

D -151

Природно-математички факултет
Радна заједница заједничких послова
НОВИ САД

: 22. VI 1978			
Ср. ј-д.	Број	Прилог	Вредност
03	434/40		

FAZNI PRELAZI I KRITIČNI
FENOMENI
MODEL I FENOMENOLOŠKE TEORIJE

DIPLOMSKI RAD

Zahvaljujem se profesoru dr. Mariu Škrinjaru na savetima i
pomoći pri izradi diplomskog rada.

NOVI SAD,
10. 06. 1978.

MILAN DADIĆ

S A D R Ž A J

I G L A V A

§1. Tečni sistemi.....	1
§2. Magnetni sistemi	6
§3. Eksponenti u kritičnim tačkama Kritični eksponenti	8

str.

II G L A V A

NEKE VAŽNE TERMODINAMIČKE RELACIJE ZA TEČNE I MAGNETNE SISTEME

§4. Termodinamičke funkcije stanja U, E, G i A	12
§5. Diferencijalni odnosi za funkcije stanja; termodinamički kvadrat	13
§6. Dve osnovne funkcije koje karakterišu reakciju sistema na spoljašnja dejstva: toplotni kapacitet i stišljivost	16
§7. Izolovanost i uslovi konveksnosti	19
§8. Geometrijska interpretacija potencijala Gipsa i Helmholca	21
§9. Analogija između tečnosti i magnetika	23
§10. Termodinamičke funkcije stanja za magnetne sisteme	24
§11. Diferencijalni uzajamni odnosi i termodinamički kvadrat za funkcije magnetcog sistema	25

§12. Funkcije koje karakterišu reakciju magnetnih sistema na spoljašnja dejstva:	str.
toplotni kapacitet i susceptibilnost	26
§13. Uslovi konveksnosti za magnetne sisteme	27
§14. Geometrijska interpretacija potencijala za magnetne sisteme	28

III G L A V A

DRUGI SISTEMI

§15. Fazni prelazi u drugim sistemima	30
§16. Prelazi između tečnosti i kristala	33

IV G L A V A

KRITIČNI EKSPONENTI

§17. Određivanje kritičnog eksponenta	37
§18. Kritični eksponenti α , β , γ , δ , ν , η	39
§19. Brojne vrednosti kritičnih eksponenata	43
§20. Eksponenti praga Δ'_ℓ i $\Delta_{2\ell}$	48
§21. Eksponent Θ koji određuje radijus krivine krive kôjučanja	50
§22. Nejednačine koje vezuju kritične eksponente	51

V G L A V A

KLASIČNA TEORIJA KRITIČNIH EKSPONENATA PO LANDAUU

§23. Analiza u blizini kritične tačke	53
---	----

§ 24. Predpostavke teorije Landau-a	55
§ 25. Predviđanja teorije Landau-a za kritičnu tačku	57
§ 26. Kritika teorije Landau-a	59
ZAKLJUČAK	62
LITERATURA	63

I G L A V A

Mnoge eksperimentalne činjenice, koje se odnose na fazne prelaze i kritične pojave, bile su poznate još pre 50 do 100 godina, dok su neke zapažene tek poslednjih godina. Moguće je stoga podeliti sve kritične pojave na više "klasične" i više "savremene".

Mada se kritične pojave mogu ispitivati u više različitih fizičkih sistema, ovaj rad će biti usredstavljen na kritične fenomene stižljivih gasova i magnetika, uz kraći osvrt na još nekoliko sistema.

§1. Tečni sistemi

Da bi razjasnili osnovne pojmove u vezi sa faznim prelazima, raspravu ćemo početi od tečnih sistema i to od funkcije stanja:

$$f(P, \varrho, T) = 0$$

Ova funkcija povezuje termodinamičke parametre stanja: pritisak, gustinu i temperaturu i određuje površinu u prostoru sa koordinatama P , ϱ , T .

Svaka tačka ove površine odgovara ravnotežnom stanju sistema. Radi očiglednije predstave površine P , ϱ , T korisnije je posmatrati njene projekcije na ravni PT , $P\varrho$, ϱT . Šematski prikaz ovih projekcija je dat na slikama (1.1), (1.2) i (1.3).

Iz slike (1.1) vidimo da projekcija na ravan PT obrazuje tri odeljene oblasti koje odgovaraju određenim agregatnim stanjima materije: čvrstom (I), tečnom (II) i gasovitom (III). Čvrsta i gasovita faza nalaze





se u ravnoteži duž KRIVE SUBLIMACIJE, čvrsta i tečna faza duž KRIVE TOPLJENJA, a tečna i gasovita duž KRIVE KLJUČANJA. Svaka tačka ovih triju krivih odgovara ravnotežnom stanju u kome mogu da postoje dve faze, a trojna tačka je jedinstveno ravnotežno stanje, u kome mogu da se nalaze sve tri faze.

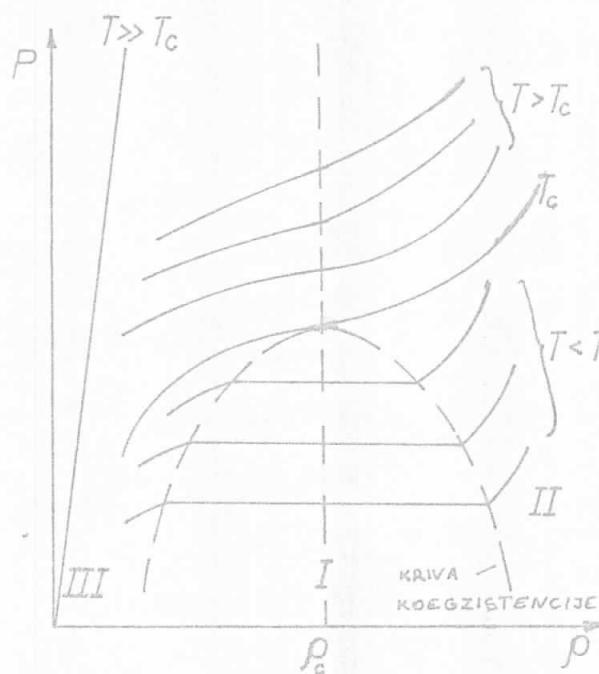
Ono što još treba primetiti, to je, da kriva ključanja ne ide u beskonačnost, što nije slučaj sa krivom topljenja, već ima prekid u nekoj tački. Ova tačka se naziva KRITIČNA i njene koordinate se označavaju sa (P_c, S_c, T_c) u prostornom dijagramu; gde je P_c - kritični pritisak, S_c - kritična gustina i T_c - kritična temperatura.

Ova okolnost, da se kriva ključanja završava u kritičnoj tački, znači, da je moguće prevesti tečnost u gas bez prekida, tj. ne presecajući liniju faznog prelaza, kao što je pokazano tačkastom linijom na (sl. 1.1).

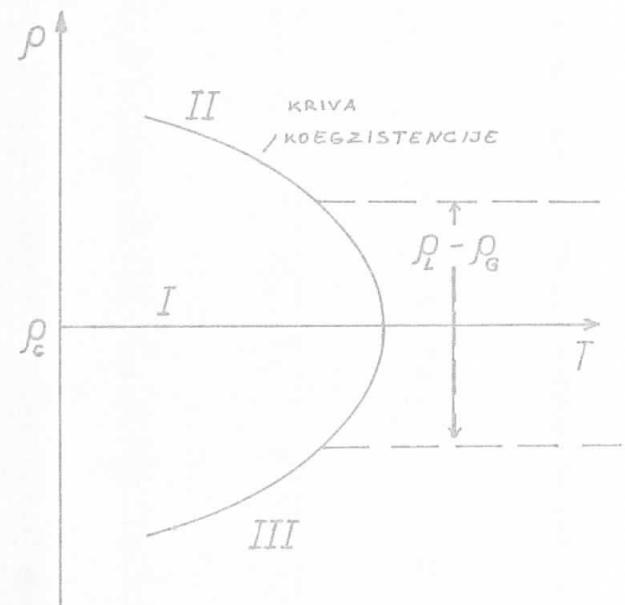
Dakle, može se smatrati da između tečne i gasovite faze nema suštinske razlike. Široko je rasprostranjeno misljenje da kriva topljenja nema odgovarajući završetak u nekoj drugoj kritičnoj tački. Međutim, odustro te druge kritične tačke za sada je nemoguće dovezati.

Na činjenicu da se kriva ključanja završava u kritičnoj tački obraćena je pažnja pre otprilike 100 godina. Smatralo se još pre toga da su neki gasovi "neizmenjivi" u tom smislu, da oni ne mogu biti kondenzovani bez obzira kakvom su pritisku izlagani. Očigledno je da se rad sa takvim gasovima izvodio na temperaturi $T > T_c$. Po uočavanju kritične tačke, kao neophodan uslov dobijanja kapljica kondenzovane faze javlja se hladjenje materije na $T < T_c$. Tako na pr., helijum se ne može kondenzovati, bez obzira na pritisak, dok se njegova temperatura ne snizi ispod temperature kritične tačke - $5,2^0\text{K}$.

Osim projekcije površine $P \otimes T$ na ravan PT korisno je razmotriti i projekcije na ravni $P \otimes \rho$ i $\rho \otimes T$ (sl. 1.2) i (sl. 1.3). Ove slike nam daju interesantnu informaciju o kvalitativnim karakteristikama kritične tačke.



sl. 1.2



sl. 1.3

Iz (sl. 1.2), a takođe i iz (sl. 1.3) se vidi, da je razlika izmedju gustine tečnosti ρ_L i gasa ρ_G pri niskim temperaturama dovoljno velika, ali ukoliko se približavamo kritičnoj tački, ova razlika teži nuli.

Prisutnost fizičke veličine sa ovakvim karakteristikama, opšta je crta svojstvena kritičnim tačkama mnogih faznih sistema.

Razlika $S_L - S_G$ se naziva PARAMETAR UREDJENOSTI u sistemu tečnost-gas.

Druga karakteristična crta slike (1.2) je forma izoterme u blizini kritične tačke. Pri $T \gg T_c$ ispunjavaju se zakoni idealnog gasa i prema tome izoterme su prave linije koje odgovaraju jednačini stanja idealnog gasa:

$$P = \frac{3kT}{m} \quad (1.1)$$

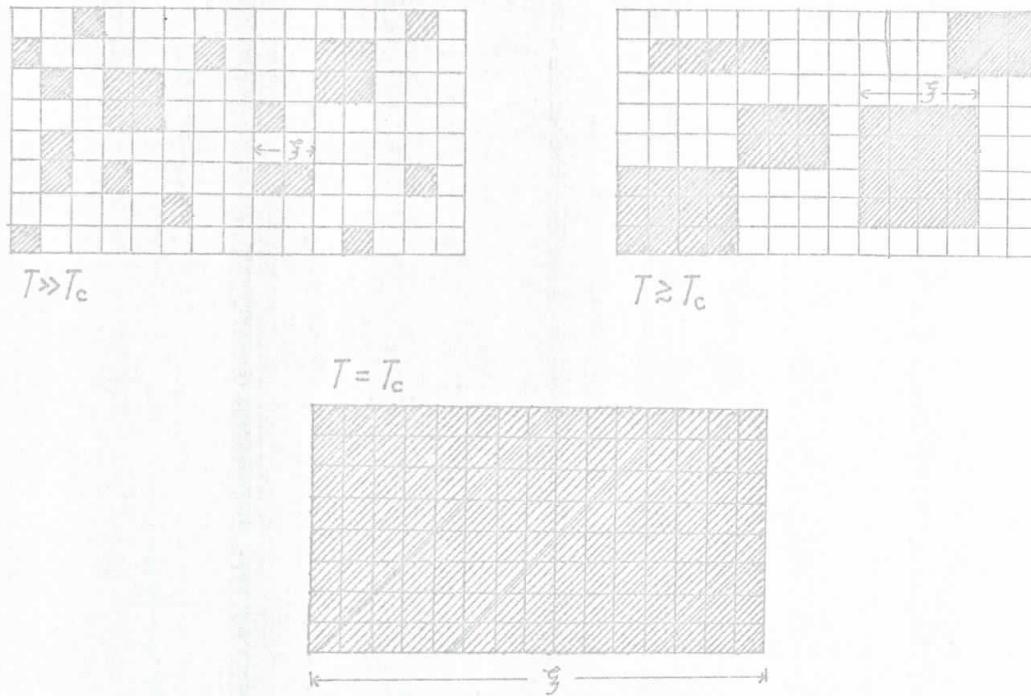
gde je K - Boltzmanova konstanta, m - masa molekula. Dakle, može se smatrati da je iskrivljenost izoterme, usled približavanja $T \rightarrow T_c$, pojava međusobnog dejstva molekula tečnosti.

U suštini ovo je stvarno tako i ovi procesi se mogu prostije razpraviti ako se koristi analogija izmedju tečnosti i feromagnetskog sistema, analogija koju daje model rešetkinog gasa. Saglasno tome, računa se da je makroskopska zapremina V , u kojoj se nalazi tečnost, podeljena na fiksirane mikroskopske ćelije, čija je zapremina v približno jednaka veličini molekula tečnosti. Svaka ćelija se uzima kao čvor rešetke u kome postoji magnetni momenat. Uzima se da je moment upravljen na gore ako u odgovarajuću ćeliju pada centar molekula i upravljen je na dole u obrnutom slučaju.

Na taj način, pri temperaturama mnogo većim od kritične, slobodno kretanje molekula gase naseg tečnog sistema odgovaraće brzom i haptičnom "preturanju" magnetnih momenata iz jedne orijentacije u drugu. Ali, ukoliko se temperatura snižava i približava kritičnoj tački, javljaju se male "kapljice" koreliranih spinova. Kada se temperatura još više približi kritičnoj, razmere kapljica rastu kako je pokazano na (sl. 1.4).

Svaka zatamnjena ćelija predstavlja centar molekula. Ž je kore-

laciona dužina.



sl. 1.4

Eksperimentalno je moguće pokazati, da ako tečnost dovedemo u stanje dovoljno blisko njenoj kritičnoj tački, poprečne razmere kapljica postaju uporedljive sa dužinom svetlosnog talasa i kao rezultat toga svetlost počinje jako da se rasjava. Ovu pojavu, koja se naziva KRITIČNA OPALESCENCIJA, otkrio je Endrhus pre više od sto godina kada je vršio ispitivanja kritičnog ponašanja CO_2 . Do danas, kritična opalescencija je jedna od najblistavijih manifestacija kritične tačke.

Slika (1.4) može da dovede do pogrešnog utiska, da, kada $T \rightarrow T_c$ sa strane viših temperatura, sistem postaje potpuno uređen (u tom smislu da su svi momenti orijentisani paralelno jedan drugom). To nije tako, jer sistem postaje uređen samo na apsolutnoj nuli. Prema tome sliku (1.4) treba posmatrati kao mali deo velikog sistema.

Sada je već donekle jasnije zašto se oblik izoterme sa slike (1,2) udaljava od oblika za idealan gas. Sa iste slike se vidi, da u neposrednoj blizini kritične tačke izoterme imaju ravan deo, tj. nagib

$(\partial P/\partial S)$ pri $T \rightarrow T_c^+$ postaje jednak nuli. Poznato je i da se izotermička stišljivost tečnosti, K_T , definiše na sledeći način:

$$K_T = S^{-1} \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_T .$$

Odavde sledi da ravan deo izoterme na (sl. 1.2) odgovara beskonačnoj vrednosti izotermičke stišljivosti na temperaturi bliskoj kritičnoj. Beskonačna veličina izvoda $(\partial S/\partial P)$ označava veliku osetljivost gustine na male fluktuacije pritiska. Dakle, moguće je očekivati da je ova divergencija izotermičke stišljivosti povezana s tim ogromnim fluktuacijama gustine koje i izazivaju kritičnu opalescenciju.

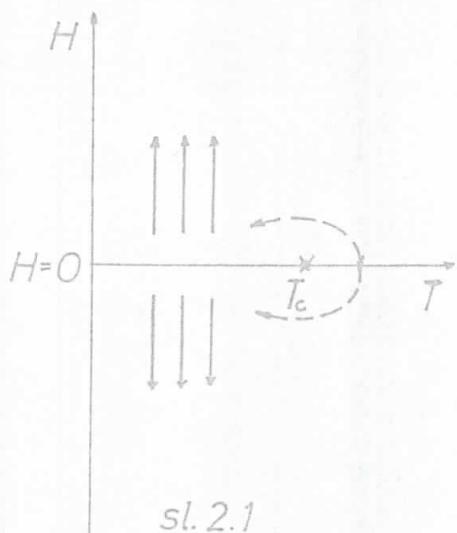
§2. Magnetni sistemi

Iz metodske razloga obično se ističe analogija izmedju magnetnih i tečnih faznih prelaza. Na pr., ako tečnom sistemu povećamo pritisak, to će i njegova gustina porasti. Isto tako, ako feromagnetni sistem smestimo u magnetno polje H , njegova magnetizacija M će porasti. U tom smislu, polje H je analogno pritisku P , a magnetizacija M = gustini \mathcal{S} i ravnotežna površina $P \mathcal{S} T$ tečnog sistema odgovara do izvesne mere površini HMT magnetnog sistema.

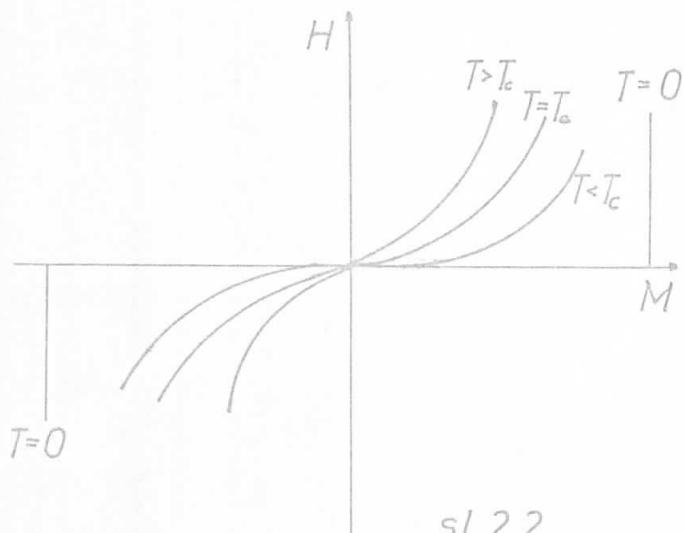
Na slikama (2.1), (2.2) i (2.3) su prikazane projekcije površine HMT na ravni HT , HM i MT .

Mnoga od izloženih rasudjivanja moguće je preneti i na magnetni sistem. Naročito funkcija K_T , koja karakteriše reakciju tečnosti na spoljašnji pritisak, u magnetnom sistemu analogna je izotermskoj susceptibilnosti $X_T \equiv (\partial M / \partial H)_T$. Veličina X takođe teži beskonačnosti u blizini T_c , što se ogleda u "poravnavanju" kritične izoterme ($T \equiv T_c$) na (sl. 2.2).

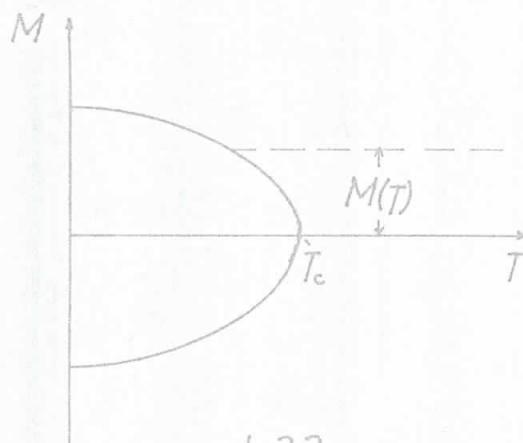
U početku XX veka bili su postignuti veliki uspesi u teoriji magnetnih prelaza, pri čemu teorijske aproksimacije nisu imale bitne razlike



sl. 2.1



sl. 2.2



sl. 2.3

od klasičnog rada Van der Valsa za tečni sistem. 1907. godine, odmah posle prvih eksperimentalnih radova Kirića, Hopkinса i drugih, Pjer Vajs je predložio teoriju feromagnetizma, u kojoj je on predpostavio, da početni magnetni momenti međusobno dejstvuju preko iškustveno pojmljivog "molekularnog polja", koje je proporcionalno srednjoj magnetizaciji. Posle nekoliko godina pojavili su se konkretniji modeli međusobno dejstvujućih magnetnih momenata. U njima se predpostavlja da su magnetni momenti lokalizovani u određenim čvorovima kristalne rešetke i da njihovo međudejstvo ima parni karakter, pri čemu energija interakcije dostiže minimum - I, kada su momenti međusobno paralelni.

U današnje vreme poseban interes se posvećuje dvama od predloženih

tipova međudejstva. Prvi model je predložio Vilhelm Lenc, no on je nazvan model Izinga. U njemu se uzima da su magnetni momenti klasične "stručice", koje mogu imati samo dve orijentacije. Prema tome, model Izinga za magnetne sisteme je analogan modelu rešetkinog gasa za tečne sisteme.

Po drugom modelu, koji nosi ime Hajzenberga, veličine magnetnih momenata su vezane sa kvantomehaničkim trokomponentnim operatorima spinova, a energija je proporcionalna skalarnom proizvodu tih spininskih operatora.

U modelu koji je predložio Vajs može se lako naći tačno rešenje. Međutim, ni model Izinga, ni model Hajzenberga, za sada, ne daju tačna rešenja za trodimenzionalnu rešetku. I pored toga ovi modeli predstavljaju razumno teorijsko opisivanje određenih fizičkih sistema i pomažu pri shvatanju magnetnih faznih prelaza.

§3. Eksponenti u kritičnim tačkama

Kritični eksponenti

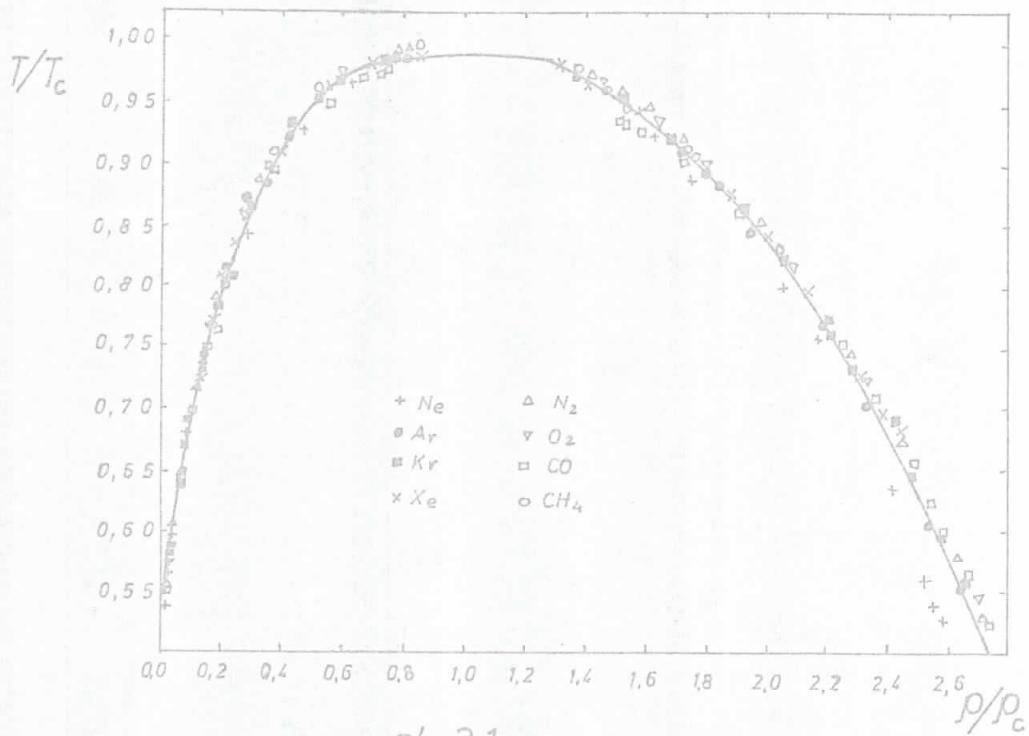
Ne može se tačno reći sa kojim datumom počinje savremeni period u izučavanju kritičnih fenomena. Može se uzeti da je on počeo četrdesetih godina sa radom Hugenhajma, gde je bilo ustanovljeno, da kriva koegzistencije^{*)} u tečnom sistemu nije parabola, već ima složeniju formu, ili sa radom Onsagera, u kome je bilo dato tačno rešenje dvodimenzionog modela Izinga.

S druge strane, početak tog perioda može se pomeriti na početak šezdesetih godina, kada su eksperimentatori Geler, Benedek i Žarko zajedno sa teoretičarima Dombom, Rašbrukom, Fišerom i Maršalom došli do zak-

^{*)} Kriva na slici (1.2) koja povezuje krajeve pravolinijskih delova izotermi $P(\beta)$, koje ograničavaju dvofaznu oblast na ravni (P, β) .

ljučka, da neke fizičke veličine i to baš kritični eksponenti, zaslužuju posebnu pažnju.

Ovde ćemo kratki osvrt na savremeno učenje o faznim prelazima početi baš problemom tih kritičnih eksponenata. Razmotrimo, na pr., sa da već klasičnu krivu Hugenhajma datu na slici (3.1). Na njoj je pokazana temperaturska zavisnost u funkciji gustine $\rho - \rho_c = \rho$ za osam prostih tečnosti (N_e , A_r , K_r , X_e , N_2 , O_2 , CO , CH_4). Razlika $\rho_c - \rho_c$ se naziva parametar uredjenja, pošto ona nije ravna nuli samo u uredjenoj fazi.



sl. 3.1

Činjenica da ovi podaci, normirani na potreban način, padaju na istu krivu, saglasni su sa zakonom odgovarajućih stanja. Interesantno je primetiti da ova kriva, koja više od svega opisuje eksperimentalne podatke, odgovara kubnoj, a ne kvadratnoj funkciji koju bi trebalo očekivati iz teorije Van der Valsa.

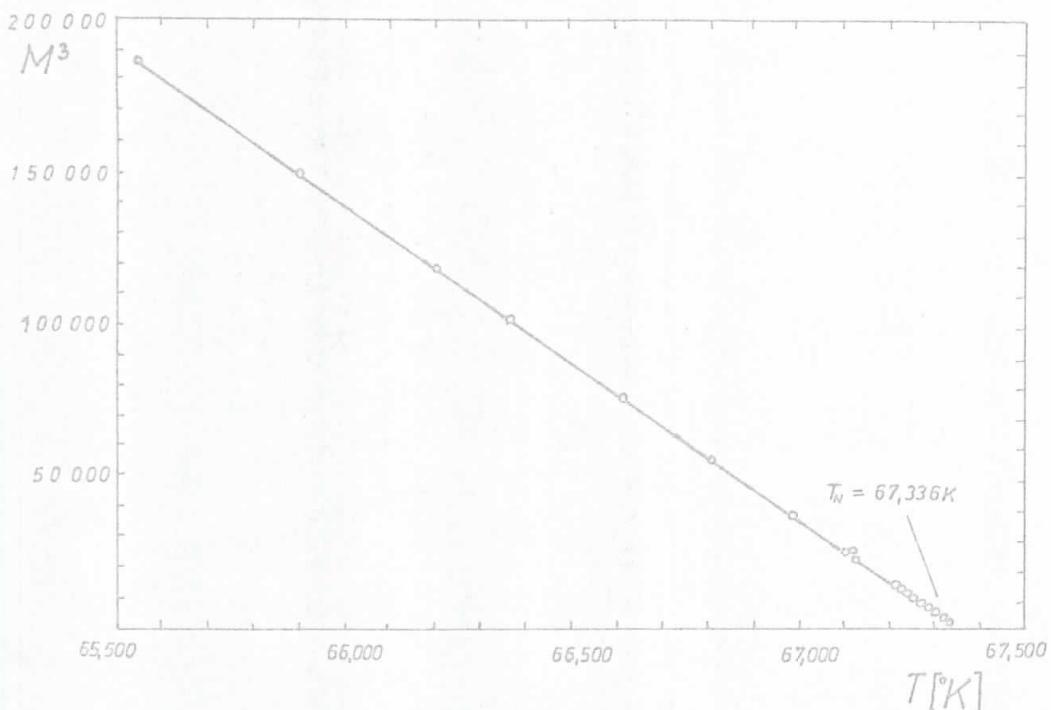
Za analogni magnetni sistem kao odgovarajući parametar uredjenja služi magnetizacija M , pošto je M mera stepena uzajamno paralelnog orijen-

tisanih magnetnih momenata u celom kristalu. I ovde, takodje, klasična teorija Vajsa predviđa kvadratnu zavisnost:

$$M^2 \sim (T_c - T)$$

Medjutim, eksperimentalnim podacima Helera i Benedeka, datim na (sl. 3.2), kao što se vidi, u potpunosti odgovara kubna zavisnost

$$M^3 \sim (T_c - T)$$



sl.3.2

Zavisnost je radjena za $M_n F_2$, a pošto je on antiferomagnetik, a ne feromagnetik, kritična temperatura je obeležena sa T_N , a ne sa T_c .

Obično se uzima da se parametar uređenja menja kao $(-\mathcal{E})^\beta$, gde je

$$\mathcal{E} \equiv \frac{T - T_c}{T_c} \quad (3.1)$$

Vrednost kritičnog eksponenta β u većini slučajeva leži u intervalu od $0,3 - 0,5$. Važno je napomenuti da za definiciju eksponenta stepene funkcije u kritičnoj tački, nema potrebe za tačnom proporcionalnošću između parametra uredjenja i veličine $(-\varepsilon)^\beta$. Ako je, dakle, tačno da ima mesta prostom odnosu

$$M = \mathcal{B} (-\varepsilon)^\beta,$$

onda su dovoljna tri merenja u kritičnoj tački da bi se odredio koeficijent β .

Pri samom poslu javljaju se često članovi za popravku

$$M = \mathcal{B}_0 (-\varepsilon)^\beta [1 + \mathcal{B} (-\varepsilon)^x + \dots] \quad x > 0$$

zato je bolje definisati β kao:

$$\beta = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln M}{\ln (-\varepsilon)} \quad (3.2)$$

gde članovi za popravku otpadaju pri prelazu na graničnu vrednost. U stvari, najčešće se eksponenti određuju putem merenja nagiba logaritamskih krivih, dobijenih iz eksperimentalnih podataka, ukoliko Lopitalovo pravilo sa jednačinom (3.2) daje

$$\beta = \frac{d[\ln M]}{d[\ln (-\varepsilon)]}$$

Mada je ovaj metod brz, za njega je unapred potrebno znati kritičnu temperaturu. Zato se u praksi radi na sledeći način: nacrta se kriva funkcije $M^{1/\beta}$ za neke probne vrednosti β , dok se među njima ne nadje takva veličina koja dovodi do prave linije za funkciju $M^{1/\beta}$.

Jedno vreme mnogi istraživači su smatrali da sve materije imaju jednake eksponente. Na primer, za svih osam tečnosti sa krive Hugenhajma (sl. 3.1) veličina β je približno $1/3$. Prema tome, prva tačna merenja eksponenta β za magnetne sisteme, izvršena od strane Helera i Benedeka, koji su dali veličinu $\beta = 0,335 \pm 0,005$ (sl. 3.2), pokazala su se veoma

zadovoljavajućim. I druga merenja su dala slične vrednosti za β .

Ipak, ova nada za univerzalnost veličine β mora biti strožije dokazana pošto je danas poznat sve veći broj materija za koje je vrednost $\beta = 1/3$ izvan oblasti eksperimentalne greške. Na pr., veoma tačna merenja za helijum daju rezultat $\beta = 0,354$.

Možda još treba reći da niko nikada nije dobio beskonačnu veličinu ni za jednu od ovih funkcija. Jedan od uzroka je i taj što se merenja nikada ne mogu izvršiti u bliskoj okolini T_c (za $\epsilon < 10^{-6}$).

O kritičnim eksponentima će kasnije biti još reči.

II GLAVA

N E K E V A Ž N E T E R M O D I N A M I Č K E R E L A C I J E Z A T E Č N E I M A G N E T N E S I S T E M E

Cilj ove glave je da se da kratki prikaz onih podataka iz termodinamike koji će biti potrebni za opis faznih prelaza i kritičnih pojava. Pre svega biće dat kratak pregled termodinamičkih relacija za tečnosti, a zatim i analogne relacije za magnetne sisteme.

§4. Termodinamičke funkcije

stavnja U, E, G i A

Počećemo sa prvim principom termodynamike, koji tvrdi da se veličina dU , odredjena jednakostu

$$dU \equiv dQ - dW \quad (4.1)$$

javlja kao potpuni diferencijal. Ovde je dQ - beskonačno mala količina topline, apsorbovana od strane sistema, a $dW = PdV$ (P -pritisak, V -zapremina) - beskonačno mali rad, izvršen na sistemu.

Tvrđenje da se dU javlja kao potpuni diferencijal, znači, da postoji funkcija U , koja određuje unutrašnju energiju sistema, i to tako da je njena izmena

$$\Delta U = \int_i^f dU$$

jednaka pri svakom procesu koji prevodi sistem iz prvobitnog stanja-i u zadato konačno stanje-f. Kažemo da je U -FUNKCIJA STANJA, jer ako za maki fiksirano stanje-i uzmemo da je $U = 0$, U će biti zavisno samo od stanja f. Obično se piše da je

$$U = U(S, V)$$

gde je S - entropija.

Postoje još tri druge korisne funkcije stanja: ENTALPIJA-E, POTENCIJAL GIPSA - G, POTENCIJAL HELMHOLCA - A. One su odredjene sledećim odnosima:

$$E = E(S, P) \equiv U + PV \quad (4.2)$$

$$G = G(T, P) \equiv U - TS + PV \quad (4.3)$$

$$A = A(T, V) \equiv U - TS \quad (4.4)$$

§5. Diferencijalni odnosi za funkcije stanja: termodinamički kvadrat

Odmah na početku će biti navedene dve matematičke leme koje će se češće koristiti, a koje se lako dokazuju.

LEMMA 1. Neka je df potpuni diferencijal funkcije $f(x, y)$.

$$-S = \left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_P, \quad V = \left(\frac{\partial G}{\partial P}\right)_T \quad (5.13)$$

$$-S = \left(\frac{\partial A}{\partial T}\right)_V, \quad -P = \left(\frac{\partial A}{\partial V}\right)_T \quad (5.14)$$

Za lakše pamćenje ovih odnosa koristi se tzv. termodinamički kvadrat ili Born-ov četvorougao



gde su u sredinama strana simboli za termodinamičke funkcije, a sa obe strane svakog od njih simboli za odgovarajuće nezavisne promenljive. Diferencijal se dobija kao linearna kombinacija diferencijala nezavisno promenljivih, a za odgovarajuće koeficijente treba uzeti veličine u suprotnim uglovima od njih i to sa znakom (+) ako se ide ka njima u smjeru strelice, a sa znakom (-) ako se ide u suprotnom smjeru.

Ako primenimo uzajamne odnose (5.3) iz leme 1. na jednačine (5.7) - (5.14) dobijemo četiri uzajamna odnosa Maksvela:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = -\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_V \quad (5.15)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S = \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_P \quad (5.16)$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \quad (5.17)$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \quad (5.18)$$

Maksvelove jednačine isto možemo dobiti iz termodinamičkog kvadrata ako ga obrnemo u odgovarajući položaj. Na pr. ako ga obrnemo za 180° možemo pročitati jednačinu (5.18):



Jasno je, da ako znamo neku od četiri funkcija stanja U, E, G ili A za sve oblasti vrednosti njihovih prirodnih promena ((S, V) ; (S, P) ; (T, P) ; (T, V) respektivno), da je ovo dovoljno da znamo ostale tri funkcije. Na pr., U možemo dobiti iz A na sledeći način:

$$U = A + TS = A - T \left(\frac{\partial A}{\partial T} \right)_V = -T^2 \left(\frac{\partial}{\partial T} \left[\frac{A}{T} \right] \right)_V \quad (5.19)$$

§6. Dve osnovne funkcije koje karakterišu reakciju sistema na spoljašnja dejstva: toplotni kapacitet i stišljivost

U ovom paragrafu će biti data dva tipa funkcija koje karakterišu reakciju sistema na spoljašnja dejstva:

- 1) toplotni kapacitet (C_p i C_v), koji služi kao mera za apsorbovanje toplote pri termodinamičkom pobudjivanju i
 - 2) stišljivost K_T i K_S koja karakteriše reakciju zapremine na pritisak.
- 1) Toplotni kapacitet pri stalnom x ($x = P$ ili $x = V$) određuje se na sledeći način:

$$C_x \equiv \left(\frac{dQ}{dT} \right)_x = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_x \quad (6.1)$$

Ako je $V = \text{const}$, sledi:

$$C_V = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = -T \left(\frac{\partial^2 A}{\partial T^2} \right)_V \quad (6.2)$$

u smislu sa jednačinama (5.7) i (5.14). Na sličan način, ako je $P = \text{const}$, imamo

$$dQ = dU + PdV = d(U + PV) = dE$$

odnosno

$$C_P = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_P = \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_P = -T \left(\frac{\partial^2 G}{\partial T^2} \right)_P \quad (6.3)$$

2) Izotermička i adijabatska stišljivost određuju se jednačinama;

$$K_T \equiv -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial^2 G}{\partial P^2} \right)_T \quad (6.4)$$

$$K_S \equiv -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_S = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_S = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial^2 E}{\partial P^2} \right)_S \quad (6.5)$$

gde je $\rho \equiv mn$ masena gustina, a $n \equiv N/V$ - srednja gustina (koncentracija) čestica.

Postoji i treća funkcija koja opisuje reakciju sistema na spojilašnja dejstva i kojoj se pridaje mnogo manje važnosti. To je koeficijent toplotnog širenja α_p , određen jednakosću:

$$\alpha_p \equiv \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P . \quad (6.6)$$

Sve ove funkcije su međusobno povezane sa dva važna uzajamna odnosa:

$$K_T (C_P - C_V) = TV \alpha_p^2 \quad (6.7)$$

$$i \quad C_P (K_T - K_S) = TV \alpha_p^2 \quad (6.8)$$

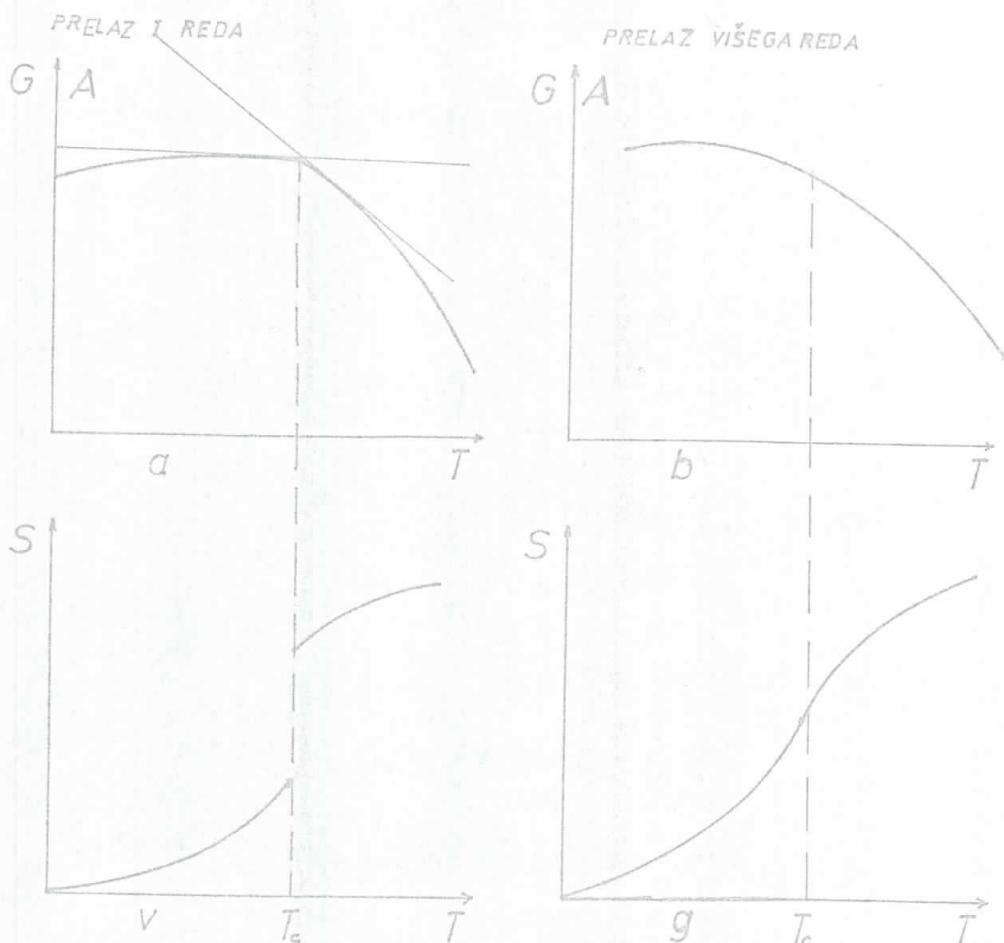
Da bi izveli ove odnose koristimo se jednačinama:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_P = \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V + \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \quad (6.9)$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_S + \left(\frac{\partial V}{\partial S} \right)_P \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_T \quad (6.10)$$

koje su specijalni slučajevi spšteg uzajamnog odnosa:

skrivena teplota (prelaz višega reda). Temperaturska zavisnost entropija za ova dva slučaja data je na (sl. 8.3 v i g).



sl. 8.3

§9. Analogija između tečnosti i magnetika

Sada ćemo razmotriti termodinamičke odnose za magnetne sisteme, analognim obradjenim za tečne sisteme (tačnije za sisteme tečno - gas).

Najpre, računa se da su efekti, vezani sa izmenama zapreminе i pritiska u magnetnom sistemu, zanemarljivo mali. Tj., ako se napiše C_H za topotni kapacitet u konstantnom magnetskom polju smatra se da je i zapremina očuvala stalnost. Na taj način termodinamičkim parametrima P, V i T odgovaraju H, M i T . Skoro sve jednačine za magnetne sisteme možemo

dobiti koristeći sledeće smene:

$$V \rightarrow -M \quad (9.1)$$

$$P \rightarrow H \quad (9.2)$$

Znak minus u (9.1) je neophodan. Na pr. funkcija $X \equiv \frac{\partial M}{\partial H}$ je pozitivna (magnetizacija raste sa povećanjem polja), u isto vreme analogni izvod za tečne sisteme $\frac{\partial V}{\partial P}$ je negativan (zajednica se smanjuje sa porastom pritiska).

Ima još jedna analogija za magnetike i tečnosti, kada se uporedjuju veličine M i $Q - S_c$, H i $\mu - \mu_c$ (μ - hemijski potencijal). Ova analogija je dublja jer je μ promenljiva povezana sa gustinom, a gustina povezana sa parametrom uređenja.

§10. Termodinamičke funkcije

stanja za magnetne sisteme

Prvi princip termodinamike moguće je napisati za magnetne sisteme u bilo kom od ova dva oblika:

$$dU_a = dQ - MdH \quad (10.1 \text{ a})$$

$$\text{ili} \quad dU_b = dQ + HdM \quad (10.1 \text{ b})$$

Nadalje će se koristiti izraz (10.1 b). Ostale tri funkcije stanja moguće je odrediti po analogiji sa tečnim sistemima:

$$E = E(S, H) \equiv U - MH \quad (10.2)$$

$$G = G(T, H) \equiv U - TS - MH \quad (10.3)$$

$$A = A(T, M) \equiv U - TS \quad (10.4)$$

§11. Diferencijalni uzajamni
odnosi i termodinamički kvadrat
za f.-je magnetnog sistema

Rezultate ovođa paragrafa je lako dobiti iz odgovarajućih izraza paragrafa 5 koristeći se već navedenom analogijom.

Termodynamički kvadrat ima sledeći oblik:



a diferencijalni odnosi funkcija stanja, sledeći:

$$dU = TdS + HdM \quad (11.1)$$

$$dE = TdS - MdH \quad (11.2)$$

$$dG = -SdT - MdH \quad (11.3)$$

$$dA = -SdT + HdM \quad (11.4)$$

Na sličan način se dobija:

$$T = \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_M, \quad H = \left(\frac{\partial U}{\partial M}\right)_S \quad (11.5)$$

$$T = \left(\frac{\partial E}{\partial S}\right)_H, \quad -M = \left(\frac{\partial E}{\partial H}\right)_S \quad (11.6)$$

$$-S = \left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_H, \quad -M = \left(\frac{\partial G}{\partial H}\right)_T \quad (11.7)$$

$$-S = \left(\frac{\partial A}{\partial T}\right)_M, \quad H = \left(\frac{\partial A}{\partial M}\right)_T \quad (11.8)$$

Uzajamni odnosi su sledeći:

$$X_T(C_H - C_M) = T\alpha \zeta_H^2 \quad (12.5)$$

$$i \quad C_H(X_T - X_S) = T\alpha \zeta_H^2 \quad (12.6)$$

$$\text{Ovde je } \alpha \zeta_H \equiv \left(\frac{\partial M}{\partial T} \right)_H \quad (12.7)$$

Po analogiji sa (6.20) imamo:

$$\frac{C_H}{C_M} = \frac{X_T}{X_S} \quad (12.8)$$

Izraz (12.5) se može još napisati i u obliku:

$$C_H - C_M = T\alpha \zeta_H^2 X_T \quad (12.9)$$

gde je

$$\alpha \zeta_M \equiv \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_M = - \frac{\alpha \zeta_H}{X_T} \quad (12.10)$$

§13. Uslovi konveksnosti za magnetne sisteme

Za magnetne sisteme se ne može tvrditi, kao za tečne, da su X i C pozitivni. Poznato je, da je $\lambda < 0$ za veliku većinu tzv. diamagnetskih materijala.

Isto tako je poznato da je u slučaju sistema koji se može opisati hamiltonijanom oblika:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 - H\mathcal{M} \quad (13.1)$$

(gde je H = intenzitet magnetskog polja, \mathcal{M} = operator magnetizacije), potencijal Gipsa $G(T, H)$ - konkavna funkcija i temperaturre i magnetskog polja, a Helmholtcov potencijal $A(T, \mathcal{M})$ - konkavna f.-ja temperature i konveksna f.-ja magnetizacije.

Ima razloga da se prepostavi da su pravljenci da se mnogi

§18. Kritični eksponenti $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \nu$ i η

Prikaz ovih eksponenata ćemo početi time što će se produžiti i produbiti analogija između tečnih i magnetnih faznih prelaza. Na slikama (1.3) i (2.3) prikazana je temperaturska zavisnost razlike gustine tečnosti i gasne faze ($\varrho_L - \varrho_G$) i temperaturska zavisnost nulte magnetizacije $M_0(T)$ idealnog (jednodimenzionalnog) feromagnetika u stalnom magnetnom polju $H = 0$. Iz oblika ovih krivih se dobija, da temperaturska zavisnost ovih veličina blizu T_c ima oblik:

$$\frac{[\varrho_L(T) - \varrho_G(T)]}{2\varrho_G} = \beta \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^\beta [1 + \dots] \quad (18.1)$$

$$\text{i} \quad \frac{M_0(T)}{M_0(0)} = \beta \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^\beta [1 + \dots] \quad (18.2)$$

Zbog kratkoće se obično piše:

$$\Delta\varrho \equiv \varrho_L - \varrho_G \sim (-\varepsilon)^\beta$$

$$\text{i} \quad M \sim (-\varepsilon)^\beta$$

Normirajuće konstante ϱ_c i $M_0(0)$ uvede se zato, da bi se koeficijent β malo menjao pri prelazu od jednog sistema ka drugom. (Obično β ima red veličine jedinice).

Na slikama (1.2) i (2.2) prikazane su izoterme $P(V)$ i $H(M)$ za tečne i magnetne sisteme, respektivno. Nagib ovih izotermi proporcionalan je inverznoj veličini izotermičke stisljivosti K_T^{-1} i inverznoj veličini izoterske susceptibilnosti X_T^{-1} . Mada i K_β^{-1} i X_T^{-1} divergiraju ka beskonечnosti pri $T \rightarrow T_c$, treba proviti razliku između približavanja kritičnoj tečki sa strane visokih ili niskih temperatura. Zato se određuju dva

eksponenta γ' i γ (koji nisu uveđeni jednaki):

1) Za tečnosti:

$$\frac{K_T}{K_T^0} = \begin{cases} e^{(-\varepsilon)^{-\gamma'}(1+\dots)} & [T < T_c, \varrho = \varrho_L(T) \text{ ili } \varrho_G(T)] \\ e^{-\varepsilon^{-\gamma}(1+\dots)} & [T > T_c, \varrho = \varrho_c] \end{cases} \quad (18.3)$$

2) Za magnetike

$$\frac{X_T}{X_T^0} = \begin{cases} e^{(-\varepsilon)^{-\gamma'}(1+\dots)} & [T < T_c, H=0] \\ e^{-\varepsilon^{-\gamma}(1+\dots)} & [T > T_c, H=0] \end{cases} \quad (18.4)$$

Ovde je

$$K_T^0 = \frac{1}{P_c^0} \equiv \frac{m}{k T_c \varrho_c}$$

stisljivost idealnog gasa sa gustinom ϱ_c pri $T = T_c$. Slično, X_T^0 je suscep-tibilnost sistema neinteragujućih magnetskih momenata (paramagnetika) oce-njena u kritičnoj tački.

Merenja se često vrše u blizini T_c , tako da K_T/K_T^0 dostiže veli-činu 10^6 . U određivanju γ' i γ uveden je minus da bi oba eksponenta bila pozitivna.

Eksponent δ opisuje zavisnost $P - P_c$ od $\varrho - \varrho_c$ (i H od M) na kritičnoj temperaturi $T = T_c$:

$$\frac{P - P_c}{P_c^0} = \mathcal{D} \left| \frac{\varrho}{\varrho_c} - 1 \right|^{\delta} \operatorname{sgn}(\varrho - \varrho_c) \quad [T = T_c] \quad (18.5)$$

$$\frac{H}{H_c^0} = \mathcal{D} \left| \frac{M_H(T=T_c)}{M_0(T=0)} \right|^{\delta} \quad [T = T_c] \quad (18.6)$$

Ovde je $P_c^0 = \frac{k T_c \varrho_c}{m}$

pritisak koji će imati sistem pri $\varrho = \varrho_c$ i $T = T_c$, ako njegove čestice ne interaguju među sobom;

$$H_c^0 = \frac{k T_c}{m_0}$$

gde je m_0 - magnetni moment, koji se podudara sa spinom.

Na taj način, eksponent δ služi za opisivanje uredjenosti kritične izoterme, a analiza slika (1.2) i (2.2) došodi do zaključka da je δ jednak neparnom celom broju 3 ili 5. Iz eksperimenta je, međutim, dobijeno da (za različite sisteme) vrednosti za δ leže izmedju ~ 4 i ~ 6 i obično se javljaju kao neceli, čime se i objašnjava složenost jednačina (18.5) i (18.6).

Zbog kratkoće se piše:

$$\Delta P \sim (\Delta S)^\delta \quad i \quad H \sim M^\delta$$

Što je veće δ tim "ravniju" formu ima kritična izoterma (i time je teže dobiti eksperimentalno tačnu veličinu δ). Na pr., $\delta \approx 15$ u dvodimenzionom modelu Izinga odgovara vrlo ravnoj kritičnoj izotermi.

Eksponenti, povezani sa topotnim kapacitetom (α i α'), određuju se sledećim jednačinama:

1) Za tečne sisteme:

$$C_V = \begin{cases} A'(-\varepsilon)^{-\alpha'}(1+\dots) & [T < T_c, S = S_L(T) \text{ ili } S_C(T)] \\ A\varepsilon^{-\alpha}(1+\dots) & [T > T_c, S = S_C] \end{cases} \quad (18.7)$$

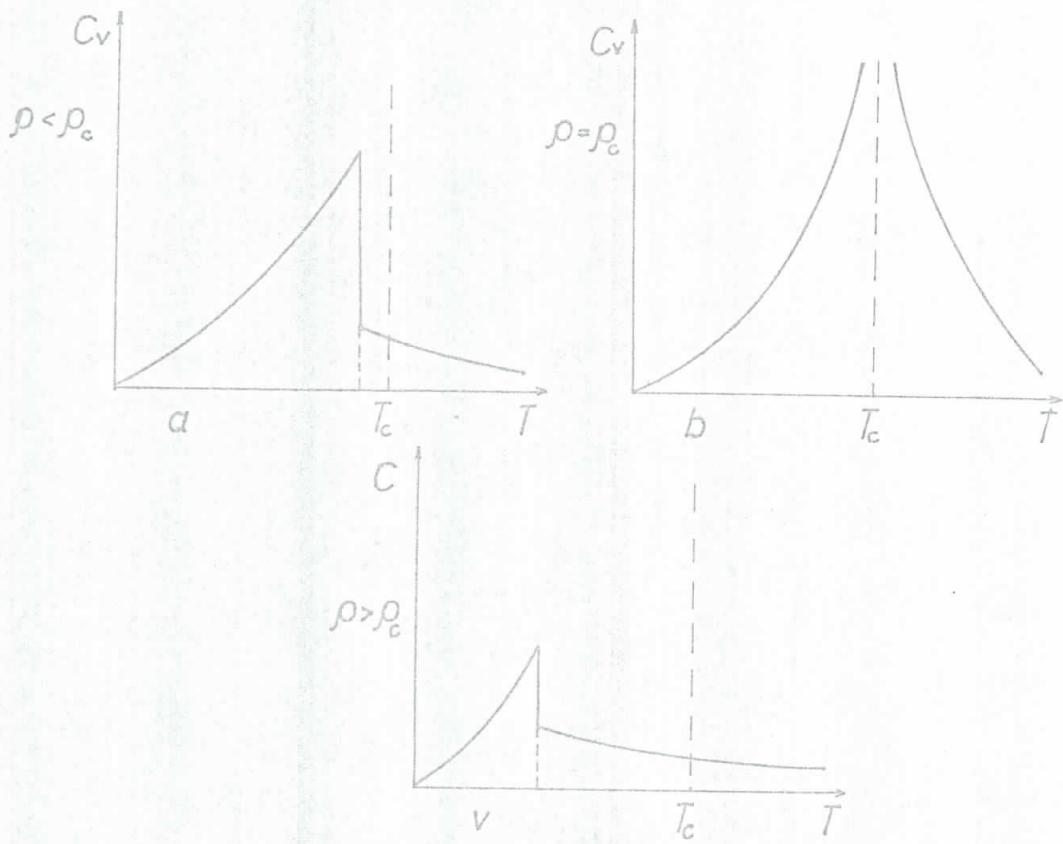
2) Za magnetne sisteme:

$$C_H = \begin{cases} A'(-\varepsilon)^{-\alpha'}(1+\dots) & [T < T_c, H=0] \\ A\varepsilon^{-\alpha}(1+\dots) & [T > T_c, H=0] \end{cases} \quad (18.8)$$

U određivanju jednačine (18.9) se odstupilo od analogije (stroge) medju formulama za tečne i magnetne sisteme, koja zahteva smenu $V \leftrightarrow -M$ i $P \leftrightarrow H$. Fišer je ovo argumentovao time, da je za $H=0$ i $M=0$. Za slučaj $T > T_c$ to je očigledno. Za $T < T_c$ topotnom dvofaznom kapacitetu pri $M=0$ takodje odgovara i $H=0$, pošto samo tada možemo себи predstaviti da koegzistencija suprotno namagnetisanih domena dovodi do nulte rezultante.

rajuće magnetizacije.

Predpostavimo, da smo izmerili temperatursku zavisnost C_V za sisteme čije zapremine V_0 nisu jednake V_c , na pr. duž linije koja ide paralelno, ali nešto niže od prave $\varrho = \varrho_c$ (sl. 1.3), što odgovara parametru $V_0 > V_c$ ili $\varrho_0 < \varrho_c$. Očekivani rezultati, predstavljeni na slici (18.1) za $C_{V_0 \neq V_c}$, trpe skok pri $T_0(T_c)$, pri kojoj izohora $\varrho = \varrho_0$ seče krivu koegzistencije.



Sl. 18.1

Iz eksperimenta dobijene vrednosti za α' i α su ili jednake nuli, ili su mali pozitivni brojevi (trodimenzionalni model Izinga predviđa $\alpha \approx 1/8$). Slučaj $\alpha = 0$ odgovara u nekim slučajevima merenjima logaritamske divergencije, a u nekim specifičnoj povratnoj tački (u poslednjem slučaju $\alpha_s \neq 0$).

Eksponenti ν , ν' i η opisuju ponašanje parne korelacione fun-

kcije $G(r)$ u kritičnoj oblasti (ova funkcija određuje međusobni odnos fluktuacija gustine od njene srednje vrednosti). Ovde ćemo se ograničiti samo na kratki prikaz eksponenata. Korelaciona dužina ξ - radijus dejstva funkcije korelacije, predstavlja se sa:

$$\xi = \begin{cases} \xi_0 \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{-\nu'} & [T < T_c, H=0] \\ \xi_0 \left(\frac{T}{T_c} - 1\right)^{-\nu} & [T > T_c, H=0] \end{cases} \quad (18.10)$$

U mnogim slučajevima parna korelaciona funkcija opada do nule sa uvećanjem rastojanja r (pri $T = T_c$). Ovo dozvoljava da se odredi eksponent ν :

$$G(r) \sim \frac{1}{r^{d-2+\nu}} \quad [T=T_c, P=P_c \text{ (ili } H=0)] \quad (18.11)$$

gde je d - stepen prostornog fizičkih dimenzionalnog sistema.

Značenja eksponenata za tečne i magnetne sisteme skupljena su u tablicama (18.1) i (18.2).

§19. Brojne vrednosti kritičnih eksponenata

Veličine eksponenata α' , α , β , γ' , γ , δ , ν' , ν i γ za izbrane tečne i magnetne sisteme date su u tablici (19.1). Bez obzira što se kritične temperature za razne materije suštinski razlikuju (tabela 19.2), vrednosti za njihove eksponente su vrlo slične među sobom. Kao što je već napomenuto, istraživači su smatrali da sve materije imaju jednake eksponente. Međutim, tu nadu eksperimenti nisu potvrdili.

Kakve predstave o kritičnim eksponentima mogu da daju teorijski modeli? Pre svega, svaki model predskazuje određeno slaganje eksponenata nezavisno od toga gde se "nalazi" kritična tačka. I više od toga, teo-

Eksp. no.	ZNAČENJE	USLOVI			VELIČINA
		ε	$P - P_c$	$P_c - \rho$	
α'	$C_v \sim (-\varepsilon)^{-\alpha'}$	<0	0	$\neq 0$	Toplotni kapacitet pri konstantnoj zapremini
	$C_v \sim \varepsilon^{-\alpha}$	>0	0	0	
β	$\rho_L - \rho_G \sim (-\varepsilon)^\beta$	<0	0	$\neq 0$	Razlika gustina tečnosti i gasa (ili forma krive koegzistencije)
	$K_T \sim (-\varepsilon)^{-\gamma'}$	<0	0	$\neq 0$	
γ'		>0	0	0	Izotermička stišljivost
$K_T \sim \varepsilon^{-\gamma}$					
δ	$P - P_c \sim P_L - P_G ^\delta \operatorname{sgn}(P_L - P_G)$	0	$\neq 0$	$\neq 0$	Kritična izoterma
ν'	$\xi \sim (-\varepsilon)^{-\nu'}$	<0	0	$\neq 0$	Korelaciona dužina
	$\xi \sim \varepsilon^{-\nu}$	>0	0	0	
η	$G(r) \sim r ^{-(d-2+\eta)}$	0	0	0	Parna korelaciona funkc. (stepen prostornog višedimenzionog sistema)
Δ'_e	$\frac{\partial^e G}{\partial P^e} \equiv G^{(e)} \sim (-\varepsilon)^{-\Delta'_e} G^{(e-1)}$	<0	0	0	Naizmenični izvodi potencijala Gipsa $G(T, P)$
	$\frac{\partial^{2e} G}{\partial P^{2e}} \equiv G^{(2e)} \sim \varepsilon^{-2\Delta'_e} G^{(2e-2)}$	>0	0	0	

TAB. 18.1 ZA TEČNE SISTEME

Eksponent	Z N A Č E N J E	uslovi			V E L I Č I N A
		\mathcal{E}	H	M	
α'	$C_H \sim (-\mathcal{E})^{-\alpha'}$	<0	0	$\neq 0$	Kapacitet u konstantnom magnetnom polju
α	$C_H \sim \mathcal{E}^{-\alpha}$	>0	0	0	
β	$M \sim (-\mathcal{E})^\beta$	<0	0	$\neq 0$	Magnetizacija u magnetnom polju $H = 0$
γ'	$X_T \sim (-\mathcal{E})^{-\gamma'}$	<0	0	$\neq 0$	Izotermička susceptibilnost u magnetnom polju $H = 0$
γ	$X_T \sim \mathcal{E}^{-\gamma}$	>0	0	0	
δ	$H \sim M ^\delta \operatorname{sgn}(M)$	0	$\neq 0$	$\neq 0$	Kritična izoterma
ν'	$\mathcal{G} \sim (-\mathcal{E})^{-\nu'}$	<0	0	$\neq 0$	
ν	$\mathcal{G} \sim \mathcal{E}^{-\nu}$	>0	0	0	Korelaciona dužina
η	$\Gamma(r) \sim r ^{-(d-2+\eta)}$	0	0	0	Parna korelaciona funkc.
Δ_e	$\frac{\partial^e G}{\partial H^e} \equiv G^{(e)} \sim (-\mathcal{E})^{-\Delta'_e} G^{(e-1)}$	<0	0	0	Naizmenični izvodi po polju od potencijala Gipsa $G(T, H)$
Δ_{2e}	$\frac{\partial^{2e} G}{\partial H^{2e}} \equiv G^{(2e)} \sim \mathcal{E}^{-2\Delta_{2e}} G^{(2e-2)}$	>0	0	0	

TAB. 18.2 ZA MAGNETNE SISTEME

System	T < T _c				T = T _c				T > T _c			
	α'	β	γ'	ν'	δ	η	α	γ^*	α'	β	γ'	ν'
TEČNOSTI CO ₂	~0,1	0,34	~1,0	—	4,2	—	—	~0,1	1,35	—	—	—
Xe	< 0,2	0,35	~1,2	0,57	4,4	—	—	—	1,5	—	—	—
MAGNETICI Ni	$\alpha'_S = -0,3$	0,42	—	—	4,22	—	0	1,35	—	—	—	—
EUS	$\alpha'_S = -0,15$	0,33	—	—	—	—	0,05	—	—	—	—	—
CrBr ₃	—	0,368	—	—	4,3	—	—	—	1,245	—	—	—
MODEL SA TAČNIM REŠENJIMA KLASIČNI	0	1/2	1	1/2	3	0	0	0	1	1/2	—	—
ORNŠTAJN - CERNIK $d = 3$, SFERNI MODEL	—	—	—	—	5	0	$\alpha'_S = -1$	2	1	—	—	—
$d \neq 2$, MODEL IZINGA	—	1/8	~7/4	1	~15	1/4	0	~7/4	1	—	—	—
PRIBLIŽNI MODELI	~1/8	~5/16	~5/4 u 21/16	—	~5	~0,041	~1/8	~5/4	~0,638	—	—	—
$d = 3$, MOD. IZINGA (TECNOSTI)	u 1/4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
$d = 3$, MOD. HAUZENBERGA (MAGNETICI)	—	(~0,25?)	—	—	~5	~0,03?	$\alpha_S \sim 0,1$	~1,4	~0,70	—	—	—

tab. 19.1

rija Van der Valsa za tečnosti, teorija molekularnog polja za magnetike i teorija Landaua (u svojim prvobitnim formama), sve su davale jednu težistu vrednost za svaki od eksponenata. Ove teorije se obično nazivaju klasične, shvatajući pod tim, da su do nedavno bile po suštini jednake teorijama koje su davale mogućnost računanja kritičnih eksponenata. No, ove klasične teorije su pretrpele neuspeh u pokušaju da predskažu eksperimentalne vrednosti eksponenata. Tako neuspešnima su se pokazale i teorija Ornštajn-Cernike i različiti modeli koji su imali tačna rešenja, na pr. dvodimenzionalni model Izinga, sferni model i model idealnog boze gase.

TEČNOST	T _c (°K)	P _c (atm)	ρ _c (gcm ⁻³)
v o d a	647,5	218,5	0,325
Špiritus	516,6	63,1	0,28
e t a r	467,0	35,5	0,26
kseonon	289,75	57,64	1,105
kiseonik	154,6	49,7	0,41
a r g o n	150,8	48,34	0,53
vodonik	32,98	12,76	0,0314
helijum - 4	5,19	2,25	0,069
helijum - 3	3,324	1,15	0,04178

TAB. 19.2

S druge strane, trodimenzionalni model Izinga i trodimenzionalni klasični model Hajzenberga dovoljno verno odražavaju podatke dobijene eksperimentalno za tečne i magnetne sisteme.

Prvi cilj svake teorije koja opisuje kritične pojave je, da nadje

takve modele koji bi dali pravilne veličine kritičnih eksponenata i, više od toga, koji bi dali mogućnost da se shvati, koji se momenti koriste pri određivanju eksponenata, a koji ne. Čak ako se vremenom i dodje do pravog cilja, ostalo bi pitanje ne postoji li neka opšta teorija svih tih eksponenata koja bi otkrila da su oni povezani. Prema tome, drugi cilj je izučiti uzajamne odnose među različitim eksponentima.

§20. Eksponenti praga: Δ'_e i Δ_{2e}

Za magnetne sisteme spontana magnetizacija i susceptibilnost u nultom polju proporcionalni su odgovarajućem prvom i drugom izvodu Gibsova Potencijala $G(T, H)$ po magnetnom polju H (izračunatim pri $H = 0$). Esam i Fišer su predpostavili da je moguće posmatrati i više izvode od G po polju, uvodeći na taj način niz eksponenata, koji su nazvani eksponenti praga*).

$$\left(\frac{\partial G}{\partial H}\right)_T \equiv G^{(1)} \sim \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{-\Delta'_e} G^{(0)} \quad (20.1)$$

$$\left(\frac{\partial^2 G}{\partial H^2}\right)_T \equiv G^{(2)} \sim \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{-\Delta'_2} G^{(1)} \quad (20.2)$$

U opštem slučaju:

$$\left(\frac{\partial^e G}{\partial H^e}\right)_T \equiv G^{(e)} \sim \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{-\Delta'_e} G^{(e-1)} \quad (20.3)$$

U ovim jednačinama je $H = 0$ i $T \rightarrow T_c^+$.

*) Opisuju više izvode u sličaju kada počinju da se javljaju kritični fenomeni.

Pošto je

$$G^{(1)} \sim M \sim \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^\beta,$$

a kapacitet

$$C_{H=0} \sim \frac{\partial^2 G}{\partial T^2}$$

se ponaša kao

$$\left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{-\alpha'},$$

sledi

$$G^{(2)} \sim \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{2-\alpha'}$$

i imamo

$$\Delta'_1 = 2 - \alpha' - \beta \quad (20.4)$$

Na sličan način, pošto je

$$G^{(2)} \sim X_T \sim \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{-\gamma'}$$

možemo da pišemo

$$\Delta'_2 = \beta + \gamma' \quad (20.5)$$

U teoriji molekularnog polja je $\Delta'_e = 3/2$ za svako β (na pr. $\Delta'_1 = 2 - \alpha' - \beta = 3/2$; $\Delta'_2 = \beta + \gamma' = 3/2, \dots$). Dvodimenzioni model Izinga dozvoljava da se nadju tačni rezultati: $\alpha' = 0$ i $\beta = 1/8$. Prema tome jednakost $\Delta'_1 = \Delta'_2 = 15/8$ je tačna ako je $\gamma' = 7/4$. Brojni proračuni Esama i Fišera su dali za $\Delta'_3 = 1,87 \pm 0,05 \approx 15/8$, prema tome, zaključak da je $\Delta'_e = 15/8$ za sve β u dvodimenzionom modelu Izinga je potpuno verovatan.

Predpostavljena jednakost $\Delta'_1 = \Delta'_2$ (ili $2 - \alpha' - \beta = \beta + \gamma'$) povezuje eksponente α' , β i γ' :

$$\alpha' + 2\beta + \gamma' = 2 \quad (20.6)$$

Ova jednakost važi u teoriji molekularnog polja i dvodimenzionom modelu Izinga, ali se ne poklapa sa računima u trodimenzionom modelu Izinga.

Iznad T_c svi izvodi neparnog reda od G po H (ocenjeni u nultom

polju) ravni su nuki. Polazeći od ovoga, uopštava se:

$$\left(\frac{\partial^{2\ell} G}{\partial H^{2\ell}} \right)_T \equiv G^{(2\ell)} \sim \left(\frac{T}{T_c} - 1 \right)^{-2\Delta_{2\ell}} G^{(2\ell-2)} \quad (20.7)$$

Dvodimenzionalni model Izinga daje:

$$\Delta_4 \approx \Delta_6 \approx \Delta_8 \approx 15/8 . \quad (20.8)$$

Za trodimenzione rešetke:

$$\Delta_4 \approx \Delta_6 \approx \Delta_8 \approx 1,56 \pm 0,03 \approx 25/16 \quad (20.9)$$

U trodimenzionom modelu Hajzenberga za spinski kvantni broj $S = \frac{1}{2}$,

$$\Delta_4 \approx \Delta_6 \approx \Delta_8 \approx 1,81 , \quad (20.10)$$

a u slučaju klasičnog modela Hajzenberga, kada je $S = \infty$:

$$\Delta_4 \approx \Delta_6 \dots \approx 1,73 \quad (20.11)$$

Na taj način, ovi modeli podržavaju predpostavku da su Δ_ℓ jednaki za svako ℓ . Ovi eksponenti predstavljaju osnovni interes u teoriji, sve dok se viši izvodi od potencijala Gipsa ne izmere eksperimentalno.

21. Eksponent θ koji određuje
radijus krivine krive ključanja

Iz jednačine (5.9) neposredno sledi da C_V možemo pisati u obliku:

$$C_V = T V \left(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2} \right)_V - T N \left(\frac{\partial^2 M}{\partial T^2} \right)_V \quad (21.1)$$

gde je $\mu \equiv G/N$ = hemijski potencijal.

Ako je funkcija C_v singularna pri $T = T_c$, iz (21.1) sledi, da je ili $(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2})_v$ ili $(\frac{\partial^2 \mu}{\partial T^2})_v$ ili su oba člana singularna.

Eksponent θ se određuje na sledeći način:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial T^2} \sim (1 - \frac{T}{T_c})^{-\theta}. \quad (21.2)$$

θ određuje stepen divergencije (ako ona postoji) radiusa krivine krive ključanja pri $T \rightarrow T_c$ sa strane niskih temperatura (vidi sl. 1.1). U modelu rešetkinog gasa, izvod $(\frac{\partial^2 \mu}{\partial T^2})_{V=V_c}$ u kritičnoj tački je blizak nuli, tako da je $\theta = \alpha'$. Isto tako, za realne gasove oba radiusa krivine μ i P mogu biti singularni, tako da se eksponent θ razlikuje od α' . Nedavno je Moldover pokazao eksperimentalno da je za H_e^4 izvod $(\partial^2 \mu / \partial T^2)_v$ manje singularan nego $(\partial^2 P / \partial T^2)_v$ i može čak blizu T_c da ima konstantnu vrednost.

§22. Nejednacine koje vezuju kritične eksponente

U ovom paragrafu će biti data tablica strogih nejednakosti koje vezuju kritične eksponente za magnetne sisteme po Griffitsu. (Tabl. 22.1)

U njoj su date veze samo između eksponenata koji su obuhvaćeni u ovom radu. Treba još napomenuti, da ove nejednakosti pod specijalnim uslovima mogu da predju u jednakosti, kao što je to pokazano za nejednakost 1. u paragrafu 20.

RED. BR.	nejednakost
1.	$\alpha' + 2\beta + \gamma' \geq 2$
2.	$\alpha' + \beta(\delta + 1) \geq 2$
3.	$\gamma'(\delta + 1) \geq (2 - \alpha')(\delta - 1)$
4.	$\gamma' \geq \beta(\delta - 1)$
5.*	$\delta \geq \delta_s$
6.*	$\gamma(\delta_s + 1) \geq (2 - \alpha)(\delta_s - 1)$
7.	$d(\delta - 1)/(\delta + 1) \geq 2 - \eta$
8.	$d\gamma'/(2 - \alpha') \geq d\gamma'/(2\beta + \gamma') \geq 2 - \eta$
9.	$(2 - \eta)\nu \geq \gamma$
10.	$d\alpha' \geq 2 - \eta_E$
11.	$d\nu' \geq 2 - \alpha'$
12.	$d\nu \geq 2 - \alpha$

TAB. 22.1

*) Ako je $\alpha \geq \alpha'$, nejednačine 5 i 6 dovode do rezultata $\delta_s = \delta$.

V G L A V A

K L A S I Č N A T E O R I J A K R I T I Č N I H
E K S P O N E N A T A P O L A N D A U U

Jednačine stanja zasnovane na klasičnim teorijama, nisu sposobne da predskazuju eksperimentalno posmatrano ponašanje sistema u blizini kritične tačke. Ovde će biti opisan jedan od pokušaja za dobijanje realnijih jednačina stanja. Pažnja je usredsredjena na izbor termodinamičkog potencijala u blizini kritične tačke. Pošto se uvodi samo termodinamički potencijal, ova termodinamička svojstva moguće je dobiti metodama opisanim u paragrafu 5.

§ 23. A n a l i z a u b l i z i n i
k r i t i č n e t a č k e

Jedna od najelegantnijih predpostavki o mogućem opštem obliku termodinamičkog potencijala u blizini kritične tačke potiče od Landau-a. Ovde ćemo se zadržati na osobinama, predskazanim teorijom Landau-a za eksponente u kritičnoj tački. Pokazuje se, da se vrednosti eksponenata iz ove teorije poklapaju sa predpostavkama klasičnih teorija i zato se oni tako jako razlikuju od rezultata većine eksperimenata u neposrednoj blizini kritične tačke. Izvor tog razilaženja se krije u nerealističkoj predpostavci u osnovi aproksimacije Landau-a, naime, da je termodinamički potencijal moguće razložiti u stepeni red u okolini kritične tačke. Međutim, red u blizini kritične tačke ne konvergira.

Na pr., hoćemo da razložimo potencijal Gibbsa $G(T,H)$ magnetnog sistema u blizini kritične tačke $T = T_c$, $H = 0$. U koeficijente tog razvoja ulaze parcijalni izvodi od $G(T,H)$ po T i H pri $T = T_c$ i $H = 0$.

Isto tako, iz jednačine (12.3) se vidi da je:

$$-\left(\frac{\partial^2 G}{\partial H^2}\right)_{T=T_c, H=0} = X_T \quad (T=T_c, H=0) \quad (23.1)$$

Ukoliko je izotermska susceptibilnost magnetnog sistema beskonačna u kritičnoj tački, takav razvoj potencijala Gipsa ne može da konvergira. Ako pokušamo umesto $G(T,H)$ da razložimo potencijal Helmholca $A(T,M)$, pokazuje se, da, mada je izvod

$$\left(\frac{\partial^2 A}{\partial M^2}\right)_{T=T_c, M=0} = X_T^{-1} \quad (T=T_c, M=0) \quad (23.2)$$

konačan (u stvarnosti je jednak nuli), izvod

$$-T\left(\frac{\partial^2 A}{\partial T^2}\right)_{T=T_c, M=0} = C_M \quad (T=T_c, M=0) \quad (23.2)$$

verovatno je beskonačan.

Sledi, da su pokušaji za razvijanje potencijala u stepeni red u blizini kritične tačke, besplodni.

Bilo bi nepoštено u odnosu na Landau-a, njemu pripisati uvođenje konvergirajućeg reda u blizini kritične tačke. On je u stvari ocenio situaciju, obrativši pažnju na singularnost koeficijenata višega reda pri razvoju u stepeni red. Isto je predpostavio da se singularnosti pojavljuju u koeficijentima još višega reda nego što je on koristio u svom računu i na toj osnovi je dao koeficijente nižega reda za predskazivanje ponašanja sistema u kritičnoj oblasti. U tom duhu će se dalje razmatrati argumenti Landau-a.

§ 24. P r e d p o s t a v k e t e o r i j e

L a n d a u - a

Primenimo predpostavke o mogućnosti razvijanja potencijala Helmholca kao funkcije dve promenljive u standardni Taylorov red u blizini $T = T_c$ i $M = 0$.

$$A(T, M) = \sum_{j=0}^{\infty} L_j(T) M^j = L_0(T) + L_2(T) M^2 + L_4(T) M^4 + \dots \quad (24.1)$$

Koeficijente ovoga reda $L_j(T)$ moguće je isto razložiti u red u blizini $T = T_c$:

$$L_j(T) = \sum_{k=0}^{\infty} \ell_{jk} (T - T_c)^k = \ell_{j0} + \ell_{j1} (T - T_c) + \dots \quad (24.2)$$

U razvoju (24.1) su izostavljeni članovi $L_j(T)$ za neparno j zbog parnosti $A(T, M)$ kao funkcije od M . Iz jednačina (11.8) i (24.1) sledi, da jednačina stanja u teoriji Landau-a ima oblik:

$$H = H(M, T) = \sum_{j=1}^{\infty} j L_j(T) M^{j-1} = 2L_2(T)M + 4L_4(T)M^3 + \dots \quad (24.3)$$

Može se primetiti, da je pri daljem diferencirajući potencijala Helmholca (24.1) po M moguće naći izraz za inverznu izotermsku susceptibilnost

$$\chi_T^{-1} = \left(\frac{\partial^2 A}{\partial M^2} \right)_T = \left(\frac{\partial H}{\partial M} \right)_T$$

u obliku

$$\begin{aligned} \chi_T^{-1} &= \sum_{j=2}^{\infty} j(j-1) L_j(T) M^{j-2} = \\ &= 2L_2(T) + 12L_4(T)M^2 + \dots \end{aligned} \quad (24.4)$$

Zatim ćemo dati ograničenja za koeficijente $L_j(T)$ na osnovu znanja o svojstvima magnetnog sistema. Na pr., u predelu $T \rightarrow T_c^+$ je moguće

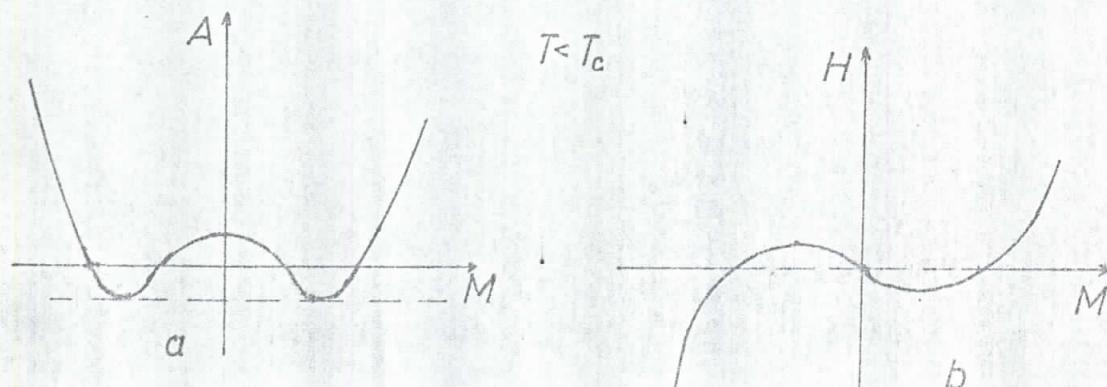
očekivati, da, ekstrapolirana ka nultom polju, susceptibilnost teži u beskonačnost. Iz (24.2) i (24.4) dobijamo:

$$X_T^{-1}(T, 0) = 2L_2(T) = 2 \left\{ l_{20} + l_{21}(T - T_c) + l_{22}(T - T_c)^2 + \dots \right\} \quad (24.5)$$

što dozvoljava da se uzme da je $l_{20} = 0$.

Druge ograničenje se ogleda u tome, da se Helmholtcov potencijal javlja kao konveksna funkcija magnetizacije pri stalnoj temperaturi (vidi paragraf 13.). Za $T > T_c$ funkcija $A(T, M)$ će biti konveksna funkcija od M , ako su svi odabrani koeficijenti l_{jk} pozitivni: $l_{jk} > 0$ za svako j i k . Isto tako, takav izbor treba usaglasiti s potrebom, da bi $A(T, M)$ bila konkavna funkcija temperature i pri $T < T_c$ odsustvo parnih koeficijenata garantuje konveksnost u odnosu na M .

Na pr., ako je u jednačini (24.5) $l_{21} > 0$, tada pri $T \rightarrow T_c$ odođe, izotermска susceptibilnost postaje negativna. Prosta modifikacija (24.1) i (24.2) koja se ogleda u zameni $(T - T_c)$ sa $|T - T_c|$ u (24.2), vraća funkciji $A(T, M)$ svojstvo konveksnosti u odnosu na M . Ova modifikacija, međutim, dovodi do drugih komplikacija. Na pr., pojavljivanje veličine $|T - T_c|$ u (24.2) značilo bi, da se pri svakoj konstantnoj vrednosti M (a ne samo pri $M = 0$) pojavljuje matematička singularnost $A(T, M)$ pri $T = T_c$, u vreme kada $A(T, M)$ treba da bude analitička funkcija temperature za sve $M \neq 0$. Neki autori umesto toga obezbeđuju konveksnost $A(T, M)$ ispod T_c putem konstrukcije dveju tangenti, kako je pokazano na (sl. 24.1 a).



sl. 24.1

Na (sl. 24.1 b) je prikazana izotemna $H(M)$ dobijena iz (sl. 24.1 a). Primetimo da takva modifikacija potencijala u (a) odgovara nultoj vrednosti u (b).

§ 25. Predviđanja teorije

Landau-a za kritičnu tačku

1. Eksponent β za magnetizaciju

Iz jednačine stanja (24.3) sledi, da je za $H = 0$ i malo M :

$$O = \left\{ \ell_{21}(\tau - T_c) + \dots \right\} + 2M^2 \left\{ \ell_{40} + \ell_{41}(\tau - T_c) + \dots \right\} + \dots \quad (25.1)$$

zato je

$$M = \left(\frac{\ell_{21}}{2\ell_{40}} \right)^{\frac{1}{2}} (\tau_c - \tau)^{\frac{1}{2}} \quad (25.2)$$

odakle nalazimo da je $\beta = \frac{1}{2}$.

2. Eksponenti γ i γ' za susceptibilnost

Iz (24.4) dobijamo

$$\chi_{\tau}^{-1}(\tau, M) = 2 \left\{ \ell_{21}(\tau - T_c) + \dots \right\} + 12M^2 \left\{ \ell_{40} + \ell_{41}(\tau - T_c) + \dots \right\} \quad (25.3)$$

Za $T > T_c$ je $M = 0$ pri $H = 0$ i susceptibilnost u nultom polju je:

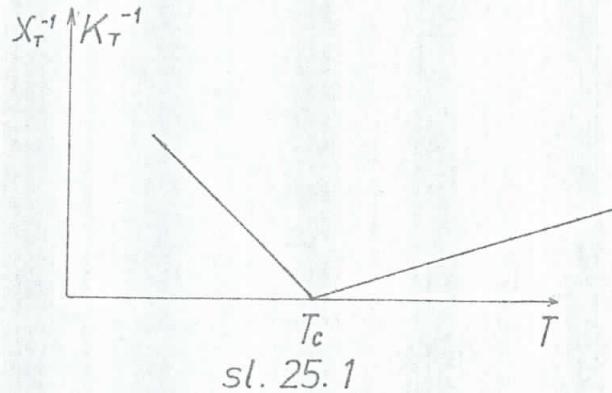
$$\chi_{\tau}^{-1}(\tau, 0) = 2\ell_{21}(\tau_c - \tau) + \dots \quad (25.4)$$

tako da je $\gamma = 1$.

Pri $T < T_c$ je M u nultom polju različito od nule. Stavljajući M^2 iz (25.3) u (25.3) imam da imamo:

$$\chi_{\tau}^{-1}(\tau, 0) = 4\ell_{21}(\tau_c - \tau) + \dots \quad (25.5)$$

Znači da je i $\gamma' = 1$ i tako sledi $\gamma = \gamma'$. Isto tako inverzna susceptibilnost pri $T < T_c$ raste od nule dva puta brže, nego pri $T > T_c$ (sl. 25.1)



Na taj način, teorija Landau-a ne samo da predviđajuje sam eksponent, nego dovodi do odnosa $\delta = 2\alpha'$ za koeficijente odredjene jednačinom (18.3)

3. Eksponent δ zakritičnu izotermu

Za dobijanje krivine izoterme $M(H)$ pri $T = T_c$, stavimo $T = T_c$ u (24.3). Tada je:

$$H(T_c, M) = 4\ell_{40}M^3 + \dots \quad (25.6)$$

i $\delta = 3$.

4. Eksponenti α i α' za toplotni kapacitet

Eksponenti α i α' karakterišu ponašanje toplotnog kapaciteta

$$C_H(T, H=0) = -T \left(\frac{\partial^2 G}{\partial T^2} \right)_H$$

Pošto analiza (24.1) obradjuje potencijal $A(T, M)$, prostije je prvo izračunati

$$C_M = -T \left(\frac{\partial^2 A}{\partial T^2} \right)_M ,$$

a zatim odrediti C_H , koristeći izraz (12.9).

Pri $T > T_c$ i $H = 0$, uzimajući da je i $M = 0$, saglasno sa (24.1) i (12.1), dobijamo:

$$C_H = C_M = -T \left\{ 2\ell_{02} + 6\ell_{03}(T-T_c) + \sigma([T-T_c]^2) \right\} \quad (25.7)$$

Za $T < T_c$, koristeći (25.2), imamo:

$$C_M = -T \left[2\ell_{02} + \left\{ 6\ell_{03} - \left(\frac{\ell_{21}\ell_{22}}{\ell_{40}} \right) \right\} (T-T_c) + \dots \right] \quad (25.8)$$

Pre nego što izračunamo C_H po (12.9), koristićemo se sa (24.3) i naći ćemo $\alpha_M \equiv \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_M$, a zatim ćemo odrediti X_T iz (25.4). U rezultatu ćemo imati:

$$C_H - C_M = T \left(\frac{\ell_{21}^2}{2\ell_{40}} \right) \left\{ 1 + \sigma(T-T_c) \right\} \quad (25.9)$$

Iz (25.8) i (25.9) sledi, pošto C_H ispituje prost skok u tački $T = T_c$, veličina

$$\Delta C_H = \left\{ \left(\frac{\ell_{21}^2}{2\ell_{40}} \right) - 2\ell_{20} \right\} T_c \quad (25.10)$$

odakle nalazimo $\alpha = \alpha' = 0$

§26. Kritika teorije Landau-a

Aproximacija Landau-a ne udovoljava potrebama teorije kritičnih pojava u dva slučaja:

1. Postojanje razvoja (24.1) predpostavlja da svi parcijalni izvodi $A(T, M)$ po njenim argumentima postoji i da su konačni. U stvar-

nosti, razvoj (24.1) nije primenjiv na sisteme čiji je topotni kapacitet neograničen. Na pr., Helmholtcov potencijal dvodimenzionog modela Izinga ($d = 2$) u odsustvu magnetnog polja (koji se poklapa sa potencijalom Gipsa) moguće je napisati za $T > T_c$ u vidu:

$$A(T, 0) = A(T_c, 0) + \alpha(T - T_c) + \beta(T - T_c)^2 \ln(T - T_c) + \dots \quad (26.1)$$

Sledi, da topotni kapacitet, određen kao drugi izvod po temperaturi, sadrži logaritamsku divergenciju vida:

$$C_m = -2\beta T \ln(T - T_c) - 3\beta T + \dots \quad (26.2)$$

Međutim, sasvim je moguće, da je topotni kapacitet mnogih realnih tečnosti i magnetnih sistema konačan u tački T_c . Nedavni eksperimenti to potvrđujuju, pri čemu je nemoguće eksperimentalno dokazati, da je C stvarno beskonačno. Isto tako merenja na sistemima koji mogu imati konačan topotni kapacitet $C(T=T_c)$, strogo ukazuju na to, da $C(T)$ ima pri $T = T_c$ singularnost u obliku pika. Na taj način, razvoj Landau-a se pokazuje bezuspješnim, čak i u višim članovima. Moguće je da ova teorija daleko bolje opisuje sisteme kod kojih C ne divergira u tački prelaza, kao što su ferolektrični, superprovodnici i tečni kristali.

2. Teorija Landau-a predskazuje vrednoti eksponenata u kritičnoj tački, koje nisu u saglasnosti sa većinom eksperimentata. Iskršava pitanje, nije li moguće da se koriste druge prepostavke koje će dovesti do eksperimentalnih vrednosti eksponenata i da u isto vreme ne protivoreče uslovima termodynamičke stabilnosti (izolovanosti) i dr.

Na pr., potrebno je da $\lambda_{40} \neq 0$, za dobijanje $\beta = \frac{1}{2}$ i $\delta = 3$ u jednačinama (25.3) i (25.6). S druge strane, ako je $\lambda_{40} = 0$, a $\lambda_{60} > 0$, razmišljanje analogno razmišljanju u paragrafu 25, dovodi do vrednosti $\beta = 1/4$ i $\delta = 5$, dok su $\gamma' = 1$ i $\alpha' = \frac{1}{2}$ kao i ranije.

Kako je eksperimentalna vrednost za β obično manja od $\frac{1}{2}$, a δ obično veće od 3, javlja se mogućnost da se popravi početna aproksimacija Landau-a.

Dalje, kako predviđanje $\gamma' = 1$ sledi iz pretpostavke (24.2), može se dobiti proizvoljna vrednost za γ' , zamenjujući (24.3) izrazom:

$$\mathcal{L}_2(T) \equiv \ell_{21} |T - T_c|^{\gamma'} \quad (26.3)$$

pri čemu je $\ell_{21} > 0$, $\ell_{j_0} \geq 0$ za $j \geq 4$, a simbol apsolutne vrednosti se koristi da bi se izbegle kompleksne veličine.

Mada (26.3) dovodi do neželjene singularnosti za svako $M \neq 0$, interesantno je primetiti, da za inverznu susceptibilnost, umesto (25.3) nalazimo:

$$X_T^{-1} = 2\ell_{21} |T - T_c|^{\gamma'} \quad (26.4)$$

Na odgovarajući način (25.2) prelazi u

$$M = \left(\frac{\ell_{21}}{2\ell_{40}} \right)^{1/2} |T - T_c|^{\frac{\gamma'}{2}} \quad (26.5)$$

tj. $\beta = \frac{1}{2}\gamma'$ i $\delta = 3$, kao i pre.

Uopšte, ako je $L_j(T) = 0$ za $2 < j \leq I$ (gde je I neki ceo broj), to je $\delta = I + 1$ i

$$\beta = \frac{\gamma'}{I} = \frac{\gamma'}{\delta - 1} \quad (26.6)$$

s tim što je

$$\gamma' = \beta(\delta - 1) \quad (26.7)$$

Odnos (26.7) prvi je predložio Uidom.

Možemo još reći da se za mnoge modele δ javlja kao neparan ceo broj i više od toga, ispunjava uslov (26.6). Na pr. sferni model (ili neinteragujući boze-gas) predviđa $\delta = 5$, $\beta = \frac{1}{2}$ i $\gamma' = \frac{1}{2}(5 - 1) = 2$. U dvodimenzionom modelu Izinga $\delta \sim 15$, $\beta = 1/8$ i $\gamma' = (15 - 1)/8 = \frac{7}{4}$.

Za trodimenzioni model Izinga i model Hajzenberga tačna rešenja nisu poznata.

Z A K L J U Č A K

Iz ovog sažetog izlaganja se može zaključiti, da su fazni prelazi i sa njima povezane kritične pojave u makroskopskim sistemima, poslednjih godina privukli pažnju fizičara, a sa njima i fiziko-hemičara i metalurga. Ovim problemima su posvećene specijalne naučne konferencije i simpozijumi i redovno se publikuju rezultati teorijskih i eksperimentalnih radova.

Na prvi pogled može izgledati čudno da je ovaj deo klasične termodinamike i statističke fizike privukao interesovanje naučnika, deo u kom je, činilo se, sve bilo jasno i uradjeno.

Izmene, koje je pretrpela statističko-termodinamička teorija faznih prelaza "neprekidnog tipa" (za razliku od faznih prelaza prvoga reda s neprekidnim promenama prvih izvoda termodinamičkih potencijala), su nastupile u drugoj polovini šezdesetih godina.

Termin, prelazi drugoga reda, bio je uveden u klasifikaciji Erenfesta (1933. g.) po kojoj se pri takvim prelazima javljaju skokovi i moguće ih je opisati samo drugim (a ne prvim) izvodima termodinamičkih potencijala u tački prelaza. U današnje vreme više "fizički" se pokazala klasifikacija predložena od strane Fišera. Saglašno njoj, pored faznih prelaza prvoga reda, treba razmatrati i prelaze, kod kojih prvi izvodi ostaju neprekidni, a skokove ispituju samo izvodi drugog i višeg reda. Takve prelaze po Fišeru treba nazivati neprekidnim.

Milan Đačić
(stud. Milan Đačić)

LITERATURA

1. CHARLES KITEL; Uvod u fiziku čvrstog stanja,
Savremena administracija, Beograd 1970.
2. Л.Д.ЛАНДАУ; Собрание трудов 1, Издательство "Наука",
Москва 1969.
3. Г. СТЕНЛИ; Фазовые переходы и критические явления,
(превод са енглеског), Издательство "Мир", Москва 1973.
4. Л.Д. ЛАНДАУ, Е.М. ЛИФШИЦ; Теоретическая физика V,
Статистическая физика, часть 1, Издательство "Наука", Москва 1976.

