Želeo bih da se i ovom prilikom zahvalim profesoru dr Bratislavu Tošiću za svesrdnu pomoć pri pisanju ovoga rada.

MILE KESIĆ

A N A L I Z A   M A G N O N S K I H   S T A N J A
U   T A N K O M   F I L M U

- diplomski rad -

U Novom Sadu, septembra 1975. godine.

S A D R Ž A J

U V O D

Cilj ovog diplomskog rada je analiza onih spinskih talasa u jednodimenzionalnom spinskom lancu koji imaju konačno vreme života. Poznato je da u lancu konačne dužine (5o - loo atoma) postoje harmonijski spinski talasi čije je vreme života, bar teorijski, beskonačno dugo. Ovi talasi, međutim, postoje samo za jednu fiksiranu vrednost talasnog vektora. Svi ostali tipovi pobuđenja u ovakvoj strukturi imaju konačno vreme života. Ovde će biti ispitane osobine ovih neharmonijskih pobuđenja i ocenjeno njihovo vreme života.

I GLAVA

H A R M O N I J S K I   S P I N S K I   T A L A S I

1. HAJZEMBERGOV FEROMAGNETIK

Kao što se zna za pojavu magnetizma odgovorni su spinovi elektrona nepopunjenih unutrašnjih ljuski. Treba odmah napomenuti da iako svaki elektron ima spin S=1/2 to ne znači da elektroni nepopunjenih ljuski učestvuju u magnetnim fenomenima sa svojim spinovima individualno. Svi elektroni nepopunjene ljuske, kada su atomi vezani u kristal, u zavisnosti od prirode sile kojom su vezani atomi, stvaraju jedan sumarni tzv. efektivni spin ljuski i ovi efektivni spinovi i interakcija izmedju njih obrazuju magnetni kristal koji ne mora da se poklapa sa hemijskom kristalnom rešetkom. Ovaj efektivni spin odredjuje se eksperimentalno od kristala do kristala. Drugim rečima, na osnovu eksperimentalnih činjenica, zna se da efektivni spin nije sumarni spin svih elektrona 3d ljuski nego spin jednog dela ovih elektrona koji svoje spinove nisu sparili antiparalelno. Medjutim, nezavisno od ovoga, očigledno je da se u magnetizmu mora raditi sa spinovima jednakim i većim od 1/2 pa je zbog toga neophodno upoznati se sa osobinama spinskih operatora za spin proizvoljnog intenziteta S.

Poznato je da je spin čisto kvantno mehaničko svojstvo elementarnih čestica i može se shvatiti kao neki unutrašnji momenat elementarnih čestica. Mada ovakva ideja u neku ruku negira elementarnost čestica ona bar u jednom elementu sebe potpuno opravdava. Radi se naime o tome da ako se spin shvati kao momenat i komutacione relacije za spinske operatore definišu kao komutacione relacije za komponente momenta, onda ovo ne dolazi u protivurečnost ni sa eksperimentom ni sa preciznijim teorijama spina kao efekta relativističkih kvantno-mehaničkih fenomena.

Operator spina je vektorski operator i može se napisati kao suma vektora duž komponenata pravouglog koordinatnog sistema, tj.

$$\vec{S} = S^x\vec{i} + S^y\vec{j} + S^z\vec{k}\,; \qquad (I\,1.1)$$

ovde su $\vec{i}, \vec{j}$ i $\vec{k}$ -ortovi pravouglog sistema; S^x, S^y i S^z komponente spina. Najlakše je zapamtiti komutacione relacije za spinske operatore po analogiji sa vektorskim produktima ortova osa tj.

$$\vec{i}\times\vec{j}=\vec{k}\,;\quad \vec{j}\times\vec{k}=\vec{i}\,;\quad \vec{k}\times\vec{i}=\vec{j}\,. \qquad (I\,1.2)$$

Mi po analogiji možemo pisati

$$[S^x,S^y]=iS^z;\quad [S^y,S^z]=iS^x;\quad [S^z,S^x]=iS^y. \qquad (I\ 1.3.)$$

Treba napomenuti da su komutacione relacije (I 1.3.) opšte komutacione relacije za komponente momenta u kvantnoj mehanici ispisane u sistemu jedinica $\hbar=c=1$.

Dalje transformisanje komutacionih relacija za spinske operatore vršićemo u punoj analogiji sa komutacionim relacijama za orbitalni momenat elektrona. Kao što znamo iz teorije orbitalnog momenta, ako Z-osu odaberemo za osu kvantizacije, onda operatori

$$L^+ \; i \; L^-$$

delujući u sistemu svojstvenih funkcija operatora L^z povećavaju odnosno smanjuju L^z projekciju za jedinicu i to tako što je operator L^+ povećava a L^- smanjuje.

Ako magnet shvatimo kao sistem uredjenih spinova i to tako da u osnovnom stanju Z - projekcije svih spinova imaju maksimalnu vrednost S (S je intenzitet spina), a pobudjenja magnetnog sistema shvatimo kao narušavanje ovoga reda u osnovnom stanju tj. kao menjanje vrednosti Z - projekcije spina, onda je jasno da uvodjenje operatora $S^+=S^x+iS^y$ i $S^-=S^x-iS^y$ ima fizičkog smisla jer su upravo oni odgovorni za menjanje veličine Z-projekcije. Zbog toga ćemo ovde navesti komutacionu relaciju za operator S^+ i S^-:

$$S^+S^-=(S^x+iS^y)(S^x-iS^y)=(S^x)^2+(S^y)^2-i[S^x,S^y];$$
$$S^-S^+=(S^x-iS^y)(S^x+iS^y)=(S^x)^2+(S^y)^2+i[S^x,S^y].$$

Ako ove dve relacije oduzmemo i za komutator $[S^x,S^y]$ zamenimo njegovu vrednost iz (I 1.3.) dobićemo:

$$[S^+,S^-]=2S^z. \qquad (I\ 1.4.)$$

Ako gornju jednačinu saberemo i za komutator $[S^x,S^y]$ zamenimo njegovu vrednost iz (I 1.3.) dobićemo

$$\{S^+,S^-\}=2(S^x)^2+2(S^y)^2=2[(S^x)^2+(S^y)^2+(S^z)^2]-2(S^z)^2, \quad tj.$$
$$\{S^+,S^-\}=2S(S+1)-2(S^z)^2. \qquad (I\ 1.5.)$$

Pri dobijanju rezultata (I 1.5.) korišćena je činjenica da su svojstvene vrednosti kvadrata operatora S date kao S (S+1), što je u punoj analogiji sa teorijom orbitalnog momemnta.

Do sada dobijene formule u kojima su date komutacione relacije za spinske operatore definišu tzv.kinematiku spinskih sistema. Pošto je magnet sistem uredjenih spinova ali na raznim čvorovima kristalne rešetke, neophodno je spinske operatore snabdeti još jednim indeksom koji označava čvor rešetke u kome se nalazi atom. Spinski operatori za razne čvorove deluju svaki u svom prostoru talasnih funkcija i očigledno je da zbog toga za različite čvorove oni moraju da komutiraju. Zbog toga, ako sa $\vec{n}$ i $\vec{m}$ obeležimo dva različita čvora rešetke i sa $\vec{S}_{\vec{n}}$ i $\vec{S}_{\vec{m}}$ spinove u tim čvorovima, onda relaciju (I 1.4.) možemo generalisati na sledeći način:

$$[S^{+}_{\vec{n}}, S^{-}_{\vec{m}}] = 2 S^{z}_{n} \delta_{n,m} . \qquad (I\ 1.\ 6.)$$

Pošto smo ovde rešili problem kinematike spinskih operatora postavlja se pitanje kakav oblik treba da ima Hamiltonijan sistema uredjenih spinova po čvorovima rešetke. Ovakav Hamiltonijan se može izvesti na osnovu najopštijih razmatranja. Hamiltonijan kao operator energije mora biti skalarna veličina, pa je očigledno da je Hamiltonijan za dva spina na dva čvora rešetke $\vec{n}$ i $\vec{m}$ proporcionalan skalarnom proizvodu $\vec{S}_{\vec{n}} \cdot \vec{S}_{\vec{m}}$ spinova ovih čvorova. Faktor proporcionalnosti je kao što smo već videli posledica sile izmene izmedju elektrona i obeležava se sa $I_{\vec{n},\vec{m}}$ i naziva se integral izmene. Prema tome, pošto je za dva čvora

$$\hat{H}_{\vec{n},\vec{m}} = -\frac{1}{2} I_{\vec{n},\vec{m}} \vec{S}_{\vec{n}} \cdot \vec{S}_{\vec{m}} ,$$

očigledno je da će ukupni Hamiltonijan kristala biti suma izraza $H_{\vec{n},\vec{m}}$ po svim čvorovima rešetke, tj.

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{\vec{n},\vec{m}} I_{\vec{n},\vec{m}} \vec{S}_{\vec{n}} \cdot S_{\vec{m}} \ ; \quad (\vec{n} \neq \vec{m}). \qquad (I\ 1.7)$$

Treba napomenuti da je faktor 1/2 došao usled toga što je interakcija u smeru $\vec{m}\vec{n}$ ista kao interakcija u smeru $\vec{n}\vec{m}$, pa bi bez ovog faktora bila udvojena. Znak "-" je izabran da bi sistem imao negativnu energiju osnovnog stanja tj. da bi se nalazio u potencijalnoj jami a ne u potencijalnom bedemu. Ako se posmatrani sistem nalazi u spoljašnjem magnetnom polju $\varkappa$ onda Hamiltonijan (I 1.7) ima dodatni član koji predstavlja sumu energija po čvorovima, koja dolazi usled prisustva magnetnog polja. Kao što je poznato, spinovi se uvek orijentišu duž magnetnog polja, pa je energija koja dolazi usled prisustva magn. polja data sa

$$-\mu_B \vec{S}_{\vec{n}} \cdot \vec{\varkappa} = -\mu_B S^{z}_{\vec{n}} \varkappa$$

za jedan čvor rešetke a za ceo kristal kao suma po svim čvorovima.

Prema tome kompletan Hamiltonijan sistema za sistem spinova u magnetnom polju, pri čemu uzimamo Z-osu za osu kvantizacije ima oblik:

$$H = -\mu_B \mathcal{H} \sum_{\vec{n}} S^z_{\vec{n}} - \frac{1}{2} \sum_{\vec{n}\vec{m}} I_{\vec{n}\vec{m}} \vec{S}_{\vec{n}} \vec{S}_{\vec{m}} \,, \qquad (I\ 1.8.)$$

gde je μ_B magnetni momenat atoma dat u Borovim magnetomima.

Dobijeni izraz (I 1.8) predstavlja Hamiltonijan Hajzembergovog izotopnog modela. Integrali izmene $I_{\vec{n}\vec{m}}$ su simetrične funkcije koeficijenata $\vec{n}$ i $\vec{m}$ tj.

$$I_{\vec{n}\vec{m}} = I_{\vec{m}\vec{n}} \,, \qquad (I\ 1.9.)$$

i zavise od intenziteta razlike $|\vec{n}-\vec{m}|$. Ovo je očigledno na osnovu činjenice da je $I_{\vec{n}\vec{m}}$ došlo usled sila izmedju elektrona koje su centralnog karaktera (Kulonovske sile). Takodje znamo da je energija $I_{\vec{n}\vec{m}}$ energija izmene izmedju elektrona i eksplitni oblik za integrale izmene mogao bi se dobiti opštim računima kojim se ovakve veličine računaju. Ispostavlja se medjutim da su talasne funkcije elektrona nepopunjenih atomskih ljuski za atome vezane u kristal u toj meri definisane da nikakvo modeliranje ovih talasnih funkcija do danas nije dalo zadovoljavajuće rezultate. Zbog toga se veličine $I_{\vec{n}\vec{m}}$, na sadašnjem stadijumu razvoja teorije, uzimaju kao fenomenološki parametri i na osnovu eksperimenta zna se da su reda veličine 1000 k_B za jake feromagnetike $(Fe,\ Co,\ Ni)$, i reda veličine 100 k_B za retke zemlje. Ovi podaci dolaze iz eksperimentalnih rezultata za temperature prelaza feromagnetika. Finija eksperimentalna istraživanja pokazuju da integrali izmene eksponencijalno opadaju sa porastom veličine $|\vec{n}-\vec{m}|$, pa se zbog toga u teoriji magnetizma aproksimacija najbližih suseda može smatrati za veoma dobru i realnu aproksimaciju.

Hamiltonijan Hajzembergovog feromagnetika može se generalisati na više raznih načina.

Ako posmatrani kristal ima složenu magnetnu ćeliju (tj. ima više podrešetki) onda se Hamiltonijan sistema za više podrešetki dobija odgovarajućim usložnjavanjem vektora $\vec{n}$ i $\vec{m}$ u Hamiltonijanu (I 1.8) tj.

$$\vec{n} \to \vec{n} + \vec{r}_\alpha \ ; \quad \vec{m} \to \vec{m} + \vec{r}_\beta \qquad (I\ 1.10.)$$

gde su $\vec{n}$ i $\vec{m}$ sada vektori složene ćelije a vektori $\vec{r}_\alpha$ i $\vec{r}_\beta$ vektori atoma unutar ćelije. Ovakav slučaj, kada α i β uzimaju samo dve vrednosti, mi ćemo u daljem radu detaljno analizirati, jer to će biti slučaj feromagnetika sa dve podrešetke.

Ako se uzme u obzir da na povišenim temperaturama atomi počinju da osciluju oko svojih ravnotežnih položaja i ako želimo da ovaj efekat uzmemo u obzir onda u Hamiltonijanu (I 1.8) treba razložiti integral izmene po stepenima pomeraja atoma iz njihovih ravnotežnih položaja. Pošto oscilovanje atoma karakterišu kvazičestice nazvane fononi, uračunavanje ovog efekta na napred opisani način dovelo bi nas do jednog opštijeg Hamiltonijana koji pored članova datih u formuli (I 1.8) sadrži još i Hamiltonijan sistema fonona i Hamiltonijan iterakcije izmedju spinova i fonona.

Poznata je činjenica da su magnetni materijali uglavnom metali što znači da oni pored lokalizovanih spinova u 3d ljuskama imaju i slobodne (valentne) elelktrone sa svojim spinovima, tako da je očigledno da u njima uvek egzistira interakcija izmedju sistema lokalizovanih elektrona i sistema valentnih elektrona. Model koji uzima u obzir ovu interakciju naziva se S - d - Model ili model Vonsovskog. Detalje ovog modela videti u referenci / 1 /).

Već smo napomenuli da pored interakcije izmene izmedju spinova postoji i dipol - dipolna interakcija koja je za dva reda veličine manja od interakcije izmene. Uzimanje u obzir i ovih interakcija generališe formulu (I 1.8) na taj način što se na desnoj strani dodaju dopunski članovi koji karakterišu dipol - dipolnu interakciju. Ovakav model nosi naziv Hajzembergov model sa dipolnim interakcijama i detalji ovog modela mogu se naći u referenci (1).

Mi ćemo se za sada zadržati na Hajzembergovom modelu feromagnetika sa prostom rešetkom tj. na Hamiltonijanu (I 1.8). Pošto se, kao što smo već rekli, procesi u feromagnetiku sastoje od narušavanja uredjenosti sistema usled povećane temperature ili mehaničkih dejstava, a to s druge strane znači otklanjanje Z - projekcije spinova po čvorovima od maksimalne vrednosti

$(S^z)_{max} = S$, potrebno je Hamiltonijan (I 1.8) izraziti operatora S^+ i S^-, koji povećavaju odnosno smanjuju Z - projekciju i preko operatora $S - S^z$ koji očigledno predstavlja meru odstupanja Z - projekcije od njene maksimalne vrednosti. Ovo ćemo postići na sledeći način:

Kako je $S^+ = S^x + iS^y$ i $S^- = S^x - iS^y$ . . (I 1.11)

Ovde lako nalazimo da je

$$S^x = \frac{S^+ + S^-}{2} \quad i \quad S^y = \frac{S^+ - S^-}{2i} \qquad \ldots \text{(I 1.12)}$$

Na osnovu ovoga, (I.1.8) možemo transformisati:

$$H=-\mu\varkappa\sum_{\vec n} S^z_{\vec n}-\frac{1}{2}\sum_{\vec n\vec m} I_{\vec n\vec m}\vec S_{\vec n}\vec S_{\vec m}=$$

$$=\mu\varkappa\sum_{\vec n}[S-(S-S^z_{\vec n})]-\frac{1}{2}\sum_{\vec n\vec m} I_{\vec n\vec m}(S^x_{\vec n}S^x_{\vec m}+S^y_{\vec n}S^y_{\vec m}+S^z_{\vec n}S^z_{\vec m})=$$

$$=-\mu\varkappa S\sum_{\vec n}1+\mu\varkappa\sum_{\vec n}(S-S^z_{\vec n})-\frac{1}{2}\sum_{\vec n\vec m}I_{\vec n\vec m}\frac{(S^+_{\vec n}+S^-_{\vec n})(S^+_{\vec m}+S^-_{\vec m})-(S^+_{\vec n}-S^-_{\vec n})(S^+_{\vec m}-S^-_{\vec m})}{4}-$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{\vec n\vec m}I_{\vec n\vec m}[S-(S-S^z_{\vec n})][S-(S-S^z_{\vec m})]=$$

$$=-\mu\varkappa S\sum_{\vec n}1-\frac{1}{2}S^2\sum_{\vec n\vec m}I_{\vec n-\vec m}+\frac{S}{2}\sum_{\vec n\vec m}I_{\vec n\vec m}(S-S^z_{\vec n})+\frac{S}{2}\sum_{\vec n\vec m}I_{\vec n\vec m}(S-S^z_{\vec m})-$$

$$-\frac{1}{4}\sum_{\vec n\vec m}I_{\vec n-\vec m}(S^-_{\vec n}S^+_{\vec m}+S^-_{\vec m}S^+_{\vec n})-\frac{1}{2}\sum_{\vec n\vec m}I_{\vec n-\vec m}(S-S^z_{\vec n})(S-S^z_{\vec m}).$$

Dalje imamo: $\sum_{\vec n}1=N$, *gde je* N *– broj atoma u kristalu;*

$$\sum_{\vec n\vec m}I_{\vec n-\vec m}=\sum_{\vec n\vec l}I_{\vec l}\sum_{\vec l}I_{\vec l}\sum_{\vec n}1=N\sum_{\vec l}I_{\vec l}=NJ_0,$$

$$(\vec l=\vec n-\vec m)$$

gde je:

$$J_0=\sum_{\vec l}I_{\vec l}. \qquad (I\ 1.13.)$$

$$\sum_{\vec n\vec m}I_{\vec n-\vec m}(S-S^z_{\vec n})=\sum_{\vec n\vec l}I_{\vec l}(S-S^z_{\vec n})=\sum_{\vec n}(S-S^z_{\vec n})\sum_{\vec l}I_{\vec l}=J_0\sum_{\vec n}(S-S^z_{\vec n}).$$

$$\sum_{\vec n\vec m}I_{\vec m-\vec n}(S-S^z_{\vec m})=\sum_{\vec n\vec m}I_{\vec m-\vec n}(S-S^z_{\vec n})=\sum_{\vec n\vec m}I_{\vec n-\vec m}(S-S^z_{\vec n})=J_0\sum_{\vec n}(S-S^z_{\vec n}).$$

$$-\sum_{\vec n\vec m}I_{\vec n-\vec m}(S^-_{\vec n}S^+_{\vec m}+S^-_{\vec m}S^+_{\vec n})=\sum_{\vec n\vec m}I_{\vec n-\vec m}S^-_{\vec n}S^+_{\vec m}+\sum_{\vec n\vec m}I_{\vec n-\vec m}S^-_{\vec m}S^+_{\vec n}=\sum_{\vec n\vec m}I_{\vec n-\vec m}S^-_{\vec n}S^+_{\vec m}+\sum_{\vec n\vec m}I_{\vec m-\vec n}S^-_{\vec n}S^+_{\vec m}=$$

$$\vec m\rightleftarrows\vec n$$

$$=\sum_{\vec n\vec m}I_{\vec n-\vec m}S^-_{\vec n}S^+_{\vec m}+\sum_{\vec n\vec m}I_{\vec n-\vec m}S^-_{\vec n}S^+_{\vec m}=2\sum_{\vec n\vec m}I_{\vec n-\vec m}S^-_{\vec n}S^+_{\vec m}.$$

Na osnovu ovoga imamo konačno:

$$H=H_0+H_2+H_4, \qquad (I\ 1.14.)$$

gde je:

$$H_0=-N(\mu\varkappa S+\frac{1}{2}J_0S^2), \qquad (I\ 1.15.)$$

$$H_2=(\mu\varkappa+SJ_0)\sum_{\vec n}(S-S^z_{\vec n})-\frac{1}{2}\sum_{\vec n\vec m}I_{\vec n\vec m}S^-_{\vec n}S^+_{\vec m}, \qquad (I\ 1.16.)$$

$$H_4=-\frac{1}{2}\sum_{\vec n\vec m}I_{\vec n\vec m}(S-S^z_{\vec n})(S-S^z_{\vec m}). \qquad (I\ 1.17)$$

Kao što vidimo sada je Hamiltonijan sistema Hajzembergovog feromagnetika izražen preko operatora koji odgovaraju fizičkim procesima u sistemu uredjenih spinova a to su S^- i S^+ koji menjaju vrednost Z - projekcije i operator $S - S^z$, koji je mera promene Z - projekcije. Hamiltonijan H_0 je energija osnovnog stanja feromagnetika tj. ona energija kada su sve Z - projekcije u svim čvorovima medjusobno jednake i jednake intezitetu spina S.

2. MAGNONI U IDEALNOJ STRUKTURI

U daljem izlaganju koristićemo Hamiltonijan

$$H_2 = (\mu\varkappa + S\mathcal{J}_0)\sum_{\vec{n}}(S - S^z_{\vec{n}}) - \frac{1}{2}\sum_{\vec{n}\vec{m}} S^-_{\vec{n}} S^+_{\vec{m}} \qquad (I\ 2.1.)$$

Za neinteragujuće spinske talase koristi se Blohova aproksimacija u kojoj se spinski operatori zamenjuju Boze-operatorima po pravilu:

$$S^+_{\vec{n}} = \sqrt{2S}\,B_{\vec{n}}\,;\quad S^-_{\vec{n}} = \sqrt{2S}\,B^+_{\vec{n}}\,;\quad S - S^z_{\vec{n}} = B^+_{\vec{n}} B_{\vec{n}} \qquad (I\ 2.2.)$$

U Blohovoj aproksimaciji treba takodje odbaciti H_4 (I 1.17), jer se na osnovu (I 2,2) vidi da je on proporcionalan

$$B^+_{\vec{n}} B_{\vec{n}} B^+_{\vec{m}} B_{\vec{m}}\,,$$

a ovo odgovara procesu rasejanja spinskih talasa (anharmonijski efekt).

Pošto se projekcija S^z_n može menjati od + S do - S znači da se veličina $S - S^z_n$ menja od 0 do 2S.

Kako okupacioni broj bozona $B^+_n\ B_n$ uzima vrednosti od 0 do ∞ na osnovu zamene

$$S - S^z_n = B^+_{\vec{n}}\ B_{\vec{n}}$$

vidi se da je Blohova aproksimacija dobra samo dok broj bozona na čvoru ne prelazi vrednost 2S tj. samo dok je

$$B^+_{\vec{n}}\ B_{\vec{n}} = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots\ldots,\ 2S.$$

U slabo ekscitiranim sistemima ovo se može smatrati opravdanim i tada govorimo o spinskim talasima (magnonima) koji izmdju sebe ne interaguju.

Zamenom (I 2.2) u (I 2.1) dobijamo:

$$H_2 = (\mu\varkappa + SJ_0)\sum_{\vec{n}} B^+_{\vec{n}} B_{\vec{n}} - \frac{1}{2}\sum_{\vec{n}\vec{m}} I_{\vec{n}\vec{m}} B^+_{\vec{n}} B_{\vec{m}} \qquad (I\ 2.3.)$$

Ako uvedemo Furije transformaciju Boze - operatora

$$B_{\vec{n}} = \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{\vec{k}} B_{\vec{k}}\, e^{i\vec{k}\vec{n}}; \quad B^+_{\vec{n}} = \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{\vec{q}} B^+_{\vec{q}}\, e^{-i\vec{q}\vec{n}},$$

s obzirom da važi uslov

$$\sum_{\vec{n}} e^{i\vec{n}(\vec{k}-\vec{q})} = N\delta_{\vec{k}\vec{q}},$$

izraz$(I\ 2.1.)$ postaje:

$$H_2 = \sum_{\vec{k}} [\mu\varkappa + S(J_0 - J_{\vec{k}})] B^+_{\vec{k}} B_{\vec{k}}, \qquad (I\ 2.4.)$$

gde je

$$J_{\vec{k}} = \sum_{\vec{n}} I_{0\vec{n}}\, e^{i\vec{k}\vec{n}}. \qquad (I\ 2.5.)$$

Zakon disperzije za magnone /spinske talase/ je energija na jedinicu okupacionog broja, tj.

$$E_{\vec{k}} = \frac{\partial H_2}{\partial B^+_{\vec{k}} B_{\vec{k}}} = \mu\varkappa + S(J_0 - J_{\vec{k}}). \qquad (I\ 2.6.)$$

U aproksimaciji najbližih suseda i za prostu kubnu strukturu je

$$J_0 = 6I; \quad J_{\vec{k}} = 2I(\cos ak_x + \cos ak_y + \cos ak_z),$$

gde je I izmenska interakcija za najbliže susede. Za male talasne vektore važi

$$\cos ak_i = 1 - \frac{1}{2}a^2k_i^2; \qquad i = x, y, z,$$

pa se $(I\ 2.6.)$ svodi na

$$E_{\vec{k}} = \mu\varkappa + SIa^2k^2. \qquad (I\ 2.7.)$$

Kao što vidimo, u oblasti malih talasnih vektora spinski talasi imaju kvadratni zakon disperzije po k i energija im je slična kinetičkoj energiji običnih čestica.

Ako napišemo

$$SIa^2k^2 = \frac{k^2}{\frac{1}{SIa^2}} = \frac{\hbar^2k^2}{\frac{\hbar^2}{SIa^2}} = \frac{\hbar^2k^2}{2m^*},$$

vidimo da se $(I\,2.7)$ može uzeti u obliku

$$E_{\vec{k}} = \mu æ + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}\,, \quad gde\ je$$

$$m^* = \frac{\hbar^2}{SIa^2}\,. \tag{I 2.8.}$$

Znači, u oblasti malih impulsa može se definisati efektivna masa spinskih talasa m^*. Zbog toga se oni često tretiraju kao kvazičestice i nazivaju magnonima.

3. HARMONIJSKA MAGNONSKA STANJA U FILMOVIMA

Posmatra se Hajzembergov feromagnetik proste kubne strukture, koji ima idealnu translacionu simetriju u XOY ravni, a u pravcu Z- ose ima konačnu debljinu. Debljina kristala je tolika da se jedinica ne sme zanemariti u odnosu na broj atoma N_Z. U odnosu na polubeskonačni kristal, koji je razmatran u prvoj glavi, ovde postoje dve granične površine na kojima atomi /čvorovi/ imaju promenjene magnetne momente u odnosu na zapreminske atome. Promena integrala izmene za površinske atome u odnosu na integral izmene zapreminskih atoma se zanemaruje.

Polazeći od spinskog hamiltonijana idealnog Hajzembergovog fermatnetika

$$H = -\mu æ \sum_{\vec{n} n_z} S_{\vec{n} n_z} - \frac{1}{2} \sum_{\substack{\vec{n}\vec{m}_z \\ \vec{n} n_z}} I_{\vec{n}-\vec{m},\, n_z - m_z} S_{\vec{n} n_z} S_{\vec{m} m_z}\,,$$

lako se dobija da je spinski hamiltonijan, u aproksimaciji najbližih suseda za tanak film, oblika

$$\begin{aligned} H = &-(\mu-\mu')æ \sum_{\vec{n}} (S^z_{\vec{n}0} + S^z_{\vec{n}N_z}) - \mu æ \sum_{\vec{n} n_z = 1}^{N_z - 1} S^z_{\vec{n} n_z} - \frac{1}{2} I \sum_{\vec{\nu},\vec{n}} (\vec{S}_{\vec{n}0} \vec{S}_{\vec{\nu}+\vec{n}0} + \vec{S}_{\vec{n}N_z} \vec{S}_{\vec{\nu}+\vec{n}N_z}) - \\ &- \frac{1}{2} \sum_{\vec{n}} (\vec{S}_{\vec{n}0} \vec{S}_{\vec{n}1} + \vec{S}_{\vec{n}N_z} \vec{S}_{\vec{n}N_z - 1}) - \frac{1}{2} I \sum_{\vec{\nu},\, \vec{n} n_z = 1}^{N_z - 1} \vec{S}_{\vec{n} n_z} \vec{S}_{\vec{\nu}+\vec{n} n_z} - \frac{1}{2} I \sum_{\vec{n} n_z = 1}^{N_z - 1} \vec{S}_{\vec{n} n_z} (\vec{S}_{\vec{n} n_z + 1} + \vec{S}_{\vec{n} n_z + 1})\,, \end{aligned} \tag{I 3.1.}$$

gde je μ - magnetni moment atoma; $\varkappa$ - je spoljašnje magnetno polje; $\vec{S}_{\vec{n}n_z}$ - operator ukupnog spina na čvoru $(\vec{n}n_z)$; $S^z_{\vec{n}n_z}$ - projekcija ukupnog spina na Z-osu; I-integral izmene u aproksimaciji najbližih suseda; μ' - popravka za magnetni momenat atoma /čvora/ na površini filma; $\vec{\nu}$ - vektor koji uzima vrednosti za najbliže susede i $\vec{n} \equiv (n_x, n_y)$.

Posle transformacija:

$$\sum_{\vec{n}n_z=1}^{N_z-1}\left(S-S^z_{\vec{n}n_z+1}\right)=-\sum_{\vec{n}}(S-S^z_{\vec{n}1})+\sum_{\vec{n}}(S-S^z_{\vec{n}N_z})+\sum_{\vec{n}n_z=1}^{N_z-1}(S-S^z_{\vec{n}n_z});$$

$$\sum_{\vec{n}n_z=1}^{N_z-1}(S-S^z_{\vec{n}n_z-1}) = \sum_{\vec{n}}(S-S^z_{\vec{n}0})-\sum_{\vec{n}}(S-S^z_{\vec{n}N_z-1})+\sum_{\vec{n}n_z=1}^{N_z-1}(S-S^z_{\vec{n}n_z});$$

$$\sum_{\vec{n}n_z=1}^{N_z-1}S^-_{\vec{n}n_z+1}S^+_{\vec{n}n_z} = -\sum_{\vec{n}}S^-_{\vec{n}1}S^+_{\vec{n}0}+\sum_{\vec{n}}S^-_{\vec{n}N_z}S^+_{\vec{n}N_z-1}+\sum_{\vec{n}n_z=1}^{N_z-1}S^-_{\vec{n}n_z}S^+_{\vec{n}n_z-1};$$

$$\sum_{\vec{n}n_z=1}^{N_z-1}S^-_{\vec{n}n_z-1}S^+_{\vec{n}n_z} = \sum_{\vec{n}}S^-_{\vec{n}0}S^+_{\vec{n}1}-\sum_{\vec{n}}S^-_{\vec{n}N_z-1}S^+_{\vec{n}N_z}+\sum_{\vec{n}n_z=1}^{N_z-1}S^-_{\vec{n}n_z}S^+_{\vec{n}n_z+1},$$

i aproksimacija

$$\sum_{\vec{n}}(S-S^z_{\vec{\nu}+\vec{n}0})\simeq\sum_{\vec{n}}(S-S^z_{\vec{n}0});\quad \sum_{\vec{n}}S^-_{\vec{\nu}+\vec{n}0}S^+_{\vec{n}0}\simeq\sum_{\vec{n}}S^-_{\vec{n}0}S^+_{\vec{\nu}+\vec{n}0};$$

$$\sum_{\vec{n}}(S-S^z_{\vec{\nu}+\vec{n}N_z})\simeq\sum_{\vec{n}}(S-S^z_{\vec{n}N_z});\quad \sum_{\vec{n}}S^-_{\vec{\nu}+\vec{n}N_z}S^+_{\vec{n}N_z}\simeq\sum_{\vec{n}}S^-_{\vec{n}N_z}S^+_{\vec{\nu}+\vec{n}N_z};$$

$$\sum_{\vec{n}n_z=1}^{N_z-1}(S-S^z_{\vec{\nu}+\vec{n}n_z})\simeq\sum_{\vec{n}n_z=1}^{N_z-1}(S-S^z_{\vec{n}n_z});\quad \sum_{\vec{n}n_z=1}^{N_z-1}S^-_{\vec{\nu}+\vec{n}n_z}S^+_{\vec{n}n_z}\simeq\sum_{\vec{n}n_z=1}^{N_z-1}S^-_{\vec{n}n_z}S^+_{\vec{\nu}+\vec{n}n_z},$$

izraz $(I\,3.1.)$ postaje

$$H = H_0 + H_2 + H_4, \tag{I 3. 2.}$$

gde je

$$H_0=-2(\mu-\mu')\varkappa SN-\mu\varkappa SN(N_z-1)-S^2IN(3N_z+2),$$

$$H_2=[(\mu-\mu')\varkappa+5SI]\sum_{\vec{n}}[(S-S_{\vec{n}0})+(S-S_{\vec{n}N_z})]+(\mu\varkappa+6SI)\sum_{\vec{n}n_z=1}^{N_z-1}(S-S^z_{\vec{n}n_z})-$$
$$-\frac{1}{2}I\sum_{\vec{\nu},\vec{n}}[S^-_{\vec{n}0}S^+_{\vec{n}1}+S^-_{\vec{n}N_z}S^+_{\vec{n}N_z-1}]-\frac{1}{2}I\sum_{\vec{\nu},\vec{n}n_z=1}^{N_z-1}S^-_{\vec{n}n_z}S^+_{\vec{\nu}+\vec{n}n_z}-\frac{1}{2}I\sum_{\vec{n}n_z=1}^{N_z-1}S^-_{\vec{n}n_z}(S^+_{\vec{n}n_z+1}+S^+_{\vec{n}n_z-1}),$$

$$H_4=-\frac{1}{2}I\sum_{\vec{\nu},\vec{n}}[(S-S^z_{\vec{n}0})(S-S^z_{\vec{\nu}+\vec{n}0})+(S-S^z_{\vec{n}N_z})(S-S^z_{\vec{\nu}+\vec{n}N_z})]-\frac{1}{2}I\sum_{\vec{n}}[(S-S^z_{\vec{n}0})(S-S^z_{\vec{n}1})+(S-S^z_{\vec{n}N_z})(S-S^z_{\vec{n}N_z-1})]-$$
$$-\frac{1}{2}I\sum_{\vec{\nu},\vec{n}n_z=1}^{N_z-1}(S-S^z_{\vec{n}n_z})(S-S^z_{\vec{\nu}+\vec{n}n_z})-\frac{1}{2}I\sum_{\vec{n}n_z=1}(S-S^z_{\vec{n}n_z})[(S-S^z_{\vec{n}n_z+1})+(S-S^z_{\vec{n}n_z-1})].$$

$N = N_x N_y$, a S - intenzitet spina.

Namera je da se ispitaju harmonijska magnonska stanja u filmu i zbog toga se uzima da je efektivni hamiltonijan sistema u Blohovoj aproksimaciji

$$S - S^z_{\vec{n}n_z} = B^+_{\vec{n}n_z} B_{\vec{n}n_z}\ ;\ S^-_{\vec{n}n_z} = \sqrt{2S}\, B^+_{\vec{n}n_z}\ ;\ S^+_{\vec{n}n_z} = \sqrt{2S}\, B_{\vec{n}n_z}\ ,$$

oblika

$$\begin{aligned} H_2 = {} & [(\mu-\mu')\varkappa + 5SI]\sum_{\vec{n}} (B^+_{\vec{n}0} B_{\vec{n}0} + B^+_{\vec{n}N_z} B_{\vec{n}N_z}) - SI \sum_{\vec{\nu},\vec{n}} (B^+_{\vec{n}0} B_{\vec{\nu}+\vec{n}0} + B^+_{\vec{n}N_z} B_{\vec{\nu}+\vec{n}N_z}) - \\ & - SI \sum_{\vec{n}} (B^+_{\vec{n}0} B_{\vec{n}1} + B^+_{\vec{n}N_z} B_{\vec{n}N_z-1}) + (\mu\varkappa + 6SI) \sum_{\vec{n}n_z=1}^{N_z-1} B^+_{\vec{n}n_z} B_{\vec{n}n_z} - \\ & - SI \sum_{\vec{\nu},\vec{n}n_z=1}^{N_z-1} B^+_{\vec{n}n_z} B_{\vec{\nu}+\vec{n}n_z} - SI \sum_{\vec{n}n_z=1} B^+_{\vec{n}n_z} (B_{\vec{n}n_z+1} + B_{\vec{n}n_z-1}), \end{aligned} \qquad (I\ 3.3.)$$

gde su: $B_{\vec{n}n_z}$ — Boze operatori.

Hamiltonijan $(I\ 3.3.)$ dijagonalizuje se kanoničnom transformacijom

$$B_{\vec{n}n_z} = \sum_{\vec{k}k_z} U^{\vec{k}k_z}_{\vec{n}n_z}\, e^{-i\frac{E(\vec{k}k_z)}{\hbar}\cdot t} B_{\vec{k}k_z}\ , \qquad (I\ 3.4.)$$

gde je $\vec{k} \equiv (k_x, k_y)$. Funkcije $U^{\vec{k}k_z}_{\vec{n}n_z}$ određuju se iz uslova da sistem Hajzembergovih jednačina kretanja bude zadovoljen, tj.

$$i\dot{B}_{\vec{n}n_z} = \left[B_{\vec{n}n_z}, H_2\right]. \qquad (I\ 3.5.)$$

Eksplicitno napisane jednačine kretanja $(I\ 3.5.)$ u slučaju tankog feromagnetnog filma imaju oblik:

za $n_z \in [1, N_z-1]$: $\quad i\dot{B}_{\vec{n}n_z} = [\mu\varkappa + 6SI]B_{\vec{n}n_z} - SI\sum_{\vec{\nu}} B_{\vec{\nu}+\vec{n}n_z} - SI(B_{\vec{n}n_z+1} + B_{\vec{n}n_z-1});$

za $n_z = 0$: $\quad i\dot{B}_{\vec{n}0} = [\mu\varkappa + 6SI]B_{\vec{n}0} - SI\sum_{\vec{\nu}} B_{\vec{\nu}+\vec{n}0} - SI(B_{\vec{n}1} + B_{\vec{n}-1}) - SI(B_{\vec{n}0} - B_{\vec{n}-1}) - \mu'\varkappa B_{\vec{n}0};$

za $n_z = N_z$: $\quad i\dot{B}_{\vec{n}N_z} = [\mu\varkappa + 6SI]B_{\vec{n}N_z} - SI\sum_{\vec{\nu}} B_{\vec{\nu}+\vec{n}N_z} - SI(B_{\vec{n}N_z+1} + B_{\vec{n}N_z-1}) - SI(B_{\vec{n}N_z} - B_{\vec{n}N_z+1}) - \mu'\varkappa B_{\vec{n}N_z}.$

jednačine: $(I\ 3.6.)$

Posle prelaska u impulsni prostor transformacijom $(I\ 3.4.)$ sistem jednačina $(I\ 3.6)$ prelazi u sistem diferenc[redacted]nih jednačina po nepoznatim funkcijama $U^{\vec{k}k_z}_{\vec{n}n_z}$ tj. za $n_z \in [1, N_z-1]$:

$$[E(\vec{k}k_z)-\mu\varkappa-6SI]U_{\vec{n}n_z}^{\vec{k}k_z}+SI\sum_{\vec{\nu}}U_{\vec{\nu}+\vec{n}n_z}^{\vec{k}k_z}+SI(U_{\vec{n}n_z+1}^{\vec{k}k_z}+U_{\vec{n}n_z-1}^{\vec{k}k_z})=0;$$

Za $n_z=0$:

$$[E(\vec{k}k_z)-\mu\varkappa-6SI]U_{\vec{n}0}^{\vec{k}k_z}+SI\sum_{\vec{\nu}}U_{\vec{\nu}+\vec{n}0}^{\vec{k}k_z}+SI(U_{\vec{n}1}^{\vec{k}k_z}+U_{\vec{n}-1}^{\vec{k}k_z})=-(\mu'\varkappa+SI)U_{\vec{n}0}^{\vec{k}k_z}+SIU_{\vec{n}-1}^{\vec{k}k_z}; \quad (I\,3.7.)$$

Za $n_z=N_z$:

$$[E(\vec{k}k_z)-\mu\varkappa-6SI]U_{\vec{n}N_z}^{\vec{k}k_z}+SI\sum_{\vec{\nu}}U_{\vec{\nu}+\vec{n}N_z}^{\vec{k}k_z}+SI(U_{\vec{n}N_z+1}^{\vec{k}k_z}+U_{\vec{n}N_z-1}^{\vec{k}k_z})=-(\mu\varkappa+SI)U_{\vec{n}N_z}^{\vec{k}k_z}+SIU_{\vec{n}N_z}^{\vec{k}k_z}.$$

Ovaj sistem diferenc[redacted]nih jednačina dopušta dva tipa rešenja za funkcije $U_{\vec{n}N_z}^{\vec{k}k_z}$. Rešenje prvog tipa ima oblik

$$U_{\vec{n}n_z}^{\vec{k}k_0}=A_{\vec{k}k_0}\,e^{-i\vec{k}\vec{n}a}\cdot\cos n_z k_0 a\,, \qquad (I\,3.8.)$$

pod uslovom da važi zakon disperzije oblika

$$\mathcal{E}(\vec{k}k_0)=\mu\varkappa+2SI(3-\cos k_x a-\cos k_y a-\cos k_0 a)$$

pri čemu se vrednost k_0 odredjuje iz jednačine

$$\cos k_0 a=1+\frac{\mu'\varkappa}{SI}\,. \qquad (I\,3.9.)$$

S obzirom da je k_0 realno, iz izraza (I 3.9.) zaključuje se da μ' mora biti negativno, tj. rešenje tipa (I 3.8.) moguće je u sistemima u kojima je $\mu'<0$. Konačno, kanonična transformacija, koja ovom tipu rešenja odgovara i koja dijagonalizuje hamiltonijan (I 3.3.) ima oblik

$$B_{\vec{n}n_z}=\sum_{\vec{k}}\sqrt{\frac{2}{N(N_z+2)}}\,e^{-i\vec{k}\vec{n}a}\cos n_z k_0 a\,B_{\vec{k}k_z}\,, \qquad (I\,3.10.)$$

pri čemu je

$$H=\sum_{\vec{k}}E(\vec{k}k_0)B_{\vec{k}k_0}^{+}B_{\vec{k}k_0}\,.$$

Drugi tip rešenja sistema diferencijalnih rešenja jednačina (I 3.7.) ima oblik:

$$U_{\vec{n}n}^{\vec{k}i\eta}=C_{\vec{k}i\eta}[e^{-\eta n_z a}+e^{-\eta(N_z-n_z)a}]e^{-i\vec{k}\vec{n}a}, \qquad \eta>0\,,$$

pod uslovom da važi zakon disperzije oblika:

$$E(\vec{k}i\eta)=\mu\varkappa+2SI(3-\cos k_x a-\cos k_y a-\operatorname{ch}\eta a)\,,$$

pri čemu se vrednost za η odredjuje iz uslova

$$1+\frac{\mu\varkappa}{SI}=\frac{e^{\eta a}+e^{-\eta(N_z+1)a}}{1+e^{-\eta N_z a}}\simeq e^{|\eta|a}. \qquad (I\,3.11.)$$

S obzirom na uslov (I 3.11.) rešenje ovog tipa je moguće samo ako je $\mu'>0$.

Za razliku od polubeskonačnog kristala u filmu veličina η može biti i pozitivna i negativna, pri čemu su u oba slučaja $(\eta>0$ i $\eta<0)$ ekscitacije lokalizovane oko graničnih površina i fizički potpuno ekvivalentne. Znak veličine η uvek se može menjati promenom vrednosti konstante normiranja $C_{\vec{k}i\eta}$. Ceo je dalji račun izveden za izabranu vrednost $C_{\vec{k}i\eta}$ takvu da bude $\eta>0$. Za slučaj $\eta<0$ konstanta normiranja treba da se pomnoži faktorom $e^{-N_z|\eta|a}$. Razlog zbog kojeg je izabrano $\eta>0$ je taj što se ovo rešenje u slučaju $N_z\to\infty$ svodi na odgovarajuće rešenje za polubeskonačni kristal, kao granični slučaj.

Konačno, kanonična transformacija koja odgovara ovom tipu rešenja i koja dijagonalizuje hamiltonijan (I 3.3.) ima oblik

$$B_{\vec{n}n_z}=\sum_{\vec{k}}\sqrt{\frac{e^{2\eta a}-1}{2N}}\left[e^{-\eta n_z a}+e^{-\eta(N_z-n_z)a}\right]e^{-i\vec{k}\vec{n}a}B_{\vec{k}i\eta}, \qquad (I\ 3.12.)$$

pri čemu je $H=\sum_{\vec{k}}E(\vec{k}i\eta)B^{+}_{\vec{k}i\eta}B_{\vec{k}i\eta}$.

Elementarne ekscitacije koje se opisiju funkcijama $(I\ 3.10.)$ nazivaju se zapreminskim magnonskim stanjima, zbog toga što je koncentracija ovakvih stanja periodična funkcija po čitavom kristalu /filmu/. Elementarne ekscitacije koje se opisuju funkcijama $(I\ 3.12.)$ nazivaju se površinskim magnonskim stanjima, zbog toga što je koncentracija ovakvih stanja maksimalna na površini filma $(n_z=0$ i $n_z=N_z)$, i sa porastom dubine ona pada eksponencijalno.

Karakteristično je da se ova dva tipa stanja uzajamno isključuju, za razliku od sličnih stanja u polubeskonačnom feromagnetiku. U filmu naime, mogu da postoje ili samo zapreminska magnonska stanja $(\mu'<0)$ ili samo površinska magnonska stanja $(\mu'>0)$.

II GLAVA

N E H A R M O N I J S K I   S P I N S K I   T A L A S I

1. FORMULACIJA PROBLEMA

U 3. delu prethodne glave videli smo da u tankim magnetnim filmovima postoje harmonijski spinski talasi ali ne za sve vrednosti talasnog vektora. Kod harmonijskih spinskih talasa u jednoj dimenziji talasni vektor može imati samo jednu vrednost i ova vrednost definisana je parametrima narušenja simetrije. Pošto jednodimenzionalni lanac ima približno 10^2 molekula to znači da bi i talasni vektor trebalo da ima isti toliki broj vrednosti. S druge strane ispitali smo talase samo za jednu moguću vrednost.

Ovo ne znači da se u datom slučaju kroz lanac prostire samo jedan harmonijski talas. Osim njega prostiru se i drugi talasi ali, za razliku od harmonijskih talasa ovi imaju konačno vreme života. Cilj analiza koje će ovde biti izvršene je da se ispita koji su ti dopunski talasi i da se odredi njihovo vreme života.

Analiza će biti vršena tako što ćemo lanac molekula dopuniti do dimanzija " idealnog " lanca a to je lanac koji je dovoljno dugačak da granični uslovi na njegovim krajevima zanemarljivo malo utiču na fizičke karakteristike spinskih talasa u lancu. Očigledno je da onaj deo kojim smo dopunili datu strukturu do idealne treba i oduzeti od idealne strukture, pa tako dobijemo hamiltonijan ispitivanog sistema, koji se sastoji od dva člana, pri čemu je prvi član hamiltonijana idealne strukture a drugi predstavlja perturbaciju koja je došla usled narušenja simetrije

$$H = H_{id} + H_{def} \, ,$$

pri čemu je:

$$H_{id} = (\mu\varkappa + 2SI)\sum_{n=-\frac{N}{2}}^{n=\frac{N}{2}-1} B_n^+ B_n - SI\sum_{n=-\frac{N}{2}}^{n=\frac{N}{2}-1} B_n^+ (B_{n+1} + B_{n-1}) \, ,$$

$$H_{def} = [(\mu+\mu')\varkappa + SI](B_0^+ B_0 + B_N^+ B_N) - SI(B_0^+ B_1 + B_N^+ B_{N-1}) - (\mu\varkappa + 2SI)\sum_{n=-\frac{N}{2}}^{n=0} B_n^+ B_n -$$
$$-(\mu\varkappa + 2SI)\sum_{n=N}^{n=\frac{N}{2}-1} B_n^+ B_n + SI\sum_{n=-\frac{N}{2}}^{n=0} B_n^+ (B_{n+1} + B_{n-1}) + SI\sum_{n=N}^{n=\frac{N}{2}-1} B_n^+ (B_{n+1} + B_{n-1}) \, .$$

Posle Furije transformacije $B_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_k B_k e^{ikn}$,

$B_n^+ = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_q B_q^+ e^{iqn}$, uz uslov:

$\sum_{n=-\frac{N}{2}}^{n=\frac{N}{2}-1} e^{in(k-q)} = N \delta_{kq}$, dobija se:

$$H_{id} = \sum_k [\mu \varkappa + 2SI(1-\cos k)] B_k^+ B_k ,$$

$$H_{def} = \frac{1}{N} \sum_{kq} F_{kq} B_q^+ B_k .$$

Nakon sredjivanja dobija se:

$$H_{id} = \sum_k \mathcal{E}_k B_k^+ B_k ,$$

$$H_{def} = \sum_{kq} F_{kq} B_q^+ B_k ,$$

pri čemu je:

$$\mathcal{E}_k = \mu \varkappa + 2SI(1-\cos ka),$$

$$F_{kq} = [(\mu+\mu')\varkappa + SI][1 - e^{iN(k-q)a}] - SI[e^{ika} + e^{-ika} \cdot e^{iN(k-q)a}] - 4\pi \mathcal{E}_k \delta[a(k-q)].$$

Konačno je hamiltonijan ispitivanog sistema dat u sledećem obliku:

$$H = H_{id} + H_{def} = \sum_k \mathcal{E}_k B_k^+ B_k + \frac{1}{N} \sum_{k,q} F_{kq} B_q^+ B_k . \qquad (II\,1.1.)$$

2. DOPUNSKI NIVOI ENERGIJE

Energije elementarnih ekscitacija koje odgovaraju Hamiltonijanu $(II\ 1.1.)$ ispitaćemo metodom funkcija Grina. U tom ciλju formiraćeme funkciju Grina

$$G(p) = \langle\langle B_p \,/\, B_\alpha^+ \rangle\rangle , \qquad (II\ 2.1.)$$

gde su p i α talasni vektori. Pošto se ovde radi o strukturi sa narušenom translacionom simetrijom u kojoj zakon održanja impulsa ne važi u Grinovoj funkciji G (p) ne mora da bude ispunjen uslov $\alpha = p$, što bi označavalo homogenost sredine.

U skladu sa opštom teorijom Grinovih funkcija možemo pisati

$$E \langle\langle B_p / B_\alpha^+ \rangle\rangle = \frac{i}{2\pi} + \langle\langle [B_p , H] / B_\alpha^+ \rangle\rangle .$$

Za dati Hamiltonijan $(II\ 1.1.)$ poslednja jednačina se svodi na

$$[E - E(p)] \langle\langle B_p / B_\alpha^+ \rangle\rangle = \frac{i}{2\pi} + \frac{1}{\mathcal{N}} \sum_q F_{pq} \langle\langle B_q / B_\alpha^+ \rangle\rangle .$$

U prvoj aproksimaciji teorije perturbacija možemo pisati

$$G(k) = \frac{i}{2\pi} \frac{1}{E - E(k)} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{\mathcal{N}} \sum_q \frac{F_{kq}}{E - E(q)}} . \qquad (II\ 2.2.)$$

Grinova funkcija definisana jednačinom $(II\ 2.2.)$, ima dva pola, od kojih pol

$$E = E(k) = \mu\mathcal{H} + 2SI(1 - \cos ak)$$

predstavlja energiju slobodnih spinskih talasa u idealnoj strukturi. Drugi pol, koji je dopunski i nastaje usled narušenja simetrije, dat je jednačinom

$$\frac{1}{\mathcal{N}} \sum_q \frac{F_{kq}}{E - E(q)} = 1 . \qquad (II\ 2.3.)$$

U ovoj jednačini, posle prelaska sa sume na integral, dolazimo do sledeće jednačine za odredjivanje energije:

$$\lambda - \frac{1}{2} \cos X - \lambda \cos NX \left(\sqrt{\eta^2 - 1} - \eta\right)^N = \Phi(X\sqrt{\eta^2 - 1} ,$$

gde je: $x = ak$; $\eta = \frac{E - \mu\varkappa}{2SI} - 1$; $\lambda = \frac{(\mu+\mu')\varkappa + SI}{2SI}$;

$$\Phi = 1 + \frac{2[\mu\varkappa + 2SI(1-\cos x)]}{E - [\mu\varkappa + 2SI(1-\cos x)]} \cdot$$

Ako pretpostavimo da je $\mu\varkappa \gg I$, i $\eta \gg 1$, dolazimo do izraza za energiju

$$E = \mu\varkappa \underbrace{\left[1 + \varepsilon + \frac{1}{2}\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\left(1 + \frac{\mu'}{\mu}\right)\right]}_{A} + \frac{1}{4}\frac{\mu\varkappa\varepsilon}{1+\varepsilon}\left(\frac{\varepsilon}{2} - 1 - \frac{\mu'}{\mu}\right)a^2k^2 .$$

Ovde je $\varepsilon = \frac{2SI}{\mu\varkappa}$.

Kao što vidimo dopunski pol ima izmenjen gep u odnosu na slobodne spinske talase i faktor izmene gepa je (A). Osim toga, menja se i efektivna masa u odnosu na magnone u idealnoj strukturi, i ona sada iznosi

$$m^* = \frac{2\hbar^2(1+\varepsilon)}{\mu\varkappa\varepsilon\left(\frac{\varepsilon}{2} - 1 - \frac{\mu'}{\mu}\right)a^2} .$$

U zavisnosti od veličine i znaka momenta μ', efektivna masa ovih magnona može da bude veća ili manja od nule. Ako je $\mu' \ll \mu$ onda, nezavisno od znaka μ' imamo negativnu efektivnu masu. Efektivna masa je negativna i u slučaju ako je $\mu' \gg \mu$ i μ' pozitivno. Efektivna masa postaje pozitivna samo ako je $\mu' \gg \mu$ i μ' - negativno, ali tada, s obzirom na korelaciju gepa, ovi magnoni postoje samo u oblasti velikih talasnih vektora.

3. VREME ŽIVOTA SLOBODNIH MAGNONA

U prethodnom paragrafu došli smo do zaključka da se u magnetnom lancu pojavljuju dva tipa magnona koji imaju konačno vreme života. Jedan tip su magnoni idealne strukture sa energijom

$$E_s = \mu\varkappa + 2SI(1-\cos aq) \cong \mu\varkappa + SIa^2q^2, \qquad (II\ 3.1.)$$

pri čemu poslednji stav važi za male talasne vektore. Drugi tip su magnoni koji nastaju usled narušenja simetrije i čiji je zakon disperzije dat i diskutovan u prethodnom paragrafu. Ako se ograničimo malim ε i slučajem $\mu' \ll \mu$, za energiju ovih magnona možemo približno uzeti

$$E_d \approx \mu\varkappa + 2SI. \qquad (II\ 3.2.)$$

Mi ćemo posmatrati sledeći proces:

U početnom stanju imamo jedan slobodni magnon sa energijom E_s i talasnim vektorom q. Pod dejstvom hamiltonijana interakcije

$$H_{int} = \frac{1}{\mathcal{N}} \sum_{kq} F_{kq} B_k^+ B_q ,$$

slobodni magnon se pretvara u lokalizovani sa energijom E_d i impulsom k=0.

Vreme života slobodnog magnona nalazi se na osnovu poznate formule iz teorije vremenski zavisnih perturbacija i to kao

$$\frac{1}{\tau} = \frac{2\pi}{\hbar} |F_{0q}|^2 \delta(E_s - E_d). \qquad (II\ 3.3.)$$

Na osnovu pravila za δ – funkciju možemo pisati

$$\delta(E_s - E_d) = \frac{1}{2\sqrt{2}SIa} \left\{ \delta\left(q - \frac{\sqrt{2}}{a}\right) + \delta\left(q + \frac{\sqrt{2}}{a}\right) \right\}. \qquad (II\ 3.4.)$$

U aproksimaciji u kojoj je $\mu\varkappa \gg$ SI i u aproksimaciji malih talasnih vektora možemo uzeti približno da je

$$F_{0q} \cong i\mu\varkappa N q a; \quad |F_{0q}|^2 = \mu^2\varkappa^2 N^2 q^2 a^2. \qquad (II\ 3.5.)$$

Zamenom $(II\ 3.4.)$ i $(II\ 3.5.)$ u $(II\ 3.3.)$ dobijamo:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{\pi}{\hbar}\,\frac{\mu^2 \varkappa^2 N^2 \varrho^2 a}{\sqrt{2}\,SI}\left\{\delta\left(\varrho - \frac{\sqrt{2}}{a}\right) + \delta\left(\varrho + \frac{\sqrt{2}}{a}\right)\right\}. \qquad (II\ 3.6.)$$

Ako ovaj izraz usrednjimo po svim vrednostima vektora slobodnih magnona q imamo

$$\overline{\tau} = \frac{SI\hbar}{\sqrt{2}\,\mu^2 \varkappa^2 N^2}. \qquad (II\ 3.7.)$$

Ako za slabe feromagnetike uzmemo da je

$$SI = 1{,}4 \cdot 10^{-14}\ erg \quad (oko\ \ 100\ K_B\ ),$$

i za jaka magnetna polja

$$\varkappa \approx 10^{7}\ \ddot{O}rsted\text{-}a,$$

tada je

$$\mu\varkappa = 1{,}4 \cdot 10^{-13}\ erg\ \ (oko\ \ 1000\ K_B),$$

i pretpostavimo da je $sin^2 \frac{N}{\sqrt{2}} \approx \frac{1}{2}$, nalazimo da je srednje vreme života slobodnih magnona

$$\overline{\tau} = 5 \cdot 10^{-16}\ s.$$

Ovo znači da u filmu sva magnonska stanja osim harmonijskih žive veoma kratko tj. vek im iznosi 10^{-15} do 10^{-16} sekundi.

Z A K L J U Č A K

Metodom Grinevih funkcija ispitane su energije elementarnih ekscitacija u kratkom jednodimenzionalnom lancu spinova. Korišćena procedura sastojala se u tome što je hamiltonijan lanca napisan kao suma hamiltonijana idealne strukture i perturbacije, koja potiče od narušenja simetrije.

Ispostavilo se da se u ispitivanom sistemu pojavljuju dva tipa pobuđenja sa konačnim vremenom života - spinski talasi karakteristični za idealnu strukturu i defotmisani spinski talasi koji potiču usled narušenja simetrije. Ovi deformisani spinski talasi zavise od parametara narušenja simetrije i u odnosu na magnone u spoljašnjem magnetnom polju imaju promenjen gep i promenjenu efektivnu masu. U najvećem broju slučajeva deformisani spinski talasi imaju negativnu masu.

Takođe je ispitano vreme života slobodnih spinskih talasa tj. ono vreme koje im je potrebno da se pretvore u deformisane spinske talase. Za slabe feromagnetike u veoma jakom spoljašnjem magnetnom polju ovo vreme iznosi $10^{-15} - 10^{-16}$ sec.

Na kraju treba reći da je ceo račun izveden za slabe feromagnetike u jakom spoljašnjem magnetnom polju, jer samo ovaj granični slučaj može da da kvantitativne rezultate bez upotrebe računara.

LITERATURA

1. С. В. Тябликов, Методы квантовой теории магнетизма, Изд. „Наука", Москва, 1965,
2. F. J. Dyson, Phys. Rev. 102 1217 (1956),
3. F. Bloch, Z. Physik 61, 206(1930); 74, 295 (1932),
4. А. С. Давидов, Квантовая механика, Физматгиз, Москва, 1963,
5. С. И. Пекар, ЖЭТФ, 33, 1022 (1957),
6. В. И. Сугаков, ФТТ, 5, 2207 (1963),
7. S. Stojanović, Fononska i magnonska stanja u strukturama sa narušenom translacionom simetrijom i termodinamička analiza ovakvih struktura, doktorska disertacija, Novi Sad (1974).