



UNIVERZITET U NOVOM SADU  
PRIRODNO-MATEMATIČKI  
FAKULTET  
DEPARTMAN ZA FIZIKU



# Uticaj strukture međuzvezdane materije na nagib radio $\Sigma-D$ relacije

- master rad -

Mentori: Dr Tijana Prodanović  
Dr Branislav Vukotić

Kandidat: Petar Kostić

Novi Sad, 2015.

# Sadržaj

1.	Uvod .....	1
1.1	Ostaci supernovih .....	2
1.2	Empirijske $\Sigma - D$ relacije .....	3
2.	Modeli međuzvezdane materije .....	4
2.1	Model ansambla oblaka (Model 1) .....	4
2.2	Model fraktalnog oblaka (Model 2).....	7
3.	Rezultati .....	10
4.	Diskusija .....	12
4.1	Osnovanost modela.....	12
4.2	Geometrijski aspekti Modela 2 i njegova primena na ostale teorijske $\Sigma - D$ relacije.....	13
5.	Zaključak.....	14
6.	Literatura.....	15

## 1. Uvod

U astronomiji postoje različite metode za određivanje udaljenosti do astrofizičkih objekata, a kao jedna od mogućih pokazala se radio  $\Sigma - D$  relacija, za grubo određivanje udaljenosti do ostataka supernovih, kako u našoj tako i u drugim galaksijama (Arbutina et al., 2004; Arbutina & Urošević, 2005; Urošević et al., 2005, 2010; Vukotić et al., 2014). Za datu frekvenciju ( $\nu$ ) ona pokazuje zavisnost između površinskog sjaja ( $\Sigma$ ) ostatka supernove i njegovog prečnika ( $D$ ), koja je stepena

$$\Sigma_\nu(D) = AD^{-\beta}, \quad (1)$$

gde je  $\Sigma_\nu$  u jedinicama  $\text{W m}^{-2} \text{Hz}^{-1} \text{sr}^{-1}$ , a  $D$  u pc.

Površinski sjaj, koji zavisi od gustine fluksa ( $S_\nu$ ) i uglovnog prečnika ostatka ( $\theta$ ) kao  $\Sigma_\nu \propto S_\nu / \theta^2$ , direktno se meri radio-teleskopskim posmatranjima i nezavisno je od rastojanja, pa ako preko njega možemo da odredimo prečnik, onda uz pomoć posmatranog uglovnog prečnika možemo izračunati rastojanje formulom  $d = (D/2) \operatorname{tg}(\theta/2)$ . Iako se u početku, pre nekih 5 decenija, sa entuzijazmom gledalo na ovu relaciju, nakon izvesnog broja posmatranih uzoraka u našoj i drugim galaksijama, postalo je jasno da je metoda isuviše gruba da bi bila pouzdana. Razlog za to je što su tačke previše rasejane oko bilo koje provučene zavisnosti oblika (1). Pored toga, postoje značajna neslaganja teorijskih i empirijskih relacija. Ipak, postoje ostaci supernovih do kojih ni jednom drugom metodom nije moguće proceniti udaljenost, te je  $\Sigma - D$  relacija važna kao metoda za procenu njihovih udaljenosti. Sa druge strane, proučavanje  $\Sigma - D$  relacije je veoma važno za opisivanje evolucije sinhrotronskog zračenja ostataka supernovih (Urošević & Milogradov-Turin, 2007).

Ova relacija se najlakše izražava u logaritamskoj skali,

$$\log \Sigma = \log A - \beta \log D, \quad (2)$$

jer obe ose obuhvataju nekoliko redova veličine. Ovako gledano, koeficijent  $\beta$  predstavlja nagib prave u  $\log \Sigma - \log D$  ravni, sa isečkom  $\log A$ .

Prvo teorijsko rešenje za ovu relaciju je dobio Šklovski 1960. godine (Shklovsky, 1960),  $\Sigma \propto D^{-6}$ . Teorijsku  $\Sigma - D$  relaciju koju koristimo u ovom radu su izveli Đurić i Sikvist (Duric & Seaquist, 1986). Razlozi za takvu odluku će biti diskutovani u Odeljku 3. Razne teorijske i empirijske krive koje su do sada izvedene daju vrednosti za nagib  $\beta$  u intervalu od  $\sim 2$  do  $\sim 6$ . Evolucija površinskog sjaja i prečnika jednog ostatka supernove zavisi od više faktora: ukupne kinetičke energije (i tipa) supernove, odbačene mase, ambijentalne gustine, geometrije magnetnog polja, injekcije i raspodele relativističkih elektrona i zato se ni ne može očekivati da  $\Sigma - D$  relacija bude precizno sredstvo izračunavanja udaljenosti do ostataka supernovih, jer su oni međusobno različiti i nastaju u različitim sredinama.

Ne zna se pouzdano na kojim mestima u međuzvezdanoj materiji (MZM) se pretežno dešavaju supernove. Postoje ostaci za koje je utvrđeno da evoluiraju u gustoj sredini molekularnih oblaka, kao i u retkoj sredini (Arbutina & Urošević, 2005). Molekularni oblaci su oblasti u kojima se formiraju zvezde. Masivne (recimo, O i B) zvezde, koje žive relativno kratko, neće stići pre kraja života da se dovoljno udalje od mesta nastanka, tako da za njih možemo očekivati da eksplodiraju unutar ili u blizini gustih molekularnih oblaka. Ti slučajevi će biti razmatrani u ovom radu. Sve

teorijske relacije se izvode za homogenu ambijentalnu gustinu. Međutim, čak i ako bismo posmatrali ostatke supernovih koji su nastali od identičnih zvezda, u različitim sredinama oni bi sigurno imali drugačiju evoluciju. Cilj nam je da pokažemo da bi nehomogena raspodela gustine međuzvezdane materije mogla značajno da utiče na nagib  $\Sigma - D$  relacije. Ovde se poseban akcenat stavlja na tzv. *fraktalnu* strukturu međuzvezdane materije. Za modeliranje takve sredine koristićemo dva modela preuzeta (ili delom izmenjena) od drugih autora: tzv. model ansambla grudvi (en. *clumps*) (Cubick et al., 2008) i model fraktalnih oblaka (Elmegreen, 1997). U Odeljku 2 će biti predstavljeni modeli međuzvezdane materije koji su korišćeni u simulacijama.

## 1.1 Ostaci supernovih

Ostatak supernove nastaje kao posledica eksplozije supernove formiranjem bez-sudarnog udarnog talasa koji se prostire kroz okolnu MZM. Ovaj udarni talas nastaje onda kada se oko odbačene materije (usled kružnog kretanja nanelektrisanih čestica u magnetnom polju) stvori tanka barijera veće gustine na kojoj se materija gomila u vidu „ljuske“, odnosno kada ta ljska probije barijeru. S obzirom da udarni talas predstavlja granicu ostatka supernove, evolucija ostatka će biti vezana upravo za evoluciju udarnog talasa.

Tradicionalno postoje dve vrste ostataka supernovih: I) Tip ostatka sa ljkuskom (en. *shell-type*) i II) plerioni. Kod ostataka sa ljkuskom zračenje potiče iz sredine pod udarnim talasom, dok kod pleriona zračenje potiče iz centralnog dela ostatka koji energiju dobija od centralnog pulsara. Ovoj podeli je dodat i „kompozitni“ tip koji pokazuje osobine oba navedena tipa. (Bandiera, 2001; Vink, 2004). U ovom radu će biti razmatran samo tip ostatka sa ljkuskom.

Da bi se proučavala  $\Sigma - D$  relacija ostataka supernovih, ova tvorevina se aproksimira sferom prečnika  $D$  i površinskog sjaja  $\Sigma$ . Zračenje ostatka supernove je pretežno sinhrotronsko i potiče od elektrona ubrzanih u udarnom talasu. Većina ostataka je detektovano u radio spektru, a jedan deo njih se može detektovati i u  $X$  području radio-detekcije, premda su obe grupe uzoraka pod uticajem jakih selekcionih efekata. Selektivni efekti kod radio-detekcije zavise od osetljivosti i uglovne rezolucije radio-teleskopa kojim se vrše posmatranja. Evolucija širenja ostatka se može podeliti u četiri faze:

- 1) faza slobodnog širenja,
- 2) adijabatska faza (faza Sedova),
- 3) radijativna faza i
- 4) faza rasipanja.

Faza slobodnog širenja traje relativno kratko i tokom ove faze se odbačeni materijal kreće slobodno kroz međuzvezdanu sredinu bez usporavanja. Ova faza se završava kada prebrisana masa okolne materije postane približno jednaka inicijalnoj odbačenoj masi sa zvezde, što se dešava na poluprečnicima reda veličine  $\sim 1$  pc. Adijabatska faza (ili faza Sedova) traje najduže i u njoj ostatak može da dostigne prečnik preko 300 pc. Promena radijusa sa vremenom ima oblik  $R \propto t^{2/5}$  što znači da se ostatak širi sve sporije. Za sve ostatke supernovih koji će biti modelirani u ovom radu prepostavljeno je da se nalaze u adijabatskoj fazi. Radijativna faza počinje kada se polovina početne kinetičke energije izgubi zračenjem, nakon čega ljska ostaje na konstantnoj temperaturi pa se ova faza naziva još i „izotermalna“. U fazi rasipanja ostatak počinje da se rastače u okolnu

međuzvezdanu materiju i gubi identitet, a ona nastaje kada brzina udarnog talasa padne ispod brzine zvuka za datu sredinu (Urošević & Milogradov-Turin, 2007).

## 1.2 Empirijske $\Sigma - D$ relacije

$\Sigma - D$  relacija generalno ima oblik (1). Koeficijent  $A$  zavisi od osobina supernove kao što su energija eksplozije, masa odbačene materije, tip supernove, itd. i osobina okolne međuzvezdane materije kao što su gustina, jačina (i oblik) magnetnog polja, itd. Opšte je stanovište da na koeficijent  $\beta$  ove osobine slabo utiču (što je tema ovog rada), tj. da je  $\beta$  uglavnom određeno magneto-hidrodinamičkom evolucijom ostatka supernove. Ipak, pretpostavlja se da ambijentalna gustina međuzvezdane materije posredno i neposredno može da utiče na ovu relaciju. Posredno tako što u mnogim teorijskim  $\Sigma - D$  izvođenjima površinski sjaj zavisi od ambijentalne gustine kao  $\Sigma \propto \rho^\eta$ , ( $\eta \geq 0$ ), a neposredno jer je u gušćoj sredini veća verovatnoća energičnijih eksplozija<sup>1</sup> jer se masivne zvezde, zbog svog kratkog života, ne udaljavaju mnogo od gustih molekularnih oblaka u kojima su nastale. Važi i obrnuto, da se dugoživuće zvezde malih masa verovatnije nalaze u redim sredinama. Sa druge strane, ukoliko postoji mogućnost da je raspodela gustine u sredini u kojoj se ostatak širi takva da se gustina menja sa radijusom ostatka po stepenom zakonu (kao što ćemo videti da je moguće), onda gustina direktno utiče na nagib  $\Sigma - D$  relacije (o čemu će biti više reči u Odeljku 2). Vremenom je postalo jasno da se ne može za sve ostatke supernovih pronaći univerzalna  $\Sigma - D$  relacija, te da je verovatno da ostaci različitih tipova mogu imati različite  $\Sigma - D$  evolutivne putanje (tzv. evolucione trake). Arbutina i Urošević (2005) su, proučavajući uticaj gustine sredine u kojoj ostatak evoluira na  $\Sigma - D$  relaciju, odredili dve različite relacije za ostatke koji su nastali u gustim (galaksija M82) i u retkim sredinama (Balmer-dominirajući ostaci). Rezultat je da je relacija za veće gustine sistematski pomerena ka većem površinskom sjaju, što se i očekuje iz pomenute zavisnosti  $\Sigma \propto \rho^\eta$ , ( $\eta \geq 0$ ).

$$\Sigma_{1\text{ GHz}} = 2.2_{-1.3}^{+3.1} \times 10^{-15} D^{-3.3 \pm 0.4} \text{ W m}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1} \quad (\text{gusta sredina}) \quad (3)$$

$$\Sigma_{1\text{ GHz}} = 3.9_{-2.9}^{+11.3} \times 10^{-17} D^{-3.2 \pm 0.6} \text{ W m}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1} \quad (\text{retka sredina}) \quad (4)$$

Teorijska  $\Sigma - D$  relacija koju su izveli Berežko i Felk (Berezhko i Völk, 2004) ima nagib  $\beta = 4.25$  u ranoj Sedovljevoj fazi, za gustinu  $N_{\text{H}} = 0.003 \text{ cm}^{-3}$ . Iako je u njihovom modelu ambijentalna gustina homogena, oni navode da bi nagib morao da bude strmiji pri većim gulinama. Neke od  $\Sigma - D$  relacija koje će biti simulirane u ovom radu na sličan način zavise od gustine u kojoj eksplodiraju supernove: pri većim gulinama raste nagib relacije kao i odsečak na  $\log \Sigma$  osi. Međutim, razlog za ovakvo ponašanje nagiba može biti hijerarhijska raspodela materije u fraktalnoj strukturi međuzvezdanih oblaka. Indikacija promene nagiba sa gulinom može se pronaći i u empirijskim nalazima. Pavlović i saradnici (Pavlović et al., 2013) nalaze za 28 galaktičkih ostataka u gustoj sredini (koji evoluiraju u molekularnim oblacima) strmiji nagib nego Arbutina i Urošević (2005)

$$\Sigma_{1\text{ GHz}} = 3.89_{-2.98}^{+12.81} \times 10^{-15} D^{-3.9 \pm 0.4} \text{ W m}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1} \quad (\text{gusta sredina}), \quad (5)$$

---

<sup>1</sup> Tipična energija eksplozije supernove je  $E_{\text{SN}} \sim 10^{51} \text{ erg}$ .

dok za Balmer-dominirajuće ostatke koji sačinjavaju dosta skromniji uzorak (samo 5 galaktičkih objekata), a koji se vezuju za retke sredine, dobijaju (retka sredina)

$$\Sigma_{1\text{GHz}} = 1.89^{+4.08}_{-1.29} \times 10^{-16} D^{-3.5 \pm 0.5} \text{ W m}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1} \quad (\text{retka sredina}). \quad (6)$$

Dakle, poređenjem ove dve empirijske relacije, za dve grupe ostataka koje su odabrane po kriterijumu ambijentalne gustine, može se videti da razlika nije samo u koeficijentu  $A$ , već i u nagibu  $\beta$ .

Pred izborom nekoliko teorijski izvedenih  $\Sigma - D$  relacija, ovde će biti korišćena relacija iz Durića i Sivista (Duric & Seaquist, 1986) za ostatke u adijabatskoj fazi

$$\Sigma_{1\text{GHz}}(D) = (3.06 \times 10^{18})^\alpha h(\alpha) x^{5\alpha} E_0^\alpha \rho_0^{1-\alpha} B_0^{1+\alpha} D_0^{\beta+\beta\alpha} f D^{-(\beta+\beta\alpha+3\alpha-1)}, \quad (D \gg 1 \text{ pc}), \quad (7)$$

gde je  $\alpha = 0.5$  spektralni indeks,  $\beta = 2$  eksponent promene magnetnog polja sa prečnikom,  $B_0 = 10^{-3.5}$  G početno magnetno polje,  $D_0 = 3$  pc početni prečnik,  $E_0 = 10^{51}$  erg energija eksplozije,  $f = 0.5$  zapreminski udio ljske u ostaku (debljina ljske je  $\approx 0.2D$ ),  $x = 2.3$  i  $h(\alpha) = 0.1 \times 10^{-37\alpha} (\alpha/0.75) 1.435^{-\alpha} 0.4^{4\alpha}$ . Ambijentalna gustina i prečnik su  $\rho_0$  i  $D$ . Autori ove relacije su za  $\rho_0 = 10^{-24}$  g cm<sup>-3</sup> dobili izraz

$$\Sigma_{1\text{GHz}}(D) = 4 \times 10^{-15} D^{-3.5}, \quad (D \gg 1 \text{ pc}). \quad (8)$$

Ova relacija se može predstaviti kao funkcija ambijentalne gustine  $\rho$  i prečnika  $D$  kao

$$\Sigma_{1\text{GHz}}(\rho, D) = 4 \times 10^{-15} \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^{0.5} D^{-3.5} \quad (9)$$

i takva će se koristiti za izračunavanje površinskog sjaja u simulaciji. Ideja za istraživanje je da se u modeliranoj međuzvezdanoj materiji, sa fraktalnom raspodelom gustine, nasumično postavljaju sfere različitih prečnika (koje predstavljaju ostatke supernovih i tako ćemo ih nadalje nazivati) uz uslov da im centri padaju na mesta visoke gustine (ove gustine smo nazvali "centralne" gustine). Njihov površinski sjaj se dobija iz formule (9), gde se  $\rho$  aproksimira srednjom gustinom unutar sfere. Tehnički detalji vezani za raspodelu ostataka po prečnicima i gustinama su opisani u Odeljku 2 uz svaki od modela međuzvezdane materije, gde će biti predstavljeni i rezultati simulacija.

## 2. Modeli međuzvezdane materije

### 2.1 Model ansambla oblaka (Model 1)

Do danas su već brojni autori istraživali mape međuzvezdanih oblaka različitim metodama, sa ciljem da istraže njihove osobine (Kauffmann et al., 2010a, 2010b; Falgarone et al., 1991). Rezultati ovih istraživanja mogu da ukažu da su osobine molekularnih oblaka turbulentno-fraktalne prirode. To znači da oni nastaju od difuznih oblaka kada se uključe turbulentna kretanja (ne ulazmo u razloge za pojavu takvih kretanja). Njihova struktura je hijerarhijski ustrojena i fragmentisana u oblake koji sadrže svoje podoblake, i tako dalje, uz više nivoa hijerarhije koji nisu jasno razgraničeni. Posmatrana raspodela tih fragmenata po masama, veličinama i gustinama se može opisati stepenim zakonima, koji su, kao što znamo, nezavisni od skale. Ovo važi dok god njihovom

dinamikom dominantno rukovodi turbulentno kretanje, a ne, recimo, sopstvena gravitacija ili neki spoljašnji efekti poput magnetnog polja, itd. Zbog toga postoje skale na kojima oblaci prestaju da budu fraktali, a to su recimo ekstremno zgusnuta jezgra od kojih nastaju protvezde. Skale na kojima se potvrđuje fraktalna struktura su svakako širokog opsega ( $0.01\text{--}100 \text{ pc}$ ,  $10^{-2}\text{--}10^7 M_{\odot}$ ; Elmegreen, 1997). O fraktalnoj strukturi će više reči biti u Odeljku 2.2.

Model koji će prvi biti prikazan u ovom odeljku (nazvaćemo ga Model 1) ne opisuje takvu hijerarhiju u prostornom smislu, jer će oblaci (aproksimirani sferama) ovde imati slučajnu prostornu raspodelu, ali njihove mase i veličine (pa tako i gustine) odgovaraće fraktalnim raspodelama (sve raspodele i relacije su posebno date u Tabeli 2). Radi se o vrlo pojednostavljenom modelu međuzvezdane materije koji može da nam posluži da vidimo kako bi jedna „usrednjena“ (homogenizovana) geometrija međuzvezdane materije (ili molekularnog oblaka, kad bismo pojedinačne fragmente fraktalnih oblaka „razbacali“ podjednako u prostoru) mogla da oblikuje  $\Sigma - D$  relaciju, ako bismo posmatrali ostatke supernovih koji nastaju unutar oblaka (ili tzv. grudvi) različitih gustina. Ovaj model je (za drugu namenu: određivanje emisivnosti takvog ansambla) korišćen kod Kjubika i saradnika (Cubick et al., 2008) da bi se u projekciji takvog 3D modela na ravan dobila takozvana struktura “fraktalnog Braunovog kretanja”. Ovde će biti primenjena dva pristupa: Model A, u kom se posmatra ansambl *molekularnih oblaka* u međuzvezdanoj materiji homogene gustine, i Model B, u kojem sfere predstavljaju raspodelu grudvi unutar jednog velikog molekularnog oblaka. Ova dva pristupa su vrlo slična, s obzirom da pomenute raspodele važe i za molekularne oblake u celini, kao i za fragmente unutar njih samih<sup>2</sup>.

U Modelu 1A se molekularni oblaci aproksimiraju loptama homogene gustine koje su slučajno raspoređene u kutiji dimenzija  $500\times 500\times 500 \text{ pc}$  (bez preklapanja, biće objašnjeno). Polazeći od relacija i raspodela koje opisuju fraktalne osobine materije (Elmegreen & Falgarone, 1996; Cubick et al., 2008), raspodela oblaka po poluprečnicima je opisana funkcijom

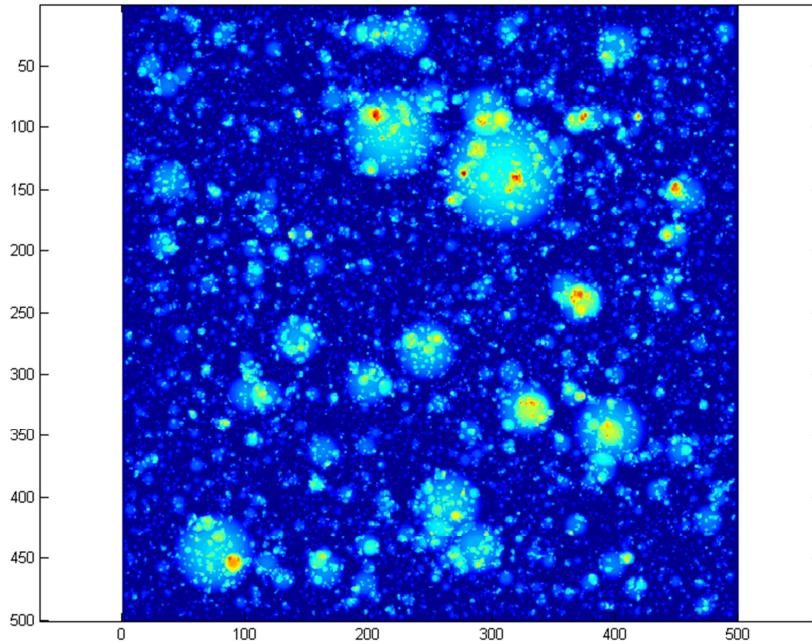
$$n(R) dR = R^{-(1+D_f)} dR \quad (10)$$

gde je  $D_f = 2.3$  prepostavljena zapreminska fraktalna dimenzija oblaka, a poluprečnici mogu biti između 1 i 50 pc. Gustine su računate pomoću masa-radijus relacije  $M \propto R^\kappa$ ,  $\kappa = 2.3$  ( $\kappa = D_f$  je samo koincidencija, Elmegrin i Falgarone (Elmegreen & Falgarone, 1996) navode  $2.2 < \kappa < 2.5$ ), iz čega sledi da gustina oblaka zavisi od njegovog poluprečnika,  $\rho \propto R^{\kappa-3}$ . Minimalni radius oblaka je 1 pc, sa prepostavljrenom gustinom  $10^3 \text{ H}_2 \text{ cm}^{-3}$ , iz čega se dobija formula  $\rho \propto 50R^{-0.7} [M_{\odot} \text{ pc}^{-3}]$ . Ševalijer (Chevalier, 1999) navodi da grudve prečnika  $0.2\text{--}2.2 \text{ pc}$  imaju tipičnu gustinu  $10^3 \text{ H}_2 \text{ cm}^{-3}$ . Ukupan broj oblaka određen je udelom sumirane zapremine oblaka u zapremini kutije, za koji je uzeto  $ff \approx 0.02$  (en. filling factor), što je procenat koji je za molekularne oblake u MZM približno utvrđen posmatranjima (Ferriere, 2001; u literaturi ovaj faktor varira u intervalu  $\sim 0.02\text{--}0.08$ ). Projekcija gustine ovako modelirane sredine (po proizvoljnoj koordinati) je prikazana na Slici 1. Parametri kao što su fraktalna dimenzija i relacija masa-radijus će biti više objašnjeni u Odeljku 2.2.

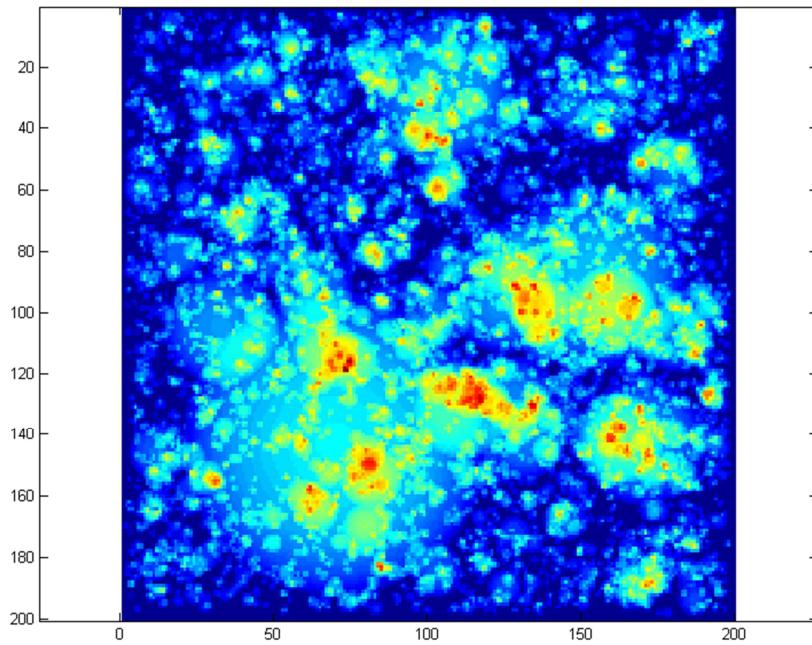
Pušteno je više simulacija za različite parametre. Za gustinu prostora između oblaka su uzimane vrednosti  $\rho_{\text{ICM}} = 0.1, 1 \text{ i } 10 \text{ H}_2 \text{ cm}^{-3}$ , gde ICM (en. *intercloud matter*) označava međuoblačnu

<sup>2</sup> Postoje mišljenja da je čitava međuzvezdana materija, ili barem njen veći deo, fraktalno ustrojena, tj. vodena turbulentnim kretanjima (Elmegreen, 1997).

sredinu (iako u međuoblačnoj sredini nema molekularnog gasa, jedinica je odabrana radi lakšeg upoređivanja), a za dozvoljene gustine oblaka u centrima ostataka (centralne gustine) uzeto je pet logaritamskih opsega između 100 i 1000  $\text{H}_2 \text{ cm}^{-3}$ , tj.  $\log(\rho_c / [\text{H}_2 \text{ cm}^{-3}]) = [2.1 \pm 0.1, 2.3 \pm 0.1, 2.5 \pm 0.1, 2.7 \pm 0.1, 2.9 \pm 0.1]$ .



Slika 1. Model 1A. Na slici je prikazana projekcija gustine (linijska gustina) u kutiji po proizvoljnoj koordinati. Boje (od tamnoplave do crvene) predstavljaju intenzitet linijske gustine (od najmanje do najveće). Na osama su date koordinate u parsecima.



Slika 2. Model 1B. Na slici je prikazana projekcija gustine (linijska gustina) u kutiji po proizvoljnoj koordinati. Boje (od tamnoplave do crvene) predstavljaju intenzitet linijske gustine (od najmanje do najveće). Na osama su date koordinate u parsecima.

Model 1B se razlikuje po tome što je faktor popunjavanja  $ff \approx 0.1$  (gustina nepopunjeno prostora je  $\rho_{\text{ICM}} = 0$  i  $10 \text{ H}_2 \text{ cm}^{-3}$ ; Ševalijer (Chevalier, 1999) navodi  $5 - 25 \text{ H}_2 \text{ cm}^{-3}$  za ovu gustinu, a prazan prostor ( $\rho_{\text{ICM}} = 0$ ) je ostavljen da bi naglasio kontrast gustine između šupljina i grudvi). Dimenzije kutije su  $200 \times 200 \times 200 \text{ pc}$  (veličina molekularnog oblaka je ovako velikih dimenzija zbog velikog broja ostataka (100), tj. da ne bi došlo do narušavanja slučajnosti njihovih pozicija (unutar kutije) u slučaju velikih oblaka kojih ionako ima malo). Faktor popunjavanja je odabran tako da ukupna masa ansambla bude približno jednaka masi koju bi imao oblak zapremine kutije. Projekcija gustine jednog ovakvog oblaka je data na Slici 2. Važno je reći da modeli 1A i 1B ne dopuštaju preklapanje sfera bar u tolikoj meri da centar bilo koje sfere ne sme biti unutar druge sfere, da bi se sačuvao integritet svakog pojedinačnog oblaka/grudve (tamo gde ipak dođe do perifernog preklapanja, gustina u zoni preklapanja je ona koja je veća). Ovaj uslov se *možda* može posmatrati kao vid fraktalne geometrije jer veći/ređi oblaci mogu da se posmatraju kao šupljine u fraktalu, jer šupljine imaju istu raspodelu veličina kao i grudve (o raspodeli šupljina, Elmegreen, 1997). Ovu pretpostavku treba uzeti sa rezervom jer nije dovoljno ispitana, ali može da posluži kao motivacija za istraživanje. Ispitan je i treći podmodel 1C koji je identičan sa 1B, ali sa potpuno slučajnom prostornom raspodelom svih grudvi, dakle, uz dozvoljena preklapanja. Ovaj model je pokazao neznatno ravnije  $\Sigma - D$  relacije i neće biti predstavljen ovde. Sa većim faktorom popunjavanja razlika bi verovatno bila veća, ali taj slučaj nije ispitivan.

Za svaki set parametara, urađeno je 25 simulacija sa po sto ostataka čiji su radijusi odabirani slučajno po logaritamskoj skali dužina između 5 i 50 pc, da bi se dobila ravnomerna raspodela tačaka po  $\log D$  osi na  $\Sigma - D$  dijagramu. Koeficijenti  $A$  i  $\beta$  (iz  $\Sigma - D$  relacije, formula (1)) su određeni kao medijane 25 dobijenih vrednosti, dok su za njihove greške uzete medijane standardnih grešaka za 25 dobijenih vrednosti. Rezultati su prikazani na Slikama 4 i 5 u Odeljku 3.

## 2.2 Model fraktnog oblaka (Model 2)

Za razliku od prethodnog modela molekularnih oblaka gde su oblaci slučajno raspoređene sfere sa homogenim gulinama, u modelu frakalne međuzvezdane materije oblaci su visoko zbijeni i fragmentisani, pa tako postoje oblasti veoma visoke i veoma niske gustine. Zapreminska udeo ovih oblasti je obrnuto proporcionalan njihovoj gustini; što su gušći, oblaci zauzimaju manje prostora u međuzvezdanoj materiji, pa tako ogromnu zapreminu ( $> 80\%$ ) popunjavaju „šupljine“ izrazito niske gustine (skoro „prazan“ prostor, Elmegreen, 1997).

Da bi se simulirala sredina koja je na ovakav način heterogena, u ovom odeljku ćemo pokušati da modeliramo molekularni oblak unutar kojeg postoji hijerarhijska prostorna i gustinska struktura. Kada je reč o frakalnoj strukturi molekularnih oblaka, ona je najbolje definisana frakalnom dimenzijom  $D_f$ , (već pomenutom) funkcijom raspodele oblaka po veličinama  $n(S)dS = S^{-(1+D_f)}dS$  ( $S$  je veličina (skala), a možemo da je shvatimo i kao radijus) i funkcijom raspodele oblaka po masama  $n(M)dM = M^{-(1+D_f/\kappa)}dM$ . Iz ovih raspodela, proizlazi i relacija mase i radijusa  $M \propto S^\kappa$ . Frakalna struktura molekularnih oblaka je umnogome potvrđena posmatranjima. Recimo, površinska frakalna dimenzija, koja se određuje odnosom obima i površine projektovanih oblaka, iznosi  $\sim 1.3$  za oblake na svim raspoloživim skalamama. Takođe, utvrđeno je da u velikom rasponu skala postoji masa-radijus relacija oblika  $M \propto S^\kappa$  i raspodela oblaka po masama  $n(M)dM = M^{-\alpha_M}dM$ , gde je

$1.7 < \alpha_M < 2$  (Ševalijer (Chevalier, 1999) navodi  $1.4 < \alpha_M < 1.9$ ). S obzirom da se radi o stepenim zakonima koji nemaju karakterističnu skalu, može se reći da je fraktalnost međuzvezdanih oblaka oslobođena od skale (makar u rasponu masa  $M \sim 10^{-2}$  do  $10^7 M_\odot$  i rasponu veličina od 0.01 pc do više od 100 pc), što znači da je njihova struktura sama sebi slična u datom rasponu skala (Elmegreen, 1997).

Pojasnićemo malo pojam fraktalne dimenzije pristupom koji je opisan kod Falgarone i saradnika (Falgarone et al., 1991; i njihove reference, Lovejoy, 1982; Mandelbrot, 1977). Kod klasičnih geometrijskih figura, poput kruga ili kvadrata, obim  $P$  i površina  $A$  su u odnosu  $P \propto A^{1/2}$ . Po definiciji, za figuru fraktalne dimenzije  $D_f^{2D}$  (u ravni) ovaj odnos je  $P \propto A^{D_f^{2D}/2}$ , pa je tako za krug i kvadrat  $D_f^{2D} = 1$ , dok bi za ekstremno izuvijane oblike taj broj težio ka 2. Analogno je i u 3D prostoru, odnos između površine objekta i njegove zapremine je  $S \propto V^{D_f^{3D}/3}$ , pa je tako za sferu ili kocku  $D_f^{3D} = 2$ , težeći većoj vrednosti za izuvijane objekte. Iako nije jedinstveno preslikavanje, možemo napisati da je  $D_f^{3D} = D_f^{2D} + 1$ , pa je merenjem površinske fraktalne dimenzije kontura istog sjaja (ili linijskih gustina) projektovanih molekularnih oblaka pretpostavljeno da im je zapreminska fraktalna dimenzija  $D_f = 1.3 + 1 = 2.3$ . Međutim, nema dokaza da su površinska i zapreminska fraktalna dimenzija tako jednoznačno povezane, tj. generalno *ne mora* da znači da su fraktalne dimenzije projektovane strukture i istinske 3D strukture povezane datom relacijom (Sanchez et al., 2005). Pojedini autori tvrde da je zapreminska fraktalna dimenzija molekularnih oblaka viša (pogledati Sančez i sar. (Sánchez et al., 2007),  $2.6 \leq D_f \leq 2.8$ ). Ipak, u ovom radu je  $D_f = 2.3$ .

Recept za modeliranje frakタルnog oblaka je preuzet od Elmegrina (Elmegreen, 1997) i predstavljen je u narednim redovima. Kako bi se stvorila hijerarhijska struktura unutar oblaka, za svaki od  $H$  nivoa hijerarhije se nasumično postavlja  $N$  tačaka unutar kutije dimenzija  $1 \times 1 \times 1$ , čije su pozicije za prvi nivo ( $H=1$ ) po  $x$ -osi  $x_1 = 0.5 + 2(r_1 - 0.5)/L^1$ , za drugi nivo  $x_2 = x_1 + 2(r_2 - 0.5)/L^2$ , za treći  $x_3 = x_2 + 2(r_3 - 0.5)/L^3$ , pa sve do  $x_H = x_{H-1} + 2(r_H - 0.5)/L^H$ , gde su  $r_{i=1 \dots H}$  slučajni brojevi u intervalu  $[0,1]$  za svaku pojedinačnu tačku, a  $L > 1$  je geometrijski faktor sa kojim se deli (linearna) dimenzija prethodnog nivoa kako bi se dobila dimenzija sledećeg nivoa. Na ovaj način, dodeljujući  $N$  pozicija za svaku poziciju iz prethodnog nivoa, ukupan broj tačaka na poslednjem nivou je  $N^H$ . Na isti način se dobijaju pozicije po  $y$ - i  $z$ -osi. Samo tačke sa poslednjeg nivoa se na kraju postavljaju u kutiju. Zapreminska fraktalna dimenzija ovakve frakタルne strukture je data relacijom  $D_f = \log N / \log L$ . Za  $N = 12$  i  $L = 3$  dobija se  $D_f \approx 2.3$ . Broj nivoa  $H$  određuje maksimalni kontrast gustina i za međuzvezdanu materiju on je u intervalu  $H \sim 3 - 6$ .

Koristeći se metodom Sančeza i saradnika (Sánchez et al., 2006), napravljena je procena funkcije gustine verovatnoće za gustinu tačaka u modeliranoj frakタルnoj raspodeli. To je urađeno tako što su podaci (tačke u kutiji) konvoluirani Gausovom kernel funkcijom normalizovanom tako da je integralna gustina verovatnoće 1.

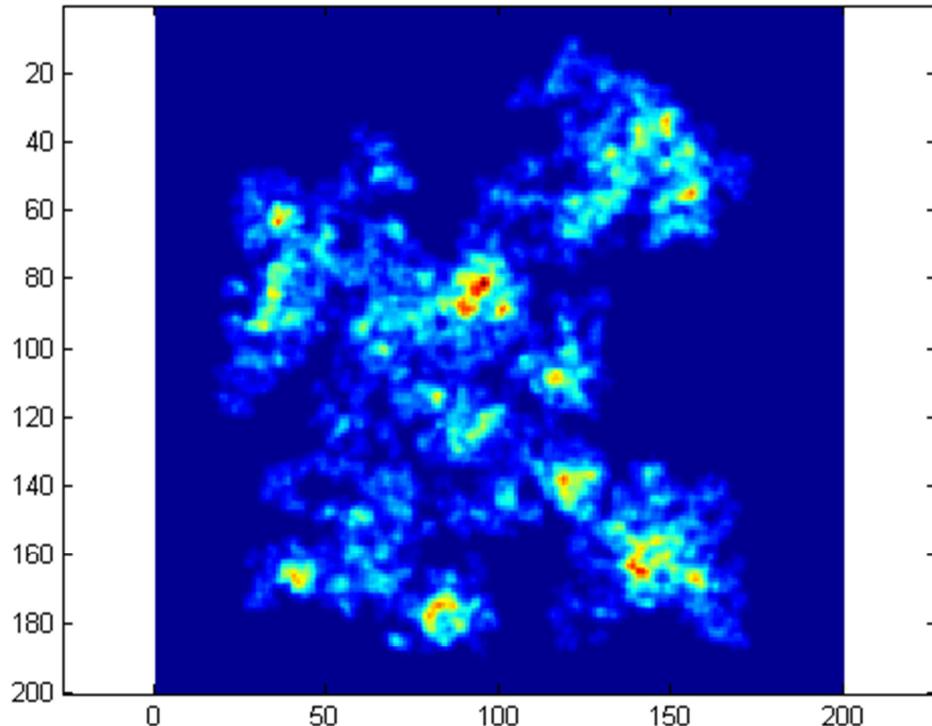
$$f(x_i, y_i, z_i) = \frac{1}{N^H \sigma^3 (2\pi)^{3/2}} \times \sum_{j=1}^{N^H} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \left[ (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2 \right] \right\} \quad (11)$$

gde je parametar  $\sigma$  po uzoru na rad Sančeza i sar. (Sánchez et al., 2006) izabran da bude stoti deo ivice kutije, a  $(x_i, y_i, z_i)$  su koordinate svake ćelije u mreži. Ivica kutije se prethodno skalira na željeni prečnik oblaka u parsecima tako što se koordinate svih tačaka u kutiji množe tim prečnikom.

Rezolucija mreže je 1 pc. Pošto je integralni intenzitet po celom gridu jednak jedinici, množenjem intenziteta svake ćelije sa masom oblaka u masama Sunca (koja se određuje uz pomoć pomenute relacije  $M \propto S^\kappa$ ), dobija se da je intenzitet u svakoj ćeliji grida jednak gustini u  $M_\odot \text{ pc}^{-3}$ . Ovom procedurom modelirali smo skalarno polje gustine fraktalnog molekularnog oblaka, čija projekcija je data primerom na Slici 3. Svi parametri modela i potrebne relacije su dati u Tabelama 1 i 2.

U svakom modeliranom obliku simulirano je 100 ostataka supernovih, tako što su im pozicije centra odabirane slučajno unutar zapremine kutije, uz uslov da padaju u ćelije intenziteta unutar datog opsega gustina. Poluprečnici ostataka su odabirani slučajno po logaritamskoj skali dužina između 5 i 50 pc, da bi se dobila ravnomerna raspodela tačaka po  $\log D$  osi na  $\Sigma - D$  dijagramu. Za ambijentalnu gustinu potrebnu za računanje površinskog sjaja ostatka je uzeta prosečna gustina unutar sfere. Modelirani su oblaci prečnika 50, 100 i 200 parseka, a centralne gustine su u opsezima  $\log(\rho_c / [\text{H}_2 \text{ cm}^{-3}]) = [0.25 \pm 0.25, 0.75 \pm 0.25, 1.25 \pm 0.25, 1.75 \pm 0.25, 2.25 \pm 0.25, 2.75 \pm 0.25]$ . Veliki prečnici oblaka su odabrani da bi se simulirali džinovski molekularni oblaci u kojima se odigrava formiranje zvezda.  $\Sigma - D$  relacije za svaki set parametara su određivane na osnovu 25 simulacija, a koeficijenti  $A$  i  $\beta$  su određeni kao medijane 25 dobijenih vrednosti, dok su njihove greške određene kao medijane standardnih grešaka za 25 dobijenih vrednosti. Rezultati su prikazani na Slici 6 u Odeljku 3.

Svi  $\Sigma - D$  fitovi su dobijani vertikalnom regresijom.



Slika 3. Model 2. Primer modeliranog fraktalnog oblaka prečnika 200 pc. Prikazana je projekcija gustine (linijska gustina) u kutiji po proizvoljnoj koordinati. Boje (od tamnopлавe do crvene) predstavljaju intenzitet linijske gustine (od najmanje do najveće).

Na osama su date koordinate u parsecima.

Parametar	Vrednost	Referenca
$D_f$	2.3	Elmegreen (1997)
$\kappa$	2.3	Elmegreen (1997)
$\sigma$	$0.0025R_{\text{obl}}$	po uzoru na Sánchez et al. (2006)
$N$	12	Elmegreen (1997)
$L$	3	Elmegreen (1997)
$H$	4	Elmegreen (1997)

Tabela 1. Parametri korišćeni u modelima.

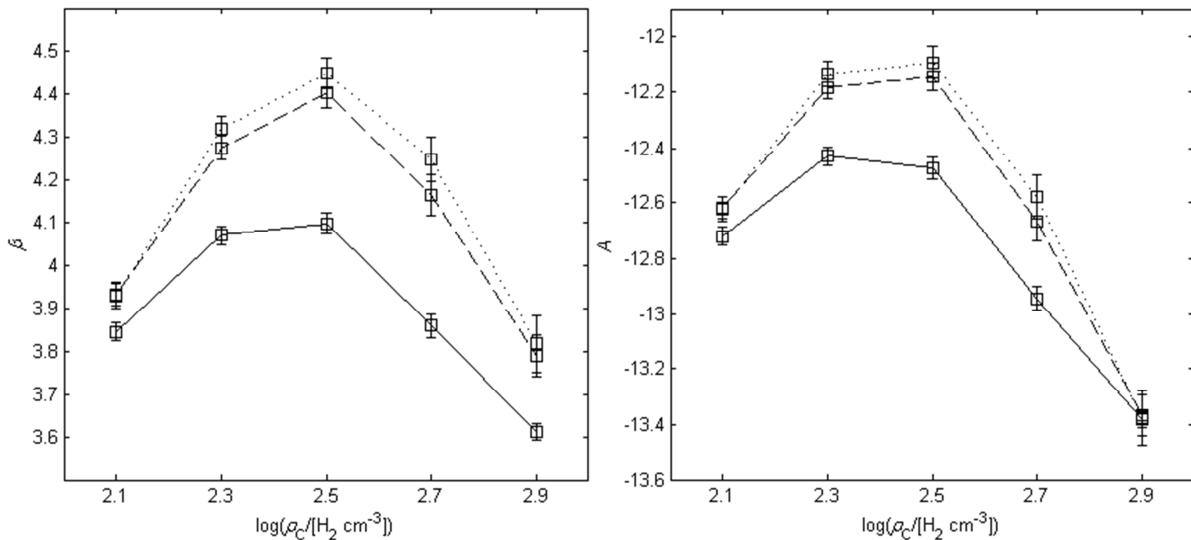
Raspodele / Relacije	Parametrizacija
$n(S) dS = S^{-(1+D_f)} dS$	$n(R) dR = R^{-3.3} dR$
$n(M) dM = M^{-(1+D_f/\kappa)} dM$	$n(M) dM = M^{-2} dM$
$M \propto S^\kappa$	$M = 210R^{2.3}$ ( $M$ u $M_\odot$ , $R$ u pc)
$\rho \propto S^{\kappa-3}$	$\rho = 50R^{-0.7}$ ( $\rho$ u $M_\odot \text{pc}^{-3}$ , $R$ u pc)

Tabela 2. Raspodele i relacije korišćene u modelima.

### 3. Rezultati

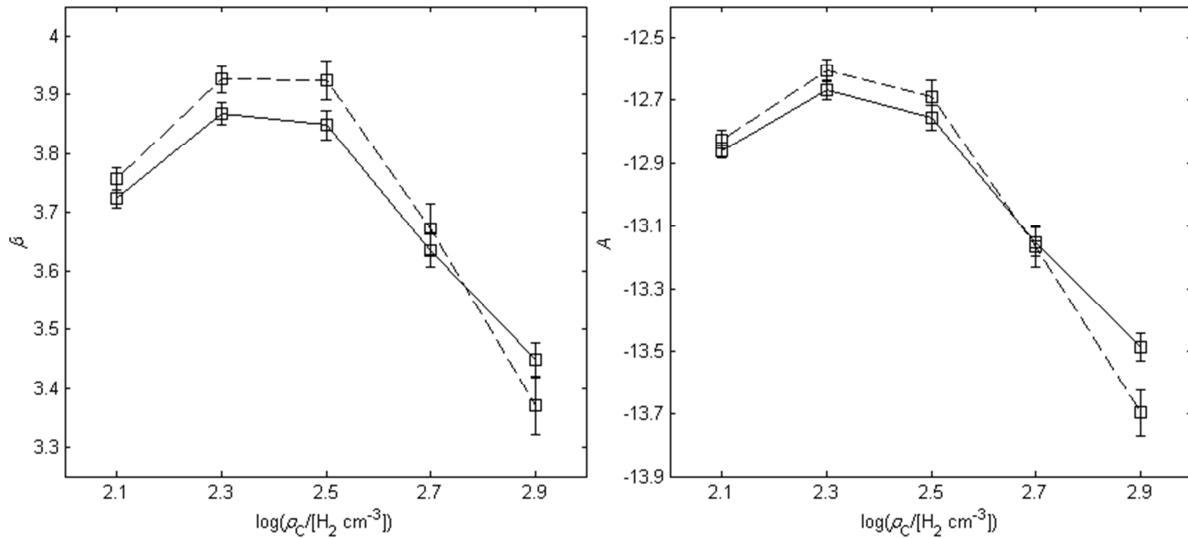
Rezultati Modela 1A su prikazani grafikom na Slici 4. Na  $x$ -osi svih grafika se nalaze opsezi centralnih gustina ostataka (obeležene su tačke na srednjim vrednostima datog logaritamskog opsega), a na  $y$ -osi su odgovarajuće vrednosti nagiba  $\beta$ . Značenja različitih vrsta linija su objašnjena u zaglavlju slike.

Rezultati Modela 1B su prikazani grafikom na Slici 5.



Slika 4. Model 1A. Nagib  $\beta$  (levo) i odsečak  $A$  (desno) vs. centralna gustina (u logaritamskoj skali). Tačkasta, isprekidana i puna linija odgovaraju međuoblačnim gustinama

$$\rho_{\text{ICM}} = 0.01, 0.1 \text{ i } 1 \text{ H}_2 \text{ cm}^{-3}, \text{ respektivno.}$$

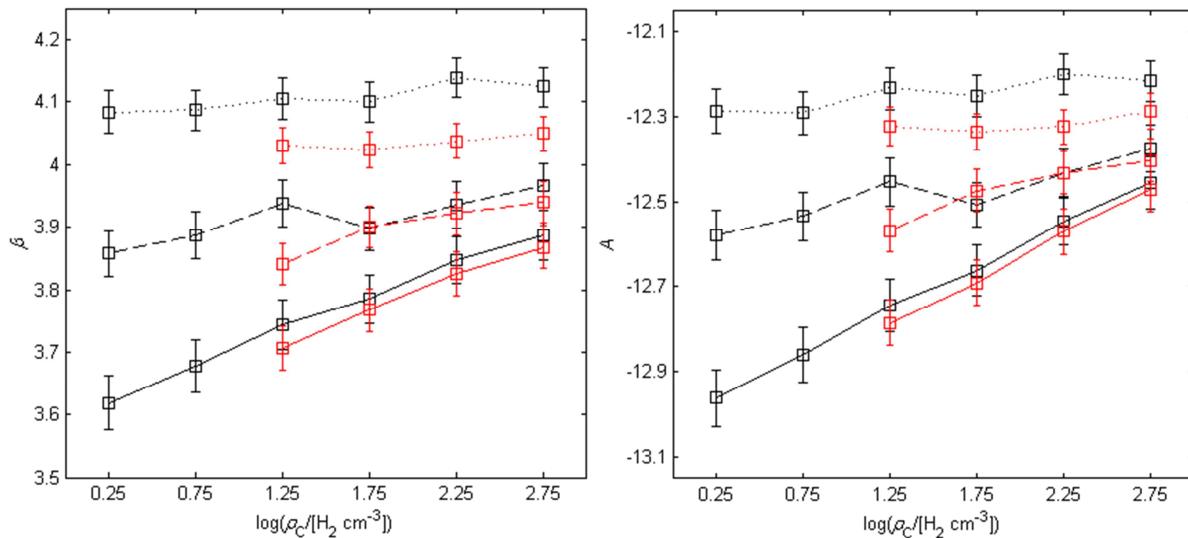


Slika 5. Model 1B. Nagib  $\beta$  (levo) i odsečak  $A$  (desno) vs. centralna gustina (u logaritamskoj skali). Tačkasta, isprekidana i puna linija odgovaraju međuoblačnim gulinama

$$\rho_{\text{ICM}} = 0 \text{ i } 10 \text{ H}_2 \text{ cm}^{-3}, \text{ respektivno.}$$

Zanimljivo je primetiti da u Modelima 1A i 1B nagib  $\beta$  ima maksimum na oko  $200 - 300 \text{ H}_2 \text{ cm}^{-3}$  ( $\log \rho = 10^{2.3} - 10^{2.5}$ ). Za manje centralne gustine nagib se poravnava zbog toga što se ostaci šire u većim zapreminama homogene gustine većih oblaka, a za veće gustine se ostaci šire u prostoru sa puno homogeno raspoređenih malih oblaka, pa se nagib iz istog razloga poravnava.

Rezultati Modela 2 su prikazani na Slici 6.



Slika 6. Model 2. Nagib  $\beta$  (gore) i odsečak  $A$  (dole) vs. centralna gustina (u logaritamskoj skali). Tačkasta, isprekidana i puna linija odgovaraju ivicama kutije 50, 100 i 200 pc, respektivno.

Crne i crvene linije označavaju gustinu praznog prostora između struktura

$$\rho_{\text{ICM}} = 0 \text{ i } 10 \text{ H}_2 \text{ cm}^{-3}, \text{ respektivno.}$$

Na gornjem grafiku Slike 6 vidimo da postoji gotovo linearna zavisnost nagiba u opsegu posmatranih centralnih gustina. Za manje oblaka ove zavisnosti su pomerene na gore, verovatno delom iz razloga što je parametar  $\sigma$  manji pa su centri ostataka za date centralne gustine fizički bliži gušćim regionima, a značajnim delom i zbog toga što ostaci imaju veće šanse da se dobrom delom zapremine prošire izvan oblaka, u retku sredinu koja ga okružuje.

## 4. Diskusija

### 4.1 Osnovanost modela

Razmotrićemo realističnost korišćenih modela. Sa stanovišta fizike ovi modeli su problematični iz prostog razloga jer je metoda kojom se računa površinski sjaj ostatka ekstremno pojednostavljena jer ne uključuje nikakvu teoriju koja bi opisala na koji način ostatak supernove interaguje sa nehomogenom sredinom i obrnuto. Postoje brojna istraživanja na ovu temu (Blandford & Cowie, 1982; Chevalier, 1999) koja bi bilo potrebno uzeti u obzir za realističniji model. Način na koji smo mi računali površinski sjaj ostatka, preko prosečne gustine unutar zapremine ostatka, je takav da bi isti površinski sjaj imao ostatak koji bi se širio u homogenoj sredini iste gustine. U stvarnosti, ta dva ostatka verovatno ne bi imala ni isti površinski sjaj, niti bi dostigla isti prečnik (iako se u ovom radu nismo bavili evolucijom širenja ostataka). Ono što se verovatno sme prepostaviti je da se u fraktalnoj sredini koja je modelirana (u Modelu 2) u svakom ostatku ponavlja sličan „šablon“ nehomogenosti (fraktal je sličan sam sebi na različitim skalama), pa se negativni efekti ove aproksimacije (po kvalitet rezultata) verovatno međusobno potiru do neke mere.

Ako se osvrnemo na dobijene koeficijente  $A$ , vidimo da oni imaju ekstremno visoke vrednosti. To je zato što se radi o veoma gustim sredinama, nekoliko redova veličine iznad vrednosti koje se obično uzimaju u teorijskim izvođenjima. Svakako, ovako visoke vrednosti površinskog sjaja koje dobijamo u našim simulacijama nisu zabeležene ni posmatranjima. Berkusen (Berkhuijsen, 1986) daje gornju granicu za objekte na radio  $\Sigma - D$  dijagramu koja za datu vrednost  $\Sigma$  predstavlja maksimalni opservabilni dijametar (za frekvenciju  $\nu = 1 \text{ GHz}$ )

$$\Sigma_{1\text{GHz}} = 2.51 \times 10^{-14} D^{-3.5} \text{ W Hz}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ sr}^{-1}. \quad (12)$$

Većina tačaka na našim dijagramima su iznad ove prave. Međutim, naša prepostavka da sav materijal učestvuje u zračenju je ionako loša. Neće isti procenat materije dati elektrone za sinhrotronsko zračenje ljske ostatka pri gustinama od, recimo, 0.01 i  $1000 \text{ H}_2 \text{ cm}^{-3}$ . Tu se opet treba vratiti na temu interakcije između udarnog talasa i gustog molekularnog oblaka ili grudve. Moguće je da udarni talas ne kompresuje svu materiju unutar guste grudve (već samo njegov površinski sloj, Blandford & Cowie, 1982), pa samim tim taj region ne može da učestvuje u potpunosti u sinhrotronskom zračenju. Kada se iz kalkulacije za gustinu naših ostataka izbace regioni koji imaju prekomernu gustinu (recimo, veću od  $1000 \text{ H}_2 \text{ cm}^{-3}$ ), ovaj efekat smanjuje odsečke  $A$  (za oblak prečnika 50 pc, za pola reda veličine), ali nagibi  $\beta$  ostaju gotovo nepromjenjeni.

U ovim simulacijama sve zvezde progenitori su identične (uslovno rečeno, jer nismo modelirali zvezde nego ostatke supernovih), a po mestu nastanka njihovih supernovih tumačimo da su u

pitanju masivne zvezde (centri ostataka su u gustim sredinama). U realnosti, međutim, ne bismo mogli da zanemarimo uticaj koji takve zvezde imaju na svoju okolinu. Ako imamo masivnu zvezdu u gustoj sredini, onda bi trebalo uzeti u obzir da zvezde određenih spektralnih klasa značajno utiču na okolnu međuzvezdanu materiju u toku čitavog svog života, pa tako, recimo, O zvezde imaju dovoljno zračenje i snagu vетра da očiste više od 15 parseka oko sebe od molekularnog materijala (i do  $\sim 28$  pc, Chevalier, 1999), što bi značajno izmenilo  $\Sigma - D$  dijagrame u našoj simulaciji, bar u delu manjih prečnika ostataka, za takve zvezde. Sa druge strane, postoje indicije da u gustoj sredini ostaci mnogo ranije ulaze u radijativnu fazu (referenca), što bi moglo da utiče na izgled dijagrama u domenu većih prečnika. Treba još napomenuti da iako se supernove očekuju u gušćoj sredini, teško da se one dešavaju baš u jako malim molekularnim oblacima (koji nisu mesta rađanja zvezda), pa je tako pitanje koliko rezultati Modela 1A i 1B imaju smisla.

Može se pretpostaviti da je Model 2 najrealniji model međuzvezdane materije, ali odsustvo međusobnog uticaja između ostataka supernovih i materije je slaba tačka ovog istraživanja. Naravno, ni međuzvezdani oblaci u prirodi nisu savršeni fraktali, jer su oblikovani magnetnim poljima i upravo uticajem koji supernove i zvezdani vetrar imaju na njih.

#### 4.2 Geometrijski aspekti Modela 2 i njegova primena na ostale teorijske $\Sigma - D$ relacije

Ovde bi trebalo dati komentar o određenim osobinama fraktnog oblaka i njihovom uticaju na  $\Sigma - D$  relaciju. Kao što je već rečeno, prosečna gustina u fraktalu opada sa skalom kao

$$\rho \propto S^{D_f - 3} \quad (13)$$

što direktno proizlazi iz relacije masa-radijus. Drugim rečima, prosečna gustina fragmenta unutar fraktala stepeno opada (za  $D_f < 3$ ) sa povećavanjem skale fragmenta (kada se sa podfragmenta popnemo na fragment u višem nivou hijerarhije). To znači da po definiciji za naš fraktni oblak imamo zavisnost od prečnika

$$\rho \propto D^{-0.7}. \quad (14)$$

Ova relacija podleže lokalnim varijacijama u fraktalu i formalno se može napisati

$$\rho \propto D^{-0.7-\delta}. \quad (15)$$

Varijacija eksponenta,  $\delta = \delta(\rho_c) \sim \pm 0.6$  (koji je za  $\rho_c$  u bliskim oblastima oko lokalnih maksimuma gustine u fraktalu veći od nule), je taj od koga zavisi promena nagiba  $\Sigma - D$  u našem modelu. Kada se relacija (15) ubaci u teorijsku  $\Sigma - D$  relaciju dobija se

$$\Sigma(D) \propto \rho^{0.5} D^{-3.5} \propto (D^{-0.7-\delta})^{0.5} D^{-3.5} \Rightarrow \Sigma(D) \propto D^{-3.85-\delta}, \quad (\delta_1 = 0.5\delta), \quad (16)$$

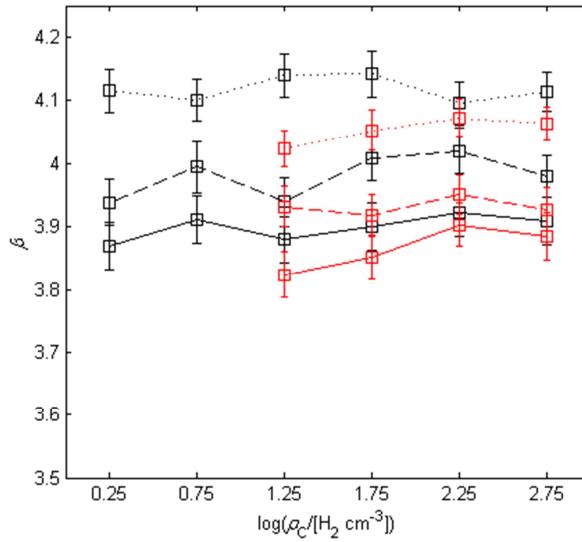
pa za korištene centralne gustine imamo  $\delta_1 \sim \pm 0.3$ . Iz ovog postaje jasno da koju god teorijsku  $\Sigma - D$  relaciju da smo koristili, u kojoj je dat površinski sjaj  $\Sigma(\rho, D) \propto \rho^\eta D^{-\beta_0}$ , simulacijama sa Modelom 2 bismo dobili

$$\Sigma(D) \propto \rho^\eta D^{-\beta_0} \propto D^{-0.7\eta - \beta_0 - \eta\delta}, \quad (17)$$

$$\beta = \beta_0 + \eta(0.7 + \delta). \quad (18)$$

Zašto smo izabrali baš  $\Sigma - D$  relaciju iz rada Đurića i Sikvista (Duric & Seaquist, 1986)? Najjednostavnije obrazloženje je jer je pogodna za ovakvo ispitivanje, tj. zavisi od korena gustine i ima dovoljno optimalan nagib da rezultujući eksponent  $\beta$  ne odstupa ekstremno od posmatranih vrednosti (pogledati empirijsku relaciju (5), Pavlović et al, 2013). Pored toga, daje parametrizovanu jednačinu sa poznatim  $A$  i  $\beta$  (jednačina (8)). Berežko i Felk (Berezhko & Völk, 2008) su fazu Sedova podelili na ranu i poznu, bez jasne granice u prečniku, pri čemu rana faza ne zavisi od gustine, a pozna ima oblik  $\Sigma \propto \rho^{0.75} D^{-2}$  što bi u našem modelu rezultiralo relacijom  $\Sigma \propto D^{-2.525-\delta_2}$  ( $\delta_2 \sim \pm 0.45$ ). Teorijska relacija iz Pavlović et al. (2013) za starije ostatke ( $v_s \ll 7000 \text{ km s}^{-1}$ , što odgovara  $D \gg 1 \text{ pc}$ ; Duric & Seaquist, 1986) ima oblik  $\Sigma \propto \rho^{1.75} D^{-4.25}$ , čime bi se dobila vrlo strma relacija  $\Sigma \propto D^{-5.475-\delta_3}$  ( $\delta_3 \sim \pm 1.05$ ). U ovom radu je izvedena i relacija  $\Sigma \propto D^{-5.75}$ , ali ona važi samo za mlade ostatke ( $v_s \gg 7000 \text{ km s}^{-1}$ , što odgovara  $D \ll 1 \text{ pc}$ ).

Trebalo bi dati komentar na određivanje parametra  $\sigma$  u Modelu 2. Od ovog parametra prilično zavise dobijeni rezultati. Konvolucijom modeliranih tačaka u kutiji Gausovom raspodelom trebalo bi da se dobije kontinuirana raspodela gustine verovatnoće njihove raspodele u svakoj celiji mreže. Ovaj broj ne sme biti preveliki da ne bi nepotrebno homogenizovao fraktal i time uticao na njegove osobine, a ne sme biti ni premali jer se onda gubi sama poenta konvolucije. On je izabran da bude sličnog reda veličine kao kod Sančeza i saradnika (Sanchez et al., 2006), i delom po „osećaju“. Ono što je bitno je da, ako se on smanji ispod određene vrednosti, rezultati simulacija iz Modela 2 teže ka graničnim vrednostima koje su date na Slici 7, na grafiku koji predstavlja identičan model kao i Model 2, samo sa graničnom vrednošću za  $\sigma$  ( $0.001R_{\text{obl}}$ ) ispod koje rezultati ostaju isti. Za ove vrednosti rezultujućeg nagiba  $\beta$  možemo reći da su maksimalne za date parametre.



Slika 7. Model 2,  $\sigma = 0.001R_{\text{obl}}$ . Na slici je prikazana zavisnost nagiba  $\beta$  od centralne gustine  $\rho_C$ .

## 5. Zaključak

Cilj ovog istraživanja je bio da se pokaže kako na nagib  $\Sigma - D$  relacije utiče promenljiva gustina sredine u kojoj ostatak evoluira. Ove zavisnosti su date na graficima u Odeljku 3 (Rezultati). Značajan rezultat je da je ovaj uticaj *kvalitativno* pokazan. U okviru pretpostavki razmotrenog

modela evidentno je da se neki strmiji empirijski nagibi u odnosu na teorijske mogu delom objasniti uvođenjem strukture gustine okoline u kojoj ostaci supernovih evoluiraju. Međutim, čak iako smo dosta diskutovali o nesavršenosti korišćenih modela, treba ipak napomenuti da svi dobijeni rezultati za nagibe ulaze unutar greške za empirijsku relaciju koju su dobili Pavlović i saradnici (2013), za galaktičke ostatke supernovih u kontaktu sa molekularnim oblacima

$$\Sigma_{\text{1 GHz}} = 3.89_{-2.98}^{+12.81} \times 10^{-15} D^{-3.9 \pm 0.4} \text{ W m}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}.$$

Autori su ovu relaciju dobili ortogonalnom regresijom koja inače daje malo strmije nagibe.

Mogu se izvući sledeći zaključci:

- Prepostavlja se da Model 2 jedini od tri korišćena dobro opisuje fraktalnu prirodu molekularnih oblaka.
- U fraktalnom obliku, nagib  $\Sigma - D$  raste sa gustom u kojoj je ostatak nastao.
- Maksimalno  $\beta$  (dobijeno vertikalnom regresijom) usled ovih efekata ne može biti veće od  $\beta \approx 4.2$ , za korišćenu  $\Sigma - D$  relaciju i veličine oblaka (za Model 2).
- Za razvijeniji model bi trebalo proučiti znanja o prolasku udarnog talasa kroz nehomogenu sredinu.

## 6. Literatura

- Arburina B., Urošević D., MNRAS, 360, 76-80, 2005
- Arbutina B. et al., MNRAS, 350, 346-350, 2004
- Bandiera R., „*Supernova Remnants: A Review*“, SIF, Bologna, 2001
- Berezhko E. G., Völk H. J., A&A 427, 525–536, 2004
- Berkhuijsen E. M., A&A, 166, 257-270, 1986
- Blandford R. D., Cowie L. L., ApJ, 260:623-634, 1982
- Chevalier R. A., 511:798-811, 1999
- Cubick M. et al., A&A, 488, 623–634, 2008
- Duric N., Seaquist E. R., ApJ, 301:308-311, 1986
- Elmegreen B. G., ApJ, 477:196-203, 1997
- Elmegreen B. G., Falgarone E., ApJ, 471:816-821, 1996
- Falgarone E. et al., ApJ 378:186-201, 1991
- Ferriere K. M., „*The Interstellar Environment of our Galaxy*“, 2001
- Kauffmann J. et al, ApJ, 712:1137-1146, 2010
- Kauffmann J. et al, ApJ, 716:433-445, 2010
- Pavlović M. et al., ApJS, 204:4, 2013
- Sanchez N. et al., ApJ, 625:849-856, 2005
- Sanchez N. et al., ApJ, 641:347-356, 2006
- Sanchez N. et al., ApJ, 656:222-226, 2007
- Shklovsky I. S., 1960, AZh, 37(3), 369-610, 1960
- Stutzky J. et al., A&A, 336, 697-720, 1998
- Urošević D., Milogradov-Turin J., „*Teorijske osnove radio-astronomije*“, Matematički fakultet, Beograd, 2007
- Urošević D. et al., A&A, 435, 437-447, 2005
- Urošević D. et al., ApJ, 719:950-957, 2010
- Vink J., „*Supernova Remnants: An Indroductory Review*“, IAU Symposium, Vol. 218, 2004
- Vukotić B. et al., MNRAS, 440, 2026-2035, 2014

## **Biografija**

Rođen 17. jula 1985. godine u Novom Sadu. Pohađao osnovnu školu „Petefi Šandor“ i gimnaziju „Svetozar Marković“ u Novom Sadu. Osnovne akademske studije astronomije na Departmanu za fiziku, PMF, UNS, završio 2012. godine.

UNIVERZITET U NOVOM SADU  
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET

KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA

*Redni broj:*

**RBR**

*Identifikacioni broj:*

**IBR**

*Tip dokumentacije:*

**TD**

Monografska dokumentacija

**TZ**

Tekstualni štampani materijal

**Vrsta rada:**

**VR**

Master rad

*Autor:*

**AU**

*Mentor:*

**MN**

*Naslov rada:*

**NR**

srpski (latinica)

**JP**

srpski/engleski

**JL**

Srbija

*Zemlja publikovanja:*

**ZP**

Vojvodina

**UGP**

2015

**GO**

Autorski reprint

**IZ**

*Mesto i adresa:*

**MA**

Prirodno-matematički fakultet, Trg Dositeja Obradovića 4, Novi Sad

**FO**

*Naučna oblast:*

**NO**

*Naučna disciplina:*

**ND**

*Predmetna odrednica/ ključne reči:*

**PO**

**UDK**

*Čuva se:*

Biblioteka departmana za fiziku, PMF-a u Novom Sadu

**ČU**

*Važna napomena:*

nema

**VN**

*Izvod:*

**IZ**

*Datum prihvatanja teme od NN veća:*

**DP**

*Datum odbrane:*

**DO**

*Članovi komisije:*

**KO**

*Predsednik:*

Dr Dejan Urošević

*član:*

Dr Tijana Prodanović

*član:*

Dr Dušan Mrđa

*član:*

Dr Branislav Vukotić

UNIVERSITY OF NOVI SAD  
FACULTY OF SCIENCE AND MATHEMATICS

KEY WORDS DOCUMENTATION

*Accession number:*

**ANO**

*Identification number:*

**INO**

*Document type:*

**DT**

Monograph publication

**TR**

Textual printed material

*Content code:*

**CC**

Final paper

**AU**

*Mentor/comentor:*

**MN**

*Title:*

**TI**

*Language of text:*

**LT**

Serbian (Latin)

**LA**

English

*Country of publication:*

**CP**

Serbia

**LP**

Vojvodina

*Publication year:*

**PY**

2015

*Publisher:*

**PU**

Author's reprint

*Publication place:*

**PP**

Faculty of Science and Mathematics, Trg Dositeja Obradovića 4, Novi Sad

**PD**

5/182/32/0/71/0/3

*Scientific field:*

**SF**

*Scientific discipline:*

**SD**

*Subject/ Key words:*

**SKW**

**UC**

*Holding data:*

**HD**

Library of Department of Physics, Trg Dositeja Obradovića 4

*Note:*

**N**

none

*Abstract:*

**AB**

*Accepted by the Scientific Board:*

**ASB**

*Defended on:*

**DE**

*Thesis defend board:*

**DB**

*President:* Dr Dejan Urošević

*Member:* Dr Tijana Prodanović

*Member:* Dr Dušan Mrđa

*Member:* Dr Branislav Vukotić