



UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET
DEPARTMAN ZA FIZIKU



Fizika u sportu

-master rad-

Mentor:

dr Sonja Skuban

Kandidat:

Milica Ranisavljević

Novi Sad, 2013.

Kada postoje želja i volja za ostvarenje postavljenog cilja, kada su uz mene porodica i prijatelji, kada mi je mentor dr Sonja Skuban – podrška, motivacija, uspeh i pobeda su samo logičan sled događaja ☺

Čist pogodak!

Dragi ljudi, hvala vam!

1. Metodički uvod	3
1.1 Motivacija	3
1.2 Fizika i sport	5
2. Fizika u sportskim disciplinama	6
2.1. Fizika klizanja na ledu	8
2.2. Fizika gimnastike	17
2.3. Fizika puštanja zmajeva	22
2.4. Fizika veslanja	27
2.5 Fizika košarke	36
2.6 Fizika bilijara	52
2.7 Fizika tenisa	60
2.8. Fizika američkog fudbala	66
2.9. Fizika jedrenja	76
3. Fizika skijanja	82
3.1 Osnove mehanike skijanja	82
4. Zaključak	106
5. Literatura:	107

1. Metodički uvod

Opšti cilj nastave fizike jeste da učenci upoznaju prirodne pojave i osnovne prirodne zakone, da steknu osnovnu naučnu pismenost, da se osposobe za uočavanje i raspoznavanje fizičkih pojava u svakodnevnom životu i za aktivno sticanje znanja o fizičkim pojavama kroz istraživanje, oforme osnovu naučnog metoda i da se usmere prema primeni fizičkih zakona u svakodnevnom životu i radu.

Kao predmet u školi, fizika pruža mogućnost nastavniku da navođenjem različitih primera, izvođenjem adekvatnih eksperimenata i demonstracionih ogleda, učini nastavu lepom i zanimljivom, a učenicima se omogućuje da kroz individualni rad, razmišljanje i logičko zaključivanje, lakše usvoje gradivo. Učenicima je potrebno približiti pojmove o kojima uče i ukazati na njihovu povezanost sa svakodnevnim životom.

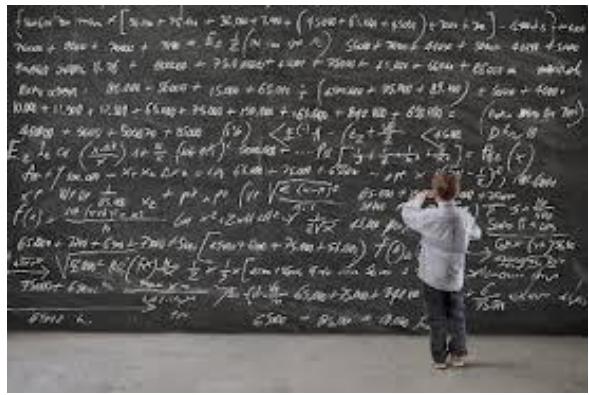
Takođe, veoma je bitno da program fizike, najpre sadržaj, obim i metodsko prezentovanje, budu prilagođeni određeom uzrastu učenika. Iz fizike kao naučne discipline odabiraju se samo oni sadržaji koje na određenom nivou mogu da usvoje svi učenici Osnovne ili Srednje škole.

1.1 Motivacija

Kada postoje želja i volja da se ostvari postavljeni cilj, kada se zbog tog cilja pokrenu fizički i intelektualni resursi, kada se aktivno i trajno usmerimo na ostvarenje cilja koji smo postavili – može se reći da smo motivisani.

Motivisanje učenika je jedan od ključnih zadataka i funkcija nastavnika. Učenje u školi treba da bude radostan proces koji zrači pozitivnim emocijama (radost, sreća, oduševljenje), jer samo tako učenici mogu znati šta znači imati dobar uspeh i biti zadovoljan u životu. Kada je učenik motivisan, uloženi napor, stepen misaone aktivnosti i koncentracija pažnje su povećani, a sve to dovodi do boljeg rezultata učenja.

Realnost - na samu pomisao učenja fizike, prva slika koja se javi je baš ova:



Nije baš ohrabrujuće . . .

Nakon nekoliko trenutaka posmatranja jednog ovakvog misaonog problema, razmatranja gde je početak, a gde kraj, slede pitanja: zašto moram ovo znati i kako da izbegnem ovaj deo školovanja. U sledećem trenutku, učenje fizike, uveliko, je potisnuto!

Da bismo učenike motivisali, zainteresovali da nešto uče, moralo bi im biti jasno zašto baš to da uče. Nije uvek jednostavno dati "pravi razlog" . . .

Razlozi koje će učenici prihvati su stvarni, životni razlozi. Najznačajniji razlog za učenje je priroda ljudske značajke, želja za znanjem, potreba da se bavimo onim što nas zanima. Učenici će sa zadovoljstvom učiti ono što im je zanimljivo i neće uopšte postavljati pitanja gde će im to znanje biti potrebno, ako im je gradivo i način učenja zanimljiv.

Da li bi, možda, ovo moglo biti zanimljivo učenicima . . . ?!





Paaa . . . Očekujem sledeću reakciju ☺



1.2Fizika i sport

Veoma je važno da nastavnik gradivo što zanimljivije prezentuje. Ako je učenicima nastavni predmet ili način prezentovanja zanimljiv, biće ih lako motivisati za učenje – učiće jer im je zanimljivo.

Učenje putem interesantnih stvari je lakše, a deci, definitivno, interesantna stvar je sport. Zainteresovati decu za sport nije problem, ali za fiziku - ume da bude. Pokušajmo da spojimo ove dve discipline – objasnimo fiziku i njene osnovne zakone na primerima iz sporta, ili obrnuto – objasnimo sport kao primenu zakona fizike.

Iako ne spada u plan i program izučavanja fizike u školama, nekoliko časova redovne ili dodatne nastave moglo bi da se posveti obradi ove teme – Fizika u sportu.

Stvorimo simpatije prema fizici malim izdvajanjem od predviđenog plana i programa.

2. Fizika u sportskim disciplinama

Fizika i sport. Postoji li neka veza između njih? Koje teorije mogu da se upotrebe u ovoj vezi?

Naravno da postoji veza – sport je fizički. To nije samo semantika. Sport predstavlja predmete u pokretu, sile, energiju, rad, snagu, brzinu, ravnotežu, ... Sve to je fizika. Sve što postoji u prostoru i vremenu je fizika.

Fizika igra dominantnu ulogu u načinu na koji sportisti igraju i načinu na koji se sport igra. Da bi razumeli kako se to fizika primenjuje u sportskim situacijama, potrebno je razumeti osnovne zakone fizike.

Odabir sportskih disciplina u ovom radu

Koji su kriterijumi za odabir sportskih disciplina u ovom radu – da budem iskrena, kriterijuma nema. Fizika i fizički zakoni su prisutni i podjednaku važnost imaju skoro u svakom sportu. Da je odabrana samo neka oblast mehanike ili termodinamike, pa da sam navodila primere iz raznih sportova - nisam. Da se vežem samo za jedan sport, pa da izučavam fiziku samo njega – ni to nisam. Dakle, za odabir sportova koji se proučavaju u ovom radu – zvanični kriterijumi ne postoje.

Ovaj rad predstavlja lični pečat, shodno tome, dragi momenti iz života pretočeni su i zabeleženi, na neki neobičan način, kroz ovu temu u ovaj rad. Pa tako, hronološki, nižu su se sportovi, prema ličnim kriterijumima . . .

Zaleđena bara, u blizini kuće u kojoj sam odrasla, bele klizaljke broj 32, koje se, na tavanu, među gomilom uspomena ističu – klizanje.

Prvi sport koji sam trenirala i volela, završio se neslavno, dvostrukim prelomom, u toku samostalnog izvođenja kućnih vragolija – gimnastika.

Prvi letnji raspust, kada su mamine zalihe konca za šivenje počele eksponencijalno da opadaju, zbog pokušaja pravljenja prototipa zmaja – zmajarenje. Da, i zmajarenje spada u sportske discipline.

Dedin drveni čamac na rukavcu Dunava. Mnogi kažu da je Tikvara jezero, ali nije. Nisam izlazila iz vode taj dan.

Jedva su me nagovorili da sednem u čamac i ugrijem se, kazali su mi da su mi usta pomodrila od hladniće, postavili mi suncobran i nastavili da se dobacuju loptom u vodi.

Osećala sam se odbačeno . . . Htela sam da ih razljutim i odem čamcem što dalje od njih. Veslala sam, i veslala . . . Preveslani put bih mogla da izračunam vrlo lako, samo da znam poluprečnik kružne putanje. Puna tri kruga sam se vrtela. I odustala. Nisam više bila ljuta, smejali su mi se.

Pa tako, zanima me gde sam grešila i zašto nisam zaveslala pravom putanjom, a fizika veslanja će mi u tome pomoći.

Košarka – nikada nisam uspela da savladam loptu, a do koša sam mogla da je dobacim samo "iz kecelje", i to leđima okrenuta, jer sam jedino tako mogla da joj dam dovoljno ubrzanje.

Skup posebnih prijatelja i samo dva pokušaja igranja ovog sporta – 1. pamtim samo po izbačenoj kugli sa stola; 2.- sećam se ekipe sa susednog stola, njihovih prekih pogleda, a naših nespretnih baratanja štapovima i obaranje pića (tuđeg), glasne priče i mnogo smeha – biljar.

Sledeći sport nemoguće je ne svrstati u ovaj rad, što zbog velike popularnosti i jednog velikog imena koje je prva asocijacija na našu zemlju, što zbog prve, lične asocijacije – najuzbudljivije cimerstvo na studijama i noćna budjenja zbog prenosa turnira, koje nisam pratila, jer su mi predavanja počinjala za koji sat. Nervirao me je upaljeni televizor i glas komentatora, ali kokice sam rado kokala i ispijala prve kafe, pre svitanja – tenis.

Sledeći sport u nizu, ima zasluge da se nađe u ovom radu - neka sećanja i uspomene, vežu me za njega. No, ovaj sport u našoj zemlji postao je popularan, razvija se lagano, a treniraju ga čak i žene – američki fudbal.

Nešto posebno izazovno, što volim da zamislim i vidim na televizijskom programu. Tako savršeno, prefinjeno i nedostižno – jedrenje.

I za kraj, poseban deo za, za sada, neostvarenu želju – skijanje. Dok čeka na ostvarenje, teorijsko upoznavanje i zagrevanje, počinjem baš u ovom radu. Poznavanje fizike i njena primena u ovom sportu, lakše će me odvesti i do njega ☺

2.1. Fizika klizanja na ledu

Klizanje na ledu je prelep oblik rekreacije, ali i osnova mnogobrojnih sportova i sportskih disciplina na ledu. To je umeće kretanja po zaleđenim površinama, korišćenjem klizaljki. Kliza se po ledu, koji može biti prirodno zaleđena površina – jezera ili reke, ali i po veštačko zaleđenim klizalištima.

Prema sačuvanim podacima, prve klizaljke nastale su u Švedskoj u IX veku, a napravljene su bile od životinjskih kostiju. Podaci govore da su ove klizaljke najčešće koristili putnici u ledenim krajevima, koji su pomoću njih prelazili velike razdaljine.

Sportovi koji uključuju klizanje na ledu su: umetničko klizanje, brzo klizanje, hokej na ledu. Umetničko klizanje je sport u kojem takmičar, ili više njih, kližući na ledu, izvodi okrete, skokove i druge elemente, demonstrirajući spretnost i eleganciju, često uz muzičku pratnju.

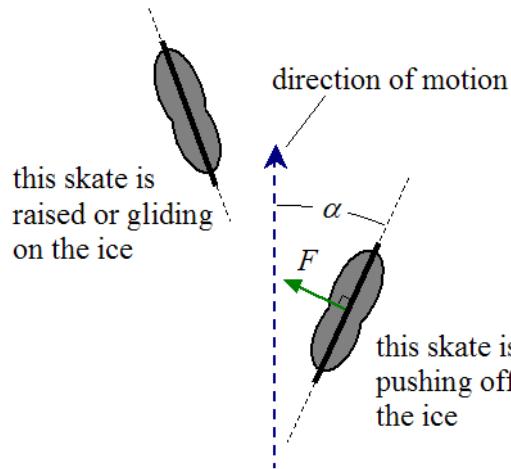
Kao sport, umetničko klizanje potiče još iz XIX veka. Organizacija koja upravlja ovim sportom, propisuje pravila i organizuje međunarodna takmičenja. Međunarodna klizačka federacija, ili kraće ISU (*International Skating Union*), osnovana je 1892. godine. Osnovne discipline umetničkog klizanja su: pojedinačno (žene i muškarci), sportski parovi, plesni parovi. Ove četiri discipline su i u standardnom programu Zimskih olimpijskih igara.

Osnovne tehnike kretanja po ledu

Fizika kretanja po ledu, predstavlja kombinaciju klizanja klizaljki po ledenoj površini i odgurivanja klizalkama od ledene površine, radi sticanja brzine. Uz praksu, ova kombinacija pokreta može postati jednostavna kao hodanje.

Fizika klizanja na ledu je povezana i sa trenjem oštice na klizalkama sa ledom. Ovo trenje omogućava klizaču lakše kretanje po ledu, a njegove fizičke osobine, dok se klizalkama ukopava, reže led, omogućavaju klizaču da se kreće u krug, ubrzava i usporava.

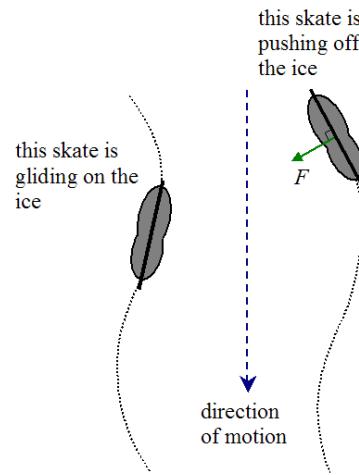
Da bi se pokrenuo, klizač se odguruje od leda, silom koja je normalna na sečivo klizaljki. Pošto je trenje između sečiva i leda skoro nula, ovo je jedini način da se pokrene unapred. Sledеća slika ilustruje fiziku klizanja koja stoji iza ovog principa.



Slika 1: Fizika klizanja na ledu – pokretanje – odgurivanje od površine leda silom koja je normala na sečivo klizaljke

U odnosu na pravac kretanja, gornja, leva klizaljka klizi po ledu, a donjom, desnom, se klizač odguruje. Sila kojom se klizač odguruje jednaka je, ali suprotna po smeru, sa silom F (slika 1), koja, ustvari, izaziva kretanje po ledu. Komponenta sile F koja je usmerena u pravcu kretanja je upravo ono što gura klizača napred. U isto vreme, druga nogu klizača klizi po ledu, ili je podignuta. Dok se kreće, prebacuje se na drugu nogu, odguruje se njome i proces je isti. Da bi se odgurnuo većom silom unapred (brže ubrzao), klizač povećava ugao α , čime se povećava komponenta sile F koja je usmerena u pravcu kretanja.

Klizač može da se kreće i unazad, koristeći šablon klizanja u "lenjo S", prikazan na slici ispod:



Slika 2: Klizanje na ledu – klizanje unazad

Kako klizač dobija brzinu, intenzitet kojim se odguruje od leda se smanjuje. Na primer, ako je najveća brzina kojom klizač pomera nogu 7 m/s, onda će sila kojom se odguruje biti najveća kada on počinje da se kreće. U tom trenutku je brzina njegovog stopala u odnosu na led 7 m/s (maksimalna). Kako klizač dobija ubrzanje, relativna brzina se smanjuje. Na primer, kada se on kreće brzinom od 5 m/s, relativna brzina njegovog stopala u odnosu na led je 2 m/s, a kao rezultat, sila kojom se odguruje je manja. Shodno tome, postoji maksimalna brzina koju klizač može da postigne, što je pod neposrednim uticajem brzine kojom on može da pomera noge. Naravno, maksimalna brzina kretanja ne mora da bude baš 7 m/s. Analiza fizike klizanja, u cilju određivanja maksimalne brzine, uključuje i stanovište biomehanike klizača.

Da bi održao ravnotežu prilikom ubrzavanja, klizač zauzima polučeći stav ili jednostavno, stav sa savijenim kolenima i telo pognuto unapred. To ga sprečava da ne padne nazad, usled obrtnog momenta izazvaog komponentom sile F koja je usmerena u pravcu kretanja. Savijanjem napred, klizač pomera centar mase napred, čime stvara kontraefekat obrtnom momentu.

Takođe, ovim položajem se smanjuje i otpor vazduha, jer je smanjena prednja površina tela. To klizačima omogućava da se lakše ubrzaju i održe veću brzinu.

U nekim klizačkim sportovima, kao što je umetničko klizanje, kretanje po ledu podrazumeva umeća i tehničke veštine, dok su u drugim sportovima, kao što je brzo klizanje, pokreti na ledu strogo tehničkog karaktera i usmereni su ka brzini i efikasnosti¹.

Rotacija kod umetničkog klizanja

Možda, najčešći predmet analize u fizici umetničkog klizanja je rotacija. Rotacija se često dešava pri skokovima. Kada klizač pravi skok, on povećava svoju brzinu okretanja, tako što zajedno privlači ka sebi i ruke i noge. Ovim smanjuje svoj moment inercije, što prouzrokuje brže okretanje.

Jednostavna fizička jednačina opisuje ovu pojavu:

$$I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2 \quad (2.1.1)$$

gde je I moment inercije oko ose rotacije, a ω je ugaona brzina. Indeksi 1 i 2 označavaju početne i krajnje vrednosti. Ova jednačina predstavlja matematički izraz zakona održanja momenta impulsa, za izolovani sistem



Slika 3: Rotacija kod umetničkog klizanja na ledu

¹ <http://www.real-world-physics-problems.com/physics-of-ice-skating.html>

(nema spoljnog uticaja). U umetničkom klizanju, ne postoji spoljašnja sila koja uzrokuje rotaciju. Nakon što klizač sam započne okretanje, da bi rotiraо brže, on zajedno vuče ruke i noge ka vertikalnoj osi tela, čime smanjuje svoj moment inercije I , a na račun smanjenja momenta, ugaona brzina ω mu se povećava.

I sada, na pitanje: zašto se kizač na ledu okreće brže kada skupi ruke, znamo odgovor:

Kada se okreće sa raširenim rukama, ima određenu ugaonu brzinu, kao i moment impulsa, koji, ako ništa sa strane na njega ne deluje, ostaje isti. Skupljanjem ruku, smanjuje se moment inercije, pa se ugaona brzina povećava, jer je moment impulsa konstantan. Dakle, brže rotira.

Kada želi da smanji brzinu svoje rotacije, klizač će raširiti ruke, moment inercije će se povećati, a ugaona brzina smanjiti, jer moment impulsa opet ostaje isti.

“Death Spiral” u umetničkom klizanju

Još jedan zanimljiv predmet analize u fizici umetničkog klizanja je “*Death Spiral*” (spirala smrti). Ovaj potez u umetničkom klizanju izvodi par. Muški klizač vuče svoju partnerku u krug, kao na slici 4:



Slika 4: Figura “Death Spiral” u umetničkom klizanju

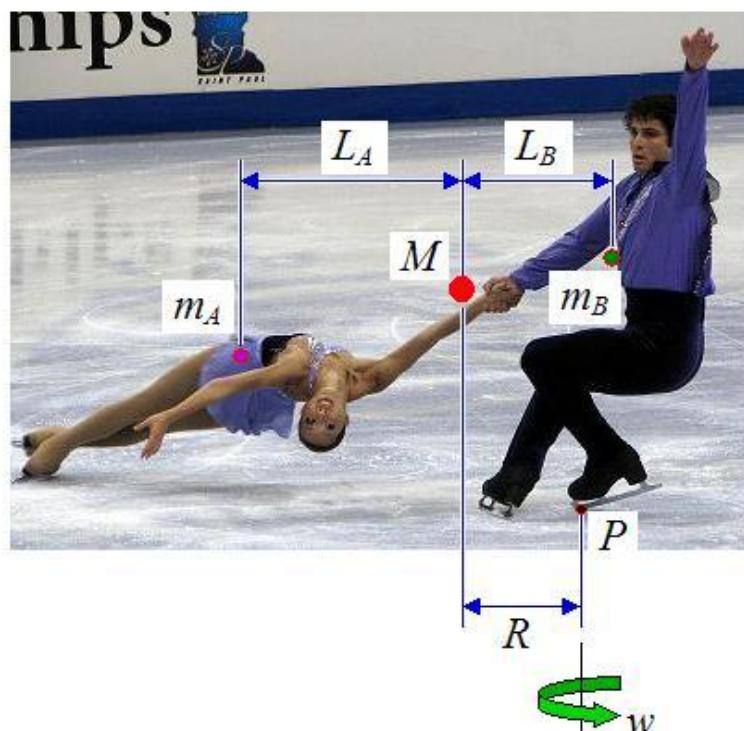
Ali, prvo da napomenemo da se klizaljke umetničkih klizača vidno razlikuju od hokejaških. Osim što su manje i jednostavnijih sečiva, one na vrhu imaju zupce, koji se tu nalaze, prvenstveno, da bi olakšali i omogućili skokove i određene figure, koje bi bile neizvodljive bez ovog dela klizaljki.

Sečivo klizaljke je zaobljeno na vrhu prstiju u radijusu od 2 m. Danas, one su

dizajnirane da održavaju šro veću moguću stabilnost klizača. Oštrica (sečivo) klizaljki je najvažnija u čitavom sportu. Ona mora da bude izuzetno oštra, kako bi sekla led i od nje zavisi čitav ishod izvođenja figura u ovom sportu.

Vratimo se na “Death Spiral” . . .

Muški klizač mora da zabode u led prednji vrh sečiva klizaljke (zupce) čvrsto u led, kako bi vukao svoju partnerku u krug. Slika u nastavku prikazuje istu figuru, sa oznakama fizičkih veličina koje utiču na ovu figuru (slika 5):



Slika 5: Figura “Death Spiral”, sa oznakom fizičkih veličina koje utiču na njeno izvođenje

m_a - masa klizačice

m_b - masa klizača

M – masa sistema, što je zbir masa klizačice i klizača ($M = m_a + m_b$); crvena tačka predstavlja lokaciju centra mase sistema

L_a - je rastojanje od centra mase klizačice do centra mase sistema M

L_b - je rastojanje od centra mase klizača do centra mase sistema M

P – centar rotacije sistema – ovo je mesto gde je klizač zabio u led prednji vrh

sečiva klizaljke (zupce)

R – poluprečnik kruga; centar kružnice je P , a centar mase sistema je na površini kružnice koji ovaj par opisuje

ω – je ugaona brzina (u radijanima/s)

Napomenimo da je $L_b < L_a$ – ovo je zato što je muški klizač teži od žene klizačice, pa je centar mase njemu bliži.

Ovaj par klizača rotira i kreće se kao celina. Obzirom na ovu činjenicu, oni mogu da se posmatraju i analiziraju kao kruto telo.

Iz II Njutnovog zakona:

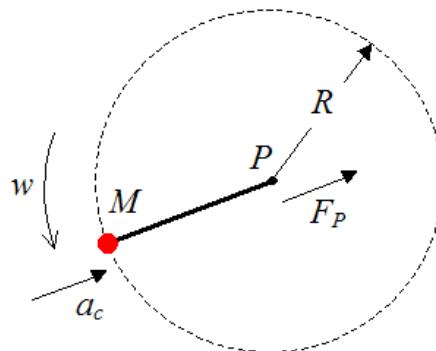
$$\sum F = M a_g \quad (2.1.2)$$

gde je: $\sum F$ – zbir sila koje deluju na kruto telo

M – masa krutog tela

a_g – ubrzanje centra mase G krutog tela

Dalje, može da se ilustruje klizanje materijalne tačke po kružnici, kao pojednostavljen slučaj kretanja centra mase krutog tela (klizačkog para).



Slika 6: Klizanje materijalne tačke po kružnici – aproksimacija klizačkog para

gde su: a_c – centripetalno ubrzanje centra mase M , dok rotira kružnom brzinom ω

F_p – sila kojom led deluje na vrh sečiva klizačeve klizaljke u tački P – ova sila deluje u istom smeru kao centripetalno ubrzanje a_c

Korisno bi bilo da izračunamo silu F_p , zato što bi tako znali kolikom silom klizač treba da deluje na led, da bi zadržao centar rotacije u tački P .

Centripetalno ubrzanje a_c centra mase M je:

$$a_c = \omega^2 R \quad (2.1.3)$$

Dakle:

$$F_p = M a_c \quad (2.1.4)$$

ili: $F_p = (m_a + m_b) \omega^2 R \quad (2.1.5)$

Uzmimo sada neke tipične vrednosti, da bismo stvorili predstavu kolikom silom F_p klizač treba da deluje na led:

$$m_a = 50 \text{ kg} \text{ (masa klizačice)}$$

$$m_b = 80 \text{ kg} \text{ (masa klizača)}$$

$$\omega = 3.8 \text{ rad/s}$$

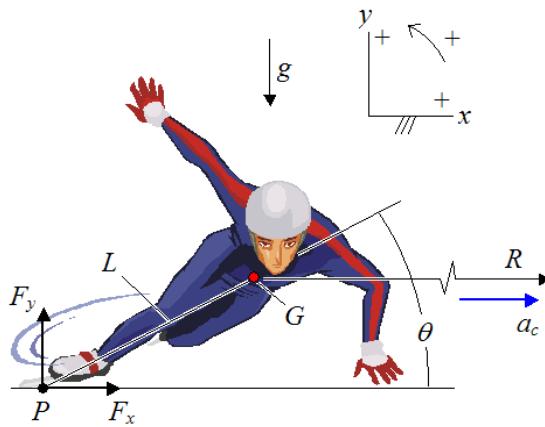
$$R = 0.40 \text{ m}$$

Ubacivanjem u jedačinu (2.1.5) izračunato je da je $F_p = 750 \text{ N}$. To je nešto manje od telesne težine klizača, što je zasigurno, veoma naporno. Iz ovog razloga, klizač mora da čučne, jer mu taj položaj poluge, omogućava da održi svoju poziciju dok se okreću. Istovremeno, drugom klizaljkom on održava svoju ravnotežu, postavljanjem sečiva bočno na led, dog on rotira².

Centripetalno ubrzanje brzog klizanja

U sledećem delu će biti analizirano centripetalno ubrzanje pri brzom klizanju po zakriviljenoj putanji. Na slici je šematski prikaz klizača koji se kreće u krug. Napomena: klizna površina je ravna i horizontalna.

² Dr Vassilios Spathopoulos, *An Introduction to the Physics of Sports*, Amazon (2013.), Chapter 3



Oznake:

Slika 7: Brzo klizanje na ledu

g – gravitaciono ubrzanje koje iznosi 9.81 m/s^2

G – centar mase sistema (koji se sastoji od klizača plus klizaljke, koji zajedno mogu da se smatraju krutim telom)

P – približna kontaktna tačka između između leda i oštrice klizaljke

L – rastojanje između tačke kontakta P i centra mase sistema G

F_x – horizontalna kontaktna sila, sa ledom, koja deluje na oštricu u tački P

F_y – vertikalna kontaktna sila, sa ledom, koja deluje na oštricu u tački P

R – radijus krivine, meren od centra skretanja do centra mase sistema G

a_c – centripetalno ubrzanje tačke G ; usmereno je u horizontalnom pravcu, ka centru krivine

θ – ugao između horizontalne i linije koja prolazi kroz tačke P i G

Centar mase G ima vertikalno ubrzanje nula. Stoga, zbir sila, koje deluju u vertikalnom pravcu na sistem, mora biti nula. Matematički se to može zapisati na sledeći način:

$$F_y - mg = 0 \quad (2.1.7)$$

gde je m masa sistema (koju čine masa klizača i masa klizaljki). Primenimo II Njutnov zakon u horizontalnom pravcu:

$$F_x = ma_c \quad (2.1.8)$$

Centripetalno ubrzanje je dato sa:

$$a_c = \frac{V^2}{R} \quad (2.1.9)$$

gde je V brzina centra mase G . Zamenom ove jednačine u predhodnu, dobijamo:

$$F_x = m \frac{V^2}{R} \quad (2.1.10)$$

Kako je θ konstantno, sistem je u stanju rotacione ravnoteže. To znači da je moment koji deluje na sistem u centar mase G jednak nuli. Matematički, to možemo zapisati kao:

$$F_x \sin \theta \cdot L - F_y \cos \theta \cdot L = 0 \quad (2.1.11)$$

Kombinovanjem jednačina (2.1.7)-(2.1.11), dobijamo:

$$\tan \theta = \frac{R \cdot g}{V^2} \quad (2.1.12)$$

Na osnovu ovog rezultata možemo da napravimo uzorak proračuna. Na primer, neka je:

$R = 8.5$ m, a $V = 10$ m/s. Tada dobijamo da je $\theta = 39.8^\circ$.

2.2. Fizika gimnastike

Kada malo bolje razmislimo, gimnastika je veoma komplikovan sport. Kako je neko sposoban da sa poda uspe da se pokrene tako, da u nastavku izvede mnoštvo fascinantnih poteza, koji vode do još fascinantnijih figura i poteza, i uvek tako olako, da pomislimo da je lako. Mnogi bi rekli da mogu to da izvedu zato što su tako mišićavi i zato što na tome rade mnogo dugo – definitivno pogrešno.

Da, za gimnastiku je potrebno mnogo mišića i prakse, ali pravi razlog zbog kog ovi sportisti uspevaju da se poigravaju i prkose gravitaciji je fizika. Zvuči pomalo šašavo, da ako pozajmimo fiziku gimnastike, možemo da stupimo na pod i isprobamo to. Postoji toliko mnogo pravila o primeni fizike u gimnastici: obrtni moment, impuls, ugaoni moment, centripetalnu silu, trenje, centar mase, Njutnove zakone kretanja. Razumevanje ovih zakona će svakako doprineti boljem shvatanju izvođenja ovih neverovatnih trikova.

Obртни момент

U gimnastici, brzina je neophodna da bi se pravilno izveli rotacioni potezi. U fizici, to je poznato kao obrtni moment. Obrtni moment je poznat kao nešto što proizvodi ili teži da proizvede torziju (uvrtanje) ili rotaciju. Obrtni moment (M) se računa kao proizvod sile (F) i rastojanja (r):

$$\vec{M} = \vec{F} \times \vec{r} \quad (2.2.1)$$

U gimnastici, obrtni moment može biti premet, salto, kolut u napred, kolut u nazad, ... ili bilo koji drugi potez za koji je potrebna brzina kako bi omogućila okretanje (rotaciju). Svi ti potezi daju impuls (zamah) koji omogućava gimnastičarima da pređu u rotaciono kretanje, poput salta u nazad.



Slika 8: Značaj obrtnog momenta u gimnastici

Impuls

Jedna od najvažnijih stvari u gimnastici je impuls. Impuls je snaga ili brzina pokreta. Impuls (p) se računa kao proizvod mase (m) i brzine (V):

$$\vec{p} = m \cdot \vec{V} \quad (2.2.2)$$

Gimnastičari moraju da povećavaju svoju brzinu kada rade neku figuru, kako bi dobili dovoljno snage i odbacili se u visinu. Oni koriste svoje mišiće i snagu da bi se odbacili od poda, povećali svoju brzinu, koja povećava njihov impuls. To je jedan od primera korišćenja impulsa u gimnastičarskim "pretumbavanjima".

Moment impulsa

Moment impulsa (L) (poznat i kao moment količine kretanja ili ugaoni moment) je fizička veličina kojom se meri nastojanje tela da nastavi da rotira. Definiše se kao proizvod momenta inercije (I) tela oko ose i njene ugaone brzine (ω) u odnosu na tu osu.

$$\vec{L} = \vec{I} \times \vec{\omega}$$

(2.2.3)

Kada gimnastičar napusti strunjaču, on dobija ugaoni moment od svog odskoka koji je napravio. Od njegovog odskoka od strunjače zavisi koliko visoko će se odbaciti u vazduh. Upravo iz tog razloga, gimnastičari zauzimaju stav pod nekim uglom. Od tog ugla zavisi i njihovo uzdizanje, ali i glatko spuštanje na tlo³.

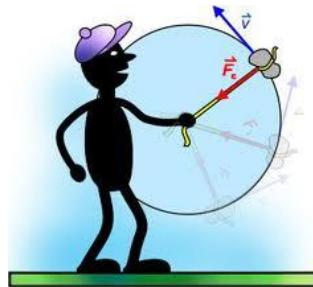


Slika 9: Značaj momenta impulsa u gimnastici

Centripetalna sila

Centripetalna sila je sila koja deluje na telo koje se kreće po kružnici, usmerena je prema centru krivine putanja i zadržava telo na kružnoj putanji. Gimnastika obuhvata brojne rotacije po zakrivljenim putanjama, posebno kada su u pitanju šipke (vratila). Za gimnastičare, izuzetno važna vežba je na vratilu, kada oni celim telom rotiraju oko šipke. Takođe, veoma je važan pravilan doskok.

³ http://math2033.uark.edu/wiki/index.php/Gymnastics#Flipping_Power:_Applying_Physics_in_Gymnastics



Centripetalna sila (F_{cp}) se računa po formuli:

Slika 10: Centripetalna sila

$$F_{cp} = \frac{m \cdot V^2}{r} \quad (2.2.4)$$

gde je m – masa tela

V – brzina kretanja tela po kružnici

r – poluprečnik kružne putanje

Trenje

Trenje je sila koja se protivi klizanju jednog tela po drugom, dok se tela međusobno pritiskaju, a deluje u području dodira. Trenje (F_{tr}) se računa kao proizvod koeficijenta trenja (μ) – zavisi od vrste i obrade dodirnih površina – i sile kojom jedno telo pritiska drugo (N):

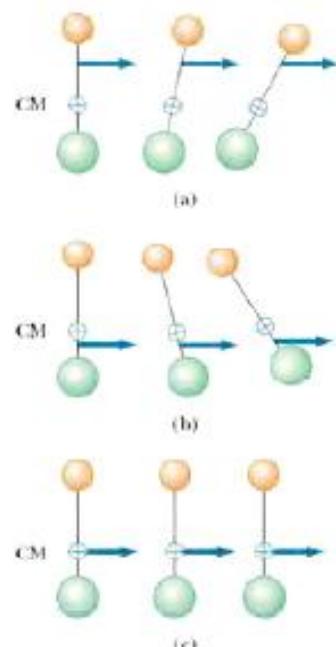
$$F_{tr} = \mu N \quad (2.2.5)$$

Veoma je važno povećati trenje i sprečiti proklizavanje, kada gimnastičari rade nešto na vratilu ili kozliču (trenje se smanjuje- talkiranjem). Možda ne zvuči kao bitan faktor u gimnastici, ali bez trenja bi moglo da dođe do ozbiljnih povreda.

Centar mase

Gimnastičarima, centar mase je od velike pomoći pri rotaciji. Centar mase je tačka na telu za koju se može smatrati, u nekom smislu, da je celokupna masa tela skoncentrisana u njoj. To je tačka koja reprezentuje prosečan položaj ukupne mase tela.

Na slici prikazanoj pored, napadna tačka resultantne sile



na slikama (a) i (b) se ne poklapa sa centrom mase – pod uticajem sile, tela započinju rotaciono kretanje.

Kada je napadna tačka sile u centru mase, kao na slici, pod (c), telo ne rotira, već se kreće translatorno⁴.

Njutnovi zakoni

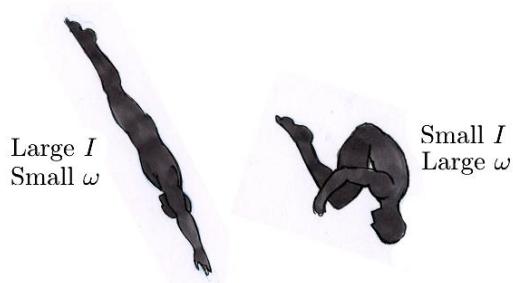
U gimnastici se koriste svi Njutnovi zakoni.

Slika 11: Napadna tačka sile u centar mase i izvan njega

1. Prema Prvom Njutnovom zakonu kretanja, objekat će zadržati svoje prvo bitno stanje (mirovanje ili ravnomerne pravolinijsko kretanje), sve dok ga neka spoljnja sila ne primora da to stanje promeni. To znači da objekat, kao što je i gimnastičar, miruje, i ostaje u tom stanju sve dok ga neka sila ne pokrene (na primer, zamah).

Gimnastičari se služe svojim prvim potezima u cilju dobijanja što većeg zamaha. Posledica ovog prvog poteza traje, sve dok se gimnastičar ne zaustavi, stane nogama na pod. Gimnastičari se obično dočekuju na noge sa savijenim kolenima, jer se tako energija apsorbuje, a doskok je ublažen.

Otvaranjem ili zatvaranjem položaja svog tela, gimnastičari mogu da povećavaju i smanjuju svoju brzinu. Na primer, istezanjem tela se brzina smanjuje, a grčenjem tela se brzina povećava. Kada je skupljen (zgrčen), položaj tela gimnastičara je kompaktniji, što omogućava bržu rotaciju. Kada se ispruži, položaj tela mu je potpuno otvoren, što usporava rotaciju gimnastičara.



Slika 12: Istezanjem tela, gimnastičari smanjuju svoju brzinu rotiranja, a grčenjem je povećavaju

2. Prema Drugom Njutnovom zakonu kretanja, ubrzanje, koje telo dobija pri kretanju, srazmerno je sili, a obrnuto srazmerno masi tela. Ako se sila, koja deluje na telo,

⁴ http://wiki.croomphysics.com/index.php?title=The_Physics_of_Gymnastics_By_Bernie_Mowry

poveća, i brzina tela će se povećavati. Ovaj zakon fizike je uvek prisutan u gimnastici.

Mnogi gimnastičari imaju veću težinu zato što imaju veliku mišićnu masu, a baš zbog ovog zakona, to je vrlo korisno za njih. Kada se većom silom odbijaju od poda, oni idu više.

Zašto se gimnastičari trude da postignu što veću brzinu prilikom zaletanja na kozlić? Pa, ako postignu veću brzinu, većom silom će delovati na odskočnu dasku, jer je prema ovom zakonu:

$$F = m \cdot a \quad (2.2.6)$$

3. Treći Njutnov zakon kaže da, za svaku silu akcije koja deluje na telo, posloji jednaka sila reakcije, koja je suprotno usmerena. U gimnastici, ovaj zakon je, očigledno, prisutan u svakom trenutku, na podu, na gredi, na odskočnoj dasci, trambulini, ...

Na primer, delovanje gimnastičara na pod kada on počinje da se kotrlja - njegovo telo deluje silom na pod, a pod istom silom, samo u suprotnom smeru, deluje na leđa gimnastičara. Još jedan primer važenja ovog zakona u gimnastici je kada gimnastičar naskače na odskočnu dasku. On na nju deluje silom i sabija je, a ona uzvraća istom silom i gimnastičar odskače u visinu⁵.

Jasno je da fizika nije prisutna samo u gimnastici, ali je od ključnog značaja za njeno ostvarenje. Gimnastičari vežbaju sve vreme u cilju postizanja nekih veština, ali bez obzira na broj pokušaja, uspeće jedino u skladu sa zakonima fizike.

⁵ <http://www.life123.com/sports/team-sports/gymnastics/physics-of-gymnastics.shtml>

2.3. Fizika puštanja zmajeva



Slika 13: Puštanje zmajeva

Kako smo se nekada dobro zabavljali puštanjem zmajeva . . .

Toj zabavnoj igri raduju se i unuk i deda. I to nije sve. Naučnici tvrde da bi se, recimo, mnogo duže čekalo da braća Vilbur i Orvil Rajt stvore prvu letelicu i utru put vazduhoplovstvu, da nije bilo zmaja. A njegove mogućnosti čovek je iskoristio u još mnogo čemu ...

Zmajevi se izrađuju od veoma tanke hartije ili platna, najlona, pa čak i savitljive plastične mase. Oni se razapinju preko kvadratnog, trouglastog ili romboidnog rama, poduprtog sa, recimo, dva ukrštena štapa, jednog poprečnog i drugog lučnog. Oko sredine konstrukcije pričvršćuje se klupko tankog kanapa, dugačkog stotinak metara i ojačanog staklenim prahom, koje služi za upravljanje zmajem. Da bi uživanje bilo potpuno, priređuju se brojna nadmetanja u brzini i visini koje može da dosegne neki zmaj, ali i u lepoti njihove izrade.

Zmajevi kroz istoriju

Zmaj nije izum novog vremena i sigurno nije nastao samo radi zabave, kažu naučnici, već iz potrebe čoveka da spozna svet koji ga okružuje i sebi olakša mogućnost da opstane. Veruje se da je prvi zmaj poleteo još u vreme koje ne beleži pisana istorija i da je zahvaljujući njemu čovek učio i naučio mnogo i da je baš zmaj utro put brojnim tehničkim otkrićima.

Taj prvi zmaj se najverovatnije “izlegao” na nekom od ostrva Malajskog arhipelaga. Tu su nađeni najstariji crteži i ostaci zmajeva, četvorougaonih i bez repa. Bili

su mudra i korisna maštarija nekog drevnog žitelja arhipelaga. Podizali su se visoko i čoveku otkrivali prirodu, vetrove i nepogode, ukazivali mu na plen ili opasnost.

U ranoj kineskoj istoriji, zmajevi se pominju kao sastavni deo vojne opreme. Služili su za davanje signala, tako što su puštani da lete u određenim razmacima i određenom broju, obaveštavajući komandante jedinica kako treba da se prestroje ili kada da napadnu.



Slika 14: Nadmetanje u puštanju zmajeva

Naravno, ljudi su se i zabavljali nadmećući se u puštanju zmajeva, što je ponekad i ponegde dovodilo do neprilika. Tako iz drevnih japanskih priča može da se sazna da je zbog prevlasti u veštini zmajarenja znalo i da se zarati.

Veština puštanja zmaja kao zabavna igra s Istoka najpre je prešla u Evropu, a potom je osvojila i Novi svet. Tu su mudre glave brzo shvatile da bi od te jednostavnih naprava mogli da imaju velike koristi. Tako su 1749. godine profesori sa Univerziteta u Glazgovu, u Škotskoj, došli na zamisao da na zmajeve pričvrste termometre i izmere temperaturu vazduha na velikim visinama.

Oni su bili prvi koji su uspeli da izmere temperature iznad površine Zemlje. Tri godine kasnije Bendžamin Frenkljin, američki državnik, filozof, fizičar, ekonomista, pisac i pronalazač, izveo je čuveni ogled kojim je dokazao da je grom električna pojava i na osnovu toga usavršio svoj pronalazak - gromobran. Frenkljin je napravio zmaja od svilene maramice i pričvrstio ga za tanku žicu na čijem se kraju nalazio ključ. Vinuo ga je u nebo i grom je udario u zmaja i kroz žicu došao do ključa koji se usijao.

Mogućnosti zmaja počele su sve više da se koriste. Britanac Džordž Pokok (1774-1843), koji se od detinjstva zanimalo za pravljenje zmajeva i pomno proučavao način na koji lete, napravio je kola koja su umesto konjske snage koristila snagu vetra jer su,

konopcima dugačkim 500 m, u njih bila "upregnuta" dva zmaja, koja su razvijala brzinu preko 30 km/h.

A potom su počeli da se pojavljuju zmajevi pomoću kojih su ljudi pokušavali da lete, a ne samo da se podignu u vis. Zna se da je 1894. godine britanski general i osnivač skautskog pokreta Robert Bejden Pouel konstruisao zmaja dugačkog 12 m i pomoću njega se podigao na 30 m.

Savremenici čuvene braće Rajt beleže da su Vilbur i Orvil, začetnici vazduhoplovstva, 1900. godine dane i dane provodili na peščanim dinama obala Atlantskog okeana u Severnoj Karolini i pažljivo posmatrali kretanje zmaja kojim su uprvljali sa četiri tanke žice. Proučavali su tehniku koja im je kasnije pomogla da stvore prvu motornu letelicu težu od vazduha, kojom su se tri godine kasnije vinuli u nebo.

Početkom XX veka zmajevi su služili i u druge svrhe. Uz pomoć zmaja, Italijan Guljelmo Mrkoni, inženjer i fizičar, podigao je antenu pomoću koje je 1901. godine na Njufaundlendu primio prvi bežični radio-signal preko Atlantskog okeana. Zahvaljujući tom podvigu, usavršio je istraživanja i postao izumitelj bežične telegrafije i radija.

U meteorologiji su zmajevi uporebljavani mnogo godina. Između 1893. i 1933. godine Amerikanci su imali čitav niz meteoroloških stanica koje su se služile zmajevima za ispitivanje atmosfere. Pojedine stanice imale su zmajeve koji su dosezali visinu i do 7000 m.

Zmajevi su i danas korisni i za nauku i za vojsku, ali su prvenstveno omiljena sportska zabavna disciplina. U mnogim krajevima sveta, pogotovo zemljama Dalekog istoka, gde je i ponikla veština njihovog pravljenja, zmajevi su i dalje prava umetnička dela. Tamo ne prestaju prave svetkovine kada se priređuju nadmetanja u puštanju zmajeva, jer je svakom takmičaru veoma stalo da pobedi u visini, brzini leta, ali i lepoti lelujave i lagane letelice koja "lovi" vetar i preotima mu snagu⁶.

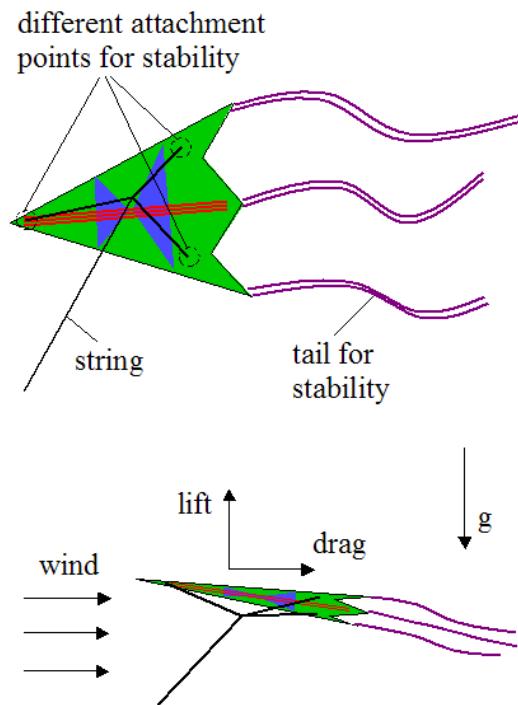
Aerodinamičko podizanje

Letenje zmaja je zabavna aktivnost u kojoj svi uzrasti uživaju. Sve što treba da uradite jeste da odete negde gde je vetrovito i pustite vašeg zmaja da leti.

Kako se to zmaj podiže naviše, veoma je slično kao i kod uzletanja aviona. Krila

⁶ S. Delibašić, *Na krilima vетра*, Magazin "Politikin zabavnik", br. 3087, (2011.).

generišu silu podizanja dejstvom pokretnog vazduha iznad površine krila. Na isti način funkcioniše i zmaj. Vetar duva u pravcu zmaja i pomalo ispod njega. Time se stvara podizanje. Slika u nastavku ilustruje ovo:



Slika 15: Pravci duvanja vetra i uzletanje zmaja

Na slici se vidi da je kanap vezan za zmaja na različitim mestima. Za dodatnu stabilnost (kao i estetske vrednosti), na zadnji deo zmaja se često dodaje rep. Ako vetar duva na rep sa strane, zmaj se rotira sve dok rep (i zmaj) ne dođe u liniju sa vетром. Ovo omogućava da zmaj uvek leti u pravcu vetra. Sljedeća slika prikazuje neke zmajeve sa repovima.



Slika 16: Rep usmerava zmaja u pravcu vetra

Kao što je prikazano na slici 15, sila podizanja se generiše u pravcu normale na vетар, a sila otpora se generiše u pravcu paralelnom na vетар. To je isti princip kao kada se ispruži ruka kroz prozor vozila u pokretu – ruka se zaokreće u smeru kazaljke na satu, jer vетар potiskuje ruku (usled sile podizanja) i gura unazad (zbog sile otpora). I podizanje i otpor su neizbežne posledice prisutne aerodinamike. Jedno bez drugog ne mogu.

Pošto je sila podizanja, koja deluje na zmaja, obično prilično mala, zmajevi se prave od veoma lakih i krutih materijala, da bi uzleteli i ostali u jednom komadu.

Da bi zmaj uzleteo, ponekad je potrebno da potrčite i vučete zmaja iza sebe. Tako pravite prividni vетар koji stvara silu podizanja i potiskuje zmaja na gore. Kada zmaj dosegne dovoljnu nadmorskú visinu, gde je vетар dovoljno jak, vaša aktivnost prestaje, a zmaj nastavlja sam svoj let⁷.

⁷ <http://www.real-world-physics-problems.com/physics-of-kite-flying.html>

2.4. Fizika veslanja

Veslanje je pojedinačni i ekipni sport na vodi, u kojem pojedinac, ili više njih koji se nalaze u čamcu, pokreću čamac u kojem sede, snagom svojih mišića preko poluga koje se zovu veslima.

Veslo je dugačka poluga, koja na jednom svom kraju ima rukohvat, dok drugi kraj, koji je širi i pljosnatiji (lopata), ulazi u vodu.

Veslanje je poznato još od najstarijih vremena. Duge čamce na rekama i jezerima su prvi upotrebljavali Kinezi, a Grci su još na Panatenejskim i Istmijskim igrama priređivali veslačka takmičenja.

Prva zabeležena veslačka takmičenja su održana 1315. godine u Veneciji, a kao sport, veslanje se pojavilo u Engleskoj u XVIII veku. Veslanje nije bilo na programu prvih Olimpijskih igara 1896. godine, ali već u Parizu 1900. godine je uvršteno u program i od tada je prisutno na svim dosadašnjim letnjim i zimskim igrama u muškoj, a od 1976. godine i u ženskoj konkurenciji.

Veslački čamci su često menjali oblik i konstrukciju. Prva pomična sedišta u čamcu su upotrebljena 1896. godine i izazvala su velike promene u tehnici veslanja. Postoje dve vrste čamaca i predstavljaju dve veslačke forme: rimen i skul.

U rimenu, svaki veslač vesla jednim vesom dužine od oko 3.8 m, dok u skulu vesla sa dva vesla, svako dužine od oko 3 m. Svaki veslač je ledima okrenut smeru kretanja čamca, a sila se proizvodi sinhronizovanim kretanjem veslačevih nogu, trupa i ruku, preko vesla na vodu. Veslač sedi na pokretnom sedištu koje se pomera na dve paralelne šine. Svako veslo leži u "viljušci" U-oblika, pričvršćenoj na metalnoj osovini za trup čamca.

Pogon

Čamac se pokreće na osnovu III Njutnovog zakona – veslom se voda pomeri u jednom smeru, a čamac se kreće u suprotnom smeru.

Impuls koji se prenese na vodu će biti jednak, a suprotno usmeren impulsu koji će



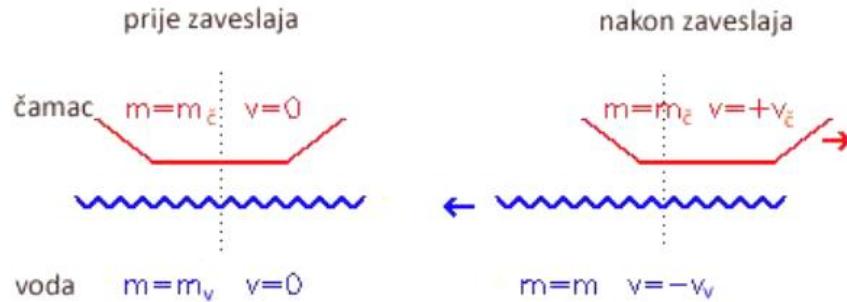
Slika 17: Veslanje – sport na vodi

čamac steći.

Impuls se računa kao proizvod mase tela (m) i brzine tela (V):

$$p = m V \quad (2.4.1)$$

Razmtrimo slučaj pre i posle zaveslaja:



Slika 18: Čamac na vodi pre i posle zaveslaja

Pre zaveslaja, ukupni impuls je nula, jer sve miruje:

$$p = 0 \quad (2.4.2)$$

Posle zaveslaja, ukupni impuls je:

$$p = m_c V_c - m_v V_v = 0 \quad (2.4.3)$$

jer ukupni impuls ostaje nepromenjen (II Njutnov zakon).

Pri čemu su oznake: m_c – masa čamca

V_c – brzina čamca

m_v – masa vode

V_v – brzina vode

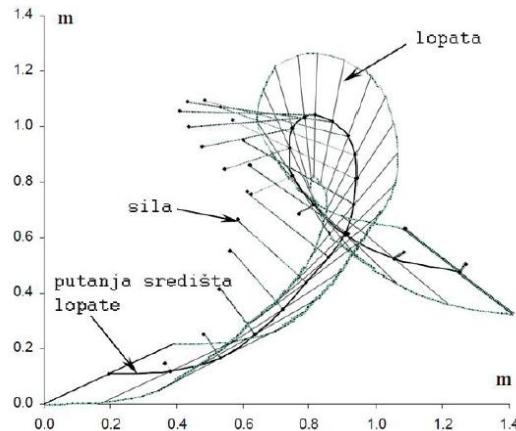
Na primer, ako je masa čamca i posade (veslača) $m_c = 100$ kg i iz mirovanja stekne brzinu od $V_c = 1$ m/s, onda 10 kg vode ($m_v = 10$ kg) treba ubrzati do brzine od 10 m/s ($V_v = 10$ m/s) ili 20 kg vode ($m_v = 20$ kg) do 5 m/s ($V_v = 5$ m/s), ili, bilo koja druga kombinacija $m_v V_v$ koja daje jednak proizvod kao $m_c V_c$:

$$m_v V_v = m_c V_c = 100 \frac{kg \cdot m}{s}$$

Za vreme zaveslaja (kada se čamac već kreće), guranje vode unazad, da bi se

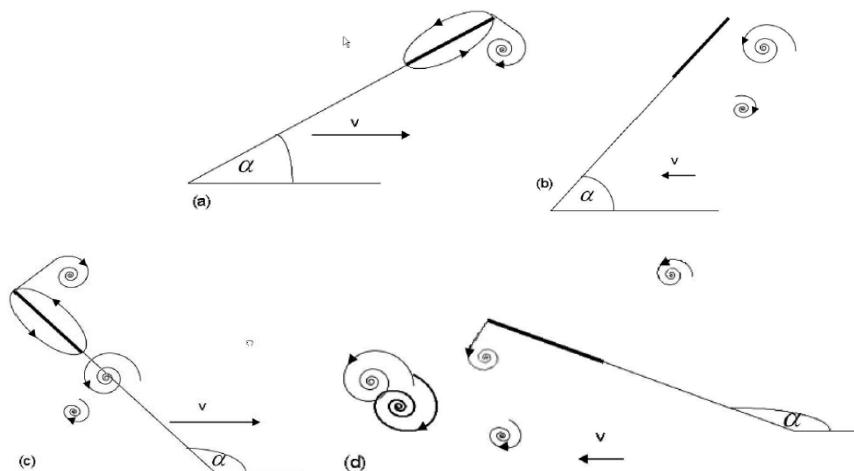
čamac kretao unapred, je manje uočljivo (izgleda kao da su vesla u zahvatu "zakačila" vodu). Ali, ako se pogleda vir nakon vađenja vesla iz vode, vidi se da se voda pomerila.

Da bi se čamac ubrzao, mora postojati proklizavanje vesla, ali ono mora da bude što manje, iz energetskih razloga.



Slika 19: Diagram položaja lopate vesla i sile na lopatu

Efikasnost potiska lopate vesla, pri zahvatu i kraju zaveslaja, je veća zbog hidrodinamičkog uticaja (tačan ideo hidrodinamičkog uticaja još nije izmeren). U sredini zaveslaja preovladava potisak usled sila na lopati vesla.



Slika 20: Delovanje hidrodinamičke sile na lopatu vesla

- a.) Preovladavajuće hidrodinamičko delovanje; b.) Počinje preovladavajuće delovanje sile na lopati koja potiskuje vodu
c.) Ponovno pojavljivanje hidrodinamičkog delovanja; d.) Predug zaveslaj na kraju nije delotvoran:

-Ruke su preslabe i ne mogu održati potisak nogu i trupa

-Nema više hidrodinamičkog delovanja

Pogon se povećava:

- Odabirom veće površine lopate
- Težim prenosom
- Iskorišćenjem hidrodinamičkog dejstva – primenom veće sile na početku zaveslaja pri oštrom ugлу vesla
- Držanjem lopate vesla na optimalnoj dubini ispod vode pod uglom $4 - 6^{\circ}$ ⁸.

Otpor

Kada se tela kreću kroz fluide, ona polako usporavaju zbog otpora. Ovo, ustvari, predstavlja prenos impulsa sa tela na fluid – kada telo usporava, okolni fluid ubrzava, tako da ukupni impuls ostaje konstantan.

Kod kretanja čamca, javlja se više otpora:

- Otpor površine (*Skin Drag*) – zbog trenja vode sa trupom čamca (~80%)
- Otpor oblika (*Form Drag*) – zbog turbulencije koju stvara prolaz trupa kroz vodu
- Otpor talasa (*Wave Drag*) – zbog gubitka energije na pravljenje talasa

Otpor vode:

Otpor površine je proporcionalan kvadratu brzine.

Ako prepostavimo da otpor površine preovladava, ukupan otpor (R) se može napisati kao:

$$R = a \cdot V^2 \quad (2.4.4)$$

gde je: V – brzina

a – je konstanta koja zavisi od vlažnosti površine i oblika trupa (ostaje ista za dati brod i posadu)

Da bi veslači održavali brzinu stalnom, primenjena sila mora da bude jednaka

⁸ V. Kleshnev, *Propulsive Efficiency of Rowing*, Australian Institute of Sport, Canberra, Australia, 1999.

otporu, tako da ubrzanje ili usporavanje ne postoji. Stoga, prosečna potrebna snaga (P) je:

$$P = F \cdot V = R \cdot V = a \cdot V^3 \quad (2.4.5)$$

To znači da, ako želimo da udvostručimo brzinu čamca, moramo uložiti $2^3 = 8$ puta više snage. Ili, ako se snaga udvostruči, brzina se poveća samo $1.26 (= 2^{1/3})$ puta.

Zato, ako se vesla punom snagom zaveslaja, teže nego što se očekuje će se prestići posada koja vesla sa pola snage. Na brzinu, najveći uticaj ima vlažnost površine čamca, a ne masa.

Otpor vazduha:

Vazduh utiče na sličan način (i vazduh je fluid). Uticaj otpora vazduha, koji miruje, je samo nekoliko procenata od vrednosti otpora vode. Kako se vazduh kreće i njegova brzina često menja, pri jakom vетру, uticaj vazduha može da ima i veće vrednosti.

Pri otporu vazduha, značajan je oblik (tela veslača, vesla, čamac sa izbočinama, ...). Kako otpor raste sa kvadratom brzine, a ako je brzina vesla oko 15 m/s (50 km/h), bitno je okretanje vesla.

Kinetička energija

Kroz primer sa početka, određena brzina čamca se može postići, bez obzira da li se mala masa vode prebacuje brzo ili velika masa vode polako, sve dok je ukupan impuls ostao isti.

Razmotrimo sada ukupnu kinetičku energiju ($E_k = \frac{mV^2}{2}$) koja ostaje u sistemu nakon zaveslaja:

$$E_k = \frac{m_{\check{c}}V_{\check{c}}^2}{2} + \frac{m_vV_v^2}{2} \quad (2.4.6)$$

U primeru na početku imali smo dva slučaja. Ova dva slučaja daju različite rezultate!

1. slučaj: $m_v = 10 \text{ kg}$; $V_v = 10 \text{ m/s}$

$$E_k = \frac{100kg \cdot \left(1\frac{m}{s}\right)^2}{2} + \frac{10kg \cdot \left(10\frac{m}{s}\right)^2}{2} = 550J$$

2. slučaj: $m_v = 20 kg$; $V_v = 5 m/s$

$$E_k = \frac{100kg \cdot \left(1\frac{m}{s}\right)^2}{2} + \frac{20kg \cdot \left(5\frac{m}{s}\right)^2}{2} = 300J$$

Ova kinetička energija predstavlja mehanički rad koji izvrši veslač, ali u prvom slučaju, on mora da izvrši skoro duplo veći rad nego u drugom slučaju, radi postizanja iste brzine!

Za postizanje date brzine čamca, potrebno je manje energije ako se veća količina vode prebacuje polako, nego kada se manja količina vode prebacuje brzo.

Ovo je osnovni argument za odabir veličine lopate vesla, po principu "veće je bolje", i zadržavanja dubine vesla do kraja zamaha.

To je i jedan od razloga zašto je skup čamac sa istim brojem veslača, brži od rimen čamca (ukupno veća površina lopata vesla).

Centar mase

Veslački čamac nije jedno kruto telo – sastoji se od tri odvojena dela:

1. Posada - 70 - 80 % ukupne mase
2. Trup čamca (sa kormilarom) – 20 – 30 % ukupne mase
3. Vesla – manje od 5 % ukupne mase i za sada će se zanemariti

Centar mase (CM) celog sastava je prosek položaja centara masa njegovih delova. Dok centri masa pojedinaca mogu da se kreću jedan u odnosu na drugi, centar mase sastava ne može da promeni svoju brzinu, sve dok na njega ne deluje neka spoljašnja sila (I Njutnov zakon).

Ako posada mase (m_p) sedi na zadnjem delu čamca, čamac mase m_c se kreće brzinom V_u (ukupna, zajednička brzina), ukupan impuls sistema je tada:

$$p_u = m_p V_u + m_c V_u \quad (2.4.7)$$

Kada se posada pokrene prema krmi brzinom – V_p , u odnosu na ukupnu brzinu V_u , da bi se očuvalo impuls, čamac se mora pokrenuti napred drugom relativnom brzinom čamca $V_{č}$:

$$m_p V_u + m_{č} V_u = m_p (V_u - V_p) + m_{č} (V_u + V_{č}) \quad (2.4.8)$$

ili

$$m_p V_p = m_{č} V_{č} \quad (2.4.9)$$

Na primer, ako je masa posade m_p 80% od ukupne mase (tj. m_p je $4/5$ od $m_p + m_{č}$), tada je: $m_p = 4 m_{č}$, pa je $V_{č} = 4 V_p$.

Ako se posada pokrene prema krmi brzinom $V_p = 0.2$ m/s, čamac će se pokrenuti u suprotnom smeru brzinom $V_{č} = 4 \cdot 0.2$ m/s = 0.8 m/s. Za 1 s, veslačima izgleda kao da su se pomerili 1 m prema krmi čamca, ali za nekoga ko ovo posmatra sa strane, to izgleda kao da se brod 80 cm kretao ka posadi.

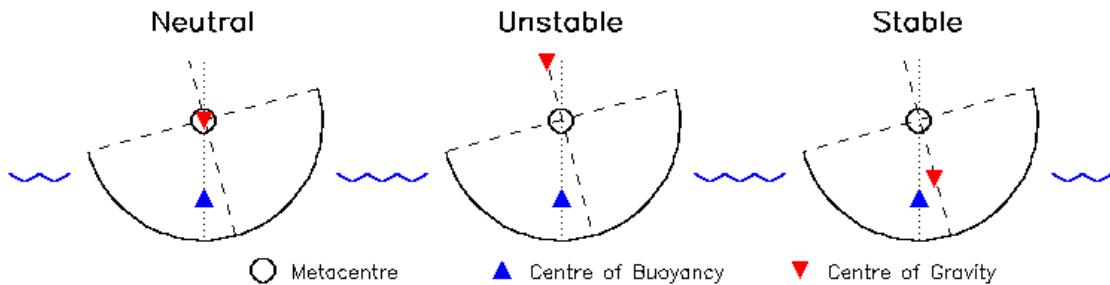
Centar mase, kinetička energija i brzina:

1. Prolazak lopate vesla kroz vodu, i to samo početak ove akcije, mora biti naglašen, što jači, jer se samo za vreme zaveslaja povećava brzina sistema
2. Za vreme zaveslaja, treba se fokusirati na ubrzanje mase veslača, jer je ona najveći akumulator kinetičke energije
3. Ukupna količina energije koja se akumulira za vreme zaveslaja, određuje srednju brzinu sistema
4. Sila na nogaru mora biti naglašena, jer jedino ona ubrzava centar mase veslača
5. U povratku po zaveslaj, kinetička energija CM veslača se predaje CM čamca, te on ubrzava

Ravnoteža

Čamac pluta, jer gravitaciona sila, koja deluje naniže, se tačno poklapa sa silom potiska, koja deluje naviše. Gravitacija deluje kao da je ukupna masa sistema skoncentrisana na jednom mestu, poznatom kao centar mase ili centar gravitacije (CG). Sila potiska deluje kao da se primjenjuje na jednom mestu, poznatom kao centar potiska (CP). CP se poklapa sa CG raseljene tečnosti, što nije isto kao kada je u pitanju CG samo plutajućeg tela.

Kako se telo (veslač) kotrlja (njiše), CP se pomera u odnosu na trup.



Slika 21: Vrste stabilnosti čamca na vodi

Na primer, kada je trup uspravan, CP se nalazi duž isprekidane linije, ali ako se trup savije u suprotnom smeru od kazaljke na satu (kao na slici iznad), CP je pomeren u odnosu na isprekidanu liniju.

Presek vertikalnih linija (sila potiska) CP u različitim pozicijama, naziva se metacentar. Ako uronjeni trup ima oblik kružnog preseka (tj. cilindričan oblik), metacentar (M) se nalazi u centru krivine. Da li telo pliva stabilno ili labilno na vodi, zavisi od relativnih pozicija metacentra (M) i centra gravitacije (CG).

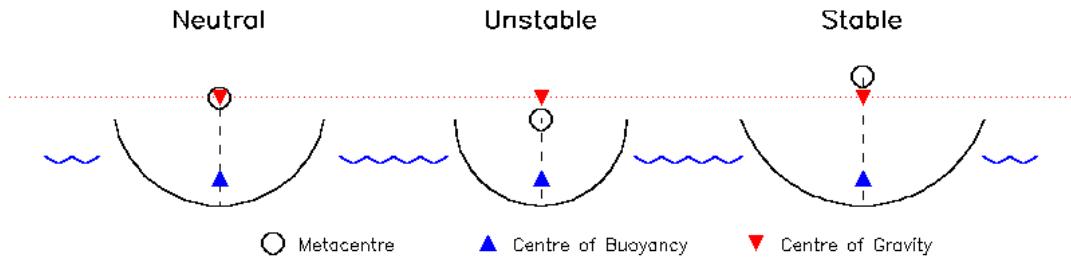
Slika skroz levo (slika 21), pokazuje slučaj gde se M i CG poklapaju. Pod bilo kojim uglom pomeranja, sila potiska je uvek direktno ispod gravitacione sile i bez neto rezultata momenta okretanja, samim tim, položaj pod bilo kojim uglom će se nalaziti u "neutralno stabilnom" stanju. Primer ovoga je plutajući cilindar, gde su CG i M poklapaju sa centralnom osom.

Srednja slika ilustruje slučaj jednog trkačkog čamca – metacentar se nalazi blizu nivoa vode. Da bi se ostvario efikasan zaveslaj, posada mora da sedi nekoliko centimetara iznad nivoa vode, pa se CG (uglavnom od posade) nalazi iznad M. Ako se čamac pomera u smeru suprotnom od kazaljke na satu, potisak nastavlja da deluje nagore kroz M, a gravitacija deluje nadole u CG, koji je sada pomeren na levu stranu, pa je okretanje u smeru suprotnom od kazaljke na satu generisano i pojačava ulogu – u suštini, ceo sistem je nestabilan.

Slika desno prikazuje slučaj kada je CG ispod M, pa je čamac, u ovom slučaju, stabilan u svakom položaju. Primer je kanu, sa niskim sedanjem u širem čamcu.

Stabilnost je određena samo relativnim položajem težišta (CG) i metacentra. Sasvim je moguće da se postigne stabilnost kada jedan veslač sedi iznad vodene površine u čamcu koji ima pliću krivinu (slika ispod). To je razlog zašto su čamci za obuku stabilniji od trkačkih čamaca. Nedostatak je veća površina, a samim tim i otpor⁹.

⁹ <http://www.atm.ox.ac.uk/rowing/physics/basics.html>



Slika 22: Stabilnost čamaca različitih poluprečnika krivina

2.5 Fizika košarke

Vazdušni donovi

Igrati košarku, može da bude i jeste zabavno, ali igrati je bez patika sigurno bilo bolno. Međutim, nisu sve patike stvorene za košarku – neke su bolje, a neke lošije. Izrada patika za košarku, ili neki drugi sport u kojem one igraju veliku ulogu, može biti vrlo zanimljiva i zahteva mnogo istraživanja.

Pa, počnimo od nogu . . .

Da li ste se ikada zapitali koliko puta košarkaš skoči u toku svoje karijere? To može okvirno da se proceni sledećim zaključivanjem: neka na svakom treningu košarkaš načini 50 skokova, što je otprilike jedan skok u dva minuta. Košarkaš će skočiti 150000 puta u toku 10 godina karijere, ukoliko ima 300 treninga i utakmica godišnje.

Ali, njegovim “mukama” tu nije kraj: pored neprestanog skakanja, mora stalno i da trči. U toku trčanja, ljudsko telo je podvrgnuto silama koje su često dva i po puta veće od same težine tela, a prilikom skakanja te sile su sedam puta veće od težine. Očigledno je da, usled ogromnog broja skokova, može vrlo lako doći do povrede stopala ili nekih drugih delova tela. Patike zato služe da bi smanjile rizik od povrede, ali i da bi sportisti obezbedile bolje rezultate.

Veliki proizvođači patika moraju da vode računa o ove dve svrhe i da ih međusobno usklade. Zato, u pravljenju patika učestvuјe tim istraživača iz različitih oblasti, kao što su biofizika, mehanika, nauka o materijalima, ... U zavisnosti od vrste sporta za koji su namenjene, patike imaju različite osobine.

Osnovni delovi patika su lice, uložak, srednji đon i spoljašnji đon. Lice patike mora da se slaže sa oblikom stopala i, naravno, da lepo izgleda.

Za košarkaše je veoma bitno da patike budu što dublje, tj. da lice patika doseže do članaka i da u okolini pete ima ojačanje. Time se povećava stabilnost i smanjuje mogućnost povrede članka. Materijali od kojih je napravljeno lice moraju da budu izdržljivi i fleksibilni, naročito u predelu zglobova (korena) prstiju. Trebalo bi da budu i što lakši, da bi patike bile lagane. Neki materijali lakše sprovode toplotu izvan patika i tako sprečavaju preveiko zagrevanje.

Ulošci služe da stopala lepo legnu u patike, ali i za raspoređivanje toplote, upijanje vlage i ponekad, kao ortopedsko pomagalo.

Kao što je već pomenuto, sile koje košarkaši trpe su do sedam puta veće od težine

tela. Da bi se mišićno-skeletni sistem (kosti, mišići, ligamenti i titive) što manje trošio u takvima situacijama, potrebno je na neki način ublažiti njihovo dejstvo.

Osnovna funkcija srednjeg đona jeste da te sile delimično prenese sa ljudskog tela na patike. Na taj način se smanjuje rizik od povrede.

Danas postoji mnoštvo sistema za ublažavanje sila (u koje spadaju različiti vazdušni i fluidni sistemi) koji se razlikuju u zavisnosti od sporta kojim se čovek bavi i njegove lične biomehanike. Na primer, ljudima koji pri trčanju prvo udaraju petama u podlogu potreban je drugačiji sistem ublažavanja (a samim tim i srednji đon) od onih koji prvo udaraju prednjim delom stopala.

Srednji đon ne sme biti previše mek, jer bi u suprotnom bila narušena stabilnost sportiste. Još jedna važna karakteristika srednjeg đona jeste njegova savitljivost, koja se mora uskladiti sa ulogom ublažavanja sila.

Većina patika ima u srednjem đonu određene "linije savitljivosti" koje se nalaze u blizini mesta gde se stopalo prirodno savija. Ove linije savitljivosti su integrisane sa linijama savitljivosti spoljašnjeg đona.

Košarkaši, za razliku od biciklista, moraju da imaju savitljive đonove. Biciklistima je važno da patike budu što čvršće, jer se na taj način sva energija mišića prenosi na pedale. Svaki nepotreban pokret, kao što je savijanje prstiju, za biciklistu je bačena energija. Da bi patike bile funkcionalne duže vreme, spoljašnji đon mora dobro da štiti srednji đon.

U košarci, grač mora često da se naglo zaustavi ili krene. Zbog toga je važno da đon patika ima dovoljno veliki koeficijent trenja, i to u svim pravcima. Ukoliko bi patike imale malo trenje, recimo, u pravcu normalnom na pravac stopala, ne bi bile pogodne za košarku, jer bi lako proklizavale u stranu. Sa druge strane, koeficijent trenja ne sme biti prevelik, jer bi se prilikom naglog zaustavljanja igrač mogao povrediti. U laboratorijama se simuliraju uslovi koji se javljaju u igri, na primer, vlažnost, temperatura, brzina kretanja, pravac kretanja (trčanje ili rotacija) i u njima se testiraju različiti materijali i raspored šara na đonovima.

Ako ste se ikada zapitali zašto je đon patika deblji kod pete nego kod prstiju, odgovor leži u tome da košarkaši moraju često da se zaustave naglo i isto tako da krenu napred. Nagib patika omogućava da im telo uvek bude nagnuto unapred, kako bi se lakše pokretali (štedi im energiju koju bi morali da ulože da telo dovedu u nagnuti položaj).

Kada je zima napolju, najbolje je držati se stare dobre izreke: "Čizma glavu čuva", ali ako igrate košarku, bilo bi možda bolje reći da glavu čuva patika.

Ikarov dvokorak

Izgleda kao da košarkaš pri skoku produžava svoje vreme u vazduhu dodatnim uvrtanjem tela i pružanjem ruku. Međutim, to je varka.

Legenda o Ikaru

Prema staroj grčkoj legendi, prvi čovek koji je leteo, bio je Ikar. Kralj Minosa je zamolio Dedala, Ikarovog oca, da mu sagradi labyrin za bika Minotaura, što je Dedal i učinio. Međutim, u strahu da bi mogli da otkriju tajnu labyrintha, kralj je zatvorio Dedala i Ikara u labyrin. Pošto je bio odličan konstruktor, Dedal je sebi i Ikaru napravio krila od ptičijih pera. Međutim, kada su pobegli iz labyrintha i poleteli, Ikar je toliko uživao u sopstvenom letu, da se uobrazio. Pomislio je kako bi mogao da stigne i do Sunca, ali kada se podigao na dovoljnu visinu, krila su mu se otopila od sunčeve toplove. Ikar je tako pao u more.

Nekada su dečaci mnogo maštali o letenju. Po školskim dvorištima razmenjivale su se sličice slavnih aviona, kao što su meseršmitovi, migovi i spiftajeri. Naravno, svi dečaci, bez izuzetka, želeli su da postanu piloti. Pojedinci, još nedorasli do mlađih fizičara, ali sa izvesnim potencijalom te vrste, nisu imali strpljenja da čekaju na godine pilotske obuke, već su uz pomoć krila od dasaka pokušavali da polete sa krova garaže. Takve akcije su se, naravno, neslavno završavale – obično uz prelom nečije noge ili ruke. Sva ta pilotska euforija brzo je nestala kada su na televiziji počeli da se emituju prenosи NBA utakmica. Letenje ispod koša i moćno zakucavanje zamenili su san o pilotiranju. Zapravo, nije se mnogo toga promenilo. Samo što se noge i ruke sada lome na košarkaškom terenu. Želja da se poleti, potpuno je ista.

Skok

Skakanje je glavna komponenta u fizici košarke. Košarkaš koji vodi loptu do koša, teško će odoleti da napravi dvokorak i skoči na koš. Ma kakvo bilo stanje na terenu, igrači obično imaju jake motive da na ovaj način daju koš. U žaru igre, dok je igrač u pokretu, verovatnoća da iz trka pogodi koš je mala. Obično se šutira iz stanja mirovanja, pošto lopta tada miruje na početku svog leta i košarkaš ima bolju kontrolu njene početne brzine. Kada se zaustavi da ispuca loptu, igrač računa i na "memoriju" svojih mišića – tokom treninga on je uglavnom pucao iz mirovanja. Međutim, brzina lopte koja se iz mirovanja ispuca na koš mnogo



Slika 23: Skok u košarci

je manja nego kada igrač sa loptom trči, ali je tada lopta dostupnija protivniku koji može da je uhvati. Pri trčanju, ukupna brzina izbačene lopte u odnosu na teren jednaka je zbiru brzine igrača i brzine kojom je lopta bačena. Zato je zakucavanje idealno rešenje, jer se tako koristi i brzina tela igrača. Noseći loptu kroz vazduh, igrač je štiti od protivnika na najbolji način. Najprecizniji način za gađanje pri takvom skoku je polaganje lopte u koš ili zakucavanje u sam obruč, pošto se pri običnom bacanju iz leta smanjuje preciznost, jer se igrač kreće. No, neki od veštijih igrača uspevaju da dodaju loptu saigraču kada već skoče pod koš. Lakše je dodati loptu, nego pogoditi koš, pošto lopta, iako ubrzana, ipak "vidi" dovoljno veliku površinu. Pri ovakovom dodavanju, igrač se obično kreće napred i okreće se oko sebe. Za to mu je potrebna velika snaga i mnogo veštine. Da bi uopšte napravio dvokorak i skočio do visine obruča, njegov odraz i budući skok moraju biti uvežbani¹⁰.

Kosi hitac

Ko je ikada gledao basket, a veruje svojim očima, lako se mogao uveriti da košarkaši lete kroz vazduh. Međutim, to je smr iluzija.

Kada se odraze i kreću kroz vazduh, oni svojim telom izvode svojevrsni kosi hitac. Na vrhu putanja obično rašire ruke, pa se čini da još uvek lete. No, svo vreme padaju u gravitacionom polju, kao i bilo koji predmet koji se baci pod uglom i leti po putanji u obliku parabole. Duž vertikalne ose, sva tela padaju istim ubrzanjem. Ako se dve lopte bace istovremeno sa iste visine – jedna se pusti da vertikalno pada, a druga se baci unapred – obe lopte će pasti na zemlju u istom trenutku. Slično je sa igračem i loptom – ma kakve putanje prešli, oboje padaju u istom trenutku na zemlju.

Pri zakucavanju, međutim, lopta ima dodatnu početnu brzinu usmerenu ka zemlji, tako da ona udara u zemlju pre igrača, što stvara iluziju da igrač ostaje da lebdi u vazduhu tokom svog pada. Izgleda kao da dodatnim uvrтанjem i pružanjem ruku, on produžava svoje vreme u vazduhu. Međutim, to je varka.

Precizna merenja i snimci brzom kamerom pokazala su da igrač, ma šta izvodio u vazduhu, uvek provodi jednak vremena u uzlaznoj, kao i silaznoj putanji svog skoka. Boravak u vazduhu može se produžiti samo ako se igrač zakači za koš pri svom skoku. Naravno, pitanje je veštine kako će igrač iskoristiti svoj skok.

Mada ne lete, za košarkaše postoji isto iskušenje koje je imao i Ikar kada je htio da se u svom letu uzdigne što više, a slepljena krila su mu se otopila na suncu. Ako

¹⁰ <http://www.real-world-physics-problems.com/physics-of-basketball.html>

košarkaš misli samo na lepotu svog skoka, ma kako visoko skakao, kada doleti do koša, lako se može desiti da mu lopta bude skinuta od strane protivnika.

Koliko ima vazduha u košarkaškoj lopti?

Često se u analizama kretanja košarkaške lopte mora uzeti u obzir njena rotacija, čime se odmah postavlja pitanje nepoznatog momenta inercije. Najjednostavnije je pretpostaviti da je lopta potpuno šuplja i da je sva njena masa koncentrisana na površini. Međutim, jasno je da lopta nije šuplja i da je ispunjena vazduhom. Razmotrimo sada, koliki je doprinos vazduha momentu inercije lopte.

Prema zvaničnim pravilima košarkaške igre, lopta treba da ima poluprečnik 12 cm i masu od 600 g. Ako pretpostavimo da je debljina materijala od kojeg je lopta napravljena 5 mm, sledi da zapremina vazduha u lopti iznosi 6.37 litara. Jednačinu idealnog gasa pišemo u obliku:

$$pV = \frac{m}{M} RT \quad (2.5.1)$$

Uzimajući da je molarna masa vazduha $M = 28.8 \text{ g/mol}$, na sobnoj temperaturi od $T = 20^\circ\text{C} = 293 \text{ K}$, dobijamo da je odnos pritiska i mase vazduha u lopti:

$$\frac{p}{m} = \frac{RT}{MV} = 0.13 \frac{\text{atm}}{\text{g}} \quad (2.5.2)$$

(jedna atmosfera odgovara pritisku od 101325 Pa, a to je vrednost atmosferskog pritiska).

Pritisak pravilno napumpane lopte je odštampan na svakoj lopti, oznakom "7-9 lbs". Ovo je nestandardna, američka mera i odgovara pritisku od 1.54 atm. Sada iz jednačine (2.5.2) možemo da izračunamo masu vazduha u pravilno napumpanoj lopti, i ona iznosi 11.8 g, odnosno 2 % ukupne mase lopte.

Da bismo potvrdili ova izračunavanja, odredili smo masu napumpane i ispumpane košarkaške lopte. Pri vršenju ovih merenja, neophodno je uzeti u obzir Arhimedovu silu potiska. Međutim, efekat sile potiska se može eliminisati merenjem težine lopte kada je: (a) potpuno napumpana i (b) ispumpana do atmosferskog pritiska. Naime, u slučaju (b) poluprečnik, a time i zapremina lopte se veoma malo smanje, pa je promena sile potiska zanemljiva. Na osnovu toga, razlika u dva merenja će predstavljati težinu vazduha koji se unese pumpanjem lopte.

Na osnovu jednačine (2.5.2), masa vazduha u lopti na atmosferskom pritisku iznosi 7.7 g. Ako sa m_v obeležimo masu vazduha u napumpanoj lopti, a sa Δm obeležimo

razliku u merenjima (a) i (b), dobijamo:

$$m_v = \Delta m + 7.7 \text{ g.}$$

Rezultati naših merenja su sledeći:

masa napumpane lopte iznosi 590.3 g, dok je masa lopte ispumpane do atmosferskog pritiska 586.3 g.

Na osnovu gornje formule za masu sada imamo da ukupna masa vazduha u napumpanoj lopti iznosi:

$$m_v = 4.0 \text{ g} + 7.7 \text{ g} = 11.7 \text{ g.}$$

što se slaže sa vrednošću koju smo teorijski predvideli.

Na osnovu ovih merenja možemo procenici i da li je lopta na kojoj smo vršili merenja bila ispravno napumpana.

Obeležimo sa m_{vi} masu vazduha u ispumpanoj lopti. Budući da je masa vazduha u lopti direktno proporcionalna pritisku, imamo:

$$\frac{m_v}{m_{vi}} = \frac{p}{1 \text{ atm}},$$

odakle, zamenom $m_v = 11.7 \text{ g}$ i $m_{vi} = 7.7 \text{ g}$, dobijamo:

$p = 1.52 \text{ atm}$, što je ekvivalentno sa 7.6 lbs, odnosno pripada propisanom opsegu pritiska. Dakle, lopta na kojoj su vršena merenja je bila ispravno napumpana.

Konačno, razmotrimo doprinos vazduha ukupnom momentu inercije lopte. Prepostavljajući da vazduh u lopti rotira zajedno sa njom i da je debljina gume zanemarljiva u poređenju sa poluprečnikom lopte, imamo:

$$I = I_v + I_l = \frac{2}{5} m_v R^2 + \frac{2}{3} m_l R^2 = \frac{2}{3} (m_l + m_v) R^2 \left(1 - \frac{2}{5} \frac{m_v}{m_v + m_l} \right),$$

gde je m_l masa lopte bez vazduha, a R poluprečnik.

Drugi sabirak u zagradi predstavlja popravku na aproksimaciju da je sva masa lopte koncentrisana na njenoj površini. Budući da je masa vazduha samo 2 % ukupne mase lopte, drugi sabirak iznosi $0.008 = 0.8 \%$. Dakle, pomenuta aproksimacija procenjuje moment inercije za manje od jednog procenta, što se za većinu razmatranja može svakako smatrati zanemarljivim.

Ako bismo uzeli u obzir činjenicu da površina lopte nije homogena, već da na njoj postoje šare i ventil za naduvavanje, morali bismo da izvršimo novu korekciju momenta impulsa. Međutim, ta korekcija je još manja od one koju smo razmotrili u prethodnom delu, pa ćemo je zanemariti.

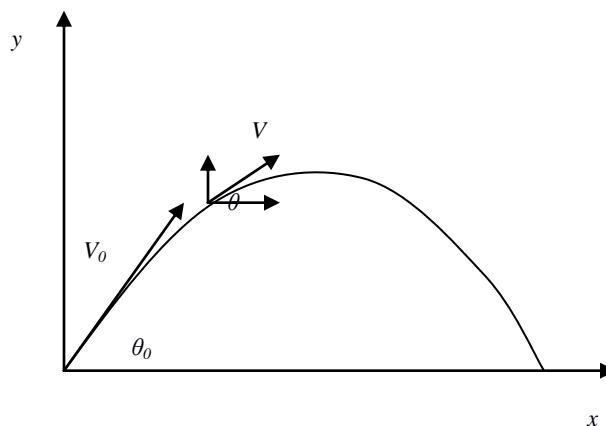
Kako pogoditi koš?

Profesionalni košarkaš savršeno dobro oseća kako treba da uputi loptu da bi ona prošla kroz obruč. Taj osećaj je stekao trenirajući hiljadama sati i igrajući na velikom broju utakmica. Ali da nam ovaj profesionalac objasni šta se dešava sa stanovišta fizike kada lopta putuje prema košu, verovatno ne bismo dobili potpun odgovor.

Zato, razumevanje fizičkih principa koji se prepoznaju u toku košarkaške utakmice verovatno neće omogućiti nekom profesionalcu da postigne bolje rezultate, ali će mladim fizičarima pomoći da bolje shvate i fiziku i košarku.

Osnovni cilj kojem košarkaši teže je da postignu više poena od svog protivnika. Zato je vrlo važno da iskoriste svaku priliku za postizanje koša. Kada se nađe na određenom rastojanju od koša, košarkaš ima beskonačno mnogo trajektorija, sa određenim početnim brzinama i uslovima pod kojim je lopta poslata, koje povezuju ruke igrača i obruč koša. Postoji mnogo trajektorija koje će, umesto u obruču, završiti pored njega. Ipak, i među uspešnim trajektorijama postoji jedna koja je najbolja. To je ona trajektorija kod koje je početna brzina najmanja. Pokušajmo da odredimo tu trajektoriju.

Prva pretpostavka nam je da se lopta kreće u homogenom gravitacionom polju, sa početnom brzinom V_0 koja zaklapa ugao θ_0 sa horizontalom.



Slika 24: Koordinatni sistem i oznake korišćene za opis kretanja kosog hica

Ako su koordinate i oznake izabrane kao na slici 24, jednačine koje opisuju x i y koordinatu lopte nakon vremena t će biti:

$$x = V_0 t \cos \theta_0 \quad \text{i} \quad y = V_0 t \sin \theta_0 - \frac{gt^2}{2},$$

gde je g gravitaciono ubrzanje. Ovo kretanje može da se vidi kao kombinacija dva istovremena kretanja: u pravcu x ose to je kretanje sa konstantnom brzinom, a u pravcu y ose to je kretanje sa konstantnim ubrzanjem. Komponente brzine lopte nakon vremena t su:

$$V_x = V_0 \cos \theta_0 \quad \text{i} \quad V_y = V_0 \sin \theta_0 - gt.$$

Ugao θ , kojeg vektor brzine lopte zaklapa sa horizontalom u proizvolnjom trenutku, zadovoljava jednačinu:

$$\tg \theta_0 = \frac{V_x}{V_y} = \tg \theta_0 - \frac{gt}{V_0 \cos \theta_0}.$$

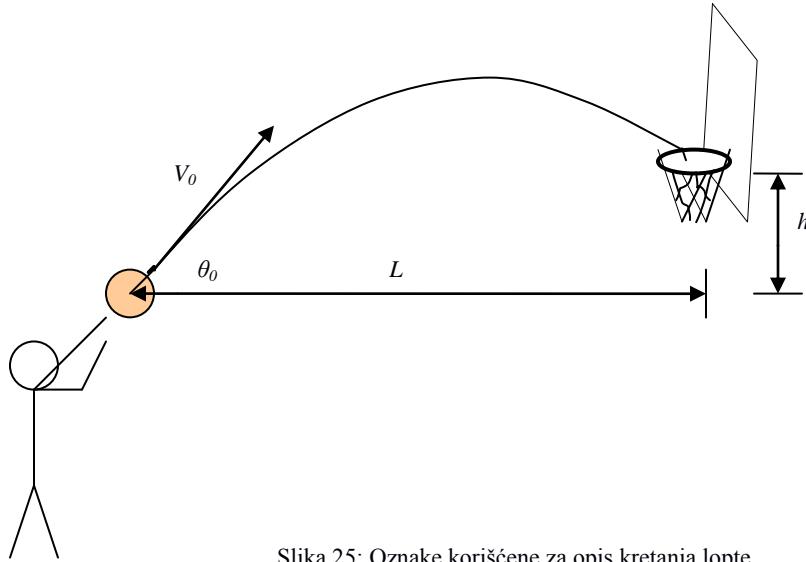
Eliminacijom vremena t iz gornjih jednačina dobijaju se sledeće relacije:

$$\tg \theta = \frac{2y}{x} - \tg \theta_0 \quad (2.5.3)$$

$$V_0^2 = \frac{gx}{2 \cos^2 \theta_0 (\tg \theta_0 - \frac{y}{x})} \quad (2.5.4)$$

Gornje jednačine opisuju kretanje lopte po paraboli. Karakteristične brzine lopte su relativno male – do 10 m/s. S druge strane, površina lopte je relativno velika, tako da je sila otpora vazduha mala, ali ipak nezanemariva. Zato putanja lopte odstupa od parabole. Za početak, mi ćemo zanemariti silu otpora vazduha i smatraćemo da se lopta kreće po paraboli.

Na slici 25 je prikazana putanja lopte koja prolazi kroz centar koša. Da bismo zadržali oznake iz prethodnog razmatranja, koordinatni početak ćemo postaviti na početak trajektorije, a to je na mestu gde je igrač izbacuje.



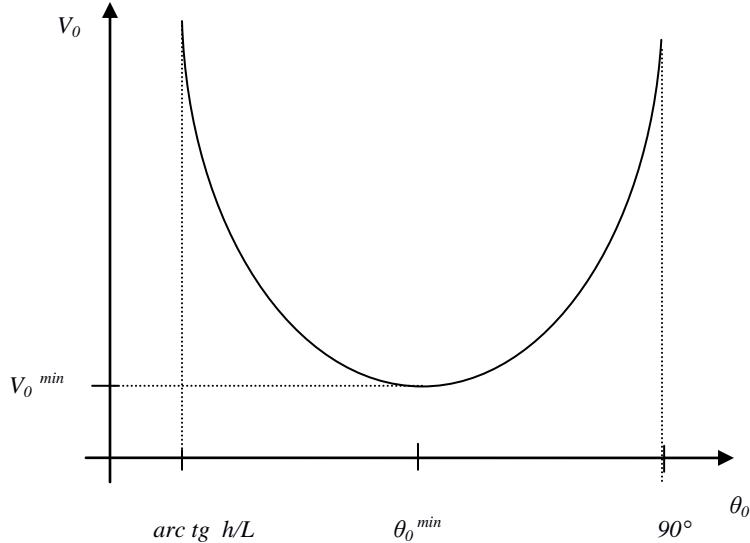
Slika 25: Oznake korišćene za opis kretanja lopte

Lopta će ući u koš, ako prođe kroz tačku sa koordinatama ($x = L$, $y = h$). Ovde su L i h horizontalno i vertikalno rastojanje od ruku igrača do sredine obruča. Na osnovu jednačine (2.5.4), da bi šut završio u košu, potrebno je da bude zadovoljeno:

$$V_0^2 = \frac{gx}{2\cos^2 \theta_0 (\tan \theta_0 - \frac{h}{L})} \quad (2.5.5)$$

Poslednja jednačina povezuje V_0 i θ_0 preciznog šuta, koji prolazi kroz centar obruča. Za svaki ugao θ_0 može se naći odgovarajuća brzina kojom lopta treba da krene. Stoga kažemo da poslednja jednačina opisuje familiju parabola koje nas interesuju.

Na slici 26, prikazan je grafik zavisnosti V_0 i θ_0 za fiksiran položaj (L, h).



Slika 26: Grafik zavisnosti $V_0(\theta_0)$

Primetimo da ova kriva ima minimum. Maturanti srednje škole znaju da izračunaju da se minimalna brzina dobija za ugao:

$$\theta_0^{\min} = 45^\circ + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{h}{L} \quad (2.5.6)$$

tako da je minimalna brzina:

$$V_0^{\min} = \sqrt{g(h + \sqrt{h^2 + L^2})}. \quad (2.5.7)$$

Sledeće ograničenje na dozvoljene vrednosti ugla θ_0 se dobija kada primetimo da lopta mora da upadne u koš, odnosno da se nalazi na padajućem delu parabolične trajektorije kada stigne do koša. Da bismo taj kriterijum napisali matematički, definisaćemo ugao ulaska lopte u koš θ_1 kao ugao između horizontale i tangente na trajektoriju kada lopta prolazi kroz ravan obruča, kao što se vidi na slici 25. Koristeći jednačinu (2.5.3) dobijamo izraz za θ_1 . Pošto je θ_1 pozitivan ishod horizontale, a θ_0 se meri kao pozitivan ugao iznad horizontale, iz jednačine (2.5.3) se dobija:

$$\frac{2h}{L} - \operatorname{tg} \theta_0 = \operatorname{tg} \theta = \operatorname{tg}(-\theta_1) = -\operatorname{tg} \theta_1$$

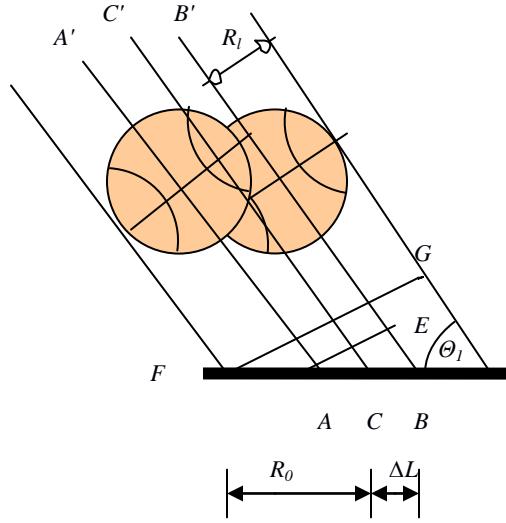
ili

$$\operatorname{tg} \theta_1 = \operatorname{tg} \theta_0 - \frac{2h}{L} \quad (2.5.8)$$

Stoga, uslov $\tan \theta_0 > 2h/L$ mora da bude zadovoljen kada lopta ulazi u koš. Međutim, kao što ćemo uskoro videti, postoje dodatna ograničenja na ugao θ_0 .

U skladu sa zvaničnim pravilima, obruč koša ima prečnik 45.7 cm, dok je obim lopte oko 76 cm, tako da je prečnik lopte oko 24 cm i malo je veći od polovine prečnika obruča. Centar lopte ne treba nužno da prođe tačno kroz centar obruča da bi bio postignut koš.

Prepostavimo da se parabola po kojoj ide lopta nalazi u ravni u kojoj je i centar obruča.



Slika 27: Pogled sa strane na koš pri pogotku

Na slici 27 prikazan je presek obruča u ravni trajektorije. Označimo sa $C'C$ pravac tangente trajektorije koja prolazi kroz centar obruča, sa uglom ulaska u koš θ_1 . Neka su $A'A$ i $B'B$ paralele sa $C'C$, pri čemu prva od njih prolazi kroz centar lopte koja ulazi u koš neposredno uz prednji kraj obruča, a druga, analogno, odgovara slučaju ulaska lopte u koš blizu stražnjeg kraja obruča (sa stanovišta igrača). Duži FG i AE su normalne na $A'A$, $B'B$ i $C'C$. Ako sa R_1 označimo poluprečnik lopte, onda važe sledeće geometrijske relacije:

$$FG = 2R_0 \sin \theta_1, \quad AE = FG - 2R_1$$

iz čega se dobija:

$$AB = 2\Delta L = \frac{AE}{\sin \theta_1},$$

odnosno:

$$\Delta L = R_0 - \frac{R_1}{\sin \theta_1}. \quad (2.5.9)$$

Ovde je ΔL dozvoljena poluširina intervala horizontalnog rastojanja od igrača do centra obruča pri pogotku. Dakle, košarkaš će pogoditi koš ukoliko se lopta nalazi na trajektoriji za koju je horizontalno rastojanje unutar intervala $L \pm \Delta L$, odnosno veće od $L - \Delta L$ i manje od $L + \Delta L$. Ovaj rezultat liči na rezultat merenja u fizici, jer je dat intervalom, odnosno centralnom vrednošću i širinom greške. Ako je:

$$\sin \theta_1 = \frac{R_1}{R_0} \rightarrow \theta_1 = 32^\circ$$

tada je $\Delta L = 0$. U slučaju da je $\theta_1 < 32^\circ$, lopta ne može da uđe u koš. Tada će pogoditi u prednji deo obruča i odbiti se od njega (postoji vrlo mala verovatnoća da će lopta dalje udariti u tablu, a zatim u koš). Vrlo je važno zapaziti da ΔL raste sa porastom θ_1 , a to znači da lopta koja upada u koš pod većim uglom, "vidi" veći koš.

Videli smo da košarkaš ima određenu slobodu prilikom šutiranja na koš, koja se neće odraziti na uspešnost konačnog rezultata (pogodak ili promašaj). Sada možemo da ispitamo kolike mogu da budu greške početne brzine i početnog ugla, a da bude postignut koš.

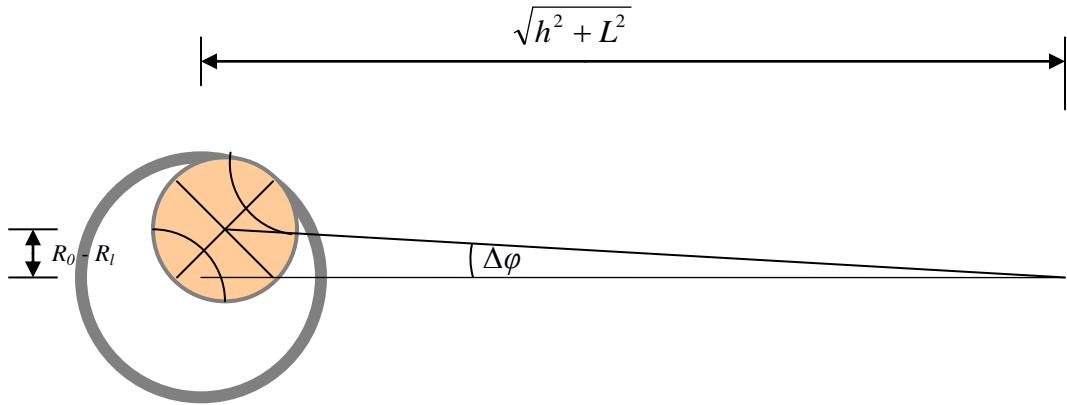
Ako je lopta bačena pod uglom θ_0 , tada postoji oblast vrednosti $V_0 \pm \Delta V$ za koje je šut uspešan. Ovde je ΔV granica greške za brzinu, a tu veličinu izračunavamo na sledeći način: najpre odredimo V_0 za date vrednosti h , L i θ_0 , a zatim umesto L stavimo $L + \Delta L$ i odredimo $V_+ = V_0 + \Delta V_+$. Potom, L zamenimo u $L - \Delta L$ i dobijemo $V_- = V_0 - \Delta V_-$. Pokazuje se da su ΔV_+ i ΔV_- približno jednaki, tako da možemo da uzmemo da je $\Delta V = \Delta V_+ = \Delta V_-$.

Na sličan način se definiše i greška ugla: uzmimo da je lopta bačena brzinom V_0 pod uglom θ_0 tako da prolazi kroz centar obruča. Da bismo odredili moguće greške za ugao, ponovo koristimo jednačinu (2.5.6), u kojoj za dato h , uvrštavajući $L + \Delta L$ i $L - \Delta L$, dobijamo $\theta_+ = \theta_0 + \Delta \theta_+$, odnosno $\theta_- = \theta_0 - \Delta \theta_-$. Ponašanje veličine θ_\pm je znatno složenije od ΔV . Pre svega, $\Delta \theta_+$ i $\Delta \theta_-$ nisu jednaki. Može se pokazati da, ako je $\theta_0 < \theta_0^{\min}$, povećanje ugla dovodi do povećanja dometa. S druge strane, ako je $\theta_0 > \theta_0^{\min}$, dešava se obrnuta stvar – povećanje ugla utiče na skraćenje dužine šuta. A ono što je najzanimljivije, ako je $\theta_0 = \theta_0^{\min}$, tada i povećanje i smanjenje ugla dovodi do skraćenja šuta! To je vrlo značajno, jer pokazuje zašto je dobro da ugao za izbacivanje lopte bude upravo θ_0^{\min} . Naime, ako košarkaš izbaci loptu približno pod tim uglom (ili malo više/manje), a gađa malo dalje od centra obruča, on će sigurno pogoditi koš, jer u oba

slučaja lopta prolazi blizu centra obruča. Dakle, vidimo da je najbolji ugao za izbacivanje lopte θ_0^{\min} , a dalja analiza će pokazati da je ovaj zaključak ispravan.

Granice greške ΔV i $\Delta\theta_{\pm}$, daće nam merila za izbor najbolje trajektorije lopte. Što je veća dozvoljena greška za dati ugao izbacivanja lopte, to je data trajektorija bolja, jer omogućava igraču veću mogućnost da pogreši, a da opet njegov pokušaj bude uspešan.

Do sada smo prepostavljali da se lopta kreće u ravni u kojoj se nalazi centar koša. Sada ćemo da razmotrimo "bočnu granicu greške": da bi šut bio uspešan, lopta ne mora da se nalazi u ravni centra koša, već centar lopte može da se nađe na rastojanju $R_0 - R_l$ od centra obruča, levo ili desno, gde su R_0 i R_l poluprečnici obruča i lopte respektivno. Da bismo odredili dozvoljeni bočni ugao greške $\Delta\varphi$, konstruišemo pravougli trougao, čija je jedna kateta $R_0 - R_l$, a druga je udaljenost od centra koša do mesta od kog lopta započinje svoj put (slika 28).



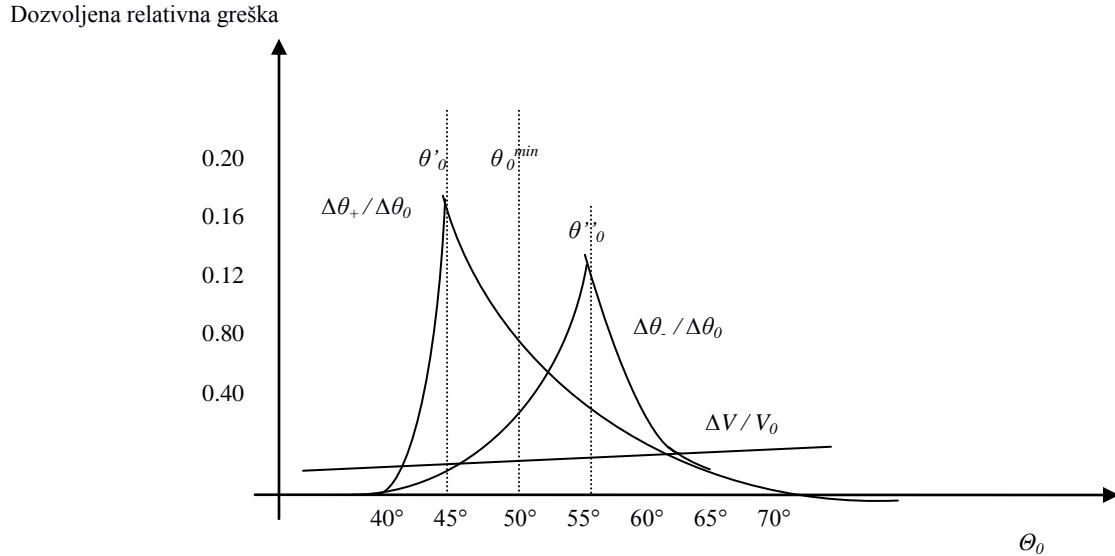
Slika 28: Veličine koje određuju dozvoljenu bočnu grešku

Veličina $\Delta\varphi$ zadovoljava relaciju:

$$\tan \Delta\varphi = \frac{R_0 - R_l}{\sqrt{h^2 + L^2}}.$$

Ova greška zavisi samo od rastojanja od koša i smanjuje se kako se udaljavamo. Što je dalje od koša, košarkaš mora da bude precizniji. Ova greška ima poreklo u geometriji i ne može se smanjiti.

Razmotrimo sada numeričke rezultate koji se dobijaju iz prethodne analize. Prepostavićemo da je naš košarkaš visok 1.80 m i da se nalazi na rastojanju 4 m od centra koša. Dakle, $L = 4 \text{ m}$, a h ćemo proceniti na 0.9 m (visina koša je 3.05 m, a lopta je izbačena na visini 0.35 m od glave košarkaša). Na slici 29 su prikazane relativne greške (za brzinu $\Delta V / V_0$ i uglove $\Delta\theta_{\pm} / \theta_0$) za trajektorije pogodaka.



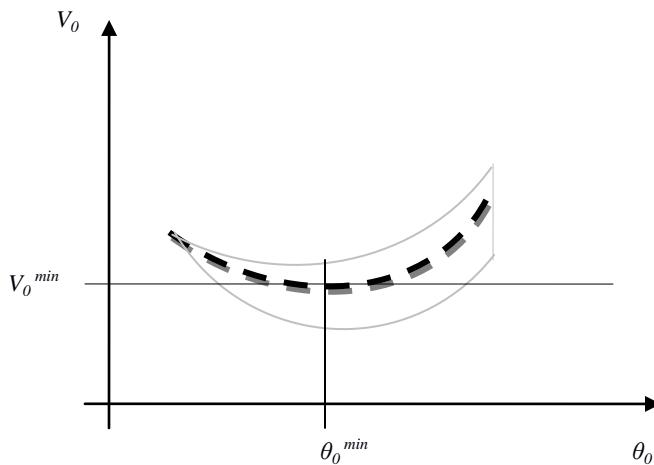
Slika 29: Dozvoljene relativne greške pri pogotku

Sa slike se vidi da dozvoljena greška za brzinu raste sa porastom ugla θ_0 . Taj rast je vrlo spor, a dozvoljena greška uvek vrlo mala. Da bi pogodio koš, košarkaš mora da bude izuzetno precizan pri određivanju početne brzine. Tek za uglove šuta iznad 60° ta greška prelazi 1 %, a za početnu brzinu V_0^{\min} iznosi oko 0.8 %.

Dozvoljene greške ugla su znatno veće. Sa slike se vidi da $\Delta\theta_{\pm} / \theta_0$ imaju vrlo oštре pikove, odnosno maksimalne vrednosti u blizini θ_0^{\min} . Da bismo bolje razumeli kako se date krive mogu protumačiti, razmotrimo konkretan primer. Neka je $\theta_0 = 48^\circ$, za dato L i h dobijamo da je početna brzina za trajektoriju koja pogodila centar koša $V_0 = 6.94 \text{ m/s}$. Za taj ugao je $\Delta\theta_+ / \theta_0 = 0.119$ i $\Delta\theta_- / \theta_0 = 0.038$. To znači da pri toj brzini ugao šuta može da bude između 46.2° i 53.7° i lopta će proći kroz obruč. Sa slike se još vidi da je najveća dozvoljena greška za ugao šuta između $\theta'_0 = 45.8^\circ$ i $\theta''_0 = 52.6^\circ$ ili ako je ugao u intervalu $49.6^\circ \pm 3.4^\circ$. Za izabrano rastojanje ugao $\theta_0 = 49.6^\circ$ odgovara minimumu brzine šuta, tako da dobijamo u konkretnom primeru da je opet najbolje loptu uputiti pod uglom θ_0 , jer je to centar intervala greške.

Da bismo još bolje razumeli ponašanje dozvoljene greške u okolini θ_0^{\min} ,

razmotrimo sliku 30. Na njoj je prikazana detaljnija verzija krive $V_0(\theta_0)$. Isprekidanom linijom prikazane su trajektorije koje prolaze kroz centar obruča, a oivičena oblast predstavlja oblast uspešnih šuteva. Sa slike se vidi da je opet najpovoljniji ugao šutiranja θ_0 , jer je za taj ugao površina koja opisuje dozvoljene greške najveća.



Slika 30: Oblast pogodaka

Ugao θ_0 , pa samim tim i brzinu V_0 , koji su se na osnovu nekoliko kriterijuma pokazali kao najpovoljniji za postizanje koša, možemo uvek odrediti na osnovu formula (2.5.6) i (2.5.7). Potrebno je odrediti samo rastojanje od koša (veličine L i h , pri čemu je ova druga veličina uvek ista za jednog igrača, jer zavisi od visine košarkaša i njegove tehnike šuta) i lako se mogu odrediti parametri koji daju optimalnu trajektoriju.

Zašto košarkaši daju lopti spin unazad?

Sigurno su svi primetili da košarkaši izbacuju loptu vrhovima prstiju. Na taj način obezbeđuju bolju kontrolu lopte u trenutku šuta, a sa druge strane prenose lopti lak udarac iz zgloba, što joj daje rotaciju unazad.

Arnold Red Oerbah, čuveni igrač i trener Boston Seltiksa, jednom je rekao: "Vrhovi prstiju daju lopti spin unazad, što čini šut mekšim i pomaže mu da bude srećniji." Da se ovde ne radi o dobroj sreći, već o dobroj fizici, pokazaćemo ako razmotrimo sile koje deluju na loptu kada ona ima spin unazad. Pretpostavimo da lopta elastično udara u površinu obruča. Spin unazad povećava relativnu brzinu tačke dodira lopte i obruča, pa se

povećava i sila trenja u odnosu na slučajeve kada spina nema, ili kada bi lopta imala spin unapred. Sila trenja kod lopte, koja je upućena sa spinom unazad, deluje na loptu tako da joj znatno smanjuje brzinu (ugaona brzina čak promeni i smer), pa će takva lopta, ako već ne pogodi koš, odskočiti negde blizu i ako je početna ugaona brzina dovoljno velika, upasti u koš. Dakle, spin unazad je važan samo zbog onoga što će se desiti nakon eventualnog promašaja. Što se tiče same trajektorije lopte na njenom putu do koša, ona je ista kao i kada nema spina.

Fizika slobodnog bacanja

Slobodno bacanje se izvodi sa linije koja je od centra obruča udaljena 4.225 m. Mada se pogodak sa linije slobodnog bacanja računa za 1 poen, pokazuje se da su slobodna bacanja izuzetno važna, jer ih svaka ekipa u toku utakmice izvodi oko 20 puta. Statističari su izračunali da je gotovo četvrтina utakmice rešena baš sa linije slobodnih bacanja, ekipa koja ih je uspešnije izvodila – pobedila je. Optimalan ugao i brzina pod kojima treba izbaciti loptu, mogu se izračunati na osnovu formula (2.5.6) i (2.5.7). Ipak, ako želimo da izbegnemo formule, videćemo da malo razmišljanja može da dovede do interesantnih i neočekivanih rezultata.

Da bismo bili sigurniji da će lopta ući u koš, potrebno je da ugao ulaska u koš bude veći. A da bi se taj ugao povećao, lopta se izbacuje pod većim uglom (to nije preterano zgodno, jer i brzina lopte mora biti veća, čime se igrač umara) ili se lopta izbacuje sa manje visine (to objašnjava zašto niski igrači bolje izvode slobodna bacanja od visokih).

Ako napustimo uobičajen način šutiranja (iznad glave) i loptu bacimo odozdo ("iz kecelje"), povećaćemo ugao pod kojim ona ulazi u koš i naš šut će biti precizniji¹¹!

¹¹ Časopis "Mladi fizičar", Društvo fizičara Srbije, br. 99, školska 2004/05.

2.6 Fizika bilijara

Sudar kugle

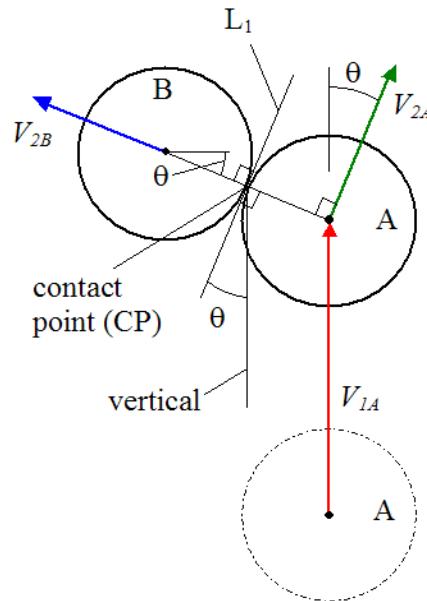
Fizika bilijara u velikoj meri uključuje sudar bilijarskih kugli. Kada se dve bilijarske kugle sudare, sudar je skoro elastičan. Elastični sudar je onaj pri kome kinetička energija sistema ostaje ista pre i posle sudara. Zbog toga, radi jednostavnijeg izučavanja, smatraćemo da je sudar dve bilijarske kugle potpuno elastičan.



Slika 31: Bilijar

U fizici bilijara, gde imamo sudar kugli, impuls je uvek očuvan (kao i u svakom drugom sudaru). U pojednostavljenom slučaju, pretpostavljamo da trenja nema. Ovu pretpostavku ćemo kombinovati sa elastičnim sudarom, da bismo pronašli putanje dve bilijarske kugle nakon sudara. Slika u nastavku (slika 32) prikazuje sudar između dve bilijarske kugle. U opštem slučaju, sudar nije čeoni, kao što slika prikazuje.

Pretpostavlja se da kugle A i B imaju istu masu i da kugla B u početnom trenutku miruje ($V = 0$). Početna brzina kugle A je V_{IA} . Nakon sudara, kugla A se kreće brzinom V_{2A} u prikazanom pravcu, a kugla B se kreće brzinom V_{2B} u prikazanom pravcu.



Slika 32: Sudar dve bilijarske kugle

Linija L_1 predstavlja tangentu obe kugle na mestu kontakta. Obzirom na geometriju, linija L_1 je normalna na liniju koja prolazi kroz centar dve kugle i tačku kontakta CP. Usled geometrije, L_1 takođe zaklapa ugao θ sa vertikalom, a linija koja prolazi kroz centar kugli zaklapa ugao θ sa horizontalom.

Nakon sudara u CP, kugla B se pomera u pravcu linije koja spaja centar dve kugle, kao što je prikazano. To je zbog impulsa, koji kugla A predaje kugli B, koji je normalan na površinu kugle B, pod pretpostavkom da između kugli nema trenja (kugle su glatke). Dakle, kugla B se pomera u pravcu ovog impulsa.

Primetimo da, nakon sudara, kugla A se pomera u pravcu normale na pravac kugle B. Ovaj interesantan rezultat se može dokazati na sledeći način.

Analiza sudara kugli

Za sudar dve kugle, opšta vektorska jednačina za očuvanje linearne impulsa je:

$$m_A \vec{V}_{1A} = m_A \vec{V}_{2A} + m_B \vec{V}_{2B} \quad (2.6.1)$$

Kako se prepostavlja da su mase m_A i m_B jednake, dobijamo da je:

$$\vec{V}_{1A} = \vec{V}_{2A} + \vec{V}_{2B} \quad (2.6.2)$$

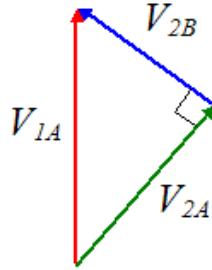
Kod elastičnog sudara, kinetička energija je očuvana, a jednačina je:

$$\frac{m_A V_{1A}^2}{2} = \frac{m_A V_{2A}^2}{2} + \frac{m_B V_{2B}^2}{2} \quad (2.6.3)$$

Pošto su mase m_A i m_B jednake, dobijamo da je:

$$(V_{1A})^2 = (V_{2A})^2 + (V_{2B})^2 \quad (2.6.4)$$

Po Pitagorinoj teoremi, ova poslednja jednačina nam govori da vektori V_{1A} , V_{2A} i V_{2B} formiraju pravougli trougao. Dakle, jednačina za održanje impulsa se može izvesti na način prikazan u nastavku:



Slika 33: V_{1A} , V_{2A} i V_{2B} formiraju pravougli trougao, po Pitagorinoj teoremi

Tako, nakon sudara kugli, kugla A se kreće u pravcu normale na kuglu B. Ovo je “uglađen” rezultat za fiziku bilijara, kada je u pitanju sudsar kugli.

Postoje još dva posebna dodatna slučaja koje treba razmotriti, a odnose se na sudsar kugli.

U slučaju da je cilj da se kugla B pogodi pod uglom θ , koji je vrlo blizu nule, kugla A treba da se kreće veoma velikom brzinom V_{1A} (što znači da kugla A mora da se udari veoma velikom silom). To je zato što se samo mali deo impulsa kugle A (a samim tim i brzine) prenosi na kuglu B, zbog malog ugla.

U slučaju da je sudsar čeoni ($\theta = 90^\circ$), gornje rešene (2.6.4) se ne primenjuje. U ovom slučaju je:

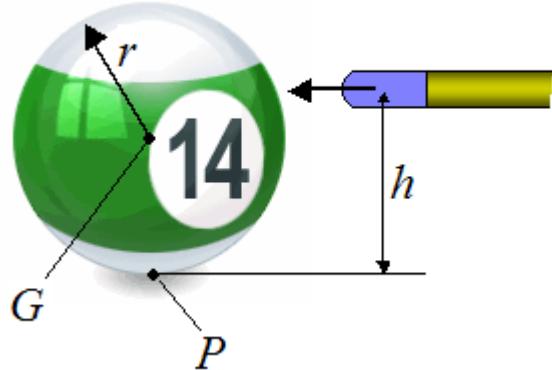
$$V_{2A} = 0 \quad \text{i} \quad V_{2B} = V_{1A}$$

To u suštini znači da se brzina kugle, u potpunosti prenosi na kuglu B.

Sweet spot

Fizika bilijara je slična fizici bejzbola, u smislu da u oba sporta postoji *sweet spot*. U bilijaru, to je mesto gde, kada udarite kuglu štapom, ne postoji sila trenja između kugle i bilijarskog stola. Poznavajući lokaciju *sweet spot-a*, imate ideju gde treba da udarite kuglu da biste razvili spin unazad ili unapred, što može da bude od koristi prilikom udaranja.

Razmotrimo sliku ispod, koja prikazuje položaj tak na visini h :

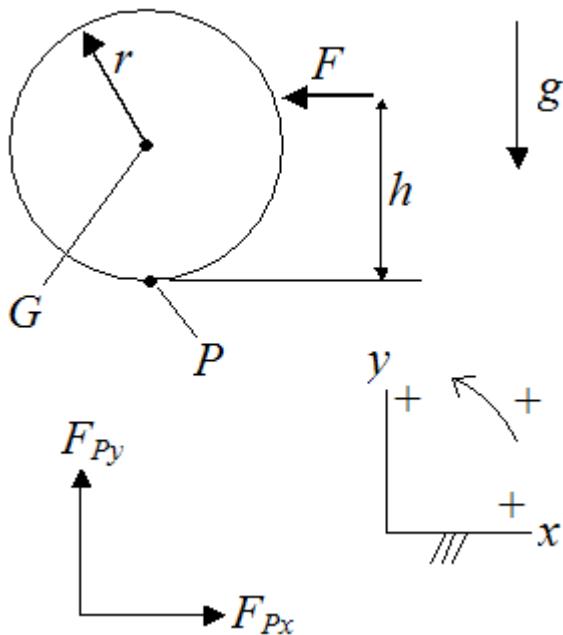


Slika 34: Položaj tak na visini h

Mi želimo da pronađemo visinu h , tako da nema (horizontalne) sile trenja u tački P , kada je kuglu udario tak.

Analiza sweet spot-a

U ovoj analizi fizike bilijara, možemo da predstavimo sistem "kugla+tak" diagramom, kao što je prikazano na slici 35:



Slika 35: Diagram sistema "kugla+tak"

Gde je: F – sila kojom tak deluje na kuglu kada je udari

r – poluprečnik kugle

G – centar mase kugle

g – gravitaciono ubrzanje ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

P – tačka dodira kugle i bilijarskog stola

F_{Px} – horizontalna komponenta sile koju bilijarski sto vrši na kuglu, u tački P (to je sila trenja)

F_{Py} vertikalna komponenta sile koju bilijarski sto vrši na kuglu, u tački P

Prema II Njutnovom zakonu, opšta jednačina sile u x-smeru (horizontalna komponenta) je:

$$\sum F_x = m a_{Gx} \quad (2.6.5)$$

gde je m – masa kugle, a a_{Gx} – ubrzanje centra mase u x-pravcu. Ova jednačina postaje:

$$F_{Px} - F = m a_{Gx} \quad (2.6.6)$$

kako je $F_{Px} = 0$, dobijamo:

$$-F = m a_{Gx} \quad (2.6.7)$$

Prema II Njutnovom zakonu, opšta jednačina sile u y-smeru (vertikalna komponenta) je:

$$\sum F_y = m a_{Gy} \quad (2.6.8)$$

gde je: a_{Gy} – ubrzanje centra mase u y-pravcu.

Kako se bilijarska kugla kreće samo u x-pravcu, $a_{Gy} = 0$, pa prethodna jednačina postaje:

$$F_{Py} - mg = m a_{Gy} = 0, \text{ dakle:}$$

$$F_{Py} = mg \quad (2.6.9)$$

Opšta jednačina momenta rotacije krutog tela oko centra mase G je:

$$\sum M_G = I_G \alpha \quad (2.6.10)$$

gde je: M_G – zbir momenata oko centra mase G

I_G – moment inercije kugle oko svog centra mase

α – ugaono ubrzanje kugle

Pošto sile trenja, između kugle i stola, nema, ne postoji relativno klizanje u tački P. To znači da je ovo slučaj čistog kotrljanja. Dakle, može da se napiše sledeće:

$$\alpha = - \frac{a_{Gx}}{r} \quad (2.6.11)$$

U gornjoj jednačini, negativan znak je tu da odgovara konvenciji znaka korišćenog u ovom problemu.

Jednačina impulsa postaje:

$$F(h - r) = I_G \left(-\frac{a_{Gx}}{r} \right) \quad (2.6.12)$$

Kombinacijom jednačina (2.6.7) i (2.6.12), dobija se:

$$h = \frac{I_G}{mr} + r \quad (2.6.13)$$

Za čvrste sfere: $I_G = \frac{2}{5}mr^2$, dakle:

$$h = \frac{7r}{5} \quad (2.6.14)$$

To je visina u koju treba pogoditi kuglu, a da se ne javi trenje između kugle i bilijarskog stola u tački P. Bez obzira koliko jako udarite kuglu na ovom mestu, sila trenja u tački P se neće razviti. Dakle, nakon udara, rezultat će biti čisto kotrljanje kugle (bez relativnog klizanja).

U slučajevima kada tak udara iznad ili ispod visine h , trenje je neophodno da spreči klizanje kugle po površini bilijarskog stola. A ako se kugla udari dovoljno jako (iznad ili ispod visine h), relativno klizanje će se desiti, zbog nedovoljnog trenja između lopte i stola.

U slučajevima kada se javlja proklizavanje, postoji sledeća nejednakost:

$$\alpha \neq - \frac{a_{Gx}}{r} \quad (2.6.15)$$

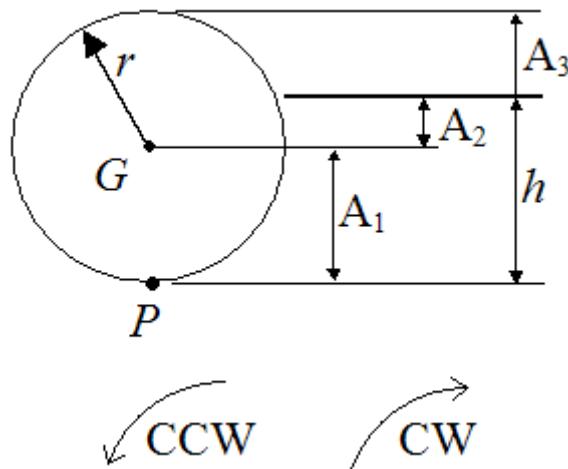
To znači da postoji relativno kretanje između kugle i bilijarskog stola u tački P, odmah nakon udara. Drugim rečima (odmah nakon udara), tangencijalna brzina kugle u tački P nije jednakog intenziteta i suprotnog je pravca od brzine centra mase kugle G.

U slučaju čistog kotrljanja, tangencijalna brzina kugle u tački P je istog intenziteta i suprotnog smera od brzine centra mase kugle G. Dakle, brzine se poništavaju i ne postoji relativno klizanje u tački P.

Analiza relativnog klizanja

Relativno klizanje između kugle i biljarskog stola je interesantno polje istraživanja u fizici bilijara. To je samo informativno znanje, da se shvati kako se kugla kreće u zavisnosti od toga gde je udarena u odnosu na visinu h .

Razmotrimo sliku ispod:



Slika 36: Kretanje biljarke kugle u zavisnosti od mesta udara

Kada se kugla udari dovoljno jakom silom, ulevo, u regionu A_1 , kugla dobija brzinu ulevo, ali osim brzine, dobija i *backspin* (spin unazad) u smeru CW. Relativno proklizavanje se javlja u tački P, a rezultujuća sila trenja na ovom mestu je usmerena udesno. Brzina kugle ulevo se smanjuje, pa sledi ubrzanje udesno, usled pravca sile trenja. Backspin opada zbog sile trenja. Ovo se dešava sve dok relativno klizanje u tački P ne prestane i dode do čistog kotrljanja.

Kada se kugla udari dovoljno jakom silom, ulevo, u regionu A_2 , kugla dobija brzinu ulevo, i dobija spin unapred, u smeru CCW. Relativno proklizavanje se javlja u tački P, a rezultujuća sila trenja na ovom mestu je usmerena udesno. Brzina kugle ulevo se smanjuje, pa sledi ubrzanje udesno, zbog pravca sile trenja. Spin unapred se povećava zbog pravca sile trenja, a ovo se dešava sve dok relativno klizanje u tački P ne prestane i

ne dođe do čistog kotrljanja.

Kada se kugla udari dovoljno jakom silom, ulevo, u regionu A_3 , kugla dobija brzinu ulevo, i dobija spin unapred, u smeru CCW. Relativno proklizavanje se javlja u tački P, a rezultujuća sila trenja na ovom mestu je usmerena ulevo. Brzina kugle ulevo se povećava, pa sledi ubrzanje ulevo, zbog pravca sile trenja. Ovo se dešava sve dok relativno klizanje u tački P ne prestane i dođe do čistog kotrljanja.

Dakle, fizika bilijara, kada je u pitanju relativno klizanje, se može podeliti na tri oblasti: A_1 , A_2 i A_3 , a priroda klizanja će se menjati u zavisnosti od toga u koji od ovih regiona je tak udario kuglu.

Za tri slučaja, gore navedena, sila trenja koja se javlja zbog relativnog klizanja, poznata je kao kinetičko trenje. Kinetičko trenje se javlja kada postoji "trljanje" između dve površine. Ova vrsta trenja je uvek suprotno usmerena od kretanja. Tako na primer, ako sanduk po podu klizi ulevo, kinetičko trenje između sanduka i poda deluje na desno. U slučajevima gde postoji ova vrsta trenja, potrebno je naglasiti pravac relativnog klizanja, a zatim spomenuti pravac trenja, koji je suprotno usmeren.

S druge strane, kada nema relativnog klizanja između dve dodirne površine, sila trenja između tih površina je poznata kao statičko trenje. Dakle, u opštim slučajevima kada ne postoji relativno klizanje bilijarske kugle u tački P, postoji statičko trenje sa održavanjem čistog kotrljanja.

Može se zaključiti da je fizika bilijara prilično značajna. A ovoga su sigurno svesni i profesionalni igrači. Ustvari, oni su prilično vešti u praktičnom korišćenju fizike koja je ovde ukratko ispisana¹².

¹² <http://www.real-world-physics-problems.com/physics-of-billiards.html>

2.7 Fizika tenisa

Teniska igra u današnjem obliku postoji od XIX veka i o njoj je skoro sve poznato, uključujući i fiziku tenisa. Počnimo od osnovnog pitanja – koji fizički procesi su prisutni u teniskoj igri? Naime, postoje dve vrste takvih procesa: procesi kretanja i sudarni procesi.

Više pojava na teniskom terenu spada u procese kretanja. Pre svega, kretanje loptice kroz vazduh može da bude veoma zanimljivo, posebno ako teniseri ne udaraju loptu ravno, nego tako da je pri udaru i zarotiraju. Loptica nastavlja da se kreće i nakon udara u podlogu. Sa druge strane, važno je i kretanje igrača – dobro kretanje tenisera po podlozi je neophodno da bi teniser uopšte mogao da stigne do loptice i udari je.

Među sudarnim procesima, najbitniji je onaj kada teniser udara lopticu i naj taj način određuje u koji deo terena protivnika će je poslati. Način sudara loptice sa podlogom umnogome određuje način njenog daljeg kretanja. Konačno, na teniskom terenu postoje i sudarni procesi koji nisu deo zvanične igre – može doći i do sudara reketa sa podlogom, kada se teniser iznervira i baci reket na pod, nakon čega, najčešće, dolazi do lomljenja reketa.

Servis

Cilj tenisera koji servira je da pogodi polje protivnika predviđeno za servis, tako da protivnik, po mogućnosti, ne uspe da vrati taj servis. Koliko zapravo vremena ima teniser koji prima servis da reaguje?



Slika 37 : Servis u tenisu

Dužina teniskog terena je oko 24 m, a najbrži servis je odservirao australijski teniser Samuel Groth brzinom od 263 km/h. No, da ne bismo preterivali, pozabavićemo se brzinom servisa od 251 km/h, koji je izveo hrvatski teniser Ivo Karlović, u martu 2009. godine. Kada uzmemo u obzir ove vrednosti za dužinu terena i brzinu servisa (251 km/h), lako možemo izračunati da lopta nakon snažnog servisa putuje samo 0.34 s do protivnika:

$$s = 24 \text{ m} = 0.024 \text{ km}$$

$$V = 251 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$t = \frac{s}{V} = \frac{0.024 \text{ km}}{251 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 0.00009562 \text{ h} = 0.00009562 \cdot 3600 \text{ s} = 0.344 \text{ s}$$

Pritom, vreme za koje čovek uopšte može da reaguje na neki nagli događaj je oko 0.2 s, što znači da je vreme putovanja loptice jedva nešto veće od toga. Zato je zaista izuzetno teško vratiti jake servise.

Ispostavlja se da je brzina loptice čak veća od brzine automobila na autoputu. Zamislite da se iznenada nađete na autoputu na kome jure automobili koji su samo 20 m udaljeni od vas. Da li biste uspeli da pobegnete? Ipak, teniseri uspevaju nešto da učine u takvim okolnostima. Naime, teniseri koji primaju servis pokušavaju da predvide gde će protivnik poslati loptu još dok je ovaj baca i na taj način sebi povećavaju šanse da vrate servis. S druge strane, teniser koji servira se trudi da uvek baca lopticu na isti način, bez obzira gde će servirati, i time sprečava protivnika da predvidi servis. Najbolji teniseri sveta su baš oni kojima uspeva da “sakriju” svoj servis.

Linijske sudije

Ako je teniserima teško da prate loptu, još teže je linijskim sudijama, posebno u slučaju kada lopta padne blizu aut-linije i nije jasno da li je aut ili nije. Naime, možemo da pretpostavimo da je oblast u blizini linije veličine oko 20 cm. Loptica koja se kreće brzinom od, na primer 250 km/h, prođe tu oblast za svega 2.9 ms. Linijski sudija treba da utvrdi šta se desilo u tako kratkom vremenskom intervalu. Sudeći po brojevima, to izgleda potpuno nemoguće., ali činjenica je da linijski sudija može da prati ceo let lopte i na osnovu toga ipak uspeva da zaključi da li je loptica pala u aut ili ne. Greške su, naravno, neminovne. Zato je u tenis pre nekoliko godina uveden tzv. *hawkeye* (oko sokolovo) sistem, koji se sastoji od nekoliko kamera koje prate putanju loptice. Igrač onda može, kada posumnja u odluku sudije, da zatraži da kompjuterski sistem proveri da li je bio aut ili nije.



Slika 38: Linijski sudija u tenisu

Spora i brza podloga

Veoma bitan faktor u svim teniskim mečevima je i podloga na kojoj se igra. Tip podloge veoma utiče na način odskakanja loptice, ali i na kretanje igrača. Ako uporedimo dve loptice koje istom brzinom i pod istim uglom padaju na šljaku i travnatu podlogu, loptica koja odskoči na šljaci će biti sporija i odskočiće pod većim uglom, a loptica na travi će biti brža i odskočiće pod manjim uglom. Zato se šljaka smatra sporom, a travi brzom podlogom. Poeni na šljaci obično traju znatno duže nego na travi, jer igrač ima više vremena da stigne do loptice nakon njenog odskoka.

I kretanje igrača se veoma razlikuje na šljaci i na travi. Kada igrač na šljaci želi da se zaustavi, ima mogućnost da “odkliza”. Na travi je teže zaustaviti se, a pokušaj takvog proklizavanja najčešće završava padom.

Nadmorska visina

Koji su još bitni faktori koji određuju kretanje loptice kroz vazduh?

Verovali ili ne, nadmorska visina je izuzetno bitan faktor. Naime, atmosferski pritisak u nivou površine morske vode je 101 kPa, dok, na primer, na nadmorskoj visini od 2000 m, što odgovara planini kao što je Kopaonik, taj pritisak iznosi oko 80 kPa. Zbog manjeg pritiska, vazduh na većoj nadmorskoj visini je znatno razređeniji, pa je zbog toga i otpor vazduha manji. Zato loptica udarena istom brzinom na većoj nadmorskoj visini leti do veće udaljenosti.

Koliki je značaj nadmorske visine, govori i slučaj od pre nekoliko godina, kada je došlo do sukoba između španskih teniskih reprezentativaca i čelnika njihove federacije. Naime, španski teniseri su želeli da *Dejvis kup* meč, protiv SAD-a igraju u nekom primorskem mestu, a federacija je želela, iz komercijalnih razloga, da se meč igra u Madridu, koji je na 650 m nadmorske visine. Španski igrači su smatrali da bi im odgovarala manja nadmorska visina, gde su lopte sporije, zbog većeg otpora vazduha¹³.

2.7.1. Teniski reket

Najbitniji element u igri svakog tenisera je reket. Nakon 1970. godine, drveni ram na reketu je zamjenjen metalnim. Drveni ramovi su bili dosta manji, jer da su bili veći, žica na njima ne bi mogla da bude zategnuta. Najveća inovacija su bili reketi od graftita i kevlara, pri čemu reket nije dobijao na težini, a ram je bio veći, te samim tim i površina *sweet spot*-a (mesta na reketu sa kojih je moguće lopticu uzvratiti protivniku maksimalnom brzinom). Grafit se na novijim reketima meša sa borom i titanijumom, kako bi reketi bili što čvršći i što lakši. Pre 1970. godine, teniseri su morali da ulože više snage da bi drvenim reketom dali loptici veće ubrzanje. Sada novi, lakši reketi štede na snazi tenisera i omogućavaju veću kontrolu nad reketom.

Značajan deo na ramu predstavljaju žice. One apsorbuju najveći procenat energije loptice i vraćaju deo te energije loptici pri odbijanju. Dok apsorbuju energiju loptice, smanjuju i njenu brzinu i time omogućavaju teniseru veću kontrolu nad lopticom.

U osnovnoj školi se iz matematike uči da trougao ima nekoliko značajnih tačaka, kao što su: centar upisane kružnice, centar opisane kružnice, težište i ortocentar. Kao i trougao, tako i teniski reket ima neke specijalne tačke:

¹³ Dr. Nenad Vukmirović, *Fizika tenisa*, časopis "Vreme", Beograd, br. 1064., 26. maj 2011.

1. Mrtva tačka – tačka na reketu na kojoj je prenos energije između loptice i reketa maksimalan. Ako primate jak protivnikov servis, definitivno ne želite da udarite lopticu ovim delom reketa, jer će sva energija loptice preći na reket. S druge strane, ako servirate, baš želite da udarite lopticu ovim delom reketa, jer želite da prenesete svu energiju zamaha na lopticu.

2. Čvor vibracija – kada loptica udari u reket, ona pobuđuje vibracije reketa (koje možemo da čujemo, kao što čujemo neki muzički instrument). Ipak, ako loptica udari u tačku koja se prilikom vibracija ne mrda (čvor vibracija), onda neće doći do pobude vibracija reketa. Igrač tada ne oseća neprijatnost u ruci prilikom udarca, jer vibracije reketa, inače, dovode do osećaja nelagode u ruci. Kada igrač udari lopticu ovom tačkom reketa, on oseća da je veoma lako udario lopticu.

3. Centar udara (*centre of precussion - COP*) – kada loptica udari u reket, ona proizvodi translaciono i rotaciono kretanje reketa. COP je takva tačka da je brzina drške reketa tada jednaka nuli. Dakle, to je tačka reketa kojom bi igrač želeo da udari lopticu, ali na žalost, ova tačka se ne nalazi na žicama. U praksi treba uračunati i ruku igrača, pa je ova tačka pomerena znatno niže¹⁴.

2.7.2. Teniske loptice

Sa teniskim reketom, bez loptice, nema igre. Dakle, potrebna nam je i loptica.

Kako se “obuzdavaju” loptice? Da li velika brzina loptice odgovara i teniserima i publici?

Ljubitelji ovog “belog” sporta ne razumeju ovakve komentare – ali ne malo puta, čula sam od sagovornika da im je naporno da posmatraju brzinu s kojom se tenis igra. Dobra vest je da će nove loptice biti za 10 % veće, a zbog dodatne zapremine, i otpor vazduha će biti veći, što će usporiti lopticu.

Loptica gubi oko 45 % energije ukoliko padne na beton, dok je taj gubitak 30 %, ukoliko padne na mrežicu teniskog reketa. Ovaj gubitak energije najviše zavisi od sabijanja pri sudaru sa nekom površinom. Kada loptica padne na reket, sabijanje loptice iznosi 3 mm, dok je sabijanje loptice pri udaru u beton 6 mm. Ovo je razlog čestog menjanja teniskih loptica na mečevima (na svakih deset gemova)¹⁵.

¹⁴ Howard Brody, "Physics of the tennis racket", American Journal of Physics 47, 482-487. , (1979)

¹⁵ <http://www.svetnauke.org/3391-fizika-kao-tajno-oruzje-tenisera>

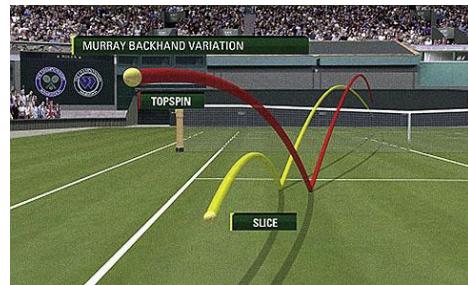
Magnusov efekat

Šta sve utiče na kretanje teniske loptice kroz vazduh?

Najpre, na lopticu, kao i na svako drugo telo na zemlji, deluje sila gravitacije. Kada bi na nju delovala samo gravitacija, putanja lopte bi bila prilično pravilna. No, na lopticu, takođe, deluje i sila otpora vazduha, ali i ona, u suštini, samo usporava lopticu.

Međutim, usled interakcije loptice sa vazduhom, dolazi i do još jednog, veoma zanimljivog, efekta, koji igrači mogu da iskoriste.

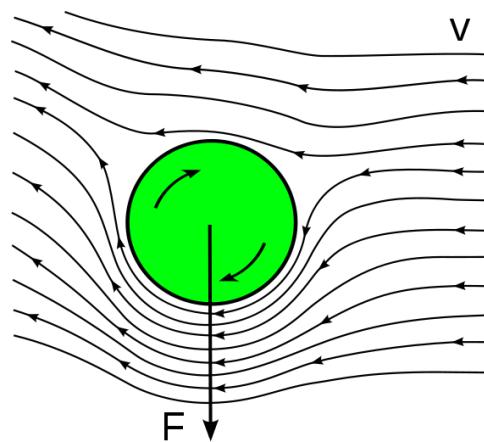
Naime, prilikom servisa igrači često koriste tzv. *slajs servis*, pri kom loptica ima krivudavu putanju, i završava u samom ćošku polja za servis, kao da beži od protivnika. Pri takvom servisu, igrač lopticu udara tako da joj pored brzine saopštava i određenu brzinu rotacije. A zašto se loptica koja rotira kreće krivudavom putanjom?



Slika 39: Slajs servis i topspin

Efekat koji dovodi do ovoga se zove *Magnusov efekat*. No, . . .

Jedan od načina kretanja loptice “*top spin*” je direktni krivac brzine loptice. Današnji reketi su nešto širi i lakši i omogućavaju jače udaranje lopte. Top spin je svojstvo loptice da rotira u istom pravcu kretanja kroz vazduh. U zavisnosti od podloge, top spin loptici daje jače odbijanje od podloge, što čini težim protivniku da pogodi lopticu. Objasnjenje povećanja brzine loptice pri kretanju kroz vazduh, treba tražiti u Magnusovom efektu. Pa, kakav je to efekat?



Slika 40: Magnus efekat

Loptica kretanjem kroz vazduh (fluid), stvara oko sebe vir rotirajućeg vazduha. Kada loptica rotira, vazduh koji teče oko nje ima različitu brzinu u različitim tačkama na

površini loptice. Prema Bernulijevom zakonu, to dovodi do razlike pritisaka i sile usmerene normalno na pravac kretanja loptice. Vrh loptice se kreće sporije i na njega deluje veći pritisak vazduha, dok se dno loptice kreće brže i na njega deluje manji pritisak vazduha.

Ovaj efekat, takođe, objašnjava kako je moguće u fudbalu dati gol iz kornera ili izvesti slobodan udarac, tako, da lopta prosto zaobiđe živi zid (nešto kao slajs servis u tenisu).

2.8. Fizika američkog fudbala

Prilikom dobacivanja lopte drugu, recimo preko dvorišta, nesvesno se koristi fizika. U glavi se usklađuju svi faktori, kao što su udaljenost, vетар i težina lopte, a sve to dolazi tako prirodno.

Američki fudbal (*American football*), u SAD-u poznatiji pod nazivom *football*, je sport koji je nastao iz ragbija u SAD-u, krajem XIX i početkom XX veka. Modifikacije koje je trpeo pun vek, u potpunosti su ga odvojile od sporta iz kog je nastao, te ih je danas besmisleno porediti. Na Američkom kontinentu se naziva jednostavno – fudbal, i igra se uz nešto drugačija pravila u SAD-u i Kanadi. Igra se jajolikim rekvizitom (loptom, koja se često naziva, kao i sam sport, fudbal), na terenu od 120 jardi (110 m), svaka ekipa na terenu ima 11 igrača. Cilj igre je ući sa loptom u *end* zonu. Teren se osvaja trčanjem, pasom ili šutom na gol¹⁶.

Termin *football* nema nikakve veze sa konvencijalnim fudbalom, jer pod “foot” se ne misli na stopalo (nogu), nego na stopu kao mernu jedinicu, zato što je taj jajoliki rekvizit (lopta) dugačak tačno jednu stopu.

Iako je prva profesionalna utakmica američkog fudbala odigrana još 1895. godine, ovaj sport je tek sredinom XX veka počeo da stiče svoju današnju popularnost. Godine 1960. je po broju gledaoca uspeo da premaši do tada neosporni bejzbol.

Američki fudbal je prilično zahtevan sport, koji pred igrače stavlja velike fizičke napore; poznat je i kao prilično nasilan sport, iako se već dugo uvode pravila sa ciljem da se ograniči mogućnost povreda. Zbog toga su igrači opremljeni zaštitnom opremom.

Uz profesionalnu ligu NFL, američki fudbal je tradicionalno prisutan na koledžima i univerzitetima, ali i u srednjim školama. S vremenom, ovaj sport je počeo da širi svoju popularnost, pa je tako 1990-ih NFL osnovao evropsku ligu NFL Europe. Naravno, zahvatio je i naš Univerzitetski grad, u tolikoj meri da je nedavno oformljen i ženski klub, koji, ako sam dovoljno upućena, pokazuje vrlo brz razvoj i napredak.

Za američki fudbal, najrelevantnija grana fizike je mehanika, jer ona proučava kretanje, kao i uzrok tog kretanja. Fokusirajmo se na tri najčešće kategorije kretanja koje se primenjuju na utakmicama ovog sporta:

- Dodavanje fudbalske lopte kroz vazduh
- Trkači na terenu

¹⁶ http://sr.wikipedia.org/sr/Americki_fudbal

- Zaustavljanje trkača na terenu

Američki fudbal pruža odlične primere osnovnih koncepata fizike – prisutan je let lopte, kretanje igrača i savladavanje sila.

Bacanje fudbalske lopte

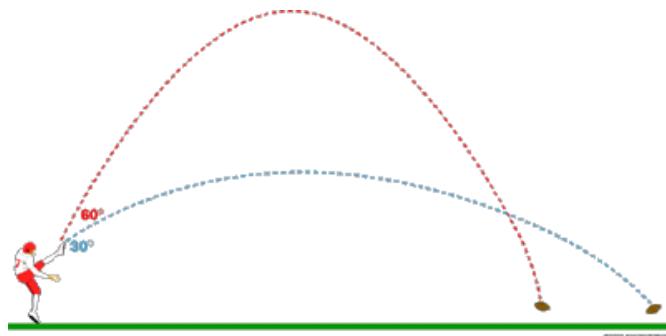
Kada se fudbal (lopta) kreće kroz vazduh, uvek ima zakriviljenu ili paraboličnu putanju, jer je putanja kretanja lopte u vertikalnom pravcu, pod uticajem sile gravitacije. Kako se lopta kreće naviše, gravitacija je usporava, lopta se na kratko zaustavlja u najvišoj tački svoje putanje; zatim, počinje da pada ka tlu, a ubrzava je gravitacija. Na ovakav način se kreće objekat koji je bačen (fudbal, strelica, balistički projektil,...), a naziva se hitac ili kretanje projektila.



Slika 41: Bacanje fudbalske lopte

Da bismo saznali više o kretanju projektila koji se odnosi na fudbal, ispitaćemo sledeću sliku . Kada igrač počinje da igra američki fudbal, on može da kontroliše tri faktora:

- Brzinu kojom “ispucava” loptu
- Ugao udarca
- Rotaciju lopte



Slika 42: Ugao udarca određuje koliko daleko će lopta ići

Rotacija lopte – spiralna ili “kraj preko kraja” – utiče na to koliko će lopta usporavati tokom leta, jer na loptu utiče otpor vazduha. Prilikom spiralnog udarca, lopta će imati manji otpor vazduha, neće usporiti toliko koliko uspori tokom udarca “kraj preko kraja”, moći će da ostane u vazduhu duže i ide dalje. Brzina lopte i ugao udarca su glavni

faktori koji određuju:

- Koliko dugo će lopta ostati u fazduhu (“hang-time”)
- Koliko će visoko lopta otići
- Koliko daleko će lopta ići¹⁷

Kada igrač “ispuca” loptu, ona se kreće brzinom koja joj je data (brzina plus ugao pravca), u zavisnosti od sile kojom je igrač ispalio loptu. Lopta se kreće u dva pravca, horizontalno i vertikalno. Zato što je lopta pokrenuta pod uglom, brzina je podeljena na dva dela: horizontalna komponenta i vertikalna komponenta. Koliko brzo lopta ide u horizontalnom pravcu i koliko brzo lopta ide u vertikalnom pravcu, zavisi od ugla udarca.

Ako je lopta “ispucana” pod strmim uglom (veliki ugao u odnosu na tlo), onda će imati veću brzinu u vertikalnom nego u horizontalnom pravcu – lopta ide visoko, ima dugo vreme leta u vazduhu (“hang-time”), ali putuje na kratkoj relaciji. Ali, ako se lopta šutne pod malim uglom (u odnosu na tlo), imaće veću brzinu u horizontalnom, nego u vertikalnom pravcu – lopta neće ići visoko, imaće kraće vreme leta (“hang-time”), a preći će dužu relaciju. U odnosu na svoj položaj na terenu, igrač treba da odluči pod kojim uglom će šutnuti loptu. Isti ovi faktori utiču na pogodak gola.

Fudbal po brojevima

Obzirom da je fizika kvantitativna nauka, razvoj nekih jedinica i mera je dobar način za početak razumevanja posledica fizike na fudbal. Obratimo pažnju na korisne jedinice i mere, koje je razvio Dr. David Haase, na državnom univerzitetu u Severnoj Karolini (North Carolina State University):

- Igrač pri punoj brzini ~ 22 milje na sat (9.8 m/s)
- Lajnbeker (linebacker) ~ 98 kg
- Odbrambeni lajnmen (offensive lineman) ~ 133 kg

Šut: Vreme leta, visina i domet

Parabolična putanja lopte, može se opisati pomoću sledeće dve jednačine:

¹⁷ <http://www.howstuffworks.com/physics-of-football.htm>

$$y = V_y t - 0.5 g t^2 \quad (2.8.1)$$

$$x = V_x t \quad (2.8.2)$$

gde je: y – visina u trenutku t

V_y – vertikalna komponenta početne brzine lopte

g – gravitaciono ubrzanje koje iznosi 9.81 m/s^2

x – horizontalni pređeni put lopte u trenutku t

V_x – horizontalna komponenta početne brzine lopte

Da bismo izračunali vreme leta (t_{total}), maksimalnu visinu (y_{max}) i domet (x_{max}), najpre moramo znati početnu brzinu koju je lopta dobila šutem (V), kao i ugao pod kojim je ispajena (φ).

1. Brzina mora biti razdvojena na horizontalnu (V_x) i vertikalnu (V_y) komponentu prema sledećim formulama:

$$V_x = V \cos \varphi \quad (2.8.3)$$

$$V_y = V \sin \varphi \quad (2.8.4)$$

2. Vreme leta (t_{total}) se određuje pomoću sledeće formule:

$$t_{total} = (2V_y/g) \quad (2.8.5)$$

3. Kada se odredi vreme leta (t_{total}), može se izračunati maksimalni domet (x_{max}):

$$x_{max} = V_x t_{total} \quad (2.8.6)$$

4. Vreme za koje će lopta biti na maksimalnoj visini je:

$$t_{1/2} = 0.5 t_{total} \quad (2.8.7)$$

5. Maksimalna visina se računa pomoću sledeće formule:

$$y_{max} = V_y(t_{1/2}) - 1/2 g(t_{1/2})^2 \quad (2.8.8)$$

Tako, na primer, udarac brzinom od 27.4 m/s pod uglom od 30° će imati sledeće vrednosti:

1. Vertikalna i horizontalna komponenta brzine:

$$V_x = V \cos \varphi = (27.4 \text{ m/s}) \cos 30^\circ = (27.4 \text{ m/s}) (0.0.87) = 23.7 \text{ m/s}$$

$$V_y = V \sin \varphi = (27.4 \text{ m/s}) \sin 30^\circ = (27.4 \text{ m/s}) (0.5) = 13.7 \text{ m/s}$$

2. Vreme leta:

$$t_{total} = (2V_y/g) = (0.204V_y) = \{0.204 (13.7 \text{ m/s})\} = 2.80 \text{ s}$$

3. Maksimalni domet:

$$x_{max} = V_x t_{total} = (23.7 \text{ m/s})(2.80 \text{ s}) = 66.4 \text{ m}$$

4. Vreme za koje će lopta doći do maksimalne visine:

$$t_{1/2} = 0.5 t_{total} = (0.5)(2.80 \text{ s}) = 1.40 \text{ s}$$

5. Maksimalna visina:

$$y_{max} = V_y(t_{1/2}) - 1/2g(t_{1/2})^2 = V_y(t_{1/2}) - 0.49(t_{1/2})^2 = [\{(13.7 \text{ m/s})(1.40 \text{ s})\} - \{0.49(1.40 \text{ s})^2\}] = 18.2 \text{ m}$$

Ako bismo napravili proračun za hitac iste brzine, ali pod uglom od 45° , dobijamo da je vreme leta 3.96 s, maksimalni domet 76.8 m, a maksimalna visina 36.5 m.

Ako je šut izvršen pod uglom od 60° , vreme leta je 4.84 s, maksimalni domet 66.3 m, a maksimalna visina 54.5 m.

Zapaža se, da, što je lopta šutnuta pod strmijim uglom (veći ugao u odnosu na tlo), lopta duže boravi u vazduhu i ide do veće visine. Takođe, lopta ima maksimalan domet kada je šutnuta pod uglom od 45° , a sa povećanjem ugla, domet opada.

Trkači na terenu (runners)

Kada se osmotre pozicije bekova, kako ofanzivnih tako i defanzivnih, zapaža se da se oni obično postroje daleko od linije gde se odvija borba za loptu (*line of scrimmage - LOS*). Takva pozicija im omogućava dovoljno vremena za koje mogu da se ubrzaju iz stanja mirovanja i postignu veliku brzinu, da bi mogli da vode loptu ili da slede nosioca lopte (*ball carrier*).

Ako se malo bolje obrati pažnja, vidi se da lajnbecker ima više prostora da ubrza od lajnmene, a hvatač (*wide receiver*) ima mnogo više prostora nego lajnbecker. Tako,

lajnbeker može da postigne veću brzinu od lajnmema, a hvatač može da postigne najveću brzinu od svih¹⁸.

Promena smera na terenu

Razmotrimo jedan primer igre, u kojoj kvoterbek (*quarterback*) prosleđuje loptu nekom od trkača (*running back*). Prvo, trkač počinje od utvrđenog položaja (*set position*), iz stanja mirovanja, i ubrzava do pune brzine od 9.8 m/s, u 2 sekunde po prijemu lopte. Njegovo ubrzanje (a) iznosi:

$$a = (V_f - V_o)/(t_f - t_o) \quad (2.8.9)$$

gde su: V_f - konačna brzina (krajnja brzina)

V_0 – početna brzina

t_f – krajnje vreme

t_0 – početno vreme

$$a = (V_f - V_o)/(t_f - t_o) = (9.8 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s})/(2 \text{ s} - 0 \text{ s}) = 4.9 \text{ m/s}^2$$

Kako on trči tokom cele igre (na primer pravo), on održava konstantnu brzinu ($a = 0$). Kada vidi rupu na liniji, on naglo zaustavlja svoje kretanje, menja pravac i ubrzava ka čistini. Naglim kočenjem, on primenjuje silu na teren. Sila kojom deluje na teren, pomaže mu da izvrši dve stvari:

- Da se zaustavi
- Da se zaleti u drugom pravcu

Da bi zaustavio svoje kretanje u početnom pravcu, dve sile deluju zajedno. Prvo, tu je sila kojom on sam deluje na teren dok koči i “zabada” noge. Druga sila je sila trenja između njegovih nogu i trave.

Trenje je izuzetno važan faktor pri promenama pravca trkača. Zamislite samo kako izgleda utakmica na kiši i šta se dešava sa trkačima kada je korisno trenje malo.

Razmotrimo šta se dešava kada trkač pokušava da promeni pravac na mokroj površini:

¹⁸ http://en.wikipedia.org/wiki/American_football

1. Trkač "zabada" noge u teren da bi usporio svoje kretanje, a na vlažnoj površini, koeficijent trenja između podloge i nogu je smanjen.
2. Umanjen koeficijent trenja, smanjuje silu trenja
3. Umanjena sila trenja mu otežava da zaustavi svoje kretanje u početnom pravcu
4. Trkač gubi ravnotežu i pada

Primenjena sila (od strane trkača na teren) i sila trenja, zajedno, treba da zaustave kretanje u početnom pravcu. Pretpostavimo da se zaustavi za 0.5 s. Njegovo ubrzanje mora biti:

$$a = (V_f - V_o)/(t_f - t_o) = (0 \text{ m/s} - 9.8 \text{ m/s})/(0.5 \text{ s} - 0 \text{ s}) = - 19.6 \text{ m/s}^2$$

(negativan znak pokazuje da je ubrzanje suprotnog smera od početnog smera).

Sila (F), koja je potrebna da bi se trkač zaustavio, jednaka je proizvodu njegove mase (m), oko 98 kg, i njegovog ubrzanja:

$$F = ma = (98 \text{ kg})(-19.6 \text{ m/s}^2) = 1921 \text{ N}$$

Da bi se ubrzao u novom pravcu, trkač deluje silom na travu i odguruje se, a trava na njega deluje jednakom silom, ali suprotnog smera, čime se on odbacuje u novom smeru. Ovaj slučaj predstavlja primer III Njutnovog zakona kretanja, po kom "Za svaku akciju, postoji jednaka, ali suprotno usmerena reakcija". Dakle, ako se on ubrzava do krajnje brzine za 0.5 s, trava na njega deluje silom od 1921 N. Ako se niko i ništa ne suprotstavi ovom kretanju, on će dostići i održavati maksimalnu brzinu, sve dok ne dođe do cilja ili isplanirane akcije.

Trčanje na otvorenom terenu

Kada se trči na otvorenom terenu, igrač može da dostigne svoj maksimalni impuls. Pošto je impuls proizvod mase i brzine, moguće je da igrači različitih masa imaju jednak impuls. Na primer, neka naš raning bek (running back) ima sledeći impuls (p):

$$p = mv = (98 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}) = 960 \text{ (kg m) / s} \quad (2.8.10)$$

Da bi lajmen od 125 kg imao isti impuls, on bi morao da se kreće brzinom od 7.7 m/s. Impuls je veoma važan za zaustavljanje (borbu, blokiranje) trkača na terenu.

Blokiranje i borba (*Blocking and Tackling*)

Tekleri i bloker trkači, oslanjaju se na tri važna principa fizike:

- Impuls
- Održanje impulsa
- Rotaciono kretanje



Slika 43: Igrači koriste fiziku da bi zaustavili jedan drugog

Kada se raner i tekler sretnu . . .

Kada se raning bek (pominjan u tekstu iznad) kreće na otvorenom terenu, njegov impuls je 960 (kg m) / s . Da bi ga zaustavio – promenio njegov impuls – tekler mora da deluje impulsom u suprotnom smeru.

Impuls je jednak proizvodu primenjene sile i vremena tokom kog se ta sila primenjuje.

Ako se odbrambeni bek uhvati u koštač sa našim (do sada pominjanim) raning bekom, on će morati da primeni impuls od 960 (kg m) / s , a za vreme od 0.5 s , primenjena sila će biti:

$$F = \frac{p}{t} = \frac{960 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}}{0.5 \text{s}} = 1921 \text{ N} \quad (2.8.12)$$

Druga mogućnost, ako odbrambeni bek poveća vreme kontakta sa raning bekom, on može da koristi manju силу да га заустави.

U svakom sudaru ili teklu, u kom nema sile, osim one koja nastaje pri samom sudaru, ukupan impuls, pre i posle sudara, je isti – to je zakon održanja impulsa. Razmotrimo tri slučaja:

1. Nosilac lopte ima isti impuls kao takler
2. Nosilac lopte ima veći impuls od taklera

3. Nosilac lopte ima manji impuls od taklera

U ovoj diskusiji, razmatraćemo elastični sudar, u kojem igrači ne ostaju u kontaktu nakon sudara.

1. Ako nosilac lopte i takler imaju jednake impulse, nosilac lopte predaje impuls koji se tačno poklapa sa impulsom koji takler prima – njihovo kretanje će se zaustaviti na mestu kontakta.

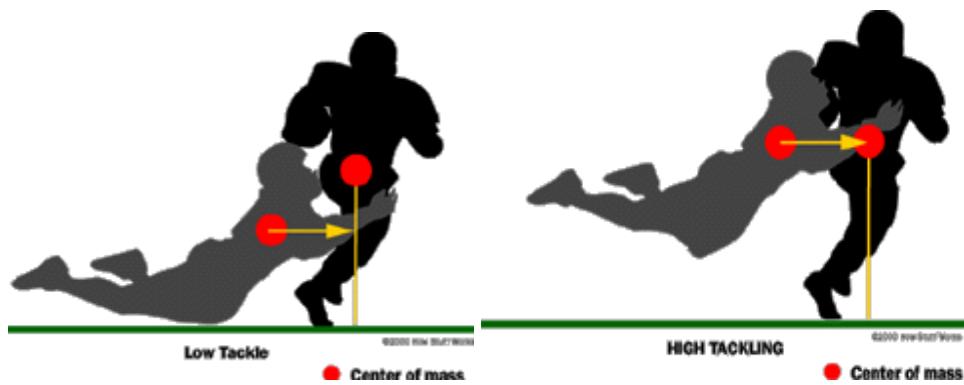
2. Ako nosilac lopte ima veći impuls od taklera, on će odgurnuti taklera impulsom, koji je jednak razlici impulsa ova dva igrača, i verovatno će ga oboriti na zemlju. Nakon završetka susreta, nosilac lopte će ubrzati.

3. Ako nosilac lopte ima manji impuls od taklera, on će biti odbačen impulsom, koji je jednak razlici impulsa ova dva igrača.

U mnogim slučajevima, takleri pokušavaju da drže nosioca lopte, a dvojica mogu da se kreću zajedno. Pri ovakvim neelastičnim sudarima, ishod će biti kao i u gore navedenim primerima, međutim, u slučajevima 2 i 3, brzine kojima bi se igrači u kombinaciji kretali napred ili nazad, bi bile manje. Do ovog smanjenja brzine dolazi usled razlike u impulsu, koja je sada raspoređena na zajedničku masu dva igrača, umesto na masu jednog igrača sa manjim impulsom.

Proces borbe

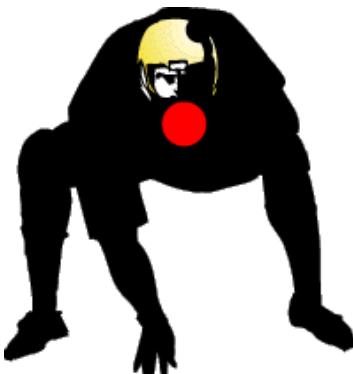
Treneri često govore svojim igračima da napadaju ranere što niže. Na ovaj način, noge ranera mogu da se zaokrenu u vazduh u smeru napada. Da bi bilo jasnije, tu su ilustracije:



Slika 44: Napad na ranera u nižem nivou zahteva manje snage, jer je takler dalje od centra mase ranera

Zamislimo da je masa ranera koncentrisana u jednoj tački –centar mase. Kod muškaraca, centar mase se nalazi na ili malo iznad pupka, a centar mase kod žena je ispod pupka, bliže kukovima. Centar mase je, ustvari, ravnotežna tačka tela.

Svako telo će najlakše rotirati oko svog centra mase. Dakle, ako se silom deluje, sa bilo koje strane, na centar mase, objekat / telo će se zarotirati. Ova rotaciona sila se naziva obrtni moment, a predstavlja proizvod količine uložene sile i udaljenosti mesta na koje se silom deluje, od centra mase. Obrtni moment, u fizičkom smislu, je sila koja teži da proizvede rotaciju ili obrtanje. Kako je moment proizvod, isti obrtni moment može da se primeni na objekat na različitim rastojanjima od centra mase, promenom količine upotrebljene sile: Manja sila je potrebna ako se deluje na većem rastojanju od centra mase, nego na mestu koje je bliže centru mase.



Slika 45: Lajnmen čući nisko, tako da je njegov centar mase bliži zemlji. To otežava da ga napadač pomeri

Slično tome, treneri često savetuju lajnmene da ostanu u niskom položaju, jer na taj način pomeraju svoj centar mase bliže zemlji, pa napadač, bez obzira na to koliko nisko ide, može samo da deluje na njega u blizini centra mase. To otežava napadaču da pomeri lajnmene, jer neće moći da ih okrene pri kontaktu. Ova tehnika je od ključnog značaja za odbrambene lajnmene u odbrani gola u “crvenoj” zoni, poslednjih 10 m ispred linije gola.

Dotakli smo samo neke primere primene fizike u američkom fudbalu. Ne zaboravite, ovo znanje se čini instiktivno, najčešće igrači i treneri nesvesno prevode mehaniku fizike u svoje igranje sporta. Ovo je samo mali deo fizike koji se u ovom sportu primenjuje i objašnjava neke činjenice. Takođe, primena fizike u fudbalu, void ka boljoj i sigurnijoj opremi, utiče na pravila sporta, poboljšava sportske performance, i unapređuje našu vezu sa igrom.

2.9. Fizika jedrenja

Brže jedrenje uz aerodinamičke sile

Fizika jedrenja je veoma interesantna po tome što vetar ne mora da duva od pozadi, da bi se jedrilica kretala. Vetar može da duva sa strane, a jedrilica da plovi napred. Kako je ovo moguće?

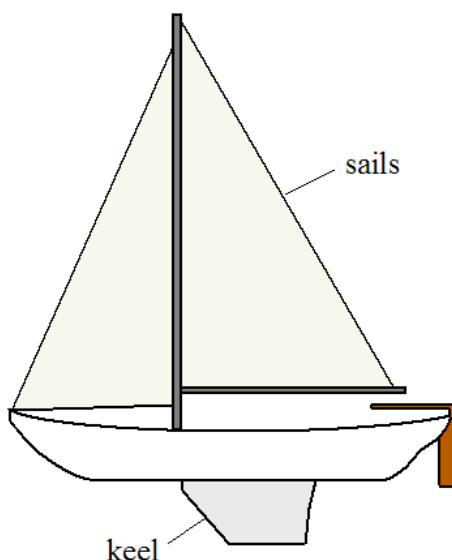
Odgovor leži u dobropoznatom principu aerodinamičke sile. Zamislite da ste putnik u automobilu koji se kreće i izbacili ste desnu ruku kroz prozor. Ako naginjete ruku u smeru kazaljke na satu, osećate da je ruka odgurnuta unazad i na gore. To je zbog sile vazduha koja ima bočne komponente i komponente koje su usmerene ka gore.



Slika 46: Jedrenje na vodi

Na sličan način, kada vetar protiv jedra duva sa strane, stvara se sila koja ima bočne komponente i komponentu unapred. Međutim, mi ne želimo da se jedrilica kreće u stranu. Mi samo želimo da idemo napred, koliko je to moguće. Ovo se postiže sa kobilicom, koja se nalazi ispod jedrilice. Kobilica pruža neophodnu kontrasilu da bi se jedrilica suprotstavila bočnom kretanju, što je više moguće.

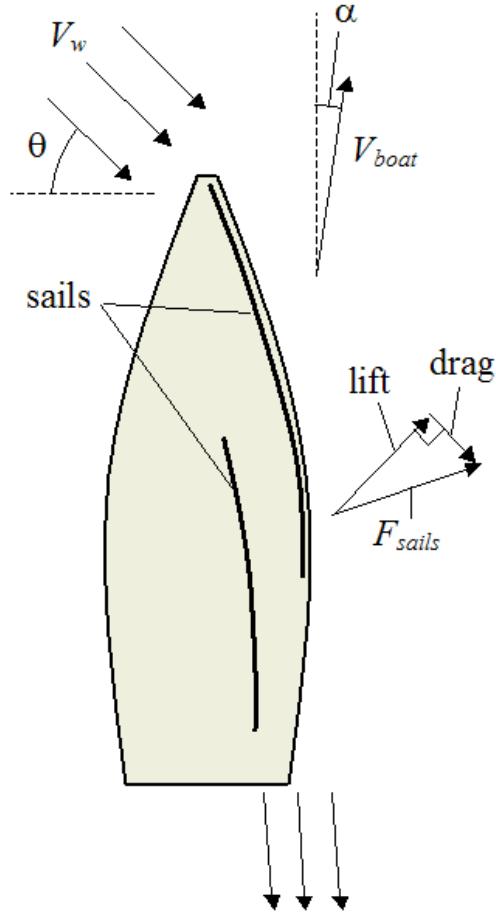
Dakle, u principu, postoje dve glavne komponente jedrilice koje joj omogućavaju efikasno kretanje unapred. To su jedro i kobilica.



Dakle, fizika jedrenja podrazumeva interakciju vetra i jedra i interakciju vode i kobilice.

Slika u nastavku prikazuje opšti slučaj, kada veter V_w duva pod uglom θ u odnosu na horizont. Time se stvara rezultantna sila na jedro, označena sa F_{sails} , što ukazuje na prikazani smer.

Napomenimo da je V_w brzina vetra u odnosu na jedrilicu i nikako je ne treba mešati sa brzinom vetra u odnosu na vodu. Ako se jedrilica kreće, ove brzine nisu iste.



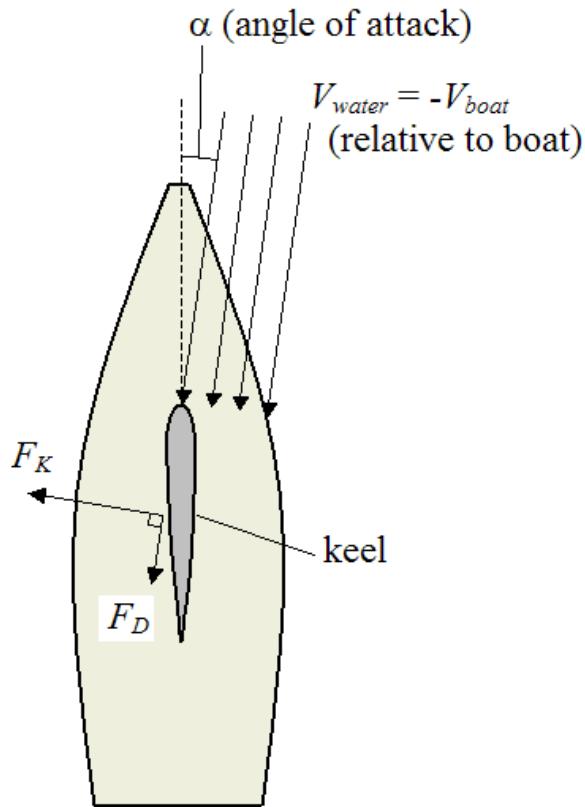
Slika 48: Interakcija vetra i jedra

Sila F_{sails} , sastoji se od dve komponente: lift (podizajuća sila, koja deluje normalno na pravac vetra V_w) i otpor (koji deluje paralelno sa pravcem vetra V_w). Podizajuća sila – lift i otpor su definisani kao dejstvo u ova dva pravca.

Kako se ispostavilo, protok vazduha preko jedra je veoma sličan protoku vazduha preko krila. Dva jedra su orijentisana tako da optimiziraju protok vazduha oko i zmeđu ova dva jedra, i stvaraju toliku "push" silu, kolika je potrebna da bi jedrilica krenula napred. Fleksibilnost jedara omogućava im da imitiraju ponašanje krila i da budu orijentisana u više različitih pozicija za dobijanje najveće "push" sile, u zavisnosti od toga u kom pravcu vetar duva.

Brzina jedrilice (u odnosu na vodu) je označena sa V_{boat} . Pravac ove brzine je malo iskošen udesno od centralne linije jedrilice, za ugao α . To znači da jedrilica ne plovi "glavom" kroz vodu. Neophodno je da jedrilica plovi malo izvan ose (nekim bočnim kretanjem), jer tako kobilica stvara neophodne kontrasile koje se odupiru bočnoj sili kojom vetar deluje na jedro. Prema tome, neko bočno kretanje je neizbežno, ali kobilica država pravac, što je moguće, bliže osi jedrilice (a samim tim i što manji ugao α).

Sledeća slika ilustruje način funkcionisanja kobilice.



Slika 49: Funkcionisanje kobilice

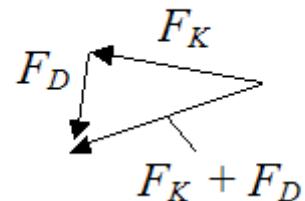
Kobilica se ponaša kao podvodno krilo i iste osnove fizike jedrenja se primenjuju, kao što je u predhodnom delu teksta opisano za jedra. Sila F_k je sila kojom voda deluje na kobilicu i trup, a zbog napadnog ugla α , kobilica sa vodom ovu силу pospešuje. Većina

ovih sila je (namerno) prisutna zbog kobilice, koja je velika i napravljena da podseća na krilo i da stvara što veću kontrasilu, kako bi se smanjili bočno kretanje jedrilice. Koristeći istu konvenciju, F_k je definisana kao normalna na pravac protoka vode V_{water} .

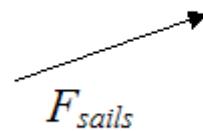
Sila F_D je sila otpora kojom voda deluje na kobilicu i trup, koju zbog ugla α , kobilica sa vodom čini efikasnijom. Sila F_D je paralelna sa smerom protoka vode V_{water} .

Sada možemo da sumiramo sve sile koje deluju na jedrilicu.

1. Rezultantna sila koja deluje na jedrilicu, zbog kretanja kroz vodu



2. Rezultantna sila koja deluje na jedrilicu, zbog vetra koji duva u jedra



$$F_{sails} = - (F_k + F_D) \quad (2.9.1)$$

Rezultantne sile 1 i 2 se poništavaju, jer se jedrilica kreće stalnom brzinom (bez ubrzanja).

Ravnoteža sila pokazuje da se jedrilica kreće stalnom brzinom V_{boat} kroz vodu, zahvaljujući silama između vetra i jedra i vode i jedrilice.

Treba napomenuti da je nemoguće da se jedrilica kreće direktno uz veter ($\theta = 90^\circ$, kao na slici iznad). To je zato što rezultantna sila F_{sails} nema komponentu unapred; umesto toga ona ima komponentu unazad, što znači da bi se jedrilica kretala unazad.

Dakle, postoji granica koliko velik ugao θ može da bude. Kod veoma efikasnih jedrilica, gornja granica je oko 60° .

Brzina vetra u odnosu na jedrilicu (V_w) zavisi od brzine jedrilice (V_{boat}). Ako su poznate brzina jedrilice (V_{boat}) i brzina vetra u odnosu na vodu (V_{wI}), pomoću sledeće formule može se izračunati brzina vetra u odnosu na jedrilicu:

$$V_W = V_{WI} - V_{boat} \quad (2.9.2)$$

Optimalni ugao vetra za najveću brzinu jedrilice je kada V_W duva sa strane ($\theta=0$). Postoje dva glavna razloga za to. Prvi razlog je, zato što je podižuća sila (lift) okrenuta u direktnom smeru (paralelna sa centralnom linijom jedrilice). Drugi razlog je, zato što je "push" sila (komponenta sile F_{sails} usmerena unapred) prilično konstantna kako se V_{boat} povećava. To znači da jedrilica može da se ubrza velikom brzinom, jer sila koja gura ("push" sila) u velikoj meri zavisi od brzine jedrilice V_{boat} .

Ali, ako vetar duva "u leđa" jedrilice, V_W (pa samim tim i jačina vetra) je veoma zavisna od V_{boat} . Što brže jedrilica ide napred, manja je relativna brzina vetra V_W i manja je jačina vetra. Na primer, ako vetar (u odnosu na vodu) duva brzinom $V_{WI} = 20$ km/h, a jedrilica se kreće brzinom $V_{boat} = 12$ km/h (u odnosu na vodu), V_W je $20-12=8$ km/h (u odnosu na jedrilicu). Dakle, brzina jedrilice nikada ne može da bude veća od 20 km/h. Zapravo, maksimalna brzina će biti znatno manja od toga.

Međutim, ako vetar duva sa strane, tada je moguće da V_{boat} bude veća od V_W (po intenzitetu). To je zato što je sila koja gura ("push" sila) dovoljno velika i konstantna da "potera" jedrilicu do velike brzine.

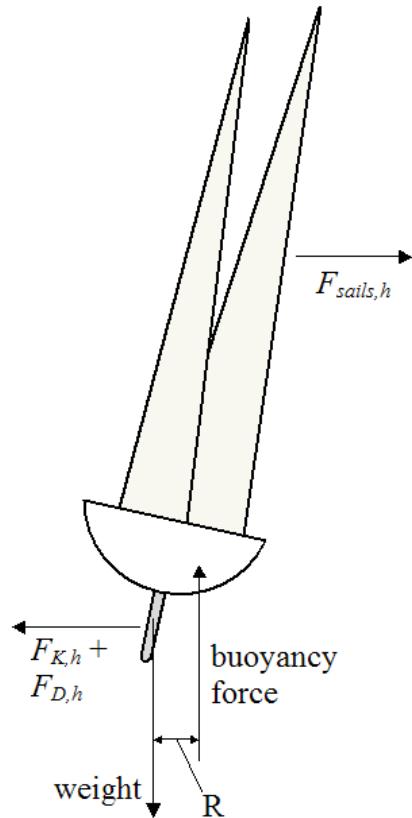
Naginjanje jedrilice

Finalno razmatranje u fizici jedrenja je naginjanje jedrilice, koje se javlja kada vetar duva sa strane. Primer za ovaj slučaj je prikazan na slici ispod.



Slika 50: Naginjanje jedrilice kada vetar duva sa strane

Ovo naginjanje je posledica obrtnog momenta, nastalog od sila F_{sails} , F_k i F_D . Bočne komponente ovih sila (delujući uspravno u odnosi na osu jedrilice) stvaraju rotaciju jedrilice u smeru kazaljke na satu. Ovaj obrtni momenat je uravnovešen sa obrtnim momentom koji generišu težina jedrilice i sila potiska vode. Slika ispod ilustruje ovo dejstvo.



Slika 51: Naginjanje jedrilice pod dejstvom sila

Sila $F_{sails,h}$ je bočna (horizontalna) komponenta sile F_{sails} . Sile $F_{k,h}$ i $F_{D,h}$ su bočne (horizontalne) komponente sila F_k i F_D . Ove komponente sila okreću jedrilicu u smeru kazaljke na satu, do trenutka kada R postane dovoljno veliko, tako da su sile težine i plovnosti u stanju da zaustave rotaciju. To dovodi do snažnog naginjanja jedrilice u desnu stranu¹⁹.

Do sada bi trebalo da bude jasno da je fizika plovidbe veoma složena, i ima dosta zajedničkih osobina sa fizikom podizanja aviona.

Posebno je interesantno da, uz pravilnu orientaciju jedra, kretanje je moguće bez obzira na to u kom smeru duva vetar, koristeći princip aerodinamičkog podizanja.

¹⁹ <http://www.real-world-physics-problems.com/physics-of-sailing.html>

3. Fizika skijanja

Fizika skijanja se odnosi na analizu sila koje deluju na skijaša. Kretanje skijaša je određeno fizičkim principima očuvanja energije i silama trenja koje deluju na njega.

Kako se skijaš ubrzava niz planinu silom gravitacije, njegova potencijalna energija se pretvara u kinetičku, energiju kretanja. U idealnom slučaju, sva potencijalna energija se pretvara u kinetičku. Ipak, deo energije se gubi na toplostu, usled trenja.

Jedna vrsta trenja koje deluje na skijaša je kinetičko trenje između skije i snega. Sila trenja deluje u suprotnom smeru od smera kretanja, što dovodi do smanjenja brzine, a samim tim i kinetičke energije. Kinetičko trenje se može smanjiti primenom voska na donju stranu skija, čime se smanjuje koeficijent trenja.

Otpor je drugi tip sile trenja koja deluje na skijaša. Ova sila zavisi od poprečnog preseka tela i kvadrata njegove brzine u odnosu na fluid, ali i od gustine fluida. Skijaši mogu da smanje ovu силу smanjujući poprečni presek svog tela.

Skijanje je ekstremni sport koji podrazumeva kretanje ogromnom brzinom niz padinu, ponekad, i veoma strmu. Možda ovaj sport ostavlja utisak kao da je u pitanju rutinska radnja nekog iskusnog skijaša, zapravo, mnogo fizike je prisutno u svemu ovome.

3.1 Osnove mehanike skijanja

U ovom delu rada, učićemo da skijamo. Zapravo, skijanje se uči praktično, ali tekst koji sledi, objasniće važne tehnike i mehaniku skijanja. Razumevanje ove teorije, od velike pomoći će biti pri učenju ili usavršavanju tehnike skijanja.

Da bismo ispravno razumeli objašnjenja, neophodno je upoznati se sa opremom koja se u ovom sportu koristi. Za ispravno razumevanje pokreta, neophodno je da znamo kako skije funkcionišu.

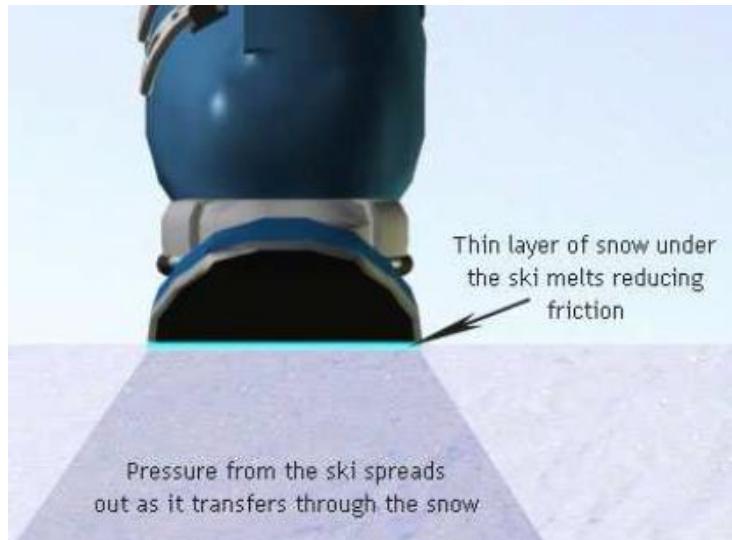
Zašto skije klize?

Iako se skijanje zasnva na klizanju, u tehnici skijanja ne postoji mnogo načina na koje se klizanje može iskoristiti. Skija klizi jer se temperatura, na kojoj se voda ledi, menja sa pritiskom. Sa povećanjem pritiska, smanjuje se temperatura na kojoj se voda

smrzava.

Jednostavno rečeno, pritisak skije na sneg topi sneg direktno ispod skije. To stvara vrlo tanak sloj vode između skija i snega, što u velikoj meri smanjuje trenje i omogućava da skije veoma lako klize. Veći pritisak znači više otopljenog snega.

Slika u nastavku ilustruje tanak sloj snega koji se topi i kako se prenosi sila pritiska sa skije na sneg.



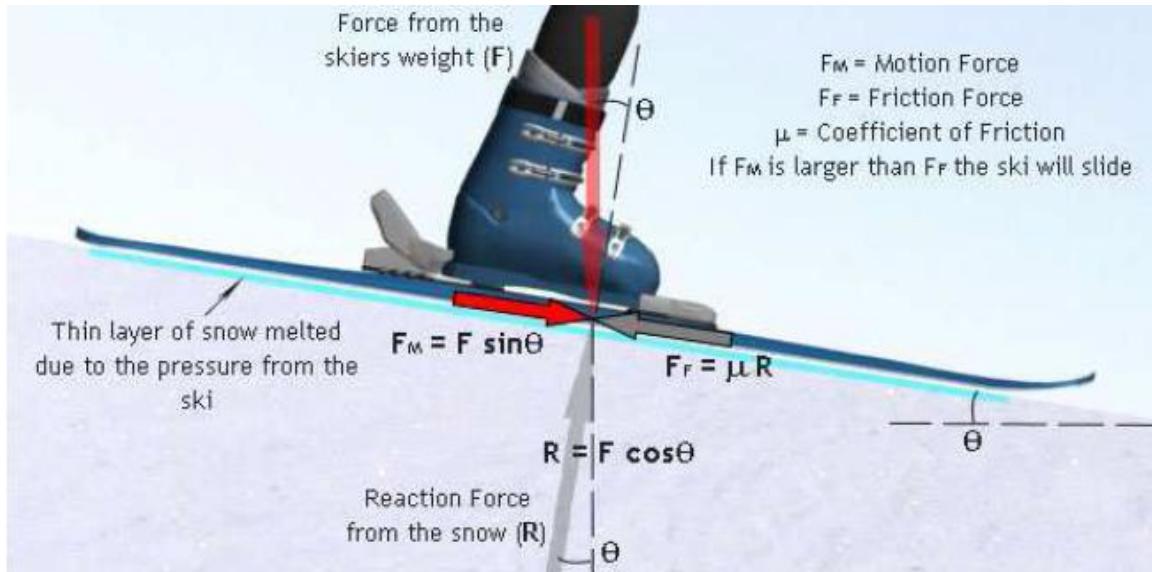
Slika 52: Pod pritiskom, sneg ispod skije se topi

Kada je sneg mekan, rastresit, potrebno ga je sabiti, kako bi se stvorili uslovi (tj. dovoljno sile) da sneg "nosi" skiju. To sabijanju i utabavanje može zahtevati mnogo energije i vremena, ali na neuređenoj stazi, brzina se smanjuje, a predeni put skraćuje.

Tanki sloj snega, koji je rastopljen ispod skija, smrzava se ponovo, čim nije u kontaktu sa skijama, jer nema više dodatnog pritiska. Kada je došlo do ponovnog smrzavanja, na tom mestu nema više snega. Kristali snega su se istopili i pretvorili se u led. Obzirom da se vrlo tanak sloj snega istopio, led na površini koji se formirao je veoma tanak i teško uočljiv. Staze koje nisu pripremljene i na kojima ima mnogo skijaša, mogu imati znatan ledeni sloj na površini. Ovo ponovno smrzavanje i formiranje ledene površine se, manje ili više, dešava u zavisnosti od opštih uslova snega i temperature.

A zašto klizimo kada smo na padini?

Sila reakcije podloge – snega (R), deluje pod različitim uglom na težište tela. To znači da postoji komponenta sile, koju stvara težina našeg tela, u smeru padine (F_M).



Slika 53: Klizanje na padini

Sila trenja (F_F) jednaka je proizvodu koeficijenta trenja (μ) i reakcije podloge – snega (R):

$$F_F = \mu R \quad (3.1.1)$$

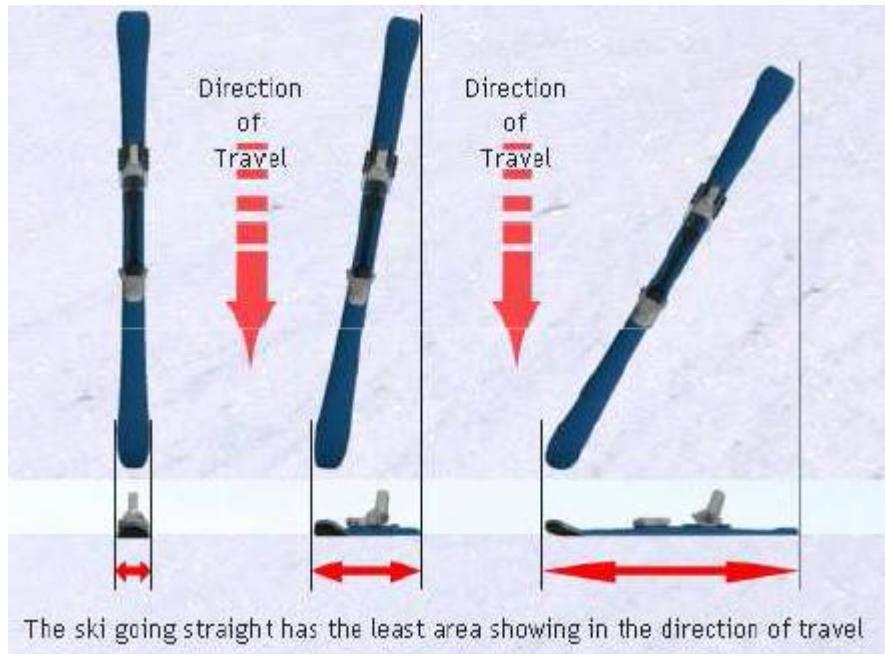
Obzirom da pritisak skija stvara tanak sloj istopljenog snega, μ je vrlo mali, a u mnogim uslovima ugao padine (θ) neće morati da bude velik, jer je F_M veće od F_F i skije počinju da klize.

Ako je sneg jako vlažan (uglavnom u prolećnim mesecima), skije neće dobro klizati. Tada postoji mnogo vode ispod skija koja ne ostavlja prostor za vazduh. Na taj način se stvara vakuum ispod skija pri pokušaju kretanja, što privlači skiju nadole i zaustavlja je, tako da ona ne može da klizi ni blizu, kao u uslovima dobrog snega.

Pravac najmanjeg otpora

Skija teži da se kreće u pravcu u kom je postavljena, jer je to pravac najmanjeg otpora i skija može da "drži" pravac kretanja. Kretanje u bilo kom drugom pravcu, osim pravo napred je manje efikasno i sa većim otporom. Zbog toga, skija uvek teži da se kreće pravo napred, a skijaš mora da koristi druge tehnike kako bi "naterao" skiju da se kreće u bilo kom drugom pravcu.

Kada želimo da usporimo, potrebno je više otpora, tako da postavljamo skiju bočno, kako bi smanjili brzinu.



Slika 54: Pravac najmanjeg otpora

Sa slike iznad (slika 54) se vidi da, u bilo kom drugom pravcu, osim pravo napred, skija je u kontaktu sa većom površinom snega. To znači da skija mora da gura više snega kada skreće u bio kom drugom pravcu, za šta je potrebno uložiti više energije.

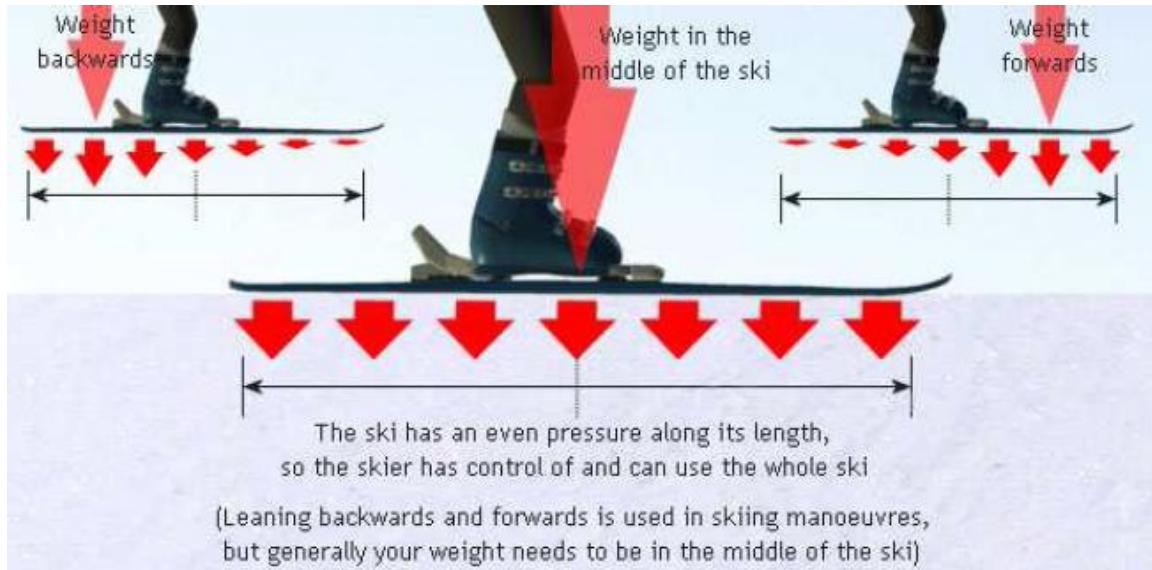
Longitudinalna raspodela težine (tela)

Težina tela treba uvek da se nalazi na sredini skije. U svim narednim primerima pretpostavljamo da je težina tela raspoređena na sredini skije, osim ako nije drugačije naglašeno.

Sredina skije

Kontrola skije se vrši ivicama skije. Da bi pravilno koistili rubnike (ivice), skije moramo gurnuti u sneg, ravnomerno po dužini. To znači da težina tela mora biti na sredini skije, inače ona neće biti ravnomerno raspoređena.

Ako obratimo pažnju na jedan par skija, uočavamo da su vezovi pomereni unazad u odnosu na sredinu skije. Na taj način se stvara potreba da se nagnemo unapred, kako bi se težina tela našla na sredini skije.



Slika 55: Raspodela težine tela po sredini skije, zabijanjem skija u sneg, ravnomerno po dužini

Vezovi su postavljeni malo unazad, da bi se nagnuli unapred i pritisnuli prednji deo skijaške cipele. Na taj način se sila na skiju bolje prenosi, primorava nas da savijemo kolena, što omogućava još stabilniji i prilagodljiviji stav.

Ako je težina tela pomerena unazad, vrh skije neće biti na snegu, što znači da predni deo skije ne pruža nikakvu kontrolu, jer nema kontakt sa podlogom.

Ako se težina tela nalazi u "pravom" položaju, može se osetiti pritisak potkolenica na prednju stranu cipela. Ako se ne oseti pritisak potkolenica na srednju stranu cipela, to znači da smo previše nagnuti unazad, i da se moramo nagnuti unapred.

Iako se retko dešava, moguće je i da se previše nagnemo unapred, što se oseti kao veliki pritisak na potkolenice.

Početak zaokreta

Kada se težište tela pomeri van površine skije, onda obično započinje zaokret, ili se vozi na rubnicama, odnosno menja pravac. U ovakovom položaju, kada je težište tela izvan površine oslonca, telo se nalazi u labilnoj ravnoteži.

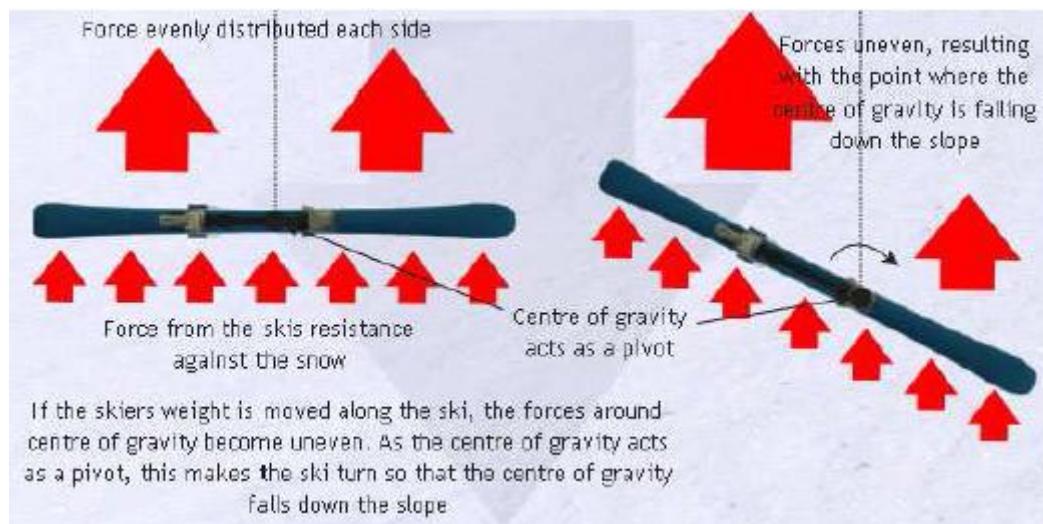
Ako se nagnemo unapred i pomerimo težište tela prema vrhovima skija, vrh skija će krenuti niz padinu. Naginjanjem unazad, repovi skija će krenuti niz padinu. Ovo se koristi prilikom kretanja u spustu koso, kada želimo da napravimo zaokret.



Slika 56: Početak zaokreta, pomeranjem težišta tela

Naginjući se unapred, vrh skija se okreće ka padnoj liniji. Kada se vrh skije poklopi sa padnom linijom, ili ako postoji dovoljna brzina da se izvede zaokret, težina tela se pomera unazad do sredine skija, kako bi se završio zaokret. Dakle, kao što se vidi na prethodnoj slici, naginjanje unapred je pokret koji je započeo zaokret.

Na sledećoj slici (slika 57), posmatrajmo projekciju težišta tela kao centar obrtanja, pri čemu je otpor skije ravnomerno raspoređen po dužini, dok se napadna tačka sile otpora nalazi na sredini skije.



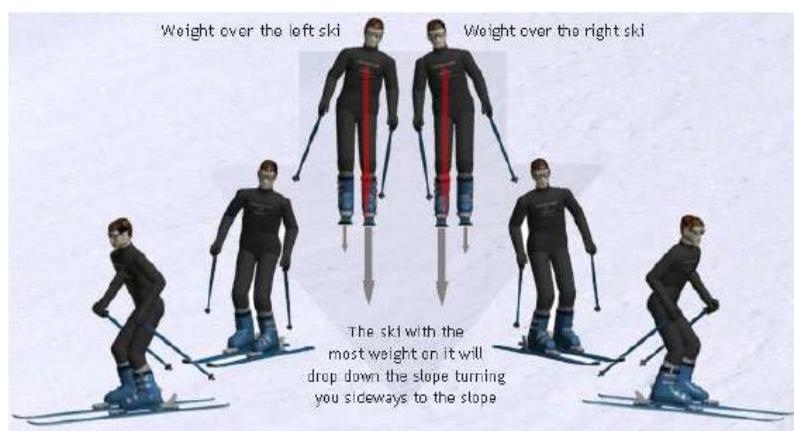
Slika 57: Težište tela kao centar obrtanja i napadna tačka sile otpora

U ovom slučaju, ako se više nagnemo unapred, tačka oslonca se pomera unapred. Obzirom da tačka oslonca nije više na sredini, skija će imati veći otpor iza nego ispred te tačke. Ovo stvara moment sile, jer sile sa suprotnih strana centra obrtanja nisu jednake, pa će se skija okrenuti.

Stabilna pozicija se dobija kada se težište tela nalazi na sredini skije. To znači da prednji i zadnji deo skije imaju isti otpor, tako da bez obzira na položaj tela, ne sme da postoji sila okretanja (osim ako se na vrše lateralna kretanja težišta tela), a skijaš treba da ostane u istom pravcu.

Lateralna raspodela težine tela

Raspodela težine tela između skija određuje koliko će svaka skija uticati na kretanje. Kao i kod longitudinalne (uzdužne) raspodele težine, tako i u ovom slučaju, kada se težište tela nalazi van površine oslonca, telo je u labilnoj ravnoteži. Uzdužna raspodela težine tela okreće prednji ili zadnji kraj skija na padnu liniju.



Slika 58: Lateralna raspodela težine tela

Lateralna raspodela težine tela nas nagnje od padne linije i postavlja skije na rubnike. Što se skija više optereti, utoliko se skije brže postavljaju na rubnike. Sve ovo važi pod prepostavkom da se težište tela nalazi na sredini skije, jer u suprotnom, i uzdužnu (longitudinalnu) raspodelu težine treba uzeti u obzir.

Skija koja je više opterećena, više kontroliše pokret, jer se ona više gura u sneg i stabilnija je. Deo težine tela na toj skiji će odrediti koliki će biti njen uticaj, što dolazi do izražaja dok smo u poziciji pluga – klina.

Da bi napravili zaokret, mi se trudimo da to izvedemo tako da gornja skija postane donja skija. Ona skija koja je više opterećena će težiti da se prva spusti niz

padinu, jer je skijaš gura niz padinu. Donja skija je donja, zato što je ona više opterećena i zato se kreće niz padinu ispred druge skije.

U najjednostavnijem obliku, zaokret predstavlja samo prenošenje težine tela na gornju skiju, tako da se ona kreće niz padinu i postaje donja skija. Kretanje preko padine i promena pravca kretanja se svodi samo na promenu skije koja je niže u odnosu na padinu.

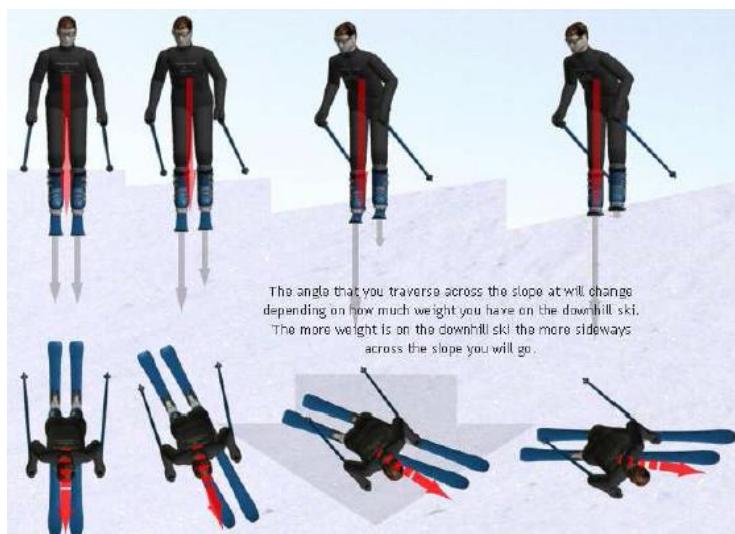
Kada vršimo promenu pravca kretanja, uzdužna raspodela težine se koristi za započinjanje promene pravca kretanja, jer lateralna promena težine ima veći uticaj kada smo više okrenuti niz padinu i brže će nas okrenuti²⁰.

Raspodela težine između skija

Distribucija težine tela između skija određuje i ugao pod kojim će se skijaš kretati niz stazu. Očigledno je da, ako je težina tela ravnomerno raspoređena između skija, onda će obe skije težiti da se spuste niz padinu, što postavlja skije u isti nivo, a skijaš se spušta pravo dole po padnoj liniji.

Ako se težina celog tela nalazi na jednoj skiji, onda će ta skija potpuno doći ispred druge skije, tako da je ona bočno u odnosu na stazu.

Bilo koja raspodela težine između ova dva ekstremna slučaja, ima za posledicu kretanje po padini pod određenim uglom. Taj ugao je manje oštar, ukoliko je težina ravnomernije raspoređena, odnosno, ugao je oštřiji, ukoliko postoji znatno veće opterećenje na jednoj skiji. Ovo važi pod pretpostavkom da se težiste tela nalazi na sredini skije. U suprotnom, uzdužna raspodela težine, takođe ima uticaja.



Slika 59: Raspodela težine tela između skija menja ugao kretanja

²⁰ <http://library.thinkquest.org/11681/>

Prilikom promene pravca kretanja, težina tela treba da se nalazi na spoljašnjoj skiji, odnosno na donjoj skiji. Za to postoji nekoliko razloga:

- Prvo, skija koja je više opterećena, teži da se prva spusti niz padinu, a to je upravo spoljašnja skija prilikom promene pravca kretanja, ili donja skija prilikom spusta koso
- Drugo, ako se izgubi kontrola nad spoljašnjom/donjom skijom, unutrašnja skija može da posluži za uspostavljanje kontrole.

Ako je težina tela na unutrašnjoj skiji, a skijaš izgubi kontrolu, spoljašnja skija obično leti u vazduh i ne može pomoći da se uspostavi kontrola.

Stav

Stav je položaj tela koji omogućava sva kretanja, uključujući i gipkost, koja je potrebna za bilo koji manevar. Objasnićemo elemente paralelnog skijaškog stava, iako se ti elementi mogu primeniti na bilo koji manevar.

Pod stavom se obično podrazumeva zauzeta pozicija, međutim, u skijanju se često menja pravac i brzina kretanja, tako da jednu poziciju ne zadržavamo dugo. To znači da se stav skijaša stalno menja, pa ga je najbolje definisati kao **promenljivi položaj koji se menja u zavisnosti od pravca kretanja, brzine i ugla padine, kao i okolnih elemenata.**

Krajnji cilj je utvrditi "formulu" koja bi odredila kakav stav treba zauzeti u svakoj fazi kretanja.

Iako je stav vrlo jednostavan, on ima više delova koje treba objasniti. U nastavku su navedeni ključni elementi stava sa objašnjenjima i posledicama koje podrazumevaju. Nakon toga ćemo analizirati stav od nogu na gore.



Slika 60: Stav

Dobar stav mora da:

- **Amortizuje neravnine pod nogama i omogući telu da se savije;** To znači da kolena moraju biti savijena, kao i svi ostali zglobovi. Nijedan zglob ne sme biti opružen, jer moraju biti u stanju da se kreću u oba smera (gore-dole).
- **Održi skije u pravilnom položaju;** Pravilan položaj skija zavisi od pravca kretanja i manevra koji se izvodi (što će biti objašnjeno).

- **Održi odgovarajući položaj tela u odnosu na skije;** Položaj tela mora da bude usklađen sa skijama, kako bi omogućio gipkost i amortizaciju.
- **Omogući dobar pregled kretanja;** To znači da skijaš mora biti u mogućnosti da gleda u pravcu kretanja niz padinu, iako to prirodno sledi iz položaja tela u odnosu na skije.
- **Postavi težište tela na pravo mesti;** Ovo se vrši uglavnom u struku, naginjanjem tela napred ili u stranu.
- **Bude udoban;** Iako je ovo veoma važno, najugodnije pozicije su one koje omogućavaju telu da se uskladi sa skijama i da se maksimalno savije, što proističe iz drugih kriterijuma.
- **Omogući telu promenu stava usled promene smera/brzine kretanja;** Obzirom da za sve stavove važe ista pravila, do toga dolazi prirodnim putem.
- **Štedi energiju;** Dobar stav će biti energetski efikasan, jer omogućava efikasnija kretanja, skijaš može duže skijati.

Stav za spust pravo

Prve varijable koje određuju ovaj stav su **pravac kretanja i strmina staze**. Ako se krećemo pravo dole niz stazu, skije će biti paralelne i na istom nivou, a ceo stav je vrlo jednostavan.



Slika 61: Stav za spust pravo dole niz padinu

Skije su u širini kukova, težina tela je ravnomerno raspoređena na obe skije, kolena su savijena da amortizuju neravnine terena, telo je malo nagnuto unapred kako bi se težište nalazilo iznad sredine skije, pogled je unapred, ruke su sa strane ispred tela sa

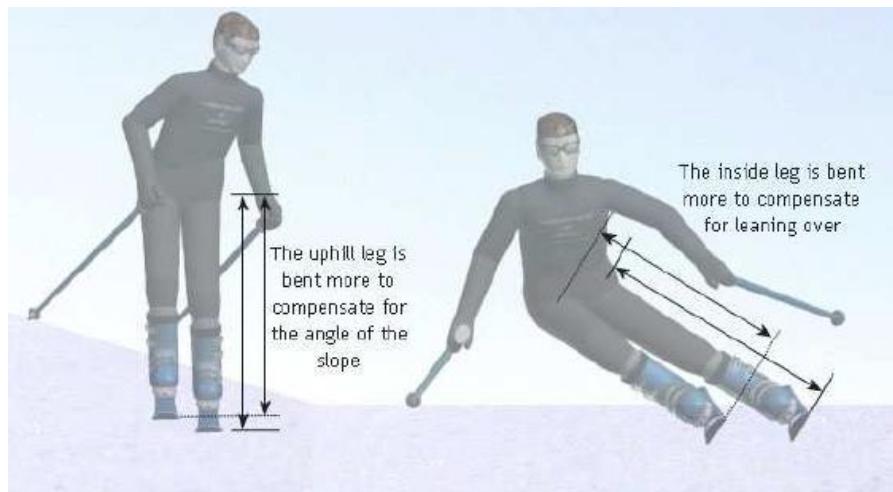
blago savijenim laktovima."Veličina" naginjanja unapred se menja u zavisnosti od strmine, kako bi težište tela ostalo iznad sredine skija.

Prilikom spuštanja niz padinu u blagom isteku (strmina se smanjuje), potrebno je nagnuti se unapred, kako bi se težište tela zadržalo iznad sredine skije. Ako se ne nagnemo unapred, težina tela će se pomeriti unazad i smanjiti kontrolu skija.

Na padinama gde raste nagib, potrebno je malo nagnuti se unazad, kako bi se težina tela zadržala iznad sredine skije. O ovome ne treba brinuti, jer je to nesvestan pokret.

Stav za spust koso

Ako se krećemo popreko u odnosu na stazu (spust koso) ili se naginjemo zbog dejstva sile teže, donja ili spoljašnja skija će biti niža (u odnosu na telo) od druge skije (gornje ili unutrašnje skije). U skijaškim cipelama ne možemo pomerati skočne zglobove, a jedini način da jedna skija bude viša od druge je da se koleno gornje (unutrašnje) noge "gurne" napred. Na taj način je gornja (unutrašnja) skija "gurnuta" malo ispred donje (spoljašnje) skije.



Slika 62: Poprečno kretanje u odnosu na stazu

Što je staza strmija (ili što se više nagnemo unapred) to će donja skija biti niže (dalje), dok će gornja (unutrašnja) skija biti pomerena više unapred.

Pri spustu koso, skije treba da su u širini kukova, ali prilikom naginjanja unapred, one će se još više rastaviti, iako noge ostaju u širini kukova. Širina kukova je optimalno rastojanje između skija, jer ona održava konstantan ugao skija u odnosu na sneg i ostavlja dovoljno prostora za kretanja u kolenima i postavljanje skija na rubnike. Već je pomenuto da oba kolena moraju biti savijena, da amortizuju neravnine terena.

Jedna noga je ispred druge, a položaj koji omogućava većinu pokreta, gipkost i udobnost

se ostvaruje kada se telo okreće tako da su ramena u liniji sa stopalima. To znači da telo ne gleda direktno niz skije, već je blago okrenuto prema padnoj liniji. To omogućava da glava gleda u smeru kretanja i niz padinu.

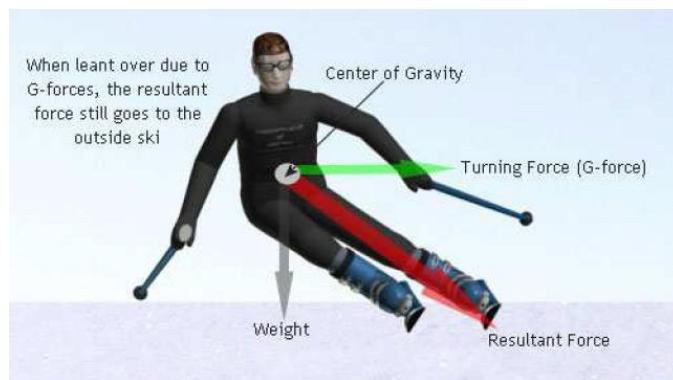


Slika 63: Stav za spust koso

Gornji deo tela, takođe, mora biti postavljen tako da se težina tela prenosi na sredinu donje (spoljašnje) skije. U spustu koso, bez dejstva sile teže, mi se jednostavno nagnemo unapred, kako bi težište tela doveli iznad sredine skije (uzdužna raspodela težine) i delimično prema dole, kako bi opteretili donju skiju (lateralna raspodela težine).

Naginjanje preko stava

Kada se nagnemo na stranu, težina tela se prenosi na spoljašnju skiju preko resultantne sile teže i centrifugalne sile.



Slika 64: Naginjanje preko stava

Za karving zaokret, telo nije okrenuto u stranu, jer se smer kretanja podudara sa pravcem skija. Ramena treba da su normalna na pravac skija.

Ostali stavovi

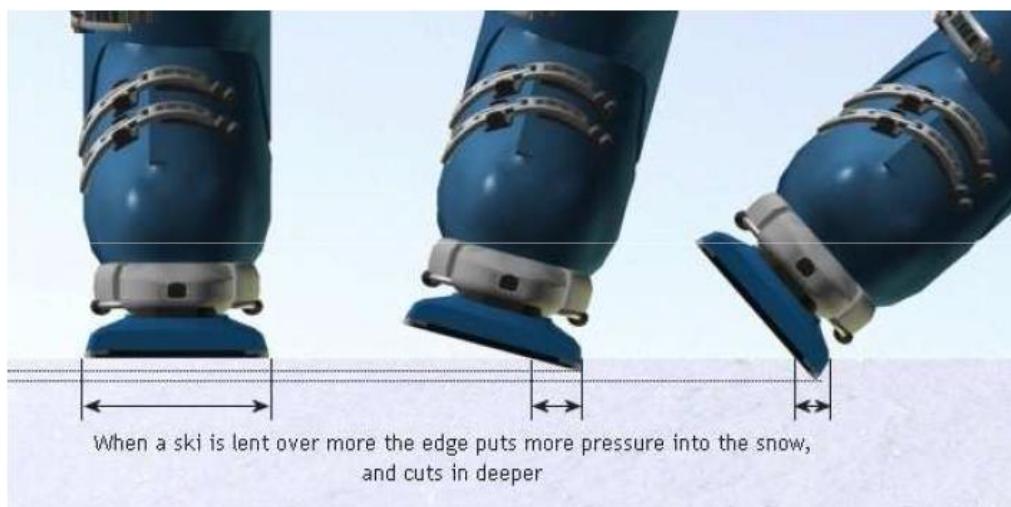
Kada se izvodi brzo vijuganje ili se skija po grbama, ušteda energije dolazi do izražaja. Mi želimo da se izvođenje ovih tehnika vrši sa što manje pokreta gornjeg dela tela. Da bi to ostvarili, trudimo se da telo od struka na gore, držimo opruženim, a da se menja ugao u kukovima, nogama i skijama. Na taj način se koristi manje energije, jer je manja masa koja se pomera u svakom zaokretu, što omogućava da se okrenemo brže i efikasnije.

U dubokom snegu skije treba da su iznad snega, što znači da je težinu tela potrebno pomeriti malo unazad, kako bi vrhovi skija bili iznad snega. Kada ostvarimo odgovarajuću brzinu, da skije ostaju na površini, težište tela treba vratiti na sredinu skije. U nekim situacijama moramo biti sve vreme nagnuti malo unazad, ali se to ne dešava često.

Pritisak ivicama (rubnicama)

Ako je zajednička težina tela i skija raspoređena celom dužinom skija, to stvara najmanji pritisak na sneg ($p = \frac{F}{s}$), jer je težina tela ravnomerno raspoređena celom dužinom skija.

Ako skije oslobodimo težine tela i nagnemo ih na ivice, onda se težina tela prenosi na sneg peko mnogo manje površine i na taj način se stvara veći pritisak na sneg. Dodatni pritisak "gura" skije u sneg i što se dublje skije guraju u sneg, to one stvaraju veći otpor.



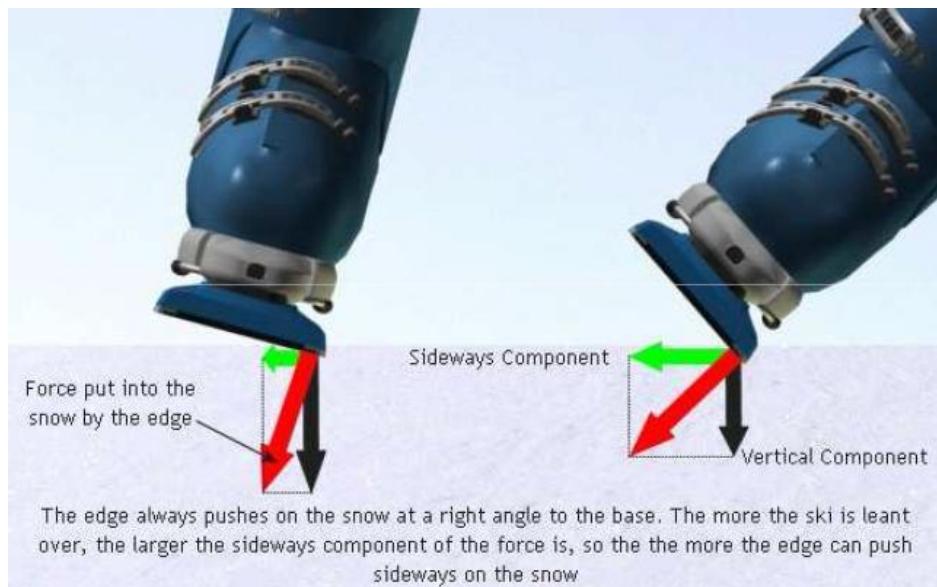
Slika 65: Pritisak ivicama skije

Površina na koju se prenosi težina tela, smanjuje se naginjanjem skije, a što se više nagnemo, to se skija više "gura" u sneg.

Pritisak u bočnom smeru

Ukoliko su skije više nagnute, utoliko više baza i ivice skija stvaraju bočni pritisak na sneg. Što je skija više nagnuta, to je veća bočna komponenta ove sile, tako da će skija moći da stvara veći bočni pritisak na sneg.

Kada želimo da promenimo smer ili usporimo, guramo ivice u sneg, tako da, što je skija više nagnuta, brže ćemo napraviti zaokret ili usporiti. Ovo je veoma važno kod karving zaokreta i zaustavljanja.



Slika 66: Promena intenziteta komponenti sile pritiska (baze skije) sa naginjanjem

Naginjanje skija stvara pritisak na ivice skija i omogućava njihovo bočno postavljanje. Ako se skija previše nagne, može se desiti da sneg ne bude dovoljno čvrst kako bi "držao" ivice. Gornji sloj snega može biti odgurnut skijom, a skija može izgubiti oslonac.

Uticaj rubnika

Postoje četiri različita efekta koje rubnik (ivica skije) može da proizvede tokom skijanja. Ovi efekti zavise od:

- sila koje se prenose na rubnik
- od ugla pod kojim je postavljen rubnik
- kvaliteta snega

A efekti su sledeći:

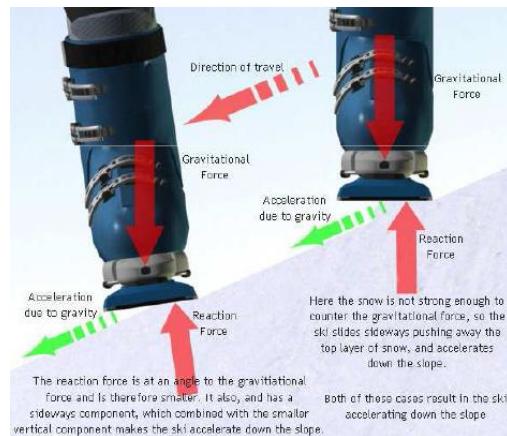
1. skija ubrzava niz padinu
2. skija se kreće konstantnom brzinom niz padinu
3. skija usporava dok se kreće niz padinu
4. zaustavljanje skije.

1.) Skija ubrzava pri kretanju niz padinu

Da bi skija ubrzala u bočnom smeru dok se kreće niz padinu, sila teže mora biti veća od vertikalne komponente reakcije podloge (snega). Postoje dva osnovna načina na koje se to dešava.

U prvom slučaju, skija se može nagnuti pod uglom tako da reakcija podloge ne deluje u suprotnom smeru. U tom slučaju,

- vertikalna komponenta reakcije podloge je manja od sile teže i
- postoji bočna komponenta koja gura skiju, tako da skija ubrzava niz padinu



Slika 67: Skija ubrzava pri kretanju niz padinu

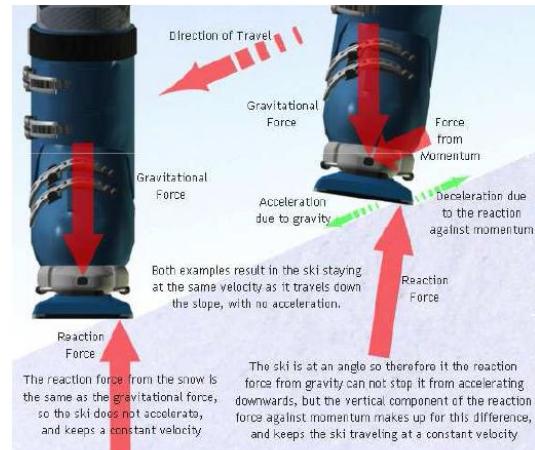
U drugom slučaju je skija normalna na smer sile teže, tako da sila reakcije podloge deluje u suprotnom smeru, ali sneg nije dovoljno čvrst, da bi "izdržao" silu teže. Na taj način, skija odgurne sneg niz padinu i ubrzava.

2.) Skija se kreće niz padinu konstantnom brzinom

Da bi se ovo izvelo, sila reakcije podloge mora da poništi silu teže, tako da ne ostane nijedna sila ili komponenta sile koja stvara ubrzanje. Postoje dva osnovna načina da se to izvede.

Prvi način je vrlo jednostavan i ostvaruje se tako da je skija normalna na silu teže, pri čemu sila reakcije podlove deluje u smeru suprotnom od sile teže. Sneg "nosi" skiju, tako da je sila reakcije podlove istog intenziteta kao i sila teže. Na taj način ne postoji ni jedna dodatna sila, tako da se skija kreće konstantnom brzinom.

Drugi način je da se skija blago nagne, tako da sila reakcije podlove ima komponentu koja deluje u bočnom smeru ka vrhu staze. Ova komponenta sile deluje kao otpor brzini skije i uslovljava da moment količine kretanja skije generiše silu. Obzirom da sila reakcije podlove nije vertikalna, njena vertikalna komponenta nije dovoljna da se suprotstavi sili teže.



Slika 68: Skija se kreće niz padinu konstantnom brzinom

Ovde je potrebno dodati još jednu silu reakcije, jer se sila suprotstavlja i momentu količine kretanja. Da bi skija nastavila da se kreće niz stazu konstantnom brzinom, vertikalne komponente sile reakcije podlove i momenta količine kretanja poništavaju silu teže. Ubrzanje usled sile teže i usporavanje usled momenta količine kretanja se, takođe, međusobno poništavaju.

3.) Usporavanje skije pri spuštanju niz padinu

Da bi se ovo izvelo, potrebno je da vertikalna komponenta reakcije podlove bude veća od sile teže i da postoji bočna sila koja deluje nagore (u pravcu vrha padine). To stvara ubrzanje koje je usmereno nagore (u pravcu vrha padine) i na taj način skija usporava.

Da bi se to ostvarilo, skija mora biti nagnuta ka padini, jer se tako sila teže i moment količine kretanja suprotstavljuju reakciji podlove (snega).

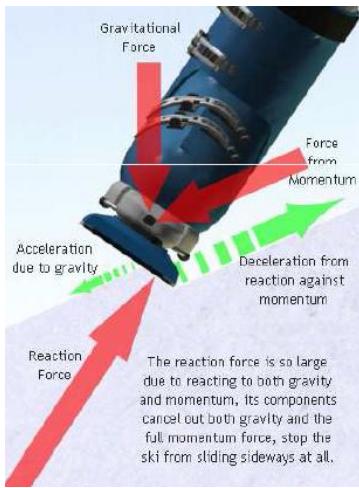
U ovom slučaju, vertikalna komponenta reakcije podlove, koja se suprotstavlja momentu količine kretanja, je veća od razlike između sile teže i vertikalne komponente reakcije podlove.

Na taj način ostaje deo sile koja se suprotstavlja momentu količine kretanja, pri čemu skija ubrzava nagore uz padinu, što usporava skiju.



Slika 69: Usporavanje skije pri spuštanju niz padinu

4.) Zaustavljanje skija (u bočnom smeru)



Slika 70: Zaustavljanje skija u bočnom smeru

U ovom slučaju, skija je ponovo nagnuta u odnosu na padinu, ali je ovde reakcija podloge toliko velika da su i sila teže i sila momenta količine kretanja neutralisane u potpunosti. Na taj način se kretanje u bočnom pravcu potpuno zaustavlja, tako da skija više ne proklizava. To se dešava pri zaustavljanju ili kada se vozi carving tehnika.

Kod carving tehnike, skija klizi unapred duž rubnika, tako što se sva energija reakcije podloge koristi za kretanje skije unapred.

Kada je skija na ravnom, rubnici rade na isti način, osim što u tom slučaju sila teže ne može izazvati ubrzanje, jer nema nagiba.

Hvatanje ivice

Ako donja (spoljašnja) ivica dodiruje sneg, ona će gurati skiju u sneg i na taj način stvarati veliku силу suprotnog smera od smera kretanja. Ovo potpuno zaustavlja skiju, dok telo nastavlja da se kreće niz padinu (gotovo uvek dovodi do pada). Hvatanje ivice je mnogo češće kog snouborda, ali se dešava i u skijanju.

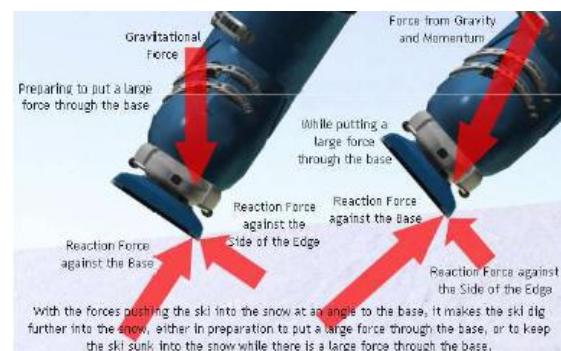
Guranje skije u sneg

Postoji još jedan slučaj koji treba razmotriti, a koji se koristi kod carving tehnike. To je slučaj kada postoji malo ili nimalo bočnog klizanja skija.

Sila koja se prenosi preko skije, deluje pod određenim uglom nadole. Skija je nagnuta na unutrašnji rubnik, tako da reakcija podloge (snega) deluje pod određenim uglom.



Slika 71: Hvatanje ivice



Slika 72: Guranje skije u sneg

Obzirom da se ivica skije takođe gura u sneg, još jedna reakcija podloge deluje duž ivice skije.

Dve reakcije podloge poništavaju silu teže, tako da skija ne ubrzava, a sve bočne sile zajedno sprečavaju da skija proklizava.

Ovo se koristi kada želimo da:

- gurnemo rubnike u sneg, pre nego što delujemo velikom silom (preko skije) na sneg, ili
- održimo skiju u snegu pri velikoj sili koja se prenosi preko baze skije

Rubnike želimo da gurnemo u sneg, pre nego što veliku силу prenesemo na skiju, jer se tada sila prenosi na veću površinu, što stvara manji pritisak na sneg. U tom slučaju je izvesnije da će sneg biti dovoljno čvrst da izdrži silu.

Stvaranje otpora

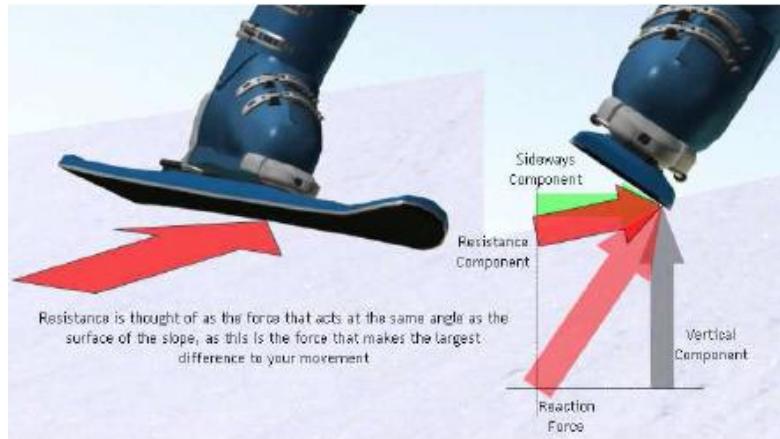
Koristeći pritisak rubnika (ivice skije) i postavljanjem skija u različite pravce, možemo stvoriti različite veličine otpora u različitim pravcima. Obzirom da ovaj otpor u skijanju koristimo u smislu kontrole, korisno je i razumeti ga.



Slika 73: Koristeći pritisak rubnika i postavljanjem skije u različite pravce, stvaramo različite veličine otpora u različitim pravcima

Sila koju skija prenosi na sneg deluje pod pravim uglom, pod uslovom da ne uzimamo u obzir silu trenja.

Reakcija podloge, takođe, deluje pod pravim uglom na površinu skije, ali u suprotnom smeru. Sila reakcije podloge stvara otpor skije. Obično smatramo da je otpor komponenta sile reakcije podloge, koja deluje duž površine padine. To je komponenta koja utiče na brzinu kretanja.



Slika 74: Sila reakcije podloge stvara otpor skije

Smer otpora

Na silu reakcije podloge i njene komponente može se, pomoću skija, uticati na dva načina:

- prvi način je da se skija nagne na ivicu, kao što je već objašnjeno
- drugi način je da se promeni ugao položaja skije (po dužini)

Naginjanje skije (u frontalnoj ravni) određuje kolika će biti bočna komponenta sile reakcije podloge, dok promena ugla skije (u horizontalnoj ravni) određuje u kom pravcu će delovati bočna komponenta sile reakcije podloge.

Obzirom da otpor skije potiče od reakcije podloge, da bi odredili koliki će biti otpor skije, potrebno je znati koje sile guraju skiju u sneg.

Postoje dve sile koje guraju skiju u sneg:

- sila teže i
- sila momenta količine kretanja usled promene brzine kretanja

Sila teže uvek deluje vertikalno nadole i uvek je treba uzeti u obzir jer je stalno prisutna.

Sila koja nastaje usled momenta količine kretanja, deluje samo ako postoji promena brzine. Njen intenzitet se menja, ali ona uvek deluje u pravcu kretanja.

Prilikom zaokreta, sila koju stvara moment količine kretanja, može generisati gravitacionu силу. Jednostavno govoreći, što je skija više nagnuta ka padnoj liniji i što je brzina veća, ona će stvoriti veći otpor.

Većinu vremena, brzina je u različitim pravcima u odnosu na padnu liniju, tako da

skoro uvek postoji kompromis kada pokušavamo da stvorimo što veći otpor. Obično stvaramo onoliko otpora koliko je potrebno da bi se zaustavili, dok u bilo kojoj drugoj situaciji, otpor koristimo za kontrolu kretanja.

Efekti otpora

Sledeća stvar koju treba razmotriti su efekti koji nastaju kada je skija pod uglom u odnosu na padnu liniju i brzinu kretanja.

Kada skija nije postavljena bočno u odnosu na padinu, nastaje bočna komponenta reakcije podloge (snega), što stvara ubrzanje. Skija i dalje može delovati sa sva četiri pomenuta efekta rubnika, ali te efekte uzrokuju komponente sile teže i momenta količine kretanja koje su suprotnog smera od sile reakcije podloge.

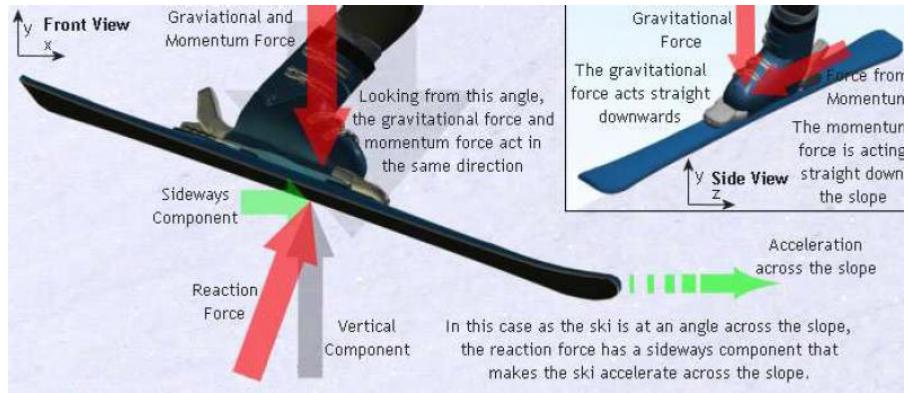
Ako skija usporava u bočnom smeru, moment količine kretanja stvara silu, a ta sila ne deluje vertikalno nadole kao sila teže, osim ako to nije u pravcu kretanja. Prema tome, da bi izračunai ubrzanja, moramo uzeti u obzir smer i intenzitet sile teže, kao i sile momenta količine kretanja.

Analiziraćemo slučaj gde sila teže i sila momenta količine kretanja deluju vertikalno nadole, a zatim ćemo analizirati šta se dešava kada moment količine kretanja deluje u drugom pravcu.

Sila teže i moment količine kretanja deluju u istom pravcu

Sila teže i sila momenta količine kretanja dejuju vertikalno nadole. Kada moment količine kretanja ne deluje u istom pravcu kao i sila teže, onda se on mora posmatrati odvojeno, ili kombinovanjem ove dve sile (intenziteta i pravca delovanja). Ovo stvara jednačinu koja ima dva dela:

- deo sile teže – određuje da li skija ubrzava, usporava ili se kreće konstantnom brzinom u pravcu padne linije
- deo sile momenta količine kretanja - određuje da li skija održava ili gubi brzinu u pravcu momenta količine kretanja

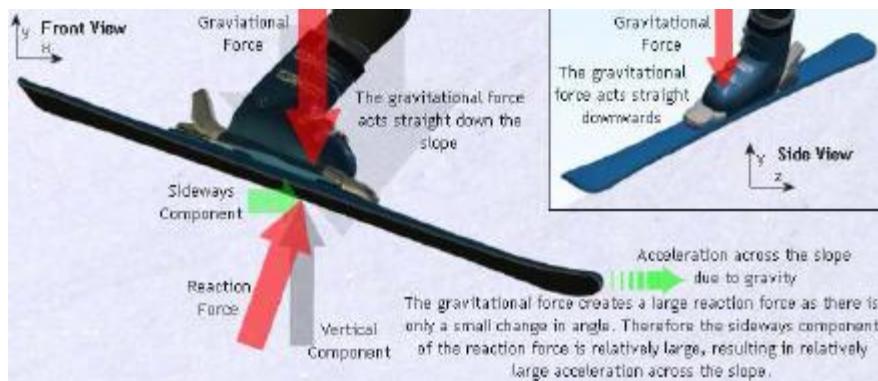


Sika 75: Sila teže i sila momenta količine kretanja deluju u istom pravcu

Oba dela stvaraju kretanje u različitim pravcima, ukoliko skija nije postavljena bočno u odnosu na sile.

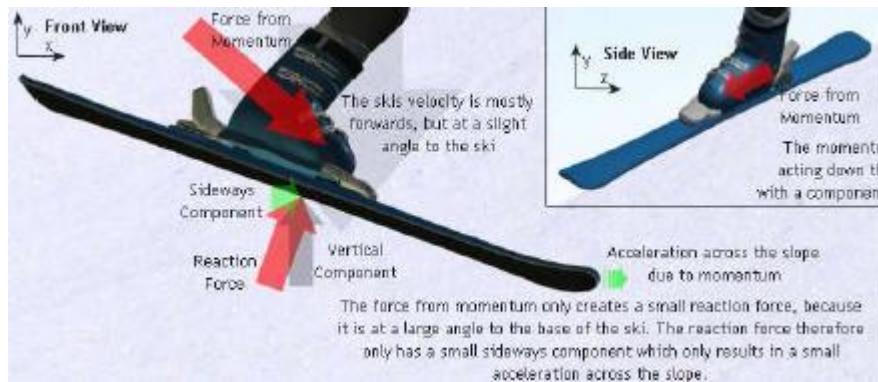
Skija može da ubrza i u pravcu sile momenta količine kretanja, ali sila koja to omogućava treba da bude sila teže.

Na slici 76 se može videti deo jednačine koji određuje sila teže. Bočno ubrzanje stvara sila reakcije podloge.



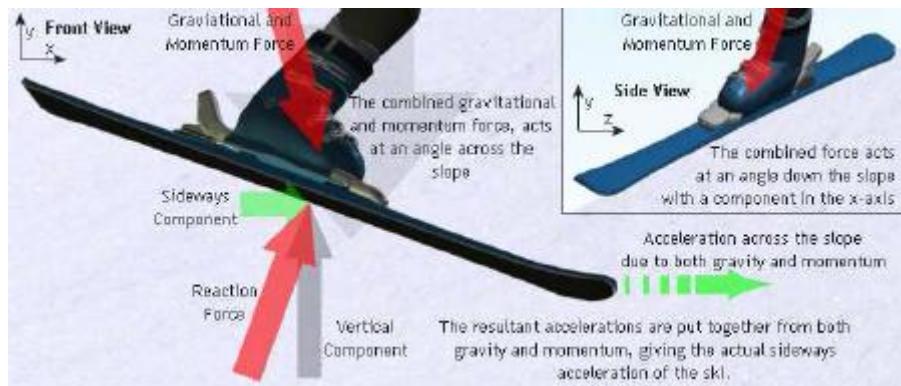
Sika 76: Komponenta sile teže

Slika 77 prikazuje deo jednačine koji određuje sila momenta količine kretanja koja deluje duž skije mnogo više nego sila teže.



Slika 77: Komponenta momenta količine kretanja

Sledeća slika (slika 78) pokazuje rezultat zajedničkog dejstva sile teže i sile momenta količine kretanja.



Slika 78: Zajedničko dejstvo sile teže i sile momenta količine kretanja

Primena otpora

Korišćenje otpora je osnova za sve oblike kontrole u skijanju. Postoji nekoliko stvari koje treba razmotriti tokom skijanja:

- sila teže
- moment količine kretanja
- otpor skija
- sila trenja između skija i podloge i
- otpor veta

Mi ćemo uglavnom zanemariti otpor veta i silu trenja, jer otpor veta može u velikoj meri da utiče na brzinu kretanja, tako da te sile ne koristimo za kontrolu kretanja, mada

uzimamo u obzir neke od njihovih efekata.

Obzirom da se skijanje odvija u realnom svetu i trodimenzionalnom okruženju, kada određujemo pravac, moram uzeti u obzir sve tri ose (x , y , z). Duž svake ose možemo uraditi sledeće:

- ubrzati
- usporiti ili
- zadržati konstantnu brzinu

Primena otpora kod carving tehnike

Prilikom carving tehnike, koristi se otpor na malo drugačiji način, jer koristimo geometriju skije za promenu pravca, pri čemu skije ne proklizavaju. Iako nije prikazano na većini crteža, kada nagnemo skije na rubnike (ivice), skije se "krive", tako da ivica skije ima lučnu putanju u snegu.

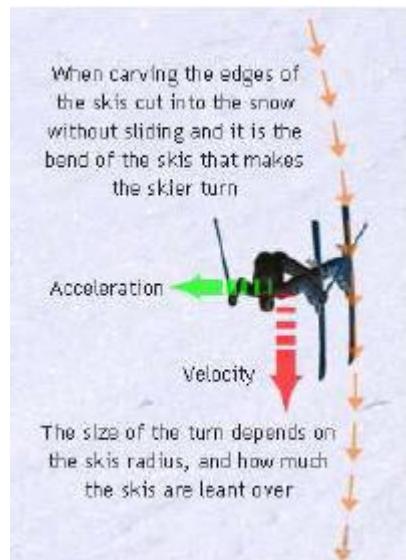
Tu putanju ova tehnika koristi za zaokret i kontrolu pravca kretanja. Kod ove tehnike, mi u suštini pritiskamo ivice (rubnike) jedne strane skije u sneg, tako da nas skije okreću u jednom pravcu.

Kada smo se dovoljno okrenuli u tom pravcu, mi menjamo ivice na skijama, tako da ivice druge strane skija guramo u sneg i one nas okreću u drugom pravcu, nakon čega se sve ponavlja.

Karving tehnika je energetski najefikasniji način skijanja, jer se skija uvek kreće celom svojom dužinom, što im daje najmanje mogući otpor (pravac najmanjeg otpora) i zbog toga tu tehniku koriste takmičari.

Obzirom da kod ove tehnike ivicama (rubnicima) skija kontrolišemo pravac kretanja, prenošenje težine, nema isti efekat kao u prethodnim slučajevima, jer ga ne koristimo na isti način za promenu pravca kretanja.

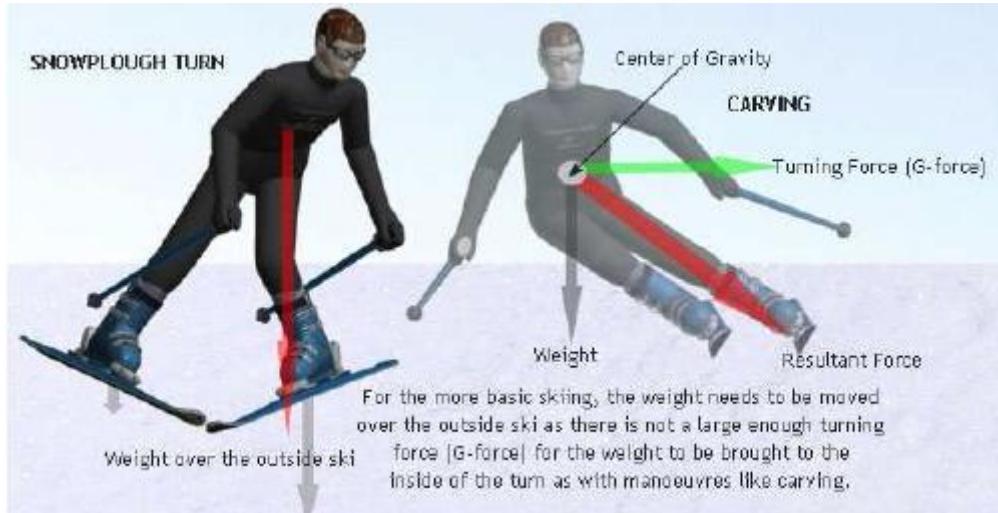
Kada takmičari skijaju, oni žele da se kreću što je brže moguće i ne žele da koriste bilo kakav otpor u pravcu staze, jer bi ih to usporilo. Oni samo žele da naprave otpor u bočnom smeru, tako da mogu da skijaju preko padine i kroz kapije. Zbog toga oni uvek koriste tehnike kojma se odguruju u stranu, koliko god je to moguće, prebacivanjem težine tela tako da je težište iznad dela skije koji je najviše bočno u odnosu na padinu.



Slika 79: Lučna putanja skije u snegu

Pomeranje težišta tela

Još jedna stvar na koju treba obratiti pažnju – pokrete treba shvatiti kao kretanje mase iznad skija, a ne kao guranje skije. To je zato što u osnovnim manevrima nema dovoljno brzine ili dejstva sile teže kako bi se težište tela izvelo iz ravnotežnog položaja.



Slika 80: Pomeranje težišta tela

Dok se težina tela pretežno nalazi iznad skija, kontrola se najviše ostvaruje postavljanjem težine tela na "pravu" skiju.

Pritiskanje skija se koristi samo kada je telo dovoljno nagnuto da bi se moglo odlučiti na koju stranu se može preneti težina, a sa približno istim ishodom, tj. prilikom karving tehnike ili kod paralelnog zaokreta pri većim brzinama²¹.

²¹ http://www.mechanicsofsport.com/snow_weather.html

4. Zaključak

Naša tela su dizajnirana (evoluirala su) tako da mogu savršeno da odgovore na promene koje nam omogućavaju preživljavanje. Ljudski mozak je u stanju da odredi odgovarajuće stanje kretanja, kao i sredstva za postizanje tih stanja mišićne pokretljivosti. Pored toga, u mogućnosti smo da razmišljamo o kompleksnim situacijama koje će omogućiti da se postignu složeni cilevi. Ukoliko su rezultati primene fizike na poznat sistem neočekivani, utoliko će nas primena fizike u toj oblasti više unaprediti.

Poznavanje fizike nam može pomoći da uspešno rešimo veliki broj problema. Ako ispravno koristimo znanje iz fizike, imaćemo neočekivanu prednost u čitavom nizu različitih aktivnosti – pa tako i na sportskim takmičenjima. Možda je najsvetlijii primer Džonatan Edvards, svetski rekorder u troskoku. Džonatan je počeo da se bavi atletikom u 21. godini, sa 22 je završio fiziku na Kembriđu, a sa 25 je prvi preleteo granicu od 18 metara!

Svaki rad ili bilo koja ljudska delatnost, uvek je izražena pokretom, odnosno kretanjem. Analiziranje fizike kroz primere u sportu je odličan način motivisanja učenika da uče koncepte fizike i matematičke formulacije kojima se fizika služi. U sportu se koriste fizički pokreti tela za obavljanje podviga, koji mogu da se prikažu principima i fizičkim zakonima. Pored fizike ljudskog tela, svaki sport prožima mnoštvo relevantnih primera fizike, koji mogu da zagolicaju maštu učenika i prikažu koncepte fizike "na delu".

Svaki sport predstavlja primenu neverovatno složenog znanja fizike, potrebno je samo malo dublje zaći u primere i otkriti da svo to znanje, na neki način, poseduje svaki učenik. Sa ovakvim početnim stavom, ne postoji učenik koji će odbiti da sazna šta sve u njegovojo glavici postoji i čeka da bude otkriveno.

U ovom radu bio je prikazam mali, jako mali deo primene fizike u sportu, kao i analiza sportskih akata kroz "oko" fizike. Šta se tu sve krije i kako mogu da se postignu bolji sportski rezultati, biće prepušteno svima vama koji želite više i bolje. Pa, srećno ☺ Fizika vam izlazi u susret, svaki put!

5. Literatura:

Reference:

- [1] <http://www.real-world-physics-problems.com/physics-of-ice-skating.html>
- [2] Dr Vassilios Spathopoulos, “*An Introduction to the Physics of Sports*”, Amazon (2013.), Chapter 3
- [3]
http://math2033.uark.edu/wiki/index.php/Gymnastics#Flipping_Power:_Applying_Physics_in_Gymnastics
- [4]
http://wiki.croomphysics.com/index.php?title=The_Physics_of_Gymnastics_By_Bernie_Mowry
- [5] <http://www.life123.com/sports/team-sports/gymnastics/physics-of-gymnastics.shtml>
- [6] S. Delibašić, “*Na krilima vетра*”, Magazin: Politikin zabavnik, br. 3087, (2011.).
- [7] <http://www.real-world-physics-problems.com/physics-of-kite-flying.html>
- [8] V. Kleshnev, “*Propulsive Efficiency of Rowing*”, Australian Institute of Sport, Canberra, Australia, 1999.
- [9] <http://www.atm.ox.ac.uk/rowing/physics/basics.html>
- [10] <http://www.real-world-physics-problems.com/physics-of-basketball.html>
- [11] Časopis "Mladi fizičar", Društvo fizičara Srbije, br. 99, školska 2004/05.
- [12] <http://www.real-world-physics-problems.com/physics-of-billiards.html>
- [13] Dr. Nenad Vukmirović, *Fizika tenisa*, časopis “Vreme”, Beograd, br. 1064., 26. maj 2011.
- [14] Howard Brody, "Physics of the tennis racket", American Journal of Physics 47, 482-487., (1979)
- [15] <http://www.svetnauke.org/3391-fizika-kao-tajno-oruzje-tenisera>
- [16] http://sr.wikipedia.org/sr/Americki_fudbal
- [17] <http://www.howstuffworks.com/physics-of-football.htm>

- [18] http://en.wikipedia.org/wiki/American_football
- [19] <http://www.real-world-physics-problems.com/physics-of-sailing.html>
- [20] <http://library.thinkquest.org/11681/>
- [21] http://www.mechanicsofsport.com/snow_weather.html

Ostala korišćena literatura:

1. <http://www.physicsclassroom.com/reviews/>
2. <http://www.topendsports.com/biomechanics/sportsspecific.htm>
3. David Lind, Scott P. Sanders, “*The physics of skiing : Skiing at the triple point*”, AIP Press, NY. 2004.
4. John Eric Goff, “*Gold Medal Physics: The Science of Sports*”, John Hopkins University Press, Baltimore. 2010.
5. Robert Gardner, “*Science Project About the Physics of Sports*”, Enslow Publication, NJ. 2010.
6. Angelo Armenti, “*The Physics of Sports*”, American Institute of Physics. 1992.

Kratka biografija kandidata

Milica Ranisavljević rođena je 06.11.1986. godine u Bačkoj Palanci. Osnovnu školu "Vuk Karadžić" završava u Bačkoj Palanci i uporedo sa njom završava i Nižu Muzičku školu "Stevan Hristić", na odseku za žičane instrumente. Od 2001. godine učenik je Gimnazije "20. Oktobar" (opšti smer) u Bačkoj Palanci.

Nakon završetka Srednje škole, 2005. godine, upisuje se na Prirodno-matematički fakultet u Novom Sadu i na Departmanu za fiziku, smer profesor fizike, završava osnovne studije.

Po završetku osnovnih studija, 2010. godine upisuje diplomske akademske studije drugog stepena, na studijskom programu – diplomirani profesor fizike – master. U isto vreme počine da radi u struci i stiče prva radna iskustva.



KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA

Redni broj:

RBR

Identifikacioni broj:

IBR

Tip dokumentacije: Monografska dokumentacija

TD

Tip zapisa: Tekstualni štampani materijal

TZ

Vrsta rada: Master rad

VR

Autor: Miica Ranisavljević

AU

Mentor: dr Sonja Skuban

MN

Naslov rada: Fizika u sportu

NR

Jezik publikacije: srpski (latinica)

JP

Jezik izvoda: srpski/engleski

JI

Zemlja publikovanja: Srbija

ZP

Uže geografsko područje: Vojvodina

UGP

Godina: 2013

GO

Izdavač: Autorski reprint

IZ

Mesto i adresa: Prirodno-matematički fakultet, Trg Dositeja Obradovića 4, Novi Sad

MA

Fizički opis rada:

FO

Naučna oblast: Fizika

NO

Naučna disciplina: Eksperimenti u mehanici i termodinamici

ND

Predmetna odrednica/ ključne reči: Prisutnost i primena fizike u sportu

PO**UDK**

Čuva se: Biblioteka departmana za fiziku, PMF-a u Novom Sadu

ČU

Važna napomena: nema

VN

Izvod: Kada je učenik motivisan, uloženi napor, stepen misaone aktivnosti i koncentracija pažnje su povećani, a sve to dovodi do boljeg rezultata učenja. Učenje putem interesantnih stvari je lakše, a deci, definitivno, interesantna stvar je sport.
IZ Zainteresovati decu za sport nije problem, ali za fiziku - ume da bude.

U ovom radu, prezentovana je veza ove dve discipline – objašnjenja fizike i njenih osnovnih zakona na primerima iz sporta, ili obrnuto – sport kao primenu zakona fizike.

Iako ne spada u plan i program izučavanja fizike u školama, nekoliko časova redovne ili dodatne nastave moglo bi da se posveti obradi ove teme – Fizika u sportu.

*Datum prihvatanja teme od
NN veća:* 18.09.2013.

DP

Datum odbrane: 30.09.2013.

DO

Članovi komisije:

KO

Predsednik: dr Agneš Kapor, redovni profesor
član: dr Miodrag Krmar, redovni profesor
član: dr Sonja Skuban, vanredni profesor

UNIVERSITY OF NOVI SAD
FACULTY OF SCIENCE AND MATHEMATICS

KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number:

ANO

Identification number:

INO

Document type: Monograph publication

DT

Type of record: Textual printed material

TR

Content code: Master paper

CC

Author: Milica Ranisavljević

AU

Mentor/comentor: Ph.D. Sonja Skuban

MN

Title: Physics in Sport

TI

Language of text: Serbian (Latin)

LT

Language of abstract: English

LA

Country of publication: Serbia

CP

Locality of publication: Vojvodina

LP

Publication year: 2013

PY

Publisher: Author's reprint

PU

Publication place: Faculty of Science and Mathematics, Trg Dositeja Obradovića 4, Novi Sad

PP

Physical description:

PD

Scientific field: Physics

SF

Scientific discipline: Experiments in mechanics and thermodynamics

SD

Subject/ Key words: The presence and use of physics in sports

SKW**UC**

Holding data: Library of Department of Physics, Trg Dositeja Obradovića 4

HD

Note: none

N

Abstract: When a student is motivated, the effort involved, the level of thought activity and concentration of attention have been increased, and all this leads to better learning outcomes. Learning through the interesting things is easier, and for children, definitely, the interesting thing is sports. Make children interested in sport is not a problem, but in Physics - it can be.

In this paper, is presented the relationship of these two disciplines - explanations of physics and its basic laws on the examples from sports, or vice versa - sports as a law of physics application.

Although, the theme does not included in curriculum of study of physics in schools, several classes of regular or extra classes could be given to processing of these topics - Physics in Sport.

Accepted by the Scientific Board:

18.09.2013.

ASB

Defended on:

30.09.2013.

DE

Thesis defend board:

DB

President:

Ph.D. Agnes Kapor, full professor

Member:

Ph.D. Miodrag Krmar, full professor

Member:

Ph.D. Sonja Skuban, associate professor