UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO-MATEMATIČKI
FAKULTET
DEPARTMAN ZA FIZIKU

Barotropne nestabilnosti u fluidima

- diplomski rad -

Mentor:

prof. dr. Imre Gut

Kandidat:

Marina Ćurčić

Novi Sad, 2007.

Sadržaj

	Uvod …………………………………..………………	2
1.	Jednačine za plitke fluide ………………………...………	3
2.	Barotropna nestabilnost	4
2.1	Uslov za barotropnu nestabilnost	4
2.2	Granične vrednosti fazne brzine	8
2.3	Primer	10
3.	Numeričko rešavanje-conour dynamics	13
4.	Opis numeričkog modela	18
4.1	Analiza rezultata	20
5.	Eksperiment	38
6.	Zaključak	43
	Literatura	44

Ovom prilikom bih želela da se zahvalim svim svojim prijateljima koji su bili uz mene sve ove godine. Posebno se zahvaljujem svojim koleginicama Jeleni Matić i Ivani Cvijanović, sa kojima sam provela najviše vremena tokom studija, što su znale da me saslušaju kad je potrebnno, pomognu i nasmeju čak i kad je bilo teško.

Zahvaljujem se kolektivu prirodno-matematičkog fakulteta, odsek fizika, smer meteorologija, a posebno svom mentoru prof. dr. Imretu Gut na podršci, strpljenju i pomoći prilikom izrade ovog diplomskog rada.

Posebnu zahvalnost dugujem svojoj porodici koja mi je pomogla da ostvarim svoj cilj. Najviše sam zahvalna svom ocu kojem posvećujem ovaj rad, jer je sve vreme imao bezuslovno poverenje u mene.

Uvod

U prirodi se, ne toliko često, javljaju barotropni Kelvin-Helmholcovi talasi koji su karakteristika za velike prostorne razmere. Da bi došlo do njihovog formiranja potrebno je da budu ispunjeni određeni uslovi. jedan od tih uslova je da fluid bude slojevit, pri čemu je u svakom sloju pritisak funkcija samo gustine. Nepromenljivost pritiska sa visinom je, upravo, odlika barotropne atmosfere. Baratropni uslovi se javljaju kako u atmosferi tako i u većim vodenim masama. Pored Kelvin-Helmholcovih talasa u bartropnoj atmosferi može da dođe i do formiranja gravitacionih, gravitaciono-inercijalnih, Tajlerovih i Rozbijevih talasa.

Slika 1.1: Kelvin-Helmholcovi talasi u atmosferi

Impozantne veličine i veličanstveni oblici stvorenih talasa nas je potaklo da se bolje upoznamo sa mehanizmom njihovog stvaranja. U radu je dat teoretski model talasa nastalih barotropnim nestabilnostima, za koje su se ispitivali uslovi za brzinu formiranja i razvoja nestabilnosti. Kako se tečne sredine pokazuju kao sredine u kojima se isti efekat iz atmosfere popjavljuje u mnogo manjim prostornim razmerama, eksperimentalno prikazivanje stvaranja talasa je izvedeno u tečnoj sredini, i to u rotirajućoj vodi.

1. Jednačine za plitke fluide

Za opisivanje stanja atmosfere i hidrosfere u meteorologiji se koristi osnovni sistem jednačina. To je sistem nelinearnih parcijalnih diferencijalnih jednačina koji je praktično nemoguće rešiti analitički. Rešavanje ovih jednačina je moguće samo aproksimativnim metodom, tj. rešenja se mogu tražiti samo za idealizovane atmosferske probleme.

Radi lakšeg rešavanja osnovnog sistema jednačina u radu je korišćen *sistem jednačina za plitke fluide*. Pretpostavlja se da je dno ravno i horizontalno, da je fluid homogen i nestišljiv, i da horizontalne komponente brzine $\boldsymbol{v}$ ne zavise od visine.

Sistem jednačina koje opisuju kretanje svakog delića sredine u Dekartovom koordinatnom sistemu predstavljaju dve jednačine II Njutnovog zakona, barometarska jednačina i jednačina kontinuiteta:

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}-fv=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial x} \tag{1.1}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}+fu=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial y} \tag{1.2}$$

$$0=-\frac{\partial p}{\partial z} \tag{1.3}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0, \tag{1.4}$$

gde su u,v i w komponente brzine, t je vreme, f je Koriolisov parametar, ρ_0 je gustina sredine i p je pritisak. U jednačini kontinuiteta (1.4) poslednji član sa desne strane se izjednačuje sa nulom, jer i on isto mora biti nezavistan od visine z, stoga u daljem radu izostavljamo taj član. I posmatraćemo profil zonalnog vetra, tj. $u=\bar{u}(y)$, $v=0$.

U ovom radu ćemo posmatrati atmosferu gde je gustina funkcija samo pritiska. Takva atmosfera se naziva **barotropna atmosfera**. I smatraćemo da su horizontalne razmere mnogo veće od vertikalnih, tako da je gore navedena aproksimacija opravdana.

Talasna rešenja jednačina kretanja mogu da imaju amplitudu koja je konstantna u vremenu ili rešenja kod kojih amplituda eksponencijalno raste, što je osobina stabilnosti, odnosno nestabilnosti atmosfere, respektivno.

2. Barotropna nestabilnost

2.1 Uslov za barotropnu nestabilnost

Da bismo došli do uslova zbog kojih dolazi do nestbilnosti u homogenom fluidu, koristićemo tzv. *metod poremećaja*. Ovim metodom se dobijaju linearne jednačine, koje se relativno lako rešavaju. Sve zavisno promenljive veličine se pretstave u obliku zbira jednog dela koji se zove osnovno stanje, i drugug koji se zove poremećaj. Poremećaj pretstavlja odstupanje od stvarne vrednosti posmatrane veličine od vrednosti koja je uzeta za osnovno stanje. Veličine *u*, *v* i *p* u našem slučaju se mogu izraziti u obliku:

$$u = \bar{u}(y) + u'(x, y, t) \tag{2.1}$$

$$v = v'(x, y, t) \tag{2.2}$$

$$p = \bar{p}(y) + p'(x, y, t) \tag{2.3}$$

gde su u' i p' poremećenja, koja su mnogo manjeg reda veličine od osnovnog stanja $\bar{u}$ i $\bar{p}$. Kada se metod poremećaja primeni na osnovni sistem jednačina i posle sređivanja dobijamo sistem:

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial u'}{\partial x} + v'\frac{d\bar{u}}{dt} - (f_0 + \beta_0 y)v' = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p'}{\partial x} \tag{2.4}$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial v'}{\partial x} + (f_0 + \beta_0 y)u' = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p'}{\partial y} \tag{2.5}$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} = 0 \tag{2.6}$$

Gde je Koriolisov parametar napisan u obliku $f = f_0 + \beta_0 y$, β_0 je tzv. beta parametar i iznosi $\beta_0 = 2 \times 10^{-11} m^{-1} s^{-1}$. Uz gore navedene aproksimacije i u slučaju zonalnog vetra zadovoljena je geostrofska ravnoteža:

$$(f_0 + \beta_0 y)\bar{u}(y) = -\frac{1}{\rho_0}\frac{d\bar{p}}{dy} \tag{2.7}$$

Poslednje jednačine možemo zapisati preko strujne funkcije ψ, definisane preko:

$$u' = -\frac{\partial \psi}{\partial y} \ \text{i} \ v' = +\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

Kada jednačinu (2.5) diferenciramo po *x*-u, a jednačinu (2.4) diferenciramo po *y*-u, i nakon oduzimanja jednačine (2.4) od jednačine (2.5), desna strana jednakosti će se izjednačiti sa nulom i dobija se jedna jednačina:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)\nabla^2\psi + \left(\beta_0 - \frac{d^2\bar{u}}{dy^2}\right)\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \tag{2.8}$$

Jednačina (2.8) može da se napiše i u obliku koji kao zavisno promenljivu sadrži amplitudu $\phi(y)$:

$$\frac{d^2\phi}{dy^2} - k^2\phi + \frac{\beta_0 - d^2\bar{u}/dy^2}{\bar{u}(y) - c}\phi = 0 \tag{2.9}$$

Gde je c zonalna brzina prostiranja talasa $c = \omega/k$, gde je k talasni broj, a ω frekvencija. Jednačina ovog tipa se zove *Rejlijeva jednačina*. Rešenje jednačine za strujnu funkciju (2.8) tražimo u talasnom obliku:

$$\psi(x,y,t) = \phi(y)\exp[i(kx - \omega t)], \quad \text{ili} \tag{2.10}$$

$$\psi(x,y,t) = \phi(y)\exp[ik(x - ct)] \tag{2.10a}$$

Jednačina (2.9) je nehomogena diferencijalna jednačina drugog reda. Za njeno rešavanje potrebno je definisati granične uslove.

Za granične uslove se pretpostavlja da nema transporta mase kroz severnu i južnu granicu posmatrane oblasti. Kako nema priliva ni oticanja fluida, *v'* je na granicama jednak nuli, te i strujna funkcija mora biti konstantna. To je moguće samo ukoliko je:

$$\phi(y = 0) = \phi(y = L) = 0 \,.$$

U opštem slučaju vrednosti fazna brzina c može biti realna i imaginarna, tj,

$$c = c_r + ic_i$$

U zavisnosti od toga da li je c realno ili imaginarno ćemo znati da li je rešenje stabilno ili nestabilno. Kada je fazna brzina kompleksna sa pozitivnim imaginarnim delom, vidimo iz (2.8) da će amplituda poremećenja eksponencijalno rasti sa vremenom. Rešenje je tada nestabilno.

Do potrebnog uslova za nestabilnost se može doći matamatičkim putem. Ukoliko jednačinu (2.9) pomnožimo sa ϕ^*[1] i integralimo po domenu *y*-a od *0* do *L*, dobijamo:

$$-\int_0^L \left(\left| \frac{d\phi}{dy} \right|^2 + k^2 |\phi|^2 \right) dy + \int_0^L \frac{\beta_0 - d^2\bar{u}/dy^2}{\bar{u} - c} |\phi|^2 dy = 0 \tag{2.11}$$

Posle integracije, imaginarni deo je:

$$c_i \int_0^L \left(\beta_0 - \frac{d^2\bar{u}}{dy^2} \right) \frac{|\phi|^2}{|\bar{u} - c|^2} dy = 0 \tag{2.12}$$

Moguća su dva rešenja ove jednačine. Ili je c_i jednak nuli ili je integral jednak nuli. Ukoliko je c_i jednako nuli, nema eksponencijalnog rasta amplitude poremećaja (jednačina (2.10a)), i osnovna struja ostaje stabilna. Međutim, ako je c_i različito od nule, onda integral mora biti jednak nuli u nekom trenutku, tj, da bi postojala nestabilna rešenja potrebno je da $\beta - d^2\bar{u}/dy^2$ menja znak barem jednom u oblasti *0<y<L*. Dakle, *potreban* uslov za nestabilnost je da jednakost:

$$\beta - \frac{d^2\bar{u}}{dy^2} = 0\,, \tag{2.13}$$

bude ispunjena barem jednom u posmatranoj oblasti; ili, drugim rečima da apsolutna vrtložnost osnovne struje $f - d^2\bar{u}/dy^2$ negde ima ekstremnu vrednost.

Ovaj uslov za nestabilnost možemo dopuniti ukoliko uzmemo u obzir i realni deo intagrala (2.11), koji možemo zapisati u obliku:

$$\int_0^L (\bar{u} - c_r) \left(\beta_0 - \frac{d^2\bar{u}}{dy^2} \right) \frac{|\phi|^2}{|\bar{u} - c|^2} dy = \int_0^L \left(\left| \frac{d\phi}{dy} \right|^2 + k^2 |\phi|^2 \right) dy \tag{2.14}$$

U slučaju nestabilnosti videli smo da integral (2.11) mora biti jednak nuli. Množeći ga sa $(c_r - \bar{u}_0)$, gde je $\bar{u}_0$ neka realna konstanta i dodajući rezultat jednačini (2.14) (desna strana jednačine je uvek pozitivna i veća od nule), dobijamo nejednakost:

$$\int_0^L (\bar{u} - \bar{u}_0) \left(\beta_0 - \frac{d^2\bar{u}}{dy^2} \right) \frac{|\phi|^2}{|\bar{u} - c|^2} dy > 0\,. \tag{2.15}$$

---

[1] kompleksno konjugovana vrednost od ϕ

Ova nejednakost zahteva da izraz:

$$(\bar{u}-\bar{u}_0)\left(\beta_0-\frac{d^2\bar{u}}{dy^2}\right), \tag{2.16}$$

bude pozitivan u bar jednom trenutku u posmatranom domenu. Kako ovaj uslov važi za bilo koju vrednost konstante $\bar{u}_0$, moralo bi i da važi i ako je $\bar{u}_0$ zavisno od *u(y)*, gde je $\beta-d^2\bar{u}/dy^2$ jednako nuli.

Dakle, *potrebni uslovi* za nestabilnost su da je izraz $\beta-d^2\bar{u}/dy^2$ jednak nuli u bar jednom trenutku u posmatranom domenu i da (2.15), bude pozitivno bar jednom u posmatranoj oblasti.

2.2 Granične vrednosti fazne brzine

Ukoliko je struja fluida nestabilna, kojom brzinom će poremećaj rasti? Na ovo pitanje ćemo pokušati u ovom delu da odgovorimo, uzimajuči prvo, radi jednostavnosti, u obzir *f*-ravan, $\beta_0 = 0$.

U cilju dobijanja jednostavnijih jednačina, uvodi se nova promenljiva *a*, takva da je *a=a(y)*, pa se amplituda može zapisati u obliku:

$$\phi = (u - c)a\,,$$

i uzmemo ubzir da je $\beta_0 = 0$, jednačina (2.9) se tada transformiše u:

$$\frac{d}{dy}\left[(u - c)^2 \frac{da}{dy}\right] - k^2 (u - c)^2 a = 0\,. \tag{2.17}$$

Granični uslovi za *a* su isti kao i za ϕ, tj, *a(0)=a(L)=0*.

U slučaju nestabilnog talasa, koji posmatramo, fazna brzina *c* ima imaginarni deo različit od nule i vrednost *a* je različita od nule i komplekna. Posle množenja jednačine (2.17) sa konjugovano kompleksnim *a** i integraljenja nad domenom *0<y<L*, dobijamo jednačinu čiji su realni i imaginarni deo, respektivno:

$$\int_0^L \left[(u - c_r)^2 - c_i^2\right] P dy = 0 \tag{2.18a}$$

$$\int_0^L (u - c_r) P dy = 0\,, \tag{2.18b}$$

gde je $P = |da/dy|^2 + k^2 |a|^2$ pozitivan i različit od nule.

Iz jednačine (2.18b) se direktno vidi da $(u - c_r)$ mora da se izjednači sa nulom negde u posmatranoj oblasti da bi jednakost važila, što govori da se vrednosti realnog dela fazne brzine nalaze između minimalne i maksimalne vrednosti brzine osnovne struje *u(y)*.

$$U_{\min} < c_r < U_{\max}\,. \tag{2.19}$$

U fizičkom smislu to znači da talasni poremećaj u nestabilnom fluidu mora putovati istom brzinom kao i osnovna struja u bar jednom trenutku na datom domenu. Upravo na tom mestu talas “uzima” energiju od osnovne struje, na čiji račun dalje raste.

Mesto gde je vrednost fazne brzine jednaka sa brzinom osnovne struje se zove *kritični nivo*.

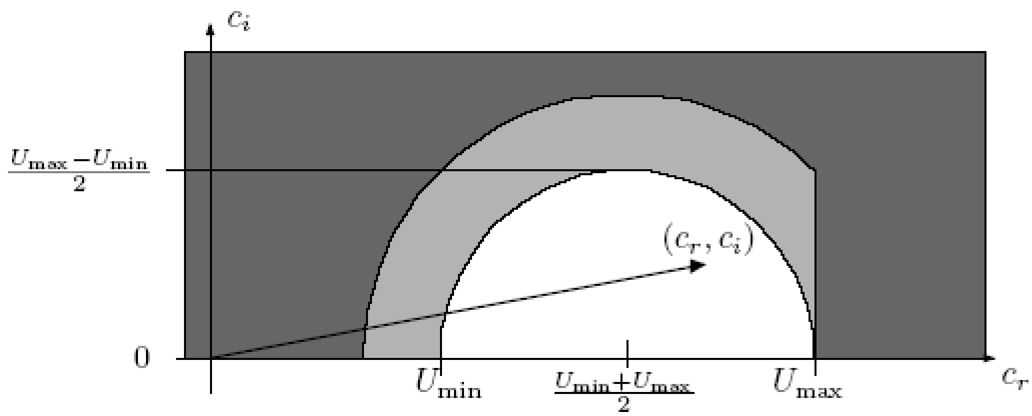
Sad kad znamo koje su granice za realni deo fazne brzine, da vidimo koje su za imaginarni deo.

Uz gore navedene granice za realni deo fazne brzine se dobije nejednakost:

$$\left[\left(c_r - \frac{U_{\min} + U_{\max}}{2}\right)^2 + c_i^2 - \left(\frac{U_{\max} - U_{\min}}{2}\right)^2\right]\int_0^L P dy \le 0 . \qquad (2.20)$$

Vrednost P je uvek pozitivna i veća od nule, te stoga mora biti zadovoljen uslov:

$$\left(c_r - \frac{U_{\min} + U_{\max}}{2}\right)^2 + c_i^2 \le \left(\frac{U_{\max} - U_{\min}}{2}\right)^2 . \qquad (2.21)$$



Slika 2.1: Semi-kružna teorema

Ova nejednakost nalaže da, u komleksnoj ravni, broj $c_r + ic_i$ leži u krugu čiji je centar u tački $\left((U_{\min} + U_{\max})/2, 0\right)$, a prečnika $(U_{\max} - U_{\min})/2$. Nas zanima samo poremećaj talasa koji raste sa vremenom, tj. kada je c_i pozitivno, stoga ćemo posmatrati samo gornju polovinu kruga, kao što je prikazano na slici 2.1. Dobijeni rezultat se zove *Howard-ova semi-kružna* teorema.

Iz nejednakosti (2.21), kao i sa slike 2.1 se može zaključiti da je granična vrednost za imaginarni deo fazne brzine c_i :

$$c_i \le \frac{U_{\max} - U_{\min}}{2} . \qquad (2.22)$$

2.3 Primer

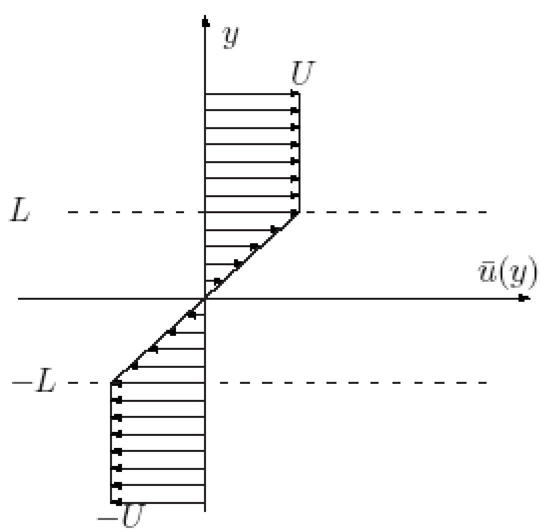
Brzina porasta amplituda poremećenja će biti različita u zavisnosti od njihovih talasnih dužina. U opštem slučaju se može očekivati da će samo u nekom opsegu talasnih dužina talasi biti nestabilni, i da će maksimalnu brzinu porasta, tj. maksimalnu nestabilnost, imati talasi određene talasne dužine. Da bi dobili tu talasnu dužinu pojednostavićemo izvođenje, posmatraćemo fluid u *f*-ravni, sa granicama slika 2.2:

$$y < -L: \quad \bar{u} = -U, \quad \frac{d\bar{u}}{dy} = 0, \quad \frac{d^2\bar{u}}{dy^2} = 0 \tag{2.23a}$$

$$-L < y < +L: \quad \bar{u} = \frac{U}{L}y, \quad \frac{d\bar{u}}{dy} = \frac{U}{L}, \quad \frac{d^2\bar{u}}{dy^2} = 0 \tag{2.23b}$$

$$+L < y: \quad \bar{u} = +U, \quad \frac{d\bar{u}}{dy} = 0, \quad \frac{d^2\bar{u}}{dy^2} = 0, \tag{2.23c}$$

gde je *U* pozitivna konstanta, koja pretstavlja brzinu kretanja fluida:



Slika 2.2: idealizovan profil plitkog fluida kod koga se sreću uslovi za nestabilnost

Kako se vrednost *y* povećava, prvi izvod brzine se menja od nule do pozitivne vrednosti i ide opet u nulu, što znači da je drugi izvod brzine pozitivan na prvoj granici (*y*=-*L*), a negativan na drugoj (*y*=+*L*). Ovim je zadovoljen prvi uslov za nestabilnost da

$d^2\bar{u}/dy^2$ menja znak na domenu. Uz granične uslove (2.23) i zadat profil brzine kod kojeg je $\bar{u}_0 = 0$ izraz (2.15) postaje:

$$-\bar{u}\,\frac{d^2\bar{u}}{dy^2}\,, \tag{2.24}$$

tako da je i drugi uslov, da izraz (2.24) bude pozitivan bar na jednom delu domena zadovoljen, zato što $d^2\bar{u}/dy^2$ ima suprotan znak od $\bar{u}$ na svim ganicama profila. Dakle, uslovi za nestabilnost su zadovoljeni.

Uz gore navedene granične uslove jednačina (2.9) sada postaje:

$$\frac{d^2\phi}{dy^2} - k^2\phi = 0\,, \tag{2.25}$$

i ima rešenje tipa *exp(+ky)* i *exp(-ky)*. Da bi se jednačina rešila treba odrediti po dve konstante integracije za svaki deo domena, tj. potrebno je odrediti šest graničnih uslova.

Pretpostavlja se da amplituda ϕ nestaje za velike vrednosti y (zanemarljivo je mala za sinoptičke razmere), tj:

$$\phi(-\infty) = \phi(+\infty) = 0\,. \tag{2.26}$$

Zatim, na granicama $y = \pm L$, mora da bude sačuvan kontinuitet meridionalnalnog profila brzine $\bar{u}(y)$, pa zbog toga i ϕ mora biti kontinualno:

$$\phi(-L-\varepsilon) = \phi(-L+\varepsilon) \text{ i } \phi(+L-\varepsilon) = \phi(+L+\varepsilon)\,, \tag{2.27}$$

za male vrednosti ε. Ako primenimo ove granice na jednačinu (2.9):

$$\int_{\pm L-\varepsilon}^{\pm L+\varepsilon}\left[(\bar{u}-c)\frac{d^2\phi}{dy^2} - k^2(\bar{u}-c)\phi - \frac{d^2\bar{u}}{dy^2}\phi\right]dy = 0\,, \tag{2.28}$$

vidimo da izraz:

$$(\bar{u}-c)\frac{d\phi}{dy} - \frac{d\bar{u}}{dy}\phi\,, \tag{2.29}$$

mora biti kontinualan za *y*=-*L* i *y*=+*L*.

Kada primenimo ovih šest uslova dodijamo homogen sistem jednačina kojim se određuju konstante integracije. Netrivijalno rešenje je oblika:

$$\frac{c^2}{U^2} = \frac{(1 - 2kL)^2 - \exp(-4kL)}{(2kL)^2}. \tag{2.30}$$

Vidimo da je fazna brzina c funkcija talasnog broja k i talasnih parametara U i L. Vrednost c^2 može biti pozitivna ili negativna. Ako je pozitivna, c je realno i poremećaj neće rasti. Međutim, ako je c^2 negativno, c je imaginarno i poremećaj će eksponencijalno rasti. Dakle, ako je $c^2 = 0$ (što je granica između stabilnih i nestabilnih talasa), iz izraza (2.30) dobijamo da je $kL = 0.639$, tj. *kritični talasni broj* ima vrednost $k=0.639/L$, ili *kritična talasna dužina* $2\pi/k = 9.829/L$. Ove kritične vrednosti razdvajaju stabilne od nestabilnih talasa.

Talasi manjih talasnih dužina $kL > 0.639$ putuju bez povećanja amplitude, dok su talasi većih talasnih dužina $kL < 0.639$ nestabilni i njihova amplituda eksponencijalno raste sa vremenom.

3. Numeričko rešavanje-contour dynamics

U meteorologiji se osim analitičkog rešavanja mnogo češće pribegava numeričkom rešavanju. Jedan od numeričkih metoda je *contour dynamics* metod. Ovaj metod je prvi koristio Norman Zabusky (1979). Jedna od karakteristika barotropne atmosfere je nepromenljivost vetra sa visinom, tj. vertikalna komponenta brzine je jednaka nuli. Mi posmatramo rotirajući sistem gde se kružna(ugaona) brzina *w* može pretstviti preko rotora (vrtložnosti) koji je definisan na sledeći način:

$$\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}=w\,. \tag{3.1}$$

Za delić male površine *ds* koji posmatramo važi jednakost:

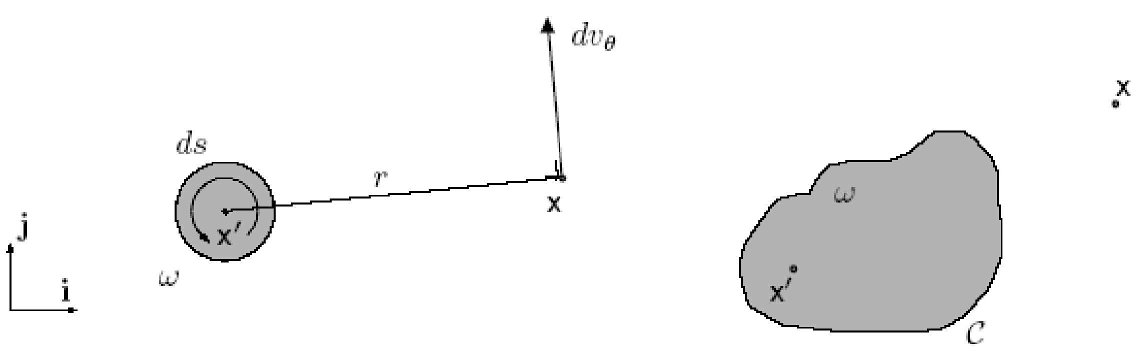
$$2\pi r d v_\theta = w ds \tag{3.2}$$

Gde je $r=\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2}$, v_θ je brzina okolnog fluida van delića, (levi deo slike 3.1), ili ako napišemo u vektorskoj notaciji:

$$d\vec{u}=\frac{w}{2\pi r}\frac{\vec{k}\times(\vec{x}-\vec{x}')}{r}ds\,. \tag{3.3}$$

Gde je $\vec{k}$ jedinični vektor z-oravca, a $\vec{u}$ je vektor brzine, $\vec{u}=\vec{i}\,u+\vec{j}v$. Kako je *w* funkcija od *x* i *y*, integracija se vrši na sledeći način (levi deo slike 3.1):

$$\vec{u}(x,y)=\frac{1}{2\pi}\iint w(x',y')\frac{\vec{k}\times(\vec{x}-\vec{x}')}{r^2}dx'dy'\,. \tag{3.4}$$



Slika 3.1: delić površine ds koji rotira ugaonom brzinom w (levi deo slike); integracijom po konturi C koja rotira ugaonom brzinom w će se dobiti polje brzine

Ovim je ustanovljena zavisnost horizontalne komponente brzine od ugaone brzine. Ako pretpostavimo da imamo delić konstantne ugaone brzine, komponente brzine su:

$$u(x, y) = \frac{w}{2\pi} \iint \frac{-(y - y')}{(x - x')^2 + (y - y')^2} dx'dy' \tag{3.5a}$$

$$v(x, y) = \frac{w}{2\pi} \iint \frac{(x - x')}{(x - x')^2 + (y - y')^2} dx'dy' . \tag{3.5b}$$

Kako je:

$$\phi = \ln\left[\frac{(x - x')^2 + (y - y')^2}{L^2} \right], \tag{3.6}$$

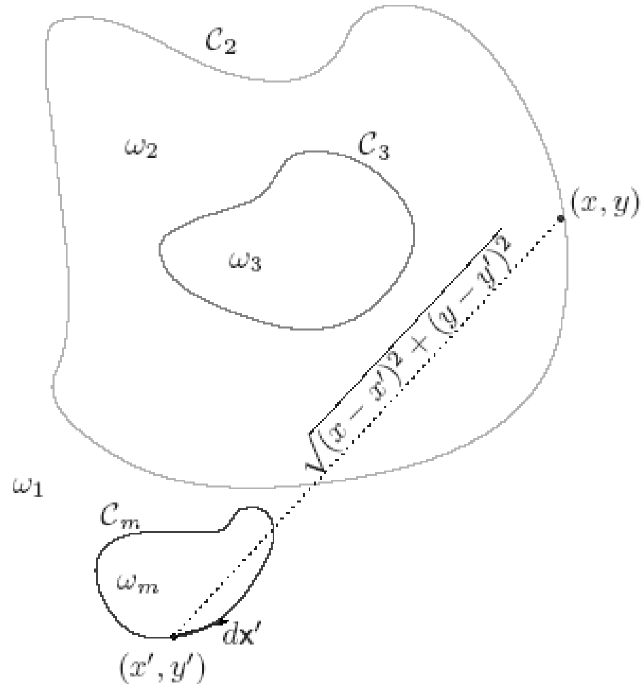
možemo zapisati komponente brzine na sledeći način:

$$u(x, y) = \frac{w}{4\pi} \iint \frac{\partial \phi}{\partial y'} dx'dy' = -\frac{w}{4\pi} \oint_C \phi dx' \tag{3.7a}$$

$$v(x, y) = \frac{w}{4\pi} \iint -\frac{\partial \phi}{\partial x'} dx'dy' = -\frac{w}{4\pi} \oint_C \phi dy' . \tag{3.7b}$$

Integrljenje se vrši po konturi C koja rotira konstantnom ugaonom brzinom w (desni deo slike 3.1). Međutim, šta se događa ako imamo više rotirajućih delića u neposrednoj blizini, ili pak, ako je neki delić sadržan u drugom, (slika 3.2)?

Kada je prisutno više rotirajućih delića moramo uzeti u obzir doprinos svakog posebnog delića. Malo je teži posao ako je jedan delić u potpunosti sadržan u drugom. U ovom slučaju (slika 3.2) je delić ugaone brzine w_3 sadržan u deliću ugaone brzine w_2. Kada računamo intagral delića w_2, integral mora da se računa iz dva dela. Prvi deo se računa po konturi C_2 koja rotira u smeru suprotnom od kazaljki na satu, i drugi po konturi C_3 koja rotira u smeru kazaljki na satu. Potom mora da se ponovi integracija delića w_3, ali ovog puta po konturi koja rotira u suprotnom smeru od kazaljki na satu. Na kraju se dobija jedna integracija po konturi C_3 koja rotira u smeru suprotnom od kazaljki na satu ugaonom brzinom $\delta w_3 = w_3 - w_2$.



Slika 3.2: kada je prisutno više rotirajućih delića mora se uzeti u obzir doprinos svakog od njih; za ovaj slučaj je ugaona brzina $\delta w_3 = w_3 - w_2$, *za konturu* C_3

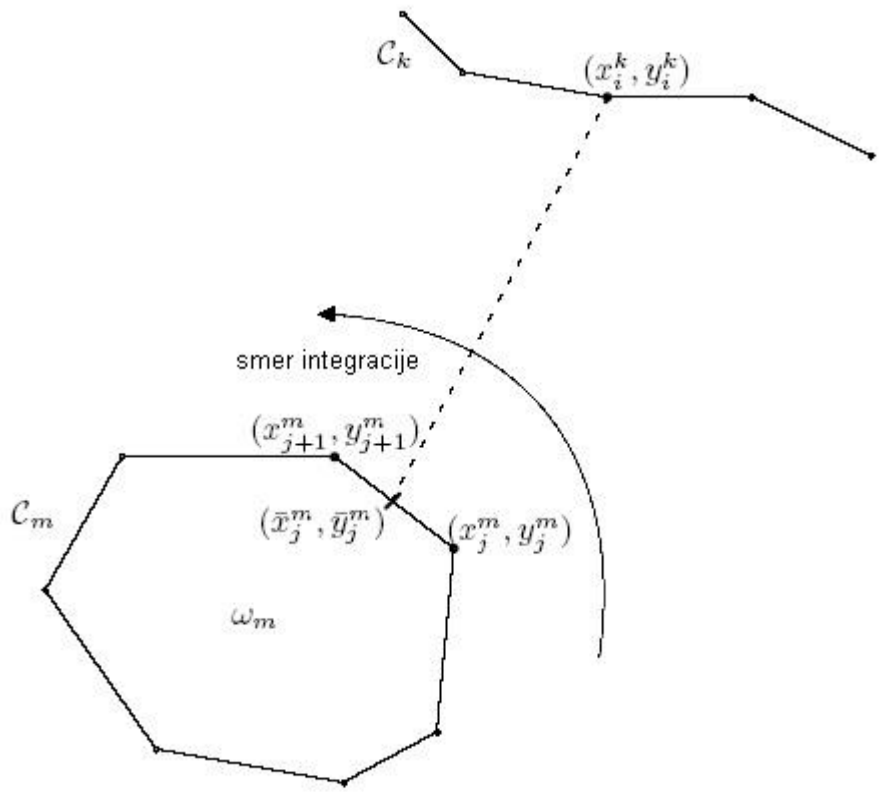
U opštem slučaju bez obzira na broj kontura, konačna vrednost brzine je:

$$\vec{u}(x, y) = -\frac{1}{4\pi} \sum_m \delta w_m \oint_{C_m} \ln\left[\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2}{L^2}\right] d\vec{x}' . \tag{3.8}$$

Do sada smo samo našli vezu između brzine i ugaone brzine delića. Da bi videli šta će se dešavati sa delićem dalje, moramo rešiti jednačinu za ugaonu brzinu. Međutim, kako posmatramo izolovan delić u fluidu, njegova ugaona brzina se neće menjati, ali zato granice hoće, ili oblik konture. Upravo zbog toga je ovaj metod nazvan *contour dinamics*.

Jednačine tipa jednačine (3.8) je teško rešiti analitičkim putem, dok je numeričkim mnogo lakše. Diskretizacija će se izvršiti na taj način što ćemo konturu podeliti na male deliće, tako da se integral svodi na sumu doprinosa svih delića.

Kontura delića *k* se sastoji od x_i^k, y_i^k tačka. Prilikom diskretizacije integrala moramo obratiti pažnju na singularitete kada se tačka *(x,y)* koju računamo nalazi na konturi po kojoj se integrali. Singularitete ćemo izbeći na taj način što ćemo uzimati u obzir tačku koja se nalazi između tačke *i* i *i+1*, (slika 3.3).



Slika 3.3: *korščenjem tačaka na m-toj konturi čije su koordinate* $\left[\left(x_j^m + x_{j+1}^m\right)/2, \left(y_j^m + y_{j+1}^m\right)/2\right]$ *prilikom diskretzacije kružnog integrala se izbegavaju singulariteti*

Za svaku tačku x_i^k, y_i^k na konturi k mogu se odrediti parcijalni uticaji druge konture, I_m za uticaj po x koordinati, a J_m za y koordinatu.

$$I_m\left(x_i^k, y_i^k\right) = \sum_{j=1}^{N} \ln\left[\frac{\left(x_i^k - \bar{x}_j^m\right)^2 + \left(y_i^k - \bar{y}_j^m\right)^2}{L^2}\right]\left(x_{j+1}^m - x_j^m\right) \tag{3.9a}$$

$$J_m\left(x_i^k, y_i^k\right) = \sum_{j=1}^{N} \ln\left[\frac{\left(x_i^k - \bar{x}_j^m\right)^2 + \left(y_i^k - \bar{y}_j^m\right)^2}{L^2}\right]\left(y_{j+1}^m - y_j^m\right), \tag{3.9b}$$

gde su: $\bar{x}_j^m = \dfrac{x_{j+1}^m + x_j^m}{2}$, $\bar{y}_j^m = \dfrac{y_{j+1}^m + y_j^m}{2}$.

Zatvarnje konture se vrši na sledeći način:

$$x_{N+1}^{m} = x_1 \text{ i } y_{N+1}^{m} = y_1 \tag{3.10}$$

Vidimo da nema singulariteta u izrazu (3.9); jer kada je *m* jednako sa *k* i *j* je jednako sa *i*, tako da je podintegralna funkcija uvek različita od nule. I konačno, kada smo izračinali položaje svih tačaka na konturi, brzinu ćemo izračunati na sledeći način:

$$u\left(x_i^k, y_i^k\right) = -\frac{1}{4\pi}\sum_m \delta w_m I_m\left(x_i^k, y_i^k\right) \tag{3.11a}$$

$$v\left(x_i^k, y_i^k\right) = -\frac{1}{4\pi}\sum_m \delta w_m J_m\left(x_i^k, y_i^k\right). \tag{3.11b}$$

Naime, svaka tačka i na svakoj konturi *k* se može pomerati u vremenu, tj. brzina svake tačke je:

$$\frac{dx_i^k}{dt} = u\left(x_i^k, y_i^k\right) \tag{3.12a}$$

$$\frac{dy_i^k}{dt} = v\left(x_i^k, y_i^k\right). \tag{3.12b}$$

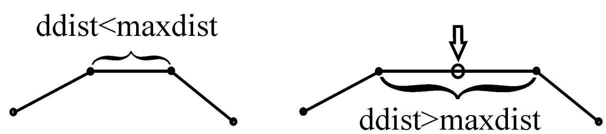
Diferenciranje po vremenu se može izvršiti nekom od metoda konačnih razlika, koje su rađene u sklopu redovnog kursa iz nastavnog predmeta dinamička meteorologija II.

4. Opis numeričkog modela

Da bi videli kako se menja kontura delića u barotropnom fluidu, napravljen je program u Matlab-u. Ovim programom je 2D Ojlerov pristup zamenjen 1D Lagranžovim pristupom. Jer, umesto da pratimo delić na njegovom putu, mi posmatramo kako se menja kontura delića koji je definisan u određenom broju tačaka.

Kada program jednom izračuna vrednosti tačaka on ih zapisuje u matricu i ponavlja računanje onoliko puta koliko zadamo.

Urađen je pristup sa konstantnim brojem tačaka i pristup sa promenljivim brojem tačaka, *ip*. Naime, *ip* je broj tačaka kojim se opisuje zatvorena kontura. U pristupu sa promenljivim brojem tačaka, sam program ubacuje nove tačke. Nove tačke se ubacuju kada razdaljina između dve tačke, ddist, postane veća od zadate vrednosti, maxdist. Maxdist je definisan kao eta*ddist. Ubacivanje novih tačaka mreže može da se uradi na više načina: linearnim ubacivnjem tačaka, polinomijalnim fitom... U programu je korišćen linearni fit .



Urađena je simulacija u slučaju prstena i u slučaju više rotirajućih delića, vrtloga. Ukoliko želimo da radimo sa prstenom na početku programa treba da stoji ***itest*=3**, a za odvojene deliće treba da stoji ***itest*=4**.

Parametri koji su korišćeni u programu za prsten dati su u *tabeli I*, a za odvojene konture, vrtloge u *tabeli II*.

naziv parametra	oznaka	brojna vrednost
broj tačaka	ip	30
debljina prstena	deblj=d	Promenljivo
korak u vremenu	dt	0.5
broj talasa	nlobes	Promenljivo
broj prstenova	KM	2
oblik figure-krug	rat	1
frekventnost zapisa rezultata	nfreq	1
broj računskih koraka (iteracija)	ntot	100
konstanta	eta	1.2

Tabela I: parametri koji su korišćeni u programu contourdyn za prsten

Kao što se vidi iz tabele u zavisnosti od naših interesovanja, možemo menjati sve parametre.

naziv parametra	oznaka	brojna vrednost
broj tačaka	ip	30
razdaljina između centara delića	ddist	Promenljivo
korak u vremenu	dt	0.5
broj delića	KM	Promenljivo
oblik figure-krug	rat	1
frekventnost zapisa rezultata	nfreq	1
broj računa programa	ntot	100
konstanta	eta	2

Tabela II: parametri koji su korišćeni u programu za odvojne deliće

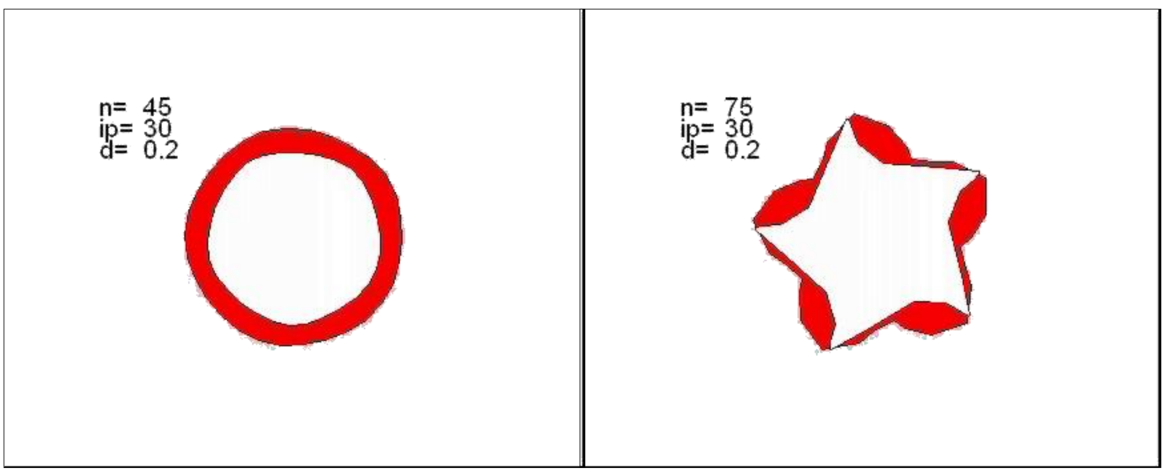
Kao i u slučaju sa prstenom i ovde možemo menjati parametre u zavisnosti od naših interesovnja. Međutim, kod ovog dela programa postoji još jedna veličina koja nije uzeta za konstantu, kao što je slučaj sa prstenom. To je poluprečnik rotirajućih delića ***r***. Naime kod prstena smo uzeli poluprečnik kao konstantu, dok ćemo kod vrtloga menjati vrednosti poluprečnika. Vrednosti poluprečnika se menjaju u samom programu.

4.1 Anliza rezultata

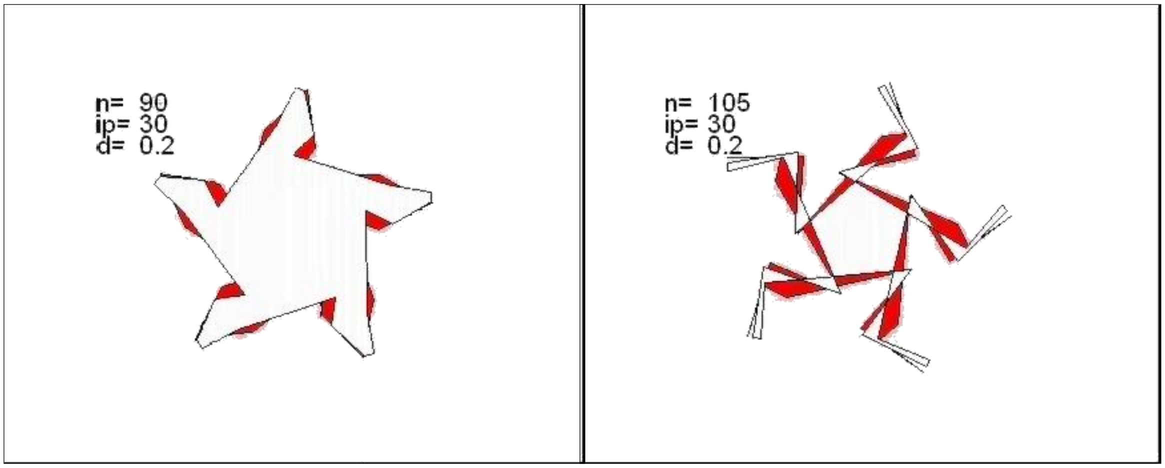
U ovom radu je urađena analiza za prsten i za rotirajuće deliće, vrtloge. Svaki prsten i vrtlog je definisan konstantnim brojem tačaka *ip*, koji će se povećavti kod programa sa promenljivim brojem tačaka. Kod prstena je upoređivana zavisnost nestabilnosti od debljine prstena i analizirano je kada će doći do razvoja nestabilnosti[2] u zavisnosti od broja talasa za konstantnu debljinu. Kod odvojenih rotirajućih kontura je analizirana zavisnost nestabilnosti od broja kontura, zatim je posmatrano kada će doći do nestabilnosti u zavisnosti od razdaljine kontura za konstantne prečnike.

Analiza je rađena za profil sa promenljivim brojem tačaka iz tog razloga što su ubacivanjem novih tačaka izbegnuti oštri uglovi kao što se može videti na slici 4.1 . na slici je prikazan prsten debljine 0.2. Iz podataka sa slike vidimo da se broj tačaka *ip* ne menja sa porastom iteracija, tako da se oštri uglovi pojavljuju već od 75-te iteracije, posle čega se prsten deformiše u toj meri da nije pogodan za analizu.

Slike koje se ovde vide su isečene iz filma koji se dobije puštanjem programa *contour dinamics*. Celi film je priložon na CD-u.



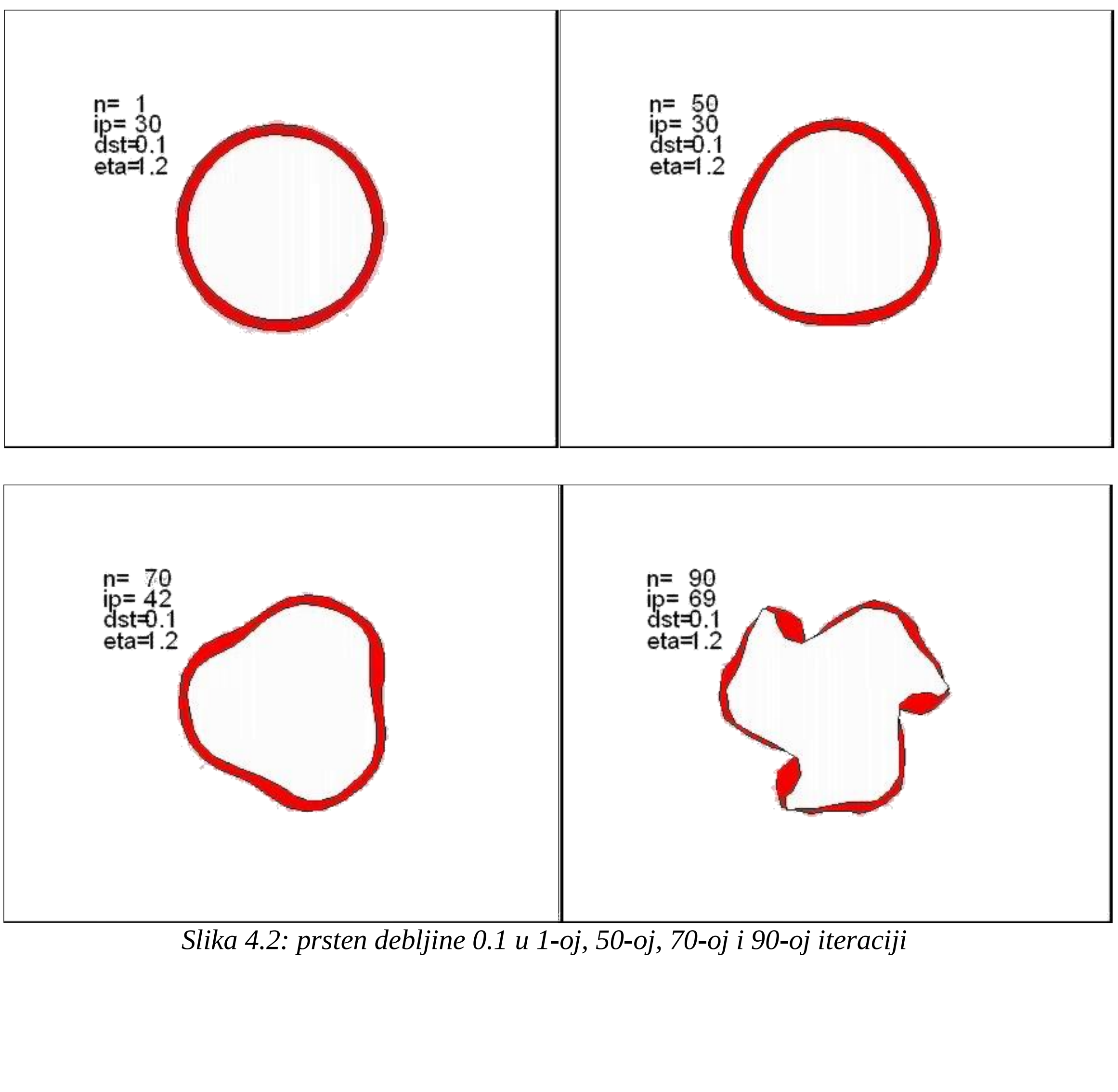
[2] Za trenutak razvijene nestabilnosti se uzima situacija kada talas zauzima ugao od 90° naspram početnog stanja



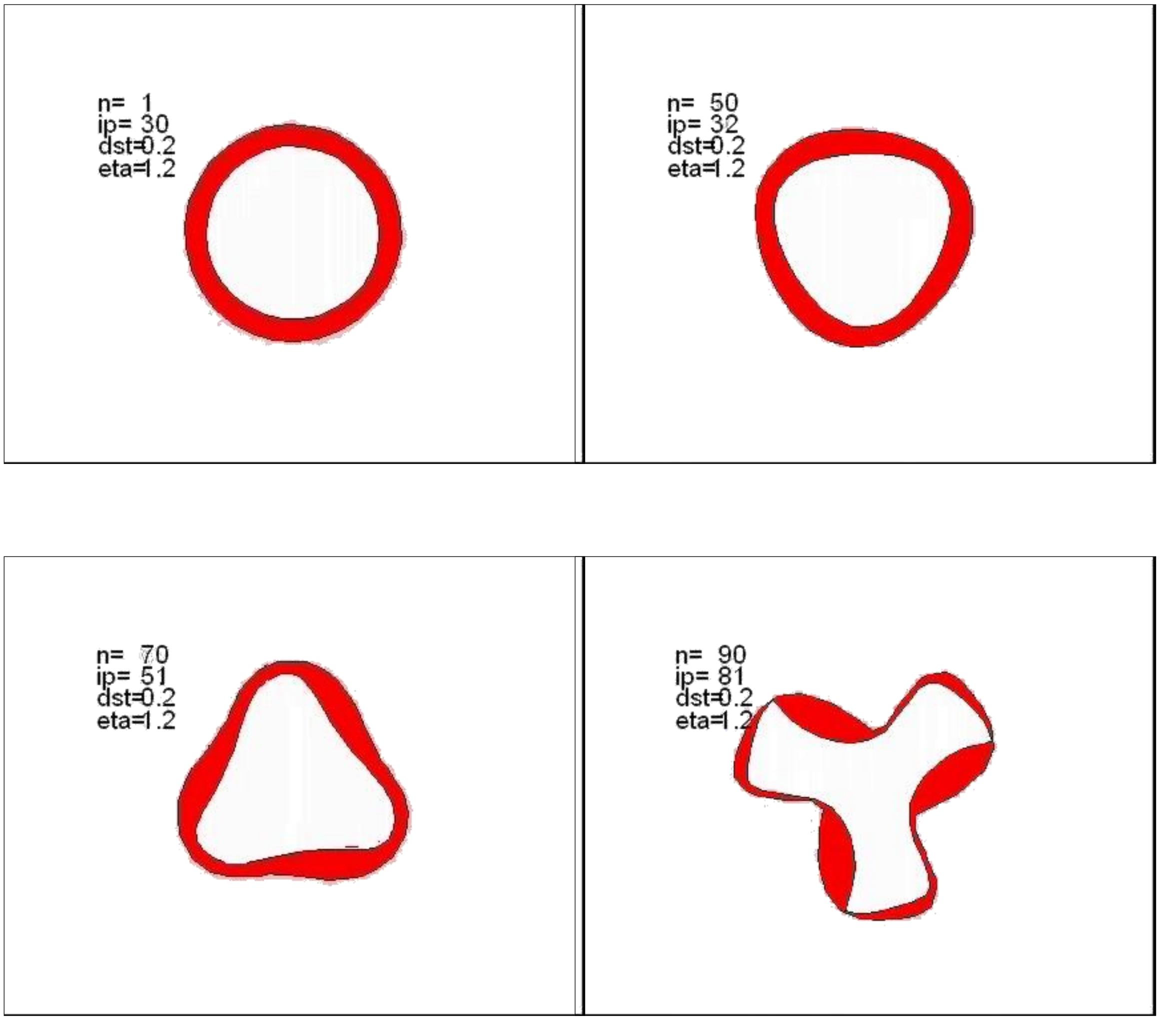
Slika 4.1: prsten debljine 0.2 u 45-oj, 75-oj, 90-oj i 105-oj iteraciji

- **Prsten**

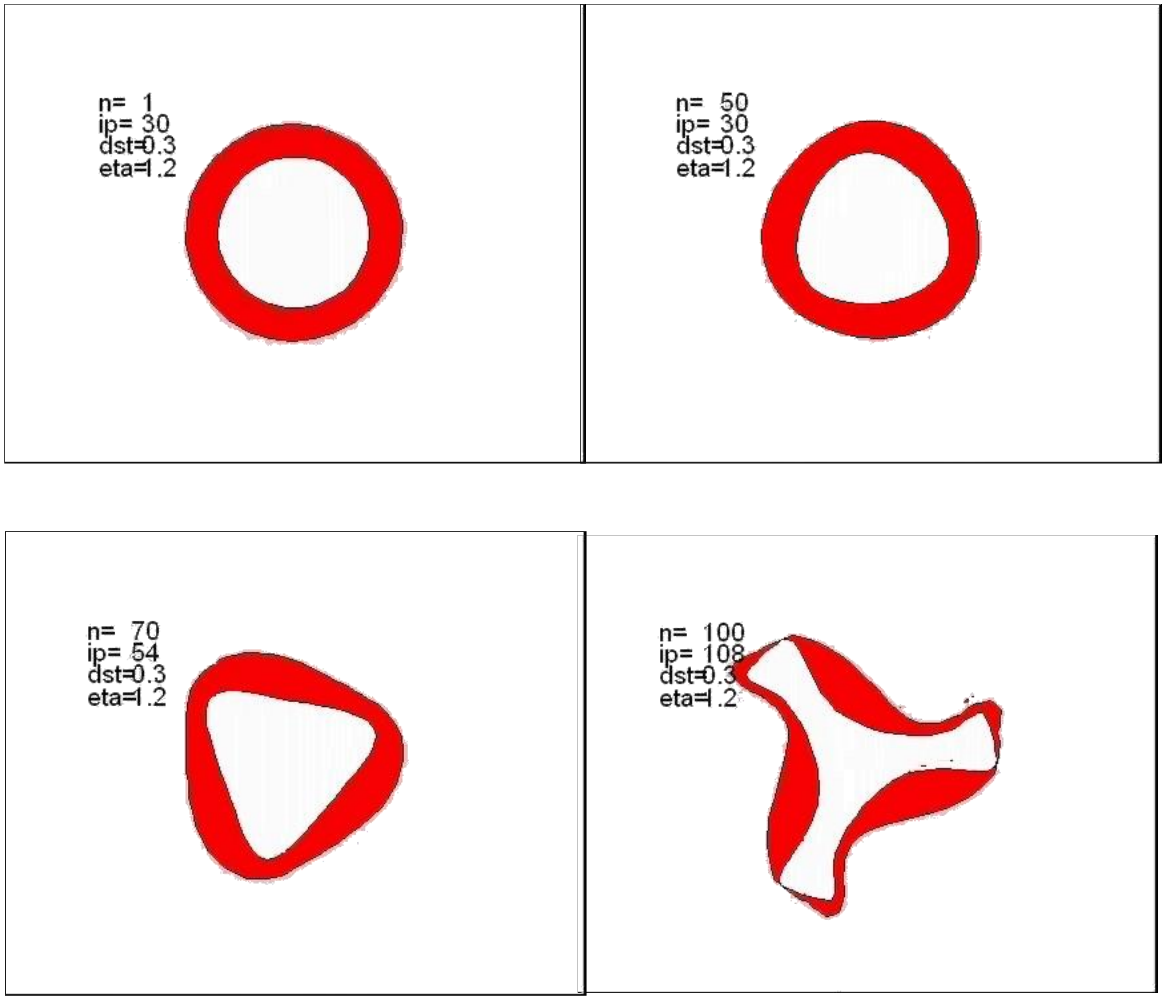
a) tri talasa



Slika 4.2: prsten debljine 0.1 u 1-oj, 50-oj, 70-oj i 90-oj iteraciji



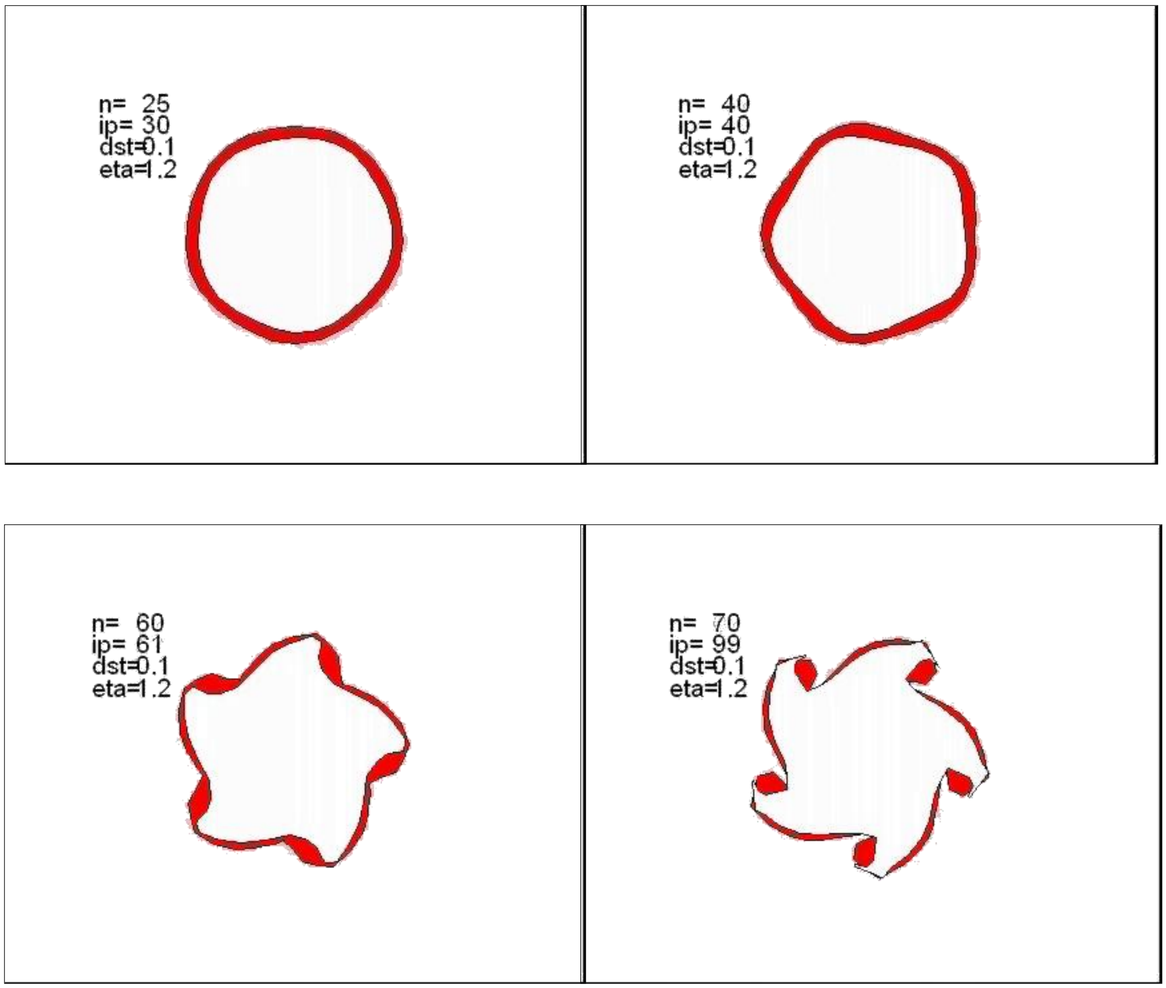
Slika 4.3:prsten debljine 0.2 u 1-oj 50-oj, 70-oj i 90-oj iteraciji



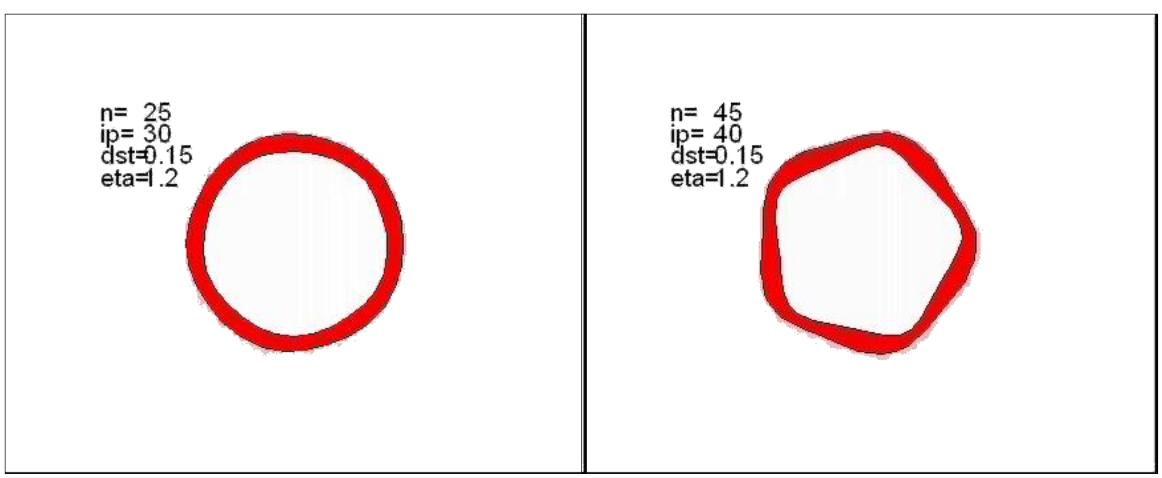
Slika 4.4: prsten debljine 0.3 u 1-oj, 50-oj, 70-oj i 100-oj iteraciji

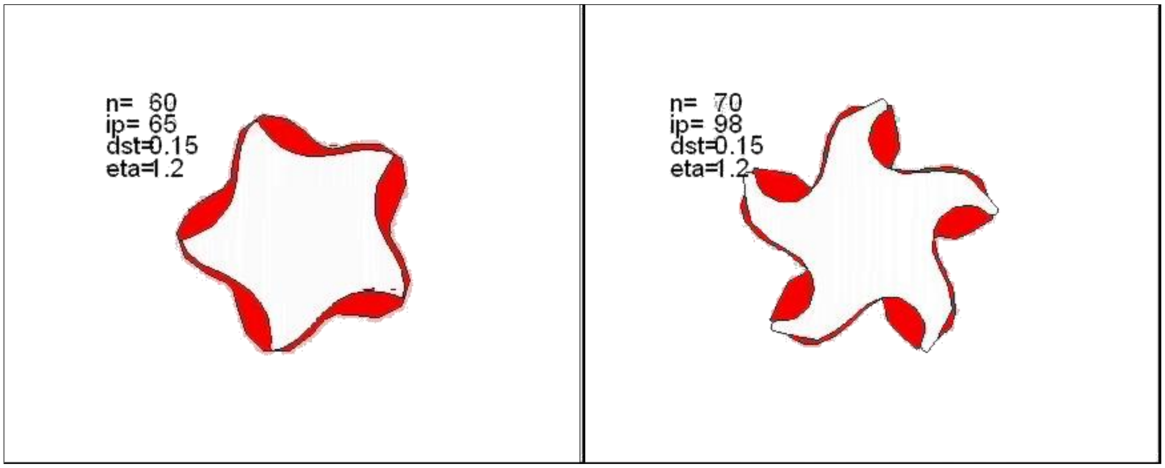
Na slikama (4.2), (4.3), i (4.4) vidimo razvoj nestabilnosti za zadata tri talasa kod profila sa promenljivim brojem tačaka, tj. kod profila gde program dodaje tačke ukoliko razmak između istih *ddist* postane veći od *maxdist*. Uporedimo prstenove debljine 0.1, 0.2 i 0.3, respektivno. Vidimo da je kod debljine prstena od 0.1 nestabilnost posle 90-te iteracije već potpuno definisana, odnosno talas je u potpunosti izražen, dok se sa povećanjem debljine, povećava broj iteracija posle kojih će doći do pojave nestabilnosti. Tj, nestabilnost je veća kod tanjeg prstena.

b) pet talasa

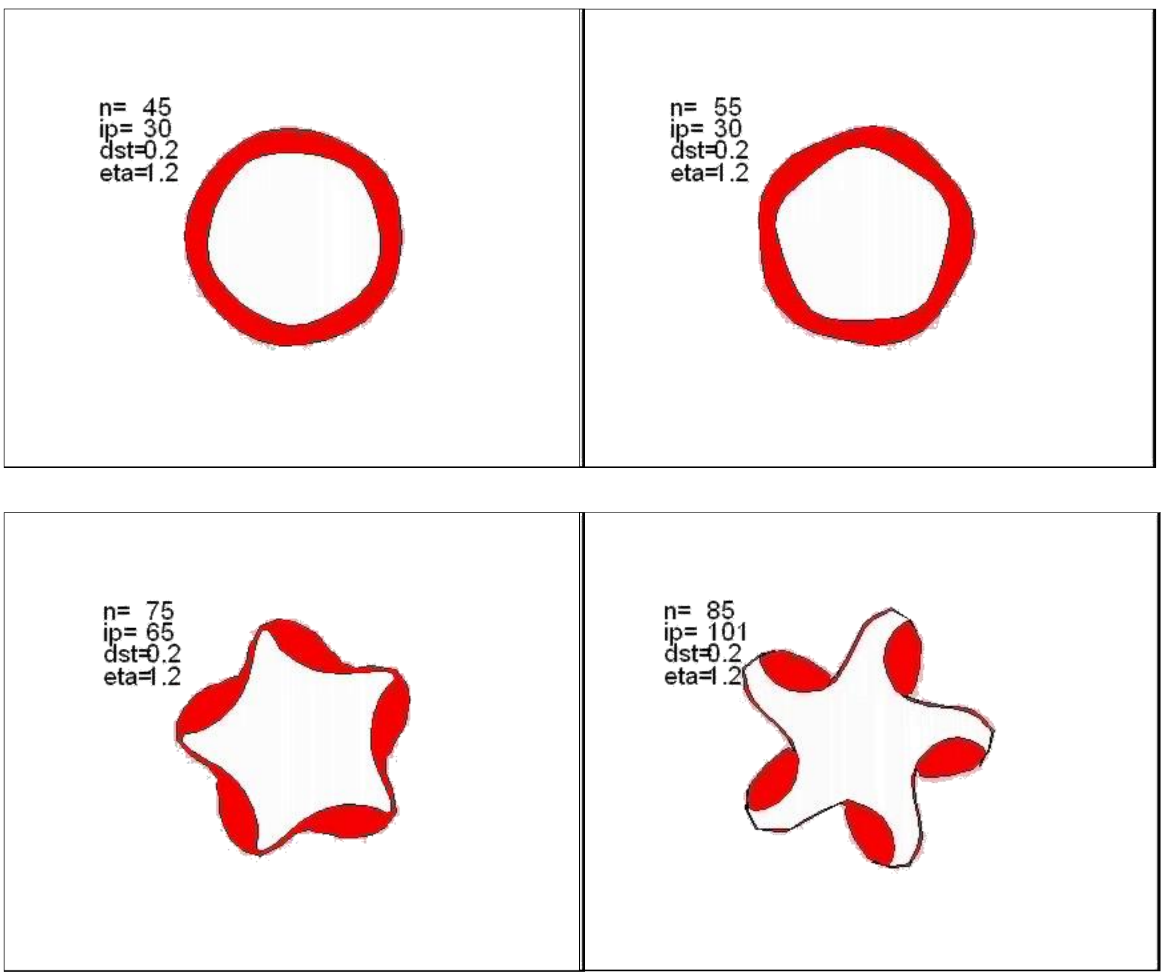


Slika 4.5:prsten debljine 0.1 u 25-oj, 40-oj, 60-oj i 70-oj iteraciji

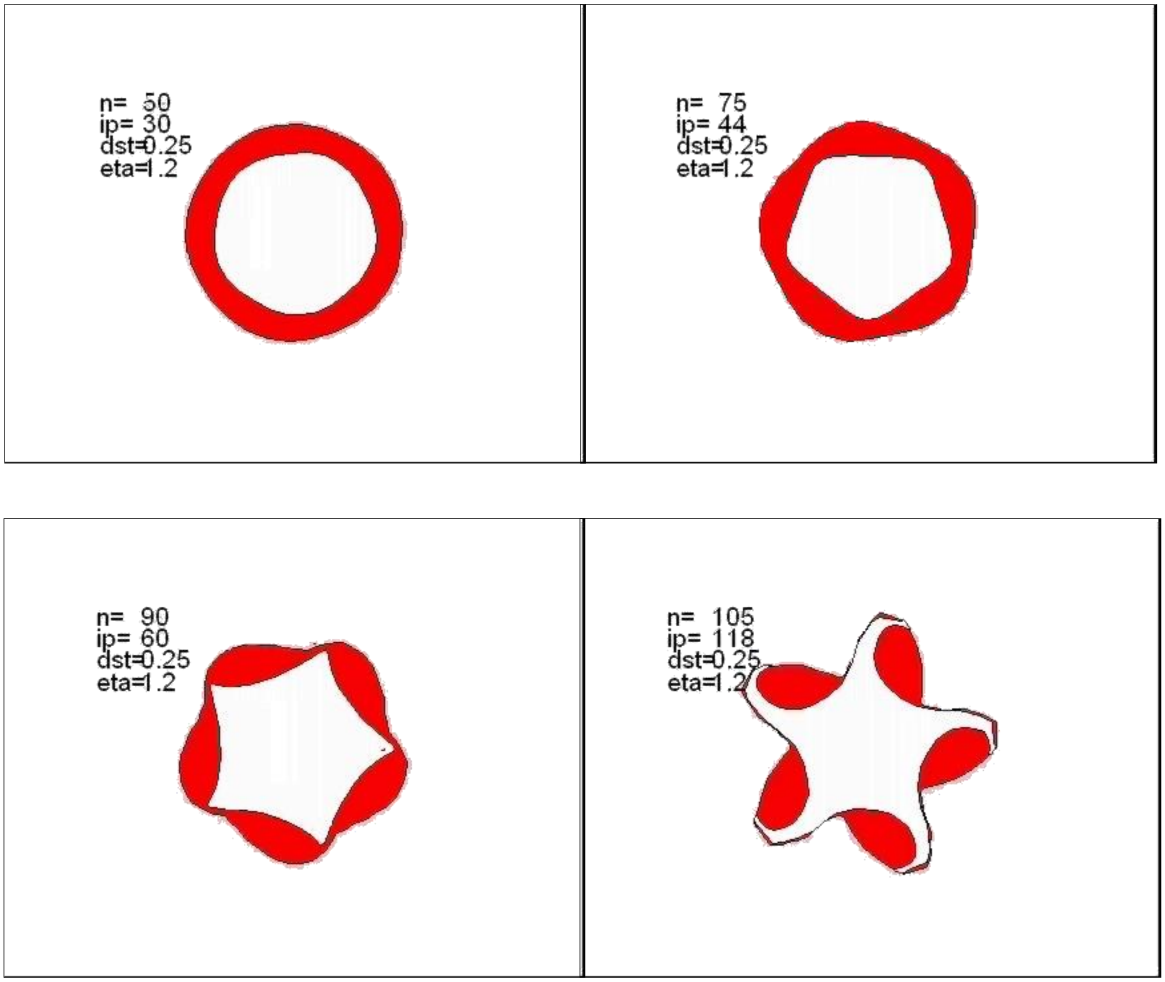




Slika 4.6: prsten debljine 0.15 u 25-oj, 45-oj, 60-oj i 70-oj iteraciji



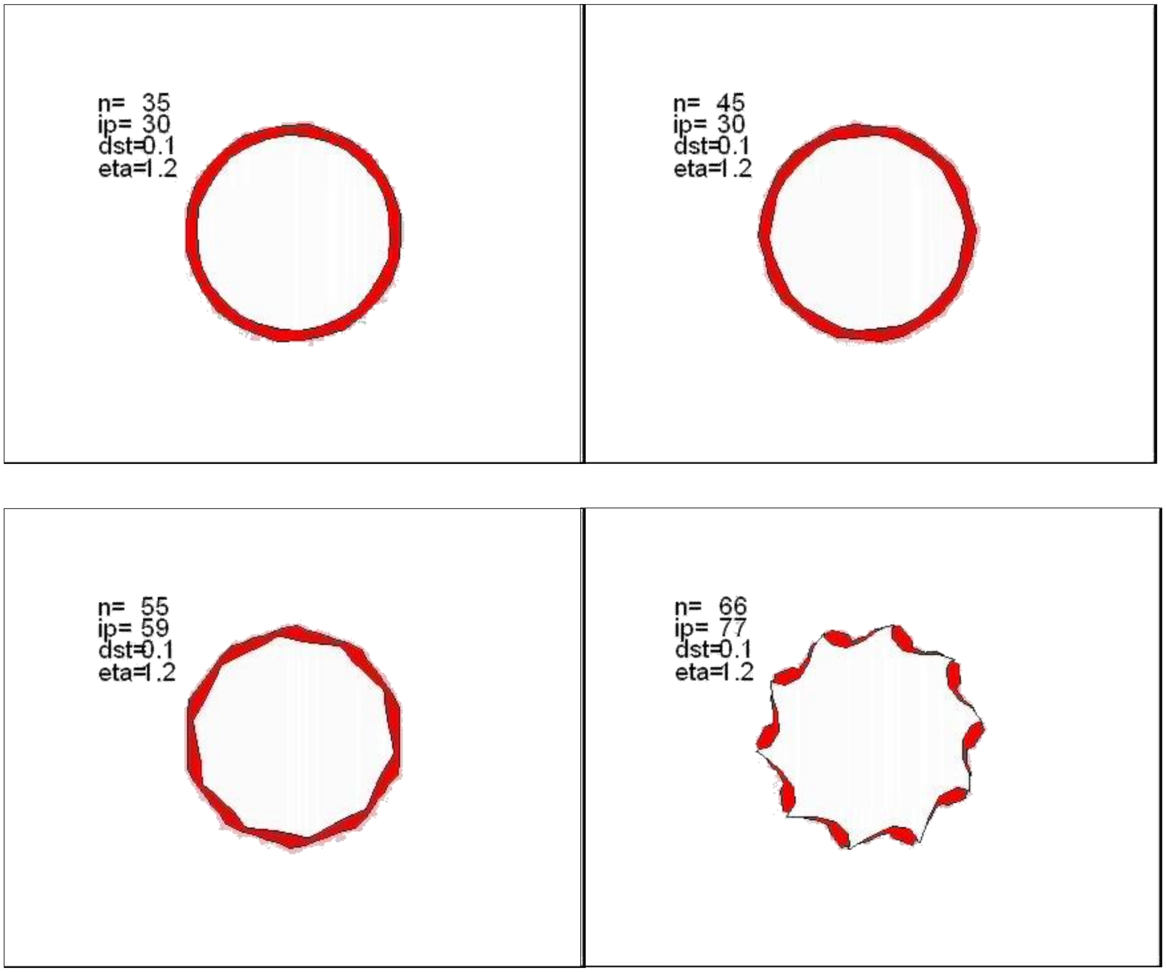
Slika 4.7: prsten debljine 0.2 u 45-oj, 55-oj, 75-oj i 80-oj iteraciji



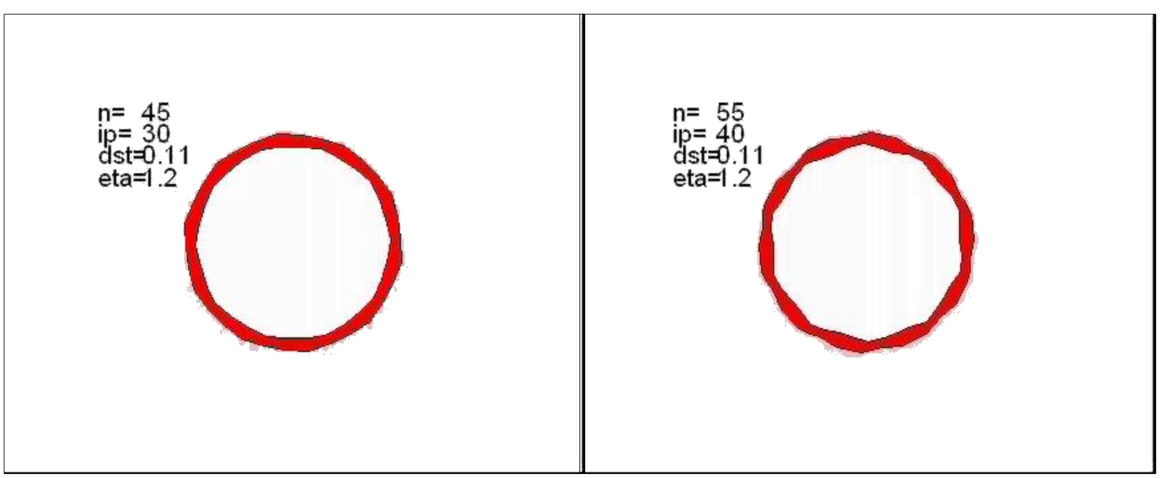
Slika 4.8: prsten debljine 0.25 u 50-oj, 75-oj, 90-oj i 105-oj iteraciji

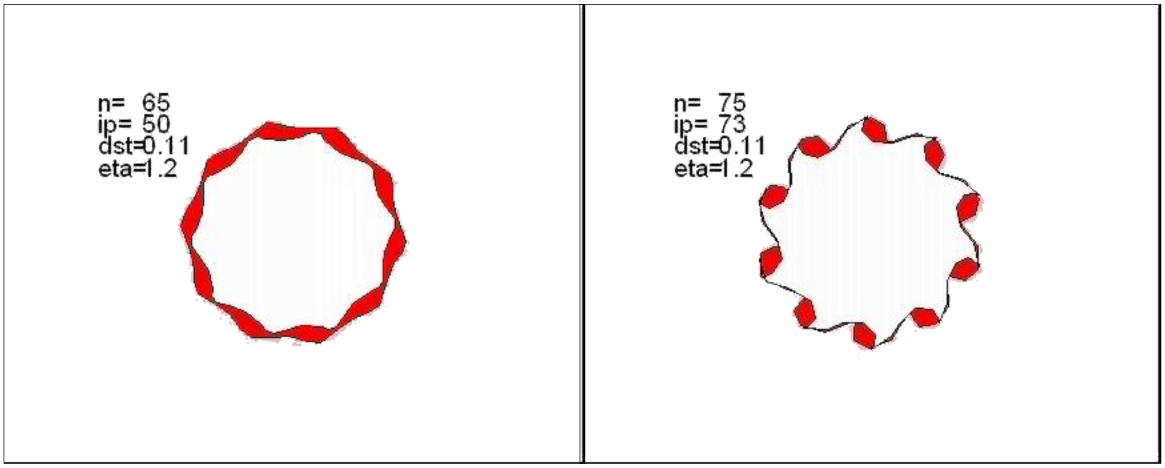
Kod prstena sa pet talasa je već izraženija zavisnost nestabilnosti od debljine prstena. Kod debljine 0.1 talasi počinju da se formiraju od 40-te iteracije, a već su formirani posle 60-te iteracije. Slična je situacija i sa talasima debljine 0.15, dok se kod debljine 0.2 talasi počinju da formiraju od 45-te iteracije, a formirani su posle 75-te iteracije. Kod debljine 0.25 formiranje počinje još kasnije, tj. potreban je veći broj iteracija da bi došlo do formiranja talasa. Kod debljina većih od 0.25 formiranje talasa ne počinje čak ni posle 400-te iteracije.

c) prsten sa deset talasa

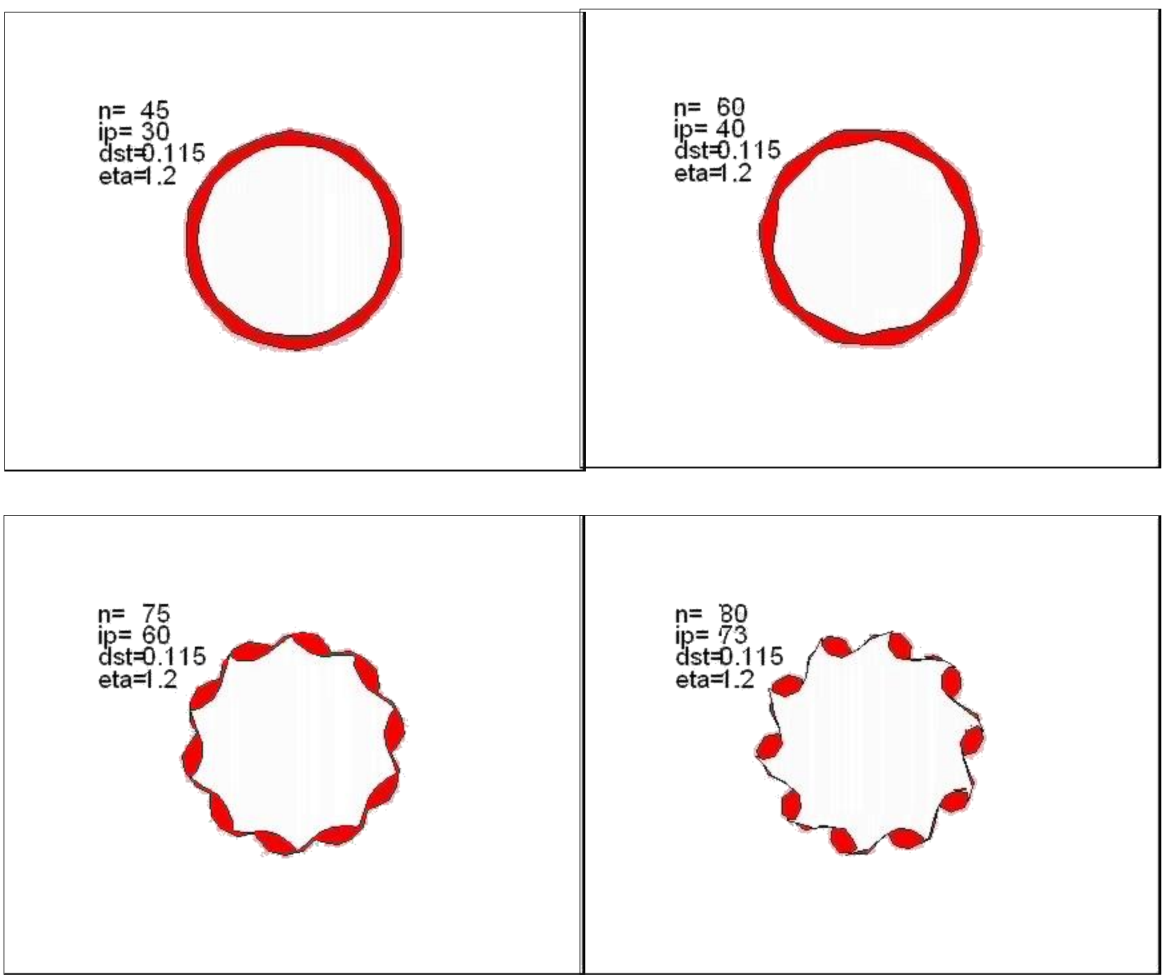


Slika 4.9: prsten debljine 0.1 u 35-oj, 45-oj, 55-oj i 66-oj iteraciji

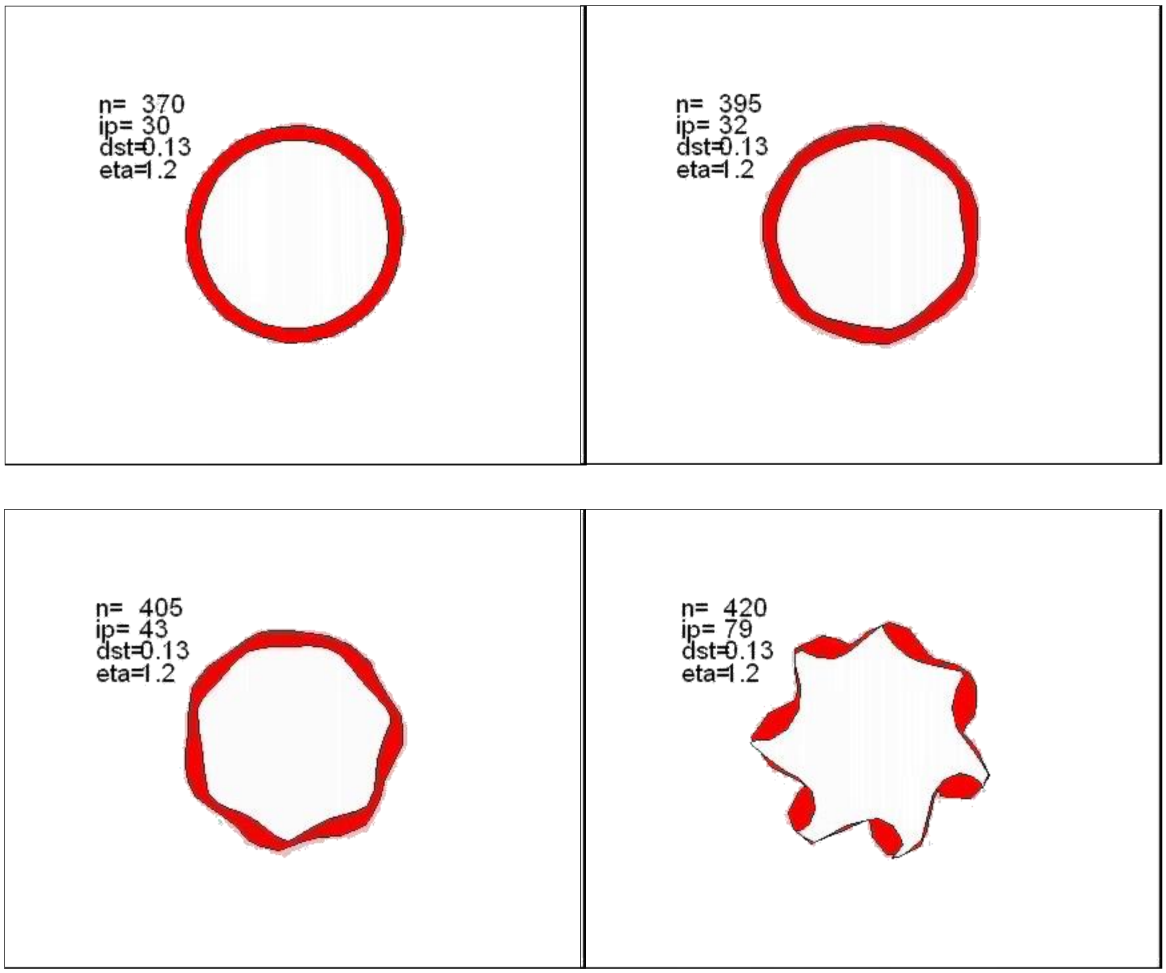




Slika 4.10: prsten debljine 0.11 u 45-oj, 55-oj, 65-oj i 75-oj iteraciji



Slika 4.11: prsten debljine 0.115 u 45-oj, 60-oj, 75-oj i 80-oj iteraciji



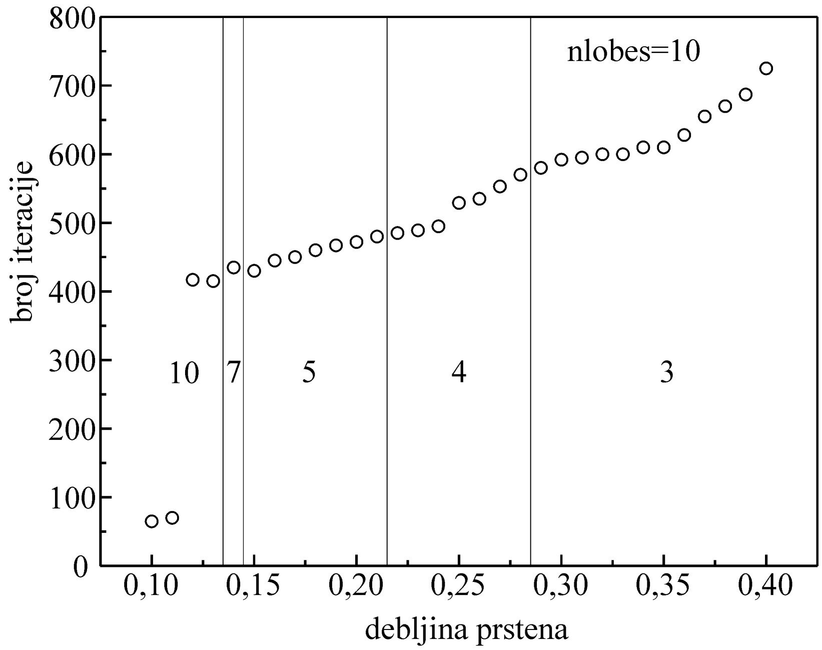
Slika 4.12: prsten debljine 0.13 u 370-oj, 395-oj, 405-oj i 420-oj iteraciji

Kod prstena sa deset talasa uzete su debljine od 0.1, 0.11, 0.115 i 0.13. Ovako male debljine su uzete iz tog razloga što se nastabilnosti kod prstena sa deset talasa preko tih debljina uočavaju tek posle jako velikog broja iteracija.

Vidimo da su kod prstena sa deset talasa nestabilnosti u potpunosti izražene, kod debljine 0.1 posle 66-te uteracije, kod debljine 0.11 posle 75-te, i kod debljine 0.115 posle 80-te iteracije. Što opet potvrđuje činjenicu da se nestabilnost smanjuje sa povećanjem debljine. Sve do debljine 0.1192 je broj iteracija posle koje dolazi do nestabilnosti ispod 150, međutim, šta se dešava posle debljine 0.1192? Prvo što, da bi došlo do pojave nestabilnosti broj iteracija premašuje 400, i vidimo da više nemamo deset talasa već sedam. To se događa upravo zbog debljine prstena. Naime, što je veća debljina to je i sam prsten stabilniji.

Prilikom formiranja talasa, mali talasi ne mogu da opstanu jer su talasne dužine mnogo manjeg reda veličine nego debljina prstena, te se stapaju jedan u drugi i formira se, u ovom slučaju, prsten prvo sa sedam talasa. Na grafiku 4.1 sa brojevma 10, 7, 5, 4 i 3 je označen broj talasa koji se formira. Već kod debljine od 0.16 imamo prsten sa pet talasa, posle debljine 0.21 prsten ima četri talasa, a od debljine 0.28 prsten ima samo tri talasa koja se formiraju tek posle 570-te iteracije (grafik 4.1).

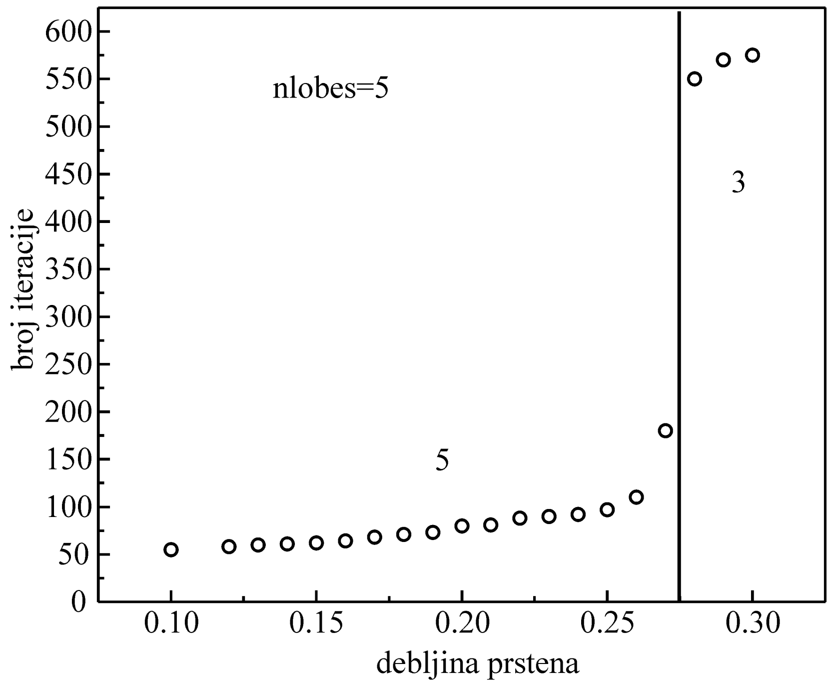
Na graficima 4.1 i 4.2 je data zavisnost nestabilnosti[3] sa debljinom prstena. Sa datih grafika se jasno vidi kako se nestabilnosti pre javljaju kod prstena manje debljine.



Grafik 4.1: Razvoj pojavljivanja nestabilnosti u zavisnosti od debljine prstena u slučaju deset talasa (brojevi unutar grafika pokazuju broj razvijenih talasa)

Međutim, vreme pojavljivanja manjeg broja talasa od zadatog se kod prstena sa deset talasa javlja već kod debljine od 0.13, dok se kod prstena sa zadatih pet talasa ta deformacija događa tek kod debljine od 0.28 i to tek posle 550-te iteracije. Razlog tome je upravo taj, što je kod prstena sa deset talasa talasna dužine manja od prstena sa pet talasa i pre će se videti uticaj debljine prstena.

[3] Sa nestabilnosti se obeležava onaj broj iteracije u kojoj se pravi prav ugao između talasa i osnovnog stanja

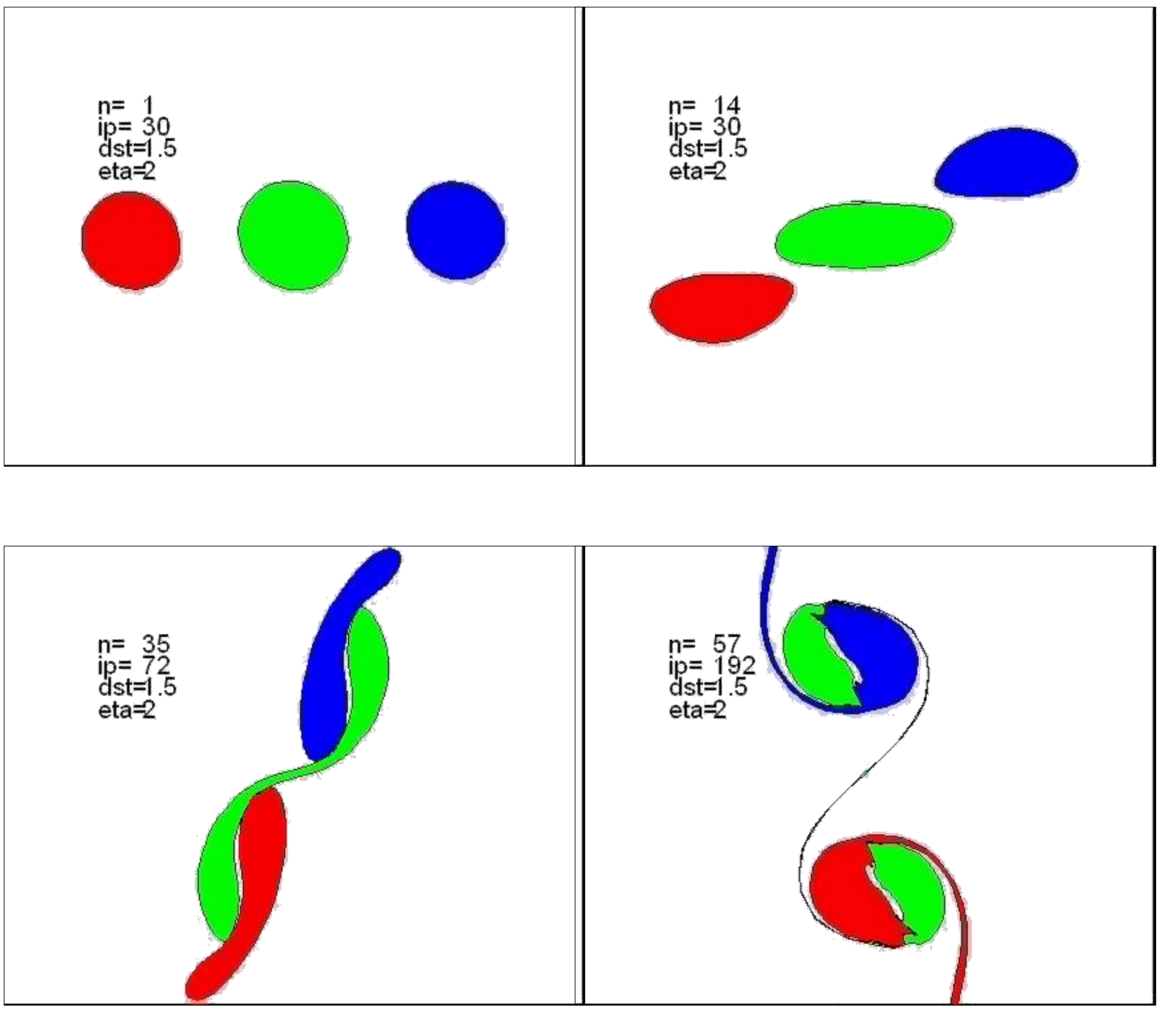


Grafik 4.2: Razvoj pojavljivanja nestabilnosti u zavisnosti od debljine prstena u slučaju pet talasa (brojevi unutar grafika pokazuju broj razvijenih talasa)

➢ Odvojene konture-vrtlozi

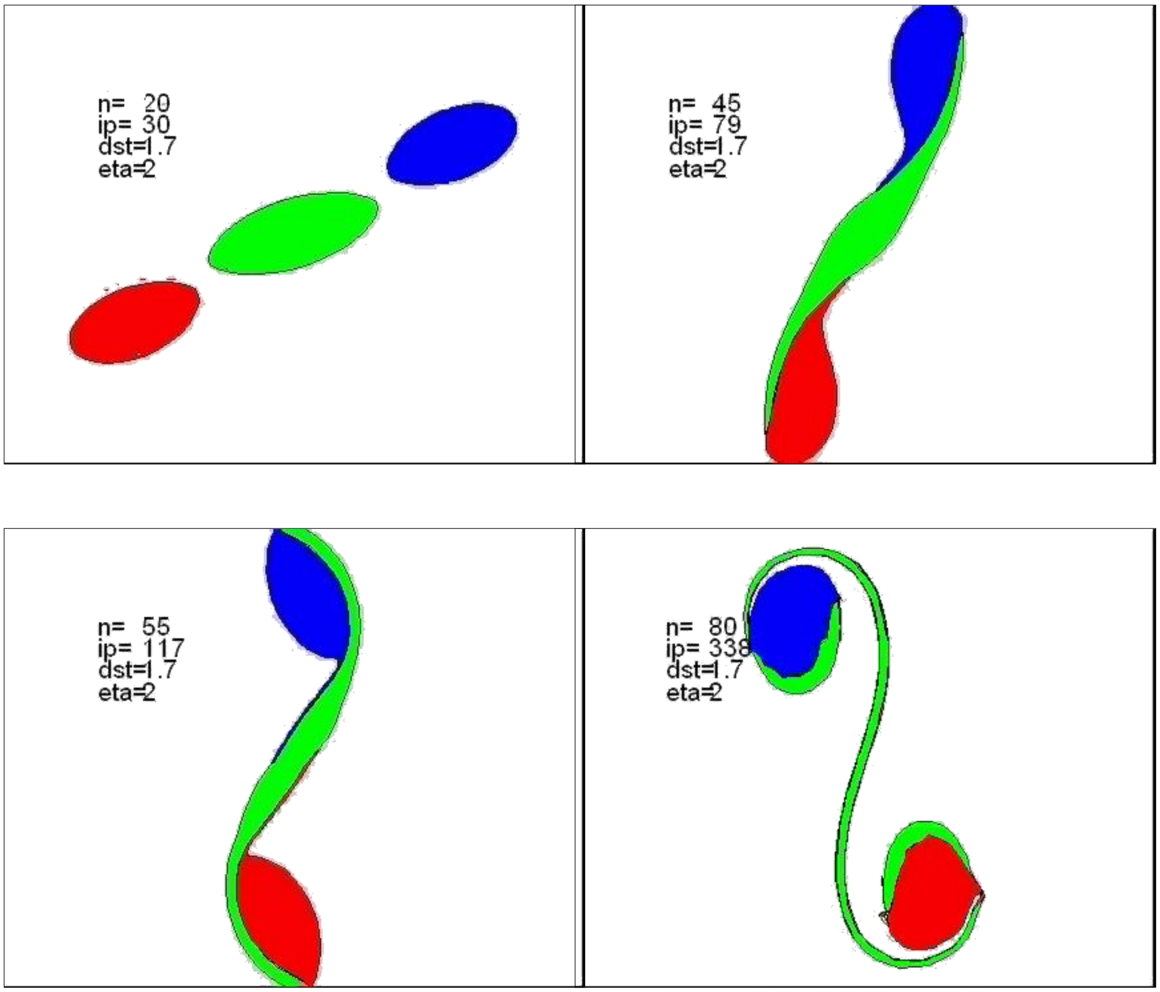
Osim analize za prsten, urađena je i kratka analiza za rotirajuće deliće, vrtloge. Svaki vrtlog je definisan određenim brojem tačaka *ip*, kao kod prstena. Rađena je analiza za pristup sa promenljivim brojem tačaka.

Na slikama (4.13), (4.14) i (4.15) su prikazane tri konture istih prečnika, čija je udaljenost između centara kontura, distanca, različita[4], i koje rotiraju istim ugaonim brzinama u smeru obrntom od kazaljke na satu.

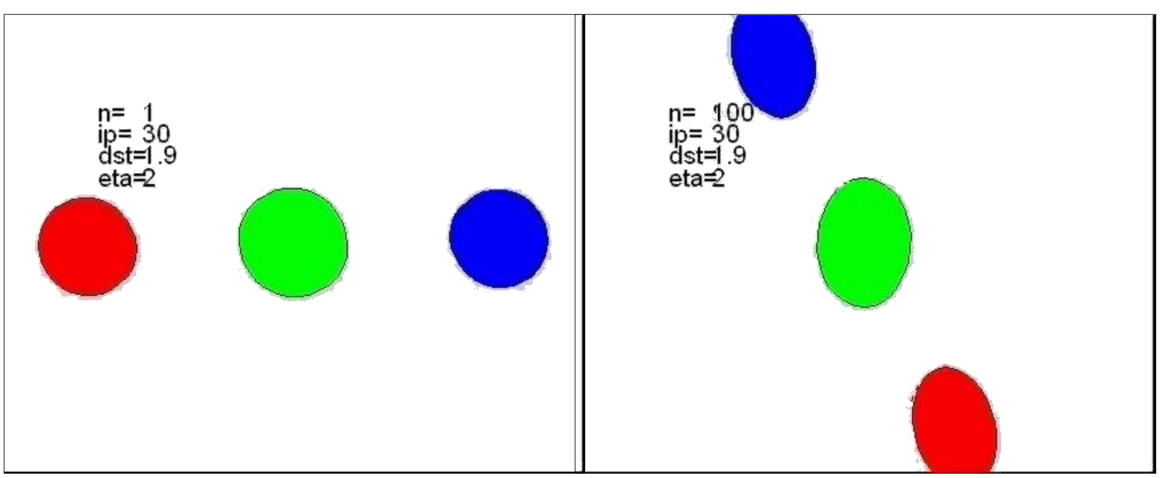


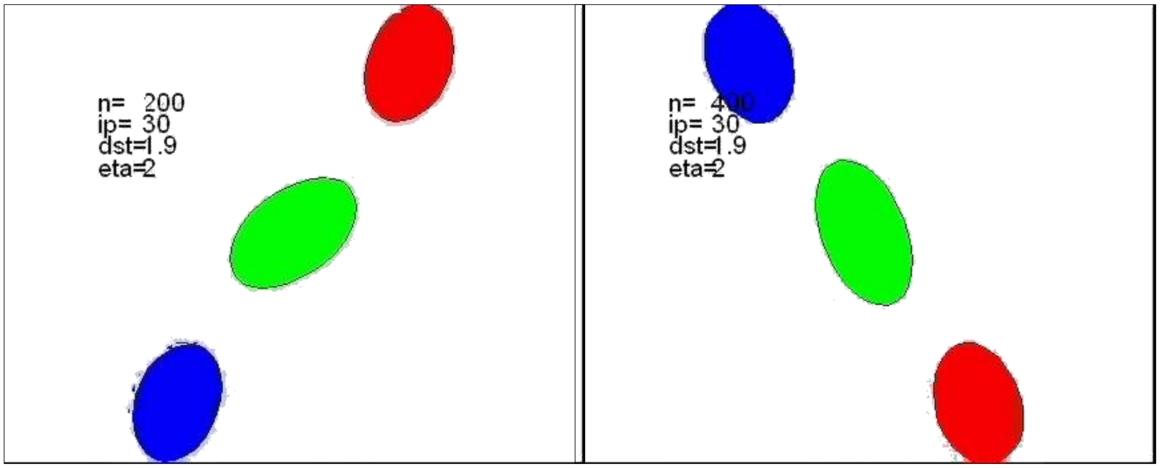
Slika 4.13: tri konture izemeđu kojih je distanca 1.5

[4] Distanca je na slikama obeležena sa **dst**



Slika 4.14: tri konture izemeđu kojih je distanca 1.7

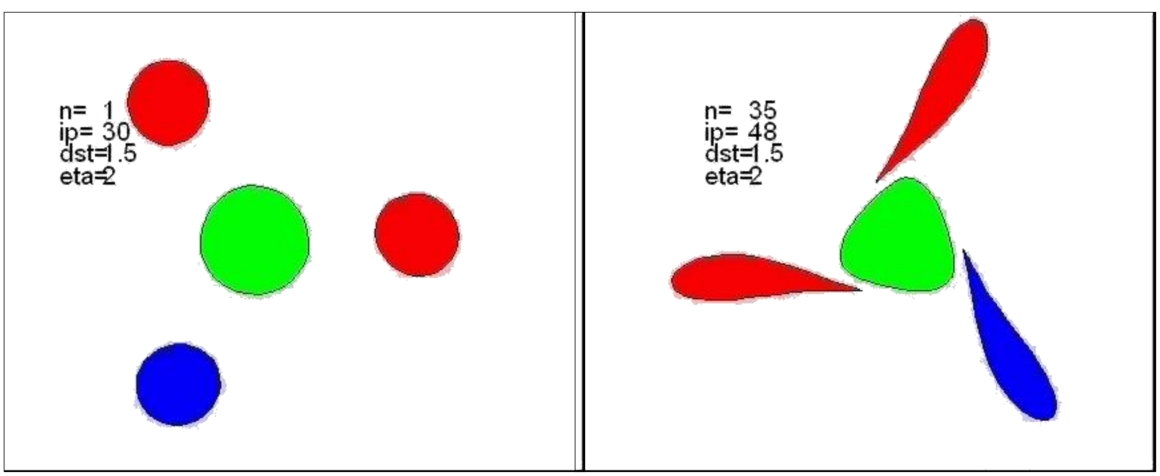


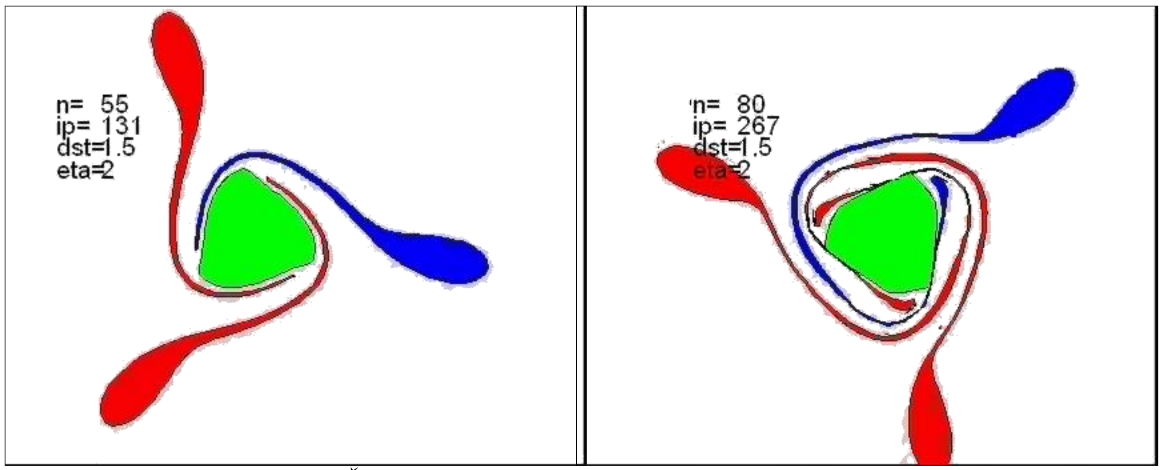


Slika 4.15: tri konture izemeđu kojih je distanca 1.9

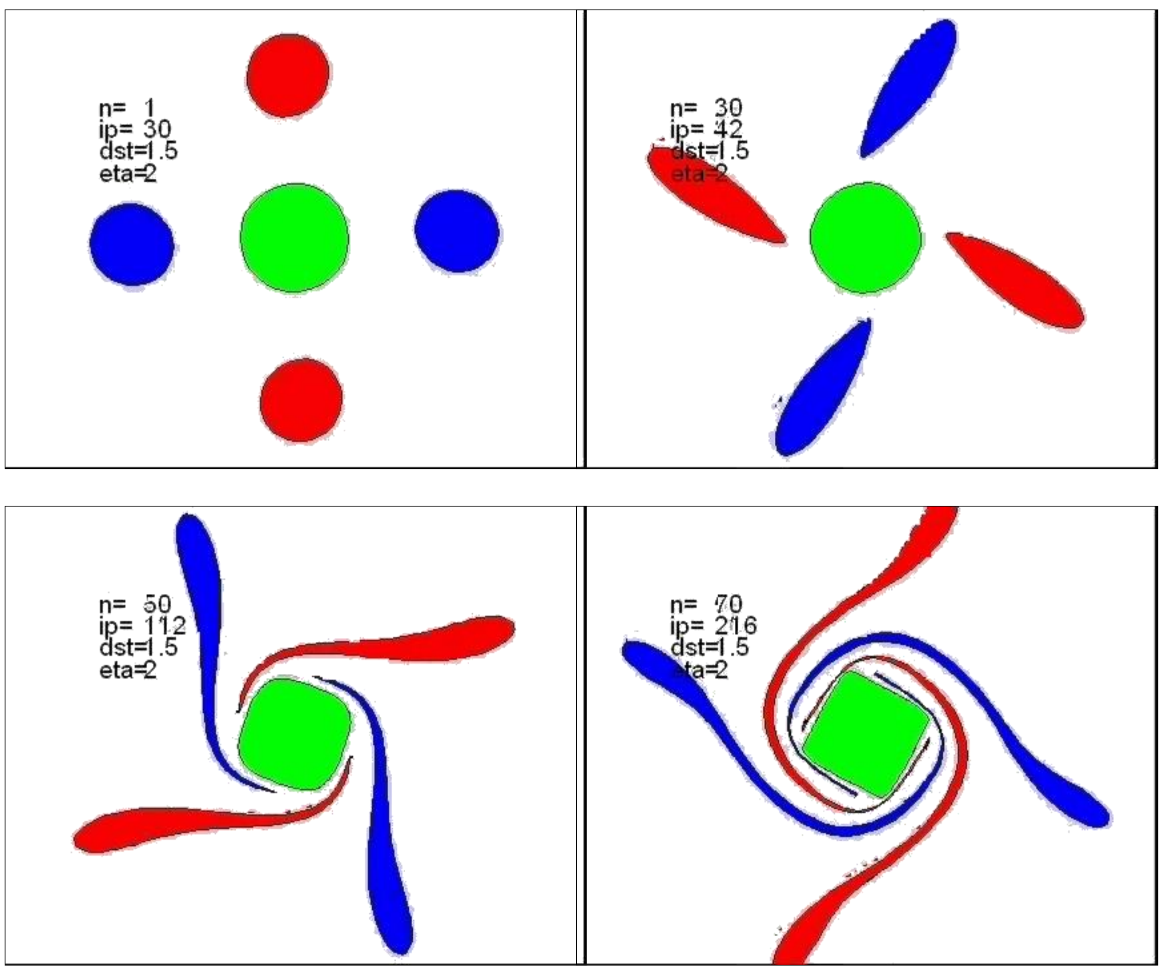
Na slikama (4.13), (4.14) i (4.15) vidimo kako utiču susedne konture jedna na drugu u zavisnosti od distance između njih. Sa slika se može zaključiti da se sa povećanjem distance smanjuje međusobni uticaj kontura. Naime, vidimo na slici (4.15) gde je razmak između centra kontura 1.9, konture ne utiču jedna na drugu ni posle 400-te iteracije, dok na manjim distancama do uticaja dođe posle malog broja iteracija. Sa slika vidimo da što je distanca doći će do većeg međusonog uticaja kontura.

Da vidimo šta će se dogoditi, ako imamo veći broj rotirajućih kontura. To je urađeno na taj način što je u sredinu smeštena jedna kontura, a ostale se raspoređuju oko nje na istim distncama. Razdaljina između susednih kontura koje su raspoređene oko središnje je ista između svake dve.

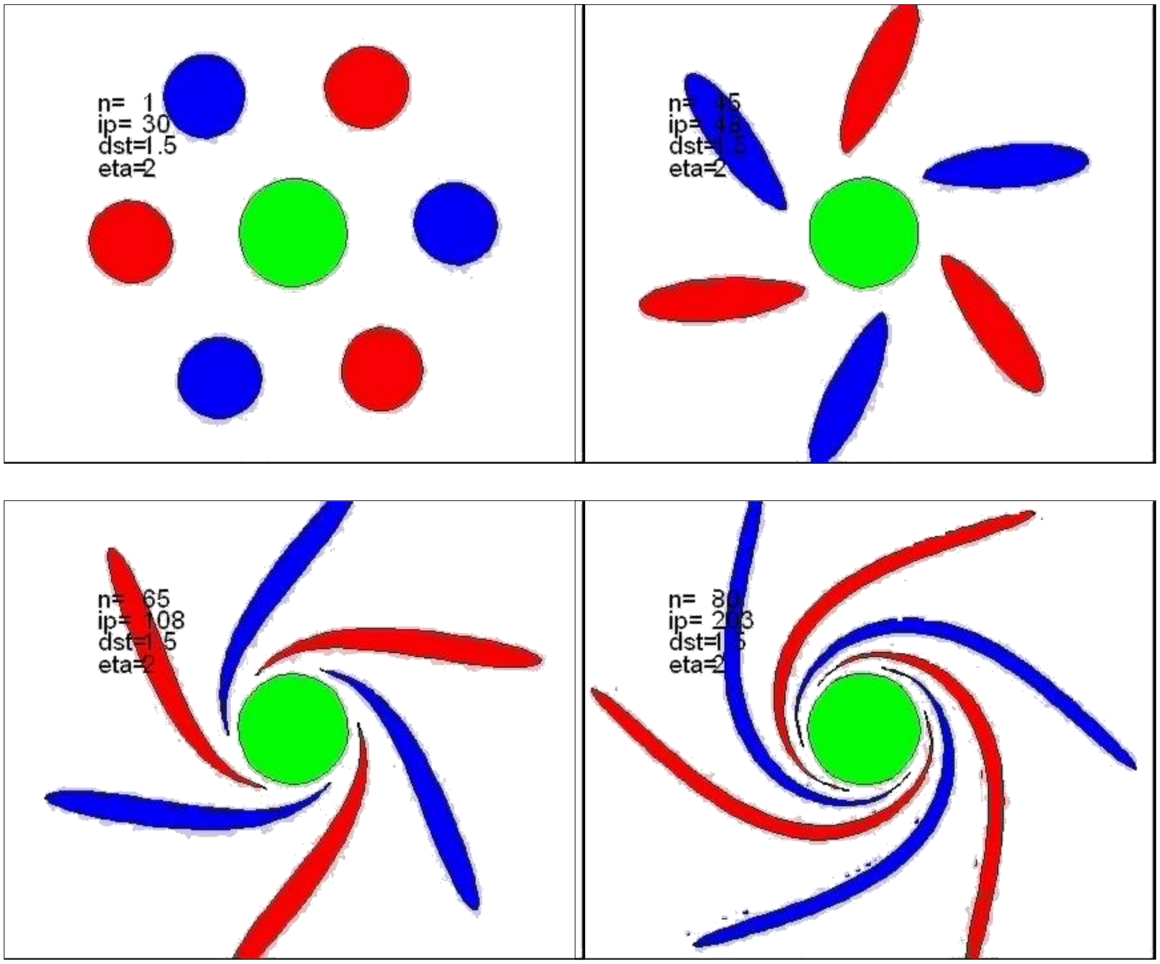




Slika 4.16: Četiri rotirajuće konture na distanci 1.5 od središnje konture



Slika 4.16: Pet rotirajućih kontura na distanci 1.5 od središnje konture



Slika 4.17: Sedam rotirajućih kontura na distanci 1.5 od središnje konture

Sa slika vidimo da stabilnost središnje konture zavisi od broja okolnih kontura. Na slici (4.15) vidimo da tri konture koje su raspoređene oko središnje utiču na središnju i središnja na njih, i posle 35-te iteracije se krug već deformisao u trougao. Kada povećamo broj kontura na pet (slika 4.16) dolazi do deformacije središnjeg kruga u četvorougao posle 50-te iteracije. Tj, vidimo da sa povećanjem broja kontura središnja kontura duže zadržava oblik kruga, tj. duže ostaje u stabilnom stanju. To se naročito vidi na slici (4.17), gde je broj rotirajućih kontura sedam. I u ovom slučaju, kao i kod predhodnih, središnja kontura utiče na okolne, ali ne dolazi do narušavanja stabilnosti središnje konture.

5. Eksperiment

Nakon urađene numeričke analize interesovalo nas je da li se talasi koji su dobijeni numeričkim putem (slike od 4.2 do 4.12) mogu dobiti i eksperimentalnim putem. Kako ovi talasi nastaju u uslovima nestabilnosti njihovo eksperimentalno dobijanje tražimo van režima potpune stabilnosti. Oni se javljaju u slučajevima povećanja ili smanjivanja brzine rotacije fluida. Odabran je režim povećavanja brzine, koji se postiže nakon nekog vremena posle uključivanja rotirajućeg točka. Odmah po uključivanju točka slojevi koji se nalaze uz zidove posude (dno i bočne strane) počinju rotaciju istom brzinom kao i sama posuda. Vremenom se kretanje prenosi na slojeve dalje od zida. Pošto je dubina fluida mnogo manja od prečnika posude, stabilizacija fluida po visini se mnogo brže uspostavlja nego po širini. Nakon uspostavljanja stabilnosi po visini u posudi, i dalje postoji horizontalni gradijent brzine, a to je uslov za pojavljivanje nestabilnosti po širini. Nažalost, do uspostavljanja stabilnosti u sudu će doći nakon nekog kraćeg vremena, što onemogućuje dalje praćenje razvoja talasa stvorenih u nestabilnim uslovima.

Posle stabilizacije po visini u vertikalnoj ravni važi Tajlor-Prudmanova teorema. Posledica toga je da se obojena oblast razliva po dubini formirajući tanak sloj u obliku zavese, kao što se vidi na slici 5.3.

Prilikom izvođenja eksperimenta je korišćen sledeći pribor:

a) Rotirajući točak
b) Posude kružnog oblika različitih zapremina
c) Špric
d) Magnetna mešalica
e) različite boje

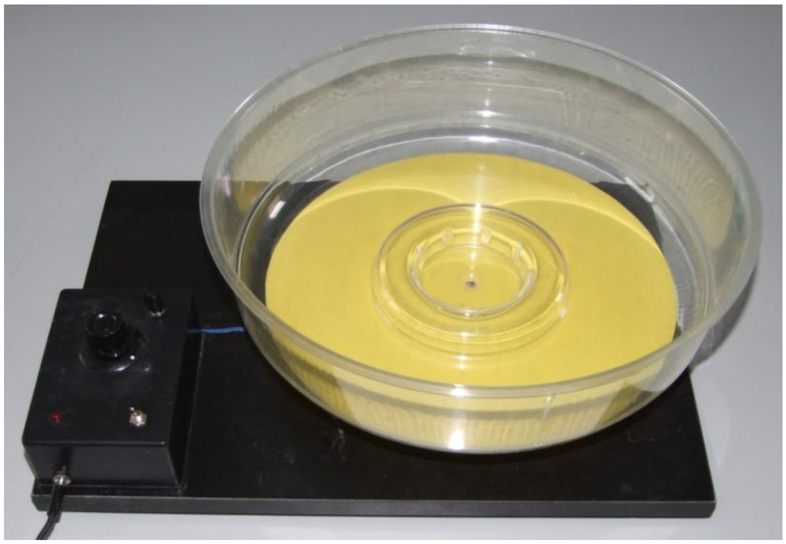
Postupak kojim je rađen eksperiment je sledeći:

I. Prvi korak je bio pripremiti boje koje će biti korišćene u eksperimentu. Hemikalije koje su korišćene u eksperimentu su mnogo veće gustine nego voda, te su se morale razrediti i dobro izmešati uz pomoć magnetne mešalice.

II. Zatim se posude u kojima će se raditi eksperiment napune vodom, a špric se napuni pripremljenom bojom.

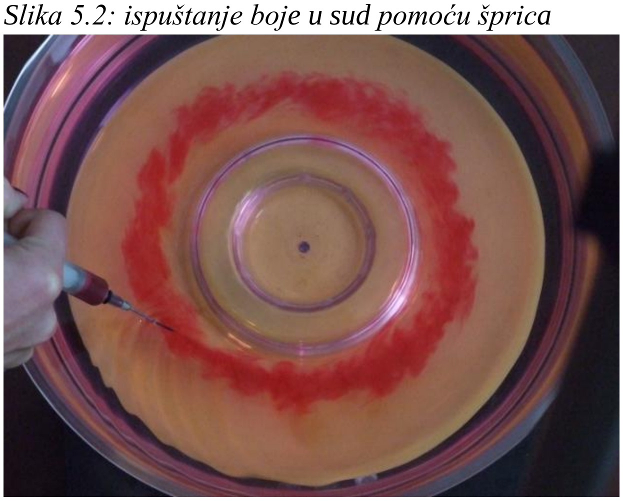
III. Posudu sa vodom postavljamo na rotirajući točak (slika 5.1). Uključimo točak da se rotira brzinom od 20 do 80 obrtaja u minuti.

IV. Točak počinje da rotira, polazeći iz stanja mirovanja, pa dok ne dostigne konstantnu brzinu. Pažljivo posmatramo točak, i pre nego što dostigne konstantnu brzinu, špricem polako i ravnomerno ispuštamo pripremljenu boju u posudu.



Slika 5.1: rotirajući točak

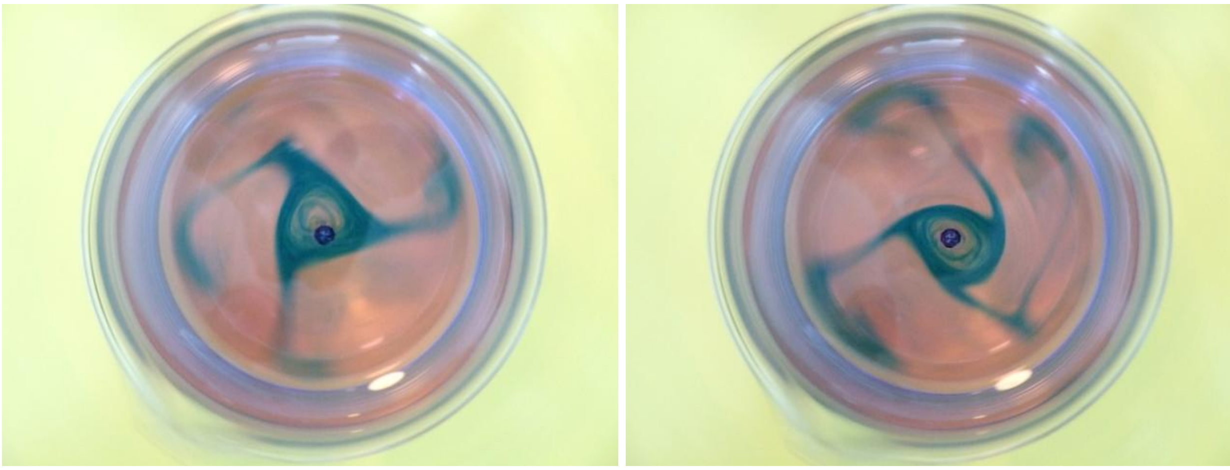
Slika 5.2: ispuštanje boje u sud pomoću šprica



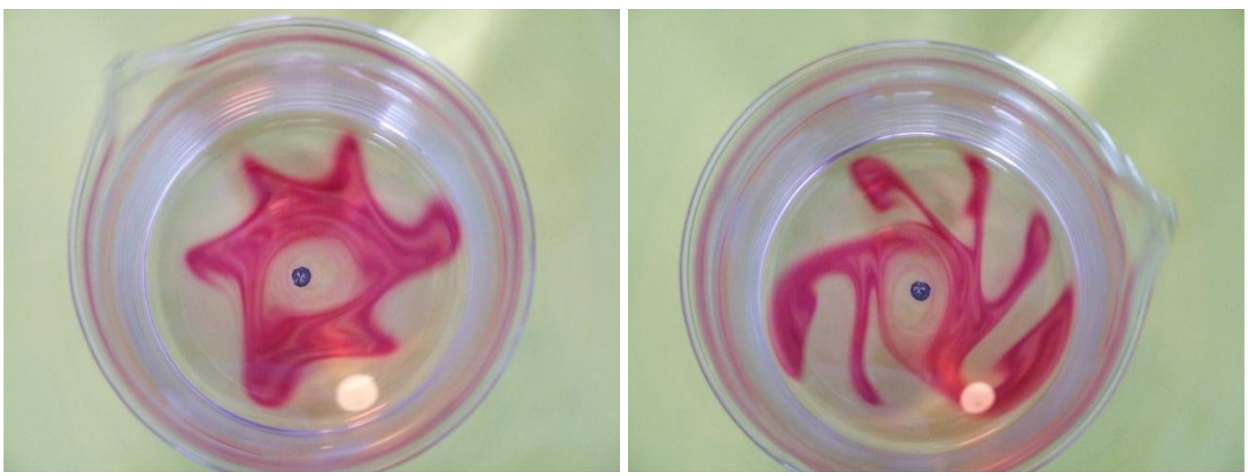
Slika 5.3: rasprostranjanje boje po dubini

Nakon ispuštanja boje u sud (slika 5.2) dolazi do formiranja prstena. Prsten se formira ne samo na površini, nego po celoj dubini suda (slika 5.3), tako da imamo formiran prsten različite boje i gustine od okolnog fluida.

Po uspostavljanju nestabilnosti se na granici između obojene i neobojene tečnosti formiraju pravilni talasi (slike od 5.4 do 5.6). Nakon čega, posle izvesnog vremena kada se dostigne stabilnost, dolazi do deforamacije talasa i mešanja boje sa vodom.

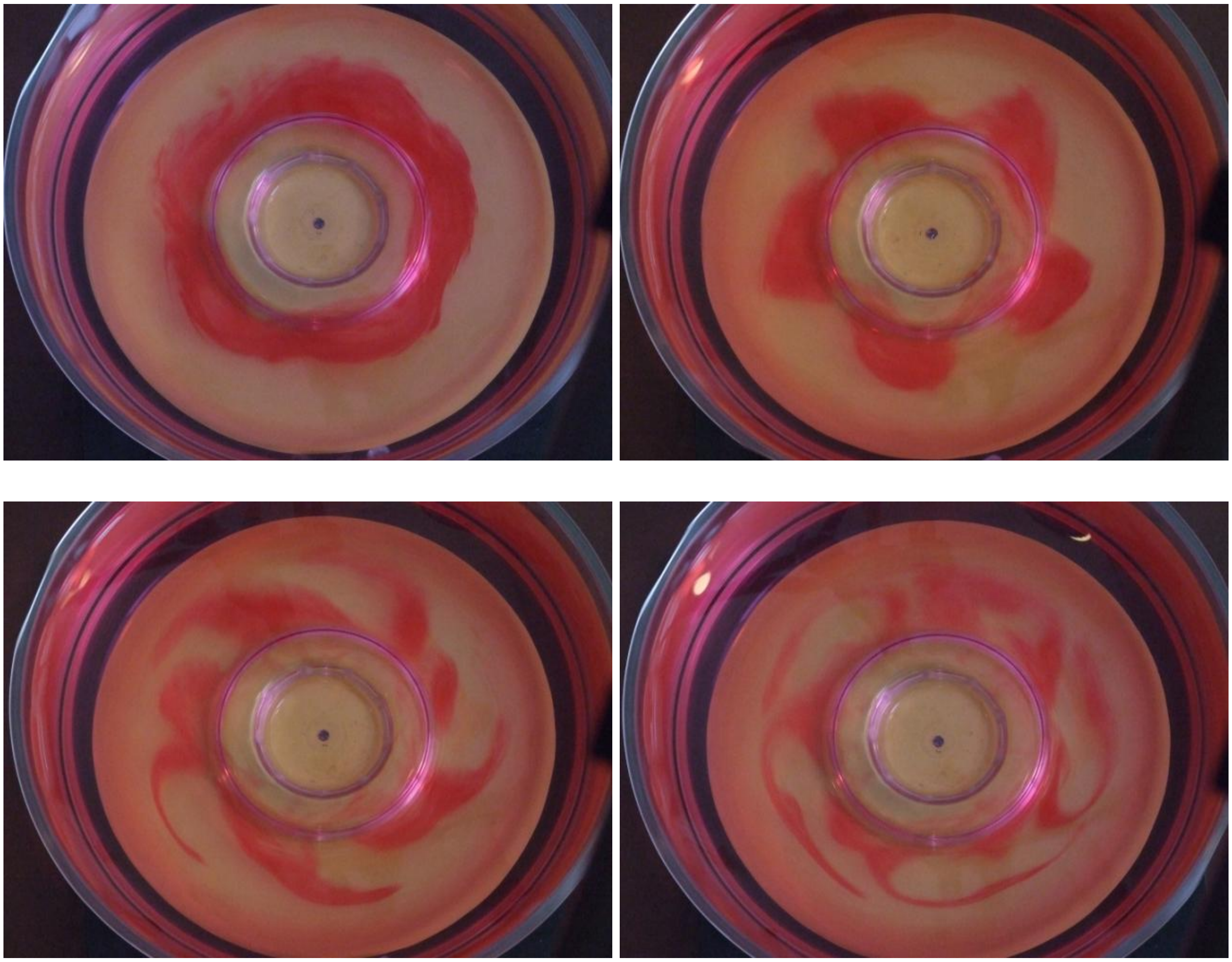


Slika 5.4: Formirana tri talasa



slika 5.5: Formiranih šest talasa

Na slici 5.4 vidimo formirana tri talasa (slika levo) i kako dolazi do deformacije istih (slika desno). Kao boja u ovom eksperimentu je korišćeno razređeno mastilo. Na slici 5.5 je prikaz formiranih šest talasa u posudi poluprčnika 5 cm, isto od razvijenog oblika (desno) do deformacije (levo). Prilikom izvođenja ovog eksperimenta je kao boja korišćen kalijum-permaganat. Vidimo da ‘šestica’ nema u potpunosti simetrčno raspoređene talase, za razliku od ‘trojke’.



Slika 5.6: Prikaz talasa od njegovog formiranja do deformacije i mešanja sa vodom

Ogled koji je prikazan na slici (5.6) je rađen u posudi prečnika 14.5 cm koja rotira brzinom od 20 do 80 obrtaja u minuti. U ovom ogledu je kao boja korišćen razređen tuš crvene boje. Inače, od velikog je značaja napraviti boju određene gustine. Jer, ukoliko bi bila mnogo gušća od vode ne bi došlo do formiranja prstena, nego bi odmah došlo do transporta mase na dno posude, a u suprotnom, ako bi bila ređa, odmah bi se izmešala sa vodom.

Na slici (5.6) vidimo formiranje pet talasa, od samog nastanka, do deformacije. Ako uporedimo ovu sliku sa dobijenim slikama numeričkim putem vidimo jako dobro slaganje. Tj, lepo formirana ‘petica’ je simetrična i pravilna. Kada se u potpunosti formira, talasi počinju da se zakrivljuju u pravcu suprotnom od kretanja kazaljke na satu (u tom smeru i točak rotira). Kod talasa dobijenim numeričkim putem, dolazi do zakrivljenja u smeru kazaljke na satu, što je upravo i pravac rotiranja prstena.

U radu su prikazane slike izvođenih ogleda, a na CD-u je priložen i film.

Biografija

Marina Ćurčić je rođena u Novom Sadu 11.06.1982. Odrasla je u Sirigu uz starijeg brata Tomislava i roditelje Danicu i Milorada Ćurčić. 1989. godine je upisala osnovnu školu “Danilo Zelenović” u Sirigu. Tokom osnovnog školovanja je stekla *Vukovu diplomu* i *diplome iz matematike, srpskog jezika*. Osnovnu školu završava 1997. kada upisuje gimnaziju “Isidora Sekulić”. 2001. upisuje prirodno-matematički fakultet, odsek fizika, smer meteorologija, fizika i modeliranje životne sredine.

Fakultet završava sa prosečnom ocenom 8.80 i diplomira 2007. godine. Tema diplomskog rada je *“Barotropne nestabilnosti u fluidima”*.

UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET

KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA

Redni broj: **RBR**	
Identifikacioni broj: **IBR**	
Tip dokumentacije: **TD**	Monografska dokumentacija
Tip zapisa: **TZ**	Tekstualni štampani materijal
Vrsta rada: **VR**	Diplomski rad
Autor: **AU**	Marina Ćurčić
Mentor: **MN**	Dr Imre Gut, vanredni profesor
Naslov rada: **NR**	Barotropne nestabilnosti u fluidima
Jezik publikacije: **JP**	srpski (latinica)
Jezik izvoda: **JI**	srpski/engleski
Zemlja publikovanja: **ZP**	Srbija
Uže geografsko područje: **UGP**	Vojvodina
Godina: **GO**	2007
Izdavač: **IZ**	Autorski reprint
Mesto i adresa: **MA**	Prirodno-matematički fakultet, Trg Dositeja Obradovića 4, Novi Sad
Fizički opis rada: **FO**	6/44/7/3/28/5/0
Naučna oblast: **NO**	fizika
Naučna disciplina: **1..1.1 ND**	meteorologija
Predmetna odrednica/ ključne reči: **PO** **UDK**	barotropna nestabilnost, numerički i eksperimentalni pristup
Čuva se: **ČU**	Biblioteka departmana za fiziku, PMF-a u Novom Sadu
Važna napomena: **VN**	nema
Izvod: **IZ**	U ovom radu su teorijski objašnjeni uslovi nastanka barotropne nestabilnosti. Pokazano je da postoje rešenja jednačina kretanja gde amplituda eksponencijalno raste sa vremenom. Zatim je numeričkom metodom contour dynamics analiziran nastanak nestabilnosti u slučaju tankog prstena i razdvojenih kontura. Talasi barotropne nestabilnosti su dobijeni i eksperimentalnim putem u labaratorijskim uslovima.
Datum prihvatanja teme od NN veća:	

DP

Datum odbrane:
DO

Članovi komisije:
KO

Predsednik:	dr Radomir Kobilarov, redovni profesor na PMF-u, Novi Sad
član:	dr Borivoj Rajković, vanredni profesor na FF, Beograd
član:	dr Imre Gut, vanredni profesor na PMF-u, Novi Sad- mentor

UNIVERSITY OF NOVI SAD
FACULTY OF SCIENCE AND MATHEMATICS

KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number: **ANO**	
Identification number: **INO**	
Document type: **DT**	Monograph publication
Type of record: **TR**	Textual printed material
Content code: **CC**	Final paper
Author: **AU**	Marina Ćurčić
Mentor/comentor: **MN**	Imre Gut, Assoc. Professor
Title: **TI**	Barotrpic instability in fluids
Language of text: **LT**	Serbian (Latin)
Language of abstract: **LA**	English
Country of publication: **CP**	Serbia
Locality of publication: **LP**	Vojvodina
Publication year: **PY**	2007
Publisher: **PU**	Author's reprint
Publication place: **PP**	Faculty of Science and Mathematics, Trg Dositeja Obradovića 4, Novi Sad
1..1.1.1 Physical description: ***1..1.1.2 PD***	6/44/7/3/28/5/0
Scientific field: **SF**	Physics
Scientific discipline: **SD**	Meteorology
Subject/ Key words: **SKW**	barotropic instability, numericall and experimental approach
UC	

Holding data: **HD**	Library of Department of Physics, Trg Dositeja Obradovića 4
Note: **N**	none
Abstract: **AB**	In this paper we theoretically explanted the conditions under which barotropic instability occurs. It is shown that there are solutions to the equations of motion under which the amplitude grows in time. Such solutions are called unstable solutions. In numerical section we exposed the method of contour dynamics. The waves of barotropic instability we made also in laboratory conditions on the rotating table.
Accepted by the Scientific Board: **ASB**	
Defended on: **DE**	
Thesis defend board: **DB**	
President:	dr Radomir Kobilarov, Professor, Fac. Sci. Novi Sad
Member:	dr Borivoj Rajković, Assoc. Professor,Phys. Fac. Belgrade
Member:	dr Imre Gut, Assoc. Professor, Fac. Sci. Novi Sad (supervisor)