje je objašnjen postupak kojim se dolazi do prave vrednosti za elementarno nanelektrisanje. Ovo poglavljje sadrži opis spektroskopske metode određivanja elementarnog nanelektrisanja, s obzirom da je to najtačnija metoda određivanja elementarnog nanelektrisanja.

Eksperimentalni deo ovog rada podeljen je takodje u dva dela. Prvi sadrži opis aparature i objašnjenje načina rada, dok su u drugom dati eksperimentalni rezultati i njihova obrada.

Poznavanje tačne vrednosti elementarnog nanelektrisanja je od velikog značaja za fiziku, jer ova konstanta omogućuje određivanje drugih fizičkih konstanti i veličina.

L I T E R A T U R A :

1. Robert A. Millikan: Elektroni / knjiga I /  
Prosveta, Beograd 1948.
2. Fransis Weston Sears: Elektricitet i magnetizam  
Naučna knjiga, Beograd 1963.
3. Dr. Ivan Janić: Fizika / II - deo /  
Univerzitet u Novom Sadu, Novi Sad 1971.
4. Wolfgang Finkelnburg: Einführung in die Atomphysik  
Springer - Verlag, Berlin - Göttingen - Heidelberg 1951.
5. G.P. Harnwell, J.J. Livingood: Experimental Atomic Physics  
Mc. Graw - Hill book Company, New York - London 1933.
6. S. Tolansky: Introduction to Atomic Physics  
Longmans, Green and Co, London - New York - Toronto 1956.
7. Walter J. Moore: Fizička hemija  
Naučna knjiga, Beograd 1967.
8. Dr. Ivan Supek: Teorijska fizika i struktura materije  
Nakladni zavod Hrvatske, Zagreb 1949.
9. Dr. Ivan Bajalović: Osnovi fizičke hemije  
Gradjevinska knjiga, Beograd 1968.
10. David L. Anderson: The Discovery of the Electron  
D. Van Nostrand Company, New Jersey - Toronto - London -  
- New York 1964.
11. E.V. Špoljski: Atomska fizika I  
Univerzitet u Beogradu, Beograd 1963.
12. K.H. Hellwege: Einführung in die Physik der Atome  
Springer - Verlag, Berlin - Heidelberg - New York 1970.