

P R I R O D N O M A T E M A T I Č K I F A K U L T E T

N O V I S A D

K a t e d r a z a F i z i k u

D I P L O M S K I R A D

T e m a: Odredjivanje specifičnog nanelektrisanja
elektrona

M i l k a T r t i c

N o v i S a d
1 9 7 3 .

Zahvaljujem Dr. Ivanu Janiću,
vanrednom profesoru Prirodno-
matematičkog fakulteta, na iz-
boru teme i pomoći pri realiza-
ciji ovog diplomskog rada.



U v o d	1
I. TEORIJSKI DEO	
a/ Dejstvo magnetnog i električnog polja na naelektrisanu česticu	
1. Dejstvo magnetnog polja na naelektrisanu česticu	3
2. Dejstvo električnog polja na naelektrisanu česticu	8
3. Kretanje elektrona u magnetnom i električnom polju	10
b/ Eksperimentalne metode odredjivanja odnosa e/m	
4. J.J. Tomsonova metoda	13
5. Lenardova metoda	16
6. Modifikovana Lenardova metoda	18
8. Kirchnerova modifikacija Vihertove metode	21
9. Daningtonova metoda	23
10. Halov magnetron	24a
11. Metoda helikoide	25
12. Spektroskopsko odredjivanje odnosa e/m	28
13. Klasenova metoda	28
II. EKSPERIMENTALNI DEO	
c/ 14. Izvodjenje izraza za računanje magnetnog polja i specifičnog naelektrisanja korištenih u eksperimentu	30
15. Opis uredjaja i merenja	33
16. Rezultati merenja	35
Z a k l j u č a k	40
L i t e r a t u r a	

U V O D

Zadatak ovog rada je određivanje specifičnog nanelektrisanja, metodom koja je najpribližnija Lenardovoju metodi. Razlika između metode koju smo koristili i Lenardove metode je u tome što je Lenard posmatrao fotoelektrone emitovane sa hladne površine metala ozračenog svetlošću, dok se, u ovde korišćenoj metodi, posmatraju termoelektroni, emitovani sa indirektno zagrevane katode.

Za određivanje odnosa e/m korišteno je do sada veliki broj metoda. Prvi pokušaj učinjen je još 1890. godine. Artur Šuster je eksperimentalnim putem odredio vrednost specifičnog nanelektrisanja, međutim ta vrednost je bila suviše mala. Sedam godina kasnije /1897. godine/ pratеći kretanje nanelektrisanih čestica u kombinovanom električnom i magnetnom polju, Tomson je prvi dao tačnu vrednost za specifično nanelektrisanje elektrona, što je kasnije čitav niz naučnika, koristeći druge metode, i potvrdilo. Osim toga Tomson dokazuje da je odnos e/m za sve negativne čestice isti, bez obzira na prirodu zaoštalog gasa u cevi u kojoj je vršeno posmatranje. Rezultat se ne menja ni pri promeni prirode zagrejane niti koja emituje negativno nanelektrisanje, što znači da odnos e/m ne zavisi ni od vrste upotrebljenog metala.

Značaj određivanja odnosa e/m sastoji se u tome što, s obzirom da je nanelektrisanje elektrona poznato sa velikom tačnošću, iz ovog odnosa može se izračunati masa elektrona koju nije moguće direktno meriti.

Ovaj rad se sastoji iz dva dela: teorijskog i eksperimentalnog.

U teorijskom delu opisan je uticaj električnog i magnetnog polja na nanelektrisanu česticu, kao i ponašanje elektrona u kombinovanom električnom i magnetnom polju. Obradjene su neke od bitnijih metoda koje su dosad korišćene i dale dobre rezultate za specifično nanelektrisanje.

U eksperimentalnom delu izvedena je formula za magnetno polje kod Helmholtzovih kalemova i izraz za odnos e/m koji će se koristiti za računanje u ovom eksperimentu. Dat je prikaz aparature, način izvodjenja eksperimenta i obrada rezultata sa obrazloženjem i greškama učinjenim prilikom merenja.

TEORIJSKI DEO

a/ DEJSTVO MAGNETNOG I ELEKTRIČNOG POLJA NA NAELEKTRISANU ČESTICU

1/ Dejstvo magnetnog polja na nanelektrisanu česticu

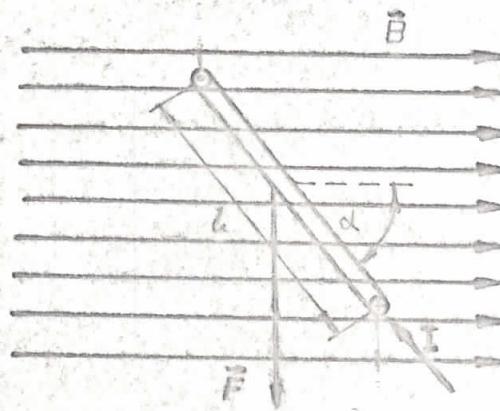
Ako se provodnik dužine l i površine ℓ , kroz koji teče struja jačine I , postavi u magnetno polje indukcije \vec{B} , pod ugлом α , magnetno polje će delovati na taj provodnik silom /sl. 1.1./ datom Amperovim zakonom:

$$\vec{F} = I \cdot l \times \vec{B}$$

1.1.

odnosno

$$F = I \cdot l \cdot B \cdot \sin \alpha \quad (\text{za } \alpha \leq 90^\circ) \quad 1.2.$$



sl. 1.1.

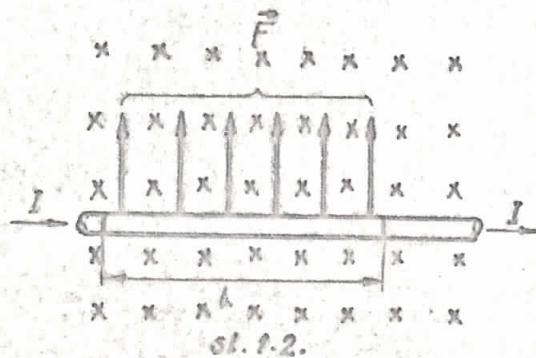
Ako su vektori \vec{F} i \vec{B} medjusobno normalni tada je vrednost ove sile data izrazom:

$$F = I \cdot l \cdot B$$

1.3.

način na koji
čestica u polju F
se komponira
I = medjusred

a smer sile određuje se pravilom desnog zavrtnja i predstavljena je na sl. 1.2.



Kako je struja količina naelektrisanja koja predje put l za vreme t brzinom \bar{v} , $I = q/t$, proizvod $I \cdot l$ može se transformisati na sledeći način

$$I \cdot l = \frac{q}{t} \cdot l = q \cdot \frac{l}{t} = q \cdot \bar{v}$$

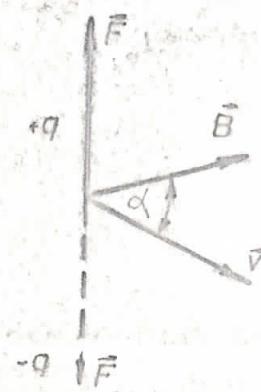
1.4.

te se izraz 1.1. može pisati u obliku:

$$\vec{F} = q \bar{v} \times \vec{B} \quad (\text{Lorancova sila})$$

1.5.

gde je q naelektrisanje, a \bar{v} brzina kretanja čestica /sl.1.3./.



Sa slike se vidi da smer sile zavisi od vrste naelektrisanja; ako je čestica pozitivno naelektrisana $+q$, vektori \vec{v} , \vec{B} i \vec{F} čine desni trijedar, a ako je negativno naelektrisana $-q$, čine levi trijedar.

Na osnovu II Njutnovog zakona Lorencova sila može se napisati u obliku:

$$m \cdot \hat{\vec{v}} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \quad 1.6.$$

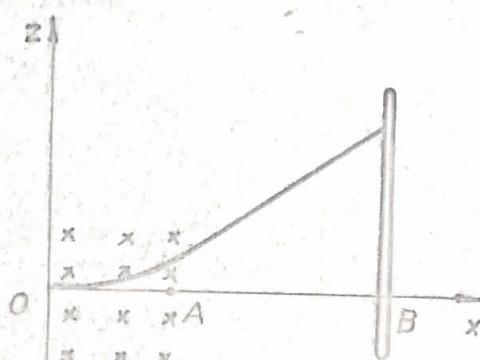
što je ekvivalentno sa sledeće tri skalarne jednačine:

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{q}{m} (v_y B_z - v_z B_y)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{q}{m} (v_z B_x - v_x B_z) \quad 1.7.$$

$$\frac{dv_z}{dt} = \frac{q}{m} (v_x B_y - v_y B_x)$$

Za izračunavanje skretanja naelektrisanih čestica u magnetnom polju predpostavlja se da je u početnom trenutku $t=0$ brzina naelektrisanih korpuskula usmerena duž x -ose tj.: $v_x=v$ i $v_y=v_z=0$. Neka je magnetno polje usmereno duž y -ose tj. $B_y=B$, a $B_x=B_z=0$ i neka deluje na dužini $OA=x$ /sl. 1.4./.



sl. 1.4.

S obzirom da je magnetno polje usmereno duž y-ose komponenta sile $F_y = q(\mu_0 B_x - \nu_0 B_z)$ jednaka je nuli i kretanje se vrši u ravni xz. Skretanje korpuskule registruje se na fluorescentnom zaklonu postavljenom na rastojanju OB=1, koje je u opštem slučaju različito od OA.

Ukoliko je to skretanje malo tada se sa tačnošću do malih veličina drugog reda može za skretanje duž cele putanje staviti:

$$v = v_x = \frac{dx}{dt},$$

jer je

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_z^2} = v_x \left[1 + \left(\frac{v_z}{v_x} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = v_x \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{v_z}{v_x} \right)^2 + \dots \right] \approx v_x \cdot 1.8.$$

a pošto se ono vrši u pravcu z-ose na osnovu treće jednačine 1.7. može se pisati:

$$\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{q}{m} \cdot \frac{dx}{dt} \cdot B, \quad 1.9.$$

jer je drugi član jednačine na desnoj strani jednak nuli. Transformacijom jednačine 1.9. dobija se izraz:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{dz}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} \right) \frac{dx}{dt} = \frac{q}{m} \cdot \frac{dx}{dt} \cdot B \quad 1.10.$$

ili

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{dz}{dx} \right) = \frac{q}{mv} \cdot B \quad 1.10'.$$

iz koga se dvostrukom integracijom dobija traženo skretanje z. Prva integracija vrši se u granicama od 0 do x, a druga u granicama od 0 do 1 što daje:

$$z = \frac{q}{mv} \int_0^t dx \int_0^x B dx \quad 1.11.$$

odnosno, posle rešavanja metodom parcijalne integracije:

$$z = \frac{q}{m \cdot v} \int_0^l B(l-x) dx \quad 1.12.$$

U ovoj formuli integral:

$$A = \int_0^l B(l-x) dx \quad 1.13.$$

predstavlja konstantu uredjaja pošto njegova vrednost zavisi od jačine magnetnog polja i rastojanja l od mesta uletanja čestice u polje do zaklona, tako da je skretanje čestice u ko- načnom obliku:

$$z = A \cdot \frac{q}{m \cdot v} \quad 1.14.$$

U slučaju homogenog magnetnog polja normalnog na brzinu kre- tanja čestica, Lorentzova sila, koja je uvek normalna na brzinu čestica, menja samo smer brzine, a ne i intenzitet i primorava ih da se kreću po krugu čiji se poluprečnik može iz- računati iz jednakosti Lorentzove i centrifugalne sile:

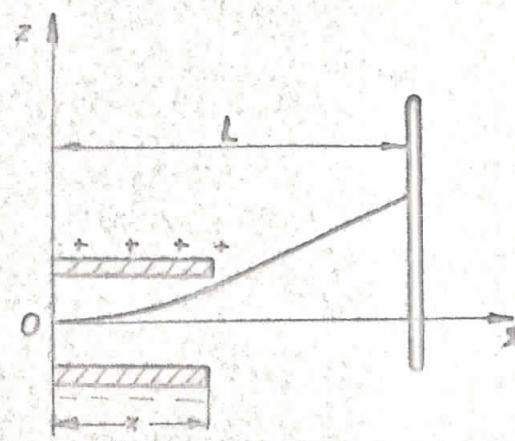
$$q \cdot v \cdot B = \frac{m \cdot v^2}{r} \quad 1.15.$$

odakle je

$$r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B} \quad 1.16.$$

2/ Dejstvo električnog polja na nanelektrisanu česticu

Analogno kretanju čestica u magnetnom polju, za određivanje skretanja nanelektrisanih čestica u električnom polju, predpostavlja se da je brzina čestice u trenutku njenog ulaska medju pliče kondenzatora usmerena duž x-ose, a polje kondenzatora duž z-ose /sl. 2.1./.



sl. 2.1.

Sila kojom električno polje deluje na nanelektrisanu česticu data je izrazom:

$$m \cdot \vec{v} = q \cdot \vec{E} \quad 2.1.$$

Kako je $E_x = E_y = 0$, a $E_z = E$ jednačina 2.1. može se predstaviti u obliku tri skalarne jednačine, smatrajući da je brzina čestice mnogo manja od brzine svetlosti, a masa pri tom konstantna veličina:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = 0, \quad m \frac{d^2y}{dt^2} = 0, \quad m \cdot \frac{d^2z}{dt^2} = q \cdot E \quad 2.2.$$

Za mala skretanja, kao i prethodno, može se približno uzeti da je $v = v_x = \frac{dx}{dt}$, što sledi iz jednačine 1.8., te se za izračunavanje skretanja može koristiti treća od jednačina 2.2.

$$m \cdot \frac{d^2z}{dt^2} = q \cdot E \quad 2.3.$$

S obzirom da je:

$$\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dz}{dt} \right) = \frac{d}{dx} \left(\frac{dz}{dx} \frac{dx}{dt} \right) \frac{dx}{dt} = v^2 \cdot \frac{dz}{dx^2} \quad 2.4.$$

jednačina 2.3. može se pisati u obliku:

$$\frac{dz}{dx^2} = \frac{q}{mv^2} \cdot E \quad 2.5.$$

Primenjujući analogan postupak kao i pri izračunavanju skretanja nanelektrisanih čestica u magnetnom polju dolazi se do konačnog oblika za veličinu skretanja u električnom polju:

$$z = \frac{q}{mv^2} \cdot B \quad 2.6.$$

gde je B konstanta uvedena kao i ranije konstanta A i predstavlja konstantu uređaja :

$$B = \int_0^l E (1-x) dx \quad 2.7.$$

3/ Kretanje elektrona u magnetnom i električnom polju

Jednačina 1.5. definiše silu kojom magnetno polje deluje na nanelektrisanje u kretanju, a ona se može primeniti i na čestice sa elementarnim nanelektrisanjem, tj. elektrone, gde se mesto nanelektrisanja q uzima e pa izraz 1.5. dobija oblik:

$$\vec{F} = e \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

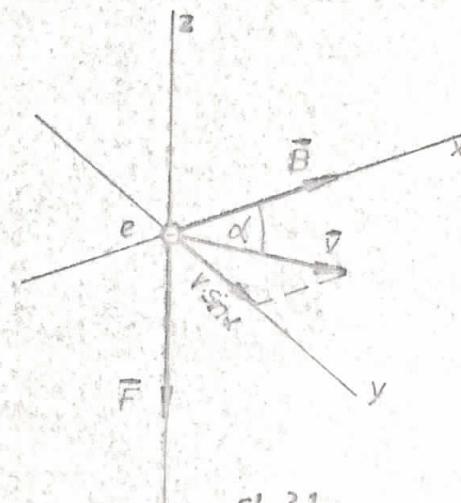
3.1.

odnosno

$$F = e \cdot v \cdot B \sin \alpha$$

3.2.

Položaj vektrora \vec{v} , \vec{B} i \vec{F} dat je na slici 3.1.

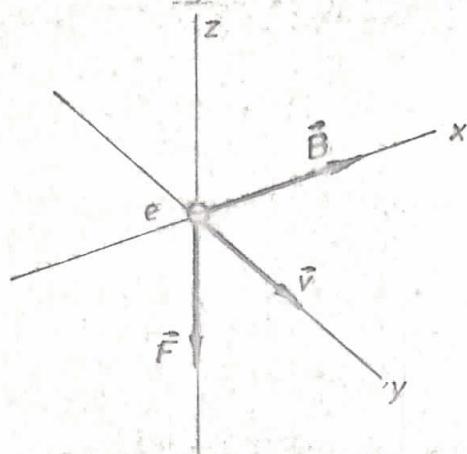


Sl. 3.1.

U slučaju da je pravac početne brzine normalan na pravac magnetnog polja /slika 3.2./ tada se sila kojom ono deluje na elektron može napisati kao:

$$F = e \cdot v \cdot B .$$

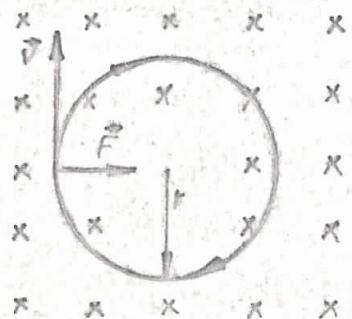
3.3.



sk. 32.

Linijskični dio

S obzirom da su veličine e , v i \vec{B} konstantne, elektron će se kretati pod dejstvom sile čiji je intenzitet konstantan. Sila je normalna na brzinu i neće uticati njen intenzitet, već samo menja njen pravac /sl. 3.3./, te će putanja elektrona biti



sk. 33.

krug čiji je poluprečnik dat jednačinom 1.16..

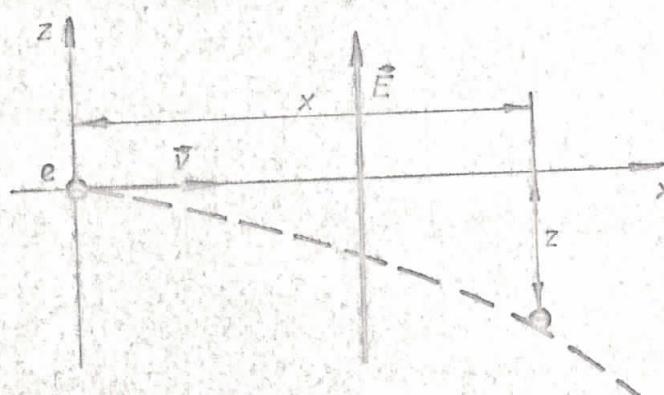
Ako pravac početne brzine nije normalan na magnetno polje, brzina se može rastaviti na komponentu $v \cdot \cos\alpha$ u pravcu polja i komponentu $v \cdot \sin\alpha$ normalnu na pravac polja. Putanja čestica je u tom slučaju helikoida, čiji je poprečni presek krug poluprečnika:

$$r' = \frac{m \cdot v \cdot \sin\alpha}{e \cdot B}$$

3.4.

Koristeći jednačinu 2.2. može se ispitati kretanje elektrona u homogenom električnom polju u slučaju kada je brzina elektrona normalana na pravac polja.

Neka se elektron kreće iz koordinatnog početka brzinom v , koja je paralelna x-osi, a pravac polja paralelan z-osi /sl. 3.4./.



sl. 3.4.

Integraleći jednačine 2.2. uz početne uslove $v_x=v$, $v_y=v_z=0$, dobijaju se komponente brzine:

$$\frac{dx}{dt} = v, \quad \frac{dy}{dt} = 0, \quad \frac{dz}{dt} = \frac{e}{m} \cdot E \cdot t \quad 3.5.$$

Još jednom integracijom se dobija:

$$x = v \cdot t, \quad y = 0, \quad z = \frac{1}{2} \cdot \frac{e}{m} \cdot E \cdot t^2 \quad 3.6.$$

Eliminacijom vremena iz gornjih jednačina dobija se jednačina putanja elektrona u homogenom električnom polju čije su linije sile normalne na kretanje elektrona:

$$z = \frac{1}{2} \cdot \frac{e}{m} \cdot \frac{E}{v^2} \cdot x^2, \quad 3.7.$$

što predstavlja parabolu sa temenom u koordinantnom početku.

Ako na elektrone koji se kreću, istovremeno deluju električno polje \vec{E} i magnetno polje \vec{B} , onda će ukupna sila biti:

$$\vec{F} = e\vec{E} + e\vec{v} \times \vec{B}$$

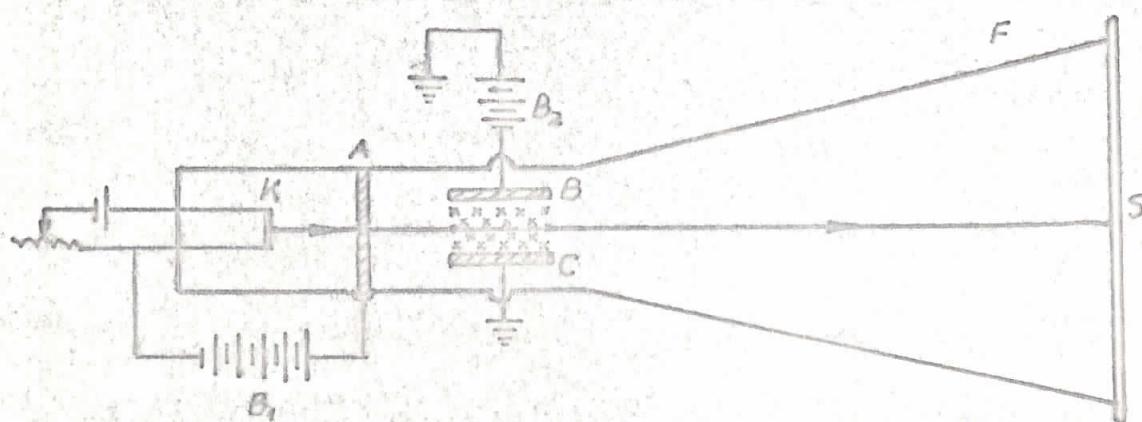
3.8.

gde je $\vec{F}=e\cdot\vec{E}$ - sila kojom električno polje deluje na elektrone a $e\cdot\vec{v} \times \vec{B}$ - sila kojom magnetno polje deluje na elektrone; odnosno Lorentzova sila.

b/ EKSPERIMENTALNE METODE ODREDJIVANJA ODNOSA e/m

4. J.J. Tomsonova metoda

1897 god. J.J. Tomson je prvi izmerio odnos nanelektrisanja i mase elektrona, posmatrajući istovremeno kretanje elektrona u električnom i magnetnom polju. Šematski prikaz aparature dat je na sl. 4.1.



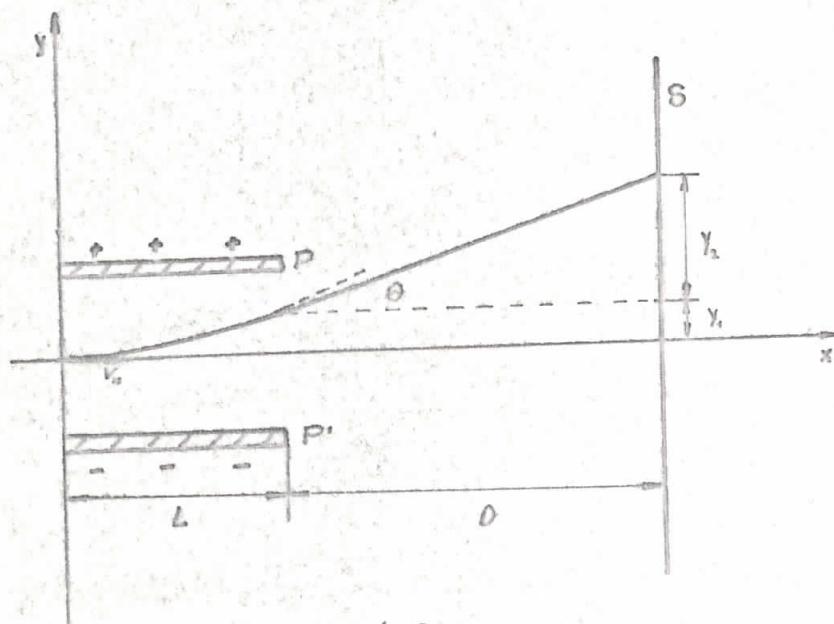
sl. 4.1.

Aparatura se sastoji iz evakuisane cevi F, u koju su smeštene katoda K, anoda A sa otvorom, koje su vezane za bateriju B₁ sa naponom nekoliko hiljada volti, zatim dve metalne ploče B i C vezane za bateriju B₂, izmedju kojih se u postavlja vertikalno električno polje.

Krstičima na crtežu predstavljena je oblast u kojoj se uspostavlja homogeno magnetno polje pomoću elektromagneta, i to tako da su linije sile normalne na ravan crteža.

Usijana katoda emituje elektrone od kojih većinu zaustavlja anoda, sem uzanog mlaza koji prolazi kroz otvor na anodi i pada na fluorescentni zaklon / tačka S /. To se dešava u slučaju ako nije uključeno ni električno ni magnetno polje.

Ako je uključeno samo električno polje, sa linijama sile usmerenim naniže / sl. 4.2. /, mlaz elektrona će skretati



sl. 4.2.

naviše, što se primećuje na fluorescentnom zaklonu. Putanja elektrona može se predstaviti jednačinama:

$$y = \frac{1}{2} a t^2, \quad x = v_x t \quad 4.1.$$

Kako je $F = m \cdot a$ i $F = E \cdot e$ sledi $a_y = \frac{Fe}{m}$ odnosno:

$$y = \frac{1}{2} \frac{Fe}{m} t^2 = \frac{1}{2} \frac{QE}{m} \frac{x^2}{v_x^2} = K x^2 \quad 4.2.$$

što predstavlja jednačinu parabole. Kada elektronski mlaz izlazi iz oblasti u kojoj deluje električno polje on nastavlja kretanje do zastora pravolinijski i to po tangenti na parabolu. Ukupno skretanje čestica u električnom polju može se pisati kao:

$$Y_E = Y_1 + Y_2$$

4.3.

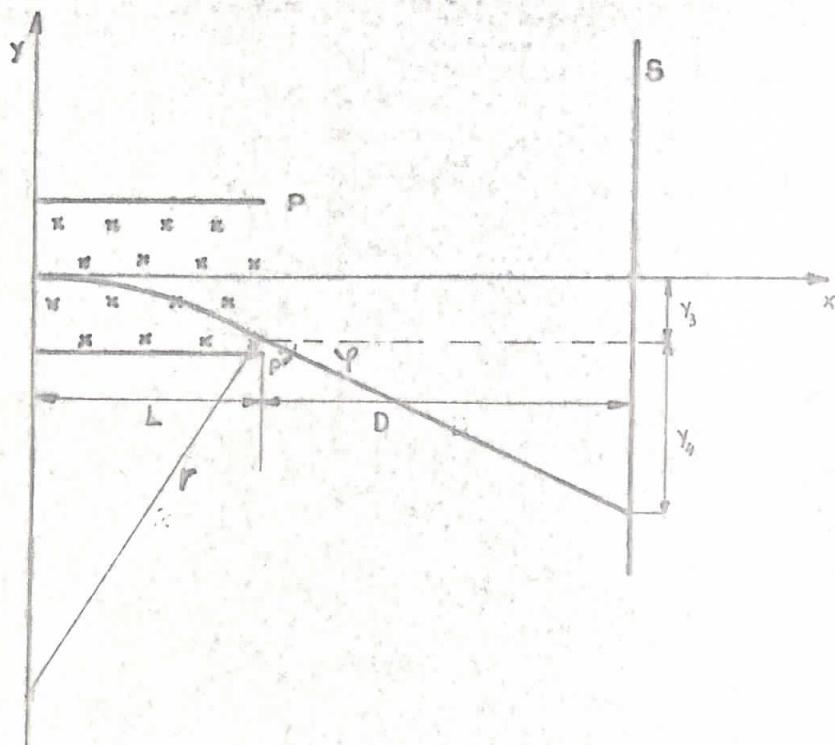
Na osnovu izraza 4.2. i sa slike 4.2. sledi da je:

$$Y_1 = \frac{EL^2}{2mV_x^2} \text{ za } x = L ; Y_2 = D \tan \theta \text{ gde je:} \quad 4.4.$$

$$\text{pa je: } \tan \theta = \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=L} = \frac{E \cdot E_x}{m V_x^2} = \frac{E^2 L}{m V_x^2} ; \quad Y_2 = \frac{E^2 L \cdot D}{m V_x^2}$$

$$Y_E = Y_1 + Y_2 = \frac{E^2 L}{m V_x^2} \left(\frac{L}{2} + D \right) \quad 4.5.$$

Ako se pak uključi magnetno polje, a isključi električno / sl. 4.3. / putanja elektrona u polju se savija u krug,



sl. 4.3.



a pri izlasku iz polja oni nastavljaju dalje da se kreću pravolinijski. Ukupno skretanje može se pisati kao:

$$Y_B = Y_3 + Y_4$$

4.6.

Iz jednačine kruga $x^2 + (R+y)^2 = R^2$ i pretpostavke da je $y \ll x$ sledi: $R = -\frac{x^2}{2y}$ i zamenjujući ovo R u jednačinu 1.16. dobija se: $y = -\frac{qBx^2}{2mv_x}$ odnosno: $y_3 = -\frac{qB \cdot L^2}{2mv_x}$ i $y_4 = \partial \operatorname{tg} \gamma$ koko je: $\operatorname{tg} \gamma = (\frac{dy}{dx})_{x=L} = -\frac{qB \cdot L}{mv_x}$ dobija se: $y_4 = -\frac{qB \cdot L \cdot 0}{mv_x}$ 4.7.

pa je ukupno skretanje u magnetnom polju:

$$Y_B = Y_3 + Y_4 = -\frac{qBL^2}{2mv_x} - \frac{qBL \cdot 0}{mv_x} = -\frac{qB \cdot L}{mv_x} \left(\frac{L}{2} + 0 \right) 4.8.$$

Da bi se skretanje svelo na nulu istovremeno se uključuje i električno i magnetno polje, tako da sila električnog polja bude usmerena suprotno od sile magnetnog polja ali, da su istog intenziteta. U tom slučaju je $e \cdot E = e \cdot v_x \cdot B$ odakle je:

$$v_x = \frac{E}{B}$$

4.9.

Što se može dobiti i iz uslova da je: $y_E + Y_B = 0$ odakle je $\frac{E}{v_x} - B = 0$ odnosno $v_x = \frac{E}{B}$ ili $v_x = \frac{U}{Bd}$, što predstavlja uslov da elektronski mlaz na zaklonu neskrene. Zamenjujući q u jednačinu 1.16. sa e i vrednost v_x u istu jednačinu dobija se :

$$\frac{e}{m} = \frac{U}{B^2 r d}$$

4.10.

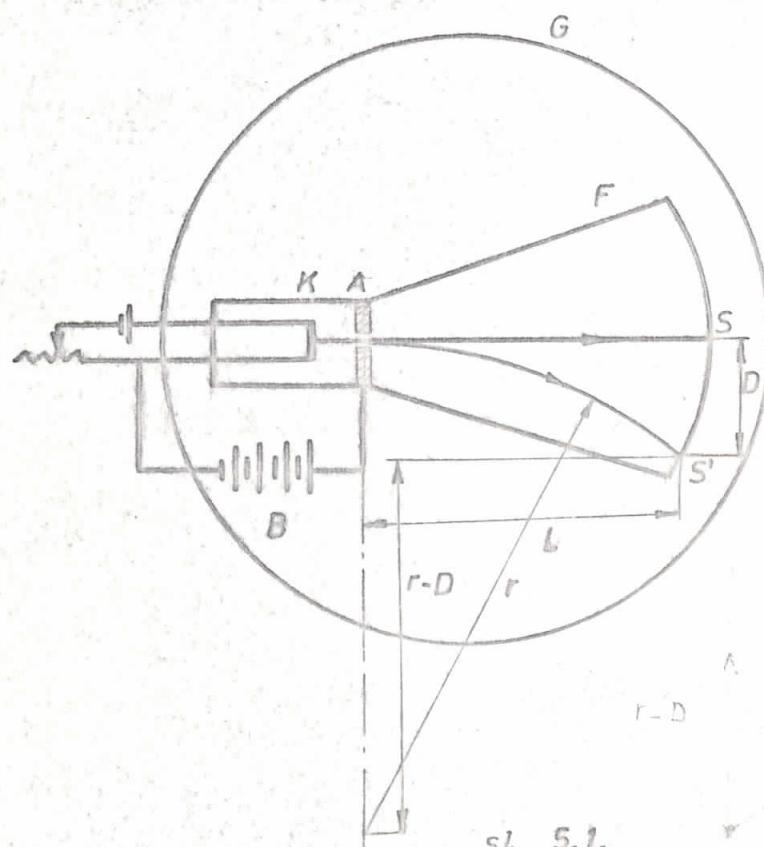
Poluprečnik r se može izmeriti iz skretanja elektronskog mlaza pod dejstvom samo magnetnog polja, tj. iz jačine polja i rastojanja zastora od polja.

Ovom metodom, koja se još naziva metoda ukrštenih polja, je dobijena vrednost:

$$e/m = (1,75897 \pm 0,000032) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

5/ Lenardova metoda

Aparatura korištena u ovoj metodi šematski je predstavljena na sl. 5.1.



Sastoji se iz evakuisane cevi F u kojoj se nalazi katoda K i anoda A sa otvorom, koje su vezane za izvor baterije B sa naponom U. Ovo se sve nalazi u homogenom magnetnom polju čije su linije sile normalne na ravan crteža, a označeno je velikim krugom G na crtežu.

Katoda emisuje elektrone koji se ubrzavaju pomoću potencijala u pravcu anode. Ubrzani elektroni kreću se pravolinijski i, ako na njih ne deluje magnetno polje, proizvešće svetlu tačku S na fluorescentnom zaklonu. Ako se uključi magnetno polje putanja elektrona prelazi u krug poluprečnika r i oni stižu na fluorescentni zaklon u tačku S'. Lenard je primenjivao magnetno polje duž cele putanje elektrona.

Pri ubrzavajućem naponu U rad po svakom elektronu iznosi eU i on se javlja u obliku kinetičke energije, pa elektroni koji prodju kroz otvor na anodi imaju brzinu v i energiju $\frac{mv^2}{2}$ odašte je:

$$e \cdot U = \frac{m \cdot v^2}{2} \quad 5.1.$$

Koristeći jednačine 5.1. i 4.15 dobija se da je:

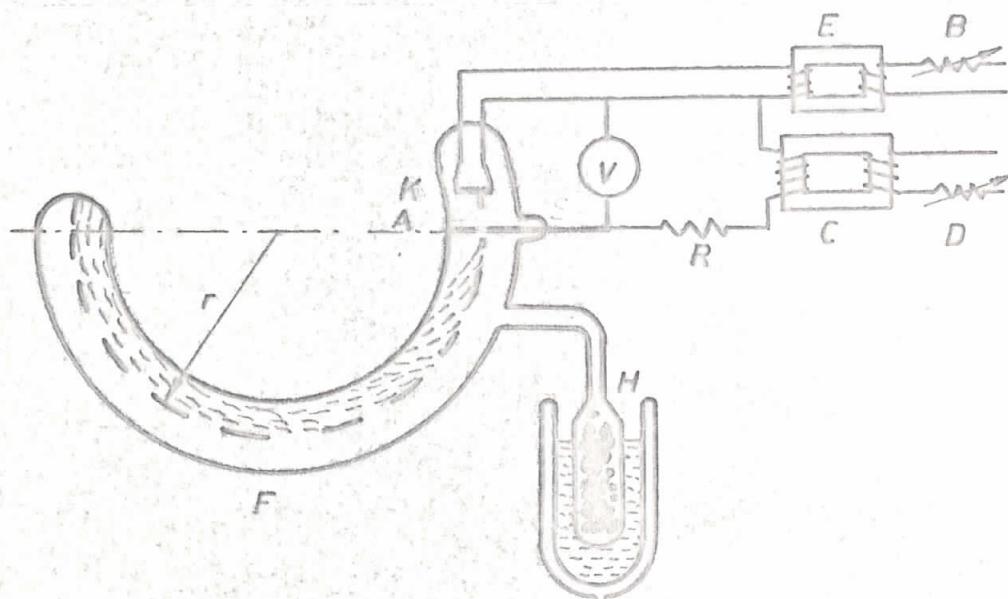
$$\frac{e}{m} = \frac{2 \cdot U}{B^2 \cdot r^2} \quad 5.2.$$

Poluprečnik r kružne putanje elektrona može se odrediti sa sl. 5.1. i to kao: $r^2 = L^2 + (r - D)^2$

$$r = \frac{L^2 + D^2}{2 \cdot D} \quad 5.3.$$

6/ Modifikovana Lenardova metoda

Ovo je nešto izmenjena prethodno opisana metoda. Šema aparature data je na slici 6.1.



slika 6.1.

Sastoji se iz vakuumske cevi F, koja se pravi obično od stakla, sa prečnikom oko 3cm, savijena u krug, poluprečnika 6 cm . Unutar cevi nalazi se katoda K i anoda A sa otvorom. Katoda se zagreva naponom koji se dovodi preko transformatora E i reguliše reostatom B, koji se nalazi u primarnom kolu transformatora. Potencijal za ubrzavanje elektrona dobija se iz transformatora C, čiji napon u sekundaru može da se menja od 200 - 600 V, pomoću reostata D. Vrednost ubrzavajućeg potencijala meri se voltmetrom V za naizmeničnu struju sa visokim unutrašnjim otporom. U kolu se nalazi i

jedan otpornik R , koji služi za otklanjanje prekomernog toka struje izmedju katode i anode. Ovaj otpor može da se pravi od nekoliko sijalica spojenih u seriju.

Otvor na anodi pravi se širine 1 mm, a dužine 5 mm. Pritisak u cevi treba da je oko 0,005 mm Hg ili dok snop elektrona posle prolaska kroz anodu nepostane jasno vidljiv. Ako je pritisak visok, snop postaje difuzan i merenja nemogu da se izvedu. Pritisak ne smije biti ni suviše nizak, jer snop postaje nevidljiv. Trap H sa aktivnim ugljem koji se zagreva za vreme evakujisanja, i tečni vazduh ili čvrsti ugljen-dioksid, služe za dobro podešavanje pritiska.

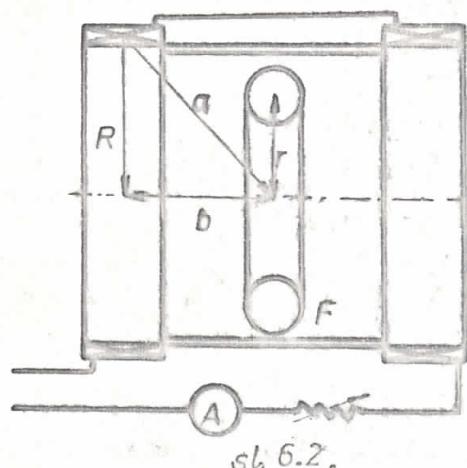
U cev može da se postavi i druga dijafragma β sa velikim otvorom, 5mm iza anode, sa njom se električno spoji i koristi za otklanjanje sporih elektrona i poboljšavanje ograničeno sti snopa. Unutrašnji zidovi cevi mogu se posrebriti osim oblasti oko niti i uzanog proreza za posmatranje koji je poluprečnika r . Time se sprečava sakupljanje nanelektrisanja na zidove cevi.

Cev F se postavlja u homogeno magnetno polje stvoreno pomoću dva kalema prikazana na slici 6.2., tako da su linije sila magnetnog polja normalne na kretanje elektrona. Kalemovi su prečnika oko 13 cm, širine 2,5 cm i oko 60 namotaja bakarne žice. Rastojanje izmedju kalemova jednak je njihovim poluprečnicima odnosno $2 \cdot b = R$, time se uprošćava računanje jačine magnetnog polja izmedju kalemova koji su spojeni u seriju i kroz koje teče struja jačine 1-5 A koja se reguliše pomoću reostata i meri ampermetrom.

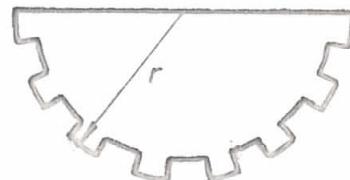
Katoda se zagreva i emituje elektrone koji se ubrzavaju pomoću naizmeničnog potencijala i prolaze kroz anodu samo kada je ona pozitivna. Njihova brzina se kreće od nule do neke maksimalne vrednosti koju postižu pri maksimalnom naponu U_m .

Kako se cev nalazi u magnetnom polju putanja elektrona se savija u krug i to tako da polje deluje više na elektrone sa manjom brzinom, tj. poluprečnik njihove putanje je manji od poluprečnika putanje elektrona sa većim brzinama, što je predstavljeno na sl. 6.1. Spoljašnja ivica snopa izvučena je debljom isprekidanom linijom i odgovara elektronima maksimalne brzine. Zato se izraz 5.2. množi sa $\sqrt{2}$, jer se na voltmetu čita efektivna vrednost napona, a ne maksimalna.

Poluprečnik kružne putanje elektrona meri se komadima polukružnog kartona sa zubcima / sl. 6.3. /.



sl. 6.2.



sl. 6.3.

Poluprečnici kartona imaju određene vrednosti, poznate, i oni se postavljaju preko cevi F. Koriste se dva polukružna kartona da bi se izbegla paralaksa. Snop elektrona posmatra se između zuba. Ubrzavajući potencijal i struja u kalemovima menjaju se sve do tle dok se snop nepoklopi sa ivicama kartona. Tako se odredi poluprečnik snopa, a vrednost struje i napona za odgovarajući poluprečnik čita se na instrumentima. Vrednost e/m dobiva se iz izraza:

$$\frac{e}{m} = \frac{2\sqrt{2}U}{B^2 r^2}$$

6.1.

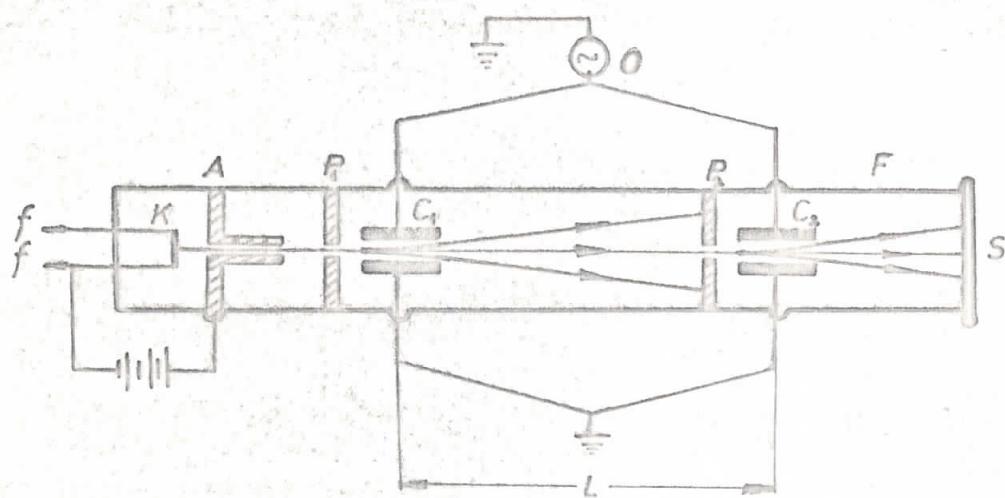
a magnetno polje se računa po formuli:

$$B = \frac{2\pi n \cdot R \cdot I}{10 a^3} \left[1 + \frac{3}{4} \cdot \frac{r^2}{a^4} (R^2 - 4b^2) + \dots \right] \quad 6.2.$$

gde je n ukupan broj navojaka na oba kalemata, I jačina struje, R , a , b i r rastojanja prikazana na sl. 6.2..

8/ Kirchnerova modifikacija Vihertove metode

Ovo je jedna od najtačnijih savremenih metoda za određivanje specifičnog nanelektrisanja / sl. 8.1. /



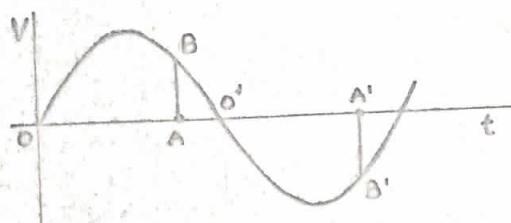
sl. 8.1.

U cevi F nalazi se usijana katoda K, anoda A sa otvorom, dve dijafragme P₁ i P₂, dva kondenzatora C₁ i C₂, na koje se dovodi napon iz visokofrekventnog generatora O, i fluorescentnog zastora S.

Katoda emituje elektrone koji se ubrzavaju poljem izmedju katode i anode. Prolazeći kroz otvore u anodi i dijafragmi P₁, mlaž elektrona dospeva u kondenzator C₁ u kome vlada promenljivo električno polje. Pri izlasku iz kondenzatora elektroni skreću gore - dole u ravni crteža i samo oni koji prodju kroz kondenzator C₂ u momentu kada je potencijal na njemu jednak nuli proći će kroz otvor na dijafragmu P₂ i dospeti u kondenzator C₂.

Oba kondenzatora su priključena na isti generator tako da im se polja uvek nalaze u istoj fazi. Ako se za vreme t , potrebno da elektroni prodju put L , potencijal kondenzatora C_2 vrati na nulu, elektroni će se i dalje kretati pravolinijski i proizvesti svetlu tačku u centru zastora. Za one elektrone kojima je vreme, potrebno da predju put L , manje od trajanja poluperioda ili njenog celobrojnog umnoška postojiće potencijalna razlika izmedju ploča kondenzatora C_2 , biće skrenuti i proizvešće dve svetle tačke na zastoru.

Sa slike 8.2. se vidi da elektroni u toku jedne periode mogu da skreću u dva simetrična pravca pri prolasku kroz kondenzator C_2 .



sli. 8.2.

Ako je vreme potrebno da elektroni predju razmak od kondenzatora C_1 do kondenzatora C_2 jednako $t = OA$ tada u kondenzatoru C_2 jedni elektroni naidju na potencijal $AB = +V_1$, a drugi na potencijal $A'B' = -V_1$, na fluorescentnom zaklonu će se pojaviti dva simetrična traga. Ako je vreme t jednako poluperiodu generatora $T/2$ ili njegovom celobrojnem umnošku $n \frac{T}{2}$, što se postiže menjanjem brzine elektrona promenom ubrzavajućeg potencijala, elektroni prolaze kroz kondenzator C_2 bez skretanja, te dve svetle tačke na zastoru postaju sve bliže i na kraju se spajaju u jednu tačku. Tada je:

$$V = \frac{L}{\frac{T}{2}} = 2Lf$$

8.1.

gde je f učestanost koja se može izračunati iz talasne dužine.

Koristeći još izraz 5.1. dobija se:

$$\frac{e}{m} = \frac{2L^2f^2}{U}$$

8.2.

Ovu metodu je prvi koristio Vihert 1899. godine. On je umesto električnih sила za skretanje elektrona koristio magnetne sile i cev sa hladnim pražnjenjem, umesto usigane niti kao izvora elektrona. Kirchner je ovom metodom postigao bolje vrednosti od Viherta i dobio:

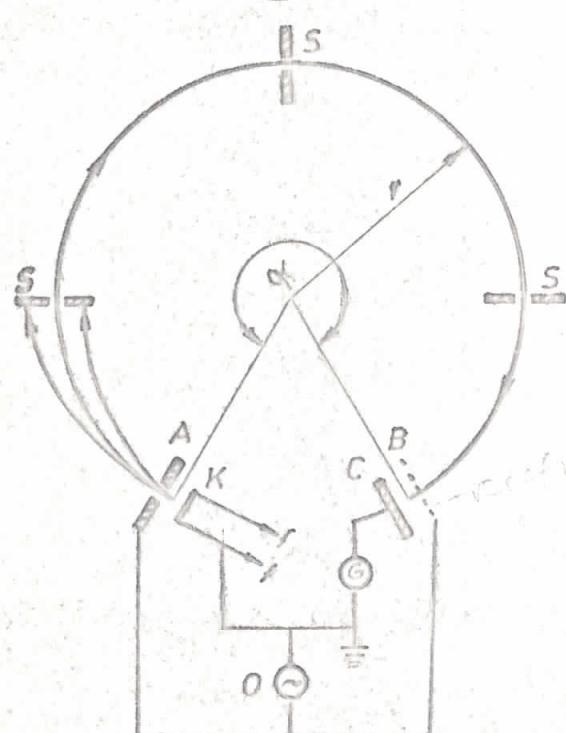
$$e/m = (1,7590 \pm 0,0015) \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$$

Veliki značaj ove metode je u tome što se nemeri nikakvo skretanje, koje je obično vezano sa greškama koje se teško otklanjaju.

9/ Daningtonova metoda

U cevi sa visokim vakuumom nalazi se katoda K i anoda A koje su vezane za generator visokofrekventnog napona O, zatim tri dijafragme sa obovorima SSS, rešetka B i Faradejev cilinder C sve šematski predstavljeno na slici 9.1. Sve se ovo nalazi u magnetnom polju čije su linije sile normalne na ravan crteža.

Usijana katoda emituje elektrone koji se ubrzavaju prema anodi. Posle prolaska kroz otvor na anodi sporiji elektroni pod dejstvom magnetskog polja skreću više, a brži manje. Elektroni određene brzine kreću se po krugu poluprečnika r , prolaze kroz otvore na dijafragmama SSS, dospevaju u Faradejev cilinder i njih registruje galvanometar ukoliko ih zakočni potencijal na rešetki B nespreči da dospeju.



sl. 9.1.

Ako je vreme, potrebno da elektroni skrenu za ugao α , jednako periodu oscilatora T , ili njegovom celobrojnom umnošku, elektroni će stići u Faradejev cilindar. Rešetka B je spojena za isti generator

Brzina elektrona se može izraziti kao:

$$v = \frac{r\alpha}{nT} = \frac{r\alpha f}{n} \quad \text{jer je } l = r\alpha \quad 9.1.$$

gde je f učestanost generatora. Uvrštavajući 9.1. u 1.16. i zamenjujući q sa e dobija se:

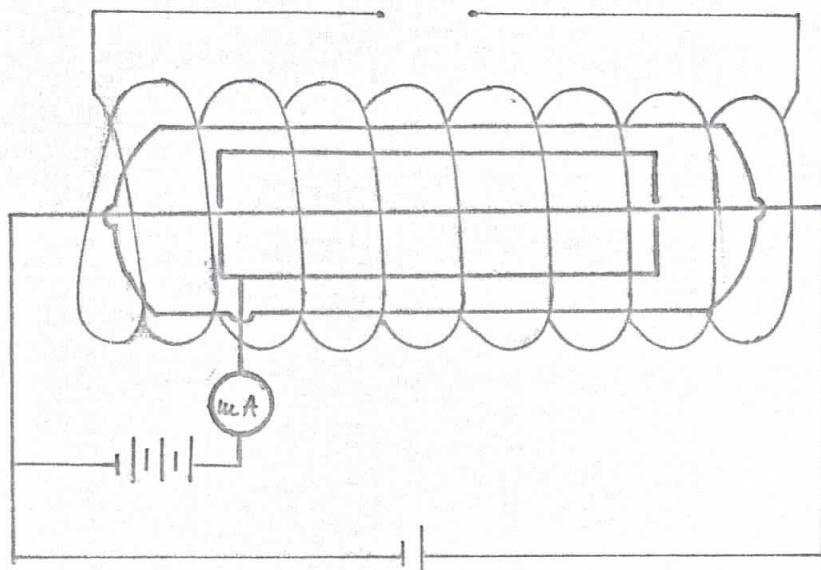
$$\frac{e}{m} = \frac{\alpha \cdot f}{n \cdot B} \quad 9.2.$$

Umesto promene učestanosti generatora, može da se menja jačina magnetnog polja i traži kritična vrednost B za koju struja galvanometra naglo pada na nulu. Ugao može tačno da se odredi merenjem pomoću aparature sa ugradjenim mikroskopom. Ovom metodom je dobijena vrednost:

$$\frac{e}{m} = (1,7597 \pm 0,0004) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

10/ Halov magnetron

Aparatura za izvodjenje ove metode predstavljena je na sl. 10.1. i sastoji se iz sledećeg: vakumske cevi unutar koje su dve elektrode, katoda kao usijana nit, razapeta duš ose cilindrične anode. To se sve postavi u solenoid ili izmedju polova elektromagneta, tako da su magnetne linije sila paralelne niti.



sl. 10.1.

Tok elektrona od niti do anode predstavlja električnu struju, koja se meri pomoću miliampermetra, spojenog u seriju sa anodnom baterijom. Struja ima konstantnu vrednost sa porastom jačine magnetnog polja od nule sve dok se nedostigne kritična tačka, kada naglo pada na nulu. Anodni potencijal i temperat

niti su stali. Ako nit, polje i cilinder nisu međusobno paralelni, struja neopada oštro na nulu kod kritične jačine polja već se postepeno smanjuje. Nit emituje elektrone koji na rastojanju nekođe milimetara od niti dobijaju brzinu v . Oni se kreću prema anodi i pod dejstvom magnetnog polja njihova putanja se savija u krivu liniju / kardioиду / . Kada se primeni kritično polje B_c , elektroni se kreću po krugovima čiji su prečnici praktično jednaki poluprečniku cilindrične anode R , pa je:

$$B_c \cdot e \cdot v = \frac{m \cdot v^2}{R} \quad 10.1.$$

Koristeći jednačinu 5.16. dobija se:

$$\frac{e}{m} = \frac{8 \cdot U}{R^2 B_c^2} \quad 10.2.$$

gde je U anodni napon, B_c kritična jačina polja za koju anodna struja spadne na polovinu one vrednosti koju ima kada je jačina polja jednaka nuli.

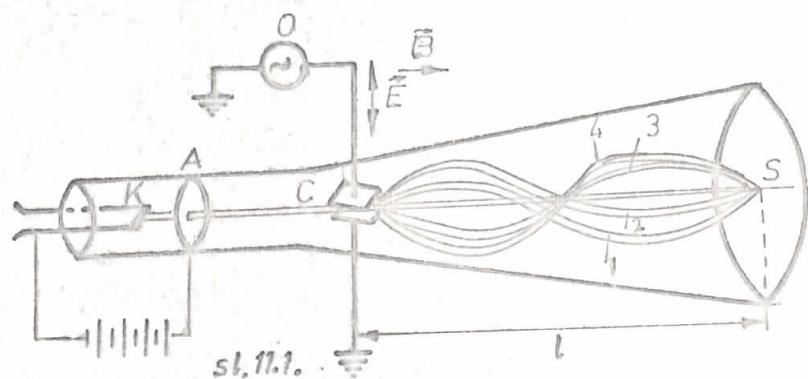
Ova metoda ne daje baš precizne rezultate, jer se nemože postići oštvo prekidanje struje.

11/ Metoda helikoide

Na sl. 11.1. data je šema aparature korištene za izvodjenje ove metode. Usijana katoda K , postavljena unutar evakuisane cevi, emituje elektrone koji se ubrzavaju i prolaze kroz otvor na anodi A . Elektronski snop zatim prolazi izmedju ploča kondenzatora C gde postoji naizmenično električno polje. Izmedju kondenzatora i fluorescentnog zaklona formira se longitudinalno magnetno polje, pomoću solenoida u koji se postavlja čitava cev. Magnetno polje će delovati samo na one elektrone koji izleću pod uglom α različitim od 0° i 90° . Brzina ovih elektrona može

se razložiti u dve komponente: Uzdužnu v_l i tangencijalnu v_t pri čemu su:

$$v_l = v \cos \alpha, \quad v_t = v \sin \alpha \quad 11.1.$$



Projekcija putanje elektrona na ravan postavljenu normalno na magnetno polje je krug čiji se poluprečnik dobija iz jednakosti sila

$$ev_t B = \frac{mv^2}{r} \quad 11.2.$$

odnosno

$$r = \frac{mv_t}{eB} \quad 11.3.$$

a projekcija brzine elektrona na ravan paralelenu sa poljem je ravnomerno kretanje brzinom v_t , jer u smeru magnetnog polja ne postoji sila kojom ono deluje na nanelektrisanje. Zato je kriva linija po kojoj se kreću elektroni spirala.

Vreme t potrebno da elektroni predju jedan obrt po spirali je:

$$t = \frac{2\pi r}{v_t} \quad \text{ili} \quad t = \frac{2\pi}{\frac{e}{m} \cdot B}$$

11.4.

Vreme t ne zavisi od poluprečnika putanje, već od jačine magnetnog polja B i odnosa e/m . U toku vremena t za koje elektroni predaju jedan obrt spirale, oni takodje pređaju jedan deo puta unapred, odnosno jedan korak spirale, a to je: $l = v_t \cdot t$
Zamenivši ovde t iz prethodne jednačine dobija se:

$$l = v_t \cdot t = \frac{2\pi v \cos \alpha}{\frac{e}{m} \cdot B}$$

11.5.

Ako je ugao α mali tada je $\cos \alpha \approx 1$ pa je:

$$l = \frac{2\pi v}{\frac{e}{m} \cdot B}$$

11.6.

Uzimajući u obzir jednačinu 11.4. može se zaključiti da svi elektroni koji prodju kroz otvor na anodi brzinom v , predaju put l duž ose cilindra za isto vreme za koje njihove projekcije normalne na magnetno polje opisu pun krug. Na slici 11.1. je predstavljeno nekoliko putanja elektrona. One se sve sekut u jednoj tački S na zastoru, koja se zove fokus elektrona. Mesto fokusa menja se u zavisnosti od jačine magnetnog polja, koje se bira tako da fokus pada baš na fluorescentni zastor, što se zapaža u slučaju kada je snop elektrona na zastoru najjašniji.

Da bi se izračunalo specifično nanelektrisanje potrebno je tačno znati jačinu magnetnog polja potrebnu da se postigne fokusirajući efekat i dužinu l od ploča kondenzatora do zastora, koja se može lako meriti. Koristeći izraz 5.16. i 11.6. dobija se odnos:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 U}{B^2 \cdot l^2}$$

11.7.

Ovom metodom je dobijena vrednost:

$$\frac{e}{m} = (1,7586 \pm 0,0023) 10^{11} \frac{C}{kg}$$

12/ Spektroskopsko određivanje odnosa e/m

Ako se oko svetlosnog izvora uspostavi jako magnetno polje, tada se svaka spektralna linija razlaže u više linija. U najjednostavnijem slučaju od jedne linije mogu dobiti tri, pri čemu je rastojanje u skali učestanosti izmedju srednje i jedne od bočnih $\Delta\lambda$ jednako:

$$(Naučeni) \quad \Delta\lambda = \frac{e}{4\pi m} \cdot B \quad 12.1.$$

"Zemljani efekat"

gde je m -masa elektrona. Odavde se dobija da je:

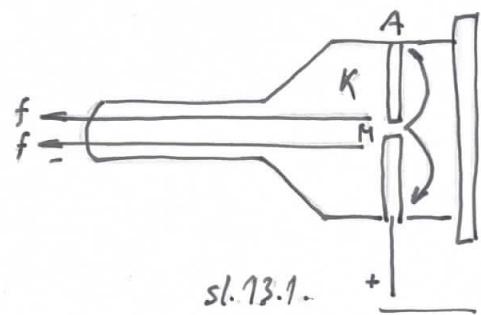
$$\frac{e}{m} = \frac{\Delta\lambda \cdot 4\pi}{B} \quad 12.2.$$

Preciznim merenjem talasnih dužina odgovarajućih linija u emisionom spektru vodonika i ionizovanog helijuma, sa velikom tačnošću dobila se vrednost:

$$\frac{e}{m} = 1,7579 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

13/ Klasenova metoda

Ovo je ustvari modifikovana Lenardova metoda. Katodā K emituje elektrone koji se ubrzavaju, prolaze kroz otvor u anodi i skreću se pomoću jakog magnetnog polja u male krugove poluprечnika 2 - 3 cm / sl. 13.1. /.

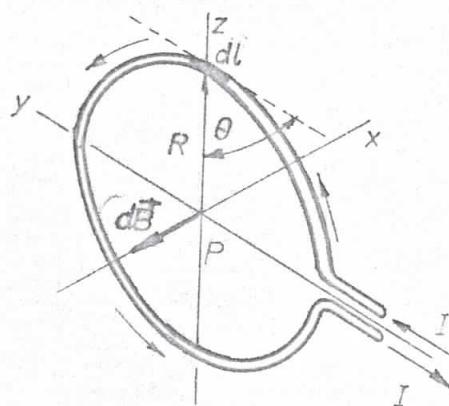


Oni se posmatraju pomoću luminiscentne površine koja se nalazi u ravni anode. Ako se smer polja promeni, elektroni će biti skrenuti na suprotnu stranu od otvora, što se zapaža na zastoru. Rastojanje izmedju ovih dveju srednjih tačaka jednako je četvorostrukom poluprečniku putanje elektrona. Nit mora da bude veoma blizu anode. Za izračunavanje odnosa e/m koristi se jednačina 5. 2..

EKSPERIMENTALNI DEO

c/ 14. Izvodjenje izraza za računanje magnetnog polja i specifičnog nacelktrisanja korištenih u eksperimentu

Izraz za magnetno polje kod Helmholtzovih kalemova dobija se transformacijom izraza za magnetno polje koje obrazuje kružni navojak žice / sl. 14.1. / .



sl. 14.1.

Poluprečnik navojka je R i kroz njega teče struja I . Ako se struja dovodi i odvodi iz navojka kroz dve paralelne dugačke žice ona će u žicama imati suprotne smerove i zato jedna drugoj poništavaju magnetne efekte. Potrebno je izračunati najpre vrednost magnetnog polja u sredini navojka P . Svaki elemenat provodnika dl leži u $y-z$ ravni, kao i svaki poluprečnik R bilo koj elementa dl od tačke P . Zato je pravac svakog vektora $d\vec{B}$ normalan na $y-z$ ravan, leži duž x -ose, pa se rezultujuće polje može naći direktno integracijom po dB izraza Laplasa:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin\theta}{R^2} \quad 14.1.$$

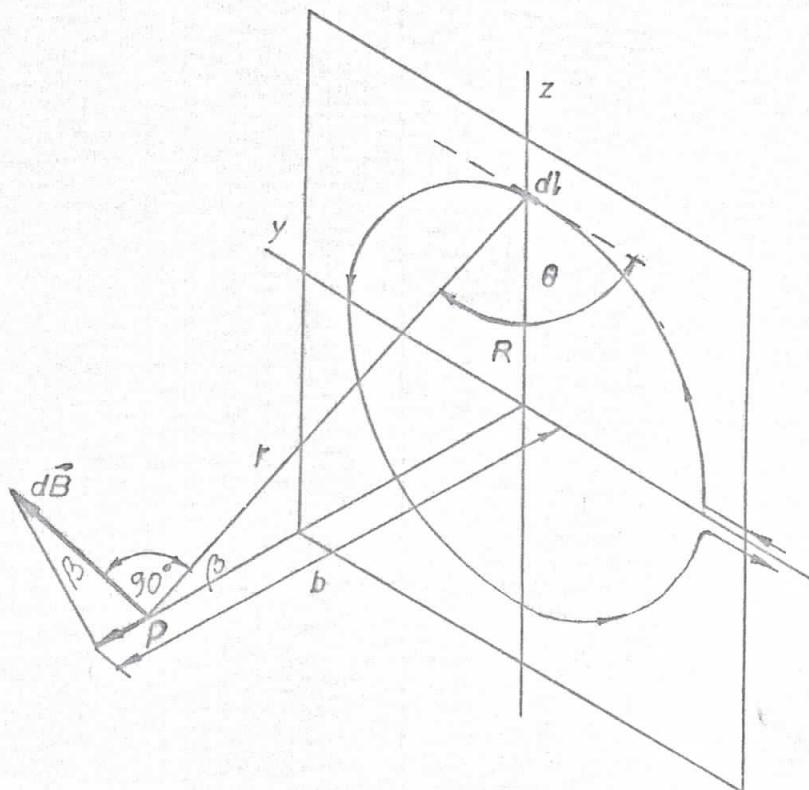
Kako ugao izmedju dl i R iznosi 90° to je $\sin\theta = 1$ pa je dalje:

$$B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I dl}{R^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2} \int dl \quad 14.2.$$

$\int dl$ je obim navojka odnosno $2\pi r$ što daje:

$$B = \frac{\mu_0}{2} \frac{I}{R} \quad 14.3.$$

U nešto složenijem slučaju, kada se tačka P ne nalazi u centru navojka već na njegovoj osi kao na sl. 14.2. magnetno polje $d\vec{B}$ u tački P koga proizvodi struja u elementu dl , leži u x-z ravni normalno na r .



sl. 14.2.

Jasno je da svi vektori $d\vec{B}$ koje proizvode drugi elementi ne leže u istom pravcu, ali zato leže na površini kupe sa vijcom u P. Svaki od njih mora se razložiti u komponente koje treba da se integrišu. Zbog simetrije komponente normalne na π -osu se međusobno poništavaju, pa se moraju integrisati samo komponente duž x -ose date sa $dB \sin\beta$. Ugao između svakog $d\vec{l}$ i njemu odgovarajućeg r iznosi 90° . Otuda je:

$$B = \int dB \sin\beta = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I \cdot d\vec{l} \cdot \sin\theta \cdot \sin\beta}{r^2} = \\ = \frac{\mu_0}{2} \frac{I \cdot R \cdot \sin\beta}{r^2} = \frac{\mu_0}{2} \frac{I \cdot R^2}{r^3} = \frac{\mu_0}{2} \frac{I \cdot R^2}{(R^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}} \quad 14.4.$$

Ako je b jednako nuli jednačina 14.4. svodi se na jednačinu 14.3.. Ako polje kalema umesto jednog navojka čine n sabijenih navojaka istog poluprečnika gde svaki od njih jednako doprinosi vrednosti polja jednačina 14.4. može se pisati kao:

$$B = \frac{\mu_0}{2} \frac{n \cdot I \cdot R^2}{(R^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}} \quad 14.5.$$

Izraz za vrednost polja između dva kružna kalema (Helmoltzovi kalemovi), čije se ose poklapaju i koji leže u vertikalnoj ravni, korišten u našem eksperimentu dobiće se uzimajući u obzir da je polje u tom delu prostora homogeno. Za oba kalema magnetno polje na osi kalemova i na jednakom rastojanju b od njihovih centara biće:

$$B = 2n \frac{\mu_0}{2} \frac{I \cdot R^2}{(R^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}} \quad 14.6.$$

S obzirom da je kod Helmholtzovih kalemova $b=R/2$, transformišući prethodni izraz dobija se:

$$B = \mu_0 \left(\frac{4}{5} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{n \cdot I}{R} \quad 14.7.$$

gde je R poluprečnik kalemova, n broj navojaka jednog kalema, I jednosmerna struja koja prolazi kroz kalemove i μ magnetna konstanta.

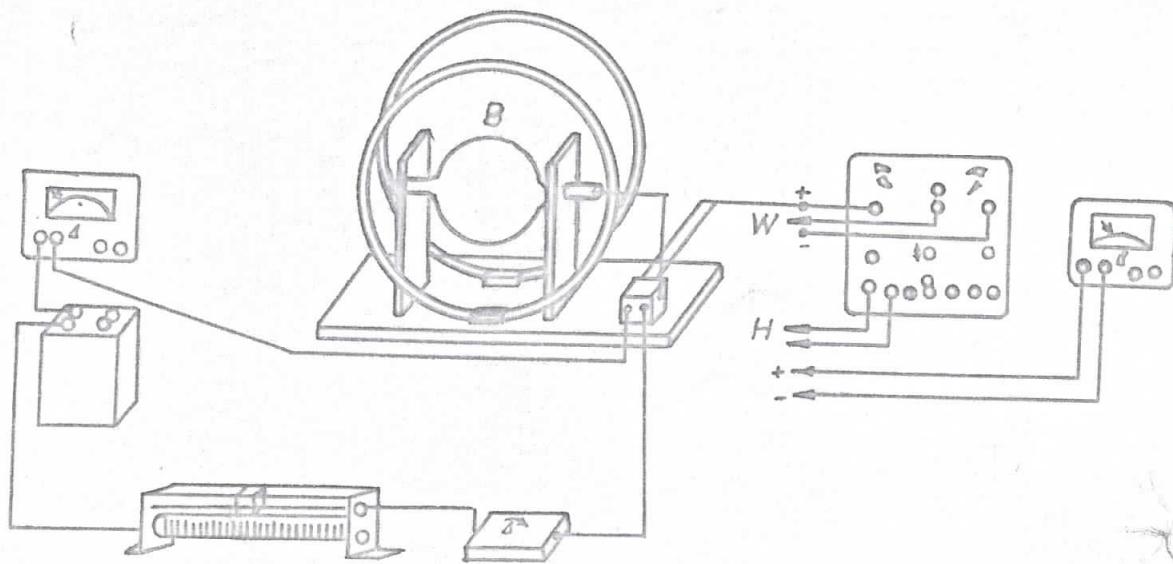
Potrebno je još izvesti izraz za odnos e/m koji će biti korišten za izračunavanje u eksperimentu. Za ovu svrhu treba kombinovati samo dve jednačine 5.1. i 14.14. iz koji se dobija da je:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{r^2 B^2} \quad 14.8.$$

gde je U ubrzavajući napon, r poluprečnik putanje elektrona, B magnetno polje koje računamo po formuli 14.7..

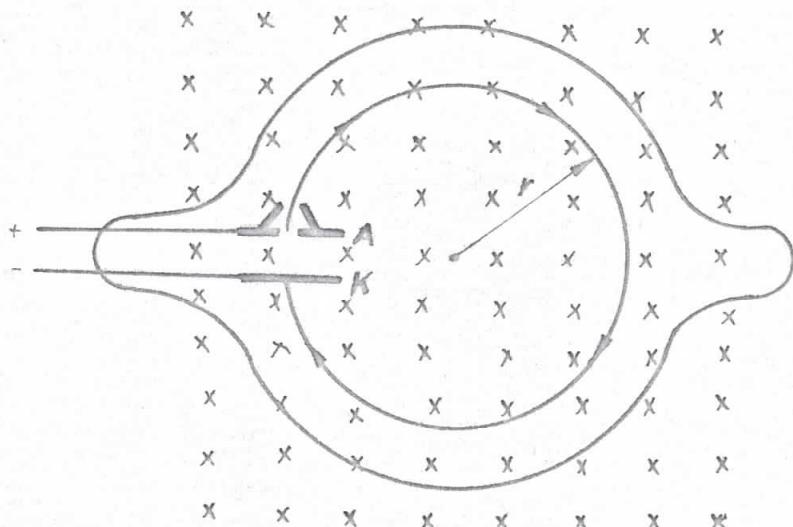
15/ Opis uredjaja i merenja

Uredjaj korišten za izvodjenje eksperimenta je proizvod nemačke firme Leybold. Šematski prikaz uredjaja dat je na sl. 15.1..

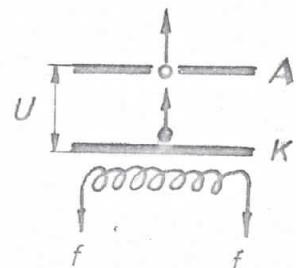


sl. 15.1.

Stakleni balon B sa osom u horizontalnom položaju postavljen je izmedju dva drvena stalka, tako da se može obrtati u horizontalnoj ravni. Gas u balonu je razredjen i nalazi se pod pritiskom od 10^{-2} mmHg. Presek balona dat je na slici 15.2. a izgled elektronskog topa na sl. 15.3..



sl. 15.2.



sl. 15.3.

Katoda K zagreva se indirektno električnim grejanjem (f, f) i emituje elektrone. Elektroni se ubrzavaju naponom U koji vlađa izmedju katode i anode, te elektroni pri izlazu kroz otvor na anodi stičnu energiju $\frac{mv^2}{2} = eU$. Balon je postavljen između Helmholtzovih kalemova koji imaju po n namotaja bakarne žice i koji su međusobno udaljeni za vrednost poluprečnika R tj. $2b=R$. Kroz kalemove je propuštena jednosmerna struja iz čeličnih akumulatora preko prekidača i otpornika. Brzina elektrona koji prolaze kroz otvor na anodi normalna je na pravac magnetnog polja i zato polje primorava snop elektrona da se kreću po krugu poluprečnika r, kao što je to prikazano na sl. 15.2. punom linijom. Elektroni se sudaraju sa atomima gase koji je ostao u balonu i pobudjuju ih na emisiju svetlosti. Zato elektronski snop u zamraćenoj prostoriji postaje vi-

dljiv, što je i potrebno da bi se mogao meriti poluprečnik putanje elektrona. Pored kalemova i balona na zajedničko horizontalno postolje postavljena je kutija sa priključnicama. Na nju se priključuje napon za ubrzavanje elektrona i grejanje katode preko ispravljača, koji istovremeno služi i kao potencijometar, kao i akumulatori za napajanje kalemova preko otpornika i prekidača. Struja koja se propušta kroz kalemove meri se osetljivim ampermeterom, a napon za ubrzavanje elektrona voltmetrom. Struja u kalemove dovodi se iz više, u seriji vezanih čeličnih, akumulatora. Sastavni deo aparature je jedan durbin ^{je končanica ma} postavljen na drveni stativ sa milimetarskom podelom, ali tako da se može pomerati gore-dole duž stativa.

16/ Rezultati merenja

Izvodjenje eksperimenta sastojalo se u sledećem: napon za ubrzavanje elektrona i grejanje katode uključi se preko ispravljača i stabilizatora za izvor gradske mreže. Jednosmerna struja u kalemove dovodi se iz akumulatora preko otpornika sa klizачem. Balon izmedju drvenih stativa okreće se oko horizontalne ose sve dotle dok snop elektrona ne izleće normalno na magnetno polje. To se zapaža po tome što samo u slučaju kada je brzina elektrona normalna na magnetno polje njihova putanja je kružnica, a u drugim slučajevima helikoida. Eksperiment se izvodi u mraku.

Na ampermetu pomoći otpornika podeši se da struja ima jednu određenu vrednost, a dugmetom na ispravljaču menja se vrednost napona na voltmetru. Za tu konstantnu struju koja se mora često kontrolisati i deset raznih vrednosti napona meri se pomoći durbina vrednost prečnika kružne putanje elektrona. Durbin se pomeri duž stativa dotle dok gornji deo kružne putanje ne

dodje u krst končanica, pročita se vrednost na stativu, zatim se durbin pomera na niže do donjeg dela kružne putanje, tako da vertikalna končanica klizi duž prečnika kruga, i opet pročita vrednost. Izmerena vrednost je u stvari prečnik kružne putanje. Uzimajući polovinu od te vrednosti prečnika i odgovarajući napon računa se vrednose e/m po formuli 14.8. uz prethodno izračunatu vrednost magnetnog polja za tu konstantnu struju po formuli 14.7.. Rezultati ovog merenja dati su u tabeli I, pri čemu je vrednost struje u izrazu 14.7. jednaka 1A, n=130 navojaka bakarne žice, R=15cm, a magnetna konstanta $\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{m/V} \cdot \text{s}$.

Drugi način merenja sastojao se u sledećem: ubrzavajući napon, koji se kontroliše na voltmtru, drži se konstantnim, a otpornikom se menja jačina struje u kalemovima i pri toj konstantnoj vrednosti napona za deset raznih vrednosti struje meri se poluprečnik kružne putanje elektrona na isti način kao i u prethodnom slučaju. Za svaku vrednost struje računa se vrednost magnetnog polja po formuli 14.7. i uvrštavajući dobijenu vrednost u formulu 14.8. dobiva se odnos e/m. Rezultati ovih merenja dati su u tabeli II pri čemu je konstantna vrednost napona iznosila 225V.

Zamenjujući izraz 14.7. u izraz 14.8. dobija se da je

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{r^2} \cdot \frac{R^2 \cdot 5^3}{\mu_0^2 n^2 I^2 4^3} = 3,9 \frac{UR^2}{r^2 \mu_0^2 \cdot n^2 I^2} = 3,9 \frac{1}{\mu_0^2 n^2} \cdot \frac{UR^2}{r^2 I^2}$$

Da bi se našla relativna greška izraz se mora diferencirati po svim promenljivim veličinama, odnosno U, R, I i r, ito:

$$\frac{\partial(\frac{e}{m})}{\partial U} = K \frac{R^2}{r^2 I^2}$$

$$\frac{\partial(\frac{e}{m})}{\partial r} = K \frac{UR^2}{I^2} \left(-\frac{2}{r^3} \right)$$

$$\frac{\partial(\frac{e}{m})}{\partial I} = K \frac{UR^2}{r^2} \left(-\frac{2}{I^3} \right)$$

$$\frac{\partial(\frac{e}{m})}{\partial R} = K \frac{2UR}{(r^2 I^2)}$$

$$\text{gde je } K = 3,9 \cdot \frac{1}{\mu_0^2 n^2}$$

te se greška računa po formuli:

$$\Delta(\frac{e}{m}) = \sqrt{\left(\frac{\partial(\frac{e}{m})}{\partial U} \right)^2 \Delta U^2 + \left(\frac{\partial(\frac{e}{m})}{\partial r} \right)^2 \Delta r^2 + \left(\frac{\partial(\frac{e}{m})}{\partial I} \right)^2 \Delta I^2 + \left(\frac{\partial(\frac{e}{m})}{\partial R} \right)^2 \Delta R^2}$$

pri čemu je vrednost napona na voltmetru čitata sa greškom $\Delta U = 2,5 \text{ V}$, vrednost poluprečnika na katetometru sa greškom $\Delta r = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$, vrednost struje sa greškom $\Delta I = 10^{-2} \text{ A}$, a fabrička greška prečnika kalemova iznosi $R = 10^3 \text{ m}$. Zamenjujući ove vrednosti u prethodni izraz i uzimajući redom vrednosti iz tabeli I i II određuje se relativna greška indirektno merene veličine odnosno specifičnog nanelektrisanja. Primer računanja greške dat je za vrednost napona $U = 145 \text{ V}$, poluprečnika kružne putanje elektrona $r = 5,20 \cdot 10^{-2} \text{ m}$, jačine struje $I = 1 \text{ A}$.

$$\frac{\partial(\frac{e}{m})}{\partial U} = 14,5 \cdot 10^7 \cdot \frac{225 \cdot 10^{-4}}{27,04 \cdot 10^{-4} \cdot 1} = 120,6 \cdot 10^7 \left[\frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A}^3 \cdot \text{m}} \right]$$

$$\frac{\partial(\frac{e}{m})}{\partial r} = 14,5 \cdot 10^7 \cdot \frac{145 \cdot 225 \cdot 10^{-4}}{1} \left(-\frac{2}{140,6 \cdot 10^{-6}} \right) = 6.729,19 \cdot 10^9 \left[\frac{\text{V}^2 \cdot \text{s}}{\text{A}^3 \cdot \text{m}^2} \right]$$

$$\frac{\partial(\frac{e}{m})}{\partial I} = 14,5 \cdot 10^7 \cdot \frac{145 \cdot 225 \cdot 10^{-4}}{27,04 \cdot 10^{-4}} \left(-\frac{2}{1} \right) = 34989,8 \cdot 10^7 \left[\frac{\text{V}^2 \cdot \text{s}}{\text{A}^4 \cdot \text{m}} \right]$$

$$\frac{\partial(\frac{e}{m})}{\partial R} = 14,5 \cdot 10^7 \cdot \frac{2 \cdot 145 \cdot 15 \cdot 10^{-2}}{27,04 \cdot 10^{-4} \cdot 1} = 2332,6 \cdot 10^9 \left[\frac{\text{V}^2 \cdot \text{s}}{\text{A}^3 \cdot \text{m}^2} \right]$$

$$\Delta(\frac{e}{m}) = \sqrt{0,003799} = 0,061 \left[\frac{\text{V}^2 \cdot \text{s}}{\text{A}^3 \cdot \text{m}} \right]$$

TABELA I

za $B=78 \cdot 10^{-4} T$ i $I=1 A$

R.Br.	$U [V]$	$r \cdot [10^{-2} m]$	$\frac{e}{m} \cdot [10^{11} \frac{C}{kg}]$
1.	145	5,20	$1,762 \pm 0,061$
2.	150	5,30	$1,755 \pm 0,060$
3.	160	5,45	$1,769 \pm 0,059$
4.	170	5,65	$1,750 \pm 0,057$
5.	180	5,80	$1,759 \pm 0,057$
6.	190	5,95	$1,765 \pm 0,056$
7.	200	6,10	$1,766 \pm 0,055$
8.	220	6,40	$1,765 \pm 0,054$
9.	240	6,70	$1,757 \pm 0,052$
10.	250	6,85	$1,752 \pm 0,051$

SREDNJA VREDNOST: $\frac{e}{m} = 1,760 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$

TABELA II

za $U = 225V$

R.Br.	$I[A]$	$B[10^4 T]$	$r[10^2 m]$	$\frac{e}{m} \cdot [10^{11} \frac{C}{kg}]$
1	0,90	7,02	7,20	$1,761 \pm 0,055$
2	0,92	7,17	7,05	$1,758 \pm 0,054$
3	0,94	7,33	6,90	$1,758 \pm 0,054$
4	0,96	7,48	6,75	$1,761 \pm 0,054$
5	0,97	7,56	6,70	$1,751 \pm 0,053$
6	0,98	7,64	6,60	$1,769 \pm 0,054$
7	0,99	7,72	6,55	$1,759 \pm 0,053$
8	1,1	8,58	5,90	$1,755 \pm 0,053$
9	1,2	9,36	5,40	$1,761 \pm 0,055$
10	1,3	10,14	5,00	$1,756 \pm 0,053$

SREDNJA VREDNOST: $\frac{e}{m} = 1,758 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$

Z A K L J U Č A K

Kao što je u uvodnom delu rečeno, zadatak rada je bio da se odredi specifično nanelektrisanje elektrona, metodom koja u invernom smislu predstavlja modifikovanu metodu Lenarda.

Eksperimentalno dobijene vrednosti odnosa e/n za $I=\text{const.}$ i $U=\text{const.}$ prikazane su tabelarno (tabela I i II) i pokazuju da se greška merenja dobija na drugoj, odnosno trećoj decimali što je u granicama eksperimentalne greške. Grešku prilikom merenja unosilo je neprecizno merenje poluprečnika kružne putanje katetometrom sa metalnim šiljkom i ogledalom. S obzirom da se paralaksa nije mogla izbeći, ovaj nedostatak je otklonjen tako što se umesto metalnog šiljka duž katetometra pomera durbin sa končanicama, što je doprinelo dobijanju boljih rezultata. Pri tom je potrebno durbin precizno fokusirati. Osim toga u ranijim merenjima koristio se nestabilisani napon, a kao izvor struje čelični akumulatori malog kapaciteta, zbog čega je jačina struje brzo opadala što je uticalo na promenu magnetnog polja odnosno putanju elektrona. Stabilizacijom ubrzavajućeg napona i upotrebom olovnih akumulatora za nepajanje kalemova izbegнутa je brza promena napona i struje, a uporedo s tim promena poluprečnika kružne putanje elektrona.

L i t e r a t u r a

1. J. B. Hoaga, S. A. Korff, Elektronska i nuklearna fizika, "Naučna knjiga", Beograd 1962. str. 14-33
2. F. W. Sears, Elektricitet i magnetizam, "Naučna Knjiga", Beograd 1963. str. 184-223
3. E. V. Špoljskij, Atomska fizika I, Zavod za izdavanje udžbenika Narodne Republike Srbije, Beograd 1963. str. 13-24
4. Ivan Supek, Moderna fizika i struktura materije, "Tehnička knjiga", Beograd 1965. str. 136-146
5. Dr. Ivan Janić, Fizika II deo, Novi Sad 1971. str. 387-400
6. Dr. Ivan Janić, Eksperimentalne vežbe iz atomske fizike I deo, Novi Sad 1971. str. 1-5
7. Prof. B. Đurić, Prof. Ž. Ćulum, Elekticitet i magnetizam, "Naučna knjiga", Beograd 1966
8. Robert A. Milliken, Elektroni I "Prosveta", Beograd 1948. str. 26-43
9. Prof. Dr. Jovan Surutka, Elektromagnetika, drugo izdanje, "Gradjevinska Knjiga", Beograd 1966. str. 195-209
10. Friš, Timorijeva, Električne i elektromagnetne pojave, Beograd, str. 331 - 355.

