

UNIVERZITET U NOVOM SADU PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET DEPARTMAN ZA FIZIKU



Fotonska doza terapijskog akceleratora procjenjena Schiff-ovom funkcijom

- master rad -

Mentor: Prof. dr Miodrag Krmar

Kandidat: Milomir Milaković

Novi Sad, 2016

Sadržaj

Uvod3	;
1. Terapijski linearni accelerator4	ł
2. Zakočno zračenje1	0
3. Interakcija fotona sa materijom2	21
3.1 Fotoelektrični efekat2	21
3.2 Compton-ov efekat2	23
3.3 Produkcija parova2	27
3.4 Fotonuklearne reakcije2	28
3.5 Atenuacioni koeficijenti2	28
4. Eksperimentalni rad	33
4.1 Osnovna ideja eksperimenta	33
4.2 Mjerenja3	35
4.3 Analiza rezultata mjerenja3	37
4.3.1 Eksperimentalne vrijednosti transmisije fotonskog snopa	37
4.3.2 Oblik energetskog spektra atenuiranog snopa terapijskog akceleratora	37
4.3.3 Izračunate vrijednosti transmisije fotonskog snopa4	1
Zaključak4	15
Reference4	17
Biografija4	18
Ključna dokumentacijska informacija4	19

Uvod

Radijaciona terapija ili radioterapija predstavlja metodu liječenja u kojoj se koristi jonizujuće zračenje visokih energija koji prodiru u tijelo pacijenta u cilju uništenja bolesnog tkiva. Danas se primenjuje nekoliko vrsta radioterapije, u zavisnosti od oblika isporuke radijacionog zračenja.

U zadnjih 20 godina za eksternu radioterapiju se uglavnom koriste terapijski linearni akceleratori koji su iz upotrebe potisnuli mašine koje su za izvor zračenja koristili kobalt. Za uspješnu primjenu neophodno je dobro poznavati karakteristikekorištenog zračenja. Teorijsko objašnjenje spektra zakočnog zračenja, zasnovano je na kvantnoj elektrodinamici, dobijeno je za tanke mete. Uterapijskim akceleratorima x-zračenje se dobija u debelim metama, a zatim sepropušta kroz niz filtera i kolimatora što znatno mijenja oblik spektra, zbogčega ovako nastali spektar nije u potpunosti teorijski opisan, pa seeksperimentalnim postupcima moraju odrediti njegove osobine. Međutim, zbogvisokih inteziteta zračenja direktno merenje spektra pomoću scintilacionihili poluprovodničkih dektetora nije moguće, pa se zato indirektnim metodamamora odrediti spektarx-zračenja.

U ovom radu spektar zračenja terapijskog linearnog akceleratora Vrian DHX, analiziran je atenuacionom metodom. Akcelerator je višeenergetski, a nalazi se u Intrenational Medical Centers Banja Luka, ali je u ovom radu analiziran samo spektar fotonskog zračenja energije 6MeV-a. Za atenuaciju snopa korišteni su voda, aluminijum, olovo, željezo, bakar i beton.

Cilj ovog rada je da se izmjerene doze i transmisije atenuiranog snopa provjere teorijskim metodama radi određivanja spektrax-zračenja. Naime, u radioterapiji se susrećemo sa problemom distribucije doze u nekoj ozračenoj nehomogenoj sredini date zapremine koja se sastoji od različitih tkiva sa različitim atenuacionim svojstvima. Zbog toga je neophodno za svaku tačku ozračenog volumena poznavati vrijednost masenog energetskog apsorpcionog koeficijenta kao i spektar upadnog snopa terapijskog akceleratora da bi mogli izračunati distribuciju primljene doze u ozračenom dijelu tijela. Iz tog razloga osim atenuacije i rasijanja moramo uzeti u obzir nehomogenost u distribuciji doze na granici između dva tkiva (organa) različite gustine.

Teorijska provjera rezultata rađena je pomoću Schiff-ove formule za spektar x-zračenja tanke mete koja je korigovana funkcijom određenih parametara usljed efekta samoapsorpcije u debeloj meti i drugim materijalima u glavi akceleratora kroz koje zračenje prolazi.

1. Terapijski linearni akcelerator

Linearni akcelerator je uređaj koji služi za ubrzavanje naelektrisanihčestica pomoću električnog polja duž vakumske cijevi. Postoji veliki broj tehničkih rješenja putem kojih je ostvareno ovo ubrzanje, no u upotrebu su u najvećoj meri ušli akceleratori sa talasovodom i sa pogurnim cijevima.Kod akceleratora sa talasovodom električno polje prati čestice u vidu progresivnih talasa; kod akceleratora sa pogurnim cijevima polje se javlja u pravilnim razmacima sa tačno određenim faznim odnosima, u nizu međuelektrodnih otvora. Akcelerator sa talasovodom je pogodan za ubrzavanje elektrona, a akcelerator sa pogurnim cijevima služi za ubrzavanje težih čestica kao np. protona.



Slika 1.1. Terapijski linearni accelerator sa talasovodom

Glavni dio linearnog akceleratora sa stojećim talasom je talasovod u kome se ubrzavaju naelektrisane čestice. Talasovodna struktura koristi elektromagnetne talase frekfencije od 1000 do 10000 MHz. Ovi talasi se dobijaju pomoću mikrotalasnog generatora. Kao generator najčešće se upotrebljava magnetron ili klistron. Cijev talasovoda mora biti dobro evakuisana, a to se postiže vakuum pumpom.

Električno polje unutar talasovoda pored aksijalne ima i radijalnu komponentu koja rasijava snop. Zbog toga je akcelatorska cijev obavijena kalemom čije magnetno polje sprečava divergenciju naelektrisanih čestica i tako bolje fokusira snop. Ovi kalemovi se napajaju posebnim uređajem.

Akcleratorska struktura se snabdijeva elektronima iz elektronskog topa. Ulazna energija elektrona i elektronska struja su strogo kontrolisane veličine. Elektroni koji su ubačeni u talasovod kad je mikrotalasno polje upoziciji da obezbjeđuje pozitivno ubrzanje elektrona, biće prihvaćeni odstrane polja. S druge strane, elektroni injektovani kada je polje usmjereno u suprotnom smjeru biće usporeni ili će promijeniti pravac kretanja. Pravovremeno prihvatanje i ubrzavanje elektrona od strane polja postiže se upotrebom modulatora koji napaja elektronski top i mikrotalasni generator talasovoda sinhronizovanim naponskim impulsima.

Poslije procesa ubrzavanja elektroni dolaze do dijela akceleratora koji se naziva akceleratorska glava (Slika 1.2.) u kome se generiše x-zračenje. Akceleratorska glava se sastoji iz dva dijela.

Prvi dio je sistem za skretanje u kome se elektroni razdvajaju po energijama, a drugi dio je meta u koju udarajuelektroni pri čemu nastaje x-zrečenje. Takođe, akceleratorsku glavu čini i sistem kolimatora kojima se određuju karakteristike zračenja.



Slika 1.2. Akceleratorska glava

Nakon ubrzavanja elektroni ulaze u sistem za skretanje u kojem skreću za 90 ili 270 od prvobitnog pravca. U akceleratoru korišćenom pri ovom eksperimentu elektroni se skreću za 270, a to se ostvaruje pomoću elektromagnetnih polja. Ovaj sistem se sastoji od centralnog nehomogenog magnetnog polja okruženog sa još dva homogena magnetna polja (Slika 1.3.).



Slika 1.3. Sistem za skretanje elektronskog snopa

Elektron čija je energija malo veća ili malo manja od zadane nominalne vrijednosti bivaju ovim nehomogenim magnetnim poljem skrenute tako da im se pravac kretanja na izlazu u potpunosti poklapa sa pravcem snopa elektronapotrebne energije, dok elektroni sa energijom koja se znatno razlikuje od tražene bivaju mehaničkim putem uklonjeni iz snopa. Drugi dio akceleratorske glave u kojem se generiše zakočno zračenje na tankoj meti je od teškog metala, zato što intezitet zakočnog zračenja raste sa porastom atomskog broja. Kod tankih meta dolazi do pojave neželjenog prolaska elektrona. Ovi elektroni mogu biti apsorbovani u materijalu malog atomskog broja kao na primjer ugnjenik, pri čemu je proizvedeno zakočno zračenje zanemarljivo.

U snopu x-zračenja koji se koristi u radioterapiji ne treba da bude prisutna meka komponenta zračenja koja nije pogodna i velikom dozom opterećuje kožu i površinska tkiva. Zato se niskoenergetska komponenta x-zračenja eliminiše primjenom filtera koji dobro apsorbujuovo neželjeno zračenje, a ne utiče na intezitet visokoenergetskog dijela spektra. U akceleratorskoj glavi se nalazi i kolimator od legure olova kojim se postiže ograničenje zračenja na željene dimenzije.

Ugaona zavisnost inteziteta x-zračenja je takva da je zračenje usmjereno naprijed i brzo opada sa uglom. Zbog ovakve raspodjele zračenja, doza na određenoj površini ne bi bila ravnomjerna. Da bi ozračivanje određene površine bilo homogeno potrebno je izvršiti atenuaciju zračenja i to na taj način da slabljenje bude sve veće što se više prilazi sredini polja i osi snopa. To se postiže kupastim atenuatorom koji se pravi od materijala sa dovoljno velikim apsorpcionim koeficijentom. Najčešće se ovi filteri za izravnjavanje polja prave od čelika, bakra i olova. Sve komponente akceleratorskog sistema, koji se koristi u medicinske svrhe, su međusobno povezane tako da je u zavisnosti od potreba terapije moguće zakretanje akceleratorske glave, definisanje otvora kolimtora za dobijanje polja odgovarajuće veličine i podešavanje rastojanja između mete i terapijskog stola.

U cilju boljeg razumijevanja principa rada terapijskog linearnog akceleratora neophodno je poznavati neke osnovne činjenice o interakciji elektromagnetnog zračenja i naelektrisanih čestica. Na Slici1.4. je prikazana distribucija električnog polja elektromagnetnog talasa duž pravca *x* u nekom trenutku *t*_o, Na elektron koji se u momentu *t*_o našao na rastojanju *x* će djelovati sila F=eE, gdje je *E* jačina električnog polja na rastojanju *x*₁. Ova sila će saopštiti elektronu neko ubrzanje i ukoliko se elektromagnetni talas u svakom trenutku kreće istom brzinom kao i elektron, polje će djelovati uvijek istom silom na njega i konstantno ga ubrzavati duž pravca prostiranja talasa. U slučaju da se neki elektron zatekne u tom trenutku na rastojanju *x*₂, na njega neće djelovati sila pošto je polje u toj tački (B) jednako nuli. Elektron na rastojanju *x*₃(C) će biti ubrzan u suprotnom smjeru u odnosu na onaj u tački A. Ovo je zapravo princip rada akceleratora sa progrsivnim talasom.



Slika 1.4. Distribucija električnog polja elektromagnetnog talasa duž pravca u nekom trenutku

Da bi se ubrzavanje elektrona što efikasnije izvodilo, ovaj proces bi trebao da se odvija u dobro evakuisanoj cijevi kroz koju bi se prostirao elektromagnetni talas. Ova cijev je centralna komponenta linearnog akceleratora i naziva se talasovod. Ako se kroz jednu takvu cijev sa provodnim zidovima propusti elektromagnetni talas, doći će do njegovog prostiranja duž ose. Prostorna raspodjela nekog efektivnog naelektrisanja, koje bi stvaralo električno polje duž talasovoda, kakvo je prikazano na slici 1.4 šematski je predstavljeno na Slici1.5.



Slika 1.5. Raspodjela električnog polja duž talasovoda

Što se tiče komponente magnetnog polja ovog progresivnog elektromagnetnog talasa, ono se prostire kružno i normalno u odnosu na osu tako da ne utiče direktno na proces ubrzavanja elektrona.

Elektroni bi se tako ubrzavali samo pod dejstvom električnog polja, a brzina prostiranja tj. fazna brzina u ovom slučaju je veća od brzine svetlosti pa je tako nemoguće kontinuirano ubrzavati elektrone. U cilju kontrolisanja brzine prenosa energije talasa duž željenog pravca, talasovod se serijom blendi izdijeli na segmente; na taj način menjanjem kapacitivnosti se po jedinici dužine puta može podešavati brzina prostiranja električnog polja, pa se tako može postići da ta brzina u svakom trenutku bude jednaka brzini elektrona. Prostorni raspored putujućeg električnog polja i

raspored naelektrisanja od koga bi jedno takvo polje poticalo u jednom trenutku duž ose talasovoda izdjeljenog diskovima je prikazan na Slici1.6.



Slika1.6. Distribucija električnog polja duž talasovoda izdjeljenog blendama

Smjer električnog polja se mijenja na svakih $\lambda/2$ i za jednu punu talasnu dužinu su potrebne četiri šupljine. Brzina vremenske promjene polja je određena frekvencijom elektromagnetnog talasa. Ovako je postignuto da se elektromagnetni talas progresivno pomjera duž cijevi brzinom koju je moguće kontrolisati frekvencijom i raspodjelom blendi i koja je u svakom trenutku jednaka brzini ubrzavanih elektrona. U slučaju da se elektromagnetni talas bez gubitaka reflektuje sa kraja talasovoda, doći će do slaganja dolazećeg i odbijenog talasa. Kao rezultat slaganja stvoriće se stojeći talas pošto prilikom refleksije dolazi do fazne promjene od $\pi/2$. Na Slici 1.7b. je prikazan smjer električnog polja u pojedinim šupljinama akceleratora u prvoj polovini vremenskog ciklusa. Nakon T/2 dolazi do promjene smjera električnog polja.



Slika 1.7. a) Prikaz jačine električnog polja u šupljinama 1,3 i 5 u toku prve polovineperioda. b) Disribucija jačine električnog polja elektromagnetnog talasa tokom prve polovine perioda. c)
Prikaz jačine električnog polja ušupljinama 2 i 4. d) Jačina električno polja u šupljinama 1,3 i 5 tokomdruge polovine perioda. e) Distribucija jačine električnog poljaelektromagnetnog talasa tokom druge polovine perioda.

Za to vrijeme smjer električnog polja u određenim šupljinama biće kao na Slici 1.7a. Vidimo da je u šupljinama 2, 4 i 6 jačina polja *E* jednaka nuli (Slika1.7.d). U šupljinama 1 i 5 električno polje ima smjer koji je suprotan u odnosu na smjer polja u šupljini 3. Nakon polovine perioda doći će do promjene smjera električnog polja elektromagnetnog talasa što je prikazano na Slici 1.7d pa će smjer električnog polja u šupljinama 1, 3 i 5 biti kao na Slici 1.7c dok je u šupljinama 2, 4 i 6 jačina polja ostala jednaka nuli. Zbog toga ako elektron za polovinu perioda elektromagnetnog talasa stigne iz 1. u 3. šupljinu on će nastaviti kontinuirano da se ubrzava u istom smjeru. Kako je u šupljinama 2, 4 i 6 jačina polja uvijek jednaka nuli u njima elektroni ne primaju energiju. Ove šupljine se mogu izvući van ose u stranu (Slika 1.8.), čime se postiže znatno kraća dužina talasovoda. Funkcija šupljina u kojima je polje uvijek jednako nula je da provode elektormagnetni talas i na taj način povežu dvije susjedne šupljine u kojima dolazi do ubrzanja elektrona.



Slika1.8. z a), izgled talasovoda b)

2. Zakočno zračenje

X-zračenje je elektromagnetno zračenje talasnih dužina od 0.01 nm do 20 nm. Ovo zračenje ima veliku prodornu moć i u supstanci može izazvati efekte jonizacije i florescencije. X-zračenje je otkrio Röngen 8. Novembra 1895. gordine Wüburg-u (Bavarska).



Slika 2.1. Uređaj za dobijanje x-zraka

X-zračenje može nastati pri interakciji brzih čestica sa atomima, pa je jedan od mogućih načina njegovog dobijanja pomoću visoko evakuisanih elektronskih cevi. (Slika 2.1.). U vakuumskim cevima elektroni koje emituje zagrejana katoda bivaju ubrzani razlikom potencijala od nekoliko desetina kilovolti, a zatim udaraju u anodu pri čemu nastaje emisija zračenja. Data površina anode koja se obično izrađuje od volframa predstavlja izvor x-zračenja. Dobijeno zračenje nije monoenergetsko a intezitet mu zavisi od energije elektrona kao i od atomskog broja materijala mete tj. anode. Za dobijanje x-zračenja danas se koriste i akceleratori (betatron, linearni) pomoću kojih se urbzavaju elektroni a onda se usmeravaju ka meti na kojoj bivaju zakočeni i pri tome dolazi do emisije zračenja.



Slika 2.2. Kontinualni i karakteristični spektar x-zračenja

Spektar x-zračenja se sastoji iz kontinualnog dijela koji potiče od zakočnog zračenja i od diskretnog dijela koji nastaje karakerističnim zračenjem (slika 2.2). Kontinualni dio spektra poseduje osobine da prostire se na velikom području talasnih dužina, na strani kraćih talasnih dužinaima maksimum i strmo se spušta prema određenoj graničnoj talasnoj dužini, na strani većih talasnih dužina opadanje je postepeno i bliži se nuli.

U skladu sa klasičnom teorijom svaka naelektrisana čestica koja doživi ubrzanje bi trebala da emituje zračenje. Zbog toga bi i upadna naelektrisana čestica prilikom skretanja sa svoje putanje ili pri promjeni brzine kretanja, takode trebalo da emituje elektromagnetno zračenje čiji je intenzitet proporcionalan ubrzanju, odnosno usporenju čestice. Usljed pojave usporenja zračenje je nazvano zakočnim zračenjem.

Ubrzani elektroni interaguju sa Coulonb-vim poljem jezgra ili orbitalnih elektrona. Verovatnoća za interakciju elektrona sa nekim od orbitalnih elektrona atoma mete je znatno manja od verovatnoće za interakciju na jezgru te je i intenzitet zračenja koji je nastao na ovaj način zanemarljiv u odnosu na zračenje stvoreno u polju jezgra. Zbog velike mase jezgra elektroni prilikom sudara praktično mu ne predaju nikakvu energiju. Interakcije elektrona sa atomskim jezgrima mogu se posmatrati kao elastični i neelastični sudari gde će samo u malom broju slučajeva doći do emisije fotona. Emitovana energija zračenja zavisi od kvadrata ubrzanja i naelektrisanja *ze* upadne čestice, rednog broja *Z*, atomskog jezgra i obrnuto proporcionalno kvadratu mase upadne čestice (izraz 2.1). Stoga je ova pojava prvi put zapažena kod elektrona.

$$\frac{dE}{dt} \sim \frac{z^2 Z^2}{m^2} \tag{2.1}$$

Kreirana energija pri emisiji zračenja može biti u intervalu od nulte do totalne kinetičke energije upadnog elektrona.

Prilikom elastičnog sudara elektrona sa atomskim jezgrom, Coulonb-va sila jezgra djeluje na ubrzanu naelektrisanu česticu pri čemu ona koči i emituje zakočno zračenje intenziteta *I* duž nekog pravca u prostoru.

Ukupan intenzitet radijacije dobija se integracijom intenziteta po svim uglovima.

$$\int I2\pi r^2 \sin\theta d\theta = \frac{2e^2|a|^2}{3c^3} \tag{2.2}$$

Iz ovog izraza se vidi da je ukupan intenzitet funkcija ubrzanja.

Sa stanovišta kvantne teorije elektroni gube energiju emisijom fotona odnosno kvanta energije. S obzirom da energetska stanja slobodnih elektrona nisu diskretna, kvanti emitovane energije mogu uzimati razne vrijednosti koje se kontinuirano mijenjaju.

Kontinualan spektar x-zraka pokazuje jasno određenu granicu na strani malih talasnih dužina - kratkotalasna granica, a taj minimum je određen maksimalnom energijom elektrona koji proizvode zračenje.



Slika 2.3 Kontinualni spektar x-zračenja

Kinetička energija koju stiče elektron zavisi od napona na elektrodama cijevi za proizvodnju xzraka, odnosno Rentgentske cijevi. Ako taj napon označimo sa V, onda je kinetička energija elektrona kojom oni udaraju u anodu, data proizvodom eV, gde je e naelektrisanje elektrona. Minimalnu talasnu dužinu obilježavamo sa λ_{min} , a sa $vg = \frac{hc}{\lambda_{min}}$ graničnu maksimalnu frekvenciju.

Na osnovu prethodnog izlaganja slijedi

$$E_{K_m} = \frac{mv_{max}^2}{2} = eV = hv_g = \frac{hc}{\lambda_{min}}$$
(2.3)

Duane i Hunt su 1915. ustanovili linearnu zavisnost između granične frekvencije v_g i napona V, kao što je dato na Slici 2.3.



Slika 2.3. Linearna zavisnost između granične frekvencije v_g i napona V

Interakcija elektrona i atoma mete je složena i nije dovoljno poznata, ali je izvjesno da elektron posrednim putem može da razmjeni energiju sa više atoma i pritom izvrši ekscitaciju atoma. Zbog toga najveći broj fotona ima manju energiju od energije upadnog elektrona. Na osnovu zakona o održanju energije jasno je da foton ne može imati energiju veću od energije elektrona te otuda i pojam granične frekvencije. Pri takvoj graničnoj frekvenciji cjelokupna energija elektrona prelazi u energiju kvanta x-zraka.

Kvantna teorija daje izraz za kratkotalasnu granicu kontinualnog spektra na osnovu $\frac{hc}{\lambda_{min}} = eV$. Ako se uzme u obzir vrijednost Planck-ove konstante *h* i naelektrisanje elektrona *e*, dobija se praktična relacija za izračunavanje minimalne talasne dužine x-zraka ako je poznat napon *V* na elektrodama Rentgentske cijevi.

$$\lambda_{min} = \frac{1,2345}{V[kV]} [nm]$$
(2.4)

Relacija je poznata kao Duane-Hunt-ov zakon.

Talasne dužine emitovanih x-zraka u kontinualnom spektru ne zavise od matrijala anode, ali je eflkasnost emisije veća ako se upotrebljavaju elementi veće atomske mase. Sa stanovišta kvantne mehanike verovatnoća da dođe do emitovanja fotona za individualan slučaj interakcije jednog elektrona na jednom atomu predstavljena je izrazom za efikasni presjek:

$$d\sigma = \frac{137r_e^2}{(2\pi)^4} \frac{p_e E_0 E_e}{p_0} \left| \int \Psi_j^* (\lambda \cdot \alpha) e^{-ikr} \Psi_i d\tau \right| E dE d\Omega_k d\Omega_p$$
(2.5)

gdje su E_0 i E_e energije elektrona prije i poslije interakcije u jedinicama m_0c^2 , p_0 i p_e impulsi elektrona prije i poslije interakcije u jedinicama m_0c , r_e klasični elektronski radijus, E = hvenergija emitovanog fotona, $d\Omega_k d\Omega_p$ diferencijalni prostorni uglovi u pravcu kretanja fotona i elektrona, λ jedinični polarizacioni vektor fotona, $d\tau$ element zapremine, r radijus vektor u jedinicama Komptonove talasne dužine, α Dirac-ova matrica i Ψ_i *i* Ψ_j Dirac-ove talasne funkcije početnog i krajnjeg stanja elektrona.

Razlika između kvantno-mehaničkog i klasičnog pristupa u objašnjenju pojave zakočnog zračenja je u tome što klasična elektrodinamička tvrdnja da će čestica uvijek emitovati zračenje kada ima ubrzanje, dok kvantna teorija predviđa samo određenu verovatnoću da dođe do emisije zračenja. Ova verovatnoća je uglavnom toliko mala da u najvećem broju slučajeva i ne dolazi do nastanka fotona već se samo odigrava elastično rasijanje. Pri određivanju izraza za efikasni presjek metodama kvantne mehanike potrebno je pronaći odgovarajući oblik talasne funkcije koja će dobro opisati upadni ubrzani elektron u Kulonovom polju jezgra, tj. mora se voditi računa o efektu zaklanjanja polja jezgra orbitalnim elektronima, a za više energije treba uzeti u obzir i relativističke efekte.

Prvi nerelativistički izraz za efektivni presjek dobio je Sommerfeld, a poslije su ga dopunili Bethe i Heitler korišćenjem Born-ove aproksimacije $\left(\frac{Ze^2}{hv} \ll 1\right)$. Pri dobijanju ovih izraza za brzine čestica koje su još nerelativističke sa $\frac{Ze^2}{hv} < 1$, neophodno je voditi računa o zakonima održanja energije i impulse

$$E_0 = E + h\nu \tag{2.6}$$

$$Q^2 \approx (p - p')^2 \tag{2.7}$$

gde su E_0 i p – energija i impuls upadnog elektrona, E i p'- energija i impuls izlaznog elektrona, a Q je moment centra rasijanja. Integracijom po svim prostornim uglovima Bethe i Heitler dobili su

$$\frac{d\sigma}{dE} = \frac{16}{3} \frac{Z^2 r_0^2}{137} \frac{1}{\beta^2} \frac{1}{E} ln \left(\frac{\left(\sqrt{E_0} - \sqrt{E_0 - E}\right)^2}{E} \right)$$
(2.8)

gdje je $\beta = \frac{v}{c}$, a v je brzina upadnog elektrona.

Za relativistički slučaj do izraza za efikasni presek su došli Bethe i Heitler korišćenjem Sommerfeld–Maue-ove ralativističke talasne funkcije Born-ove aproksimacije i Dirack-ove relativističke teorije. Za ekstremni relativistički slučaj kada upadni elektroni imaju energiju reda veličine nekoliko MeV-a ili čak nekoliko desetina MeV-a Bethe i Heitler su dobili

$$\frac{d\sigma}{dE} = \frac{4Z^2 r_0^2}{137} \frac{1}{E} \left[1 + \left(\frac{E_e}{E_0}\right) - \frac{2}{3} \frac{E_e}{E_0} \right] \left(ln \frac{2E_e E_0}{E} - \frac{1}{2} \right)$$
(2.9)

Prilikom izvođenja formule 2.9 vodilo se računa da granice očuvanja energije moraju biti modifikovane. E_{max} ne može više biti kinematička, nego $E_{\text{max}} = mc^2$, dok se momenti fotona u ovom slučaju ne smiju zanemariti.

U izrazima 2.8 i 2.9 zaklanjanje jezgra orbitalnim elektronima nije uzeto u obzir. Međutim, ova pojava ima uticaj na diferencijalni efikasni presjek i to pogotovo na energijama manjim od 10 keV i većim od 10 MeV. Tada može doći i do emitovanja fotona elektomagnetnog zračenja i na većoj distanci od atomskog jezgra, jer je ono okruženo orbitalnim elektronima pa se stvara znatno komplikovaniji potencijal.

Za ekstreman relativistički slučaj Schiff je izveo izraz za diferencijalni efikasni presjek emitovanja zakočnog zračenja uzimajući u obzir i zaklanjanje. On je pretpostavio da bi se atomski potencijal odgovoran za zaklanjanje mogao predstaviti izrazom

$$\frac{Ze}{r}e^{-\frac{r}{a}} \tag{2.10}$$

gde je a konstanta inverzno proporcionalna kubnom korenu atomskog broja Z, a r distanca od jezgra.

Uzimajući aproksimaciju potencijala u obliku izraza 2.10 dobijeno je

$$\frac{d\sigma}{dE} = \frac{2Z^2 r_0^2}{137} \frac{1}{E} \left\{ \left[1 + \left(\frac{E_e}{E_0}\right) - \frac{2}{3} \frac{E_e}{E_0} \right] \left[ln M(0) + 1 - \frac{2}{b} arctg(b) \right] + \frac{E_e}{E_0} \left[\frac{2}{b^2} ln(1+b^2) + \frac{4(2-b^2)}{3b^3} arctg(b) - \frac{8}{3b^2} + \frac{2}{9} \right] \right\}$$
(2.11)

gdje je

$$b = \frac{2E_0 E_e Z^{1/3}}{111E}, \quad \frac{1}{M(0)} = \left(\frac{E}{2E_0 E_e}\right)^2 + \left(\frac{Z^{1/3}}{111}\right)^2$$
(2.12)

Z redni broj materijala mete, E=hv energija emitovanog fotona, E_e energija elektrona poslije emisije fotona energije E i E_0 je maksimalna ukupna energija upadnog elektrona. Energetska zavisnost intenziteta emitovanog zračenja može se izraziti

$$\frac{dI}{dE} = \frac{d\sigma}{dE}E\tag{2.13}$$

što predstavlja vezu između verovatnoće emitovanja fotona određene energije i intenziteta emitovanog zračenja po jednom upadnom elektronu i jednom jezgru.

Energetska zavisnost intenziteta emitovanog zakočnog zračenja za nekoliko različitih vrijednosti energija upadnih elektrona datih u MeV-ima (na osnovu jedn. 2.8) je prikazana je na slici 2.4. Vrijednosti predstavljene na krivama predstavljaju kinetičke energije elektrona izražene

u MeV-ima.

U ovom izlaganju je takođe bitno naznačiti zavisnost raspodjele intenziteta zračenja od ugla. U radijativnim sudarima početni moment upadnog elektrona se dijeli na momente tri tijela: rezidulanog elektrona, atomskog jezgra i emitovanog fotona. Zato foton može imati bilo koji moment i odgovarjuću energiju E = hv. Moment $\frac{hv}{c}$ fotona je generalno veoma mali u poređenju sa momentom elektrona iste energije. Samo na ekstremno relativističkim energijama ovi momenti se izjednačavaju.



Slika 2.4. Energetska zavisnost intenziteta emitovanog zakočnog zračenja za nekoliko različitih vrijednosti energija upadnih elektrona

Foton nosi relativno mali moment i može biti emitovan u svakom pravcu. Na ekstremno relativističkim energijama i foton i rezidualni elektron imaju tendenciju daljeg kretanja u pravcu upadnog elektrona (slika 2.5). Prosječan ugao između pravca upadnog elektrona i emitovanog kvanta je reda $\frac{m_ec^2}{E_0}$.

Kada se govori o zakočnom zračenju elektrona, slučaj tanke mete se uvijek uzima kao idealan i on je teorijski detaljnije objašnjen. Pod pojmom tanke mete podrazumijeva se sloj materijala velikog atomskog broja i dovoljno male debljine tako da rasijanja i gubici energije upadnih elektrona budu zanemarljivi, kao i da prilikom prolaska kroz metu elektron doživi samo jednu interakciju (u kojoj dolazi do emitovanja fotona), a samoapsorpcija nastalog x-zračenja je



Slika 2.5. Ugaona raspodjela zakočnog zračenja

zanemarljiva. S obzirom da se kvantna teorija nije dalje bavila problemom debele mete moramo se vratiti objašnjenjima klasične elektrodinamike. Uzimamo da je energija elektrona eV jednaka kinetičkoj energiji $m_e \frac{v^2}{2}$ i daje visokoenergetska granica u tački hv = eV kako zahtijeva kvantna teorija. Kramers jedalje izveo izraz za intenzitet zračenja u frekventnom intervalu dv emitovan od strane jednog elektrona ubrzanog potencijalnom razlikom V koji prolazi kroz tanku metu sa *n* atoma po jedinici zapremine. Daljim integraljenjem po frekventnom intervalu dolazimo do izraza

$$Idx = \frac{16\pi^2}{3\sqrt{3}} \frac{Z^2 e^6 n dx}{c^3 m V}$$
(2.14)

Iz ovog izraza je očigledno daje intenzitet zračenja konstantan kroz cijeli spektar, da je direktno proporcionalan sa Z^2 , a obrnuto proporcionalan naponu ubrzanja. Na slici 2.6 vidi se da je intenzitet zračenja konstantan duž cijelog intervala $0 \le hv \le hv_{max}$ za tanku metu pri energiji upadnog elektrona od $E_0 << m_e c^2$.



Slika 2.6. Spektar intenziteta zračenja

Pošto se debela meta može smatrati kompozicijom naslaganih tankih meta uzimamo da su gubici energija u svim slučajevima isti. Snop elektrona pada na prvi sloj mete sa upadnom energijom Ei generiše određenu količinu x-zračenja pri čemu mu energija opadne za ΔE . Prema tome, u drugi sloj ulazi sa energijom $E_0 = E \cdot \Delta E$ što se dalje ponavlja u svakom sledećem sloju mete (slika 2.7). Za spektralnu distribuciju debele mete imamo

$$dI = constZ(v_{max} - v)dv$$
(2.15.)



Slika 2.7. Raspodjela intenziteta zračenja u slučaju debele mete

Ukupna energija zakočnog zračenja se dobija integracijom izraza 2.15 za intenzitet po svim frekvencijama. Granice integracije su v = 0 do $v_{max} = \frac{E}{h}$, te se dobija ukupna energija zakočnog zračenja *I* u MeV-ima po upadnom elektronu

$$I = kZE_0^2$$
 (2.16.)

S obzirom da se slučaj debele mete češće sreće u eksperimentu i u praksi moramo uzeti u obzir efekat apsorpcije zakočnog zračenja u samoj meti sa visokim rednim brojem. Na ovaj način dolazi do smanjenja intenziteta niskoenergetskog zračenja. Energetska zavisnost intenziteta zakočnog zračenja debele mete od volframa za elektrone energije 11.3 MeV data je na slici 2.8. Puna linija predstavlja teorijsku krivu po Bete-Heitlerovom obrascu i Bornovoj aproksimaciji za tanku metu, korigovanom za apsorpciju u meti kroz koju zračenje prolazi. Tanja, isprekidana linija predstavlja teorijski spektar za metu debljine 0.25 mm, a deblja, isprekidana linija za metu debljine 0.5 mm. Date tačke na grafiku predstavljaju rezultate eksperimentalnih merenja Komponskim spektrometrom. Sa slike se vidi da teorijski proračuni, kako za tanku, tako i za dvije mete poznate debljine pokazuju znatnu razliku u odnosu na izmjerene vrijednosti intentizeta zakočnog zračenja. Evidentno je da je niskoenergetska komponenta zračenja znatno viša od one koju teorija predviđa. Teorijski proračuni ne uzimaju u potpunosti u obzir gubitak energije elektrona do momenta kada doživi radijativnu interakciju. Može se očekivati da će elektroni, koji su izgubili dio svoje energije prilikom radijativne interakcije emitovati zakočno zračenje nešto niže energije. Takođe se zapaža dobro slaganje za energije iznad 8 MeV između teorijskih vrijednosti spektra za tanke mete i eksperimentalnih vrijednosti za debele. Teorijski izrazi za efikasne presjeke zakočnog zračenja nastalog na debeloj meti dobijeni su i polazeći od Schiff-ove formule koja je korigovana za atenuaciju u sloju materijala od koga je sačinjena meta debelom kao i sama meta.



Slika 2.8. Energrtski spektar intentziteta zakočnog zračenja debele mete

Heitler je primjenom kvantne elektrodinamike izračunao gubitak energije koji odnosi zakočno zračenje. Vrijednost izgubljene energije na radijaciju, po dužini puta data je izrazom

$$-\left[\frac{dE}{dx}\right]_{rad} = NE_0 Z^2 \phi(E) \tag{2.17}$$

gde je *N* broj atoma po jedinici zapremine (cm³), $\phi(E)$ je funkcija od energije, grubo je proporcionalna sa $\frac{1}{\nu}$ i predstavlja funkciju od *lnE*. Da bi uporedili gubitke energije elektrona pri ekscitaciji i jonizaciji sa radijativnim gubicima, može se napisati poznata Bethe-ova formula

$$-\left[\frac{dE}{dx}\right]_{ion} = NZ\phi'(E)$$
(2.18)

gdje je $\phi'(E)$ takođe funkcija *lnE*.

Odavde slijedii odnos radijacijonih i jonizacionih gubitaka dat u sljedećoj formuli

$$\frac{(dE/dx)_{rad}}{(dE/dx)_{ion}} \approx \frac{E_i Z}{800}$$
(2.20)

Na višim energijama elektrona gubici na zakočno zračenje po jedinici dužine puta su veći, a na nižim energijama elektrona preovlađuju gubici na jonizaciju i eksitaciju atoma. Prema tome,

postoji neka kritična energija na kojoj su ove dve vrste gubitaka energije elektrona međusobno jednake. Bethe i Heitler su dali aproksimativni izraz za kritičnu energiju

$$E_{Kr} = \frac{800}{Z} [MeV] \tag{2.21}$$

Iznad ove kritične vrijednosti energije dominiraju radijativni gubici te je lako odrediti gubitak energije radijacije u odnosu na upadnu energiju elektrona.

$$-\frac{dE}{E_0} = \frac{dx}{x_0} \tag{2.22}$$

Integracijom ovog izraza dobija se

$$E = E_0 e^{-\frac{x}{x_0}}$$
(2.23)

Veličina x_0 naziva se radijaciona dužina koja zavisi od rednog broja Z i gustine medijuma. Radijaciona dužina predstavlja udaljenost na kojoj energija elektrona opadne na 1/e-ti dio i ima različite vrijednosti za različite medijume. Koristeći klasični i kvantnomehanički model dolazimo do zaključka da je procjena verovatnoće, odnosno ukupnog eflkasnog presjeka za interakciju približno ista u oba slučaja.

$$\sigma \sim \alpha Z^2 \frac{e^4}{m_e^2 c^4} = \alpha r_0^2 Z^2 [cm^2]$$
(2.24)

gde je r_0 klasični radijus elektrona, a α je konstanta fine strukture i iznosi 1/137.

3. Interakcija fotona sa materijom

Za razliku od naelektrisanih čestica, fotoni su električni neutralni i ne gube energiju postepeno. Ustvari, oni mogu preći određenu udaljenost, prije nego intereaguju s atomom. Koliko će daleko foton doći o tome odlučuju statistički procesi, odnosno vjerovatnoća interakcije po jedinici pređenog puta. Pri tom foton može biti apsorbovan ili rasijan mijenjajući svoj smjer sa ili bez gubitaka energije.

Tomsonovo i Rejlijevo rasijanje primjeri su u kojima ne dolazi do znatnijeg transfera energije. U Tomsonovu rasijanju, na elektronu dolazi samo do promjene smjera fotona (elastično rasijanje) i znatnija mu je vjerovatnoća, samo za najniže energije fotona.

Totalni efikasni presjek za Tomsonovo rasijanje je:

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} r_0^2 \tag{3.1}$$

Diferencijalni efikasni presjek za Tomsonovo rasijanje je:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = r_0^2 \frac{1 + \cos^2\theta}{2} \tag{3.2}$$

Rejlijevo rasijanje, događa se na atomu kao cjelini. Ugao rasijanja veoma je malen kao i transfer energije, te ga nećemo uzimati u obzir kao proces interakcije fotona s materijalom. Glavni mehanizmi gubitka energije fotona su: fotoefekt, Compton-ovo rasijanje i produkcija parova.

3.1Fotoelektrični efekat

Fotoelektrični efekat je proces, pri kojem foton izbaci elektron iz neke površine ili iz atoma, pri čemu dolazi do njegovog potpunog gubitka energije (nestajanja). Energija fotona se pritom utroši na energiju vezivanja tog elektrona i na davanje kinetičke energije tad već slobodnom elektronu i tada imamo:

$$E_{\gamma} = W + E_{kin} \tag{3.3}$$

Energija fotona E_{γ} utrošena je na izlazni rad W i na kinetičku energiju elektrona E_{kin} . Izlazni rad W iznosi nekoliko eV, što je zanemarivo prema energijama gama i x–zraka. Energija fotona E_{γ} jednaka je proizvodu Plankove konstante h i frekvencije $f: E_{\gamma}=hf$. Očito je da minimalna energija potrebna za fotoelektrični efekat iznosi upravo W, kad elektron postane slobodan, ali bez ikakve energije.

Može li doći do potpunog transfera energije fotona slobodnom elektronu? Odgovor je negativan. Elektron mora biti vezan uz atom, koji je neophodan, da bi učestvovao u preuzimanju dijela količine kretanja, koja mora ostati sačuvana. Imamo li slobodan elektron u stanju mirovanja, ako on preuzme svu energiju fotona, tada moraju istovremeno biti sačuvana ukupna energija i količina kretanja.

$$mc^2 + hf = \gamma mc^2 \tag{3.4}$$

$$\frac{hf}{c} = \gamma m c \beta \tag{3.5}$$

Ovdje su $\beta = (v/c)i = (1 - \beta^2)^{-1/2}$, gdje je vbrzina elektrona. Pomnožimo li obe strane jednačine (3.5) s brzinom svjetlosti *c* i uvrstimo *hf* iz jednačine (3.4), dobićemo:

$$\gamma mc^2 (1 - \beta) = mc^2 \tag{3.6}$$

Rješenje postoji samo kao trivijalno: $\beta = 0$, $\gamma = 1$, dakle i energija fotona hf = 0. To znači da bi se zadovoljila jednačina (3.5) u očuvanju količine kretanja, mora učestvovati i treće tijelo – atom kao cjelina, ali zbog njegove neuporedivo veće mase od mase elektrona, pritom on preuzme zanemarivo malu količinu energije. Efikasni presjek za fotoelektrični efekat proporcionalan je petom stepenu rednog broja materijala i obrnuto proporcionalan energiji elektrona na 7/2. Totalni efikasni presjek za fotoelektrični efekat dat je relacijom:

$$\sigma = \sigma_T \frac{Z^5}{137^4} 8 \left(\frac{mc^2}{E}\right)^{7/2}$$
(3.7)

gdje je: σ_T - Thomson-ov efikasni presjek Z- redni broj ozračenog materijala E – energija upadne zrake.

Iz gornje formule vidimo da će fotoelektrični efekat biti dominantan na niskim energijama fotona i na materijalima velikog rednog broja.

Diferencijalni efikasni presjek za fotoelektrični efekat dat je relacijom:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = K \frac{\sin^2 \varphi}{\left(1 - \frac{v}{c} \cos\varphi\right)} \tag{3.8}$$

gdje je: φ - ugao emisije fotoelektrona prema smjeru upadne zrake K - konstanta koja zavisi od materijala v- brzina fotoelektrona.

3.2 Compton-ov efekat

Kada se foton energije E_{γ} se rasije na slobodnom elektronu u stanju mirovanja dolazi do situacije opisane slikom dole:



Slika 3.1 Rasijanje fotona na slobodnom elektronu

Kao što smo pokazali, u slučaju rasijanja na slobodnom elektronu nije moguć potpun transfer energije fotona, već kao rezultat imamo novi foton veće talasne dužine (manje energije E_{γ}) rasejan pod uglom θ i elektron rasejan pod uglom ϕ . Vezu između početne energije fotona, konačne energije rasijanog fotona E_{γ} ' i elektrona dobijamo iz jednačina očuvanja energije i količine kretanja:

$$E_e = E_{\gamma} - E_{\gamma}' = E - mc^2$$
 (3.9)

Gdje je *E* ukupna energija elektrona ($E = \gamma mc^2$).

Zakon očuvanja količine kretanja možemo napisati

$$\frac{E_{\gamma}}{c} = \frac{E_{\gamma}'}{c} \cos\theta + p_e \cos\phi \tag{3.10}$$

$$0 = \frac{E_{\gamma}'}{c} \sin\theta - p_e \sin\varphi \tag{3.11}$$

Međutim, lakše je račun provesti, ako ga pišemo u vektorskom obliku:



Slika 3.2 Vektorski prikaz količine kretanja

Primjenom kosinusnog poučka, možemo pisati

$$(p_e c)^2 = E_{\gamma}^2 + (E_{\gamma}')^2 - 2E_{\gamma} E_{\gamma}' \cos\theta = E^2 - m^2 c^4$$
(3.12)

Ovdje je primjenjena Ajnštainova relativistička relacija između ukupne energije i količine kretanja

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4 \tag{3.13}$$

Nakon eliminisanja E_e iz jednačina imamo

$$E_{\gamma}' = \frac{E_{\gamma}}{1 + \left(\frac{E_{\gamma}}{mc^2}\right)(1 - \cos\theta)}$$
(3.14)

Diferencijalni efikasni presjek $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ za Compton-ov efekat dat je Klain-Nishina formulom

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{k^2 e^4}{2m^2 c^4} \left(\frac{E_{\gamma}}{E_{\gamma}}\right)^2 \left(\frac{E_{\gamma}}{E_{\gamma}'} + \frac{E_{\gamma}'}{E_{\gamma}} - \sin^2\theta\right) m^2 s r^{-1}$$
(3.15)

To je vjerovatnoća po jediničnom prostornom uglu u steradijanima (*sr*), da će foton koji prolazi slojem materijala, koji sadrži 1 elektron m⁻², biti rasejan u prostorni ugao $d\Omega$, pod uglom θ . Slika 3.3 pokazuje efikasni presjek za 4 energije upadnog fotona (izražen u mbarnima po steradijanu; 1mbarn = 10⁻³¹m²).



Slika 3.3 Diferencijalni efikasni presjek za Compton-ovo rasijanje unutar interval energije 0-5 MeV kako ga daje Klain-Nishina formula

Vidi se potpuna simetrija rasejanja sa $E_{\gamma} \rightarrow 0$ i sve veća vjerovatnoća rasijanja prema naprijed (mali uglovi θ), kako energija fotona raste. Integral

$$\sigma = 2\pi \int_{0}^{\pi} \frac{d\sigma}{d\Omega} \sin\theta d\theta [m^{2}]$$
(3.16)

daje ukupni efikasni presjek za Compton-ovo rasijanje kao vjerovatnoća da će foton doživjeti Compton-ovo rasijanje po jednom elektronu m⁻². Energiju rasijanog elektrona lako je naći, jer ona je jednaka razlici $E_{\gamma} - E_{\gamma}'$, odnosno

$$E_e = E_{\gamma} \frac{1 - \cos\theta}{\frac{mc^2}{E_{\gamma}} + 1 - \cos\theta}$$
(3.17)

Maksimalnu energiju, elektron dobija za ugao $\theta = \pi$. U tom slučaju ona iznosi

$$E_{e(max)} = \frac{2E_{\gamma}}{2 + \frac{mc^2}{E_{\gamma}}}$$
(3.18)

Ugao rasijanja elektrona φ , najjednostavnije je naći iz izraza

$$ctg\left(\frac{\theta}{2}\right) = \left(1 + \frac{E_{\gamma}}{mc^2}\right)tg\varphi \tag{3.19}$$

Kojeg dobijamo iz relacija 3.10 i 3.11 uz pomoć trigonometrijskih identiteta

$$\sin\theta = 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2} \tag{3.20}$$

$$1 - \cos\theta = 2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \tag{3.21}$$

Za dozimetriju je važno poznavati energiju rasijanih elektrona, jer ona praktično cijela ostaje u tkivu, a rasijana gama zraka ima priliku iz tkiva izaći. Primjenom relacije za brzinu reakcije i izraza za $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)$ moguće je naći relativan broj Comptonski rasijanih elektrona u zavisnosti od njihove energije. Na slici 3.4 je to prikazano za $E_{\gamma} = 1$ MeV. Maksimalna energija rasijanih elektrona tada iznosi 0,796 MeV. Vidi se da relativan broj pada s energijom, da bi došlo do naglog rasta prilikom približavanja maksimalnoj energiji.



Slika 3.4 Relativan broj Compton-ovski rasijanih elektronu u zavisnosti od energije

3.3 Produkcija parova

Fotoni energije veće od $2mc^2$ mogu stvoriti par elektron-pozitron u polju atomskog jezgra. Ova energija je neophodna iz različitih razloga, iz kojih je kod fotoelektričnog efekta bila neophodna prisutnost trećeg tijela – atoma. To znači da stvoreni par elektron-pozitron nije u mogućnosti preuzeti svu količinu kretanja fotona, koji u tom procesu nestaje. Energija fotona troši se na

$$E_{\gamma} = 2mc^2 + E_+ + E_- \tag{3.22}$$

gdje E_{+i} E-predstavljaju kinetičke energije produkovanog para. Raspodjela energije između elektrona i pozitrona je kontinualna, tako da jedan može preuzeti svu energiju. Međutim, energetski spektri elektrona i pozitrona su gotovo identični. Efekat postaje vjerojatniji sa porastom energije fotona i sa porastom (približno) kvadrata rednog broja jezgra, u čijem se polju produkcija para odigrava.

Inverzni proces se takođe događa. Pozitron se najvjerovatnije prvo uspori, privuče jedan elektron i formira pozitronijum. To je sistem sličan vodonikovom atomu, sa tim da umjesto protona imamo pozitron, koji zajedno s elektronom kruži oko zajedničkog centra mase. Kako je prije anihilacije sistem (pozitronijum) bio u stanju mirovanja, neophodno se moraju formirati dvije gama zrake, koje dolaze pod uglom od 180°. Prisustvo 0,511 Mev-skih gama zraka tamo gdje je prisutan izvor pozitrona predstavlja radijacijoni rizik.

3.4 Fotonuklearne reakcije

Foton može biti apsorbovan od strane jezgra i pritom izbaciti jedan nukleon. To nazivamo *fotodezintegracijom*. Primjer je reakcija

$$^{206}_{82}Pb(\gamma,n)^{205}_{82}Pb \tag{3.23}$$

U njoj se emituje neutron. Foton neophodno mora imati energiju veću od energije vezanja nukleona, a koja iznosi nekoliko MeV-a. Dakle, fotonuklearne reakcije mogu proizvesti neutrone, koji takođe predstavljaju radijacijoni rizik.

3.5 Atenuacioni koeficijenti

Ukupni efikasni presjek za interakcije γ zrake jednak je sumi efikasnih presjeka za fotoelektrični efekat, produkciju parova i Compton-ovo rasejanje

$$\sigma = \sigma_f + \sigma_p + \sigma_c \tag{3.24}$$

Zanima nas koliko će fotona intereagovati na putu od x do x+dx. To možemo izračunati rješavanjem diferencijalne jednačine

$$-dN = N_x \cdot \sigma \cdot n \cdot dx \tag{3.25}$$

$$N_x = N_0 \cdot e^{-\sigma \cdot n \cdot x} \tag{3.26}$$

gdje N_0 predstavlja upadni fluks fotona a *n* je gustina broja čestica u meti na kojima se vrše interakcije. Proizvod σn ima dimenziju [L⁻¹], odnosno izražava se u jedinicama cm⁻¹ i naziva se linearni atenuacioni koeficijent snopa fotona i označava se sa μ . U njemu se broj čestica u meti

odnosi na broj jezgara (atoma), odnosno jednak je atomskoj gustini (broj čestica po jedinici zapremine).

U primjeni je češći tzv. maseni atenuacioni koeficijent, koji se označava sa (μ/ρ) i jednak je količniku linearnog atenuacionog koeficijenta i gustine materijala. Prema tome, atenuaciju snopa fotona predstavljamo sa

$$N = N_0 \cdot e^{-\frac{\mu}{\rho}(\rho x)} \tag{3.27}$$

Maseni atenuacioni koeficijent izražava se u jedinicama cm^2g^{-1} , a "debljina" mete u jedinicama gcm⁻². Na slikama su prikazani maseni atenuacioni koeficijenti za različite elemente i neke relevantne materijale.



Slika 3. Maseni atenuacioni koeficijenti za različite materijale

Vidljiva je značajna zavisnost o elementu (rednom broju) u području nižih energija gdje dominira fotoelektrični efekat, te nešto manje u području viših energija, gdje dominira produkcija parova.



Slika 3.6 Maseni atenuacioni koeficijenti za različite materijale. Očita je bliskost vrijednosti μ/ρ za vazduh, vodu i tkivo što je posljedica približno jednakog srednjeg rednog broja.

Već iz razmatranja pojedinačna tri glavna načina interakcije fotona s atomima i elektronima bilo je očito da se samo u slučaju fotoelektričnog efekta sva energija fotona preda apsorberu, zato jer rasejani elektron to učini u neposrednoj blizini mjesta interakcije.

U slučaju Comptonovog rasejanja postoji vjerovatnoća da rasejani foton izađe iz mete odnoseći tako dio energije. Prilikom produkcije parova moguće je da jedan ili čak obadva 0,51 MeV-ska fotona izađu iz mete. Takođe to vrijedi i za fotone nastale zakočnim zračenjem energetskih elektrona (pozitrona), koji se proizvode interakcijama gama fotona.

Kako je za dozimetriju važno znati koliko se energije deponuje u materijalu, definiše se koeficijent apsorpcije energije (μ_{en}), odnosno maseni koeficijent apsorpcije energije (μ_{en} / ρ). Očito će njegova vrijednost biti manja od odgovarajućeg masenog atenuacionog koeficijenta, jer kao što je iz prethodnog razmatranja vidljivo, relativan dio apsorbovane energije manji je od relativnog dijela rasejanih fotona.

Na sljedećim slikama prikazani su maseni apsorpcioni koeficijenti za neke elemente i neke relevantne materijale.



Slika 3.7Maseni koeficijenti apsorpcije energijerazličitih elemenata u zavisnosti od energije fotona.



Slika 3.8 Maseni koeficijenti apsorpcije energije različitih materijala.

Na slici 3.9 su prikazani linearni atenuacioni koeficijenti i koeficijenti apsorpcije enrgije u vodi za sve tri interakcije fotona u zavisnosti od energije. Na nižim energijama (< 15 keV) dominira fotoelektrični efekat. Kako se povećava energija dominacija fotoelektričnog efekta slabi, a raste dominacija Komptonovog efekta, između 100 keV i 10 MeV. Na višim energijama, dominacija Komptonovog efekta slabi, a dominantan proces postaje produkcija parova.



Slika 3.9 Llinearni atenuacioni koeficijenti i koeficijenti apsorpcije enrgije u vodi za sve tri interakcije fotona u zavisnosti od energije.

4. Eksperimentalni rad

4.1 Osnovna ideja eksperimenta

U ovom radu osnovna namjera je bila da se provjeri da li je moguće izračunati dozu zračenja koju fotonski snop proizvede u vazduhu na nekom odabranom rastojanju, a na osnovu poznavanja oblika energetskog spektra fotona. S obzirom da je energetski spektar terapijskog akceleratora veoma stabilan i tačno određenog oblika, što je uostalom i osnovni zahtjev radijacione terapije, jedini način da dobijemo fotonske snopove različitih karakteristika je bio da zračenje propustimo kroz različite atenuatore. Ukoliko se odaberu atenuatori u širokom opsegu gustina i rednih brojeva, moguće je izvršiti znatnu modifikaciju spektralnih svojstava primarnog snopa, emitovanog od strane terapijskog akceleratora. Iz tog je razloga odlučeno da se atenuacija snopa vrši sa nekoliko različitih materijala, počev od vode koja ima malu gustinu i efektivni redni broj, pa sve do olova.

Apsorbovana doza x-zračenja definiše se kao srednja apsorbovana energija dE jonizujućeg zračenja u dijelu mase dm koji vrši apsorpciju

$$D = \frac{dE}{dm} \tag{4.1}$$

Izvedena jedinica za dozu u Internacionalnom sistemu jedinica je Grey (apsorbovana doza u materiji mase 1 kg kojemje jonizujućim zračenjem predata energija od 1J

$$Gy = \frac{J}{kg} \tag{4.2}$$

Dejstvo zračenja se povećava kako sa intenzitetom zračenja tako i sa vremenom ozračivanja te se uvodi pojam brzine doze

$$\frac{dD}{dt} \tag{4.3}$$

gdje je dD priraštaj doze koju određeni objekat prima tokom vremena dt. Integracijom izraza (4.3) dobija se ukupna doza zračenja.

Ukoliko je poznat energetski spektar fotonskog zračenja koji pada na dozimetar, apsorbovana doza bi se mogla izračunati na sledeći način:

$$D = \int_{0}^{E_{0}} \mu_{en}(E) E \Phi(E) R(E) dE$$
(4.4)

gdje je $\mu_{en}(E)$ maseni koeficijent apsorpcije energije vazduha, $\Phi(E)$ diferencijalna funkcija koja opisuje fotonski fluks energije E, R(E) funkcija energijskog odgovora jonozacione komore za koju možemo uzeti da je približno jednaka 1 i E_0 je maksimalna energija fotona u spektru. Ukoliko bi se između fokusa linearnog terapijskog akceleratora i dozimetra postavio neki material debljine x, doza bi se mogla izračunati kao:

$$D(x) = \int_0^{E_0} \mu_{en}(E) E\Phi(E) R(E) e^{-\mu(E)x} dE$$
(4.5)

 $\mu(E)$ linearni atenuacioni koeficijent atenuatora. Podaci za maseni koeficijent apsorpcije energije vazduha i linearni atenuacioni koeficijent atenuatora se mogu preuzeti iz dostupnih tablica. Vidimo da je na ovaj način, jednostavnom korekcijom oblika funkcije energetskog spektra fotonskog snopa moguće vršiti njegove značajne izmjene, upotrebom materijala u širokom opsegu atenuacionih svojstava. Korekcija se vrši funkcijom $e^{-\mu(E)x}$ (grafik 4.1). Kako se linearni atenuacioni koeficient $\mu(E)$ znatno razlikuje za materijale raznih gustina i srednjih rednih brojeva, jednostavnom atenuacijom je moguće dobiti fotnske snopove koji će u velikoj meri razlikovati jedan od drugog.



Grafik 4.1 Zavisnost funkije $e^{-\mu(E)x}$ *od energije za upotrebljene atenuatore*

4.2 Mjerenja

Mjerenja su realizovana na višeenergetskom terapijskom linearnom akceleratoru Varian Clinac DHX, a za ovaj eksperiment je korištena energija od 6 MeV. Za atenuatore su korištene ploče debljine 10 cm od olova, bakra, željeza, aluminijuma, betona i mali vodeni fantom debljine takođe 10 cm.

Radi postizanja pouzdanijih rezultata brzina doze je 300 MJ za sve atenutore, a mjerenje vršeno IBA jonizacionom komorom sa build-up kapicom i elektrometrom SuperMAX 1000.

Udaljenost od izvora do atenuatora (FKD) je 60 cm, a od atenuatora do jonizacione komore je 345 cm.



Slika 4.1 Dobro koliminisan snop

Formula (4.5) putem člana $e^{-\mu(E)x}$ eliminiše doprinos ukupnoj dozi svih fotona koji su doživjeli bilo kakvu interakciju, što znači i onih koji su se rasijali. Kako rasijani fotoni koji stignu do jonizacione komore daju svoj doprinos ukupnoj mjerenoj dozi, da bi se dobili što je moguće upotrebljiviji rezultati merenja, potrebno je doprinos rasijanog zračenja svesti na najmanju moguću mjeru. Cijeli eksperiment je izveden u tkz. uskoj geometriji (slika 4.1), gdje je veličina polja na udaljenosti 405 cm tj. na mjestu gdje se nalazila komora iznosila 4.05 x 4.05cm. Kao što se može vidjeti, merenja su izvršena na taj način da su atenuatori bili na što je moguće manjem rastojanju od fokusa akceleratora, dok je jonizaciona komora postavljena na maksimalnu distancu, koliko je to veličina prostorije dozvoljavala. Takođe je otvor kolimatora bio odabran na taj način da na mjestu gdje je dozimetar bio postavljen širina polja bude tačno jednaka dimenzijama build'up kapice. Na ovaj način je postignuto da minimalna zapremina atenuatora bude izložena primarnom snopu, što je omogućilo da se minimizira uticaj rasijanog zračenja na ukupnu izmjerenu dozu. I maksimalana moguća distanca između atenuatora i dozimetra je imala istu funkciju. Veliko rastojanje između atenuatora i jonizacione komore omogućilo je da samo mali dio rasijanog zračenja, i to samo ono koje se rasijalo pod veoma malim uglom dospije do mesta na kome se doza mjeri.

Postavka uređaja za vršenje mjerena kao i osnovne komponenete date su a slici 4.2.



Slika 4.2 Postavka uređaja

Obzirom da je pomoću elektrometra izmjerena količina naelektrisanja formirana u komori, potrebno je objasniti vezu između izmjerene veličine i jačine (brzine) doze. Brzina apsorbovane doze u vazduhu, u cGy-ima

$$D = Q \cdot C \cdot t_{cap} \cdot k_{T,P} \tag{4.6}$$

gdje je Q izmjerena količina naelektrisanja u nC, C je konstanta korekcije na dimenzije i kvalitet materijala ubuild-up kapici, t_{cap} je kalibracioni faktor komore, a $k_{T,P}$ je korekcioni faktor za pritisak i temperaturu prostorije u kojoj se vrši mjerenje.

U svrhu pojednostavljivanja proračuna određivana je relativna doza D/D_0 odnosno transmisija pri čemu se eksperimentalna greška bitno smanjuje jer u proračun ne ulaze korekcioni i kalibracioni faktori čija je vrijednost određena sa greškom reda veličine procenta. Izraz za transmisiju

$$T(x) = \frac{D(x)}{D_0} \tag{4.7}$$

gdje je D_0 apsorbovana doza izmjerena u vazduhu bez atenuatora, D(x) apsorbovana doza izmjerena sa atenuatorom i x izabrani material za attenuator.

Prvo je izvršeno mjerenje bez prisustva atenuatora čime je određena brzina doze D_0 , a potom se svakom sljedećem mjerenju dodavao jedan od gore navedenih atenuatora i određivala brzina doze D(x).

4.3 Analiza rezultata mjerenja

4.3.1 Eksperimentalne vrijednosti transmisije fotonskog snopa

Izračunate vrijednosti transmisije dobijene eksperimentom za pojedine materijale debljine 10 cm su date u tabeli 4.1.

Materijal	$\rho [g/cm^3]$	T(x)
H ₂ O	1	0.6141(4)
Beton	2.3	0.3923(3)
Al	2.699	0.3476(3)
Fe	7.874	0.0622(1)
Cu	8.96	0.0477(4)
Pb	11.35	0.01387(7)

Tabela 4.1Vrijednosti transmisije dobijene eksperimentalnoza navedene materijale debljine 10 cm

Iz rezultata prikazanih u gornjoj tabeli možese vidjeti da su u eksperimentu dobijene vrijednosti transmisije fotonskog snopa terapijskog akceleratora u veoma širokom opsegu. Sloj debljine 10 cm vode redukuje primarnu dozu do nivoa od 61%, dok ista debljina olova svede početnu dozu na skoro 1.4% od primarne.

4.3.2 Oblik energetskog spektra atenuiranog snopa terapijskog akceleratora

Da bi se pomoću formule (4.5) izračunala vrijednost apsorbovane doze potrebno je prije svega dobro poznavati fluks fotona $\Phi(E)$. Međutim, kao što je objašnjeno u prethodnom poglavlju xzračenje nastalo prilikom zaustavljanja elektrona na debeloj meti akceleratorskog sistema prolazi kroz niz kolimatora i filtera koji znatno menjaju oblik spektra zračenja. Zbog toga se za opisivanje fluksa x-zračenja moraju koristiti aproksimativne formule, jer su precizni teorijski proračuni dobijeni samo za zračenje nastalo u tankoj meti čiji spektar nije promjenjen uticajem različitih apsorbera.

 $\Phi(E)$ ćemo aproksimirati Schiff-vom formulom (2.11), a budući da nam energija elektrona nakon interakcije nije od značaja, izvršena je sledeća izmjena:

$$E_e = E_0 - E \tag{4.8}$$

Za rješavanje integrala (4.5) a i za eliminaciju vrijednosti energije elektrona iz Schiff-ove formule (4.8) potrebno je znati maksimalnu energiju fotona u spektru zakočnog zračenja E_0 koja određuje gornju granicu intergracije. Ovu vrijednost nije moguće odrediti direktnim mjerenjem te je razvijeno nekoliko indirektnih metoda metoda za određivanje E_0 . Jedna od metoda se

zasniva na mjerenju procentne dubinske doze koje se najčešće standardno primjenjuje u praksi. Za potrebe ovog rada odlučeno je da se nominalna vrijednost maksimalne energije od 6 MeV, kako je specificirano od strane proizvođača, uzme za maksimalnu vrijednost energije.

Kako nam Schiff-ova funkcija opisuje idealan slučaj tanke mete potrebno ju je izmnožiti sa korekcionim faktorima za slučaj debele mete kao i funkcijom koja opisuje atenuaciju snopa prilikom prolaska kroz sve materijale u glavi akceleratora F(E), te imamo

$$\Phi(E) = \left[F_{Schiff}(E)e^{-\mu_t(E)t_t} \right] \times e^{-\sum_i \mu_i(E)t_i} = F_{Schiff}(E)F(E)$$
(4.9)

gdje je $F_{Schiff}(E)$ Schiff-ova formula, $\mu_t(E)$ linearni atenuacioni koeficijenti materijala mete, t_t debljina mete, $\mu_i(E)$ i t_i su linearni atenuacioni koeficijenti i debljine svih filtera unutar glave akceleratora.



Grafik 4.2 Spektar zračenja dobijen neatenuiranom Schiff-ovom funkcijom i uticaj filtera koji se nalaze u glavi akceleratora

Meta terapijskog akceleratora Varian DHX, na kojem su vršena mjerenja, je izrađena od volframa i bakra dok se dalje na putu snopa nalaze beriliumski prozor, zatim svjetlosno ogledalo, jonizaciona komora i kupasti filter od bakra. Gustine pomenutih materijala kao i njihove debljine date su u tabeli (4.2).

Materijal	ρ [g/cm ³]	x [cm]
W (meta)	16.9	0.0889
Cu (meta)	8.92	0.1575
Be (prozor)	1.85	0.00254
Mylar (ogledalo)	1.38	0.006201
Cu (kupasti filter)	8.92	2.21742

Tabela 4.2 Materijali koji se nalaze na putu snopa u glavi akceleratora



Grafik 4.3 Spektar zračenja po energijama dobijen korigovanom Schiff-ovom funkcijom



Grafik 4.4 Spektar zračenja po energijama dobijen korigovanom Schiff-ovom funkcijom pomnoženom sa E

Dakle, nakon uvrštavanja vrijednosti gustina, debljina i atenuacionih koeficijenata za materijale iz tabele 4.2 u funkciju koja opisuje atenuaciju snopa (4.9) imaćemo

$$F(E) = \left(e^{-\frac{\mu}{\rho_W}\rho_W x_W} + e^{-\frac{\mu}{Cu}\rho_{Cu}x_{Cu}}\right)e^{-\frac{\mu}{\rho_{Be}}\rho_{Be}x_{Be}}e^{-\frac{\mu}{\rho_{Mylar}}\rho_{Mylar}x_{Mylar}}e^{-\frac{\mu}{Cu}\rho_{Cu}x_{Cu}}$$
(4.10)

Atenuacioni koeficijenti materijala koji su uvršteni u formuli 4.10 su energetske funkcije koje su preuzete iz XCOM tabela. Na taj način se dobiju rješenja funkcije koja opisuje atenuaciju snopa, odnosno atenuacioni faktori, za određeni korak energije koji u ovom slučaju nije jednak nego je na nižim energijama manji, a kako se energija povećava tako se povećava i korak. Time je dobijen doprinos atenuacije za opseg energije od 0 do 6 MeV. Ove atenuacione faktore je potrebno izmnožiti sa Schiff-ovom funkcijom (2.11) za tanku metu koja je takođe izračunata za iste korake energije i na taj način je dobijen izgled Schiff-ove funkcije nakon korekcije.

Na grafiku 4.2 prikazan je spektar zračenja debele mete dobijen pomoću neatenuirane Schiff-ove formule (kriva na lijevoj strani grafika) u zavisnosti od energije i kriva koja opisuje uticaj filtera koji se nalaze u glavi akceleratora (kriva na desnoj strani grafika) takođe u zavisnosti od energije. Odavde se vidi da je najveći uticaj filtera na nižim energijama fotonskog zračenja. Time je skoro u potpunosti otklonjena "meka" komponenta fotonskog zračenja koja nije poželjna kod terapijskih akceleratora jer ima malu dubinu prodiranja. Na ovaj način je dobijen atenuirani spektar fotonskog zračenja dobijen pomoću Schiff-ove formule u zavisnosti od energije predstavljenom na grafiku 4.3 i isto taj spektar pomnožen sa energijom predstavljenom na grafiku 4.4.

4.3.3 Izračunate vrijednosti transmisije fotonskog snopa

Nakon što su određeni svi korekcioni faktori koji potiču od konstruktivnih dijelova akceleratora i na taj način uračunat njihov uticaj na oblik spektra, moguće je pristupiti izračunavanju transmisije fotonskog snopa za različite atenuatore. Konačno se dobija da se transmisija, tj. relativna doza može izraziti kao

$$T(x) = \frac{\int_{0}^{E_{0}} \mu_{en}(E) EF_{Schiff}(E) e^{-\mu_{t}(E)t_{t}} e^{-\sum_{i} \mu_{i}(E)t_{i}} e^{-\mu(E)x} dE}{\int_{0}^{E_{0}} \mu_{en}(E) EF_{Schiff}(E) e^{-\mu_{t}(E)t_{t}} e^{-\sum_{i} \mu_{i}(E)t_{i}} dE}$$
(4.11)

Da bismo dobili vrijednosti transmisije potrebno je riješiti formulu 4.11. Integral iznad razlomačke linije predstavlja atenuiranu dozu, dok je intergral ispod razlomačke linije doza u vazduhu. Ovi integrali se najjednostavnije mogu riješiti Sympson-ovom numeričkom metodom tako da se izračunaju svi podintegralni članovi za neki sitni korak energije, u ovom slučaju 0,03 MeV-a, zatim se te vrijednosti sumiraju i pomnože sa tim korakom energije. Na ovaj način smo izračunali ove integrale, odnosno dobili atenuiranu dozu i dozu u vazduhu. Ove dvije vrijednosti je još potrebno podijeliti i na taj način smo se dobiju vrijednosti transmisije teorijskim putem koje su predstavljene u tabeli 4.3.

Materijal	Relativna atomska/molekulska masa	Z	T(x)	Odnos računate i mjerene vrijednosti [%]
H ₂ O	18.0148	3.4	0.617818	99
Beton	22.329	7.1	0.368092	94
Al	25.982	13	0.312720	90
Fe	55.845	16	0.04442	71
Cu	93.546	29	0.030072	63
Pb	207.21	82	0.005317	38

Tabela 4.3 Vrijednosti transmisije dobijenih pomoću formule 4.11 i relativna razlika između transmisije dobijene eksperimentalno i teorijski

Iz gornje tabele se može vidjeti da se u slučaju upotrebe atenuatora od 10 cm vode eksperimentalnim i teorijskim putem dobijaju gotovo istovjetne vrijednosti mjerene i računate doze. Prihvatljivo slaganje između eksperimentalnih i teorijskih rezultata se dobijaju i za slučaj kada smo upotrijebili atenuatore od betona i aluminijuma. Razlika između mjerenih i računatih vrijednosti postaje sve veća što je teži material upotrebljen kao attenuator. Tako na primjer, izmjereno je da 10 cm gvožđa redukuje primarnu dozu na 6.2% od primarnog snopa, dok se teorijski dobija da bi ta vrijednost trebala biti 4.4%. Najveća razlika se uočava kod olova. Izmjereno je da nakon prolaska kroz 10 cm olova doza padne na 1.4% dok je računski ustanovljeno da bi doza trebala biti redukovana na 0.53%. U ovoj tabeli u posljednjoj koloni je prikazana i odnos između mjerene i računate transmisije. Vidimo da se razlika između računate i mjerene vrijednosti povećava sa povećanjem relativne atomske/molekulske mase materijala, kao što je to prikazano na grafiku 4.5. Ovde traba napomenuti da sastav gvozdenih ploča koje su korišćene kao attenuator nije bio poznat, tako da nismo u mogućnosti u potpunosti tvrditi koliko je taj material imao primjesa, koje bi mogle uticati na efektivni maseni broj materijala.

No budući da se interakcija između zračenja i materijala odvija na orbitalnim elektronima, mnogo je zanimljivije pogledati na koji način razlika između mjerene i izračunate vrijednosti zavisi od efektivnog rednog broja materijala.

Ustanovljeno je da prilikom prolaska elektromagnetnog zračenja kroz neki material, ne bivaju svi orbitalni elektroni na isti način izloženi mogućnosti interakcije. Efektivni redni broj materijala je u dobroj mjeri zavisan od energije fotonskog zračenja.

Redni broj za vodu i beton dobijen je pomoću programa ORIGIN interpolacijom krive koja opisuje zavisnost energije i efektivnog atomskog broja.¹² Kako je ova zavisnost veoma velika, a u snopu fotonskog zračenja imamo zastupljene sve energije od nekoliko stotina KeV pa do 6 MeV, efektivna vrijednost atomskog broja je izabrana na srednjoj vrijednosti energije snopa, a to je oko vrha spektra Schiff-ove funkcije (grafik 4.3).Zavisnost relativne razlike između izračunatih i mjerenih vrijednosti transmisije od efektivnog rednog broja materijala data je na grafiku 4.6.



Grafik 4.5 Zavisnost odnosa računate i mjerene vrijednosti transmisije od atomske/molekulske mase atenuatora



Grafik4.6 Zavisnost odnosa računate i mjerene vrijednosti transmisije od efektivnog rednog broja atenuatora

Budući da su u eksperimentu upotrebljene jednake debljine atenuatora različitih atenuacionih svojstava, ispostavilo se da je za teže materijale redukcija doze bila veoma izražena. Tako je na primjer izmjereno da je 98.6% doze primarnog snopa atenuirano u sloju olova debljine 10 cm. Rezultati prikazani u tabeli 4.3, gdje se mogu vidjeti vrijednosti transmisije, mogu do izvijesne mjere da nas zavaraju, pošto se u dobrom broju slučajeva radi o malim brojevima. Iz tog razloga smo izračunali kolika je apsorpcija primarnog snopa na sledeći način:

$$A(x) = 1 - T(x)$$
(4.12)

Apsorpcija je izračunata sa eksperimentalno dobijenim vrijednostima doze, kao i sa izračunatim dozama. Dobijeni rezultati su prikazani u tabeli 4.4.

Materijal	$\rho [g/cm^3]$	A(x) mjereno	A(x) računato	Odnos računate i
				mjerene vrijednosti [%]
H ₂ O	1	0.386	0.382	99.0
Beton	2.3	0.608	0.632	94.9
Al	2.699	0.652	0.687	98.1
Fe	7.874	0.938	0.956	98.1
Cu	8.96	0.952	0.970	99.1
Pb	11.35	0.986	0.995	99.1

Tabela 4.4 Vrijednosti atenuacije snopa, dobijene na osnovu mjerene i izračunate transmisije

Iz gornje tabele se lako može vidjeti da je slaganje između mjerenih i računski dobijenih doza atenuacije veoma dobra. Tako na primjer možemo vidjeti da su razlike između vrijednosti dobijenih merenjem kao i računskim putem reda veličine par procenata.

Zaključak

Poznavanje fotonskog spektra zračenja terapijskog linearnog akceleratora je veoma korisno u standardnoj dozimetriji kao i u računanju doze i planiranju terapije.

U ovom radu procjena doze je rađena atenuacionom metodom gdje su kao atenuatori korišteni nekoliko standardnih materijala sa različitim atomskim brojevima. Rezultati transmisije dobijeni standardnom eksperimentalnom metodom provjeravani su teorijski pomoću Schiff-ove formule koja daje dobre rezultate za tanke mete i koja se koriguje za debele mete.

Iz rezultata koje smo dobili za relativnu razliku između transmisija dobijenih eksperimentalnom i terijskom metodom (tabela 5.3) možemo vidjeti da je ta razlika mala za materijale sa malim atomskim brojevima Z i da se povećava, približno linearno (grafik 5.4), sa povećanjem Z. Kako u radioterapiji vršimo zračenje ljudskog tijela, koje ima oko 72% vode, možemo zaključiti da procjena doze pomoću Schiff-ove formule je veoma dobra u ovom slučaju i iznosi 99%. Takođe znamo da kortikalna kost ima gustinu, odnosno Hausfildove jedinice, ekvivalntnu aluminijumu za koji smo u ovom radu dobili relativnu razliku 90%, tako da i u ovom slučaju možemo koristiti Schiff-ovu formulu za procjenu doze pogotovo što znamo da je udio kortikalnih kostiju u ljudskom tijelu nije veliki. Iz vrijednosti transmisije se veoma lako može dobiti vrijednost apsorbovane komonente zračenja. Ukoliko se čak i na osnovu ovako pojednostavljenog računa dobiju dobre saglasnosti transmisije kroz lake materijale, može se očekivati da će i procjena doze koja je apsorbovana biti dobijena sa relativno malom greškom.

Za beton, kao materijal koji se zbog dostupnosti i cijene ponajviše koristi za izradu radioterapijskih bunkera, relativna razlika između eksperimentalno i teorijski dobijene transmisije je 94%. Kako Schiff-ova formula i ovdje daje veoma dobar rezultat, može se koristiti za procjenu doze pri izradi proračuna za radioterapijski bunker.

Za elemente sa većim atomskim brojevima Z, kao što su željezo, bakar i olovo, relativna razlika transmisije je osjetno veća tako da imamo za Fe je 71%, za Cu je 63% i za Pb je 38%. Ova razlika bi mogla da potiče od činjenice da modelom u kome smo energetski spektar opisan Schiff-ovom funkcijom korigovali faktorom atenuacije nismo na najbolji način uspjeli reprodukovati stvaran oblik spektra. Za to bi najverovatnije mogao biti odgovoran efekat višestrukih interakcija primarnih fotona, veliki uticaj rasijanog zračenja. Prilikom prolaska fotona kroz materijal sa velikim atomskim brojem Z, na primjer Pb⁸², srednji slobodni put je višestuko manji nego prilikom prolaska kroz materijal sa manjim Z, na primjer H₂O^{3.4}. Tako na primjer, srednji slobodni put fotona od 2 MeV u olovu je 1.9 cm, dok u vodi iznosi čak 20 cm. Na osnovu toga možemo pretpostaviti da se pri prolasku fotonskog zračenja kroz materijale sa velikim Z dešavaju višestruke interakcije tako da prilikom mjerenja imamo veliki doprinos rasijanog zračenja koje nije uzeto pri procjenjivanju doze Schiff-ovom formulom.

No ukoliko se umjesto transmisije, koja je u geometriji našeg eksperimenta zaista mala vrijednost, reda veličine procenta za olovo, posmatra apsorpcija, dobija se znatno bilja saglasnost između mjerenja i računa. Čak i sa pojednostavljenom metodom, gdje se Schiff-ova funkcija koriguje za efekte atenuacije, dobije se da je razlika između mjerene i računate atenuacije tek reda veličine par procenata.

Dobijeni rezultati daju dobru osnovu za pretpostavku da se uz poznavanje tačne vrijednosti energetskog spektra fotonskog snopa terapijskog akceleratora može izvršiti zadovoljavajuća procjena doze deponovane u tkivima ozračenog dijela tijela. No kako su zahtjevi savremene radoterapije za tačnošću isporučene doze veoma oštri, za jedan ovakav proračun bi se trebalo

uzeti veoma mnogo raznih faktora u obzir, od kojih je nehomogenost ozračenih tkiva zaista najznačajniji. Drugi aspekt koji se mnogo manje analizira, a takođe je veoma značajan je projektovanje optimalne zaštite osoblja koje radi sa terapijskim uređajem. Rezultati pokazuju da se doza iza posmatranog sloja betonske zaštite može veoma pouzdano procijeniti samo naosnovu veoma jednostavnog računskog modela.

Reference

- 1. International Atomic Energy Agency, Absorbed Dose Determination in External Beam Radiotherapy TRS 398, Vienna 2000
- 2. E G A Aird, J E Burns, M J Day, S Duane, T J Jordan, A Kacperek, S C Klevenhagen, R M Harison, S C Lillicarp, A L McKenzie, W G Pitchford, J E Shaw, C W Smith, Central Axis Depth Dose Data for Use in Radiotherpy, British Journal of Radiology, London 1996
- 3. James E Turner, Atoms, Radiation, and Radiation Protection, Oak Ridge 2007
- 4. Jaroslav Slivka, Mira Terzić, Obrada rezultata fizičkih eksperimenata, Novi Sad 1995
- 5. Nikola Jovančević, Aktivnost indukovana u fotonuklearnim reakcijama kao mogući indeks kvaliteta terapijskog snopa x-zračenja, Diplomski rad, Novi Sad 2006
- 6. Dragana D Pećanac, Odeđivanje energetskog spektra 6-MeV-skog linearnog akceleratora atenuacionom analizom, Novi Sad 1998
- 7. Faiz M Khan, John P Gibbons, The Physics of Radiation Therapy, Philadelphia 2010
- 8. M Krmar, D Nikolić, P Krstonšić, A simple method for bremsstrahlung spectra reconstruction from transmission measurements, Medical Physics, 2002
- 9. P Mayles, A Nahum, J C Rosenwald, Handbook of Radiotherapy Physics, 2007
- 10. L I Schiff, Energy-Angle Distribution of Thin Target Bremsstrahlung, Physical Review 1951
- 11. M L Taylor, R L Smith, F Dossing, R D Franich, Robust calculation of effective atomic numbers: The Auto-Z_{eff} software, Medical Physics, 2012
- 12. T K Kumar, K V Reddy, Effective atomic numbers for materials of dosimetric interest, Elsevier Science Ltd, 1997
- 13. Varian Medical Systems, Accelerator Head and Components
- 14. G Li, H Zheng, G Sun, Y Wu, Photon Energy Spectrum Reconstruction Based on Monte Carlo and Measured Percentage Depth Dose in Accurate Radiotherapy, Nuclear Science and Technology, 2011
- 15. H W Koch, J W Motz, Bremsstrahlung Cross-Section Formulas and Related Data, Nationa Bureau of Standards, Washington, 1959

Biografija



Rođen sam Banja Luci 18. Maja 1975. godine gdje sam pohađao osnovnu školu "Filip Macura" i srednju elektrotehničku školu "Nikola Tesla". Po završetku srednje škole upisao sam se na studije fizike na Prirodnomatematičkom fakultetu takođe u Banja Luci i koje sam završio 2005. godine. Poslije završetka studija radio sam u Centru za zaštitu od zračenja Republike Srpske , a od 2010. godine radim IMC Banja Luka, radioterapijski centar. 2013. godine sam se upisao na master studije na Departmanu za fiziku Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu.

UNIVERZITET U NOVOM SADU PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET

KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA

Redni broj: RBR Identifikacioni broj: IBR Tip dokumentacije: Monografska dokumentacija TD Tip zapisa: Tekstualni štampani materijal ΤZ Vrsta rada: Master rad VR Milomir Milaković Autor: AU prof. dr Miodrag Krmar Mentor: MN Naslov rada: Fotonska doza terapijskog akceleratora procjenjena Schiffovom funkcijom NR Jezik publikacije: srpski (latinica) JP Jezik izvoda: srpski/engleski JI Zemlja publikovanja: Srbija ZP Uže geografsko područje: Vojvodina UGP Godina: 2016 GO Izdavač: Autorski reprint IZ Prirodno-matematički fakultet, Trg Dositeja Obradovića 4, Mesto i adresa: MA Novi Sad Fizički opis rada: FO Naučna oblast: Fizika NO Naučna disciplina: Nuklearna fizika ND Predmetna odrednica/ ključne reči: PO UDK Čuva se: Biblioteka departmana za fiziku, PMF-a u Novom Sadu ČU Važna napomena: Nema VN Izvod: IZ Datum prihvatanja teme od NN veća: DP Datum odbrane: DO Članovi komisije: prof. dr Miodrag Krmar prof. dr Dušan Mrđa KO prof. dr Igor Savić Predsjednik: prof. dr Dušan Mrđa prof. dr Miodrag Krmar član: član: prof. dr Igor Savić

UNIVERSITY OF NOVI SAD FACULTY OF SCIENCE AND MATHEMATICS

KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number: ANO Identification number: INO Document type: Monograph publication DT Type of record: Textual printed material TR Content code: Final paper CC Author: Milomir Milaković AU Mentor/comentor: prof. dr Miodrag Krmar MN Estimation of therapy accelerator photon dose using Schiff Title: ΤI function Language of text: Serbian (Latin) LT Language of abstract: LA Country of publication: Serbia CP Vojvodina Locality of publication: LP Publication year: 2016 PY Publisher: Author's reprint PU Publication place: Faculty of Science and Mathematics, Trg Dositeja Obradovića 4, Novi Sad PP 5/182/32/0/71/0/3 Physical description: PD Scientific field: Physics SF Scientific discipline: Nuclear Physics SD Subject/ Key words: SKW UC Holding data: Library of Department of Physics, Trg Dositeja Obradovića 4 HD Note: none Ν Abstract: AB Accepted by the Scientific Board: ASB Defended on: DEThesis defend board: prof. dr Miodrag Krmar DBprof. dr Dušan Mrđa prof. dr Igor Savić President: prof. dr Dušan Mrđa Member: prof. dr Miodrag Krmar Member: prof. dr Igor Savić