

ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТАТ
Радна заједница заједничких послова
Н. Г. Р. С. А.

Примљено:	21-06-1988
Орг. јед.	БДС
03	10/48

UNIVERZITET U NOVOM SADU
ПРИРОДНО - МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ

APSORPCIJA FONA
OD IZVORA KONAČNIH DIMENZIJA

- DIPLOMSKI RAD -

BUDINSKI LJUBA

Novi Sad, juni 1988.

*Srdačno zahvaljujem Dr Jaroslavu Slivki
i Dr Bikit Ištvanu na dатoj temi i pomoći tokom rada.*

*Zahvaljujem i svim saradnicima laboratorije za
nuklearnu fiziku koji su mi pomogli u eksperimentalnom radu.*

SADRŽAJ

UVOD	
1 INTERAKCIJA ELEKTROMAGNETNOG ZRAČENJA I MATERIJE	4
1.1 Fotoefekat	4
1.2 Komptonov efekat	5
1.3 Stvaranje para elektron-pozitron	7
1.4 Ukupni efikasni presek za atenuaciju	7
2 DETEKCIJA I SPEKTROSKOPIJA γ -ZRAČENJA	10
2.1 Funkcija odziva detektora	10
2.2 Uticaj okoline na funkciju odziva detektora	12
2.3 Spektroskopija γ -zračenja sa Ge(Li) detektorima	13
2.4 Osnovne karakteristike Ge(Li) detektora	14
2.5 Efikasnost spektrometra	17
3 MODELI ZA IZRAČUNAVANJE APSORPCIJE FONA OD STRANE IZVORA KONAČNIH DIMENZIJA	18
3.1 Cilindrična geometrija fona	18
3.1a) Cilindrični apsorber u cilindričnoj geometriji fona	19
3.1b) Apsorber oblika Marinelli u cilindričnoj geometriji fona	21
3.2 Sferna geometrija fona	22
3.2a) Cilindrični apsorber u sfernoj geometriji fona	22
3.2b) Apsorber oblika Marinelli u sfernoj geometriji fona	26
3.3 Anizotropija efikasnosti	31
4 EKSPERIMENTALNI POSTUPAK	35
4.1 Spektrometerski sistem	35
4.2 Izvođenje eksperimenta	37
4.3 Obrada podataka	37
5 REZULTATI I DISKUSIJA	42
5.1 Prikaz rezultata izračunavanja i merenja	42
5.2 Diskusija rezultata	43
6 ZAKLJUČAK	46
7 PRILOG	p1

U V O D

U ovom radu će se razmatrati greške do kojih dolazi usled zanemarivanja apsorpcije fona od strane izvora konačnih dimenzija.

Merenja će se vršiti pomoću Ge (Li) detektora koji ima široku primenu u spektroskopiji γ -zraka. Zbog velike moći razlaganja i relativno velike efikasnosti ovi detektori se koriste i za merenje niskih nivoa radioaktivnosti. Za ova merenja se koriste veliki izvori koji se postavljaju neposredno uz površinu detektora. Pri tome se sistematske greške mogu javiti iz sledećih razloga:

- a) nedovoljno poznavanje efikasnosti za datu geometriju izvor-detektor;
- b) samoapsorpcija zračenja u samom izvoru (ispitivanom uzorku);
- c) sabiranje ("summing") više γ -zraka iz raspada istog izotopa. Istovremenom detekcijom dva ili više γ -zraka pojavljuje se impuls čija visina odgovara zbiru energija γ -zraka koji su detektovani istovremeno. Zraci koji se emituju u kaskadama, detektuju se kao jedan;
- d) apsorpcija fona od strane izvora.

Problemi određivanja efikasnosti detekcije i samoapsorpcije su dosta istraživani (reference [1] - [4]). Ustanovljeno je da se ova dva efekta ne mogu posmatrati odvojeno [5]. Zbog toga se odgovor detektora na zračenje iz izvora konačnih dimenzija teorijski računa metodom Monte Carlo [6]. Ovakvi proračuni su dosta složeni i zahtevaju tačno poznavanje osetljive zapreminе detektora koja varira od detektora do detektora, pa se oni često zamjenjuju semiempirijskim i empirijskim metodama kalibracije.

U procenjivanju "summing" -a kod velikih uzoraka su takođe postignuti određeni rezultati [7].

Kod merenja aktivnosti još nisu ispitane greške do kojih dolazi zbog apsorpcije fona u samom uzorku.

Pod fonom podrazumevamo zračenje koje ne potiče od određenog izvora. Njega čini kosmičko zračenje i zračenje prirodnih i veštačkih radionuklida koji se u malim količinama nalaze u okolnim telima. Radionuklida ima i u

materijalima koji neposredno okružuju detektor, kao i u samom detektoru.

Kao što je već napomenuto, za merenje niskih nivoa radioaktivnosti koriste se izvori velikih dimenzija radi postizanja što nižeg praga detekcije. Takav je slučaj, na primer, kod određivanja koncentracije aktivnosti radionuklida u prirodnim uzorcima. Pri tome se uzorak stavlja u nosač određenog oblika. To može biti, na primer, cilindrični nosač ili nosač oblika Marinelli [8]. Prilikom merenja nosač sa uzorkom se postavlja neposredno uz površinu detektora. Da bi se dobila aktivnost samog uzorka, od izmerene aktivnosti se oduzima fon. Fon se meri tako što se na detektor stavi nosač bez uzorka. Međutim, kada je na detektor postavljen nosač sa uzorkom, jedan deo zračenja fona prolazi kroz uzorak pre nego što padne na detektor. Intenzitet tog dela se smanjuje zbog apsorpcije u uzorku, pa do detektora ne stiže celokupno zračenje fona. Kada se ta apsorpcija fona u samom uzorku ne uzima u obzir, već se od izmerene aktivnosti uzorka oduzima celokupan izmeren fon, prave se sistematske greške.

Merenja niskih nivoa radioaktivnosti se vrše u niskofonskim uslovima, ali ipak su merene aktivnosti često istog reda veličine kao i fon okoline. Zbog velikih dimenzija uzorka i bliske geometrije, apsorpcija fona u uzorku se ne može zanemariti, naročito u oblasti niskih energija γ -zraka. Ako se u uzorku određuje koncentracija aktivnosti onih izotopa čije su linije prisutne i u fonu, pretpostavlja se da ovaj efekat može izazvati znatnu grešku. Efekat apsorpcije raste sa debjinom uzorka, sa porastom apsorpcionog koeficijenta i sa veličinom prostornog ugla u kome uzorak pokriva detektor. Znači, apsorpcija će unositi veću grešku kod uzorka oblika Marinelli nego kod cilindričnih uzorka.

Da bi se razvila semiempirijska metoda za procenu greške koju unosi apsorpcija fona u izvorima različitih oblika, gustine i hemijskog sastava, istraživanja će se vršiti i teorijski i eksperimentalno.

Zračenje koje čini fon u stvarnosti je neuređeno, ali ćemo prilikom teorijskog razmatranja ovog problema

pretpostaviti da ono dolazi od izvora određenog oblika. Izračunavanja će se vršiti za cilindričnu i sfernu geometriju zračenja fona i za dva oblika nosača uzorka: cilindrični i Marinelli. Rezultati dobijeni na osnovu ovih aproksimacija će se upoređivati sa eksperimentalnim rezultatima.

Eksperimentalno se apsorpcija fona od strane izvora u principu može odrediti tako da se izvor zameni neaktivnim materijalom istog hemijskog sastava, strukture i gustine [9]. Međutim, to je teško izvodljivo jer bi trebalo naći uzorak istih karakteristika koji nije radioaktivn. Zbog toga će se izvor zameniti raspoloživim materijalima koji nisu radioaktivni (NaCl , ZnO). Na osnovu teorijskih i eksperimentalnih rezultata pokušaćemo da procenimo greške do kojih dolazi pri merenju niskih nivoa radioaktivnosti za neke konkretnе uzorke.

1. INTERAKCIJA ELEKTROMAGNETNOG ZRAČENJA I MATERIJE

Kada snop elektromagnetsnog zračenja prolazi kroz apsorber, dolazi do slabljenja njegovog intenziteta, odnosno do smanjenja broja fotona iz upadnog snopa. Do tog smanjenja dolazi usled interakcije zračenja sa elektronima ili atomskim jezgrima apsorbera. Za apsorpciju su značajna sledeća tri efekta:

- fotoefekat,
- Komptonov efekat i
- par-efekat.

1.1 FOTOEFEKAT

Kod fotoefekta foton predaje svu svoju energiju vezanom elektronu i nestaje. Deo energije fotona se utroši na izbacivanje elektrona iz elektronskog omotača atoma, a drugi deo prelazi u kinetičku energiju slobodnog elektrona:

$$E_{\gamma} = E_i^V + E_e$$

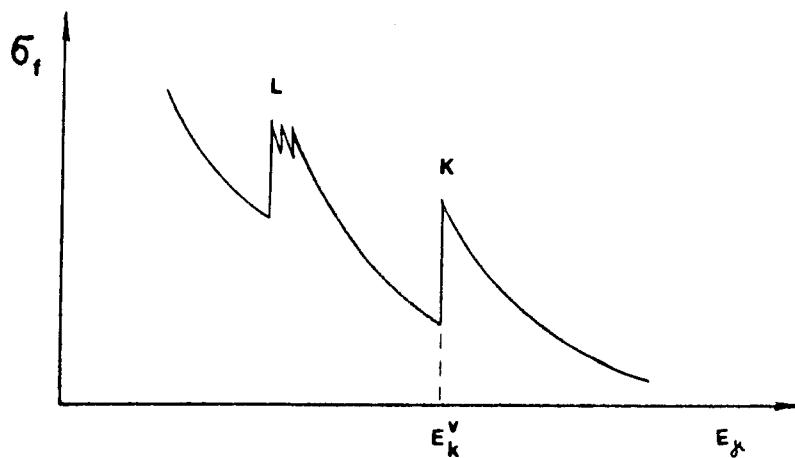
gde je E_{γ} energija fotona, E_i^V -energija veze elektrona u i-tom sloju elektronskog omotača, a E_e -kinetička energija slobodnog elektrona.

Fotoefekat se javlja samo na vezanim elektronima. Verovatnoća za nastanak fotoefekta je veća što je energija veze elektrona veća, odnosno najveća je za K-nivo [10].

Verovatnoća za nastanak efekta meri se efikasnim presekom. Presek za fotoefekat zavisi od rednog broja apsorbera, od energije fotona i od vezivne energije elektrona u elektronskom omotaču. Zavisnost preseka za fotoefekat od energije fotona data je na slici 1.

Presek fotoefekta za svaki energijski nivo elektrona opada obrnuto proporcionalno trećem stepenu energije upadnog fotona ($1/E_{\gamma}^3$) [10]. Do fotoefekta može doći samo ako je $E_{\gamma} > E_i^V$, tako da za $E_{\gamma} = E_i^V$ presek za i-ti sloj naglo teži nuli

i na tim energijama se javljaju apsorpcione ivice. Presek za više slojeve je različit od nule. Dakle, efikasni presek fotoefekta raste sa smanjenjem energije upadnog fotona od jedne do druge apsorpcione ivice, na kojima se njegova vrednost skokovito menja.



Sl. 1

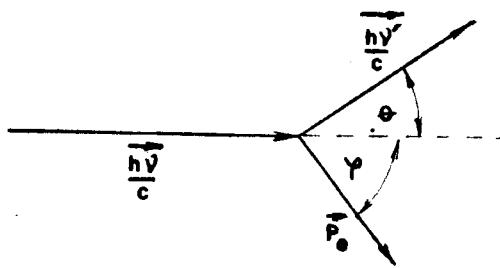
Presek za fotoefekat u zavisnosti od energije upadnog fotona

Presek za fotoefekat zavisi od rednog broja medijuma i to srazmerno Z^5 [10].

Primenom kvantne elektrodinamike može se izračunati efikasni presek za fotoefekat za razne energijske nivoe elektrona u atomu u zavisnosti od energije upadnog fotona.

1.2 KOMPTONOV EFEKAT

Pod Komptonovim efektom se podrazumeva rasejanje elektromagnetsnog zračenja na slobodnom elektronu. Talasna dužina rasejanog zračenja zavisi od ugla rasejanja. Komptonov efekat se može objasniti na osnovu kvantne mehanike tako što se rasejanje elektromagnetsnog zračenja na slobodnom elektronu posmatra kao elastičan sudar fotona i slobodnog elektrona.



Slika 2. Komptonovo rasejanje

Za elastičan sudar važe zakoni održanja energije i impulsa:

$$h\nu = h\nu' + m_e c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right)$$

$$\frac{\vec{h\nu}}{c} = \frac{\vec{h\nu'}}{c} + \frac{\vec{m_e c \beta}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

gde je: $h\nu$ - energija upadnog fotona,
 $h\nu'$ - energija rasejanog fotona,
 m_e - masa mirovanja elektrona.

Rešavanjem ovih jednačina može se odrediti energija rasejanog fotona:

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1-\cos\theta)}$$

Kinetička energija uzmaknutog elektrona se može naći kao razlika energija upadnog i rasejanog fotona:

$$E_e = h\nu - h\nu' = h\nu - \frac{\frac{h\nu}{m_e c^2} (1-\cos\theta)}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1-\cos\theta)}$$

Elektron može dobiti sve vrednosti energije od nulte do neke maksimalne, koja se dobije kada se foton raseje pod uglom od 180° . Izraz za maksimalnu kinetičku energiju uzmaknutog elektrona je:

$$E_e = h\nu \frac{\frac{2h\nu}{m_e c^2}}{1 + \frac{2h\nu}{m_e c^2}}$$

Efikasni presek za Komptonov efekat raste sa rednim brojem Z materijala i opada sa porastom energije fotona. Kao i za presek fotoefekta, tako i za presek Komptonovog efekta teorijski su nadjeni izrazi koji daju zavisnost preseka od energije fotona. Jedan takav izraz dali su Klein i Nišina:

$$\sigma_c = 2\pi r_0^2 \left\{ \frac{1+\alpha}{\alpha^2} \left[\frac{2(1+\alpha)}{1+2\alpha} - \frac{1}{\alpha} \ln(1+2\alpha) \right] + \frac{1}{2\alpha} \ln(1+2\alpha) - \frac{1+3\alpha}{(1+2\alpha)^2} \right\}$$

gde je r_0 radijus elektrona, a $\alpha = h\nu/m_e c^2$. Izraz je uzet iz [10].

1.3 STVARANJE PARA ELEKTRON-POZITRON

Kod stvaranja para elektron-pozitron foton nestaje, a njegova energija se raspoređuje na stvaranje ovih čestica i na njihove kinetičke energije:

$$E_\gamma = 2m_e c^2 + E_{e^-} + E_{e^+}.$$

Da bi moglo doći do par-efekta u Kulonovom polju jezgra, energija fotona mora biti veća od $2m_e c^2$.

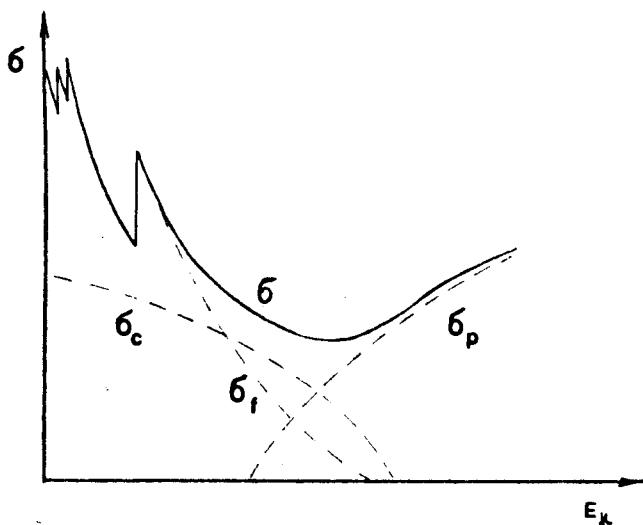
Presek za par-efekat ima složenu formu. Za energije $5m_e c^2 < E_\gamma < 50m_e c^2$ ovaj presek se može aproksimativno predstaviti sledećim izrazom [10]:

$$\sigma_p \approx Z \ln E_\gamma.$$

1.4 UKUPNI EFIKASNI PRESEK ZA ATENUACIJU

Verovatnoća da foton nestane iz snopa zbog interakcije sa atomom, jednaka je zbiru verovatnoća nastanka fotoefekta, Komptonovog efekta i par-efekta. Zbog toga je ukupni efikasni presek jednak zbiru efikasnih preseka za ove efekte [10]:

$$\sigma = \sigma_f + \sigma_c + \sigma_p$$



Slika 3

Ukupan efikasni presek σ i preseci za pojedine efekte σ_c , σ_f i σ_p u zavisnosti od energije γ -kvanta

Efikasni preseci za sva tri efekta se mogu predstaviti grafički u zavisnosti od energije γ - fotona. Zavisnost je prikazana u log-log skali na slici 3. Punom linijom su prikazane vrednosti ukupnog efikasnog preseka koje su za niže energije bliske vrednostima preseka za fotoefekat. Vidi se da rezultujuća kriva ima minimum za određenu energiju γ - zraka.

Kada snop γ -zraka sa N fotona prođe kroz apsorber debljine dx u kome ima n atoma po kubnom metru, broj fotona će se smanjiti za dN . To smanjenje je dato sa:

$$dN = -N n \sigma dx.$$

Odavde se integracijom dobija broj fotona u snopu posle prolaska kroz apsorber debljine x :

$$N = N_0 e^{-\mu x},$$

gde je N_0 broj fotona u upadnom snopu, a $\mu = n \sigma$ linearni apsorpcioni koeficijent. On se može predstaviti i na sledeći način:

$$\mu = \frac{\rho N}{A} \sigma$$

gde je N_A Avogadrov broj, A atomska masa, a ρ gustina apsorbera. Da bi se izbegla zavisnost μ preko ρ od temperature, pritiska i faze, često se koristi maseni apsorpcioni koeficijent

$$\mu' = \frac{\mu}{\rho} = \frac{N_A}{A}$$

U tabelama se mogu naći efikasni preseci za mnoge elemente, ali ne za sve. Neke tabele sadrže i efikasne preseke za određeni broj jedinjenja. Međutim, ne mogu se svi potrebni preseci naći u tabelama. Osim toga, često je potrebno znati preseke za energije različite od onih koje su date u tabelama.

Maseni apsorpcioni koeficijenti za jedinjenja se mogu dobiti kao suma otežinjenih koeficijenata za pojedine elemente:

$$\mu' = \frac{\sum_i \mu'_i A_i}{\sum_i A_i}$$

gde su A_i atomske mase elemenata koji čine jedinjenje.

Za željene energije, maseni apsorpcioni koeficijenti se mogu dobiti interpolacijom. Postojanje diskontinuiteta na apsorpcionim ivicama kod koeficijenata za fotoefekat otežava ova izračunavanja. Naime, moraju se znati maseni apsorpcioni koeficijenti za energije neposredno ispod i iznad apsorpcionih ivica, a interpolacija se komplikuje. Za energije ispod apsorpcione ivice K-sloja interpolacija se mora vršiti posebno za svaki energijski nivo [11]. Ovaj račun se može izvesti pomoću kompjutera.

2. DETEKCIJA I SPEKTROSKOPIJA γ - ZRAČENJA

Detekcija i spektroskopija γ -zraka se zasniva na tri efekta do kojih dolazi pri prolasku γ -zračenja kroz materiju. To su: fotoefekat, Komptonov efekat i efekat stvaranja para elektron-positron.

Sa slike 3 se može videti da je za niske energije γ -zraka (do nekoliko stotina keV) najznačajnija apsorpcija usled fotoefekta, za visoke energije je najverovatnija apsorpcija zbog stvaranja para elektron-positron, a za srednje energije je najverovatniji Komptonov efekat.

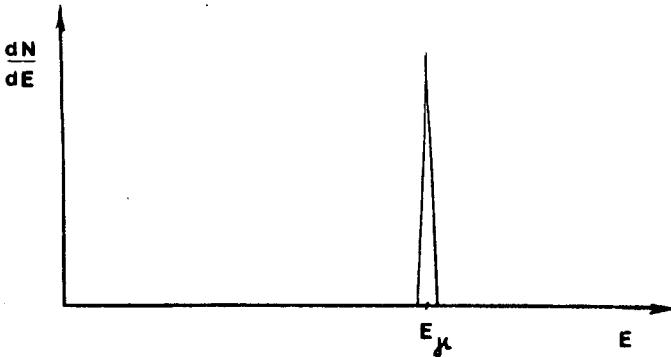
Slobodni elektroni nastali u ovim efektima mogu da vrše jonizaciju i ekscitaciju atoma detektora na osnovu čega se vrši detekcija i određivanje energije fotona. Kod poluprovodničkih detektora dobijeni elektroni troše svoju kinetičku energiju na stvaranje parova elektron-šupljina u sloju prostornog nanelektrisanja. Tako formirani slobodni nosioci nanelektrisanja čine struju koja poteče kroz strujno kolo u koje je vezan detektor i daje impuls na radnom otporniku. Visina impulsa je veća što je veći broj slobodnih nosilaca nanelektrisanja, a ovaj broj je сразмерan energiji γ -kvanta. To omogućava određivanje energije γ -zraka.

2.1 FUNKCIJA ODZIVA [10],[12]

Funkcija odziva daje zavisnost broja impulsa po jedinici energijskog intervala od energije.

U fotoefektu foton predaje celokupnu energiju elektronu. U slučaju monoenergijskih γ -zraka u spektru će se pojaviti fotovrh na energiji upadnih fotona (Sl. 4.).

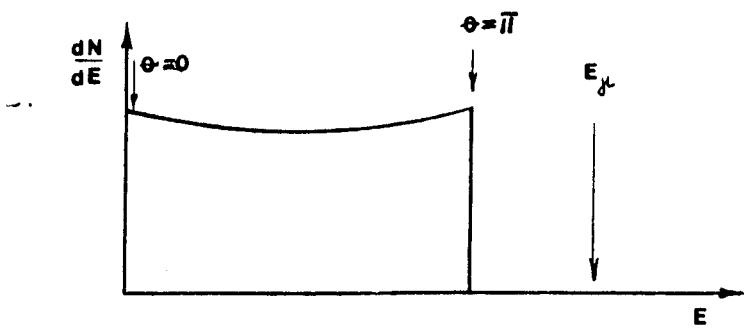
Kada se u fotoefektu izbaci elektron iz atoma, u elektronskom omotaču ostaje upražnjeno mesto. Zbog toga dolazi do pregrupisavanja elektrona i do emitovanja karakterističnog X-zračenja. To X-zračenje takođe može da izazove fotoefekat i slobodni elektroni koji pri tome nastaju nazivaju se Auger-ovi elektroni.



Slika 4. Fotovrh

Ako se karakteristični X-zraci apsorbuju u detektoru, odnosno ako nikakvo zračenje ne napušta detektor, javlja se impuls koji odgovara energiji γ -kvanta. Međutim, ako X-zrak napusti detektor, javlja se impuls koji odgovara energiji nižoj za energiju X-zraka u odnosu na energiju γ -kvanta. Zato se u spektru pored fotovrha javljaju i vrhovi koji odgovaraju "escape"-u od X-zračenja.

Kao što je napomenuto, elektron kome foton u Komptonovom efektu predaje energiju, može dobiti sve vrednosti energije od nulte do neke maksimalne. Zbog toga je raspodela elektrona po energijama kontinuirana i za monoenergijske γ -zrake se može prikazati kao na slici 5.



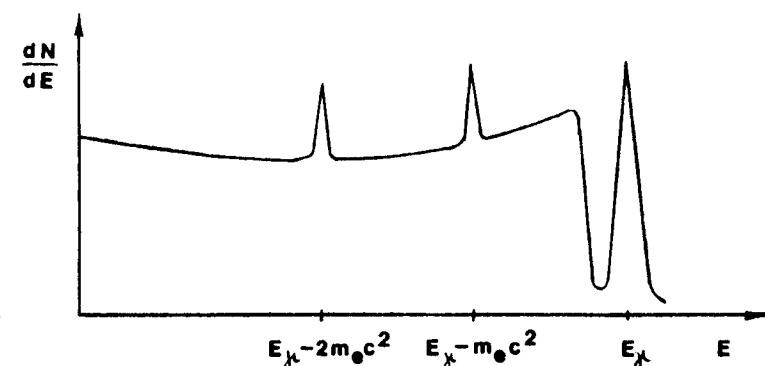
Slika 5
Komptonov kontinuum

Ivica komptonske raspodele je u odnosu na energiju γ -kvanta pomerena ka nižim energijama za energiju rasejanog fotona pod uglom π .

Kod par-efekta ukupna kinetička energija elektrona i

pozitrona je za $2m_e c^2$ manja od energije γ -kvanta. Oni svoju kinetičku energiju gube pri kretanju kroz apsorber. Za veoma kratko vreme pozitron se toliko uspori da se njegova kinetička energija smanji do reda veličine termičke energije elektrona u detektoru. Tada se on anihilira sa elektronom, pri čemu obe čestice nestaju, a emituju se dva kvanta energije od 0,511 MeV. Ovi kvanti se emituju pod uglom od 180° . Ako se i ovi fotoni apsorbuju u detektoru, dobiće se impuls koji odgovara energiji upadnog γ -kvanta. Ukoliko jedan foton izbegne detekciju, impuls će odgovarati energiji nižoj za $m_e c^2$ od energije upadnog γ -kvanta. Ako detekciju izbegnu dva fotona, impuls će odgovarati energiji za $2m_e c^2$ nižoj od energije γ -kvanta. U spektru se javljaju vrhovi koji odgovaraju potpunoj apsorpciji, "escape"-u jednog fotona i "escape"-u dva fotona.

Rezultujući spektar se može prikazati kao na slici 6. Zbog statističkih procesa svi vrhovi imaju konačnu širinu.

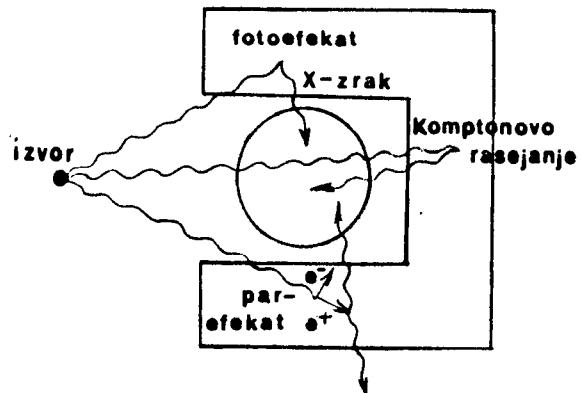


Slika 6

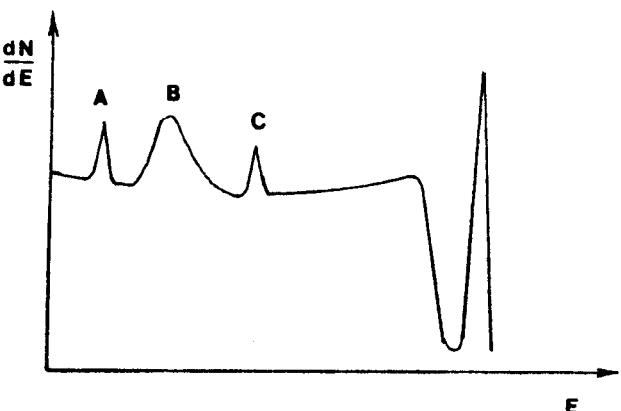
Funkcija odziva sa "escape" vrhovima jednog i dva fotona

2.2 UTICAJ OKOLINE NA FUNKCIJU ODZIVA [12]

U materijalu koji okružuje detektor, odnosno u zaštiti detektora može takođe doći do fotoefekta, Komptonovog efekta i par-efekta.



Slika 7
Efekti u okolnim materijalima



Slika 8
Uticaj okoline na
funkciju odziva

Kao posledica fotoefekta u materijalu koji okružuje detektor nastaju karakteristični X-zraci. Oni mogu dospeti u detektor, zbog čega se u spektru javlja vrh na energiji karakterističnih X-zraka. Na slici 8 je to vrh A.

Fotoni koji se prilikom Komptonovog efekta raseju za uglove veće od $110^\circ - 120^\circ$, imaju energije približne energiji fotonata rasejanog za 180° . Ako ti fotoni dospeju u detektor, oni daju vrh B.

Za dovoljno visoke energije γ -zraka, u okolnom materijalu dolazi do stvaranja parova elektron-pozitron i do anihilacije pozitrona sa elektronom. Ako se jedan od fotona koji pri tome nastanu apsorbuje u detektoru, javlja se impuls koji odgovara energiji 0,511 MeV. U spektru se na toj energiji javlja vrh koji odgovara anihilacionom zračenju i na slici je označen sa C.

2.3 SPEKTROSKOPIJA γ - ZRAČENJA SA Ge(Li) DETEKTORIMA [12]

Za spektroskopiju γ -zraka energije preko nekoliko stotina keV postoje samo dve vrste detektora koji imaju značajnu primenu. To su neorganski scintilacioni detektori - NaJ(Tl) i poluprovodnički detektori. Od poluprovodničkih detektora su značajni Ge(Li) detektori i u novije vreme čisti Ge detektori. Dobra osobina scintilacionih detektora

je velika efikasnost. Poluprovodnički detektori imaju mnogo manju efikasnost, ali im je energijska rezolucija mnogo bolja. Dobra energijska rezolucija Ge(Li) detektora omogućava detekciju slabih izvora koji daju diskretne energije. Naime, detektori koji imaju jednaku efikasnost daće iste površine ispod vrhova, ali onaj detektor koji ima veću moć razlaganja davaće uže i više vrhove od onog sa manjom moću razlaganja. Ti visoki vrhovi mogu da se zapaze iznad kontinuma.

Tipična efikasna zapremina Ge(Li) detektora je manja nego kod NaJ scintilatora. Osim toga, niži redni broj Ge ima za posledicu 10-20 puta manji efikasni presek za fotoefekat, što znači da je verovatnoća za fotoelektričnu apsorpciju u jednoj interakciji toliko puta manja. Višestruke interakcije, kao što je Komptonov efekat praćen fotoelektričnom apsorpcijom, takođe su relativno malo verovatne zbog male efikasne zapremine Ge(Li) detektora. Zbog svega toga efikasnost foto-vrha je kod ovih detektora mnogo manja nego kod NaJ scintilacionih detektora. Iako je površina ispod vrha totalne apsorpcije manja kod Ge(Li) detektora, ti vrhovi ipak predstavljaju istaknuti deo spektra, pošto je njihova širina jako mala. Zbog dobre energijske rezolucije i Komptonov kontinuum se može jasno odvojiti.

Zbog veće transparencije ovog detektora za sekundarne γ -zrake, „escape“ vrhovi igraju važniju ulogu kod Ge(Li) detektora nego kod NaJ scintilatora. „Escape“ vrhovi karakterističnog X-zračenja će biti značajni za male energije za koje je verovatnoća nastajanja fotoefekta velika. Oni će biti naročito izraženi kod malih detektora sa relativno velikom površinom. Za velike energije γ -zraka značajni su „escape“ vrhovi anihilacione radijacije.

2.4 OSNOVNE KARAKTERISTIKE Ge(Li) DETEKTORA [12]

Ge(Li) detektor je detektor p-i-n tipa. On ima relativno veliku efikasnu zapreminu i zbog toga se koristi za detekciju γ -zraka. Efikasnu zapreminu predstavlja i-sloj

za koji je karakteristična ravnoteža donorskih i akceptorskih primesa. Taj i-sloj se dobija procesom jonskog driftovanja.

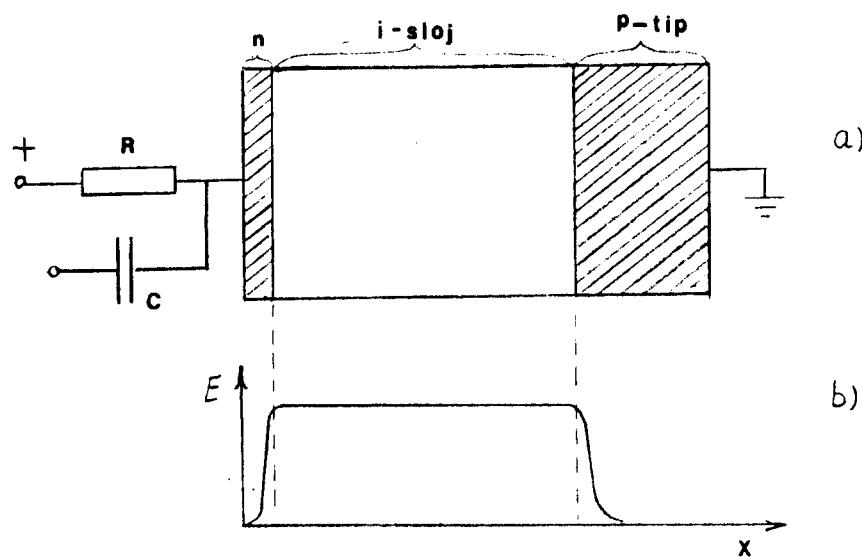
Silicijum i germanijum su i u slučaju velike čistoće poluprovodnici p-tipa. Da bi se kompenzovalo prisustvo akceptorskih primesa, moraju se dodati donorski atomi. Donorske primeće mogu biti alkalni metali /Li,Na,K/, ali jedino litijum se može uneti u silicijum i germanijum u dovoljnoj koncentraciji da bi se izvršila kompenzacija.

Kroz jednu povšinu kristala germanijuma difuzijom se uneće veliki broj litijumovih atoma tako da se na tom kraju formira n-tip poluprovodnika. Otpuštanjem elektrona u provodnu zonu ovi atomi postaju pozitivni joni. Dobijeni p-n spoj se polariše inverzno. Na povišenoj temperaturi i pod uticajem jakog električnog polja, litijumovi joni driftuju u p-deo poluprovodnika tako da se njihova koncentracija izjednačava sa koncentracijom akceptorskih primesa. Naime, postoji težnja da se litijumovi joni rasporede tako da ukupno prostorno nanelektrisanje bude nula u svakoj tački. Jedan deo p-poluprovodnika ostaje nekompenzovan, pa se dobija detektor čija je pojednostavljena šema prikazana na slici 9. Ovaj p-i-n spoj se polariše inverzno da bi se mogao koristiti za detekciju.

U i-sloju je ukupna gustina nanelektrisanja jednaka nuli, a električno polje je zbog toga konstantno. Pošto je specifični otpor i-oblasti znatno veći od specifičnog otpora p ili n-delja, ceo napon se javlja duž i-sloja, a električno polje naglo pada ka nuli na krajevima. Zbog toga zapremina i-sloja predstavlja efikasnu zapreminu detektora.

Da bi se što veći broj slobodnih nosilaca nanelektrisanja skupio i dao impuls, potreban je znatan napon inverzne polarizacije. Tipični naponi su 500-4000 V.

Radi dobijanja veće aktivne zapremine detektora, prave se koaksijalni detektori. Kod ovih detektora se litijumovi atomi unoše kroz spoljašnju površinu cilindričnog kristala. Oni mogu biti sa otvorenim krajevima, pri čemu se p-tip poluprovodnika proteže duž ose u celoj zapremini, ili sa jednim otvorenim krajem. Kod cilindričnih detektora električno polje nije konstantno u celoj aktivnoj zapremini.



Slika 9

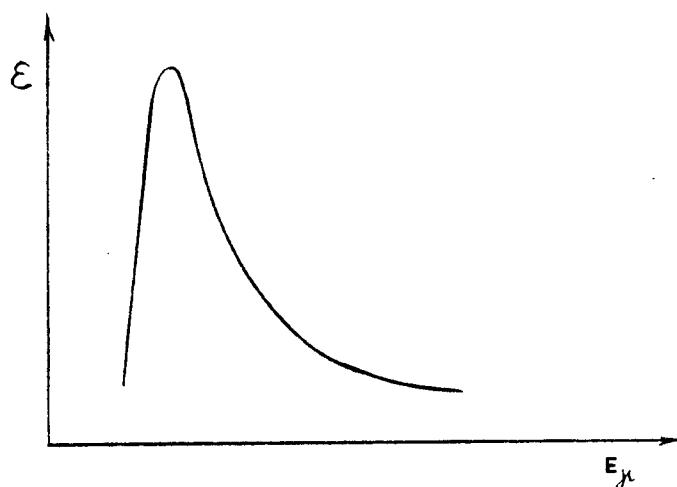
- a) Šema Ge(Li) detektora
- b) Zavisnost jačine električnog polja u detektoru od x-koordinatе

Na sobnoj temperaturi litijumovi joni su dovoljno pokretljivi da dođe do narušavanja kompenzacije dobijene driftovanjem. Zbog toga se detektor mora održavati na niskoj temperaturi, tj. na temperaturi tečnog azota. To se postiže tako što je detektor montiran u vakuumsku komoru kriostata preko koga se ostvaruje termalni kontakt sa rezervoarom tečnog azota. Vakumska komora se sastoji od spoljašnjeg omotača od nerđajućeg čelika, a u centru se nalazi bakarni "hladni prst". On dolazi u dodir sa tečnim azotom, što ima za cilj održavanje detektora na temperaturi ispod tačke isparavanja tečnog azota.

Razvojem tehnologije omogućeno je dobijanje čistih Ge detektora dovoljno velike efikasne zapremine da se mogu koristiti za detekciju γ -zraka. Kod ovih detektora je koncentracija primesa veoma mala i ceo kristal u stvari predstavlja i-sloj [13].

2.5. EFIKASNOST SPEKTROMETRA

Pod efikasnošću spektrometra se podrazumeva odnos broja detektovanih fotona i ukupnog broja fotona koje emituje izvor. Efikasnost se odnosi na vrh totalne apsorpcije. Ovako definisana efikasnost zavisi od energije γ -kvanta, od geometrije izvor-detektor i od medijuma između izvora i detektora. Zavisnost od energije upadnog fotona predstavljena je na slici 10.



Slika 10

Žavisnost efikasnosti detektora od energije upadnog γ -kvanta [14]

Na niskim energijama efikasnost ima maksimum i opada sa daljim porastom energije γ -kvanta.

Takva definicija efikasnosti nije primenljiva kada se radi o detektovanju fona. Zbog toga ćemo uvesti relativnu efikasnost koja predstavlja odnos broja detektovanih fotona N' i broja fotona N koji su pali na detektor:

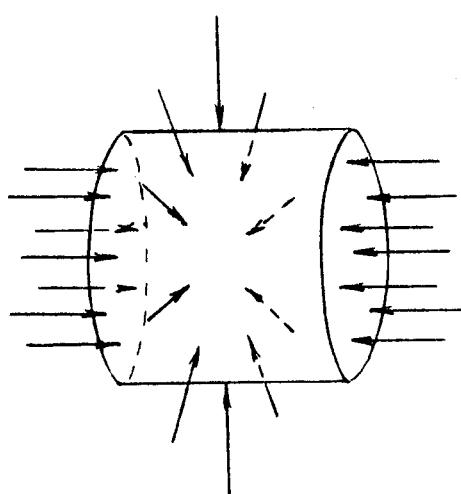
$$\epsilon = \frac{N'}{N}.$$

3. MODELI ZA IZRAČUNAVANJE APSORPCIJE FONA OD STRANE IZVORA KONAČNIH DIMENZIJA

Zračenje koje čini fon je prostorno neuređeno. Da bismo mogli teorijski izračunati koji deo fona se apsorbuje u uzorku, pretpostavimo da je to zračenje ipak na neki način uređeno, odnosno da dolazi od izvora određenog oblika. To znači da ćemo praviti teorijske modele izvora fona koji bi trebalo što više da odgovaraju realnom slučaju. Pri tome treba voditi računa i o tome da račun ne bude suviše komplikovan. Izračunavanja će se vršiti za cilindričnu i sfernu geometriju fona i za dva oblika uzorka (apsorbera): cilindrični i Marinelli.

3.1 CILINDRIČNA GEOMETRIJA FONA

Pretpostavimo da na osnove cilindra zraci padaju paralelno, a na omotač cilindra tako kao da su usmereni ka njegovoj osi. Ovako uređeno zračenje je prikazano na slici 11.



Uzećemo da je broj fotona koji pada na detektor srazmeran njegovoj površini i da je zračenje ravnomerno raspoređeno po površini detektora kada nije postavljen apsorber. Treba napomenuti da se ne može zamisliti izvor koji bi davao ovako uređeno zračenje, ali ono ipak može poslužiti kao jedan model za teorijsko izračunavanje.

Slika 11.

Cilindrična geometrija fona

Pretpostavimo, dalje, da verovatnoća detektovanja fotona ne zavisi od dela detektora u koji on pada i da efikasna zapremina detektora ima oblik cilindra.

3.1a) CILINDRČNI APSORBER U CILINDRIČNOJ GEOMETRIJI FONA

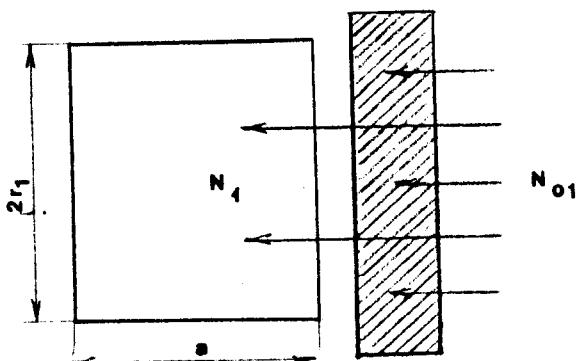
Neka je N_0 ukupan broj fotona zračenja fona koji pada u efikasnu zapreminu detektora za vreme merenja, kada nije postavljen apsorber. Na osnovu cilindra pri tome pada N_{01} foton. Broj fotona koji pada na osnovu cilindra se prema ukupnom broju fotona odnosi kao odgovarajuće površine. Pošto je površina osnove efikasne zapremine detektora $r_1^2\pi$, a ukupna površina:

$$2r_1\pi a + 2r_1^2\pi = 2r_1\pi(a+r_1),$$

imaćemo da je:

$$\frac{N_{01}}{N_0} = \frac{r_1^2\pi}{2(a+r_1)r_1\pi} = \frac{r_1}{2(a+r_1)}.$$

Ovde su sa a i r_1 označene dimenzije efikasne zapremine detektora. Ove dimenzije su označene na sl.12.



Slika 12. Cilindrični apsorber

Ako se ispred detektora postavi cilindrični apsorber, jedan deo zračenja se apsorbuje i na osnovu cilindra umesto N_{01} pada N_1 fotona. Prema zakonu apsorpcije je:

$$N_1 = N_{01} e^{-\mu d}$$

gde je μ linearni apsorpcioni koeficijent, a d debljina apsorbera.

Broj fotona koji u toku merenja padne na preostalu površinu detektora, srazmeran je toj površini:

$$N_o - N_{01} = \frac{2a + r_1}{2(a + r_1)} N_o$$

Uzećemo da se zračenje koje pada na tu preostalu površinu ne apsorbuje.

Ukupan broj fotona koji će dospeti u efikasnu zapreminu detektora kada je ispred njega postavljen cilindrični apsorber, biće:

$$N = N_o - N_{01} + N_1 = \frac{2a + r_1}{2(a + r_1)} N_o + \frac{r_1}{2(a + r_1)} N_o e^{-\mu d}$$

Odnos broja fotona koji padaju na detektor sa i bez apsorbera će biti:

$$\frac{N}{N_o} = \frac{1}{2(a + r_1)} \left[2a + r_1 (1 + e^{-\mu d}) \right]$$

Ovde se podrazumeva da su vremena merenja sa i bez apsorbera ista.

Broj impulsa koji registruje detektor srazmeran je broju fotona koji padnu na njega, tako da se odnos N/N_o može primeniti na broj detektovanih fotona.

Da bi se smanjio broj parametara od kojih zavisi N/N_o , izvršićemo sledeću transformaciju:

$$\frac{N}{N_o} = \frac{1}{2 \left(\frac{a}{r_1} + 1 \right)} \left[2 \frac{a}{r_1} + 1 + e^{-\mu d} \right] \quad (1)$$

Uzećemo da je μd jedan parametar, tako da sada N/N_o zavisi od samo dva parametra: μd i $\frac{a}{r_1}$. Drugi parametar je konstantan za određeni detektor.

3.1b) APSORBER OBLIKA MARINELLI U CILINDRIČNOJ GEOMETRIJI
FONA

Slično je za apsorber oblika Marinelli. U ovom slučaju apsorber zaklanja osnovu i omotač detektora (Sl.13).

Broj fotona koji pada u efikasnu zapreminu detektora će biti:

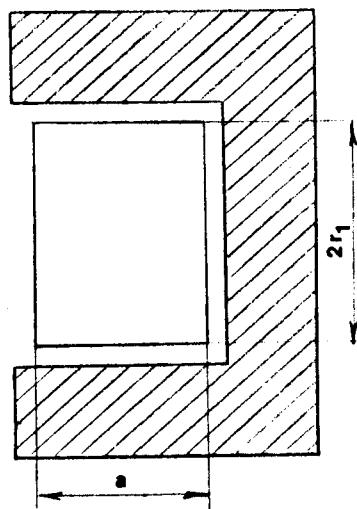
$$N = \frac{r_1^2 \pi}{2(a + r_1)r_1 \pi} N_0 + \frac{2ar_1 \pi + r_1^2 \pi}{2(a + r_1)r_1 \pi} N_0 e^{-\mu d}$$

odnosno:

$$\frac{N}{N_0} = \frac{1}{2(a + r_1)} \left[r_1 + (2a + r_1) e^{-\mu d} \right]$$

Ovaj izraz se takođe može napisati tako da N/N_0 zavisi samo od dva parametra:

$$\frac{N}{N_0} = \frac{1}{2 \left(\frac{a}{r_1} + 1 \right)} \left[1 + \left(\frac{2a}{r_1} + 1 \right) e^{-\mu d} \right] \quad (2)$$



Slika 13. Apsorber oblika Marinelli

3. 2. SFERNA GEOMETRIJA FONA

Prema drugom modelu, fon potiče od sfernog izvora čija aktivnost ne zavisi od ugla. Sa te sfere γ -zraci padaju ka njenom centru u kome se nalazi detektor. Za detektor se sada pretpostavlja da je tačkast. Zbog toga se mora naći neki efektivni centar detektora. Uzećemo da se efektivni centar nalazi u centru aktivne zapremine detektora i smestićemo ga u centar sfere. Pretpostavićemo, za sada, da verovatnoća detektovanja fotona ne zavisi od ugla pod kojim on pada.

3.2a) CILINDRIČNI APSORBER U SFERNOJ GEOMETRIJI FONA

Sa slike 14 se vidi da u prostornom ugлу Ω γ -zraci padaju direktno na detektor. Taj prostorni ugao se dobija integracijom elementa prostornog ugla:

$$d\omega = \sin\theta \, d\theta \, d\phi$$

Integracija se vrši :

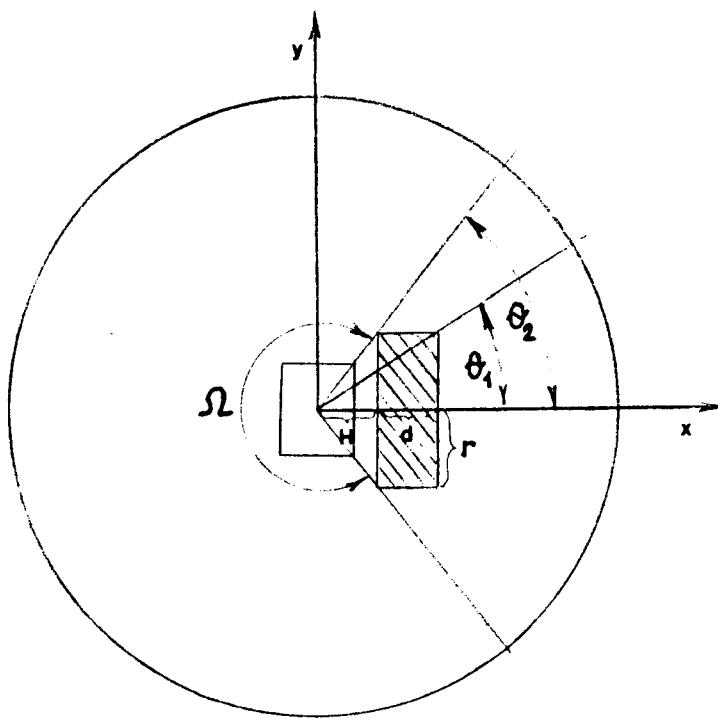
- po φ od 0 do 2π
 - po θ od θ_2 do π .

Prema tome:

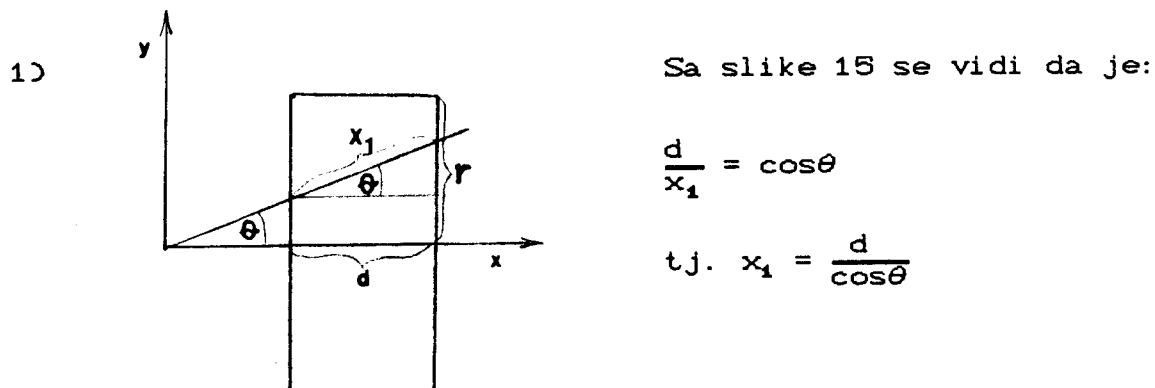
$$\Omega = \int d\varphi \int \sin\theta d\theta = 2\pi(1 + \cos\theta_2)$$

Zraci koji padaju na detektor pod različitim ulovima θ u intervalu 0 do θ_2 , prelaze različite puteve kroz apsorber. Zbog toga je i slabljenje različito za razne uglove. Ovde se mora naći zavisnost predenog puta kroz apsorber od ugla θ , a zatim se vrši integracija. Imaćemo dve oblasti integracije:

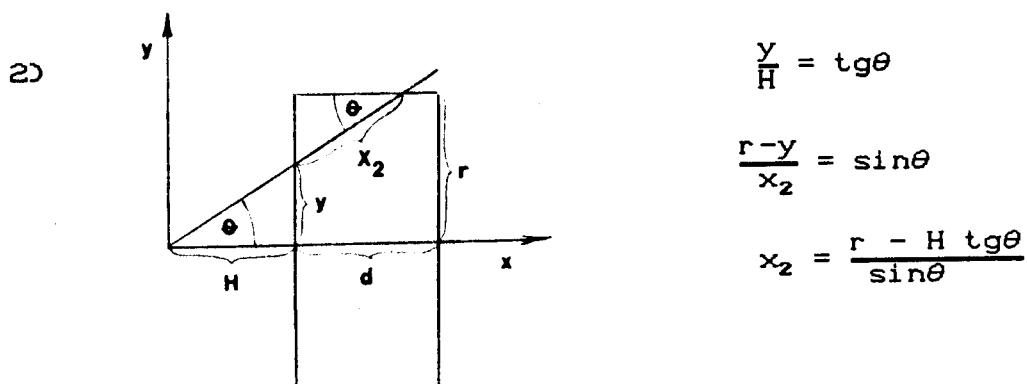
- 1) $0 - \theta_1$
2) $\theta_1 - \theta_2$



Slika 14.
Cilindrični apsorber u sfernoj geometriji



Slika 15. Zrak koji pada pod proizvoljnim uglom u prvoj oblasti integracije



Slika 16. Zrak koji pada pod proizvoljnim uglom u drugoj oblasti integracije

Ovde je r poluprečnik cilindričnog apsorbera, H je udaljenost efektivnog centra detektora od apsorbera, a d debljina apsorbera.

Neka na detektor u svakom elementu prostornog ugla $d\omega$ pada dN_0 kvanta, kada nije postavljen apsorber:

$$dN_0 = N_0 \frac{d\omega}{4\pi} = \frac{1}{4\pi} N_0 \sin\theta d\theta d\varphi$$

Kada se postavi apsorber, od dN_0 fotona koji padaju na njega u elementu prostornog ugla $d\omega$, na detektor će pasti

$$dN_1 = dN_0 e^{-\mu x} = \frac{1}{4\pi} N_0 e^{-\mu x} \sin\theta d\theta d\varphi \text{ fotona.}$$

Ovde je x put koji fotoni prelaze kroz apsorber u tom elementu prostornog ugla.

Pošto pretpostavljamo da se u prostornom uglu Ω γ -zraci ne apsorbuju, u tom uglu će na detektor u toku merenja pasti $\frac{\Omega}{4\pi} N_0$ kvanata.

Broj kvanata koji prođe kroz apsorber i padne na detektor, označićemo sa N_1 . Ukupan broj kvanata koji pada na detektor biće:

$$N = \frac{\Omega}{4\pi} N_0 + N_1 .$$

N_1 se može izračunati integracijom dN_1 po φ od 0 do 2π i po θ od 0 do θ_1 , a zatim od θ_1 do θ_2 :

$$N_1 = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{\theta_1}^{\theta_2} N_0 e^{-\mu x_1} \sin\theta d\theta + \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{\theta_1}^{\theta_2} N_0 e^{-\mu x_2} \sin\theta d\theta$$

Pošto predeni put kroz apsorber ne zavisi od ugla φ , može se izvršiti integracija po φ :

$$N_1 = \frac{N_0}{2} \int_0^{\theta_1} e^{-\frac{\mu d}{\cos\theta}} \sin\theta d\theta + \frac{N_0}{2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} e^{-\mu \frac{r-Htg\theta}{\sin\theta}} \sin\theta d\theta$$

Za N/N_0 se dobija izraz:

$$\frac{N}{N_0} = \frac{\Omega}{4\pi} + \frac{1}{2} \int_0^{\theta_1} e^{-\frac{\mu d}{\cos\theta}} \sin\theta d\theta + \frac{1}{2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} e^{-\mu \left(\frac{r}{\sin\theta} - \frac{H}{\cos\theta}\right)} \sin\theta d\theta$$

Da bi se smanjio broj parametara od kojih zavisi N/N_0 , može se izvršiti sledeća transformacija:

$$\frac{N}{N_0} = \frac{\Omega}{4\pi} + \frac{1}{2} \int e^{\frac{\mu d}{\cos\theta}} \sin\theta d\theta + \frac{1}{2} \int e^{\frac{\mu d}{d/r} \left(\frac{1}{\sin\theta} - \frac{H/r}{\cos\theta} \right)} \sin\theta d\theta \quad (3)$$

Sada je N/N_0 funkcija tri parametra: μd , d/r i H/r .

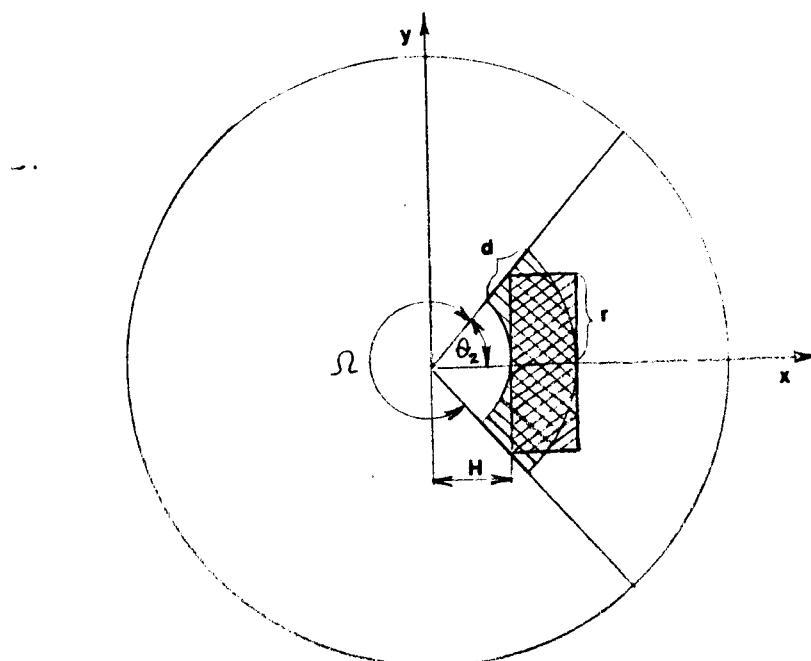
Ovi integrali se mogu izračunati numerički uz korišćenje relacija:

$$\frac{r}{H+d} = \tan\theta_1 \quad \text{i} \quad \frac{r}{H} = \tan\theta_2,$$

odnosno:

$$\tan\theta_1 = \frac{1}{H/r + d/r} \quad \text{i} \quad \tan\theta_2 = \frac{1}{H/r}.$$

Da bi se pojednostavio račun, može se umesto cilindričnog apsorbera posmatrati apsorber koji ispunjava zapreminu sferne ljudske. Uzećemo da je debljina ljudske jednak debljini cilindričnog apsorbera, kao što je prikazano na slici 17. Pošto se ovde radi o sfernem modelu fona, svejedno je na kojoj daljini od detektora se nalazi ta sferna ljudska, ali ona uvek mora zaklanjati detektor u istom prostornom uglu.



Slika 17.

Cilindrični apsorber i sferna ljudska kojom se on aproksimira

Ukupan broj fotona koji pada na detektor može se i u ovom slučaju izraziti ovako:

$$N = \frac{\Omega}{4\pi} N_0 + N_1$$

gde je sada:

$$N_1 = \frac{N_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\theta_2} e^{-\mu d} \sin\theta d\theta$$

Dužina puta koji fotoni prelaze kroz apsorber sada ne zavisi od ugla, pa možemo pisati:

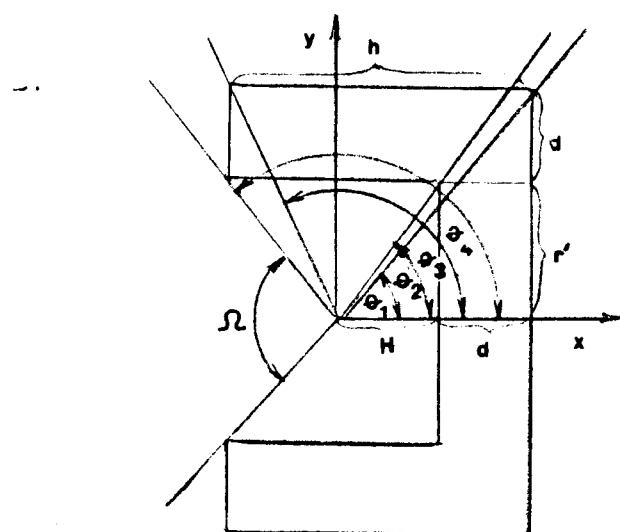
$$N_1 = \frac{N_0}{2} e^{-\mu d} \int_0^{\theta_2} \sin\theta d\theta = \frac{N_0}{2} e^{-\mu d} (1 - \cos\theta_2)$$

Tako se dobija: $\frac{N}{N_0} = \frac{\Omega}{4\pi} + \frac{1}{2} e^{-\mu d} (1 - \cos\theta_2) \quad (4)$

Ovde je N/N_0 funkcija μd i H/r (preko θ_2).

3.2 b) APSORBER OBLIKA MARINELLI U SFERNOJ GEOMETRIJI FONA

Za apsorber Marinelli oblika ćemo imati četiri oblasti integracije, kao što je prikazano na slici 18.



Slika 18.

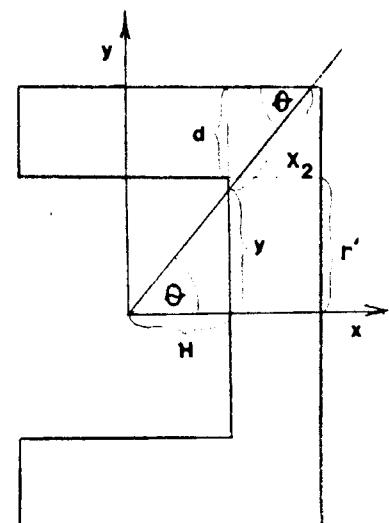
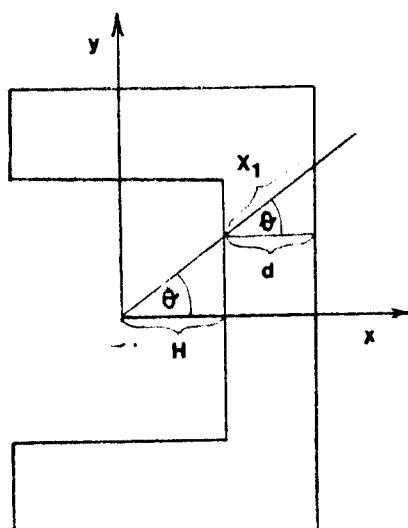
Oblasti integracije za apsorber oblika Marinelli u sfernoj geometriji fona

Uzećemo da je debljina apsorbera svuda ista. Slično kao kod cilindričnog apsorbera, N/N_0 ćemo izračunati na osnovu sledećeg izraza:

$$\frac{N}{N_0} = \frac{\Omega}{4\pi} + \frac{1}{2} \int\limits_{\theta_1}^{\theta_2} e^{-\mu x_1} \sin\theta d\theta + \frac{1}{2} \int\limits_{\theta_1}^{\theta_2} e^{-\mu x_2} \sin\theta d\theta + \\ + \frac{1}{2} \int\limits_{\theta_2}^{\theta_3} e^{-\mu x_3} \sin\theta d\theta + \frac{1}{2} \int\limits_{\theta_3}^{\theta_4} e^{-\mu x_4} \sin\theta d\theta$$

Dužina puta γ -zraka kroz apsorber $-x_1$, data je sa:

$$x_1 = \frac{d}{\cos\theta}$$



Slika 19.

Zrak koji pada pod
proizvoljnim uglom
u prvoj oblasti integracije

Slika 20.

Zrak koji pada pod
proizvoljnim uglom
u drugoj oblasti integracije

Sa Sl. 20 se vidi da je za drugu oblast integracije:

$$\frac{r' + d - y}{x_2} = \sin\theta \quad i \quad y = H \tan\theta .$$

Odavde sledi:

$$x_2 = \frac{r' + d}{\sin\theta} - \frac{H}{\cos\theta}$$

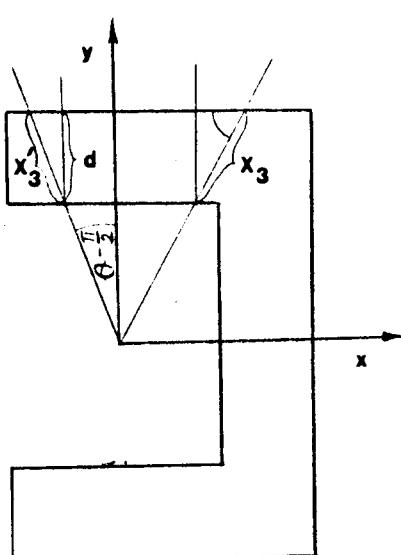
Za treću oblast integracije je:

$$x_3 = \frac{d}{\sin\theta}$$

Može se pokazati da za x'_3 važi isti izraz :

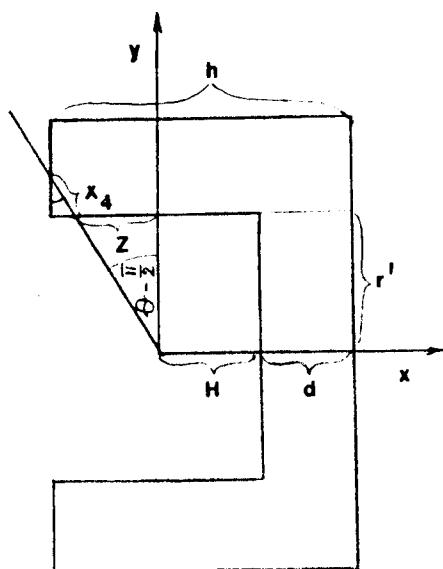
$$\frac{d}{x'_3} \cos(\theta - \frac{\pi}{2}) = \sin\theta$$

$$x'_3 = \frac{d}{\sin\theta}$$



Slika 21.

Zrak koji pada pod
proizvoljnim uglom u
trećoj oblasti integracije



Slika 22.

Zrak koji pada pod
proizvoljnim uglom u
četvrtoj oblasti integracije

U četvrtoj oblasti integracije imamo:

$$\frac{h-d-H-z}{x_4} = \sin(\theta - \frac{\pi}{2}) = -\cos\theta \quad i \quad z = r'\tan(\theta - \frac{\pi}{2}) = -r'\cot\theta$$

odakle sledi:

$$x_4 = -\frac{h-d-H}{\cos\theta} - \frac{r'}{\sin\theta}$$

Za $\frac{N}{N_0}$ se posle transformisanja dobija sledeći izraz:

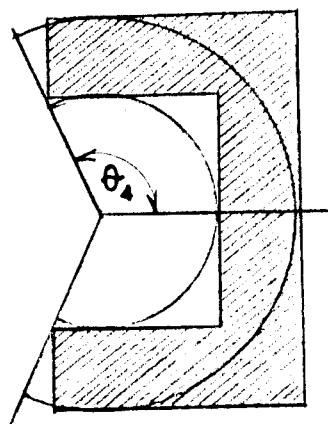
$$\begin{aligned} \frac{N}{N_0} &= \frac{\Omega}{4\pi} + \frac{1}{2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{\theta_2}^{\theta_3} -\frac{\mu d}{\cos\theta} \sin\theta d\theta + \frac{1}{2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{\theta_3}^{\theta_4} -\frac{\mu d}{d/r'} \left(\frac{1+d/r'}{\sin\theta} - \frac{H/r'}{\cos\theta} \right) \sin\theta d\theta + \\ &+ \frac{1}{2} \int_{\theta_2}^{\theta_3} \int_{\theta_4}^{\theta_1} -\frac{\mu d}{\sin\theta} \sin\theta d\theta + \frac{1}{2} \int_{\theta_3}^{\theta_4} \frac{\mu d}{d/r'} \left(\frac{h/r' - d/r' - H/r'}{\cos\theta} + \frac{1}{\sin\theta} \right) \sin\theta d\theta \end{aligned} \quad (5)$$

Ovde je N/N_0 funkcija četiri parametra: μd , d/r' , H/r' i h/r' .

Sa slike 18. se vidi da je:

$$\tan\theta_1 = \frac{1+d/r'}{H/r' + d/r'}, \quad \tan\theta_2 = \frac{1}{H/r'},$$

$$\tan(\theta_3 - \frac{\pi}{2}) = \frac{h/r' - d/r' - H/r'}{1 + d/r'} \text{ i } \tan(\theta_4 - \frac{\pi}{2}) = \frac{h}{r'} - \frac{d}{r'} - \frac{H}{r'}$$



Slika 23.

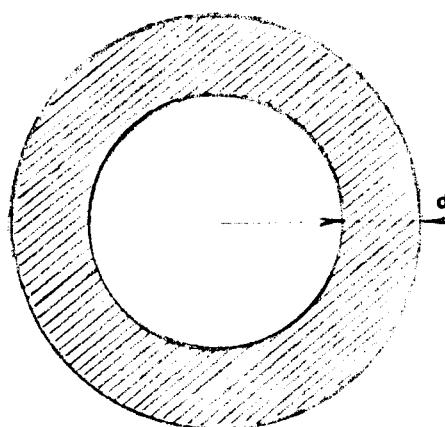
Apsorber oblika Marinelli i sferna ljudska kojom se on aproksimira

Slično kao kod cilindričnog apsorbera, i apsorber oblika Marinelli se može aproksimirati apsorberom koji ispunjava zapreminu sferne ljuske.

Izraz za $\frac{N}{N_0}$ ima isti oblik kao u slučaju cilindričnog apsorbera, s tim što ovde umesto θ_2 stoji θ_4 :

$$\frac{N}{N_0} = \frac{\Omega}{4\pi} + \frac{1}{2} e^{-\mu d} (1 - \cos\theta_4) \quad (6)$$

Zamislimo da apsorber potpuno opkoljava detektor, kao na slici 24.



Slika 24.

Apsorber koji potpuno opkoljava detektor

Od N_0 fotona koji padaju na apsorber, kroz njega prođe N :

$$N = N_0 e^{-\mu d}$$

Ovaj izraz možemo napisati na sledeći način:

$$\frac{N}{N_0} e^{\mu d} = 1$$

Logaritmovanjem leve i desne strane čemo dobiti:

$$\ln\left(\frac{N}{N_0} e^{\mu d}\right) = 0$$

Ako se grafički predstavi zavisnost $\ln\left(\frac{N}{N_0} e^{\mu d}\right)$ od μd , dobije se prava linija koja se poklapa sa horizontalnom koordinatnom osom.

Za izvedene izraze treba za razne μd izračunati $\ln(\frac{N}{N_0} e^{\mu d})$. Dobijene vrednosti će biti različite od nule i na osnovu njih se crtaju krive za razne modele. Te krive pokazuju odstupanje od slučaja kada bi sav fon prolazio kroz apsorber iste debljine. Odstupanje od nule će biti veće za cilindrični apsorber nego za apsorber oblika Marinelli, jer cilindrični apsorber zaklanja detektor u manjem prostornom uglu.

3.3 ANIZOTROPIJA EFIKASNOSTI

Prilikom izvodenja za sfernu geometriju uzeli smo da je detektor tačkast i da verovatnoća detektovanja ne zavisi od ugla pod kojim foton pada na detektor. Međutim, u stvarnosti nije svejedno pod kojim uglom θ zračenje pada na detektor. Da bismo to uzeli u obzir, uvešćemo diferencijalnu efikasnost $\epsilon(\theta)$ koja se odnosi na detekciju fotona koji padaju na detektor u elementu prostornogугла $d\omega$.

Diferencijalna efikasnost je veća za male uglove θ i smanjuje se sa povećanjem ugla. Da bi se to uvelo u račun, potrebno je naći neku jednostavnu funkciju koja dovoljno dobro opisuje ovu zavisnost. Može se uzeti da diferencijalna efikasnost zavisi od ugla θ na sledeći način:

$$\epsilon(\theta) = \frac{\epsilon(0)}{1 + c^2 \cdot \theta^2} \quad (7)$$

gde je c neka konstanta.

Neka je diferencijalna efikasnost za $\theta=\pi$, b puta manja nego za $\theta=0$:

$$\epsilon(\pi) = \frac{1}{b} \epsilon(0) \quad (8)$$

Za $\theta=\pi$ izraz (7) će biti:

$$\epsilon(\pi) = \frac{\epsilon(0)}{1 + c^2 \cdot \pi^2} \quad (9)$$

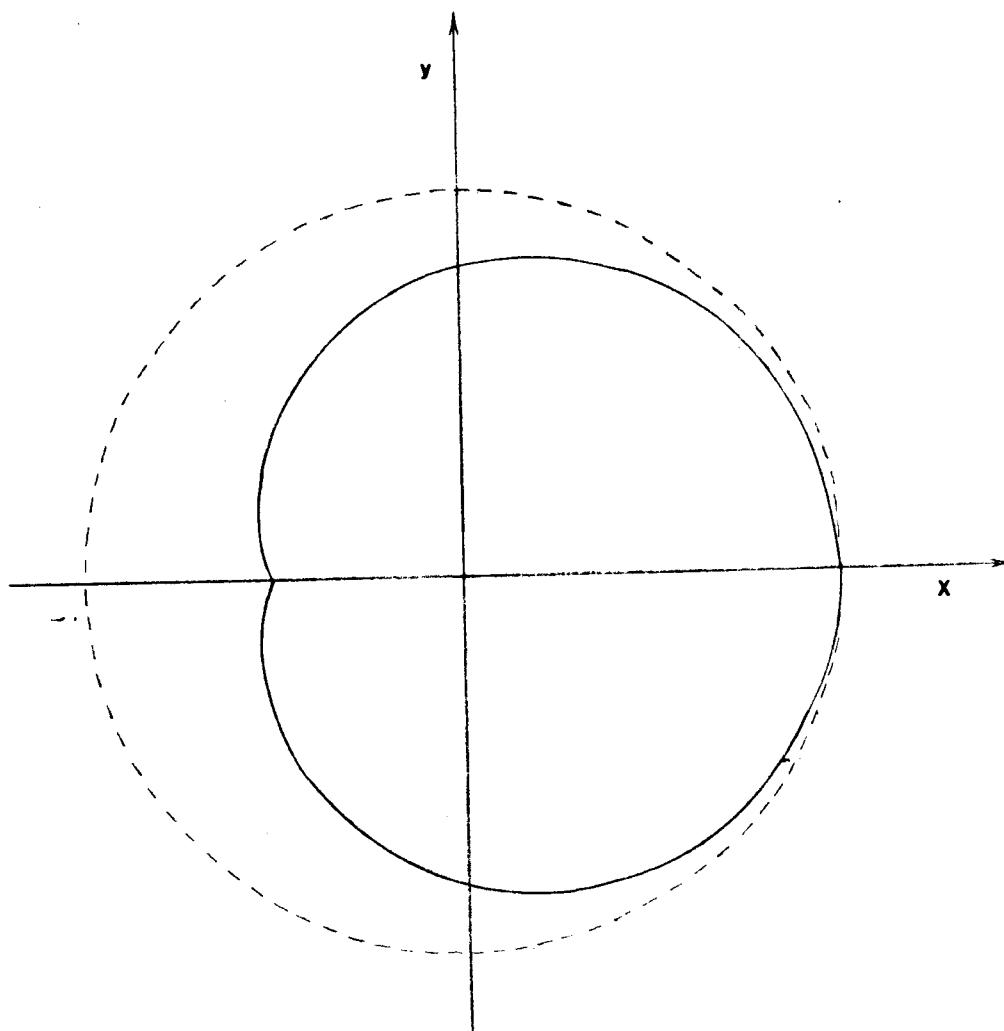
Iz (8) i (9) se dobija da je :

$$c = \pm \frac{1}{\pi} \sqrt{b-1}$$

Ako stavimo da je $b=2$, tj. da je diferencijalna efikasnost za $\theta=\pi$ dva puta manja nego za $\theta=0$, izraz (7) će biti:

$$\varepsilon(\theta) = \frac{\varepsilon(0)}{1 + \theta^2/\pi^2}$$

Zavisnost $\frac{\varepsilon(\theta)}{\varepsilon(0)}$ od θ za $b=2$ prikazana je u polarnom dijagramu na slici 25. punom linijom. Isprekidanom linijom je predstavljen izotropan slučaj.



Slika 25.

Zavisnosti $\frac{\varepsilon(\theta)}{\varepsilon(0)}$ od θ u polarnom dijagramu

Uzećemo da se od dN fotona koji padnu na detektor u elementu prostornog ugla $d\omega$, detektuje:

$$dN' = \frac{\epsilon(\Omega)}{1 + \theta^2/\pi^2} dN \text{ fotona.}$$

Posmatrajmo ponovo apsorber koji ispunjava zapreminu sferne ljuske. Na tom primeru ćemo videti kako se računa N'/N_o uzimajući u obzir anizotropiju efikasnosti.

Kada nije postavljen apsorber, od N_o fotona koji padnu na detektor detektuje se N'_o fotona:

$$N'_o = \frac{1}{4\pi} N_o \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \frac{\epsilon(\Omega)}{1 + \theta^2/\pi^2} \sin\theta d\theta$$

$$\text{tj. } N'_o = \frac{N_o}{2} \epsilon(\Omega) \int_0^\pi \frac{\sin\theta}{1 + \theta^2/\pi^2} d\theta$$

Kada se postavi cilindrični apsorber, detektovaće se N' fotona:

$$N' = \frac{N_o}{2} \epsilon(\Omega) e^{-\mu d} \int_0^{\theta_2} \frac{1}{1 + \theta^2/\pi^2} \sin\theta d\theta + \frac{N_o}{2} \epsilon(\Omega) \int_{\theta_2}^\pi \frac{1}{1 + \theta^2/\pi^2} \sin\theta d\theta$$

Odnos $\frac{N'}{N'_o}$ će biti:

$$\frac{N'}{N'_o} = (e^{-\mu d} \int_0^{\theta_2} \frac{\sin\theta}{1 + \theta^2/\pi^2} d\theta + \int_{\theta_2}^\pi \frac{\sin\theta}{1 + \theta^2/\pi^2} d\theta) / \int_0^\pi \frac{\sin\theta}{1 + \theta^2/\pi^2} d\theta \quad (10)$$

Ovaj izraz se odnosi na cilindrični apsorber. Isto tako, za apsorber oblika Marinelli će biti:

$$\frac{N'}{N'_o} = (e^{-\mu d} \int_0^{\theta_4} \frac{\sin\theta}{1 + \theta^2/\pi^2} d\theta + \int_{\theta_4}^\pi \frac{\sin\theta}{1 + \theta^2/\pi^2} d\theta) / \int_0^\pi \frac{\sin\theta}{1 + \theta^2/\pi^2} d\theta \quad (11)$$

Slično se mogu izvesti izrazi za $\frac{N'}{N'_o}$ i kod ostalih primera u sfernoj geometriji. Naravno, svi ti izrazi su samo približni jer su pri izvodenju uvedene određene aproksimacije.

Ako stavimo da je $\frac{\epsilon(\theta)}{\epsilon(0)} = 1$, ovi izrazi će preći u ranije dobijene izraze za N/N_0 .

Numerička izračunavanja se mogu izvršiti pomoću programa koji je dat u prilogu na strani p2. Integracija u izrazima (3), (5), (10) i (11) se vrši pomoću Simpsonove formule [15]. - Kada je $b=1$ program računa vrednosti za $\ln\left(\frac{N}{N_0} e^{\mu d}\right)$. Da bi se dobile vrednosti za $\ln\left(\frac{N'}{N'_0} e^{\mu d}\right)$, to jest da bi se uzela u obzir zavisnost diferencijalne efikasnosti od ugla, b treba da ima neku vrednost veću od jedinice. Vrednosti za $\ln\left(\frac{N}{N_0} e^{\mu d}\right)$ se mogu izračunati i za cilindričnu i za sfersku geometriju, a za $\ln\left(\frac{N'}{N'_0} e^{\mu d}\right)$ samo za sfersku geometriju.

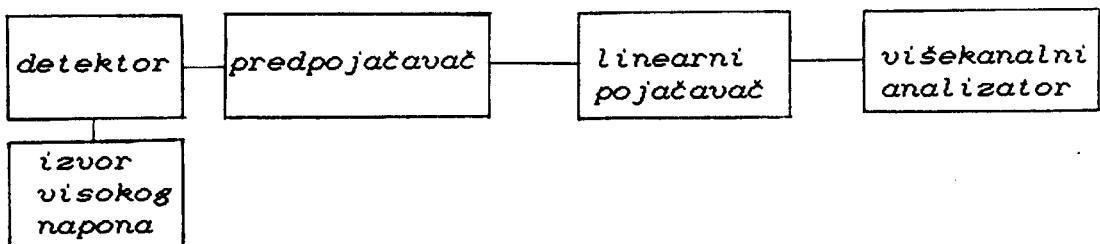
Dimenzije detektora i apsorbera koje su potrebne za izračunavanje date su u odeljku o eksperimentalnom radu. Vrednosti μd za koje se vrše izračunavanja ovde se mogu uzeti proizvoljno, ali tako da pokrivaju interval u kome leže eksperimentalni rezultati.

Teorijske krive ne zavise od vrste apsorbera.

4 EKSPERIMENTALNI POSTUPAK

4.1 SPEKTROMETARSKI SISTEM

Spektrometarski sistem se sastoji iz detektora, izvora visokog napona, predpojačivača, linearnog pojačivača i višekanalnog analizatora. Šema spektrometra je data na slici 26.



Slika 26
Šema spektrometarskog sistema

Visoki napon služi za inverznu polarizaciju p-i-n spoja. On treba da obezbedi dovoljno brzo sakupljanje slobodnih nosilaca nanelektrisanja, da ne bi došlo do njihove rekombinacije.

Količina nanelektrisanja koja se formira pri apsorpciji γ -kvanta je veoma mala. Struja koja pri tome protekne kroz kolo je takođe veoma mala, tako da se signali ne mogu detektovati bez prethodnog pojačanja.

U predpojačavač se dovodi signal koji se formira na radnom otporniku. Njegovo pojačanje je malo, a izlaz je tako podešen da se signal može dalje prenositi koaksijalnim kablom.

Linearni pojačavač povećava amplitudu impulsa сразмерно prvobitnoj visini impulsa.

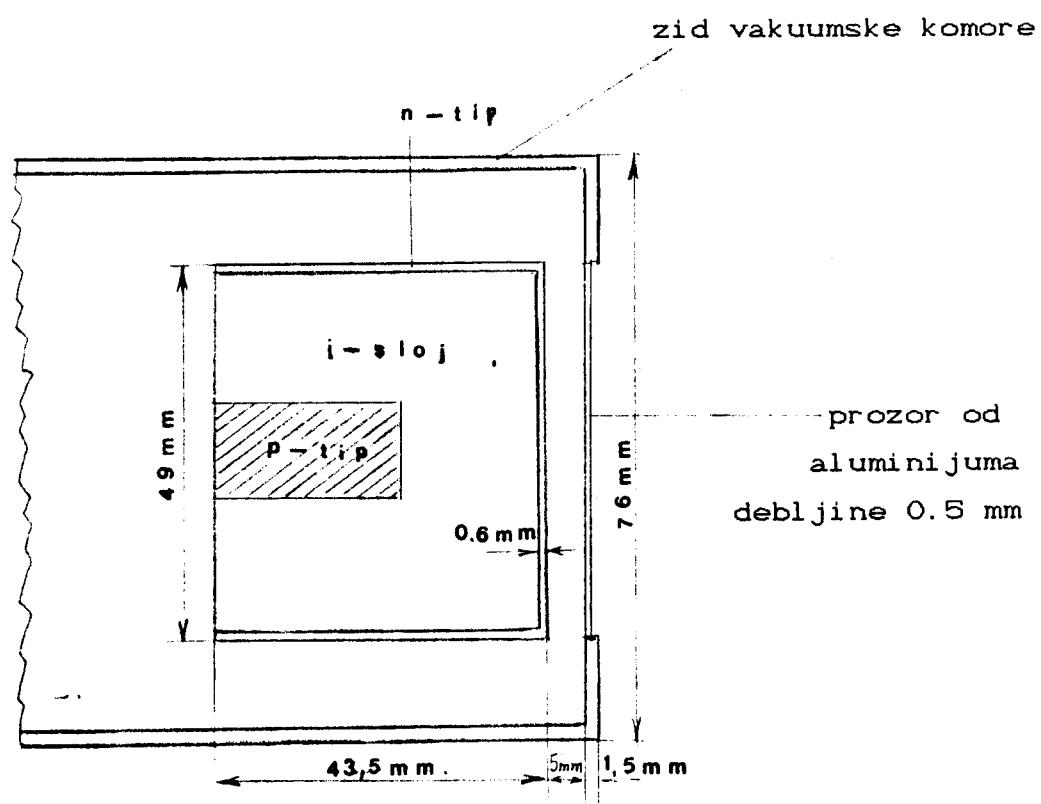
Višekanalni analizator razvrstava impulse po visini. On pretvara analogni signal u odgovarajući digitalni broj. Tu funkciju vrši analog-digital konverter (ADC). Izlazne veličine ADC-a se smeštaju u memoriju. Memorija ima toliki

broj mesta koliki je (maksimalan) broj kanala na koje se spektar može podeliti.

Detektor koji je korišćen je "Canberra" tipa 7229, predpojačavač - 2001, a linearni pojačavač je tipa 1413.

Višekanalni analizator je proizvod firme "Nuclear Data", tipa 2400, i ima 4096 kanala.

Ge(Li) detektor je cilindričnog oblika sa jednim otvorenim krajem. Na slici 27 je prikazan Ge(Li) kristal i deo vakuumske komore.



Slika 27
Ge(Li) kristal i deo vakuumske komore

Ova slika je pojednostavljena i na njoj su prikazani samo oni delovi čije su dimenzije potrebne za računanje teorijskih krivih.

4.2 IZVOĐENJE EKSPERIMENTA

Da bi se moglo odrediti koji deo zračenja fona se apsorbuje u izvoru, izvor se zamenjuje apsorberom koji nije radioaktivn. U stvari, potrebno je da apsorber bude dovoljno čist da se njegovo zračenje može zanemariti.

Eksperimentalni rad se sastoji u snimanju spektra fona sa i bez apsorbera. Zatim se traži odnos izmerenih aktivnosti u jednom i drugom slučaju i računa se $\ln(\frac{A}{A_0} e^{\mu d})$. Odbroj sa i bez apsorbera je određen za šesnaest intenzivnih linija fona u energetskom opsegu 75 keV-2614 keV.

U toku merenja detektor je bio izvan komore da bi se povećala brzina brojanja fona, odnosno da bi se smanjila greška pri istom vremenu merenja.

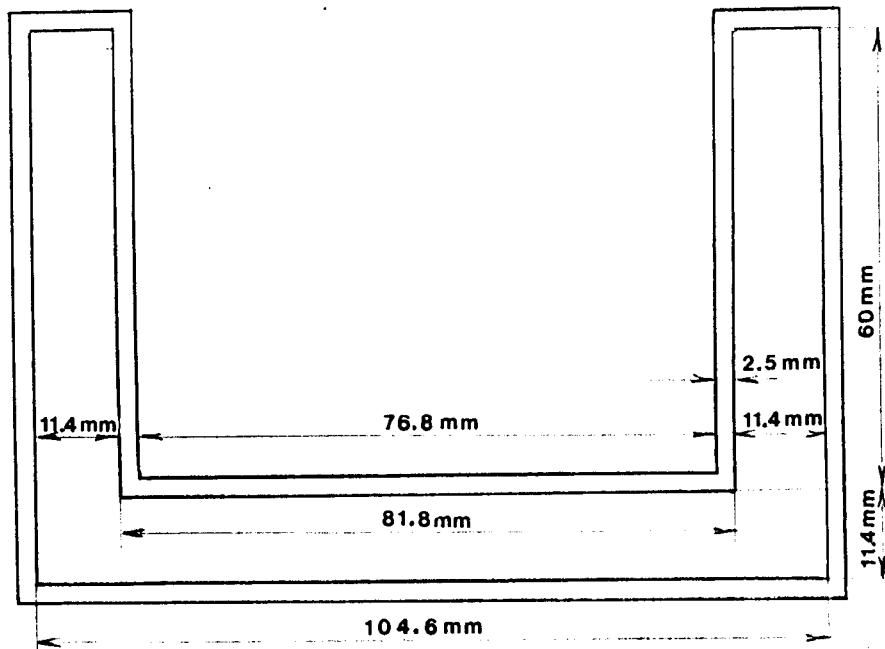
Merenja su vršena samo za apsorber oblika Marinelli. Kao apsorber su poslužili natrijum-hlorid i cink-oksid. Stepen čistoće je bio 99.5% za NaCl i 99% za ZnO. Apsorber je u toku snimanja spektra ispunjavao nosač oblika Marinelli. Materijal od koga je napravljen nosač treba da ima nisko Z da ne bi rasejavao zračenje. Zbog toga su plastični materijali pogodni za izradu nosača. Merenja su vršena za dve različite debeljine apsorbera (1,14 i 1,9 cm). Crteži ovih nosača su dati na slici 28.

Spektar je prvo snimljen tako što je na detektor stavljen prazan Marinelli-nosač dimenzija datih na sl. 28. b). Zatim je on ispunjen natrijum-hloridom i ponovo je izmeren fon. Merenje je ponovljeno i kad je nosač bio ispunjen cink-oksidom. Sve to je ponovljeno i za Marinelli - nosač dimenzija prikazanih na Sl. 28a). Prilikom punjenja nosača vodili smo računa o tome da apsorber bude kompaktan i homogeno raspoređen.

4.3 OBRADA PODATAKA

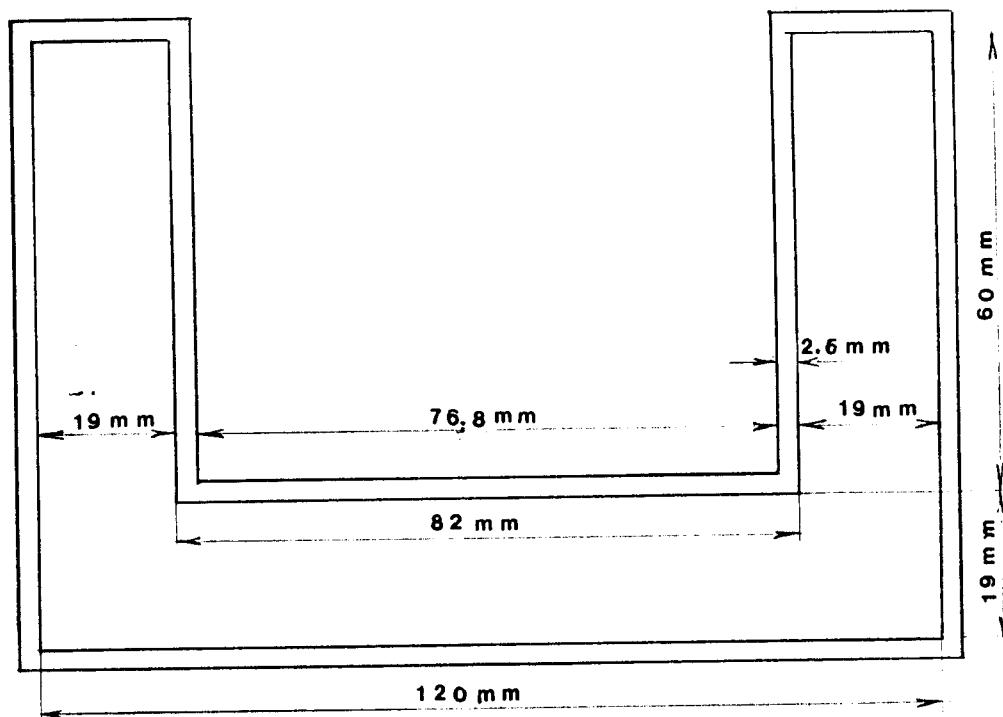
Merenje se sastoji u određivanju odbroja pod vrhom totalne apsorpcije za linije fona. Vrhovi totalne apsorpcije su superponirani na kontinuum koji potiče od Komptonovog rasejanja, kao što je prikazano na slici 29. Zbog toga je

a)



$$V = R^2 \pi d + (h-d) (R^2 - r^2) \pi = 298.2 \text{ cm}^3$$

b)

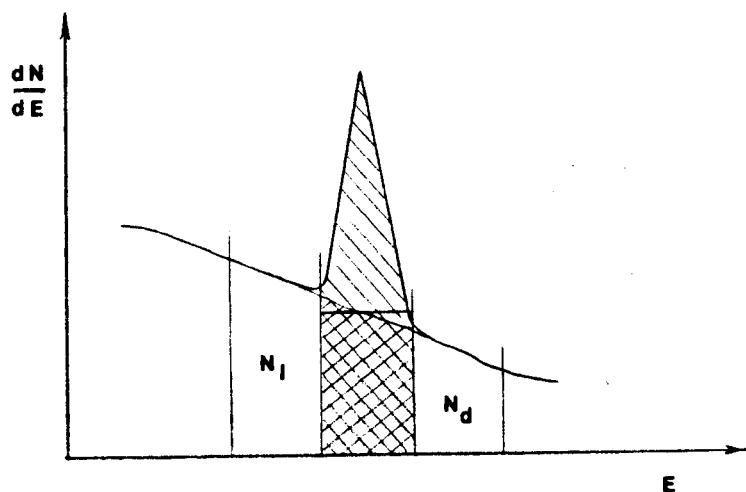


$$V = 576.6 \text{ cm}^3$$

Slika 28

*Crteži nosača oblika Marinelli**Ispod crteža su date zapremine nosača*

potrebno od ukupnog odbroja pod vrhom totalne apsorpcije oduzeti odbroj kontinuuma za isti broj kanala. Odbroj kontinuuma pod vrhom totalne apsorpcije se može približno



Slika 29

Deo spektra: vrh totalne apsorpcije i kontinuum

naći tako što se nade srednja vrednost kontinuuma sa leve i desne strane fotovrha.

Ako se kontinuum čita iz jednog kanala, srednja vrednost se dobija prema obrascu:

$$N_{cs} = n \frac{N_l + N_d}{2}$$

gde je n broj kanala iz kojih se čita fotovrh, a N_l i N_d odbroji sa leve i desne strane fotovrha. Kada se kontinuum čita iz istog broja kanala kao i fotovrh, onda je:

$$N_{cs} = \frac{N_l + N_d}{2}$$

Odbroj koji odgovara vrhu totalne apsorpcije, dobija se kao razlika N_p i N_{cs} :

$$N = N_p - N_{cs}$$

Ovaj odbroj se računa za prazan Marinelli-nosač i za Marinelli-nosač ispunjen apsorberom. Za prazan Marinelli-nosač se označava sa N_0 , a za pun sa N .

Vremena merenja za Marinelli-nosač sa i bez apsorbera nisu ista i zbog toga je potrebno naći broj impulsa u jedinici vremena. Taj broj impulsa ćemo nazvati izmerena aktivnost i označiti sa A_0 za Marinelli-nosač bez apsorbera i sa A za Marinelli-nosač ispunjen apsorberom. Izmerene aktivnosti ćemo naći na sledeći način:

$$A_0 = \frac{N_0}{t_{so}} \quad i \quad A = \frac{N}{t_s}$$

gde su t_{so} i t_s vremena merenja za prazan i pun Marinelli-nosač respektivno.

Da bi se našle greške za dve poslednje veličine, potrebno je prvo naći greške za izmerene aktivnosti. Pri tome se mora voditi računa o tome kako je čitan kontinuum. Kada je on čitan iz jednog kanala, A je određeno sa greškom:

$$\Delta A = \frac{1}{t_s} \sqrt{N_p + \frac{n}{\sum} N_{cs}}$$

To je slučaj kod prve dve linije fona u tabelama. Ako je očitavanje kontinuma vršeno iz istog broja kanala kao i očitavanje fotovrha, greška je:

$$\Delta A = \frac{1}{t_s} \sqrt{N_p + \frac{1}{2} N_{cs}}$$

Ovaj slučaj imamo kod svih ostalih linija. Greške za ΔA_0 se nalaze na isti način.

Greška za $\frac{A}{A_0}$ se računa na sledeći način:

$$\Delta \left(\frac{A}{A_0} \right) = \frac{A}{A_0} \sqrt{\left(\frac{\Delta A_0}{A_0} \right)^2 + \left(\frac{\Delta A}{A} \right)^2} ,$$

a za $\ln\left(\frac{A}{A_0} \cdot e^{\mu d}\right)$ ćemo imati:

$$\Delta \ln\left(\frac{A}{A_0} \cdot e^{\mu d}\right) = \frac{A_0}{A} \Delta \left(\frac{A}{A_0} \right) = \sqrt{\left(\frac{\Delta A_0}{A_0} \right)^2 + \left(\frac{\Delta A}{A} \right)^2}$$

Ovde se smatra da je μd tačno određeno.

Da bi se izračunao izraz $\ln\left(\frac{A}{A_0} e^{\mu d}\right)$ moraju se pored eksperimentalno dobijenih vrednosti A_0 i A znati i vrednosti linearnih apsorpcionih koeficijenata apsorbera za energije merenih linija. Te energije su takođe date u tabelama.

Maseni apsorpcioni koeficijenti za date energije se mogu izračunati teorijski. Za izračunavanje je u ovom radu korišćen program XCOM čiji su autori M.J. Berger i J.H. Hubbell 11. On sadrži vrednosti efikasnih preseka za fotoefekat, Komptonov efekat i par-efekat izračunate na osnovu teorijski dobijenih izraza za te preseke. Preseci su dati za elemente sa rednim brojem 1 do 100 i za energije 1keV do 100 GeV. Interpolacija se vrši posebno za svaki efekat, a kod fotoefekta posebno za svaki energijski nivo, da bi se izbegle greške pri interpolaciji preko apsorpcionih ivica. Totalni efikasni preseci se dobijaju sabiranjem efikasnih preseka za pojedine efekte. Maseni apsorpcioni koeficijenti se dobijaju množenjem efikasnih preseka sa brojem atoma po jedinici mase apsorbera.

Maseni apsorpcioni koeficijenti za jedinjenja se računaju kao suma otežinjenih koeficijenata za pojedine elemente. Program automatski računa težinske koeficijente na osnovu hemijske formule jedinjenja.

Da bismo našli linearne apsorpcione koeficijente, potrebne su nam i gustine apsorbera. Zbog toga se meri masa Marinelli-nosača sa i bez apsorbera i na osnovu toga se određuje gustina prema formuli:

$$\rho = \frac{m-m_0}{V}$$

Ovde je m masa punog, m_0 masa praznog Marinelli-nosača, a V zapremina koja je izračunata pomoću dimenzija sa slike 27.

5. REZULTATI I DISKUSIJA

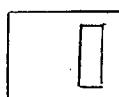
5.1 PRIKAZ REZULTATA IZRAČUNAVANJA I MERENJA

Radi preglednosti ćemo rezultate teorijskih izračunavaњa kao i eksperimentalne rezultate prikazati grafički.

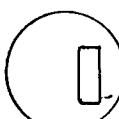
Teorijske krive predstavljaju zavisnost $\ln\left(\frac{N}{N_0} e^{\mu d}\right)$ i $\ln\left(\frac{N'}{N_0} e^{\mu d}\right)$ od μd . Na grafiku 1 su prikazane teorijske krive dobijene bez uračunavanja zavisnosti diferencijalne efikasnosti od ugla. Na grafiku 2 su predstavljene krive izračunate sa i bez uzimanja u obzir te zavisnosti. Na ovom grafiku su prikazane samo teorijske krive dobijene za model sferne ljeske.

I na prvom i na drugom grafiku su predstavljene teorijske krive za cilindrični apsorber i za apsorber oblika Marinelli.

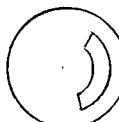
Na grafiku 1 su predstavljene krive izračunate na osnovu izraza (1) - (6). Krive za razne modele su na grafiku označene na sledeći način:



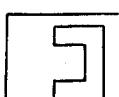
-cilindrični apsorber u cilindričnoj geometriji fona (izraz(1))



-cilindrični apsorber u sfernoj geometriji fona (3)



-cilindrični apsorber aproksimiran sfernom ljkuskom, u sfernoj geometriji fona (4)



-apsorber oblika Marinelli u cilindričnoj geometriji fona (2)

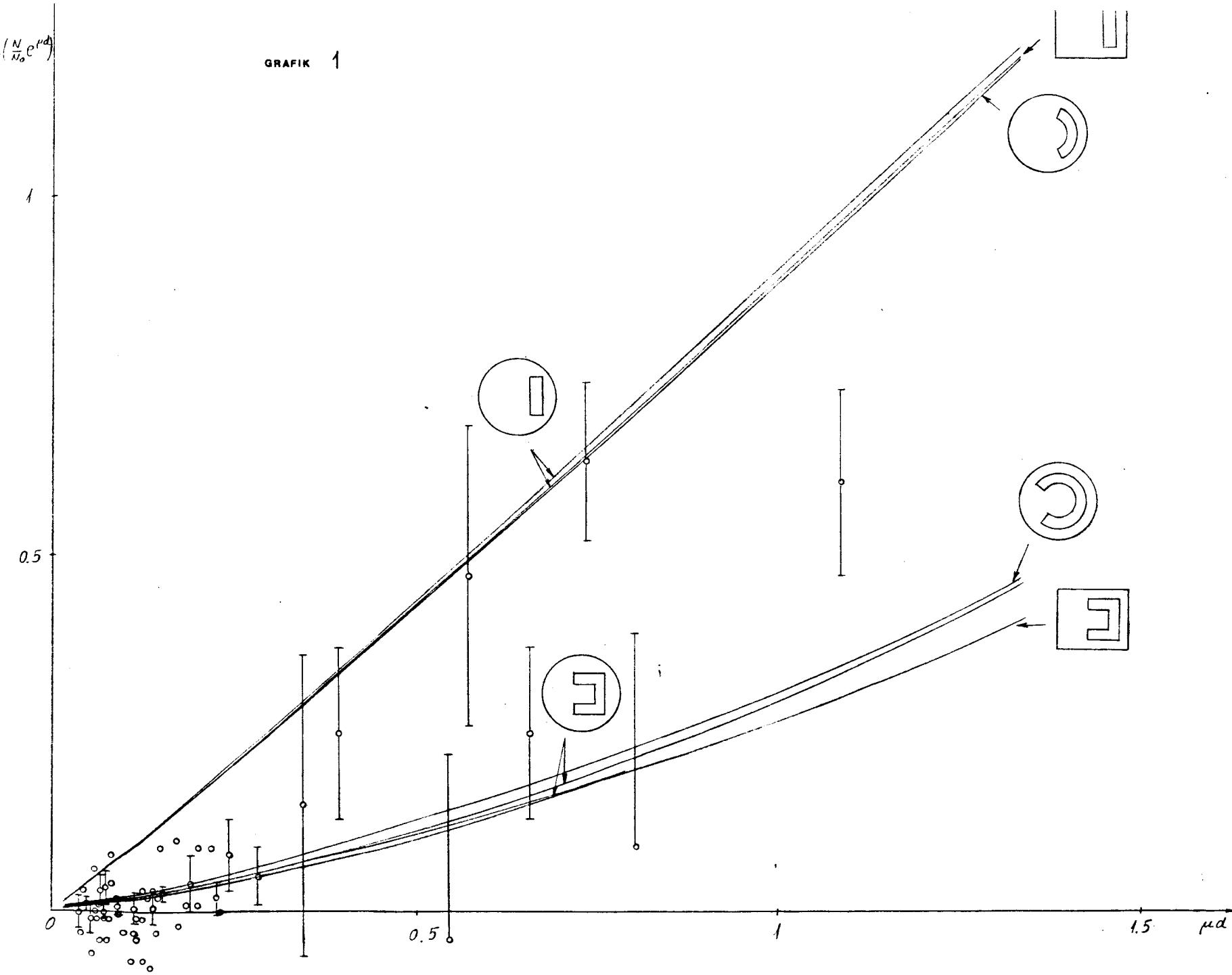


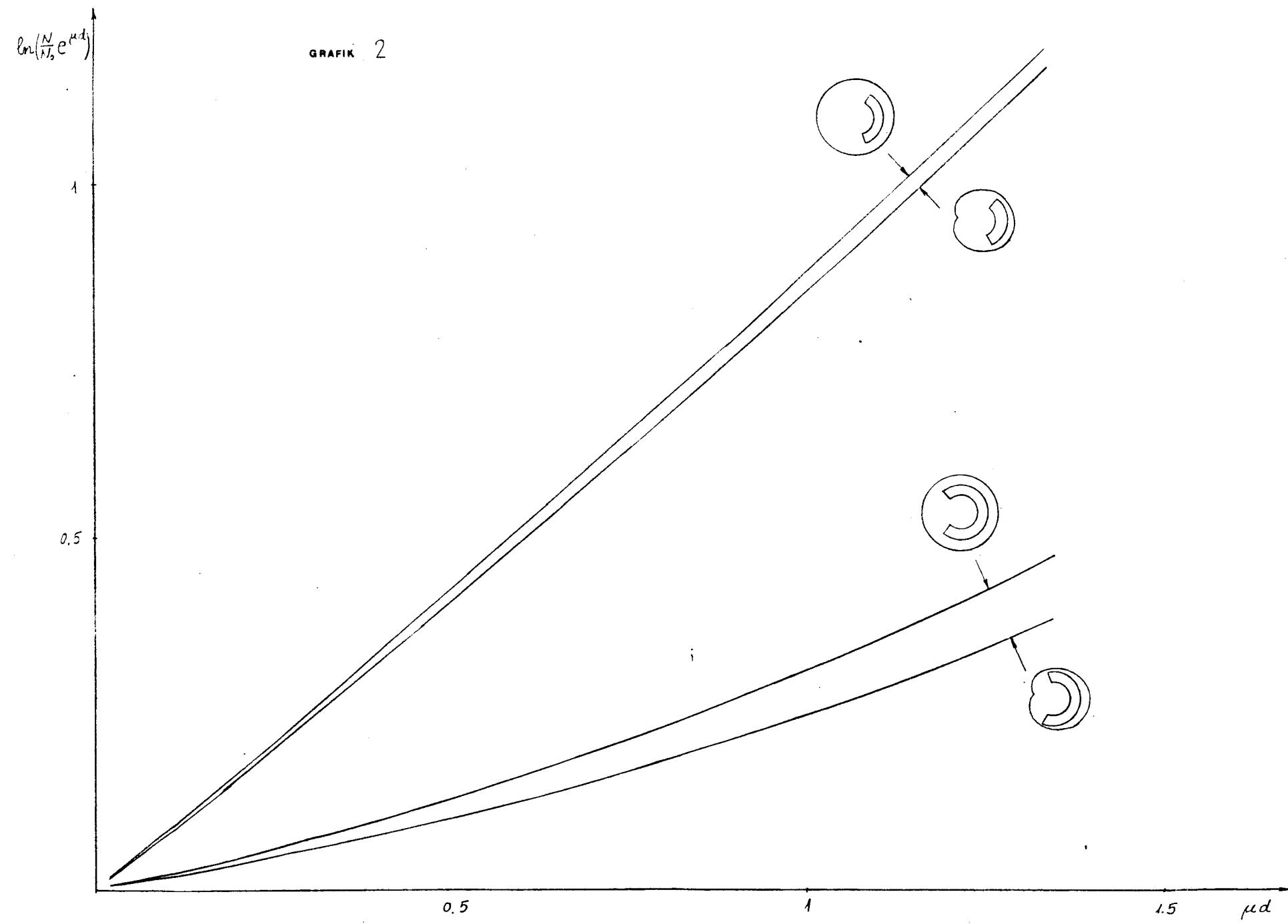
-apsorber oblika Marinelli u sfernoj geometriji fona (5)



-apsorber oblika Marinelli aproksimiran sfernom ljkuskom, u sfernoj geometriji fona (6)

GRAFIK 1





Za izračunavanje krivih predstavljenih na grafiku 2 korišćeni su izrazi (4), (6), (10) i (11). Krive dobijene uz uračunavanje anizotropije efikasnosti, označene su sa  za cilindrični apsorber i sa  za apsorber oblika Marinelli. Merenja su vršena samo za apsorber oblika Marinelli.

Sve vrednosti za $\ln\left(\frac{A}{A_0} e^{\mu d}\right)$ dobijene na osnovu eksperimentalnih rezultata, prikazane su na grafiku 1 na kojem su prikazane i teorijske krive. Da bi grafik bio pregledniji, nisu unete sve greške za eksperimentalne rezultate.

5.2 DISKUSIJA REZULTATA

Grafičko predstavljanje zavisnosti $\ln\left(\frac{N}{N_0} e^{\mu d}\right)$ od μd omogućava da se vidi odstupanje od slučaja kada bi sav foton prolazio kroz apsorber iste debljine. Kod cilindričnog apsorbera su odstupanja krivih od apscise veća nego kod Marinelli-apsorbera. To se može objasniti time što cilindrični apsorber zaklanja detektor u manjem prostornom ugлу, pa je veće odstupanje od slučaja kada bi apsorber potpuno okpolio detektor.

Sa grafika 1 se može videti da su krive izračunate za razne modele za cilindrični apsorber, međusobno veoma bliske. Razlike između krivih su nešto veće za Marinelli-apsorber, ali ni one nisu velike. Zbog toga se, kada nije potrebna velika tačnost, za izračunavanje može koristiti najjednostavniji model.

Izrazi za $\ln\left(\frac{N}{N_0} e^{\mu d}\right)$ kod cilindričnog i Marinelli-apsorbera u sfernoj geometriji daju familije bliskih krivih. To je zbog toga što d osim kao μd , figuriše u izrazima (3) i (5) i kao d/r , odnosno d/r' . Što je debljina apsorbera veća, odstupanje od apscise će biti veće.

Posmatrajmo izraz (4) ili (6). Množenjem sa $e^{\mu d}$ i logaritmovanjem leve i desne strane dobijamo:

$$\ln\left(\frac{N}{N_0} e^{\mu d}\right) = \mu d + \ln\left(\frac{\Omega}{4\pi} + \frac{1}{2} e^{-\mu d} (1 - \cos\theta_2)\right)$$

Za veliko μd ovaj izraz se može približno napisati ovako:

$$\ln\left(\frac{N}{N_0} e^{\mu d}\right) = \mu d + \ln\frac{\Omega}{4\pi}.$$

Dakle, za veliko μd zavisnost je linearna.

Za apsorber cilindričnog oblika čiji poluprečnik teži nuli, imamo da $\Omega \rightarrow 4\pi$. U tom slučaju bi zavisnost $\ln\left(\frac{N}{N_0} e^{\mu d}\right)$

od μd bila:

$$\ln\left(\frac{N}{N_0} e^{\mu d}\right) = \mu d$$

Sa grafika 2 se vidi da su odstupanja krivih od apscise, kada se uzima u obzir anizotropija efikasnosti, nešto manja nego kad se ona ne uzima u obzir.

Kao što je već napomenuto, teorijske krive ne zavise od vrste apsorbera, pa isti grafik važi i za NaCl i za ZnO. Osim što teorijske krive ne zavise od vrste apsorbera, razlike između krivih koje čine jednu familiju, a koje se dobijaju za različite vrednosti d , su veoma male. Zbog toga se svi eksperimentalni rezultati mogu prikazati na istom grafiku, nezavisno od vrste apsorbera i njegove debljine.

Zračenje fona je veoma slabo. Zbog toga se za uobičajena vremena merenja dobijaju mali odbroji pod fotovrhovima linija fona i greške za $\ln\left(\frac{A}{A_0} e^{\mu d}\right)$ su dosta velike. Ipak se može videti da je odstupanje eksperimentalnih rezultata od apscisne ose nešto veće nego odstupanje teorijskih krivih. To znači da je apsorpcija fona manja od predviđene.

Uvođenjem diferencijalne efikasnosti u račun, ne smanjuje se razlika između eksperimentalnih rezultata i teorijskih krivih, već se naprotiv, povećava.

Ovo odstupanje eksperimentalnih rezultata od teorijskih se može delimično objasniti time što u samom detektoru i u materijalu koji ga neposredno okoljava, takođe postoji radionuklidi. Fon koji oni emituju ne podleže apsorpciji. Bakarni "hladni prst" je značajan izvor fona i zbog toga se ne može uzeti da je zračenje fona izotropno. Ova anizotropija fona ima suprotan efekat od anizotropije efikasnosti.

I pored ovog odstupanja može se zaključiti da je slaganje eksperimentalnih i teorijskih rezultata dobro. Zbog toga se na osnovu teorijskih krivih može proceniti greška do koje dolazi zbog zanemarivanja apsorpcije fona od strane izvora. Ovaj efekat najviše dolazi do izražaja za niske energije γ -zraka i to kod uzorka oblika Marinelli. On će biti značajniji pri intenzivnim linijama fona i relativno malim aktivnostima uzorka. Posmatraćemo jedan takav slučaj.

Na primeru Th-234 ćemo pokazati kako se menja dobijena specifična aktivnost kada se uzme u obzir apsorpcija fona. Specifična aktivnost je aktivnost po jedinici mase izvora. Da bi se dobila aktivnost izvora, od izmerene aktivnosti se oduzima fon. Za γ -zrake energije 93 keV je oduzimanjem izmerenog fona po jedinici vremena od izmerene aktivnosti izvora, dobijena specifična aktivnost 39(24) Bq/kg. Pri tome nije uzeto u obzir da se deo fona apsorbuje u izvoru.

Neka je odbroj izmerenog fona N_0 . Da bismo našli broj fotona zračenja fona N , koje registruje detektor kada je postavljen uzorak, moramo znati linearni apsorpcioni koeficijent i debljinu apsorbera. Za dato μd se sa grafika 1 može naći odgovarajuća vrednost za $\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) e^{\mu d}$, odakle se nalazi N . Ako se specifična aktivnost izvora računa sa ovako izračunatim fonom, dobija se nešto veća vrednost: 43(24) Bq/kg.

Vidimo da je promena vrednosti specifične aktivnosti koju unosi ovakav način računanja manja od eksperimentalne greške, ali nije zanemarljiva. Sa povećanjem energije se ta promena smanjuje, pa na primer na energiji 428 keV (Sb-125) ovaj efekat više ne unosi promenu koja bi bila značajna.

6. ZAKLJUČAK

Zadatak ovog rada je bio da se procene greške do kojih dolazi zbog zanemarivanja apsorpcije fona od strane izvora konačnih dimenzija. Zbog prirode fona taj efekat je teško proceniti.

Zračenje fona je neuređeno. Prilikom teorijskih izračunavanja su uvedene određene pretpostavke, odnosno pravljeni su teorijski modeli zračenja fona i detektora. Prema tim modelima je zračenje fona na neki način uređeno, a ni detektor ne odgovara realnom slučaju. Zbog toga se može očekivati izvesna razlika između teorijskih i eksperimentalnih rezultata.

Odstupanje između eksperimentalnih i teorijskih rezultata se može donekle objasniti i postojanjem radionuklida koji emituju fon u samom detektoru, kao i anizotropijom fona.

Bez obzira na odstupanja, slaganje eksperimentalnih i teorijskih rezultata je dobro. To omogućava da se odredi red veličine greške koju unosi zanemarivanje apsorpcije fona od strane izvora, što je i bio cilj ovog rada.

Videli smo na jednom konkretnom primeru za niske energije γ -zraka da je greška do koje dolazi zbog zanemarivanja apsorpcije fona od strane izvora, manja od eksperimentalne greške. Međutim, ona za taj primer nije zanemarljiva. Možemo zaključiti da apsorpcija fona od strane izvora može biti značajan uzrok sistematskih grešaka za niske energije γ -zraka i kod uzoraka koji zaklanjaju detektor u velikom prostornom ugлу. Sa porastom energije γ -zraka ovaj efekat unosi sve manju grešku.

Merenja bi se mogla poboljšati kada bismo imali apsorber u kome nema radionuklida, izvor fona koji bi više odgovarao teorijskim modelima i kada bi vreme merenja bilo duže.

7. PRILOG

PROGRAM ZA IZRAČUNAVANJE VREDNOSTI ZA $\ln\left(\frac{N}{N_0} e^{\mu d}\right)$ KOJE POKAZUJU ODSTUPANJE OD SLUČAJA KADA APSORBER POTPUNO OPKOLJAVA DETEKTOR

Program računa vrednosti za $\ln\left(\frac{N}{N_0} e^{\mu d}\right)$ prema izrazima dobijenim za razne modele. Kada je ulazna veličina $B1=1$, na izlazu se dobijaju rezultati izračunati prema izrazima (1) - (6). Ako se stavi da je $B1>1$, dobijaju se vrednosti za $\ln\left(\frac{N'}{N_0} e^{\mu d}\right)$ uz vođenje računa o anizotropiji efikasnosti detektora. Ove vrednosti se računaju za cilindrični i Marinelli-apsorber u sfernoj geometriji, kao i za model u kome su ovi apsorberi aproksimirani sfernom ljkuskom.

Linije 10-60 sadrže podintegralne funkcije.

Od linije 70 do 260 se unose ulazne veličine. Pri tome su upotrebljene sledeće oznake:

N - broj intervala na koje se deli oblast integracije;

M1 - broj različitih vrednosti linearnih apsorpcionih koeficijenata za koje se vrši izračunavanje;

P - broj različitih debljina apsorbera;

MI- μ ; linearni apsorpcioni koeficijenti se unose redom, od najmanjeg ka najvećem;

D-d; DR-d/r; DX-d/r'; H1-h/r'

HR-H/r; HX-H/r'; AR-a/r₁; B1-b

Od linije 270 do 570 se računaju vrednosti $\ln\left(\frac{N}{N_0} e^{\mu d}\right)$ za cilindrični apsorber;

Od linije 580 do 850 program računa $\ln\left(\frac{N}{N_0} e^{\mu d}\right)$ za Marinelli-apsorber;

Redanje izračunatih vrednosti po veličini se vrši od linije 860 do 1000.

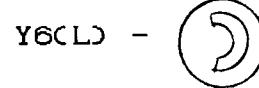
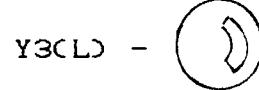
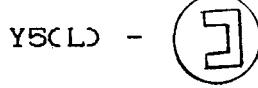
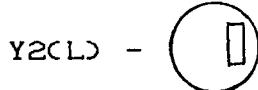
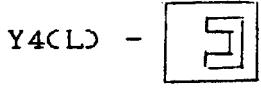
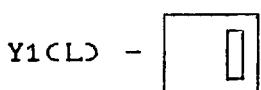
Od linije 1010 do 1060 računaju se vrednosti za $\ln\left(\frac{N}{N_0} e^{\mu d}\right)$ u cilindričnoj geometriji fona.

Posle linije 1070 se prikazuju izlazne veličine. One su označene na sledeći način:

MDCLD- μd

Izlazne veličine Y1(L)-Y3(L) se odnose na cilindrični apsorber, a Y4(L)-Y6(L) na apsorber oblika Marinelli. Mogu

se upotrebiti oznake kao kod grafičkog prikazivanja rezultata:



Kada je $B_1 > 1$, $Y_2(L)$, $Y_3(L)$, $Y_5(L)$ i $Y_6(L)$ se računaju prema izrazima u kojima figuriše diferencijalna efikasnost.

Linije 2010 do 2220 zauzima potprogram za integraciju [16]. Integracija se vrši na osnovu Simpsonove formule [15]. Za izračunavanje je korišćen računar SHARP PC-1500 A.

Za računanje teorijskih krivih su uzete sledeće ulazne veličine:

$$N=50, M_1=10, P=2$$

$$D=1.14 ; 1.9 \text{ cm} \quad HR=3.105/3.8$$

$$DR=1.14/3.8 ; 1.9/3.8 \quad HX=3.105/4.09$$

$$DX=1.14/4.09 ; 1.9/4.1 \quad AR=4.29/2.39$$

$$H_1=7.14/4.09 ; 7.9/4.1 \quad B_1=1, B_1=2$$

Ulagane veličine DR, DX, H1, HR, HX i AR se dobijaju na osnovu dimenzija sa slika 27 i 28.

Rezultati izračunavanja su prikazani u tabelama 12 - 16.

```
10 F=EXP(-MDCL)/COS(X)*SIN(X)/(1+X*X*C*C) : RETURN
20 F=EXP(-MDCL)*(1/SIN(X)-HR/COS(X))/DR(K)*SIN(X)/
    (1+X*X*C*C) : RETURN
30 F=EXP(-MDCL)*(1+DX(K))/SIN(X)-HX/COS(X)/DX(K)*SIN(X)
    /(1+X*X*C*C) : RETURN
40 F=EXP(-MDCL)/SIN(X)*SIN(X)/(1+X*X*C*C) : RETURN
50 F=EXP(MDCL)*(H1(K)-DX(K)-HX)/COS(X)+1/SIN(X)/DX(K)*
    SIN(X)/(1+X*X*C*C) : RETURN
60 F=SIN(X)/(1+X*X*C*C) : RETURN
70 DIM N1(20), N2(20), N3(20), N4(20), N5(20), N6(20)
80 DIM Y1(20), Y2(20), Y3(20), Y4(20), Y5(20), Y6(20)
90 INPUT "N="; N
100 INPUT "M1="; M1
110 INPUT "P="; P
120 DIM DCP, M1(M1), DR(P), DX(P), H1(P), MD(20), T1(P), T3(P), T4(P)
```

```

130 PRINT "MI"
140 FOR I1=1 TO M1:INPUT MIC(I1):NEXT I1
150 PRINT "D"
160 FOR K=1 TO P:INPUT DCK(K):NEXT K
170 PRINT "DR"
180 FOR K=1 TO P:INPUT DRCK(K):NEXT K
190 PRINT "H1"
200 FOR K=1 TO P: INPUT H1CK(K):NEXT K
210 PRINT "DX"
220 FOR K=1 TO P: INPUT DXCK(K):NEXT K
230 INPUT "HR=";HR
240 INPUT "HX=";HX
250 INPUT "AR=";AR
260 INPUT "B1=";B1
270 C=√(B1-1)/π
280 L=1
290 FOR K=1 TO P
300 FOR I1=1 TO M1
310 MDCL(L)=MIC(I1)*DCK(L) : L=L+1
320 NEXT I1
330 NEXT K
340 FOR K=1 TO P
350 T1CK(K)=ATNC(1/(HR+DRCK(K)))
360 NEXT K
370 T2=ATNC(1/HR)
380 L1=1: L2=M1
390 A=T2 : B=Π : Z=60
400 GOSUB 2010: YC=Y
410 A=0: B=Π: Z=60
420 GOSUB 2010: YG=Y
430 A=0: B=T2: Z=60
440 GOSUB 2010: YD=Y
450 FOR K=1 TO P
460 FOR L=L1 TO L2
470 A=0: B=T1CK(K): Z=10
480 GOSUB 2010: YA=Y
490 A=T1CK(K): B=T2: Z=20
500 GOSUB 2010: YB=Y
510 N2CL(L)=CYA+YB+YC)/YG

```

```

520 Y2(L)=LN(N2(L))+MD(L)
530 N3(L)=(YD*EXPC-MD(L))+YC)/YG
540 Y3(L)=LN(N3(L))+MD(L)
550 NEXT L
560 L1=L1+M1: L2=L2+M1
570 NEXT K
580 TX=ATNC1/HX)
590 FOR K=1 TO P
600 T1(K)=ATNC1+DX(K))/CHX+DX(K))
610 T3(K)=Pi/2+ATNC(H1(K)-DX(K)-HX)/(1+DX(K)))
620 T4(K)=Pi/2+ATNC(H1(K)-DX(K)-HX)
630 NEXT K
640 L1=1: L2=M1
650 FOR K=1 TO P
660 A=T4(K): B=Pi: Z=60
670 GOSUB 2010: YE=Y
680 A=0: B=T4(K): Z=60
690 GOSUB 2010: YF=Y
700 FOR L=L1 TO L2
710 A=0: B=T1(K): Z=10
720 GOSUB 2010: YA=Y
730 A=T1(K): B=TX: Z=30
740 GOSUB 2010: YB=Y
750 A=TX: B=T3(K): Z=40
760 GOSUB 2010: YC=Y
770 A=T3(K): B=T4(K): Z=50
780 GOSUB 2010: YD=Y
790 N5(L)=(YA+YB+YC+YD+YE)/YG
800 Y5(L)=LN(N5(L))+MD(L)
810 N6(L)=(EXPC-MD(L))*YF+YE)/YG
820 Y6(L)=LN(N6(L))+MD(L)
830 NEXT L
840 L1=L1+M1: L2=L2+M1
850 NEXT K
860 M=M1*P
870 FOR L1=M-1 TO 1 STEP-1
880 FOR L=1 TO L1
890 IF MD(L+1)>MD(L) GO TO 990
900 Q=MD(L): MD(L)=MD(L+1): MD(L+1)=Q

```

```

910  W=N2(L): N2(L)=N2(L+1): N2(L+1)=W
920  S=Y2(L): Y2(L)=Y2(L+1): Y2(L+1)=S
930  C=N3(L): N3(L)=N3(L+1): N3(L+1)=C
940  U=Y3(L): Y3(L)=Y3(L+1): Y3(L+1)=U
950  T=N5(L): N5(L)=N5(L+1): N5(L+1)=T
960  G=Y5(L): Y5(L)=Y5(L+1): Y5(L+1)=G
970  R=N6(L): N6(L)=N6(L+1): N6(L+1)=R
980  V=Y6(L): Y6(L)=Y6(L+1): Y6(L+1)=V
990  NEXT L
1000 NEXT L1
1010 FOR L=1 TO M
1020 N1(L)=(2*AR+1+EXPC-MDC(L))/(2*(AR+1))
1030 Y1(L)=LN(N1(L))+MDCL)
1040 N4(L)=(1+(2*AR+1)*EXPC-MDC(L))/(2*(AR+1))
1050 Y4(L)=LN(N4(L))+MDCL)
1060 NEXT L
1070 BEEP 100
1080 IF B1=1 GO TO 1170
1090 "B" FOR L=1 TO M
1100 PRINT "MDC";L;"=";MDCL)
1110 PRINT "Y2C";L;"=";Y2(L)
1120 PRINT "Y3C";L;"=";Y3(L)
1130 PRINT "Y5C";L;"=";Y5(L)
1140 PRINT "Y6C";L;"=";Y6(L)
1150 NEXT L
1160 GO TO 1260
1170 "C" FOR L=1 TO M
1180 PRINT "MDC";L;"=";MDCL)
1190 PRINT "Y1C";L;"=";Y1(L)
1200 PRINT "Y2C";L;"=";Y2(L)
1210 PRINT "Y3C";L;"=";Y3(L)
1220 PRINT "Y4C";L;"=";Y4(L)
1230 PRINT "Y5C";L;"=";Y5(L)
1240 PRINT "Y6C";L;"=";Y6(L)
1250 NEXT L
1260 END

```

Potprogram za integraciju:

```
2010 H=(B-A)/N
2020 S1=0
2030 S2=0
2040 N1=N-1
2050 J=1
2060 X=A+H
2070 FOR I=1 TO N1
2080 IF J=2 GO TO 2140
2090 GOSUB Z
2100 S1=S1+F
2110 J=2
2120 X=X+H
2130 GO TO 2180
2140 GOSUB Z
2150 S2=S2+F
2160 J=1
2170 X=X+H
2180 NEXT I
2190 X=A: GOSUB Z: FA=F
2200 X=B: GOSUB Z: FB=F
2210 Y=H/3*(FA+FB+4*S1+2*S2)
2220 RETURN
```

TABELE

TABELA 1

Prazan Marinelli-nosač; d=1.9 cm

vreme merenja: $t_{so} = 77860$ s

IZOTOP	CH	E [keV]	Np	N _{cs}	KANALIC OD-DO
x-Pb	97.5	75.0	189370	174485	93-103
x-Pb	112	85.0	246604	237029	104-117
Pb ²¹² (Th)	321.5	238.6	96113	76432	315-329
Pb ²¹⁴ (UD)	476	352.0	33555	23201	471-481
	692.5	511	16136	11075	688-698
Tl ²⁰⁸ (Th)	791	583.1	17366	10644	785-797
Bi ²¹⁴ (UD)	827	609.3	20232	9676	821-833
Cs ¹³⁷	898.5	661.6	13087	10152	890-905
Cs ¹³⁴	1081	795.8	8669	7282	1073-1088
Ac ²²⁸ (Th)	1239	911.1	9713	4998	1234-1246
Ac ²²⁸ (Th)	1317.5	968.9	9479	5725	1308-1323
Bi ²¹⁴	1525	1120.3	6843	4140	1520-1532
K ⁴⁰	1991	1460.8	28683	1495	1984-1997
Bi ²¹⁴ (UD)	2407.5	1764.5	3276	642	2401-2414
Bi ²¹⁴ (UD)	3021	2204.2	1240	516	3006-3019
Tl ²⁰⁸	3578.5	2614.3	5113	118	3571-3586

TABELA 2

Marinelli-nosač sa NaCl ; d=1.9 cm

vreme merenja: $t_s = 79317$ s

IZOTOP	CH	E [keV]	Np	N _{cs}	KANALIC COD-DOO
x-Pb	97.5	75.0	169988	159895	93-103
x-Pb	112	85.0	226141	217380	104-117
Pb ²¹² (Th)	321.5	238.6	88130	76559	315-329
Pb ²¹⁴ (UD)	476	352.0	30480	22125	471-481
	692.5	511	14852	10442	688-698
Tl ²⁰⁸ (Th)	791	583.1	15320	9864	785-797
Bi ²¹⁴ (UD)	827	609.3	17858	9075	821-833
Cs ¹³⁷	898.5	661.6	12241	9616	890-905
Cs ¹³⁴	1081	795.8	7925	6652	1073-1088
Ac ²²⁸ (Th)	1239	911.1	8696	4563	1234-1246
Ac ²²⁸ (Th)	1317.5	968.9	8509	5270	1308-1323
Bi ²¹⁴	1525	1120.3	6288	3726	1520-1532
K ⁴⁰	1991	1460.8	25882	1334	1984-1997
Bi ²¹⁴ (UD)	2407.5	1764.5	3007	588	2401-2414
Bi ²¹⁴ (UD)	3021	2204.2	1148	472	3006-3019

TABELA 3

Marinelli-nosač sa ZnO; d=1.9 cm

vreme merenja: $t_s = 70194$ s

IZOTOP	CH	E [keV]	Np	N _{cs}	KANALIC COD-DO
x-Pb	97.5	75.0	120858	112610	93-103
x-Pb	112	85.0	163006	158788	104-117
Pb ²¹² (Th)	321.5	238.6	80001	67796	315-329
Pb ²¹⁴ (UD)	476	352.0	27880	19618	471-481
	692.5	511	13497	9500	688-698
Tl ²⁰⁸ (Th)	791	583.1	14230	9011	785-797
Bi ²¹⁴ (UD)	827	609.3	16644	8062	821-833
Cs ¹³⁷	898.5	661.6	11033	8822	890-905
Cs ¹³⁴	1081	795.8	7225	6255	1073-1088
Ac ²²⁸ (Th)	1239	911.1	8020	4151	1234-1246
Ac ²²⁸ (Th)	1317.5	968.9	7964	4804	1308-1323
Bi ²¹⁴	1525	1120.3	5893	3548	1520-1532
K ⁴⁰	1991	1460.8	24021	1201	1984-1997
Bi ²¹⁴ (UD)	2407.5	1764.5	2772	519	2401-2414
Bi ²¹⁴ (UD)	3021	2204.2	1081	429	3006-3019
Tl ²⁰⁸	3578.5	2614.3	4302	76	3571-3586

TABELA 4

Prazan Marinelli-nosač; d=1.14 cm

vreme merenja: $t_{so} = 69628$ s

IZOTOP	CH	E [keV]	Np	N _{cs}	KANALI (OD-DO)
x-Pb	97.5	75.0	167309	154940	93-103
x-Pb	112	85.0	218864	209586	104-117
Pb ²¹² (Th)	321.5	238.6	84431	70032	315-329
Pb ²¹⁴ (UD)	476	352.0	29621	20205	471-481
	692.5	511	14007	9719	688-698
Tl ²⁰⁸ (Th)	791	583.1	15099	9311	785-797
Bi ²¹⁴ (UD)	827	609.3	17925	8366	821-833
Cs ¹³⁷	898.5	661.6	11594	8992	890-905
Cs ¹³⁴	1081	795.8	7530	6864	1073-1088
Ac ²²⁸ (Th)	1239	911.1	8625	4332	1234-1246
Ac ²²⁸ (Th)	1317.5	968.9	8362	4884	1308-1323
Bi ²¹⁴	1525	1120.3	6230	3632	1520-1532
K ⁴⁰	1991	1460.8	25307	1268	1984-1997
Bi ²¹⁴ (UD)	2407.5	1764.5	2852	550	2401-2414
Bi ²¹⁴ (UD)	3021	2204.2	1167	448	3006-3019
Tl ²⁰⁸	3578.5	2614.3	4422	103	3571-3586

TABELA 5

Marinelli-nosač sa NaCl ; d=1.14 cm

vreme merenja: $t_s = 76049$ s

IZOTOP	CH	E [keV]	Np	N _{cs}	KANALICOD-DO
x-Pb	97.5	75.0	168363	156670	93-103
x-Pb	112	85.0	221743	213388	104-117
Pb ²¹² (Th)	321.5	238.6	87189	74138	315-329
Pb ²¹⁴ (UD)	476	352.0	29843	21366	471-481
	692.5	511	14658	10238	688-698
Tl ²⁰⁸ (Th)	791	583.1	15021	9692	785-797
Bi ²¹⁴ (UD)	827	609.3	17944	8766	821-833
Cs ¹³⁷	898.5	661.6	11851	9543	890-905
Cs ¹³⁴	1081	795.8	7854	7252	1073-1088
Ac ²²⁸ (Th)	1239	911.1	8675	4504	1234-1246
Ac ²²⁸ (Th)	1317.5	968.9	8443	5132	1308-1323
Bi ²¹⁴	1525	1120.3	6111	3716	1520-1532
K ⁴⁰	1991	1460.8	25549	1334	1984-1997
Bi ²¹⁴ (UD)	2407.5	1764.5	2980	559	2401-2414
Bi ²¹⁴ (UD)	3021	2204.2	1173	468	3006-3019
Tl ²⁰⁸	3578.5	2614.3	4641	94	3571-3586

TABELA 6

Marinelli-nosač sa ZnO ; d = 1.14 cm

vreme merenja : t_s = 70317 s

IZOTOP	CH	E [keV]	Np	N _{cs}	KANALIC OD-DO
x-Pb	97.5	75.0	131777	120510	93-103
x-Pb	112	85.0	178724	173511	104-117
Pb ²¹² (Th)	321.5	238.6	81995	68820	315-329
Pb ²¹⁴ (UD)	476	352.0	28432	20031	471-481
	692.5	511	13964	9613	688-698
Tl ²⁰⁸ (Th)	791	583.1	14560	9204	785-797
Bi ²¹⁴ (UD)	827	609.3	17537	8264	821-833
Cs ¹³⁷	898.5	661.6	11226	8814	890-905
Cs ¹³⁴	1081	795.8	7146	6712	1073-1088
Ac ²²⁸ (Th)	1239	911.1	8345	4308	1234-1246
Ac ²²⁸ (Th)	1317.5	968.9	8145	4836	1308-1323
Bi ²¹⁴	1525	1120.3	5907	3565	1520-1532
K ⁴⁰	1991	1460.8	24604	1214	1984-1997
Bi ²¹⁴ (UD)	2407.5	1764.5	2833	532	2401-2414
Bi ²¹⁴ (UD)	3021	2204.2	1112	432	3006-3019
Tl ²⁰⁸	3578.5	2614.3	4281	81	3571-3586

TABELA 7

Maseni apsorpcioni koeficijenti za NaCl i ZnO

E keV	μ' cm ² /g	μ' cm ² /g
75.0	0.226	0.758
85.0	0.197	0.560
238.6	0.112	0.125
352.0	0.0963	0.0988
511	0.0827	0.0824
583.1	0.0782	0.0774
609.3	0.0767	0.0759
661.6	0.0740	0.0730
795.8	0.0680	0.0669
911.1	0.0638	0.0626
968.9	0.0619	0.0608
1120.3	0.0576	0.0565
1460.8	0.0504	0.0495
1764.5	0.0458	0.0452
2204.2	0.0411	0.0409
2614.3	0.0378	0.0381

Gustine

$$\text{NaCl: } \rho = \frac{m - m_0}{V} = 1.531 \text{ g/cm}^3$$

$$\text{ZnO: } d = 1.14 \text{ cm; } \rho_m = 0.8531 \text{ g/cm}^3$$

$$d = 1.9 \text{ cm; } \rho_v = 0.7553 \text{ g/cm}^3$$

TABELA 8.

NaCl d=1.9 cm

 $t_{s_0} = 77860 \text{ s}$ $t_s = 79317 \text{ s}$

Izračunate vrednosti za $\frac{A}{A_0}$ i $\ln(\frac{A}{A_0} e^{\mu d})$ na osnovu eksperimentalnih rezultata

IZOTOP	E [keV]	μd	N_0	N	$A_0 = \frac{N_0}{t_{s_0}} \left[\frac{\text{imp}}{\text{s}} \right]$	$A = \frac{N}{t_s} \left[\frac{\text{imp}}{\text{s}} \right]$	$\frac{A}{A_0}$	$\Delta(\frac{A}{A_0})$	$\ln(\frac{A}{A_0} e^{\mu d})$	$\Delta(\ln(\frac{A}{A_0} e^{\mu d}))$
x-Pb	75.0	0.6574	14885	10093	0.1912	0.1272	0.67	0.08	0.25	0.12
x-Pb	85.0	0.5731	9575	8761	0.1230	0.1105	0.90	0.19	0.47	0.21
Pb ²¹² (Th)	238.6	0.3258	19681	11571	0.2528	0.1459	0.577	0.021	-0.22	0.04
Pb ²¹⁴ (U)	352.0	0.2801	10354	8355	0.1330	0.1053	0.792	0.026	0.05	0.04
	511.0	0.2406	5061	4410	0.06500	0.05560	0.86	0.04	0.08	0.05
Tl ²⁰⁸ (Th)	583.1	0.2275	6722	5456	0.08633	0.06879	0.797	0.028	$4 \cdot 10^{-4}$	0.04
Bi ²¹⁴ (U)	609.3	0.2231	10556	8783	0.1356	0.1107	0.816	0.019	0.020	0.023
Cs ¹³⁷	661.6	0.2153	2935	2625	0.03770	0.03310	0.88	0.06	0.09	0.07
Cs ¹³⁴	795.8	0.1978	1387	1273	0.01781	0.01605	0.90	0.11	0.09	0.12
Ac ²²⁸ (Th)	911.1	0.1856	4715	4133	0.06056	0.05211	0.860	0.030	0.04	0.04
Ac ²²⁸ (Th)	968.9	0.1801	3754	3239	0.04821	0.04084	0.85	0.04	0.01	0.05
Bi ²¹⁴	1120.3	0.1676	2703	2562	0.03472	0.03230	0.93	0.05	0.10	0.05
K ⁴⁰	1460.8	0.1466	27188	24548	0.3492	0.3095	0.886	0.009	0.026	0.010
Bi ²¹⁴ (U)	1764.5	0.1332	2634	2419	0.03383	0.03050	0.902	0.030	0.03	0.04
Bi ²¹⁴ (U)	2204.2	0.1196	724	676	$9.299 \cdot 10^{-3}$	$8.523 \cdot 10^{-3}$	0.92	0.08	0.03	0.08

TABELA 9.

NaCl d=1.14 cm

 $t_{s_0} = 69628 \text{ s}$ $t_s = 76049 \text{ s}$

Izračunate vrednosti za $\frac{A}{A_0}$ i $\ln(\frac{A}{A_0} e^{\mu d})$ na osnovu eksperimentalnih rezultata

IZOTOP	E [keV]	μd	N_0	N	$A_0 = \frac{N_0}{t_{s_0}} \left[\frac{\text{imp}}{\text{s}} \right]$	$A = \frac{N}{t_s} \left[\frac{\text{imp}}{\text{s}} \right]$	$\frac{A}{A_0}$	$\Delta(\frac{A}{A_0})$	$\ln(\frac{A}{A_0} e^{\mu d})$	$\Delta(\ln(\frac{A}{A_0} e^{\mu d}))$
x-Pb	75.0	0.3944	12369	11693	0.1776	0.1538	0.87	0.10	0.25	0.12
x-Pb	85.0	0.3438	9278	8355	0.1333	0.1099	0.82	0.17	0.15	0.21
Pb ²¹² (Th)	238.6	0.1955	14399	13051	0.2068	0.1716	0.83	0.03	0.01	0.04
Pb ²¹⁴ (UD)	352.0	0.1681	9416	8477	0.1352	0.1115	0.825	0.027	-0.02	0.04
	511	0.1443	4288	4420	0.06158	0.05812	0.94	0.05	0.09	0.05
Tl ²⁰⁸ (Th)	583.1	0.1365	5788	5329	0.08313	0.07007	0.84	0.04	-0.03	0.04
Bi ²¹⁴ (UD)	609.3	0.1339	9559	9178	0.1373	0.1207	0.879	0.020	$5 \cdot 10^{-3}$	0.023
Cs ¹³⁷	661.6	0.1292	2602	2308	0.03737	0.03035	0.81	0.07	-0.08	0.08
Cs ¹³⁴	795.8	0.11871	666	602	$9.565 \cdot 10^{-3}$	$7.916 \cdot 10^{-3}$	0.83	0.20	-0.07	0.24
Ac ²²⁸ (Th)	911.1	0.1114	4293	4171	0.06166	0.05485	0.89	0.04	$-6 \cdot 10^{-3}$	0.04
Ac ²²⁸ (Th)	968.9	0.1080	3478	3311	0.04995	0.04354	0.87	0.04	-0.03	0.05
Bi ²¹⁴	1120.3	0.1005	2598	2395	0.03731	0.03149	0.84	0.05	-0.07	0.06
K ⁴⁰	1460.8	0.08797	24039	24215	0.3452	0.3184	0.922	0.009	$7 \cdot 10^{-3}$	0.010
Bi ²¹⁴ (UD)	1764.5	0.07994	2302	2421	0.03306	0.03183	0.96	0.04	0.04	0.04
Bi ²¹⁴ (UD)	2204.2	0.07173	719	705	0.01033	$9.270 \cdot 10^{-3}$	0.90	0.07	-0.04	0.08
Tl ²⁰⁸	2614.3	0.06597	4319	4547	0.06203	0.05979	0.964	0.021	0.029	0.022

TABELA 10.

ZnO d=1.9 cm

 $t_{s_0} = 77860 \text{ s}$ $t_s = 70194 \text{ s}$

Izračunate vrednosti za $\frac{A}{A_0}$ i $\ln(\frac{A}{A_0} e^{\mu d})$ na osnovu eksperimentalnih rezultata

IZOTOP	E [keV]	μd	N_0	N	$A_0 = \frac{N_0}{t_{s_0}} \left[\frac{\text{imp}}{\text{s}} \right]$	$A = \frac{N}{t_s} \left[\frac{\text{imp}}{\text{s}} \right]$	$\frac{A}{A_0}$	$\Delta(\frac{A}{A_0})$	$\ln(\frac{A}{A_0} e^{\mu d})$	$\Delta(\ln(\frac{A}{A_0} e^{\mu d}))$
x-Pb	75.0	1.088	14885	8248	0.1912	0.1175	0.61	0.08	0.60	0.13
x-Pb	85.0	0.8036	9575	4218	0.1230	0.06009	0.49	0.15	0.09	0.30
Pb ²¹² (Th)	238.6	0.1794	19681	12205	0.2528	0.1739	0.688	0.023	-0.19	0.04
Pb ²¹⁴ (UD)	352.0	0.1418	10354	8262	0.1330	0.1177	0.88	0.028	0.02	0.04
	511	0.1182	5061	3997	0.06500	0.05694	0.88	0.04	-0.01	0.05
Tl ²⁰⁸ (Th)	583.1	0.1111	6722	5219	0.08633	0.07435	0.86	0.030	-0.04	0.04
Bi ²¹⁴ (UD)	609.3	0.1089	10556	8582	0.1356	0.1223	0.902	0.021	$6 \cdot 10^{-3}$	0.023
Cs ¹³⁷	661.6	0.1048	2935	2211	0.03770	0.03150	0.84	0.07	-0.07	0.08
Cs ¹³⁴	795.8	0.09601	1387	970	0.01781	0.01382	0.78	0.11	-0.16	0.14
Ac ²²⁸ (Th)	911.1	0.08984	4715	3869	0.06056	0.05512	0.91	0.04	$-4 \cdot 10^{-3}$	0.04
Ac ²²⁸ (Th)	968.9	0.08725	3754	3160	0.04821	0.04502	0.93	0.05	0.02	0.05
Bi ²¹⁴	1120.3	0.08108	2703	2345	0.03472	0.03341	0.96	0.05	0.04	0.06
K ⁴⁰	1460.8	0.07104	27188	22820	0.3492	0.3251	0.931	0.009	$-5 \cdot 10^{-4}$	0.010
Bi ²¹⁴ (UD)	1764.5	0.06487	2634	2253	0.03383	0.03210	0.95	0.04	0.01	0.04
Bi ²¹⁴ (UD)	2204.2	0.05869	724	652	$9.299 \cdot 10^{-3}$	$9.289 \cdot 10^{-3}$	1.00	0.08	0.06	0.08
Tl ²⁰⁸	2614.3	0.05468	4995	4226	0.06415	0.06020	0.938	0.020	$-9 \cdot 10^{-3}$	0.022

TABELA 11.

ZnO d=1.14 cm

 $t_{\text{S}_0} = 69628 \text{ s}$ $t_{\text{S}} = 70317 \text{ s}$

Izračunate vrednosti za $\frac{A}{A_0}$ i $\ln(\frac{A}{A_0} e^{\mu d})$ na osnovu eksperimentalnih rezultata

IZOTOP	E [keV]	μd	N_0	N	$A_0 = \frac{N_0}{t_{\text{S}_0}} \left[\frac{\text{imp}}{\text{s}} \right]$	$A = \frac{N}{t_{\text{S}}} \left[\frac{\text{imp}}{\text{s}} \right]$	$\frac{A}{A_0}$	$\Delta(\frac{A}{A_0})$	$\ln(\frac{A}{A_0} e^{\mu d})$	$\Delta(\ln(\frac{A}{A_0} e^{\mu d}))$
x-Pb	75.0	0.7372	12369	11267	0.1776	0.1602	0.90	0.10	0.63	0.11
x-Pb	85.0	0.5446	9278	5213	0.1333	0.07414	0.56	0.15	-0.04	0.26
Pb ²¹² (Th)	238.6	0.1216	14399	13175	0.2068	0.1874	0.91	0.04	0.02	0.04
Pb ²¹⁴ (UD)	352.0	0.09609	9416	8392	0.1352	0.1193	0.882	0.028	-0.03	0.04
	511	0.08014	4288	4351	0.06158	0.06188	1.00	0.05	0.08	0.05
Tl ²⁰⁸ (Th)	583.1	0.07527	5788	5356	0.08313	0.07617	0.92	0.04	-0.01	0.04
Bi ²¹⁴ (UD)	609.3	0.07382	9559	9273	0.1373	0.1319	0.961	0.022	0.034	0.023
Cs ¹³⁷	661.6	0.07099	2602	2412	0.03737	0.03430	0.92	0.07	-0.01	0.08
Cs ¹³⁴	795.8	0.06506	666	434	$9.565 \cdot 10^{-3}$	$6.172 \cdot 10^{-3}$	0.65	0.19	-0.4	0.29
Ac ²²⁸ (Th)	911.1	0.06088	4293	4037	0.06166	0.05741	0.93	0.04	-0.01	0.04
Ac ²²⁸ (Th)	968.9	0.05913	3478	3309	0.04995	0.04706	0.94	0.05	0.00	0.05
Bi ²¹⁴	1120.3	0.05495	2598	2342	0.03731	0.03331	0.89	0.05	-0.06	0.06
K ⁴⁰	1460.8	0.04814	24039	23390	0.3452	0.3326	0.963	0.010	0.011	0.010
Bi ²¹⁴ (UD)	1764.5	0.04396	2302	2301	0.03306	0.03272	0.99	0.04	0.03	0.04
Bi ²¹⁴ (UD)	2204.2	0.03978	719	675	0.01033	$9.599 \cdot 10^{-3}$	0.93	0.07	-0.03	0.08
Tl ²⁰⁸	2614.3	0.03705	4319	4200	0.06203	0.05973	0.963	0.022	-0.001	0.023

TABELA 12

Izračunate vrednosti za $\ln\left(\frac{N}{N_0} e^{\mu d}\right)$ za cilindrični apsorber.

Vrednosti su izračunate na osnovu formula (1), (3) i (4)

μd	d/r			
0.0228	0.3	0.01876	0.01865	0.01865
0.038	0.5	0.03131	0.03194	0.03113
0.057	0.3	0.04704	0.04679	0.04677
0.095	0.5	0.07865	0.08022	0.07822
0.171	0.3	0.1425	0.1419	0.1417
0.285	0.5	0.2396	0.2441	0.2384
0.456	0.3	0.3882	0.3878	0.3864
0.513	0.3	0.4385	0.4382	0.4365
0.570	0.3	0.4891	0.4889	0.4869
0.627	0.3	0.5400	0.5400	0.5376
0.684	0.3	0.5912	0.5914	0.5886
0.741	0.3	0.6427	0.6431	0.6400
0.760	0.5	0.6599	0.6702	0.6571
0.798	0.3	0.6945	0.6951	0.6916
0.855	0.5	0.7465	0.7577	0.7435
0.950	0.5	0.8338	0.8458	0.8305
1.045	0.5	0.9217	0.9345	0.9182
1.140	0.5	1.010	1.024	1.007
1.235	0.5	1.099	1.113	1.095
1.330	0.5	1.189	1.203	1.185

Krive nacrtane na osnovu ovih vrednosti prikazane su na grafiku 1.

TABELA 13

Izračunate vrednosti za $\ln\left(\frac{N}{N_0} e^{\mu d}\right)$ za apsorber oblika Marinelli.

Vrednosti su izračunate na osnovu formula (2), (5) i (6).

μd	d/r	$\ln\left(\frac{N}{N_0} e^{\mu d}\right)$	$1 - \left(\frac{N}{N_0} e^{\mu d}\right)$	$\ln\left(\frac{N}{N_0} e^{\mu d}\right)$
0.0228	0.2787	$4.117 \cdot 10^{-3}$	$3.424 \cdot 10^{-3}$	$4.857 \cdot 10^{-3}$
0.038	0.4634	$6.905 \cdot 10^{-3}$	$6.466 \cdot 10^{-3}$	$8.181 \cdot 10^{-3}$
0.057	0.2787	0.01044	$8.783 \cdot 10^{-3}$	0.01231
0.095	0.4634	0.01767	0.01680	0.02092
0.171	0.2787	0.03282	0.02864	0.03862
0.285	0.4634	0.05732	0.05695	0.06761
0.456	0.2787	0.09836	0.09252	0.1151
0.513	0.2787	0.1132	0.1079	0.1324
0.570	0.2787	0.1288	0.1241	0.1503
0.627	0.2787	0.1450	0.1413	0.1690
0.684	0.2787	0.1618	0.1594	0.1884
0.741	0.2787	0.1793	0.1784	0.2085
0.760	0.4634	0.1853	0.1990	0.2163
0.798	0.2787	0.1976	0.1983	0.2294
0.855	0.4634	0.2165	0.2350	0.2520
0.950	0.4634	0.2497	0.2735	0.2899
1.045	0.4634	0.2850	0.3147	0.3300
1.140	0.4634	0.3224	0.3585	0.3723
1.235	0.4634	0.3620	0.4049	0.4169
1.330	0.4634	0.4538	0.4539	0.4637

Krive nacrtane na osnovu ovih vrednosti prikazan su na grafiku 1.

TABELA 14

Izračunate vrednosti za $\ln\left(\frac{N'}{N_o} e^{\mu d}\right)$ za cilindrični apsorber, uz uračunavanje diferencijalne efikasnosti.

Račun je izvršen za model cilindričnog apsorbera u sfernoj geometriji fona kao i za cilindrični apsorber aproksimiran sfernom ljudskom (izraz (10)).

μd	d/r	$\ln\left(\frac{N'}{N_o} e^{\mu d}\right)$	$\ln\left(\frac{N'}{N_o} e^{\mu d}\right)$
0.0228	0.3	0.01774	0.01776
0.038	0.5	0.03058	0.02964
0.057	0.3	0.04453	0.04456
0.095	0.5	0.07688	0.07456
0.171	0.3	0.1354	0.1353
0.285	0.5	0.2347	0.2281
0.456	0.3	0.3722	0.3707
0.513	0.3	0.4210	0.4192
0.570	0.3	0.4702	0.4680
0.627	0.3	0.5198	0.5172
0.684	0.3	0.5698	0.5668
0.741	0.3	0.6202	0.6168
0.760	0.5	0.6491	0.6335
0.798	0.3	0.6710	0.6671
0.855	0.5	0.7347	0.7177
0.950	0.5	0.8211	0.8028
1.045	0.5	0.9082	0.8887
1.140	0.5	0.9959	0.9753
1.235	0.5	1.084	1.063
1.330	0.5	1.173	1.151

Kriva nacrtana za model sferne ljudske prikazana je na grafiku 2.

TABELA 15

Izračunate vrednosti za $\ln\left(\frac{N}{N_0} e^{\mu d}\right)$ za apsorber oblika Marinelli, uz uračunavanje diferencijalne efikasnosti. Ove vrednosti su izračunate za model apsorbera oblika Marinelli u sfernoj geometriji, kao i za Marinelli-apsorber aproksimiran sfernom ljuškom (izraz (11)).

μd	d/r'	$\ln\left(\frac{N}{N_0} e^{\mu d}\right)$	$\ln\left(\frac{N}{N_0} e^{\mu d}\right)$
0. 0228	0. 2787	$1.974 \cdot 10^{-3}$	$3.745 \cdot 10^{-3}$
0. 038	0. 4634	$3.967 \cdot 10^{-3}$	$6.313 \cdot 10^{-3}$
0. 057	0. 2787	$5.128 \cdot 10^{-3}$	$9.497 \cdot 10^{-3}$
0. 095	0. 4634	0.01047	0.01616
0. 171	0. 2787	0.01736	0.02989
0. 285	0. 4634	0.03716	0.05252
0. 456	0. 2787	0.06048	0.08984
0. 513	0. 2787	0.07142	0.1035
0. 570	0. 2787	0.08316	0.1178
0. 627	0. 2787	0.09575	0.1327
0. 684	0. 2787	0.1092	0.1482
0. 741	0. 2787	0.1235	0.1644
0. 760	0. 4634	0.1416	0.1707
0. 798	0. 2787	0.1387	0.1812
0. 855	0. 4634	0.1695	0.1996
0. 950	0. 4634	0.2000	0.2306
1. 045	0. 4634	0.2330	0.2635
1. 140	0. 4634	0.2687	0.2984
1. 235	0. 4634	0.3069	0.3356
1. 330	0. 4634	0.3478	0.3748

Kriva nacrtana za model sferne ljuške prikazana je na grafiku 2.

TABELA 16

Vrednosti za μd poredane po rastućem redosledu, zajedno sa debljinama apsorbera koje im odgovaraju.

$\mu [cm^{-1}]$	d [cm]	μd
0.02	1.14	0.0228
0.02	1.9	0.038
0.05	1.14	0.057
0.06	1.9	0.095
0.15	1.14	0.171
0.15	1.9	0.285
0.40	1.14	0.456
0.45	1.14	0.513
0.50	1.14	0.570
0.55	1.14	0.627
0.60	1.14	0.684
0.65	1.14	0.741
0.40	1.9	0.760
0.70	1.14	0.798
0.45	1.9	0.855
0.50	1.9	0.950
0.55	1.9	1.045
0.60	1.9	1.140
0.65	1.9	1.235
0.70	1.9	1.330

REFERENCE

- [1] W. Wilson, N.I.M. 169 (1980) 577
- [2] M. Noguchi, K. Takeda and H. Higuchi, Int.J.Appl. Radiat. Isot. 32 (1980) 17
- [3] C. Birattari and A. Salomone, N.I.M. 174 (1980) 391
- [4] S. Kaplanis, Int.J. Appl.Radiat.Isot, 33 (1982) 605
- [5] L. Moens, J. De Donder, Lin Xilei, F. De Corte, A. De Wispelaere, A. Simonits and J. Hoste, N.I.M. 187(1981) 451
- [6] S. Seltzer, N.I.M. 188(1981) 133
- [7] F. J. Shima and D.D. Hoppes, Int.J.Appl.Radiat. Isot. 34 (1983) 1121
- [8] May and Marinelli, Argon National Laboratory, Semi Annual Report, p. 71, 6199; Nat.Tech.Inf. Serv, Virginia USA (1960)
- [9] A Handbook of Radioactivity Measurements Procedures, NCRP Report No 58 (1985)
- [10] Dr Lazar Marinkov-Osnovi nuklearne fizike, Novi Sad, 1976
- [11] M. J. Berger and J.H. Hubbell-XCOM: Photon Cross Sections on a Personal Computer (1987)
- [12] Glenn F. Knoll. -Radiation Detection and Measurement, New York Chichester Brisbane Toronto, 1979
- [13] Zoran Saradžić - Diplomski rad, PMF Novi Sad, 1979.
- [14] Tot Haršanji Ilona - Diplomski rad, PMF Novi Sad, 1985.
- [15] Dr Milorad Bertolino, Numerička analiza, Beograd, 1977.
- [16] Dr Nedeljko Parezanović - Računske mašine i programi - ranje, Beograd,1979.