

PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
UNIVERZITET U NOVOM SADU  
INSTITUT ZA FIZIKU

MILAN J. PODOJEVIĆ

Природно-математички факултет  
Радна заједница за докторских послова

Р.	—	- 2. VI. 1982	
Оригинал	Број	Године	Вједност
03	10/27		

SPINSKA DEVIJACIJA NA T=0 K KOD  
ANIZOTROPNOG FEROMAGNETIKA

- DIPLOMSKI RAD -

Novi Sad

1982.

Zahvaljujem se mentoru ovog rada dr Mariu Škrinjaru na pomoći pri izboru teme i izradi rada. Takođe se zahvaljujem i dr Darku Kaporu na pomoći pri izračunavanju matematičkih problema.

Milan J. Predojević

## S A D R Ž A J

1. UVOD .....	1
2. OPŠTE O MAGNETIZMU .....	2
2.2. Magnetni materijali .....	4
2.3. Opšte o faznim prelazima .....	8
2.4. Modeli u teoriji jakog magnetizma .....	11
2.5. Anizotropni feromagnetik .....	13
3. SPINSKA DEVIJACIJA NA APSOLUTNOJ NULI .....	15
ZAKLJUČAK .....	24
LITERATURA .....	26

## 1. UVOD

Izučavanje strukture i osobina čvrstih tela je vrlo interesantno područje, kako za eksperimentalnu tako i za teorijsku fiziku. Jedna od osnovnih osobina čvrstih tela je - magnetizam - prema kojoj možemo napraviti i jednu klasifikaciju čvrstih tela. Prema magnetnoj susceptibilnosti ( $\chi$ ) delimo ih na dijamagnetne ( $\chi < 0$ ), paramagnetne ( $\chi > 0$ ) i jednu grupu magnetika sa velikom magnetnom susceptibilnošću ( $\chi \gg 0$ ), gde spadaju: feromagnetičari, antiferomagnetičari i ferimagnetičari koji se nazivaju jednim imenom - JAKI MAGNETICI.

Teorijska istraživanja jakih magnetika rešavaju probleme koji su karakteristični za iste, kao što su: priroda jakog magnetizma, fazni prelazi, osobine magnetika na temperaturama bliskim absolutnoj nuli, itd.

Još uvek ne postoji model koji bi mogao potpuno da prikaže sve stvarne osobine magnetika, te se koriste razni modeli od kojih će se u ovom radu posebno razmatrati jedan Hajzenbergov anizotropni model. Za taj model biće konkretno izračunata srednja vrednost magnetizacije na  $T = 0\text{ K}$  i njeno odstupanje od maksimalno moguće vrednosti - tzv. DEVIJACIJA SPINA kao posledica anizotropije.

## 2. OPŠTE O MAGNETIZMU

Vilhelm Weber je prvi koji je pokušao objasniti magnetna svojstva. Naime, on je predpostavio da magnet predstavlja skup uredjenih elementarnih magneta. Međutim, samu prirodu "elementarnih magneta" Weber nije umeo da objasni. Zatim je Vajs u svojoj fenomenološkoj teoriji izneo da sve feromagnete supstance poseduju osobinu spontanog namagnetisanja ako se nalaze na temperaturi nižoj od neke kritične i ako se nalaze van uticaja bili kog spoljašnjeg magnetnog polja.

Pri temperaturama nižim od neke kritične (za dati ferromagnetik odnosno antiferomagnetik) isti se sastoje od velikog broja domena koji su spontano namagnetisani. Orientacija ovih domena je haotična ukoliko nema spoljašnjeg magnetnog polja, te je magnetizacija uzorka u celini jednaka nuli. Pri postojanju spoljašnjeg magnetnog polja domeni se orijentišu u pravcu istog.

Tehnika praškastih figura nam je omogućila da posredstvom mikrofotografije dokažemo da je feromagnetik sastavljen iz elementarnih magneta, tj. domena. Broj atoma u domenu je velik - približno  $10^{15}$ .

Iako je današnja teorija utvrdila da se jaki magnetici sastoje iz atoma koji poseduju nepotpunjene ljske elektronima (3d, 4f) ona nije u mogućnosti da na osnovu toga da potrebne i dovoljne uslove za fenomen jakog magnetizma. Naime, nepotpunost elektronskih ljski nije dovoljan uslov da magnet bude sa velikom magnetnom susceptibilnošću, što potvrđuju i elementi: Sc, Ti i V koji su paramagneticci iako je 3d podljuska nepotpunjena, dok su Cr i Mn antiferomagneticci, a Fe, Co i Ni feromagneticci.

Dakle, može se zaključiti da je i raspodela gustine elektrona nepotpunjenih elektronskih ljski kao i elektrona u provodnoj zoni veoma važna za magnetni moment atoma, koji može da potiče od sopstvenog momenta atomskih elektrona i od njihovih orbitalnih momenata. Na osnovu vrednosti koje su dobijene za magnetno-mehanički odnos momenata slobodnog elektrona, Landeov g-faktor, vidimo da samo magnetni momenti elektrona

nepopunjenih unutrašnjih ljudski određuju magnetne momente jaka-  
kih magnetnih materijala, dok se pri tom orbitalni momenti mo-  
gu zanemariti. Možemo, takodje, pretpostaviti da je makroskops-  
ki moment posledica uredjenosti spinova elektrona iz nepopu-  
njenih ljudski atoma. Uredjenost spinova elektrona potiče od  
interakcije izmedju istih i to se javlja uvek ispod neke kri-  
tične temperature. Ovo je osnova savremene teorije jakog mag-  
netizma koji je prvi izneo Verner Hajzenberg još 1928. godine.

Ovde treba naglasiti da je energetski niže ono stanje  
kod kojeg su spinovi paralelno uredjeni. To znači da bi sni-  
žavanjem, temperature do apsolutne nule ( $T = 0K$ ) spinovi teži-  
li da se svi postave paralelno. Pri paralelnoj orijentaciji  
spinova atomi se odbijaju, a pri antiparalelnoj privlače.

Vrednost spontane magnetizacije ( $M$ ), u odsustvu magneto-  
tnog polja  $H = 0$  (magnetni moment po jedinici zapreme) skoro  
isključivo zavisi od temperature.

Utvrđeno je da kristalna rešetka ima bitan uticaj na  
magnetne osobine materijala, što znači da jaki magnetizam pos-  
toji samo kod čvrstih tela. S obzirom da magnetne osobine kris-  
tala zavise u kom se pravcu mere, znači da postoji magnetno -  
kristalografska anizotropija. Makroskopski uzorak kristala sa-  
činjen je od velikog broja kristalnih zrna te se magnetna an-  
zotropija kompenzuje jer su kristalografski pravci statistički  
rasporedjeni.

Na apsolutnoj nuli, gde su spinovi napunjene ljudski  
paralelni, gustina magnetnog momenta jednaka je proizvodu mag-  
netnog momenta elementarnog nosioca i broja nosilaca u jedini-  
ci zapreme. Magnetni momenti domena orijentisani su u prav-  
cu ose lake magnetizacije. Osa lake magnetizacije je pravac u  
kom se magnetno zasićenje postiže najmanjom jačinom magnetnog  
polja ( $H_0$ ).

Sile interakcije dovode do uredjenosti skupa spinova  
elektrona dok toplotno kretanje razredjuje takav sistem. Ener-  
gija toplotnih kvanata se povećava povišenjem temperature, te  
može biti istog reda veličine kao i konstanta interakcije te  
će nastati razgradjivanje magnetne rešetke. Temperatura na ko-  
joj se ovo dešava naziva se - temperatura prelaza.

Dipol - dipolna interakcija ne može biti odgovorna za uređivanje sistema spinova. Ovo zbog toga jer konstanta dipol-dipol interakcije je oko 10 Boltmanovih konstanti, dok su tačke prelaza feromagnetika oko 100 za lantanide, a oko 1000 za Fe, Co i Ni. Pokazalo se da su sile interakcije izmedju spinova kvantomehaničkog porekla. Dva elektrona na možemo međusobno razlikovati, ~~ate~~ (zbog Paulijevog principa) <sup>mjinošto stanje opisujućem</sup> dati su antisimetričnim funkcijama, ~~ako~~ <sup>da</sup> u ~~matematičkom~~ <sup>matričnom</sup> elementu energije dobija član - ENERGIJA IZMENE, ~~koja dovodi do vrednosti spinova.~~

Magnetizacija zasićenja ~~se~~ se definiše:

$$2.1.1 \quad M_O = \mu N ,$$

gde je  $M_O$  magnetizacija zasićenja,  $\mu$  magnetni moment atoma a  $N$  broj atoma kristalne rešetke. Zbog uticaja topotnih oscilacija spinskih momenata atoma, zatim magnetno-kristalografske anizotropije kao i konačnosti uzorka, merene vrednosti magnetizacije biće uvek manje od vrednosti ( $M_O$ ). Stavljajući uzorak u spoljašnje magnetno polje ( $H$ ) njegova magnetizacija će rasti sa rastom polja.

Magnetna susceptibilnost ( $\chi$ ) se definiše kao:

$$2.1.2. \quad \chi(\vec{H}) = \frac{\partial \vec{M}}{\partial \vec{H}}$$

Ako povećavamo vrednost polja ( $H$ ) spinovi teže da se orijentisu u pravcu poljasve dok se za neke vrednosti ( $\vec{H}$ ) svi spinovi ne postave paralelno - u pravcu polja. Termodinamičke oscilacije se smanjuju daljim povećavanjem ( $\vec{H}$ ) a susceptibilnost opada. Kada  $H \rightarrow \infty$  tada će magnetna susceptibilnost težiti nuli - magnetizacija zasićenja.

Sa gledišta klasične teorije ne mogu se opisati jaki magnetici kao sistem magnetnih momenata razmeštenih u čvorovima rešetke sa čisto dipolnim interakcijama. Stoga u kvaziklasičnoj šemi prečutno стоји да dipoli interaguju energijom jednakoj energiji interakcije izmene.

## 2.2. MAGNETNI MATERIJALI

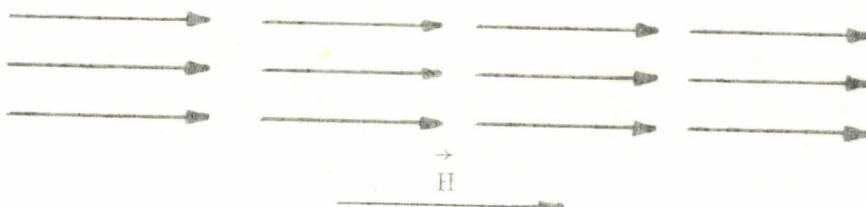
Koristeći se kvaziklasičnom aproksimacijom možemo prikazati modele feromagnetika antiferomagnetika i ferimagnetika. Magnetnu anizotropiju za sada nećemo uzimati u obzir, a spontanu

namagnetisanost ćemo uzeti kao bitnu razliku spomenutih triju magnetika. Naime, kao što je rečeno spontana orijentacija magnetnih momenata atoma ide duž kristalografskih osa.

### FEROMAGNETICI

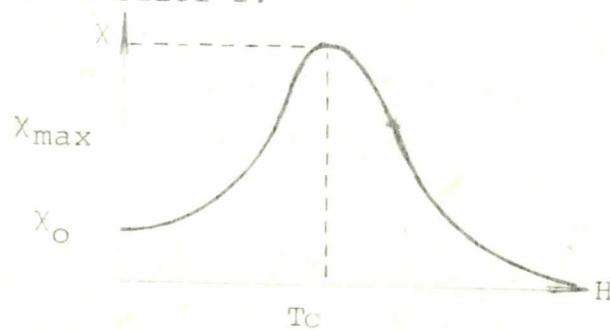
U ovu grupu jakih magnetika spadaju gvoždje (Fe), nikal (Ni), kobalt (Co), gadolinijum (Gd) kao i njihove legure.

Feromagnetičke možemo predstaviti spinском решетком чији је integral измене између најближих суседа pozitivan. На temperaturama manjim od Kirijeve (temperatura faznog prelaza) svi spinovi monokristala orijentiшу се паралелно и чине велики spontani magnetni moment. To je сематски приказано на слици 1.



Slika 1.

Kada nema спољашњег поља  $\vec{H}$  вектор магнетизације  $\vec{M}$  усмерава се дуž оса lake магнетизације. Повиšењем температуре спонтана магнетизација се смањује и на Kirijevoj температури ( $T_c$ ) nastaje у одсуству спољашњег магнетног поља. На тој температури постоји фазни прелаз другог реда. Далјим повишењем температуре ( $T > T_c$ ) feromagnetički прелази у paramagnetsku fazu, што је приказано на слици 2.

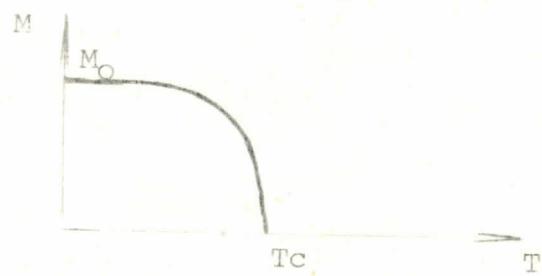


Slika 2.

У околини Kirijeve температуре магнетизација се приближно понаша по закону:

$$2.2.1 \quad M(T) \propto \text{const} \sqrt{1 - \frac{T}{T_c}}$$

što se može prikazati sledećim grafikom:



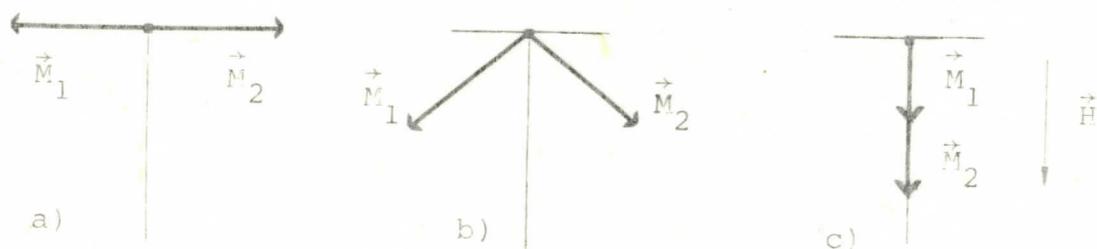
Kada temperatura feromagnetika teži absolutnoj nuli ( $T \rightarrow 0\text{K}$ ) dobijamo sledeću zavisnost spontane magnetizacije od temperature:

$$M(T) = M_0 (1 - A_1 T^{3/2} - A_2 T^{5/2} - \dots)$$

gde su  $A_i$  konstante a  $M_0$  magnetizacija zasićenja.

### ANTIFEROMAGNETICI

Kristale ovih jakih magnetika možemo posmatrati kao skup dve ili više feromagnetičnih podrešetaka čiji je rezultujući magnetni moment jednak nuli. Za dve podrešetke sa jednakim ali antiparalelnim spinovima kristal možemo prikazati kao na slici 3.

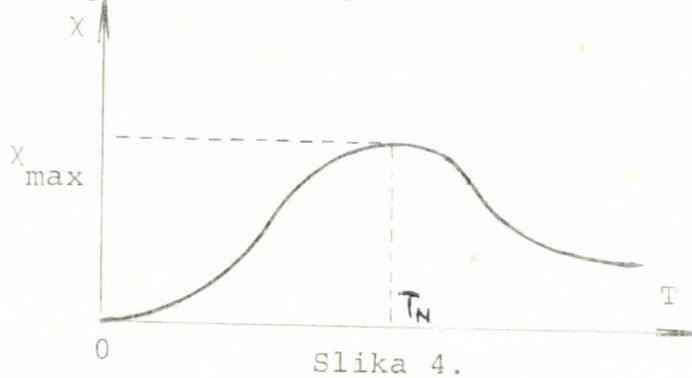


Slika 3.

- a) u odsustvu spoljašnjeg magnetnog polja
- b) u slabom polju
- c) u jakom polju

Delujući nekim kritičnim spoljašnjim magnetnim poljem

na kristal, dolazi do rezultujuće magnetizacije koja se povećavanjem spoljašnjeg polja linarno raste - sve do magnetizacije zasićenja. Pri temperaturama nižim od neke kritične, Nijove temperatute ( $T_N$ ) antiferomagnetik se ponaša kao paramagnetik. Na temperaturi  $T=T_N$  postoji fazni prelaz drugog reda. Zavisnost stepena magnetizacije u funkciji temperature za antiferomagnetske date je na slici 4.



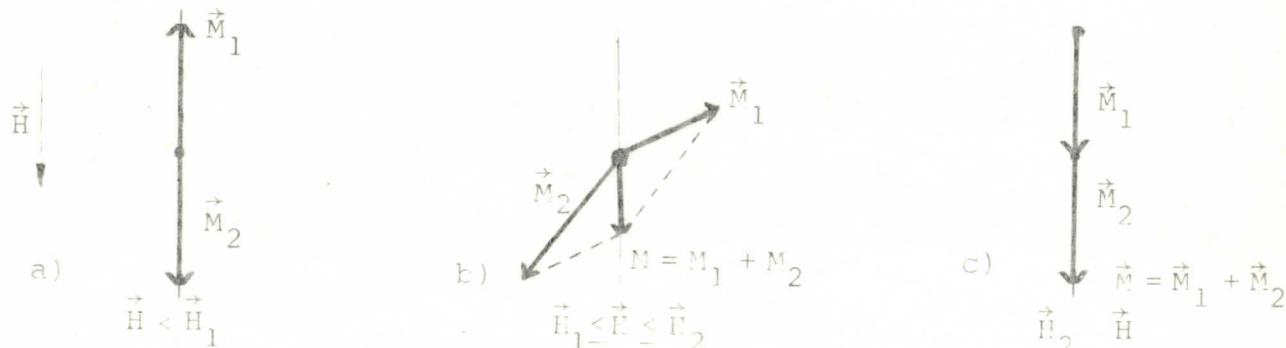
Slika 4.

Predstavnici antiferomagneta su uglavnom neke kiseline i soli prelaznih metala:  $\text{FeO}$ ,  $\text{CoO}$ ,  $\text{NiSO}_4$ ,  $\text{CoF}_2$ ,  $\text{RbM}_n\text{F}_3$ , itd.

### FERIMAGNETICI

Kristali ferimagnetički sastoje se iz nekoliko magnetnih predstavnika čiji je rezultujući magnetni moment različit od nule. Ovde su spinovi različitih veličina i orijentacija. Ako je spoljašnje magnetno polje  $\vec{H} > \vec{H}_{kr}$  raste i magnetni moment proporcionalno sa poljem. Daljim povećanjem polja dolazi do magnetizacije zasićenja.

Da bi i ove jake magnetike prikazali šematski pretpostavimo da feromagnetik ima samo dve podrešetke sa odgovarajućim momentima  $\vec{M}_1$  i  $\vec{M}_2$  i kritičnim poljima  $\vec{H}_1$  i  $\vec{H}_2$ . To je prikazano na slici 5.



Slika 5.

- a) u slabom polju
- b) u jakom polju
- c) u veoma jakom polju

Tipični predstavnici ferimagnetika su kompleksne soli prelaznih metala:  $MnFe_3O_3$ ,  $FeO \cdot Fe_2O_3$ ,  $CoO \cdot Fe_2O_3$  itd.

Osim do sada navedena tri jaka magnetika možemo spomenuti i antiferomagnetike sa slabim feromagneticima i magnetike sa spiralnim strukturama.

Kod antiferomagnetika sa slabo izraženim feromagnetičmom magnetni momenti podrešetaka nisu strogo antiparalelni zbog uticaja magnetne anizotropije. Magnetni materijali sa spiralnim strukturama imaju raspored spinova u kristalnoj rešetki u obliku zavrtanske simetrije, tj. komponente spinskih vektora se periodično menjaju pri različitim položajima u odnosu na neki odredjeni kristalografski pravac.

### 2.3. OPŠTE O FAZNIM PRELAZIMA

Fazni prelazi su prelazi izmedju dve faze koji su okarakterisani različitim silama i osobinama. U poznatoj Erenfestovoj klasifikaciji faznih prelaza, postoje fazni prelazi prve i druge vrste. Za fazne prelaze prve vrste je karakterističan skok prvih izvoda termodinamičkog potencijala u tački prelaza. Za fazni prelaz druge vrste su prvi izvodi termodinamičkog potencijala u tački prelaza neprekidni dok izvodi drugog reda trpe skok. Potrebno je napomenuti da ova klasifikacija nije potpuna te je bilo potrebno pronaći adekvatnu.

Da bi se dobila zadovoljavajuća klasifikacija za sve fazne prelaze Fišer uvodi pored faznih prelaza prve vrste i kontinuirane fazne prelaze. U kontinuiranim faznim prelazima prvi izvodi termodinamičkih potencijala su neprekidni, dok drugi izvodi u tački prelaza trpe skok ili teže beskonačnosti.

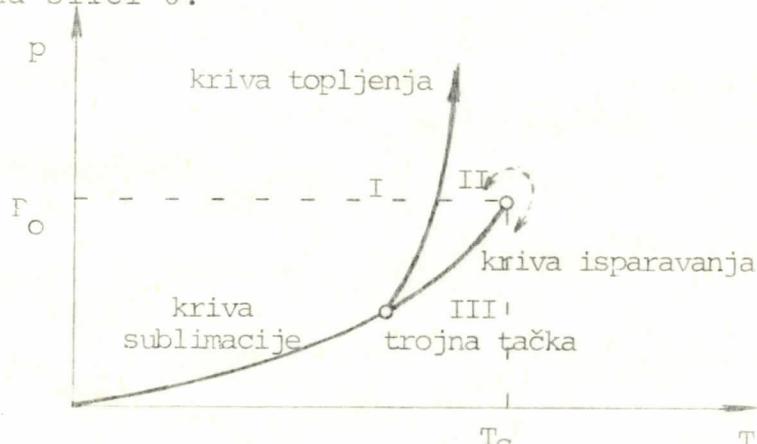
Kontinuirani fazni prelazi nisu praćeni emisijom ili apsorpcijom latentne topote prelaza zbog neprekidnosti termodinamičkih funkcija stanja, kao što su: entropija, specifične zapremine i dr. Ovo nije slučaj kod faznih prelaza prve vrste.

Tačka prelaza je tačka neanalitičnosti termodinamičkih potencijala, a s obzirom da su za sve konačne sisteme statističke sume analitičke funkcije, jer se mogu razviti u Taylorov red, u konačnom sistemu se ne može javiti fazni prelaz.

Potencijal ima osobinu neanalitičnosti u tački prelaza samo ako se uzme da je sistem beskonačan i ako nadjemo limes termodinamičkog potencijala po jednoj čestici - kad broj čestica teži u beskonačnost.

Fazni prelazi (Tečnost - gas, prelazi u binarnim legurama, feromagnetni prelazi, itd.) karakterišu se kritičnom tačkom pri određenim vrednostima termodinamičkih promenljivih. Tako, za sistem tečnost - gas, to je tačka u faznoj  $p$ - $T$  ravni. U toj tački se završava kriva fazne ravnoteže. Sistem postaje homogen i nestaje razlike izmedju faza iznad te kritične tačke. Tada kontinuirani fazni prelaz možemo izvršiti obilazeći kritičnu tačku u kojoj se završava kriva fazne ravnoteže.

Za tečni sistem projekcija  $p$ - $T$  površi na ravan  $p$ - $T$ , data je na slici 6.



Slika 6.

Uvodeći pojmove kritičkih eksponenata možemo opisati ponašanje različitih fizičkih veličina u okolini kritične tačke.

Stepen odstupanja temperature od kritične, možemo predstaviti bezdimenzionalnom veličinom ( $\eta$ ):

$$2.3.1. \quad \eta = \frac{T-T_c}{T_c} = \frac{T}{T_c} - 1$$

Pretpostavimo da je funkcija  $g(\eta)$  pozitivna i neprekidna za dovoljno malo ( $\eta$ ) i da postoji limes

$$2.3.2. \quad \alpha \equiv \lim_{n \rightarrow 0} \frac{\ln g(n)}{\ln n}$$

Ovaj limes predstavlja kritični eksponent ( $\alpha$ ), a funkciju  $g(n)$  možemo napisati u sledećem obliku:

$$2.3.3. \quad g(n) \approx \text{const } n^\alpha$$

Uvedimo parametar uredjenosti kao kvantitativnu karakteristiku promene strukture tela pri prolasku kroz kritičnu tačku. Njega odredjujemo tako da je iznad kritične temperature nula, dok je ispod nje različit od nule. Bilo koji sistem je potpuno uredjen samo na apsolutnoj nuli. Makrouredjenost postoji do kritične temperature iznad koje vlada mikrouredjenost.

Parametar uredjenosti fizičkog sistema možemo označiti sa  $G(T)$  i prikazati u sledećem obliku:

$$2.3.4. \quad G(T) \sim \text{const} |T_c - T|^\beta ; \quad T \rightarrow T_c$$

gde je sa  $\beta$  označen drugi kritični eksponent koji ima približnu vrednost:  $\beta \approx \frac{1}{3}$ .

U tabeli su izneti kritični eksponenti za tečne i magnetne sisteme. Iz ove tabele se može uočiti razlika izmedju kritičnih eksponenata dobijenih teorijski i eksperimentalno.

oznaka	tečnosti	magnetik	tipične eksperimentalne vred.	teorijske vrednosti	
				tečnost ili magnetik	Van der V. ili Vajs
$\alpha'$	$C_v = C_m \sim (-\eta)^{-\alpha'}$	$C_{H=0} \sim (-\eta)^{-\alpha'}$	0-0,2	0	0
$\beta'$	$\rho_1 = \rho_G \sim (-\eta)^\beta$	$M_{H=0} \sim (-\eta)^\beta$	0,3-0,5	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$
$\gamma'$	$K_T \sim (-\eta)^{-\gamma'}$	$\chi \sim (-\eta)^{-\gamma'}$	1,1-1,4	1	$\frac{7}{4}$
$\alpha' + 2\beta + \gamma'$	-	-	$\leq 2$	2	2

Ove vrednosti su dobijene približavanjem kritičnoj temperaturi od strane nižih temperatura.

#### 2.4. MODELI U TEORIJI JAKOG MAGNETIZMA

U ovom odeljku prezentiraćemo neke modele feromagneti-ka i navesti njihove glavne osobine. Da bi lakše razumeli razne modele prvo ćemo napisati opšti oblik Hamiltonijana ( $\hat{H}$ ) za feromagnetike u kojem je interakcija dominantna interakcija medju spinovima:

$$2.4.1. \quad \hat{H} = -g\mu_B H \sum_{\vec{n} \vec{m}} S^z - \frac{1}{2} \sum_{\vec{n} \vec{m}} I_{\vec{n} \vec{m}}^X S_{\vec{n}}^X S_{\vec{m}}^X + I_{\vec{n} \vec{m}}^Y S_{\vec{n}}^Y S_{\vec{m}}^Y + I_{\vec{n} \vec{m}}^Z S_{\vec{n}}^Z S_{\vec{m}}^Z$$

ili konciznije

$$2.4.2. \quad \hat{H} = -g\mu_B H \sum_{\vec{n} \vec{n}} S^z - \frac{1}{2} \sum_{\vec{n} \vec{m} \vec{r}} I_{\vec{n} \vec{m}}^{\vec{r}} S_{\vec{n}}^{\vec{r}} S_{\vec{m}}^{\vec{r}}$$

gdje je g-Lande-ov faktor,  $\mu_B$  - Borov magnetan,  $I_{\vec{n} \vec{m}}$  - integral izmene koji predstavlja intenzitete interakcije medju komponen-tama spinova a  $\vec{n}$  i  $\vec{m}$  su vektori kristalne rešetke;  $\vec{S}_{\vec{n}}$  i  $\vec{S}_{\vec{m}}$  su operatori spina.

Kada su vrednosti integrala izmene medjusobno jednaki tj. kada je  $I_{\vec{n} \vec{m}}^X = I_{\vec{n} \vec{m}}^Y = I_{\vec{n} \vec{m}}^Z = I_{\vec{n} \vec{m}}$ , Hamiltonian prima sledeći izgled i karakteriše Hajzenbergov izotropni model.

$$2.4.3. \quad \hat{H} = -g\mu_B H \sum_{\vec{n}} S_{\vec{n}}^z - \frac{1}{2} \sum_{\vec{n} \vec{m}} I_{\vec{n} \vec{m}} \vec{S}_{\vec{n}} \vec{S}_{\vec{m}}$$

Za osu magnetizacije uzeta je z-osa.

Kada se vrednosti integrala izmene razlikuju, tada je u pitanju anizotropni feromagnetik. Pošto  $I_{\vec{n} \vec{m}}^{\vec{r}}$  nisu medjusobno jednaki mogu da postoje različite kombinacije.

Ako je  $I_{\vec{n} \vec{m}}^X = I_{\vec{n} \vec{m}}^Y = 0$  a  $I_{\vec{n} \vec{m}}^Z \neq 0$  imamo XY model.

Ako je  $I_{\vec{n} \vec{m}}^X = I_{\vec{n} \vec{m}}^Y = 0$  a  $I_{\vec{n} \vec{m}}^Z \neq 0$  imamo Izingov model.

Osnovno stanje feromagnetika, po definiciji je:

$$2.4.4 \quad \sum_{\vec{r}} \sum_n S_z^z |0\rangle = N S |0\rangle$$

U ovom izrazu  $N$  je broj atoma u kristalu, dok je  $S$  maksimalan efektivni spin svakog atoma rešetke, te u osnovnom stanju svi spinovi orijentisani u pravcu  $z$ -ose.

Pobudjena stanja u feromagnetiku nastaju kad se pojedine  $z$ -komponente spinova preorientišu. Usled interakcije među spinovima ova pobudjenja se šire kroz kristal u obliku takozvanih spinskih talasa. Za izračunavanje energije elementarnih eksitacija u feromagnetiku spinski operatori se na niskim temperaturama zamenjuju Boze operatorima (Holštajn, Primakof, Agranović-Tošić) tako da se dobija ekvivalentni bozon-ski hamiltonijan. U Blohovoj aproksimaciji (v.npr. [5]) zakon disperzije za spinske talase ima sledeći oblik:

$$2.4.5 \quad E_{\vec{k}} = g \mu_B H + S (J_0 - J_{\vec{k}})$$

gde je  $J_{\vec{k}} = \sum_{\vec{n}} J_{\vec{n}} e^{i \vec{k} \cdot \vec{n}}$ . Kada nema spoljašnjeg magnetnog polja ( $H=0$ ) imamo:

$$2.4.6 \quad \lim_{k \rightarrow 0} E(\vec{k}) \equiv 0$$

Relativna magnetizacija ( $\sigma$ ) po čvoru rešetke definisana je izrazom

$$2.4.7 \quad \sigma = \frac{\langle S_z \rangle}{N}$$

a na niskim temperaturama, u Blohovoj aproksimaciji

$$2.4.8 \quad \sigma = 1 - \frac{1}{S} \left| \frac{kT}{4\pi S J_0} \right|^{3/2} \xi_{3/2}$$

gde je  $\xi(p) = \sum_{n=1}^{\infty} n^p$  Rimanova ceta funkcija.

Kasnije je Dajson pokazao da pomenuti zakon (2.4.8) "tri polovine" ima korekcije dva tipa: članove proporcionalne  $T^{5/2}$  i  $T^{7/2}$ , koji potiču od viših stepeni talasnog vektora po kom je razvijen zakon disperzije (2.4.5) i člana proporcionalnog  $T^4$  koji potiče od anharmonijskih magnonskih efekata. Tako je Dajson za magnetizaciju na niskim temperaturama dobio sledeći izraz:

$$2.4.9 \quad \sigma = \sigma_{BL} + \sigma_{ANN} \quad \text{gde je}$$

$$2.4.9a \quad \sigma_{BL} = 1 - \frac{1}{S} |\xi_{3/2} \tau^{3/2} + \frac{3}{4} \xi_{3/2} \tau^{5/2} + \frac{33}{32} \xi_{7/2} \tau^{7/2} + \dots|$$

$$2.4.9b \quad \sigma_{ANN} = - \frac{1}{S} 6\pi \xi_{3/2} \xi_{5/2} \tau^4; \quad \tau = \frac{k\theta}{\frac{2}{3}\pi SJ_o}$$

Pri dobijanju prethodnih izraza zanemaren je uticaj magnetne anizotropije što se ne može učiniti kod nekih feromagnetika.

Izingov model feromagnetizma razmatra sistem od  $n$  članova rešetke, koji obrazuju  $d$ -dimenzionu periodičnu rešetku ( $d=1, 2, 3$ ). Svakom od ovih čvorova rešetke možemo pridružiti spin-sku promenljivu  $s_n$  ( $n=1, 2, \dots, l$ ). Spinska promenljiva može biti  $+1$  (kad je spin usmeren naviše) ili  $-1$  (kad je spin usmeren naniže). Hamiltonian sistem ima izgled:

$$2.4.10 \quad \hat{H}_I \vec{s}_n = - \sum_{\langle \vec{n} \vec{m} \rangle} J_{\vec{n} \vec{m}} \vec{s}_n \cdot \vec{s}_{\vec{m}} - B \sum_{n=1}^l \vec{s}_n$$

Simbol  $\langle \vec{n} \vec{m} \rangle$  označava par spinova najbližih susednih čvorova. Simbol  $J_{\vec{n} \vec{m}}$  označava energiju interakcije koja je konstanta za izotropnu interakciju.

Kada je  $J > 0$  tada postoji feromagnetizam, a kad je  $J < 0$  antiferomagnetizam.

Sam Izing je uspeo da reši svoj model samo za slučaj jednodimenzione rešetke. Dvodimenzioni Izingov model tačno je rešio Onzager i dokazao postojanje faznog prelaza što Izingu nije uspeo ni kod jednodimenzionog modela.

Za sada trodimenzioni Izingov model nije potpuno rešen.

## 2.5. ANIZOTROPNI FEROMAGNETIK

Da bi bolje objasnili uticaj magneto-kristalografske anizotropije na magnetne osobine feromagnetika, posmatrajmo jedan anizotropni feromagnetik koji je razmatran u radu [1]. Stoga uzimimo jedan magnetik čiju kristalnu strukturu čine magnetni joni sa neparnim brojem elektrona. Interakcija izmene ovih magnetnih jona, koji čine primitivnu kubnu rešetku u osnovnom stanju je u opštem slučaju - anizotropna. S obzirom da ova interakcija izme-

ne brzo opada sa rastojanjem mićemo se u razmatranju zadržati samo na interakcijama izmene izmedju najbližih suseda. Treba imati u vidu da se posmatra slučaj kad je spin  $S = \frac{1}{2}$ , a magnetni moment magnetnih jona u osnovnom stanju  $M = g\mu_B S$ .

Hamiltonijan interakcije imaće jednostavnu formu ako se pretpostavi da je lanac koji ujedinjuje dva susedna jona invariantan u odnosu na osu rotacije četvrtog reda sa dvema normalnim ogledalskim ravnima. Ako posmatramo  $(n, m)$  par jona, hamiltonijan iterakcije, u pravcu z-ose npr., imaće sledeći izgled:

$$2.5.1 \quad \hat{H}_{nm} = J_{||} \vec{s}_n^z \vec{s}_m^z + J_{\perp} (\vec{s}_n^x \vec{s}_m^x + \vec{s}_n^y \vec{s}_m^y)$$

Na analogan način možemo naći odgovarajuće oblike hamiltonijana za prve paralelne X odnosno Y osi.

Interakciju (2.5.1) možemo smatrati najopštijom interakcijom dva slabo sparena spina u kristalima sa gore pomenutom simetrijom. Naravno, ovde uzimamo u obzir i magnetne dipolne interakcije i električne multipolne interakcije izmedju najbližih suseda, što je sve uslovljeno činjenicom da se ponašanjem spina  $S = \frac{1}{2}$  zabranjuje bilo koje sparivanje koje nije bilinearno ~~po komponentama spina~~.

Izraz (2.5.1) možemo pogodnije napisati ako uvedemo smenu:

$$2.5.2 \quad J = -J_{||} \quad i \quad J' = J_{||} - J_{\perp}$$

pa tako dobijamo:

$$2.5.3 \quad \hat{H} = -g\mu_B H \sum_n \vec{s}_n^z - J \sum_{nm} \vec{s}_n^z \vec{s}_m^z + J' \sum_n \sum_{r,n+\epsilon_r}^3 \vec{s}_n^r \vec{s}_r^r$$

Ako je  $J'=0$  tada izraz (2.5.3) predstavlja hamiltonijan izotropnog Hajzenbergovog feromagnetika, a ako ne postoji spoљašnje magnetsko polje ( $H=0$ ) ukupni hamiltonijan tada dobija sledeći izgled:

$$2.5.4 \quad \hat{H} = J \sum_{n < m} \vec{s}_n^z \vec{s}_m^z + J' \sum_n \sum_r \vec{s}_n^r \vec{s}_r^r$$

Ovde sumiranje vršimo po najbližim susedima dok  $r$  uzima sve vrednosti ukupnog broja ekvivalentnih jona  $N$ , a  $r$  vrednosti  $x, y, z$ .

Ako anizotropija ne postoji ( $J' = 0$  ili  $J_{||} = J_{\perp}$ ) tada izraz (2.5.4) postaje običan Hajzenbergov hamiltonijan primitivne kubne rešetke za koju se javlja feromagnetizam pri  $J > 0$ .

Gornji hamiltonijan, u zavisnosti od veličina  $J$  i  $J'$  (odnosno  $J_{||}$  i  $J_{\perp}$ ) može opisati feromagnetne i antiferomagnetne materijale. U radu [1] je pokazano da feromagnetna konfiguracija postoji pod uslovom  $J_{\perp} < 0$  i  $J_{||} < 0$ , a oselake magnetizacije su  $x$ ,  $y$  odnosno  $z$ -osa. Zbog toga ćemo spoljašnje polje usmeriti u pravcu  $z$ -ose, te ćemo u toku daljeg rada smatrati da su gornji uslovi ispunjeni.

### 3. SPINSKA DEVIJACIJA NA $T = 0$ K

Za slučaj  $S = \frac{1}{2}$  spinski operatori se mogu zameniti Pauli operatorima:

$$3.1 \quad S_{\vec{n}}^- = P_{\vec{n}}^+ ; \quad S_{\vec{n}}^+ = P_{\vec{n}}^- ; \quad \frac{1}{2} - S_{\vec{n}}^z = P_{\vec{n}}^+ P_{\vec{n}}^-$$

Sada hamiltonijan (2.5.3) dobija sledeći izgled:

$$3.2 \quad \hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_2 + \hat{H}_4$$

gde smo sa  $\hat{H}_0$ ,  $\hat{H}_2$ ,  $\hat{H}_4$  označili

$$3.2a \quad \hat{H}_0 = -SN\Gamma - \frac{1}{2} S^2 NJ_0 + NJ'S^2$$

$$3.2b \quad \hat{H}_2 = \Delta \sum_{\vec{n}} P_{\vec{n}}^+ P_{\vec{n}}^- - \frac{1}{2} \sum_{\vec{n}\vec{m}} J_{\vec{n}\vec{m}} P_{\vec{n}}^+ P_{\vec{m}}^- + \frac{1}{4} \sum_{\vec{n}\vec{m}} J'_{\vec{n}\vec{m}} (\delta_{\vec{m}, \vec{n}+\vec{\xi}_x} +$$

$$+ \delta_{\vec{m}, \vec{n}-\vec{\xi}_x} + \delta_{\vec{m}\vec{n}+\vec{\xi}_y} + \delta_{\vec{m}, \vec{n}-\vec{\xi}_y}) P_{\vec{n}}^+ P_{\vec{m}}^- + \frac{1}{4} \sum_{\vec{n}\vec{m}} J'_{\vec{n}\vec{m}} (\delta_{\vec{m}, \vec{n}+\vec{\xi}_x} -$$

$$- \delta_{\vec{m}, \vec{n}+\vec{\xi}_x}) (P_{\vec{n}}^+ P_{\vec{m}}^- + P_{\vec{n}}^+ P_{\vec{m}}^+)$$

$$3.2c \quad \hat{H}_4 = - \frac{1}{2} \sum_{\vec{n}\vec{m}} J_{\vec{n}\vec{m}} P_{\vec{n}}^+ P_{\vec{n}}^+ P_{\vec{m}}^+ P_{\vec{m}}^- + \frac{1}{2} \sum_{\vec{n}\vec{m}} (\delta_{\vec{m}, \vec{n}+\vec{\xi}_z} + \delta_{\vec{m}, \vec{n}-\vec{\xi}_z})$$

$$\cdot P_{\vec{n}}^+ P_{\vec{n}}^+ P_{\vec{m}}^+ P_{\vec{m}}^-$$

U ovim izrazima smo uveli sledeće oznake:

$$\Gamma = g \mu_B H ; \quad J_O = \sum_n J_{O\vec{n}} ; \quad \Delta = \Gamma + \frac{1}{2} J_O - J'$$

Prelaskom na Boze operatore preko Dajsonove bozonske reprezentacije za Pauli operatore:

$$3.3 \quad P_n^+ P_n^- \approx B_n^+ B_n^- ; \quad P_n^+ \approx B_n^- - B_n^+ B_n^- B_n^+ ; \quad P_n^+ \approx B_n^+ ; \quad |P_n^+, P_n^+| = \\ = 1 - 2 B_n^+ B_n^-$$

gornji izrazi dobijaju sledeći izgled:

$$3.4 \quad \hat{H}_2 = \Delta \sum_{\vec{n}} B_{\vec{n}}^+ B_{\vec{n}}^- - \frac{1}{2} \sum_{\vec{n}\vec{m}} J_{\vec{n}\vec{m}} B_{\vec{n}}^+ B_{\vec{m}}^- + \frac{1}{4} \sum_{\vec{n}\vec{m}} (\delta_{\vec{m}, \vec{n}+\vec{\xi}_X} + \delta_{\vec{m}, \vec{n}-\vec{\xi}_X}) + \\ + \delta_{\vec{m}, \vec{n}+\vec{\xi}_Y} + \delta_{\vec{m}, \vec{n}-\vec{\xi}_Y}) B_{\vec{n}}^+ B_{\vec{m}}^- + \frac{1}{4} \sum_{\vec{n}\vec{m}} J_{\vec{n}\vec{m}} (\delta_{\vec{m}, \vec{n}+\vec{\xi}_X} - \\ - \delta_{\vec{m}, \vec{n}+\vec{\xi}_Y}) (B_{\vec{n}}^+ B_{\vec{m}}^- + B_{\vec{n}}^+ B_{\vec{m}}^+) \\ 3.5 \quad \hat{H}_4 = - \frac{1}{2} \sum_{\vec{n}\vec{m}} J_{\vec{n}\vec{m}} B_{\vec{n}}^+ B_{\vec{m}}^+ B_{\vec{n}}^+ B_{\vec{m}}^- + \frac{1}{2} \sum_{\vec{n}\vec{m}} J_{\vec{n}\vec{m}} (\delta_{\vec{m}, \vec{n}+\vec{\xi}_Z} + \\ + \delta_{\vec{m}, \vec{n}-\vec{\xi}_Z}) B_{\vec{n}}^+ B_{\vec{m}}^+ B_{\vec{n}}^+ B_{\vec{m}}^- + \frac{1}{2} \sum_{\vec{n}\vec{m}} J_{\vec{n}\vec{m}} B_{\vec{n}}^+ B_{\vec{m}}^+ B_{\vec{n}}^+ B_{\vec{m}}^- - \\ - \frac{1}{4} \sum_{\vec{n}\vec{m}} J_{\vec{n}\vec{m}} (\delta_{\vec{m}, \vec{n}+\vec{\xi}_X} + \delta_{\vec{m}, \vec{n}+\vec{\xi}_X} + \delta_{\vec{m}, \vec{n}+\vec{\xi}_Y} + \\ + \delta_{\vec{m}, \vec{n}-\vec{\xi}_Y}) B_{\vec{n}}^+ B_{\vec{m}}^+ B_{\vec{m}}^+ B_{\vec{m}}^- - \frac{1}{4} \sum_{\vec{n}\vec{m}} J_{\vec{n}\vec{m}} (\delta_{\vec{m}, \vec{n}+\vec{\xi}_X} - \\ - \delta_{\vec{m}, \vec{n}+\vec{\xi}_Y}) (B_{\vec{n}}^+ B_{\vec{n}}^+ B_{\vec{n}}^+ B_{\vec{m}}^- + B_{\vec{m}}^+ B_{\vec{n}}^+ B_{\vec{n}}^+ B_{\vec{m}}^-)$$

Koristeći hamiltonijan iz prethodnog paragrafa, pomoću metoda dvovremenskih temperaturskih Grinovih funkcija, datog u monografiji [2] i rešavajući sistem jednačina



Grinovih funkcija

$$\langle\langle B(\vec{k}, t) | B^+(\vec{k}, t') \rangle\rangle \quad \text{i} \quad \langle\langle B^+(\vec{-k}, t) | B^+(\vec{k}, t') \rangle\rangle$$

može se dobiti spektar elementarnih eksitacija.

Jednačine kretanja za date Grinove funkcije u energetskoj reprezentaciji su oblika:

$$3.6. \quad E \langle\langle B_{\vec{k}} | B_{\vec{k}}^+ \rangle\rangle_E = \frac{1}{2\pi} + \langle\langle |B_{\vec{k}}, H| | B_{\vec{k}}^+ \rangle\rangle$$

$$E \langle\langle B_{\vec{k}}^+ | B_{\vec{k}}^+ \rangle\rangle_E = \langle\langle |B_{\vec{k}}, H| | B_{\vec{k}}^+ \rangle\rangle$$

gde su  $B^+$  i  $B$  Boze operatori.

Sistem jednačina koji dobijamo izračunavanjem komutatora iz (3.6) možemo približno rešiti dekuplovanjem dvočestičnih Grinovih funkcija, nakon čega dobijamo sledeći sistem jednačina [ 3 ]

$$3.7 \quad \begin{cases} |E - \tilde{X}(\vec{k})| G_{\vec{k}}(E) + \tilde{Y}(\vec{k}) D_{\vec{k}}^+ E = \frac{i}{2\pi} \\ |-Y^*(\vec{k}) - \tilde{Y}(\vec{k})| G_{\vec{k}}(E) + |E - \tilde{X}(\vec{k})| D_{\vec{k}}^+(E) = 0 \end{cases}$$

Ovaj sistem jednačina možemo rešiti pomoću determinante ( $\Delta$ ):

$$3.8 \quad \Delta = \begin{vmatrix} E - \tilde{X}(\vec{k}) & \tilde{Y}(\vec{k}) \\ -|\tilde{Y}^*(\vec{k}) - \tilde{Y}(\vec{k})| & E + \tilde{X}(\vec{k}) \end{vmatrix}$$

gde parametre  $\tilde{X}(\vec{k})$ ,  $\tilde{Y}(\vec{k})$  i  $\tilde{y}(\vec{k})$  nalazimo samousačlašenom procedurom.

Kao što je pokazano u radu [ 3 ] energija elementarnih eksitacija odredjena je polom Grinove funkcije što daje:

$$3.9 \quad E(\vec{k}) = \{ X^2(\vec{k}) + Y(\vec{k}) R(\vec{k}) \}^{1/2}$$

Za slučaj izotropnog feromagnetičnosti Dajson je za energiju elementarnih eksitacija dobio izraz:

$$3.10 \quad \tilde{E}_D(\vec{k}) = E_0(\vec{k}) + \frac{1}{N} \sum_{\vec{k}} \langle B_{\vec{k}}^+ B_{\vec{k}} \rangle | J_{\vec{k}} + J_{\vec{q}} - J_{\vec{k}-\vec{q}} |$$

što sledi i iz izraza (3.6) kada je  $J' = 0$ .

Pošto nas interesuje spinska devijacija na  $T = 0 \text{ K}$  počemo od opštег izraza za relativnu magnetizaciju (2.4.7) po čvoru rešetke za spin  $S = \frac{1}{2}$ .

$$3.11 \quad \sigma = \frac{\langle S_z \rangle}{S} = 1 - 2 \left\langle \frac{P_{\vec{n}}^+}{n} \frac{P_{\vec{n}}^-}{n} \right\rangle = 1 - \frac{2}{N} \sum_{\vec{k}} \left\langle B_{\vec{k}}^+ B_{\vec{k}}^- \right\rangle$$

i koristeći izraz:

$$3.12 \quad \left\langle B_{\vec{k}}^+ B_{\vec{k}}^- \right\rangle = -\frac{1}{2} + \frac{X_{\vec{k}}}{2E_{\vec{k}}} \operatorname{cth} \frac{E_{\vec{k}}}{2\theta} = \frac{1}{2} \left( \frac{X_{\vec{k}}}{E_{\vec{k}}} \operatorname{cth} \frac{E_{\vec{k}}}{2\theta} - 1 \right)$$

dobijenim u radu [3] dobijamo:

$$3.13 \quad \sigma = 1 - \frac{1}{N} \sum_{\vec{k}} \left( \frac{X_{\vec{k}}}{E_{\vec{k}}} \operatorname{cth} \frac{E_{\vec{k}}}{2\theta} - 1 \right)$$

Ako uvrstimo identitet

$$3.14 \quad \operatorname{cth} \frac{E_{\vec{k}}}{2\theta} = 1 + 2 f_{B.E.}(E_{\vec{k}}, \theta)$$

nalazimo da je relativna magnetizacija anizotropnog feromagnetička:

$$3.15 \quad \sigma = 1 - \frac{1}{N} \sum_{\vec{k}} \left( \frac{X_{\vec{k}}}{E_{\vec{k}}} - 1 \right) - \frac{2}{N} \sum_{\vec{k}} \frac{X_{\vec{k}}}{E_{\vec{k}}} f_{B.E.}(E_{\vec{k}}, \theta)$$

Prvi član ćemo označiti sa  $\Delta\sigma_0$  i označavaće devijaciju magnetizacije na apsolutnoj nuli, a drugi član sa  $\Delta\sigma_T$  daje temperaturnu zavisnost magnetizacije, tj.

$$3.16 \quad \Delta\sigma_0 = \frac{1}{N} \sum_{\vec{k}} \left( \frac{X_{\vec{k}}}{E_{\vec{k}}} - 1 \right)$$

$$3.17 \quad \Delta\sigma_T = \frac{2}{N} \sum_{\vec{k}} \frac{X_{\vec{k}}}{E_{\vec{k}}} f_{B.E.}(E_{\vec{k}}, \theta)$$

Ovde  $f_{B.E.}(E, \theta)$  predstavlja Boze-Ajnštajnovu raspodelu, tj.

$$f_{B.E.}(E, \theta) = (e^{E/\theta} - 1)^{-1}$$

Sada se izraz za relativnu magnetizaciju može napisati

$$3.18 \quad \sigma = 1 - \Delta\sigma_0 - \Delta\sigma_T$$

Mi ćemo ozračunati srednju vrednost magnetizacije na  $T = 0 \text{ K}$  i njeno odstupanje od maksimalno moguće vrednosti  $\Delta\sigma_0$ . To odstupanje naziva se devijacija spina što je posledica anizotropije.

Na  $T = 0 \text{ K}$ , a na osnovu (3.9) imamo

$$3.19 \quad E(0) = \{X^2(0) + Y(0) R(0)\}^{1/2}$$

Parametri  $X(\vec{k})$ ,  $Y(\vec{k})$ ,  $R(\vec{k})$  su dati, za  $T = 0 \text{ K}$  sledećim izrazima:

$$3.20 \quad X(\vec{k}) = a(\vec{k}) - \delta b(\vec{k}) + \frac{1}{2} \frac{1}{N} \sum_{\vec{q}} \left| \frac{X(\vec{q})}{E(\vec{q})} - 1 \right| [M(\vec{k}, \vec{q}) - \delta M'(\vec{k}, \vec{q}) + \frac{1}{N} \sum_{\vec{q}} \frac{Y(\vec{q})}{E(\vec{q})} |w(\vec{k}) + 2w(\vec{q})|]$$

gde je  $\delta = J'/J$  parametar anizotropije.

$$3.21 \quad Y(\vec{k}) = \frac{\delta}{2} \{ 2 \left| \frac{1}{N} \sum_{\vec{q}} \frac{\cos q_x a}{E(\vec{q})} - \frac{1}{N} \sum_{\vec{q}} \frac{\cos q_x a \cdot \cos q_y a}{E(\vec{q})} \right| - 1 \}^{-1} \cdot (\cos k_x a - \cos k_y a)$$

$$3.22 \quad R(\vec{k}) = -\frac{\delta}{2} \{ 1 - \frac{1}{N} \sum_{\vec{q}} \left| \frac{X(\vec{q})}{E(\vec{q})} - 1 \right| \} \{ 2 \frac{1}{N} \sum_{\vec{q}} \frac{\cos^2 q_x a}{E(\vec{q})} - \frac{1}{N} \sum_{\vec{q}} \frac{\cos q_x a \cos q_y a}{E(\vec{q})} \}^{-1} \cdot (\cos k_x a - \cos k_y a)$$

U izrazima (3.20 - 3.22) uzeto je da je:

$$3.23 \quad a(\vec{k}) = \frac{1}{2} |\gamma(0) - \gamma(k)|; \quad \gamma(\vec{k}) = 2(\cos k_x a + \cos k_y a + \cos k_z a)$$

$$3.24 \quad b(\vec{k}) = \frac{1}{2} |2 - \alpha(\vec{k})|; \quad \alpha(\vec{k}) = \cos k_x a + \cos k_y a$$

$$3.25 \quad M(\vec{k}, \vec{q}) = \gamma(\vec{k}) + \gamma(\vec{q}) - \gamma(0) - \gamma(\vec{k} - \vec{q})$$

$$3.26 \quad M'(\vec{k}, \vec{q}) = \alpha(\vec{k}) + \alpha(\vec{q}) - 2 \cos(k_z - k) a - 2$$

$$3.27 \quad w(\vec{k}) = -\frac{\delta}{2} (\cos k_x a - \cos k_y a)$$

Za nalaženje izraza  $Y(\vec{k})$  i  $R(\vec{k})$  koristili smo osobine simetrije koje slede iz sledećih pretpostavki:

a)  $E(\vec{k}), X(\vec{k}), Y(\vec{k}), R(\vec{k})$  simetrije

b)  $E(k_x, k_y, k_z)$  zavisi od  $k_x$  i  $k_y$  na isti način što sledi iz same simetrije hamiltonijana.

Detalji ovih računa dati su u [4].

Da bi odredili devijaciju spina (3.16) nas će zanimati vrednosti  $Y(\vec{k})$ ,  $R(\vec{k})$  i  $X(\vec{k})$ .

Pretpostavimo da je parametar anizotropije ( $\delta$ ) mnogo manji od jedinice ( $\delta \ll 1$ ), te ćemo spinsku devijaciju izračunati sa tačnošću do  $\delta^4$ . U tom cilju razvićemo izraze (3.18-3.22) do  $\delta^4$ .

$$3.28 \quad \vec{X}(\vec{k}) = \vec{X}_0(\vec{k}) + \delta \vec{X}_1(\vec{k}) + \delta^2 \vec{X}_2(\vec{k}) + \delta^3 \vec{X}_3(\vec{k}) + \delta^4 \vec{X}_4(\vec{k})$$

$$3.29. \quad \vec{Y}(\vec{k}) = \delta \vec{Y}_1(\vec{k}) + \delta^2 \vec{Y}_2(\vec{k}) + \delta^3 \vec{Y}_3(\vec{k}) + \delta^4 \vec{Y}_4(\vec{k})$$

$$3.30 \quad \vec{R}(\vec{k}) = \delta \vec{R}_1(\vec{k}) + \delta^2 \vec{R}_2(\vec{k}) + \delta^3 \vec{R}_3(\vec{k}) + \delta^4 \vec{R}_4(\vec{k})$$

$$3.31 \quad \vec{E}(\vec{k}) = \vec{E}_0(\vec{k}) + \delta \vec{E}_1(\vec{k}) + \delta^2 \vec{E}_2(\vec{k}) + \delta^3 \vec{E}_3(\vec{k}) + \delta^4 \vec{E}_4(\vec{k})$$

Uzimajući u obzir izraze od (3.28 - 3.31) kao i (3.9), njihovom kombinacijom dobijamo

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E}_0(\vec{k}) = \vec{X}_0(\vec{k}) \\ \vec{E}_1(\vec{k}) = \vec{X}_1(\vec{k}) \\ \vec{E}_2(\vec{k}) = \vec{X}_2(\vec{k}) + \frac{\vec{Y}_1(\vec{k}) \vec{R}_1(\vec{k})}{2\vec{X}_0(\vec{k})} \\ 3.32 \quad \vec{E}_3(\vec{k}) = \vec{X}_3(\vec{k}) + \frac{\vec{Y}_1(\vec{k}) \vec{R}_2(\vec{k})}{2\vec{X}_0(\vec{k})} + \frac{\vec{Y}_2(\vec{k}) \vec{R}_1(\vec{k})}{2\vec{X}_0(\vec{k})} - \frac{\vec{X}_1(\vec{k}) \vec{Y}_1(\vec{k}) \vec{R}_1(\vec{k})}{2\vec{X}_0^2(\vec{k})} \\ \vec{E}_4(\vec{k}) = \vec{X}_4(\vec{k}) + \frac{\vec{Y}_1(\vec{k}) \vec{R}_3(\vec{k})}{2\vec{X}_0(\vec{k})} + \frac{\vec{Y}_2(\vec{k}) \vec{R}_2(\vec{k})}{2\vec{X}_0(\vec{k})} + \frac{\vec{Y}_3(\vec{k}) \vec{R}_1(\vec{k})}{2\vec{X}_0(\vec{k})} + \\ + \frac{\vec{X}_1^2(\vec{k}) \vec{Y}_1(\vec{k}) \vec{R}_1(\vec{k})}{2\vec{X}_0^3(\vec{k})} - \frac{\vec{X}_2(\vec{k}) \vec{Y}_1(\vec{k}) \vec{R}_1(\vec{k})}{2\vec{X}_0^2(\vec{k})} - \\ - \frac{\vec{Y}_1^2(\vec{k}) \vec{R}_1^2(\vec{k})}{8\vec{X}_0^3(\vec{k})} - \vec{X}_1(\vec{k}) \frac{\vec{Y}_1(\vec{k}) \vec{R}_2(\vec{k}) + \vec{Y}_2(\vec{k}) \vec{R}_1(\vec{k})}{2\vec{X}_0^2(\vec{k})} \end{array} \right.$$

Koeficijente  $\vec{X}_i(\vec{k})$ ,  $\vec{Y}_i(\vec{k})$  i  $\vec{R}_i(\vec{k})$  možemo izračunati ako vrednosti  $\left| \frac{\vec{X}(\vec{q})}{\vec{E}(\vec{q})} - 1 \right|$  i  $\left| \frac{\vec{Y}(\vec{q})}{\vec{E}(\vec{q})} \right|$  takodje razvijemo po malom parametru  $\delta$ . Posle izjednačavanja izraza uz iste stepene po  $\delta$ , dobijamo:

$$3.33 \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{X}_0(\vec{k}) = \vec{a}(\vec{k}) = \frac{1}{2} |\gamma(0) - \gamma(k)| \\ \vec{X}_1(\vec{k}) = -\vec{b}(\vec{k}) = \frac{1}{2} |\cos k_x a + \cos k_y a| - 1 \\ \vec{X}_2(\vec{k}) = \frac{1}{2} \frac{1}{N} \sum_{\vec{q}} A(\vec{q}) M(\vec{k}, \vec{q}) + 2 \frac{1}{N} \sum_{\vec{q}} B(\vec{q}) \tilde{W}(\vec{z}) \end{array} \right.$$

gde je  $\tilde{W}(\vec{q}) = \frac{W(\vec{q})}{\delta}$ .

Preko koeficijenata  $\vec{X}_i$ ,  $\vec{Y}_i$  i  $\vec{R}_i$  su eksplicitno date vrednosti A i B:

$$3.34 \quad \begin{cases} A = \frac{Y_2(\vec{k}) R_1(\vec{k})}{2X_O(\vec{k})} \\ B = \frac{Y_1(\vec{k})}{X_O(\vec{k})} \end{cases}$$

Koeficijente  $Y_i$  možemo naći ako razvijemo (3.21) do  $\delta^3$  (jer je  $Y(\vec{k}) \sim \delta$ ) i koristeći relacije (3.32) nakon sredjivanja dobijamo

$$3.35 \quad Y_1(\vec{k}) = \frac{1}{2} \frac{\cos k_x a - \cos k_y a}{2|I_O^{xx} - I_O^{xy} - 1|} = Y_1 (\cos k_x a - \cos k_y a)$$

$$3.36 \quad Y_2(\vec{k}) = \frac{\cos k_x a - \cos k_y a}{|2(I_O^{xx} - I_O^{xy} - 1)|^2} \frac{1}{N} \sum_{\vec{q}} \frac{\cos q_x a (\cos q_x a - \cos q_y a)}{X_O(\vec{q})} X_1(\vec{q})$$

$$3.37 \quad Y_3(\vec{k}) = \frac{\cos k_x a - \cos k_y a}{|2(I_O^{xx} - I_O^{xy} - 1)|^2} \left\{ \frac{2}{2(I_O^{xx} - I_O^{xy} - 1)} \left| \frac{1}{N} \sum_{\vec{q}} \frac{\cos q_x a (\cos q_x a - \cos q_y a)}{X_O^2(\vec{q})} \right. \right.$$

$$\cdot X_1(\vec{q}) \Big|^2 - \frac{1}{N} \sum_{\vec{q}} \frac{\cos q_x a (\cos q_x a - \cos q_y a)}{X_O(\vec{q})} \\ \cdot \left( \frac{X_1(\vec{q})}{X_O(\vec{q})} \right)^2 - \frac{E_2(\vec{q})}{X_O(\vec{q})}$$

U ovim izrazima  $I_O^{xx}$  i  $I_O^{xy}$  su integrali tipa:

$$3.38 \quad I_O^{xx} = \frac{1}{N} \sum_{\vec{q}} \frac{\cos^2 q_x a}{X_O(\vec{q})}, \quad I_O^{xy} = \frac{1}{N} \sum_{\vec{q}} \frac{\cos q_x a \cos q_y a}{X_O(\vec{q})}$$

Koeficijente  $R_i$  možemo dobiti iz (3.22) kad izraz  $\left| \frac{X(\vec{q})}{E(\vec{q})} - 1 \right|$  razvijemo do  $\delta^3$  i sredimo:

$$3.39 \quad R_1(\vec{k}) = -Y_1(\vec{k})$$

$$3.40 \quad R_2(\vec{k}) = -Y_2(\vec{k})$$

$$3.41 \quad R_3(\vec{k}) = -Y_3(\vec{k}) + R_3^x (\cos k_x a - \cos k_y a) = -Y_3(\vec{k}) + \tilde{R}_3$$

gde je

$$3.41 \text{ a} \quad \tilde{R}_3 = R_3^r (\cos k_x a - \cos k_y a) = \frac{I_1^{xx} - I_1^{xy}}{2(I_{\infty}^{xx} - I_{\infty}^{xy}) - 1} \cdot y_1^2$$

a  $y_1$  je dato izrazom:

$$3.41 \text{ b} \quad y_1 = \frac{1}{2} \frac{1}{2|I_{\infty}^{xx} - I_{\infty}^{xy}| - 1}$$

Spinsku devijaciju  $\Delta\sigma_{\infty}$  ćemo naći iz izraza (3.16) koji može-  
mo razviti na sledeći način:

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \sum_{\vec{k}} \left( \frac{x_k}{E_k} - 1 \right) &= \frac{1}{N} \sum_{\vec{q}} \left\{ \frac{\delta^2}{2} \frac{x_2 - E_2}{x_{\infty}} + \delta^3 \left| \frac{x_3 - E_3}{x_{\infty}} + \frac{x_1(E_2 - x_2)}{x_{\infty}^2} \right| + \right. \\ &+ \delta^4 \left| \frac{x_4 - E_4}{x_{\infty}} + \frac{x_1(E_3 - x_3)}{x_{\infty}^2} + \frac{E_2(E_2 - x_2)}{x_{\infty}^2} + \frac{x_1^2(x_2 - E_2)}{x_{\infty}^3} \right| \right\} = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{\vec{q}} \left( -\frac{Y_1 R_1}{2} \right) \frac{Y_1 R_1}{X_{\infty}^2} + \delta^3 \left| \frac{X_1 Y_1 R_1}{2X_{\infty}^3} - \frac{Y_1 R_2 + Y_2 R_1}{2X_{\infty}^2} \right. + \\ &+ \frac{X_1 Y_1 R_1}{2X_{\infty}^3} \left| + \delta^4 \left| - \frac{X_1^2 Y_1 R_1}{2X_{\infty}^4} + \frac{1}{2} \frac{X_1(Y_1 R_2 + R_1 Y_2)}{X_{\infty}^3} \right. \right. + \\ &+ \frac{1}{2} \frac{X_2 Y_1 R_1}{X_{\infty}^3} - \frac{Y_1 R_3 + Y_2 R_2 + Y_3 R_1}{2X_{\infty}^2} + \frac{1}{8} \frac{Y_1^2 R_1^2}{X_{\infty}^4} + \frac{X_1(Y_1 R_2 + Y_2 R_1)}{2X_{\infty}^3} - \\ &- \frac{1}{2} \frac{X_1^2 R_1 Y_1}{X_{\infty}^4} + \frac{1}{2} \frac{X_2 Y_1 R_1}{X_{\infty}^3} + \frac{1}{4} \frac{Y_1^2 R_1^2}{X_{\infty}^4} - \frac{1}{2} \frac{X_2^2 Y_1 R_1}{X_{\infty}^4} \left| + 0(\delta^5) \right\} \end{aligned}$$

odnosno

$$3.42 \quad \frac{1}{N} \sum_{\vec{k}} \left( \frac{x_k}{E_k} - 1 \right) = \frac{1}{N} \sum_{\vec{q}} \left( -\frac{Y_1 R_1}{2} \frac{Y_1 R_1}{X_{\infty}^2} + \delta^3 \left( \frac{X_1 Y_1 R_1}{X_{\infty}^3} - \frac{Y_1 R_2 + Y_2 R_1}{2X_{\infty}^2} \right) + \right. \\ \left. + \delta^4 \left| \frac{X_1(Y_1 R_2 + Y_2 R_1) + X_2 Y_1 R_1}{X_{\infty}^3} - \frac{Y_1 R_3 + Y_2 R_2 + Y_3 R_1}{2X_{\infty}^2} \right. \right. - \\ \left. - \frac{3}{2} \frac{X_1^2 Y_1 R_1}{X_{\infty}^4} + \frac{3}{8} + \frac{Y_1^2 R_1^2}{X_{\infty}^4} \right| \right)$$

Iz jednačina (3.42) vidimo da je za izračunavanje spinske devijacije potrebno znati  $x_{\infty}, x_1, x_2, y_1, y_2, y_3, R_1, R_2, R_3$ .

Korišćenjem relacija (3.33 - 3.37) kao i relacije (3.39-3.41) dobijamo

$$\begin{aligned}
 X_0(\vec{k}) &= 3 - (\cos k_x a + \cos k_y a + \cos k_z a) \\
 X_1(\vec{k}) &= -1 + \frac{1}{2} (\cos k_x a + \cos k_y a) \\
 X_2(\vec{k}) &= X_2^0 + X_2^x (\cos k_x a + \cos k_y a) + X_2^z \cos k_z a \\
 X_2^0 &= \frac{1}{4} \frac{I_O^{xx} - I_O^{xy}}{2(I_O^{xx} - I_O^{xy}) - 1} + \frac{2}{2(I_O^{xx} - I_O^{xy}) - 1} - 2 \\
 X_2^x &= \frac{1}{4} \frac{1}{|2(I_O^{xx} - I_O^{xy}) - 1|^2} |I_1^{xx} - I_1^{xy} - \frac{1}{2}(I_1^{xxx} - I_1^{xxy})| \\
 X_2^z &= \frac{1}{4} \frac{1}{|2(I_O^{xx} - I_O^{xy}) - 1|^2} |I_1^{xx} - I_1^{xy} - I_1^{xxz} + I_1^{xyz}| \\
 Y_1(\vec{k}) &= -R_1(k) = y_1 (\cos k_x a - \cos k_y a) \\
 Y_2(\vec{k}) &= -R_2(k) = y_2 (\cos k_x a - \cos k_y a) \\
 Y_2 &= \frac{\frac{1}{2}(I_1^{xxx} - I_1^{xxy}) - I_1^{xx} + I_1^{xy}}{|2(I_O^{xx} - I_O^{xy}) - 1|^2} \\
 Y_3(\vec{k}) &= y_3 (\cos k_x a - \cos k_y a) \\
 Y_3 &= \frac{1}{|2(I_O^{xx} - I_O^{xy}) - 1|^2} \{ y_1^2 (I_2^{xxxx} - I_2^{xxyy}) - \frac{1}{2} y_1 (I_2^{xxxx} + \\
 &\quad + I_2^{xxyy} - 2I_2^{xxxxy}) + X_0^2 (I_1^{xx} - I_1^{xy}) - 2X_2^x I_1^{xxy} - X_2^z I_1^{xyz} + \\
 &\quad + I_2^{xy} - I_1^{xx} - 2I_2^{xxy} + \frac{1}{2}(I_2^{xxxx} + I_2^{xxyy}) + X_2^x (I_1^{xxx} + I_1^{xxy}) + \\
 &\quad + X_2^z I_1^{xxz} + I_1^{xxx} + I_1^{xxy} - \frac{1}{4} (I_1^{xxxx} + 2I_1^{xxxxy} + I_1^{xxyy}) + \\
 &\quad + \frac{2}{|2(I_O^{xx} - I_O^{xy}) - 1|} | \frac{1}{2} (I_1^{xxx} - I_1^{xyy}) - (I_1^{xx} - I_1^{xy}) |^2 \}
 \end{aligned}$$

3.43

Sa  $I_n^{abc}$  smo obeležili integrale tipa:

$$\text{3.44} \quad I_n^{abc} = \frac{1}{N} \sum_{\substack{\rightarrow \\ Q}} \frac{\cos \alpha_a \cos \alpha_b \dots \cos \alpha_c}{(3 - \sum_i \cos \alpha_i)^{n+1}}$$

Kombinujući relacije (3.42) i (3.43) dobija se izraz za spin-skupu devijaciju anizotropnog feromagnetika na  $T = 0$  K.

Konačan izraz za spinsku devijaciju preko datih integrala  $I_n^{abc}$  glasi:

$$\begin{aligned}\Delta\delta_o = & \delta^2 Y_1^2 (I_1^{xx} - I_1^{xy}) + \delta^3 \{ 2Y_1 Y_2 (I_1^{xx} - I_1^{xy}) - \\ & - \frac{1}{4} Y_1^2 (I_1^{xxx} - I_2^{xyy} - 2I_2^{xx} - 2I_2^{xy}) - \\ & - \delta^4 2Y_1 Y_2 (I_2^{xxx} - I_2^{xxy} - 2I_2^{xx} + 2I_2^{xy}) + 2Y_1^2 (X_2^o I_2^{xx} + \\ & + X_2^x I_2^{xxx} - X_2^x I_2^{xxy} + X_2^z I_2^{xxz} - X_2^o I_2^{xy} - X_2^z I_2^{xyz}) - \\ & - (Y_1 R_3^r - 2Y_1 Y_3 - Y_2^2) (I_1^{xx} - I_1^{xy}) + 3Y_2^2 (\frac{1}{4} I_1^{xxxx} - \frac{1}{4} - \\ & - I_1^{xxyy} - I_1^{xxx} + I_1^{xxy} + I_1^{xx} - I_1^{xy}) - \frac{3}{4} Y_1^4 (I_3^{xxxx} - \\ & - 2I_3^{xxx} + 3I_3^{xxy}) \}.\end{aligned}$$

Kao što smo videli u konačnoj formuli za spinsku devijaciju figurišu integrali tipa  $I_n^{abc}$  koji se mogu rešiti jedino numeričkim putem. S obzirom da je u tom cilju potrebna pomoć računara u ovom radu neće biti date njihove brojne vrednosti.

#### Z A K L J U Č A K

U ovom radu je razmatran specijalan slučaj anizotropnog feromagnetika koji poseduje osobine po kojima se razlikuju od izotropnog Hajzenbergovog feromagnetika, kao što su spinska devijacija i energetski procep.

U radu [3] je metodom Grinovih funkcija dat opšti izraz za energiju eksitacije i magnetizaciju ponutog anizotropnog feromagneta na niskim temperaturama. Rezultati ovog rada su korišteni u [4] da bi se odredio energetski procep na apsolutnoj nuli s tačnošću do  $\delta^4$ , gde je  $\delta = \frac{J'}{J}$  - parametar anizotropije.

U ovom radu koristili smo rezultate iz [3] da bi odredili spinsku devijaciju anizotropnog feromagnetika na  $T=0$  K. Rezultat je dat s tačnošću do  $\delta^4$ . S obzirom da su, kako energetski procep tako i spinska devijacija posledice anizotropije, interesantno je uporediti njihovu zavisnost od parametra anizotropije. Lako se uočava da i jedna i druga veličina teže nuli kao i  $\delta^2$  dok je nalaženje neke dublje povezanosti tih veličina u funkciji anizotropije otežano glomaznošću izraza i činjenicom da nemamo brojne vrednosti integrala tipa  $I_n^{abc}$ .

Napomenimo na kraju da se rezultat dobijen u ovom radu slaže sa rezultatom u [1] ako se zadržimo na članu proporcionalnim sa  $\delta^2$ .

## LITERATURA

- | 1 | E.Beloritzky, R. Casalegno and P.Fries, Phys.  
Stat.Sol., (b) 77, 495 (1976).
- | 2 | С.В.Тябликов, Методи квантовой теории магнетизма.  
"Наука" Москва (1965)
- | 3 | M.J.Škrinjar, D.V.Kapor, and J.P.Šetrajčić, Phys.  
Stat.Sol., (b) 103, 559 (1981).
- | 4 | Vehbo J. Bahtijarević, Diplomski rad (1982).
- | 5 | Zorica P. Stepanić, Diplomski rad (1980).

