

UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET
INSTITUT ZA FIZIKU

Природно-математички факултет
Радна заједница заједничких послова
НОВИ САД

Редни број:		0. VI. 1984.	
Оријент.	Број	Прилог	Вредност
03	10 / 23		

Mesaroš Laslo

IZVOR JEDNOSMERNE STRUJE ZA PUNJENJE
VISOKONAPONSKE KONDENZATORSKE BATERIJE

- diplomski rad -

Novi Sad, 1984.

Mentor:
prof.dr Miroslav PAVLOV

Zahvaljujem se prof.dr Miroslavu Pavlovu, koji mi je dao ideju za temu diplomskog rada i za pružene savete i pomoć u rešavanju eksperimentalnih i teorijskih problema vezanih za ovaj rad.

Zaposleni u Laboratoriji za fizičku elektroniku su mi pružili veliku pomoć u savladjivanju svakojakih tehničkih problema, te im se na tome zahvaljujem, kao i zaposlenima u radionici Instituta za fiziku.

SADRŽAJ

1. UVOD	1
1.1. Zadatak rada	1
1.2. Problemi pri punjenju kondenzatorske baterije	1
2. USMERAČKI DEO	4
2.1. Selekcija dioda po naponu u direktnoj polarizaciji i po zagrevanju	4
2.2. Selekcija dioda po jačini inverzne struje	6
2.3. Konstrukcija usmeračkog dela	6
3. VISOKONAPONSKI TRANSFORMATOR	7
3.1. Odredjivanje odnosa transformacije	8
3.2. Preslikavanje impedanci kod transformatora	9
3.2.1. Teorijski uvod	9
3.2.2. Eksperimentalno odredjivanje preslikane električne otpornosti sekundarnog kola	10
3.3. Testiranje zagrevanja transformatora sa usmeraćem	11
4. REGULACIONI TRANSFORMATOR	12
5. REALIZACIJA UREDJAJA I ODREDJIVANJE OGRANIČENJA	13
5.1. Realizacija kompletног uredjaja	13
5.2. Teorijska obrada punjenja kondenzatora	15
5.3. Odredjivanje prvog ograničenja i merenje zagrevanja elemenata uredjaja	23
5.4. Odredjivanja perioda izmedju dva pražnjenja kondenzatorske banke	23
6. MAGNETNA INDUKCIJA I ELEKTRIČNO POLJE UNUTAR SOLENOIDA PRIKLJUČENOG NA KONDENZATORSKU BATERIJU	26
6.1. Pražnjenje kondenzatorske banke RLC-kolo	26
6.2. Odredjivanje elemenata RLC-kola	28
6.3. Magnetna indukcija unutar petlje	32
6.3.1. Veza izmedju magnetne indukcije unutar petlje i struje kroz petlju	33
6.3.2. Brojne vrednosti i oblik jačine struje i magnetne indukcije	36
6.3.3. Odredjivanje jačine električnog polja unutar petlje	36
6.3.4. Brojne vrednosti i oblik električnog polja unutar petlje	39

6.4. Petlja sa pet navojaka	41
7. ZAKLJUČCI	46
7.1. Sumiranje predvidjenih ograničenja	46
7.2. Sumiranje eksperimentalnih ograničenja	46

1. UVOD

1.1. Zadatak rada

Visokonaponska kondenzatorska baterija, koja treba da se puni, sastoji se od četiri paralelno vezana kondenzatora marke MAXWELL kapaciteta $1\mu F$ i maksimalnog radnog napona 75kv. Namena za koju mi koristimo tu visokonaponsku kondenzatorsku bateriju, zadovoljava se uslovom da se kondenzatori napune do napona od 5-15kV, ali za što je moguće kraće vreme.

Zato je potrebno konstruisati izvor jednosmerne struje, koja treba da bude što je moguće veća zbog zahteva da se kondenzatori brzo napune. Visoki napon za punjenje daje visokonaponski transformator, ali on daje naizmeničnu struju, kojom se kondenzator ne može napuniti, pa je potrebno tu struju ispraviti.

Jedan od načina da se to napravi je serijska veza poluprovodničkih dioda.

1.2. Problemi pri punjenju kondenzatorske baterije

Ako se na "vrući" izvod transformatora pričvrsti ispravljač od serijski vezanih dioda dobija se pulsirajuća struja, ali uvek istog smera. Tako dobijena struja ima preveliku jačinu pri kratkom spoju i praznim kondenzatorima tako da se punjenje mora vršiti preko otpornika električne otpornosti oko stotinjak $k\Omega$, koji reguliše jačinu struje punjenja. Otpornik se mora tako odabратi da struja punjenja bude dovoljno mala da se transformator ne opterećuje previše, ali da se kondenzatori napune za što kraće vreme do predvidjenog napona.

Brže punjenje se postiže, ako je napon punjenja veći,



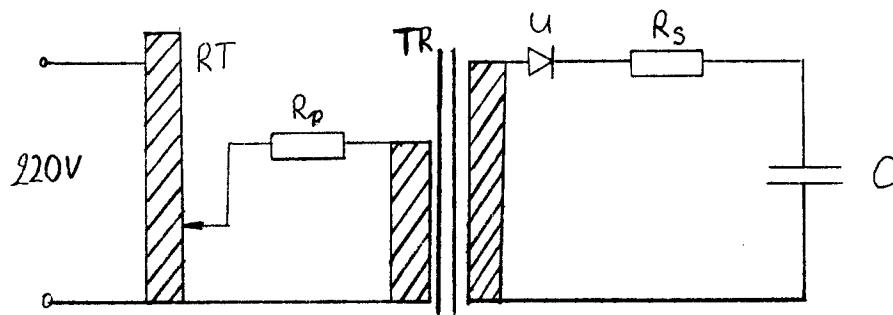
ali onda protiče i struja veće jačine pa preti opasnost od uništenja nekih delova strujnog kola (transformatora, naprimjer). Ispitivanjem se moglo odrediti koja je maksimalna jačina srednje struje, koju transformator podnosi bez prevelikog zagrevanja. Pored srednje struje treba ograničiti i preveliku početnu struju, jer smo rekli da je struja impulsnog karaktera i maksimum prvog impulsa, iako traje relativno kratko vreme, isto može izazvati oštećenja, pa se i o tome mora voditi računa i obezbediti da ni taj prvi impuls struje ne bude veći od dozvoljenog.

Pored ovih problema postoji još nekoliko problema sa otpornikom R_s koji u sekundarnom delu koča ima ulogu da ograniči struju punjenja kondenzatorske banke. Problemi koji su vezani za taj otpornik su sledeći:

1. Velika otpornost i snaga i visoka temperatura zagrevanja
2. Hladjenje otpornika
3. Izolacija zbog visokog napona

Ovi problemi se ne bi mogli rešiti, pa je bolje rešenje da se taj otpornik premesti u primarno kolo transformatora, a otpor ovog otpornika (grejači za štednjak) se preslikava u sekundarno kolo transformatora, gde tako zadovoljava gornje uslove.

Zbog ovih problema je odabранo rešenje za izvor jednosmerne struje za punjenje kondenzatorske baterije ovakvo kakvo je prikazano u sledećoj glavi. Uprošćena shema aparature, koja se koristi pri punjenju kondenzatora, data je na slici 1.1.



S1.1.1. Uprošćena shema aparature za punjenje kondenzatora

Delovi aparature sa slike su:

RT - regulacioni transformator, koji reguliše napon na primaru transformatora

TR - visokonaponski transformator

R_p - otpornik (grejači štednjaka)

U - usmerački deo

R_s - preslikani otpor iz primarnog kola transformatora

C - visokonaponska kondenzatorska baterija

2. USMERAČKI DEO

Za usmerački deo se koriste diode tipa IN 4007, za koje su tehnički podaci sledeći:

Inverzni radni napon - 1000V

Maksimum inverznog radnog napona - 1200V

Efektivna vrednost inverznog napona - 700V

Direktni maksimalni napon - 1,1V

Direktna maksimalna struja - 1A

Inverzna radna struja - 10 μ A

Maksimalna inverzna struja - 50 μ A

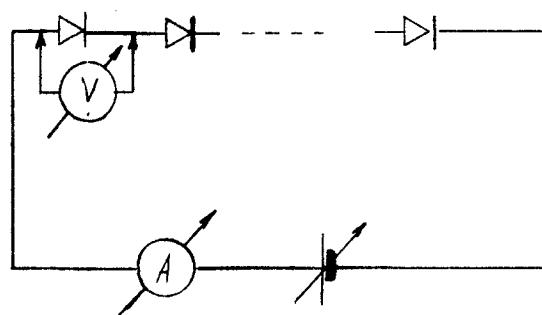
Termički otpor - 85°C/W

Radna temperatura - od 65° do +175°C

Potrebno je proveriti neke osobine tih dioda pre no što ih pustimo u rad i izvršiti selekciju, tj. odbaciti diode sa nekim osobinama ekstremnih vrednosti.

2.1. Selekcija dioda po padu napona u direktnoj polarizaciji i po zagrevanju

Pri ovom zadatku potrebno je prvo realizovati sledeću shemu



S1.2.1. Shema za selekciju dioda po padu napona u direktnoj polarizaciji

Svih 60 dioda se rasporedilo u 3 lanca od po 20 dioda i za svaki lanac se shema realizovala.

Kao izvor promenljive jednosmerne struje koristimo ispravljač i podesimo da ampermetar tipa Goertz UNIGOR pokazuje

1) 0,5A

2) 0,75A

3) 1A - za ovu vrednost su izvršene tri serije merenja. Izmedju dve serije merenja diode su uvek puštene da se ohlade.

Pri svakoj od ovih vrednosti struje u koju pomoću digitalnog voltmetra ~~merimo~~ pad napona na svakoj od dioda i zagrevanje dioda pomoću napičavanja (one rade do temperature oko 175°C).

U sledećoj tabeli su pokazani rezultati za one diode koje su se najviše razlikovale od ostalih.

Br. diode	I = 0,5A	I = 0,75A	I = 1A		
	V_D (V)				
1	0,84	0,85	0,84	0,84	0,84
22	0,81	-	-	-	-
27	0,87	0,86	0,88	0,88	0,87
43	0,83	0,82	0,83	0,83	0,83
49	0,81	-	-	-	-
50	0,81	-	-	-	-
53	0,82	-	-	0,83	-
58	0,84	0,85	0,83	0,84	0,83
60	0,81	-	-	-	-

Tabela 2.1. Rezultati selekcije dioda
po padu napona u direktnoj polarizaciji

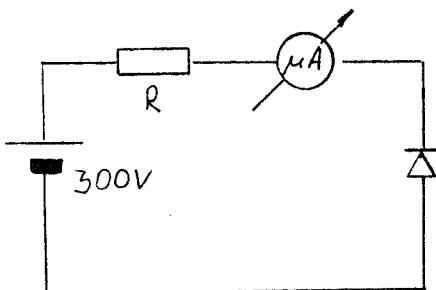
Svi ostali padovi napona na diodama su se kretali izmedju 0,75V i 0,80V.

I najveća zagrevanja su zapažena kod dioda sa najvećim padom napona ali su ona nebitna (njihove temperature su bile ispod 100°C).

Posle ovih merenja diode sa brojem 1,27,43 i 58 izdvojene su kao nepouzdane.

2.2. Selekcija dioda po jačini inverzne struje

Za ispravljač je dovoljno da diode u inverznoj polarizaciji imaju električnu otpornost reda $10\text{M}\Omega$, pa smo se zadovoljili uslovom da pri naponu od 300V propuštaju $10\mu\text{A}$. Sve diode koje propuštaju jaču struju treba izbaciti. Za ispitivanje kakvu struju diode propuštaju u inverznoj polarizaciji treba realizovati sledeću shemu



Sl.2.2. Shema za selekciju dioda po jačini inverzne struje

Otpornik R služi za zaštitu čoveka koji vrši merenje. Naime, ako se dioda "probije" dobije se kratak spoj i protiče jaka struja koja je opasna po život pri tako visokom naponu od 300V. Da ni u slučaju "probijanja" diode ne dodje do proticanja veće struje od $100\mu\text{A}$, vrednost otpornosti otpornika se računa po formuli

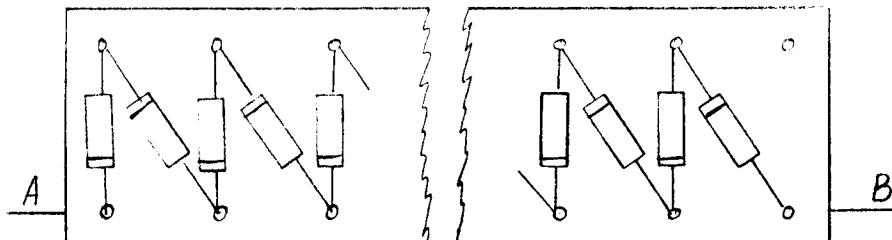
$$R = \frac{V}{I} = \frac{300\text{V}}{10\mu\text{A}} = 3 \cdot 10^6 \Omega = 3\text{M}\Omega$$

Rezultati merenja

Merenja su pokazala da diode propuštaju struju od $40\text{-}90\text{ }\mu\text{A}$, a dve koje su propustile struju od $100\mu\text{A}$ odnosno $120\mu\text{A}$, odstranjene su kao ekstremiteti. Po ovim rezultatima se vidi da diode u inverznoj polarizaciji imaju električnu otpornost reda $10^9\Omega$, što potpuno zadovoljava zahteve primene. Ovi rezultati važe za sobne temperature.

2.3. Konstrukcija usmaračkog dela

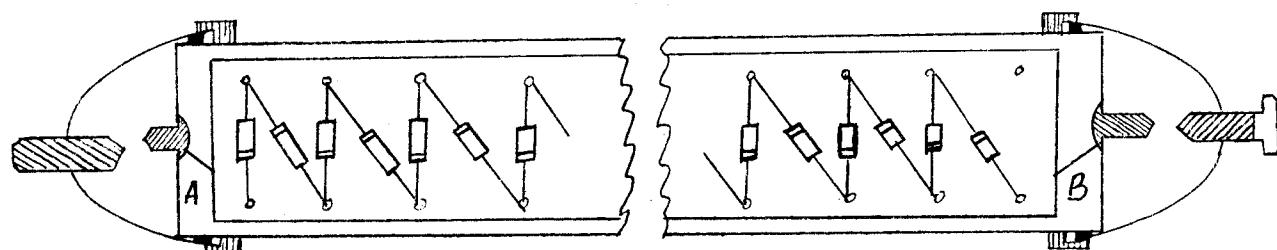
Cilj je da se preostalih 56 dioda serijski vežu na što je moguće manjem prostoru. Jedan od rešenja je lemljenje na traci pertinaksa dimenzija $45\text{x}4\text{cm}$ na način prikazan na slici.



Sl.2.3. Vezivanje dioda u lanac

Ovako zaledljene diode sa dva izvoda ulaze u plastičnu cev, koja na krajevima ima dve polulopte od punog aluminijuma. Izvodi A i B pričvršćuju se za unutrašnje strane polulopte pomoću zavrtnja, a polulopte raspolažu zavrtnjima i sa spoljašnje strane koji služe za vezivanje u strujno kolo.

Polulopte se pričvršćuju na plastičnu cev na isti način kao u vodovodnoj tehnici, pomoću zaptivača.



Sl.2.4. Presek usmeračkog dela uređaja

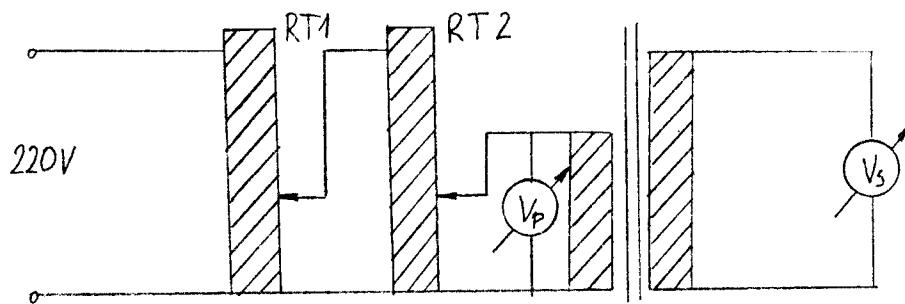
Ovaj sistem u zatvorenoj cevi bio je predviđen za slučaj ako se dioda previše zagreva pri radnoj struji. U tom slučaju cev bi se ispunila uljem koje bi hladilo diode. Međutim, testovi su pokazali da se diode ne zagrevaju previše, te i vazdušno hladjenje je zadovoljavajuće.

3. VISOKONAPONSKI TRANSFORMATOR

Visokonaponski transformator koje se u uređaju koristi je proizved MINEL-a iz Zrenjanina. Odnos transformacije je $\frac{25\text{kV}}{\sqrt{3}} : 220\text{V} = 65,6 \approx n$, maksimalna snaga 800 W, frekvencije na kojoj radi 50 Hz. Transformator je zaliven u aralditu koji je pomoću vakuma i temperature pretvoren u vrlo dobar čvrst izolator, i izolovan je prema JUS-u. Ovo su fabrički podaci, ali naravno, ispitivanje transformatora se mora izvršiti da se odrede neke osobine transformatora koje moramo znati, da bi se uređaj mogao pustiti u rad.

3.1. Odredjivanje odnosa transformacije

Za odredjivanje odnosa transformacije potrebno je realizovati sledeću shemu



S1.3.1. Shema za odredjivanje odnosa transformacije

Zbog mogućnosti mernih instrumenata merenja su se mogla vršiti samo do vrednosti napona na sekundaru od 1kv. Odnos transformacije se računa po formuli $n = \frac{V_s}{V_p}$. Regulacioni transformatori RT1 i RT2 omogućuju dovoljno fino podešavanje napona na primaru.

Rezultati merenja su pokazani u sledećoj tabeli

Br mer	V_p (V)	V_s (V)	n
1	0,5	34	68,0
2	1	67,2	67,2
3	1,5	100,5	67,0
4	2	135	67,5
5	2,5	170	68,0
6	3	202	67,3
7	3,5	236	67,5
8	4	268	67,0
9	4,5	300	66,7
10	5	332	66,4
11	5,5	370	67,3
12	6	400	66,7
13	6,5	435	66,9
14	7	470	67,1
15	7,5	503	67,1
Br mer	V_p (V)	V_s (V)	n
16	8	538	67,25
17	8,5	570	67,1
18	9	605	67,2
19	9,5	639	67,3
20	10	673	67,3
21	10,5	700	66,7
22	11	740	67,3
23	11,5	772	67,1
24	12	800	66,7
25	12,5	838	67,0
26	13	877	67,5
27	13,5	905	67,0
28	14	935	66,8
29	14,5	975	67,2
30	15	1000	66,7

Tabela 3.1. Odredjivanje odnosa transformacije

$$\bar{n} = \frac{\sum_{i=1}^{30} n_i}{30} = 67,1$$

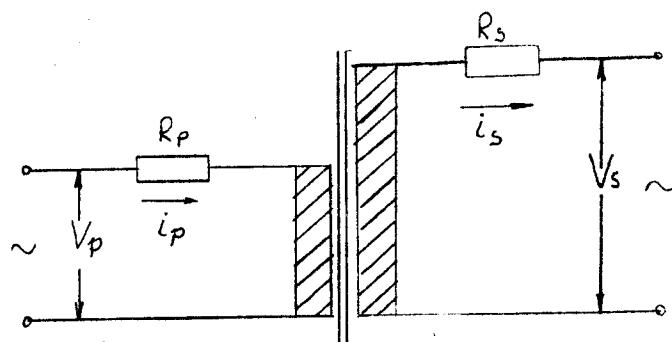
$$n = \bar{n} = 67,1$$

Ova vrednost se dobro slaže sa odnosom transformacije n koji je dat od proizvodjača.

3.2. Preslikavanje impedanci kod transformatora

3.2.1. Teorijski uvod

Kod transformatora je poznata činjenica da je snaga električne struje u primarnom delu jednaka snazi električne struje u sekundarnom delu.



S1.3.2. Preslikavanje otpora iz primarnog kola transformatora u sekundarno kolo

Ako se u primarnom delu nalazi neki otpornik električne otpornosti R_p , on se preslikava i u sekundarni deo. Vrednost njegove električne otpornosti se izračunava iz gornjeg uslova.

$$\begin{aligned} P_p &= P_s \\ V_p \cdot i_p &= V_s \cdot i_s \\ R_p &= \frac{V_p}{i_p} R = \frac{V_s}{i_s} \\ R_s &= R_p \left(\frac{i_p}{i_s} \right)^2 = R_p \cdot n^2 \\ R_s &= R_p \cdot n^2 \end{aligned}$$

Dakle, električna otpornost preslikanog otpornika je jednaka proizvodu otpornosti otpornika u primarnom delu i kvadrata odnosa transformacije. Za naš slučaj $R_p = R_s + R_{u_p} + R_{u_s}$ gde je R_s otpornost četiri paralelno vezana grejača ukupne snage 2,4 kW i iznosi $R_s = 19,5 \Omega$, a R_{u_p} je izmereni unutrašnji otpor primara transformatora $R_{u_p} = 0,5 \Omega$, a R_{u_s} preslikani unu-

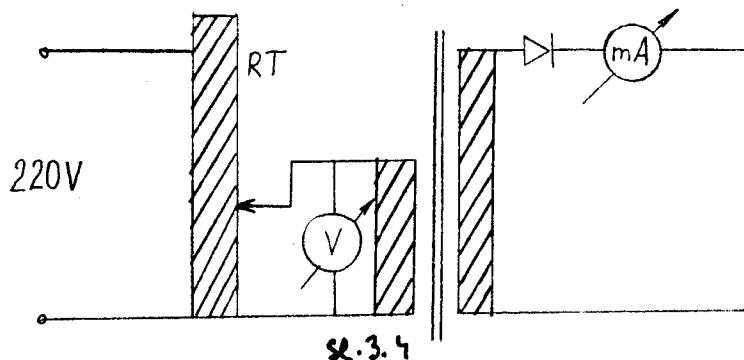
trašnji otpor sekundara $R_{us}^1 = 0,4 \Omega$

Tako je $R = 20,4 \Omega$

Sada je R_s potpuno prenošeni, tj. preslikani otpor otpornika R_p iznosi $R_s = R_p \cdot n^2 = 91,85 \text{ k}\Omega$

3.2.2. Eksperimentalno određivanje preslikane električne otpornosti sekundarnog kola

Za eksperimentalno određivanje preslikane električne otpornosti sekundarnog kola potrebno je realizovati sledeću shemu



SL.3.3. Određivanja električne otpornosti sekundara transformatora

Regulacioni transformatori RT₁ i RT₂ služe za regulaciju napona na primaru V_p , a Gærtz-ov voltmetar meri napon na primaru, a Gærtz-ov ampermetar struju kratkog spoja J_{KSS} na sekundaru. (R_s nije realan otpor, samo preslikan).

$$R = \frac{V_{PHS}}{J_{KSS}} = \frac{V_p \cdot n}{J_{KSS}}$$

Dakle merenjem V_p i J_{KSS} i poznavanjem odnosa transformacije može se dobiti električna otpornost sekundarnog dela.

Rezultati merenja su prikazani tabelarno

$J_{KSS} (\text{mA})$	$V_p (\text{V})$	$R_s (\text{k}\Omega)$
10	14,0	93,94
20	27,3	91,58
30	41,3	92,38
40	55,3	92,78
50	68,2	91,58
60	82,6	92,38
70	93,3	89,52

80	110,7	92,78
90	123,5	92,12
100	136,5	91,58
110	152,3	92,89
120	165,2	92,38

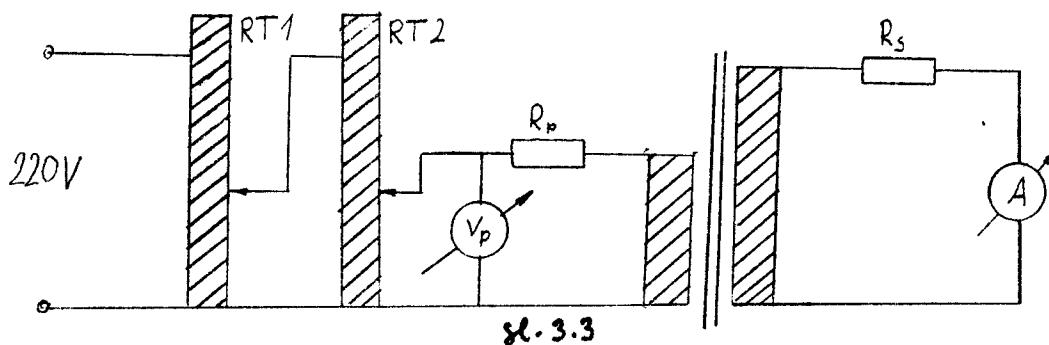
Tabela 3.2. odredjivanje električne otpornosti sekundara transformatora

$$R_s = \bar{R}_s = \frac{\sum_{i=1}^{12} R_{si}}{12}$$

$$R_s = 92,16 \text{ k}\Omega$$

3.3. Testiranje zagrevanja transformatora sa usmeraćem

Za izvršenje ovog testiranja potrebno je realizovati sledeću shemu



S1.3.4. Shema za testiranje zagrevanja transformatora

Rade se tri ciklusa merenja. U prvom se pusti da kroz sekundar transformatora protiče srednja struja jačine 50mA za 5 sati vremena. Za istih pet sati u drugom ciklusu propušta se struja jačine 100mA, a u trećem siklusu 150mA i posmatra se zagrevanje transformatora. Rezultati posmatranja pokazuju da se u prva dva ciklusa zagrevanje i transformatora i usmeračkog dela jedva primeti; u trećem ciklusu zagrevanje je primetno ali nije opasno za egzistenciju uređaja.

4. REGULACIONI TRANSFORMATOR

On je neophodan u radu, ali u mnogome nam zadaje neka ograničenja. Pomoću njega se reguliše napon u primarnom kolu, dakle i brzina punjenja kondenzatorske banke.

Maksimalna struja koju transformator može da podnosi bez oštećenja je 7A. Ovi transformatori imaju raspon napona od 20-250V. Jezgra transformatora su navijena od neprekidne trake orijentiranog transformatorskog lima i imaju neznatno rasipno polje. Predvidjen je do maksimalnog napona 250V i maksimalne struje 7A što će nam predstavljati prvo ograničenje celog uredjaja što ćemo kasnije videti.

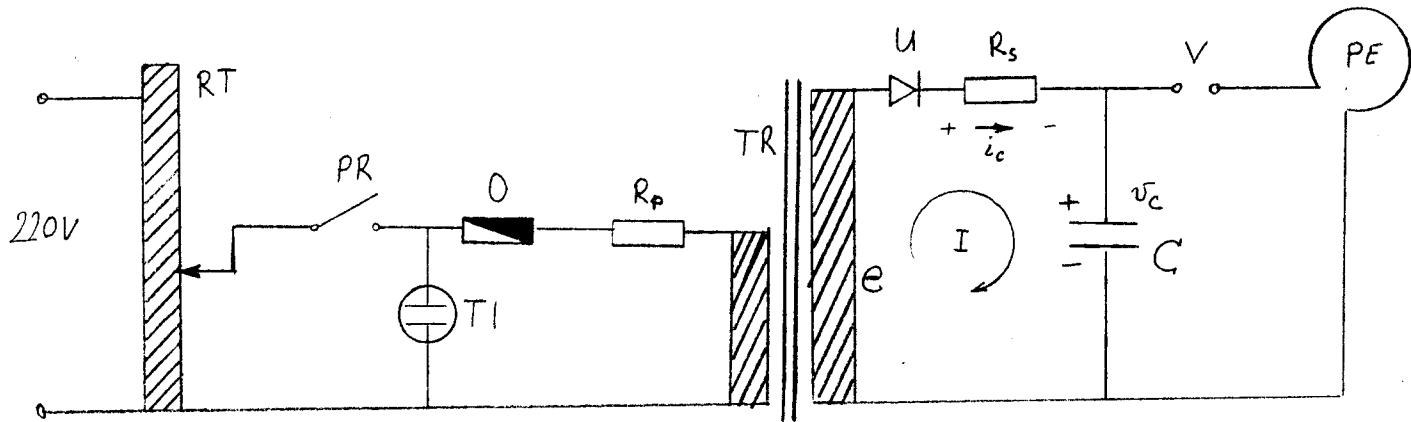
Dakle, ako istovremeno dostiže maksimalnu vrednost jačine i napona struje koja protiče kroz njega, dobijamo njegovu maksimalnu snagu $P_{max} = U_{max} \cdot I_{max} = 1,75kv$. To su ograničenja što se tiče srednjih struja, ali postoje i druga ograničenja usled oblika struje kojom se kondenzatorska banka puni. Ona je impulsnog karaktera i eksponencijalno opada. Tako srednja vrednost te struje i ne ograničava rad varijaka ali prvi maksimum strujnog impulsa dostiže vrednost od 15A. To ne dovodi u opasnost varijak zbog pregrevanja, ali za kontakt klizača sa navojima, koji je od grafita, može da predstavlja opasnost. Naime, samo ako se jednom na vrlo maloj površini dolazi do nagorevanja, stanje se dalje sve više i više pogoršava i varijak brzo propada.

5. REALIZACIJA UREDJAJA I ODREDJIVANJE OGRANIČENJA

5.1. Realizacija kompletног uredjaja

Ovi dosad posmatrani uredjaji su novi delovi jednog već ranije postojećeg uredjaja za dobijanja impulsne magnetne indukcije prilično velike jačine.

Shema celokupnog uredjaja je sledeća



S1.5.1. Kompletan uredjaj za dobijanje
impulsne magnetne indukcije

Delovi uredjaja su:

RT - regulacioni transformator, koji reguliše struju napajanja kondenzatora

PR - prekidač, koji je postavljen iz bezbednosnih razloga

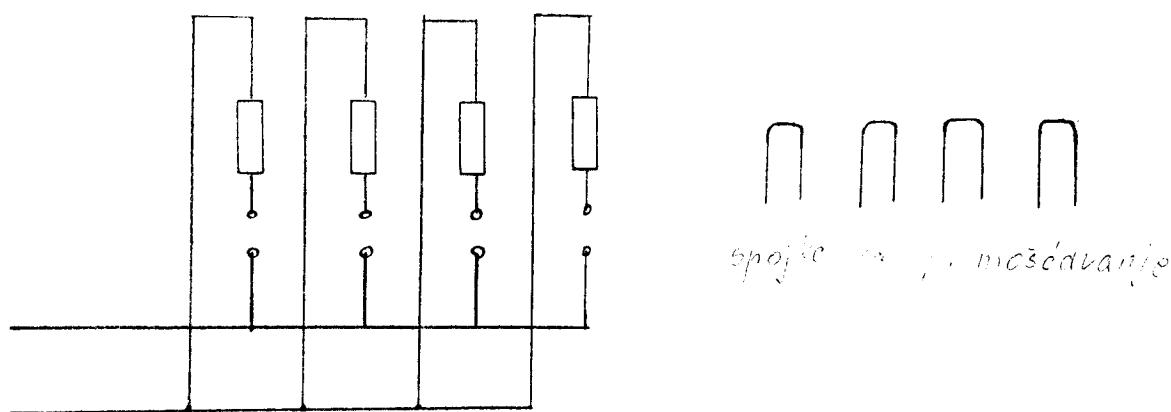
TI - tinjalica tipa E10 koja se pali kod napona oko 100V

O - osigurač od 10A, koji služi radi bezbednosti

R_p - otpornik, koji ograničava struju napajanja. Sastoji se od 4 paralelno vezana grejača za rernu pojedinačne snage od 600W i električne otpornosti od 78Ω (to se utvrdilo merenjem Ω-metrom).

Paralelna veza četiri ovakva grejača daje ukupnu snagu otpornika od 2,4kW, a električne otpornosti od 19,5Ω (utvrdjeno merenjem).

Električna shema paralelno vezanih grejača je sledeća:



S1.5.1A.Električna shema paralelno vezanih grejača

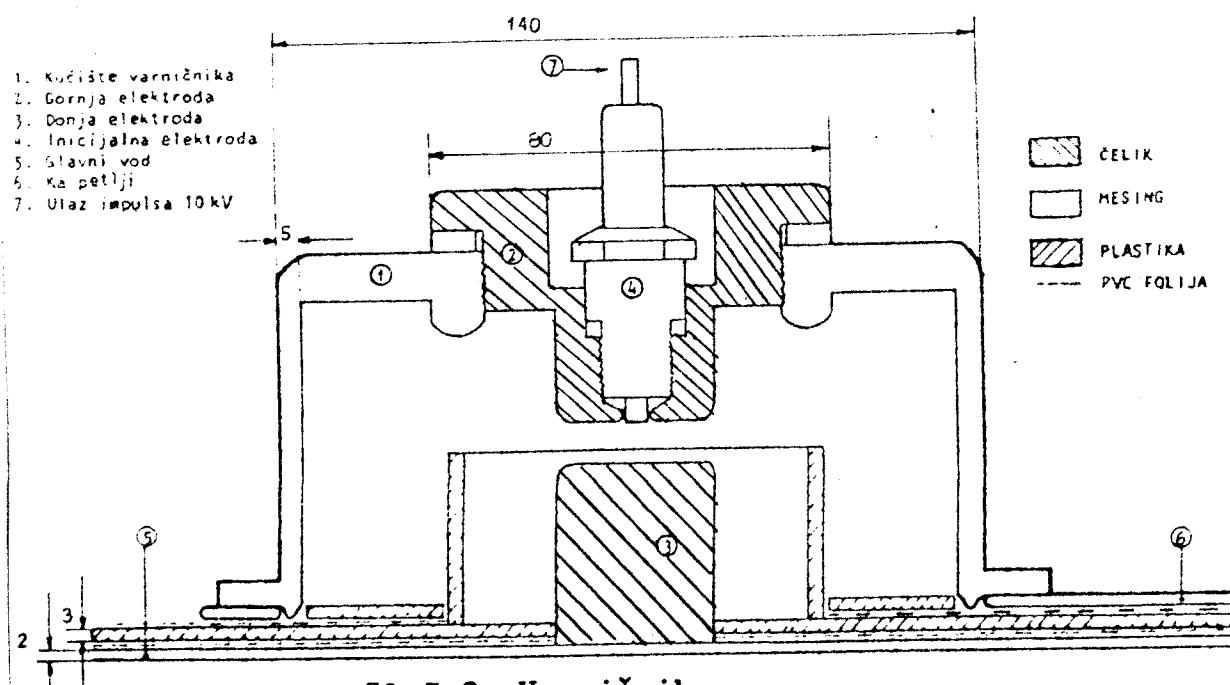
Ovakva realizacija pomoću spojki za premošćavanje omogućuje da se grejači uključuju zajedno: 4,3 ili po želji ili pojedinačno. Tu treba reći da se za sva naša merenja koristila 4 paralelno vezana otpornika, što omogućuju dovoljno brzo punjenje kondenzatorske banke.

T, R i U - visokonaponski transformator sa usmeraćem, koji obezbeđuju struju punjenja kondenzatorske banke.

Prekidač, tinjalica, osigurač, otpornici, transformator i usmerački deo su smešteni na jednom postolju i tako zajedno predstavljaju, zajedno sa varijakom, izvor jednosmerne struje za punjenje visokonaponske kondenzatorske banke.

C - visokonaponska kondenzatorska banka koja se satoji od 4 paralelno vezana kondenzatora tipa MAXWELL i kapaciteta po $1\mu F$.

V - varničnik, izrada Laboratorije za fizičku elektroniku (LFE) na Prirodno-matematičkom fakultetu u Novom Sadu, obezbeđuje napon pražnjenja V_B kondenzatora. Probojni napon varničnika je $30kV/cm$.



S1.5.2. Varničnik

Elektrode su tako podešene da do probaja dodje na naponu $V_g = 6,7 \text{ kV}$. P-petlja izradjena od mesinganog lima kružnog oblika određene debljine i poluprečnika.

5.2. Teorijska obrada punjenja kondenzatora

Ovaj deo se sastoji od nalaženja oblika struje punjenja kondenzatora i i napona na kondenzatoru v do pražnjenja.

Ako se za konturu I na slici br.8 napiše II Kirhoffovo pravilo, a otpornik R_s , radi jednostavnosti se piše samo kao R, dobija se

$$e - R i_c - v_c = 0 \quad (5.1.)$$

Zbog prisustva ispravljača može se pisati:

$$e = \begin{cases} 0 & \text{za } \tilde{\tau}_i \leq t \leq \tilde{\tau}'_{i+1} \\ E_{\max} \sin \omega t & \text{za } \tilde{\tau}'_i \leq t \leq \tilde{\tau}_i \end{cases} \text{ gde je } E_{\max} = V_p \cdot n \cdot \sqrt{2} = 20,88 \text{ kV}$$

ali se kondenzator puni samo za $e \geq v_c$, pošto se kondenzator puni za pozitivnu struju, ali kad je $i=0$ i $e=0$ napon na kondenzatoru je konstantan zbog relacije

$$i_c = C \frac{dv_c}{dt}$$

Tako relacija (1) prelazi u diferencijalnu jednačinu

$$E_{\max} \sin \omega t - RC \frac{dv_c}{dt} - v_c = 0 \quad / : \theta = RC$$

$$\frac{dv_c}{dt} + \frac{1}{RC} v_c = \frac{E}{\theta} \sin \omega t$$

Rešenje te diferencijalne jednačine je

$$v_c = v_{ch} + v_{cp} \quad (5.2)$$

gde je v_{ch} opšti integral homogenog dela jednačine a v_{cp} paratikalno rešenje. Za njega se prepostavlja da je

$$v_{cp} = V_{\max} \sin (\omega t + \varphi)$$

$$\frac{dv_{cp}}{dt} = V_{\max} \cdot \omega \cos (\omega t + \varphi)$$

$$V_{\max} \omega \cos (\omega t + \varphi) + \frac{V_{\max}}{\theta} \sin (\omega t + \varphi) = \frac{E_{\max}}{\theta} \sin \omega t$$

$$V_{\max} \omega \cos \omega t \cos \varphi - V_{\max} \omega \sin \omega t \sin \varphi + \frac{V_{\max}}{\theta} \sin \omega t \cos \varphi +$$

$$+ \frac{V_{\max}}{\theta} \cos \omega t \sin \varphi = \frac{E_{\max}}{\theta} \sin \omega t$$

Iz jednačavanjem koeficijenta uz $\cos \omega t$ i $\sin \omega t$ dobija se

$$V_{max} \omega \cos \varphi + \frac{V_{max}}{\theta} \sin \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = -\arctg \omega \theta = 89,50^\circ = 1,56213 \text{ rad}$$

$$-V_{max} \omega \sin \varphi + \frac{V_{max}}{\theta} \cos \varphi = \frac{E_{max}}{\theta} \Rightarrow V_{max} = \frac{E_{max}}{\theta} \cdot \frac{1}{-\omega \sin \varphi + \frac{1}{\theta} \cos \varphi} =$$

$$= \frac{E_{max}}{-\theta \omega \sin \varphi + \cos \varphi} = \frac{E_{max}}{\tan \varphi \sin \varphi + \cos \varphi} = E_{max} \cos \varphi$$

$$V_{max} = E_{max} \cos \varphi = 181 \text{ V}$$

v_{ch} se određuje iz diferencijalne jednačine

$$\frac{dv_{ch}}{dt} + \frac{1}{\theta} v_{ch} = 0$$

$$\frac{dv_{ch}}{v_{ch}} = -\frac{dt}{\theta} \Rightarrow v_{ch} = A e^{-\frac{t}{\theta}}$$

Ako zamenimo vrednosti v_{cp} i v_{ch} u jednačinu (5.2.) dobijamo

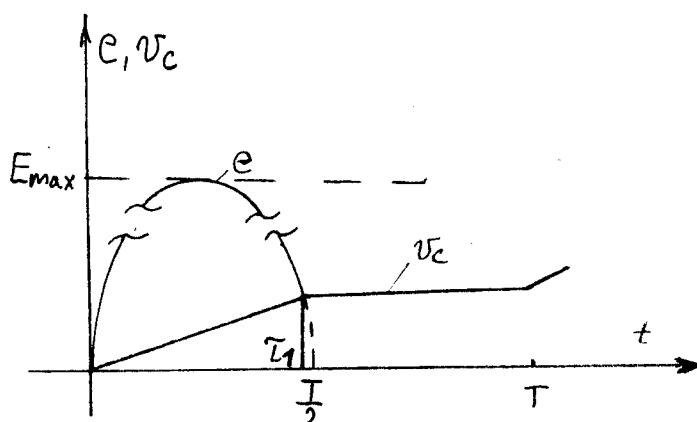
$$v_c = A e^{-\frac{t}{\theta}} + V_{max} \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\text{za } t = 0 \quad v_c = 0 \Rightarrow A = -V_{max} \sin \varphi$$

pa konačna formula za v_c glasi

$$v_c = V_{max} [\sin(\omega t + \varphi) - e^{-\frac{t}{\theta}} \sin \varphi] \quad (5.3)$$

gde su $\omega = 2\pi v$; $v = 50 \text{ Hz}$; $T = \frac{1}{v} = 0,02 \text{ s}$



S1.5.3. Punjenje kondenzatora za prvi period naizmenične struje

Ovako se puni kondenzator u prvoj periodi, gde se lepo vidi da se punjenje vrši samo do vremena τ_1 dok je $e \geq v_c$. Treba da se izračuna v_c u prvoj periodi i τ_1 , ako se prepostavi da je $\tau_1 \approx \frac{T}{2} \Rightarrow e^{-\frac{\tau_1}{\theta}} \approx e^{-\frac{1}{2\theta}} = 0,973$

$$\text{za } \tau_1 \text{ važi: } v_c = E_{max} \sin \omega \tau_1$$

pa se može pisati

$$E_{\max} \sin \omega \bar{t}_1 = V_{\max} (\sin(\omega \bar{t}_1 + \varphi) - e^{-\frac{\bar{t}_1}{\theta}} \sin \varphi)$$

$$\sin \omega \bar{t}_1 = -0,973 \sin \varphi \cos \varphi + \sin \omega \bar{t}_1 \cos^2 \varphi + \cos \omega \bar{t}_1 \sin \varphi \cos \varphi$$

sreditivanjem se dobija

$$\omega \theta \sin \omega \bar{t}_1 = 0,973 - \cos \omega \bar{t}_1$$

$$\cos \omega \bar{t}_1 = -\cos(\pi - \omega \bar{t}_1) \quad \text{ i } \sin \omega \bar{t}_1 = \sin(\pi - \omega \bar{t}_1)$$

Razvijanjem u red po $(\pi - \omega \bar{t}_1)$, koji je mali ugao, dobija se

$$\omega \theta (\pi - \omega \bar{t}_1) = 1 - \frac{1}{2} (\pi - \omega \bar{t}_1) + 0,973$$

rešavanjem po \bar{t}_1 se dobija

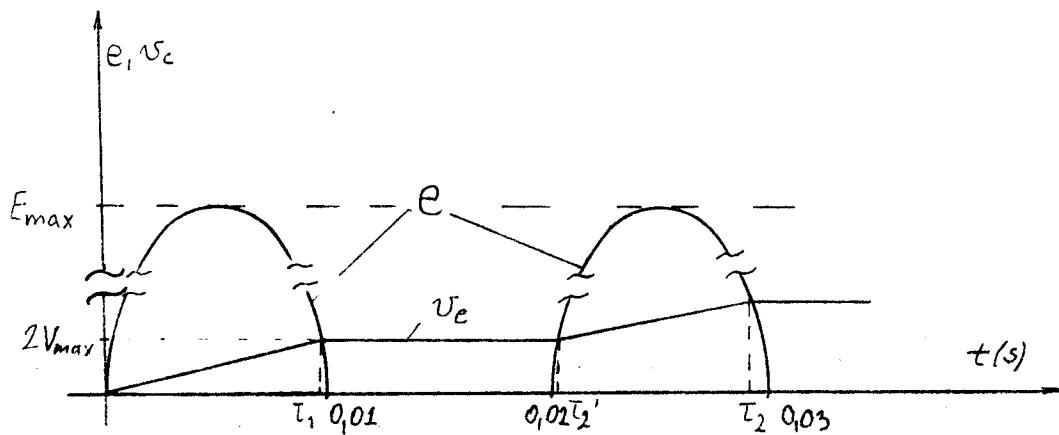
$$\bar{t}_1 = \frac{36,7 \pi^2 - \frac{1}{2} \pi - 1,973}{36,7 \cdot 100 \pi^2 + 50 \pi} = 9,8594 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

Na kraju prve periodi $v_c = v_c(\bar{t}_1)$

Zamenom $t = \bar{t}_1$ u jednačinu (5.3.) za v_c , se dobija

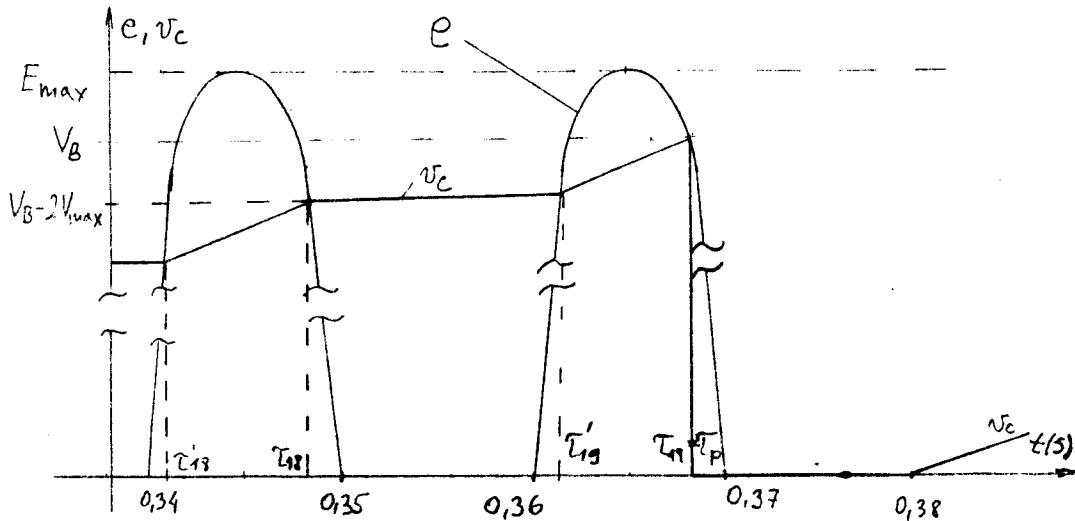
$$v_{c1} = 1,973 V_{\max} = 357,1 \text{ V}$$

U sledećoj periodi se kondenzator puni isto samo za $e > v_c$, tj. počinje da se puni u \bar{t}_1' i puni se do \bar{t}_2 i sve ide tako do



S1.5.4. Princip punjenja kondenzatora

preposlednje periodi. Pošto se v_c uvek u svakoj periodi poveća za blizu $2V_{\max}$, posle $0,36$ s, tj. posle preposlednje periodi (vreme izmedju dva pražnjenja je $0,38$ s) će se početi puniti od \bar{t}_1' za koje je $v_c = V_B - 2V_{\max}$ i puni se do $\bar{t}_2 = \bar{t}_p$ za koje je $v_c = V_B$



S1.5.5. Poslednji stepen punjenja kondenzatora

onda se kondenzator prazni za vreme reda $\frac{1}{\mu}s$ (dakle u odnosu na ova vremena skoro trenutno) i ceo ciklus počinje iznova.

Može se izračunati i to kako se menja struja punjenja kondenzatora tokom jednog pražnjenja:

$$i = C \frac{dv_c}{dt}$$

Diferenciranjem jednačine (3) se dobija

$$i_{C_1} = C V_{max} \left(\frac{1}{\theta} e^{-\frac{t}{\theta}} \sin \varphi + \omega \cos(\omega t + \varphi) \right) \quad (5.4)$$

Može se izračunati za koje vreme ima ta struja maksimalnu vrednost i koliko ona iznosi. Neka to vreme bude t'

Pošto je

$$\frac{di_{C_1}}{dt} = C V_{max} \left(-\frac{1}{\theta^2} e^{-\frac{t'}{\theta}} \sin \varphi - \omega^2 \sin(\omega t' + \varphi) \right)$$

za $t=t' \Rightarrow \frac{di_{C_1}}{dt} = 0$ pa je

$$e^{-\frac{t'}{\theta}} \sin \varphi = -\omega^2 \theta^2 \sin(\omega t' + \varphi)$$

Može se pretpostaviti da će t' biti približno na polovini poluperiode, pa imamo $e^{-\frac{t'}{\theta}} = e^{-\frac{0,005}{0,367}} = 0,9865$

ako se pod tom pretpostavkom jednačina (5.5.) reši po t' , dobijamo

$$t' = \frac{\arcsin\left(\frac{0,9865}{\omega^2 \theta^2}\right) - \varphi}{\omega} = 0,004972 s$$

Maksimalna vrednost $i_{C1\max}$ se dobija ako se u jednačini zameni $t=t'$ (za $t=t'$ $i_{C_1} = i_{C1\max}$)

$$i_{C1\max} = 225,5mA$$

Struja u primarnom delu će biti

$$\bar{I}_{p1max} = i_{c1max} \cdot n$$

$$I_{p1max} = 15,13A$$

Srednja struja se računa po formuli

$$\bar{i}_{c1} = \frac{1}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} i_c dt = \frac{V_{max} C}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \left(\frac{1}{\theta} e^{-\frac{t}{\theta}} \sin \varphi + \omega \cos (\omega t + \varphi) \right) dt$$

$$\bar{i}_{c1} = \frac{V_{max} C}{T} \left[\sin \varphi \left(1 - e^{-\frac{T}{2\theta}} \right) + \sin (\pi + \varphi) - \sin \varphi \right]$$

$$\bar{i}_{c1} = 73,37mA$$

To se u primarnom delu manifestuje kao

$$\bar{I}_{p1} = \bar{i}_{c1} \cdot n$$

$$I_{p1} = 4,92A$$

Iz ovih podataka za struje se vidi da one ne smetaju transformatoru, ali su znatno bliže onim vrednostima, koje su grafične za varijak.

Za izračunavanje struje u poslednjem periodu pre pražnjenja kreće se od jednačine

$$v_c = A e^{-\frac{t}{\theta}} + V_{max} \sin (\omega t + \varphi)$$

za $t = 0,36$ s $v_c = V_B - 2V_{max}$, pa imamo

$$V_B - 2V_{max} = A \cdot 0,365 + V_{max} \sin (36\pi + \varphi)$$

$$A = \frac{V_B - V_{max}(2 + \sin(36\pi + \varphi))}{0,365}$$

Dakle iznos za v_c u zadnjem periodu će biti

$$v_{c1q} = \frac{[V_B - V_{max}(2 + \sin(36\pi + \varphi))]}{0,365} e^{-\frac{t}{\theta}} + V_{max} \sin (\omega t + \varphi)$$

$$i_{c1q} = C \frac{dv_c}{dt} = C \left[\frac{V_B - V_{max}(2 + \sin(36\pi + \varphi))}{-0,365 \cdot \theta} e^{-\frac{t}{\theta}} + V_{max} \omega \cos (\omega t + \varphi) \right]$$

$$\frac{di_{c1q}}{dt} = C \left[\frac{V_B - V_{max}(2 + \sin(36\pi + \varphi))}{0,365 \cdot \theta^2} e^{-\frac{t}{\theta}} - V_{max} \omega^2 \sin (\omega t + \varphi) \right]$$

$$\frac{di_{C19}}{dt} = 0 \text{ za } t = t'$$

$$i_{C19} = i_{C19\max} \text{ za } t = t'$$

Prepostavlja se da je maksimalna vrednost struje blizu sredine poluperiode, pa se može uzeti da je $e^{-\frac{t'}{\Theta}} \approx e^{-\frac{0,365}{0,367}} = 0,370$

$$t' = 0,36s + t''$$

$$t'' > \frac{\arcsin \left(\frac{V_B - V_{max}(2 + \sin(36\pi + \varphi))}{0,365} \cdot 0,370 \right)}{\omega}$$

$$t'' = 4,981 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$t' = 0,364981 \text{ s}$$

$$i_{C19\max} = 155,41 \text{ mA}$$

$$I_{p19\max} = 10,43 \text{ A}$$

$$\bar{i}_{C19} = \frac{1}{T} \int_{0,36}^{0,37} i_{C19} dt$$

$$\bar{i}_{C19} = \frac{C}{T} \left[\frac{V_B - V_{max}(2 + \sin(36\pi + \varphi))}{0,365} \left(e^{-\frac{0,37}{0,367}} - e^{-\frac{0,36}{0,367}} \right) + V_{max} (\sin(37\pi + \varphi) - \sin(36\pi + \varphi)) \right]$$

$$\bar{i}_{C19} = 36,39 \text{ mA}$$

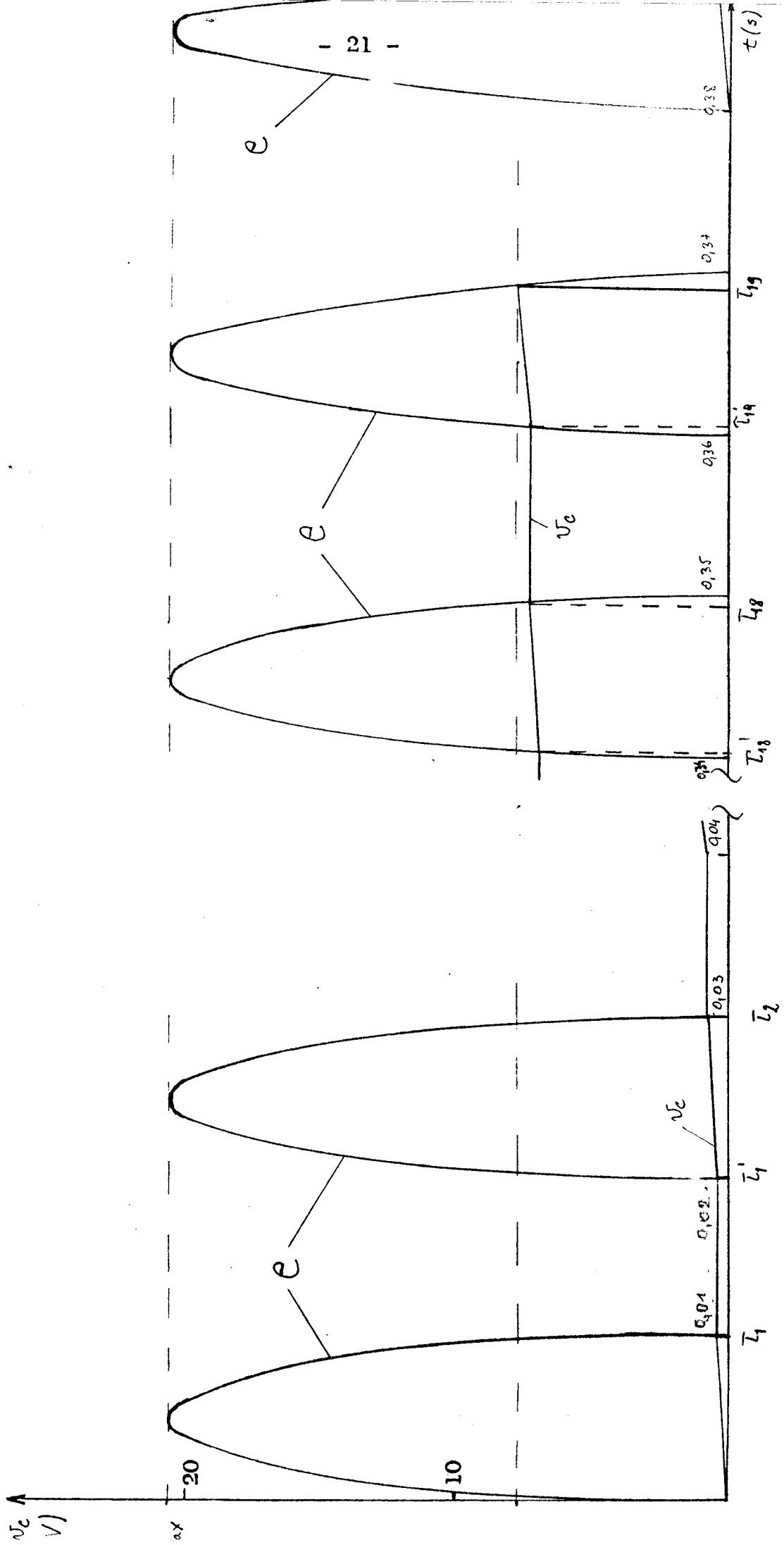
$$\bar{I}_{p19} = 2,44 \text{ A}$$

$$\bar{I}_p = \frac{\bar{I}_{p1} + \bar{I}_{p19}}{2} = 3,68 \text{ A}$$

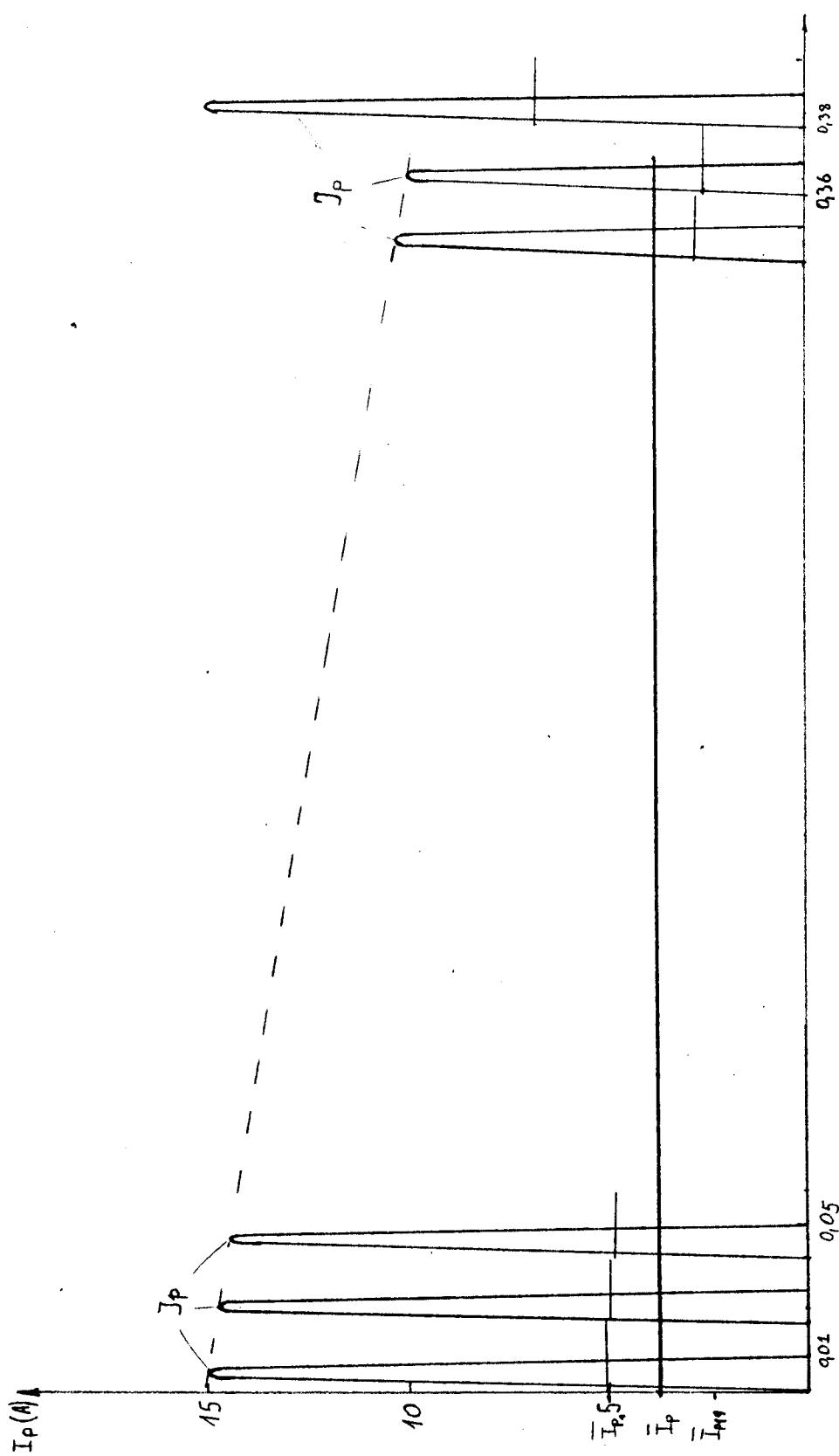
$$\bar{I}_p = 3,68 \text{ A}$$

Tokom eksperimenta se u primarnom kolu merila neka naizmenična struja $\bar{I}_{pmer} \approx 7 \text{ A}$, ali zbog usmarača u instrumentu se ne može utvrditi kakvu struju zapravo taj instrument meri. Međutim, postoje neke indikacije, koje upućuju na to da je ta merena struja $\bar{I}_{pmer} = 2 \bar{I}_p$ što se slaže sa računom.

Ove izračunate veličine se mogu prikazati i grafički, kao što je pokazano na slikama 5.6 i 5.7



S1.5.6. Ciklično punjenje kondenzatorske banke



S1.5.7. Oblik struje za punjenje kondenzatora pri punjenju

5.3. Određivanje prvog ograničenja i merenje zagrevanja elemenata uređaja

Pre nego što se uređaj realizovan kao što je prikazano na slici 5.1. izmerena su neka ograničenja pri kratkom spoju sekundarnog dela i pri tome se odrdilo prvo ograničenje, koje onemogućuje dalje povećanje struje punjenja, tj. smanjenje vremena izmedju dva pražnjenja. Jedno od ograničenja je maksimalni napon koji se može dovesti na primjer. To je maksimalni napon koji može dati varijak i iznosi 250V.

Druge od ograničenja je srednja struja koja može da prodje kroz varijak, a da mu ne šteti. Ta struja iznosi 6A.

Još jedno ograničenje je struja kroz sekundar visokonaponskog transformatora, koju smo već pre bili odredili i koja iznosi 150mA.

Uz to su ograničenja zagrevanja svih elemenata u kolu što je ustvari u vezi sa ovim prethodnima.

Merenje se vrši tako da se povećava napon varijaka a na instrumentima se prate kritične veličine. Napon se može povećavati dok jedan od instrumenata ne pokaže graničnu vrednost.

Pošto mi nismo imali instrument za merenje struje kroz varijak koji meri više od 5A, stigli smo do te vrednosti i očitali sledeće vrednosti:

$$V_{var} = 120V$$

$$I_{var} = 5A$$

$$I_{ks} = 95mA$$

Što se zagrevanja tiče, najviše se osetilo na varijaku dok su se ostali elementi kola neznatno zagrevali.

Na osnovu svih tih rezultata smo utvrdili da je najslabija tačka celog uređaja baš taj varijak i on, tj. struja koja protiče kroz njega predstavlja prvo ograničenje.

5.4. Merenje perioda izmedju dva pražnjenja kondenzatorske banke

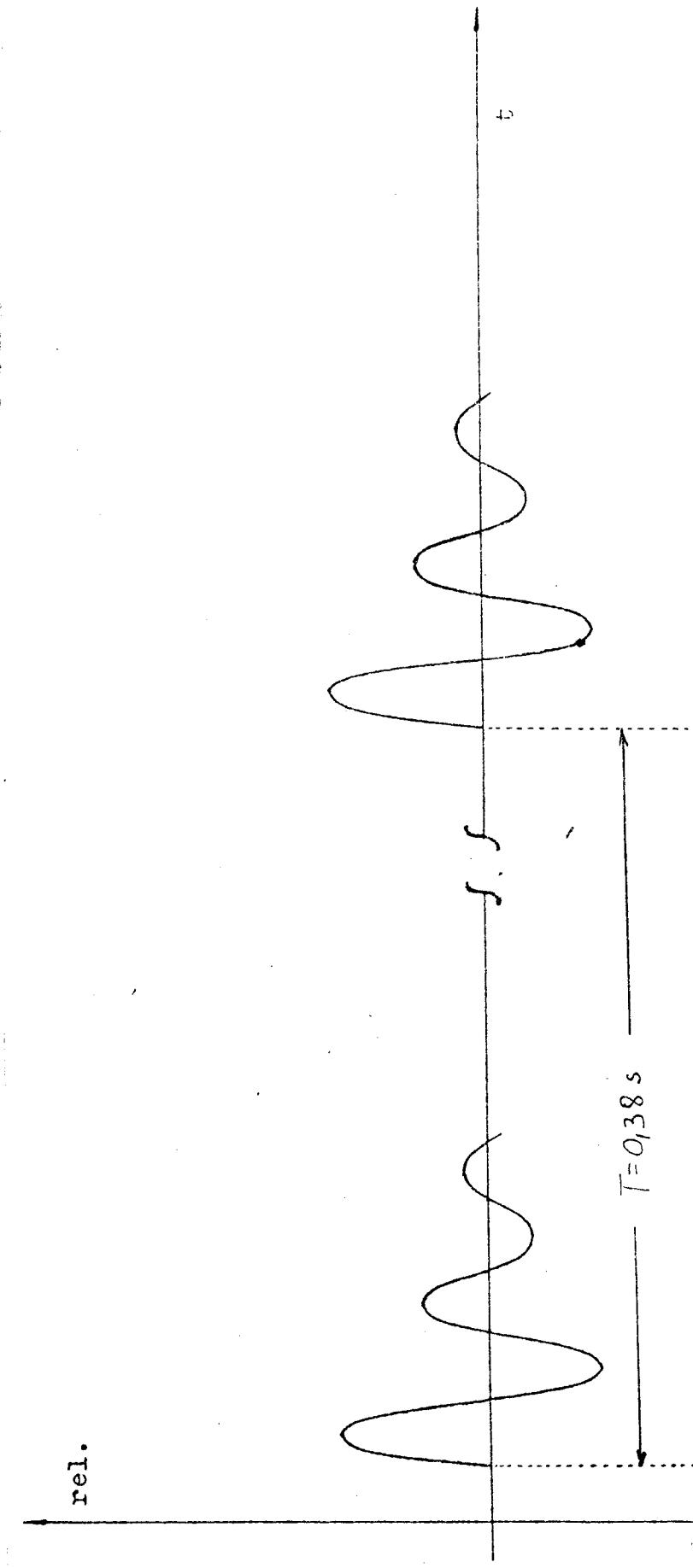
Nakon ovoga se uključio uređaj ovakav kako je nacrtan na slici 5.1., struja na varijaku se dotala do najveće dozvoljene (oko 7A) i pristupilo se merenju vremena izmedju dva praž-

njenja. Štopericom se izmerilo vreme za koje se izvršilo 20 pražnjenja (pri svakom pražnjenju se čuje zvuk sličan pucnju) t = 7,60s i na taj način se dobio period

$$T = \frac{t}{20} = \frac{7,60s}{20}$$

$$T = 0,38s$$

Ovaj rezultat se već koristio u prethodnom delu za teorijsku obradu punjenja kondenzatora.



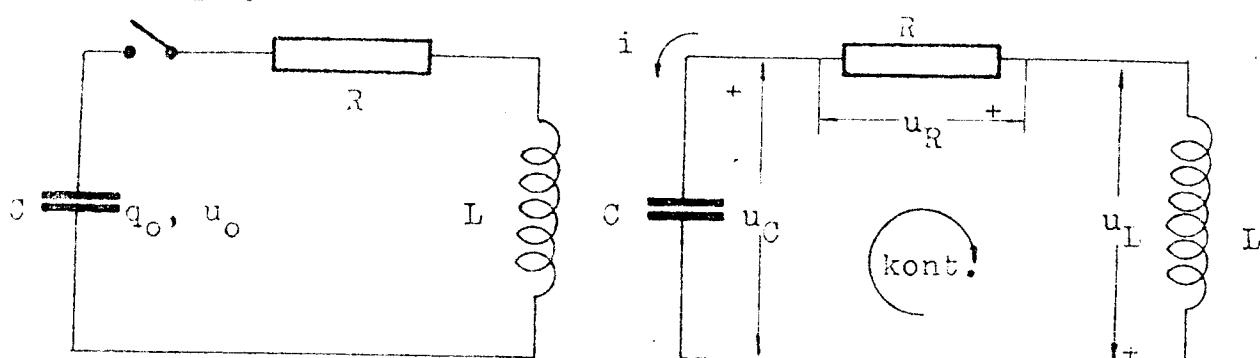
S1.5.8. Perioda prenijeta kondenzorske banke
naučenja

6. MAGNETNA INDUKCIJA I ELEKTRIČNO POLJE UNUTAR SOLENOIDA PRIKLJUČENOG NA KONDENZATORSKU BATERIJU

6.1. Pražnjenje kondenzatorske banke RLC- kolo

Ako se svi parazitni kapaciteti i induktivnosti stave na jedno mesto, kolo kroz koje se prazni kondenzator može se nazvati sa elementima R,L i C.

Nas prvenstveno interesuje struja pražnjenja kondenzatora i. Ona se može izračunati korišćenjem opšte teorije RLC-kola, kojom se mogu odrediti i elementi tog kola, a poznavanje tih veličina omogućava da se korišćenjem Laplace-ovog Biot-Savart-ovog i Faraday-ovog zakona odredi magnetna indukcija i električno polje unutar petlje.



S1.6.1. RLC kolo

Ako se kondenzator nanelektriše količinom nanelektrisanja q_0 , na njegovim krajevima se stvara napon u_0 , dat izrazom

$$u_0 = \frac{q_0}{C}$$

Zatvaranjem kola, njima poteče struja i data izrazom

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_0}{dt}$$

Dakle, napon na krajevima kondenzatora dat je izrazom

$$u_c = \frac{1}{C} \int i dt$$

Naponi na otporniku R i solenoidu L dati su izrazom

$$u_L = L \frac{di}{dt}$$

$$u_R = Ri$$

Iz konture II Kirchhoffovo pravilo daje jednačinu

$$u_C + u_R + u_L = 0$$

odnosno $\frac{1}{C} \int idt + Ri + L \frac{di}{dt} = 0$

Diferenciranjem ove jednačine po vremenu i sredjivanjem se dobija poznata homogena linearna diferencijalna jednačina drugog reda po i sa konstantnim koeficijentima:

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{i}{LC} = 0 \quad (6.1.)$$

Oblik rešenja ove diferencijalne jednačine zavisi od znaka iznosa

$$\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}$$

Ako je ovaj izraz veći od nule, rešenje diferencijalne jednačine opisuje aperiodično pražnjenje, dok u slučaju kada je izraz jednak nuli, dobija se kao rešenje aperiodično kritično pražnjenje.

Za nas je važan slučaj kad je gornji izraz manji od nule. U tom slučaju rešenje diferencijalne jednačine opisuje prigušeno oscilatorno pražnjenje.

Uobičajeno je u fizici da se ovode oznake

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \quad i \quad \alpha^2 = \frac{R^2}{4L^2} \quad (6.2.)$$

gde je ω_0 sopstvena kružna frekvencija a α koeficijent prigušenja. Zbog fizičkog smisla i lakšeg pisanja uvodi se veličina

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$$

Koja se naziva ugaona frekvencija prigušenih oscilacija. Pod navedenim uslovom rešenje diferencijalne jednačina (6.1.) će biti

$$i = e^{-\frac{R}{L}t} (K_1 \cos \omega t + K_2 \sin \omega t)$$

za $t = 0 \quad i = 0 \quad K_1 = 0$

a iz $q = \int idt = K_2 \int e^{-\frac{R}{L}t} \sin \omega t \quad dt = K_2 \frac{\omega e^{-\frac{R}{L}t} \cos \omega t - e^{-\frac{R}{L}t} \sin \omega t}{\omega^2 + f^2}$

za $t = 0 \quad q = q_0 \quad q_0 = \frac{K_2 \omega}{\omega_0 L} \Rightarrow K_2 = \frac{q_0}{LC\omega} = \frac{u_0}{L\omega}$

Tako za struju dobijama

$$i = \frac{u_0}{\omega L} e^{-\frac{R}{L}t} \cdot \sin \omega t \quad (6.4.)$$

Ovaj izraz predstavlja krajnji izraz za izračunavanje struje, međutim da bi se ona mogla odrediti treba odrediti elemente RLC kola R i L, tj ω

6.2. Odredjivanje elemenata RLC kola

Jasno je da ako se poznate ω pomoću jednačina (6.2.) i (6.3.) mogu se odrediti otpor R i induktivnost L kola.

Odredjivanje ω se vrši osciloskopiskim snimanjem talasnog oblika oscilacije u kolu.

Jačina struje kroz petlju i jačina magnetne indukcije se ne mogu meriti, ako se može odrediti oblik i relativne vrednosti amplituda oscilacije RLC-kola

Naime, magnetna indukcija unutar petlje se ne može direktno dovesti na osciloskop, već samo posredstvom magnetne probe. To je jedna žičana petlja koja je postavljena tako da se može sa nje magnetna indukcija snimiti na osciloskopu. Pošto ne poznajemo koeficijent medjusobne indukcije izmedju limene petlje i magnetne probe, ne možemo direktno sa osciloskopa odrediti vrednost magnetne indukcije unutar petlje i jačinu struje kroz petlju.

Medjutim uporedjivanjem relativnih vrednosti amplituda koje opadaju po $e^{-\frac{R}{L}t}$, može se odrediti koeficijent prigušenja ζ . Nalaženje ugaone frekvencije je mnogo jednostavnije, jer, pošto se zna vremenska baza, može se direktno odrediti sa snimka.

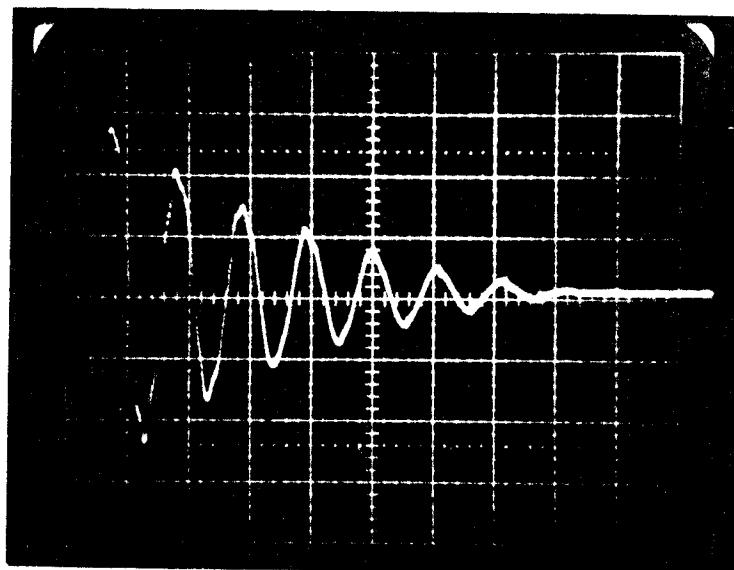
Za snimanje se koristi osciloskop TEKTRONIX 454 A i kamera TEKTRONIX C-30 A namenjena za snimanje sa ekrana osciloskopa.

Merenje i rezultati

Nakon montiranja petlje uključi se uređaj podešen tako da do pražnjenja dodje kod napona $U_0 = 6,7 \text{ kV}$.

U blizini petlje prineće se magnetska proba povezana sa osciloskopom, i podesi se da indukovani napon u magnetskoj probi odgovara osciloskopu.

Slika 6.2. pokazuje oscilacije snimljene vremenskom bazom $5\mu\text{s}/\text{cm}$



sl. 6.2. Oblik oscilacija RLC - kola

Na osnovu ove slike se odredi perioda oscilovanja.

$$T = 5,5 \mu\text{s}$$

pa je frekvencija oscilovanja

$$f = \frac{1}{T} = 181,8 \text{ kHz}$$

Ako se zna frekvencija, ugaona frekvencija se dobija relacijom

$$\omega = 2\pi f = 1,14 \cdot 10^6 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Sa slike se vidi da je ukupno vreme trajanja oscilovanja oko $40\mu\text{s}$.

Pošto ekstremi oscilovanja slede funkciju $e^{-\alpha t}$, oni se javljaju za vremena

$$t = t_e \pm k \frac{T}{2} \quad (6.40)$$

gde je t_e jedan proizvoljan ekstrem a k ceo broj. Ako je t_e prvi ekstrem, znak "-" se gubi u jednačini (6.40), pa se relativna vrednost $k - t_e$ amplitude daje jednačinom

$$A_k = e^{-\alpha(t_e + k \frac{T}{2})}$$

logaritmovanjem

$$\ln A_k = -\alpha(t_e + k \frac{T}{2}).$$

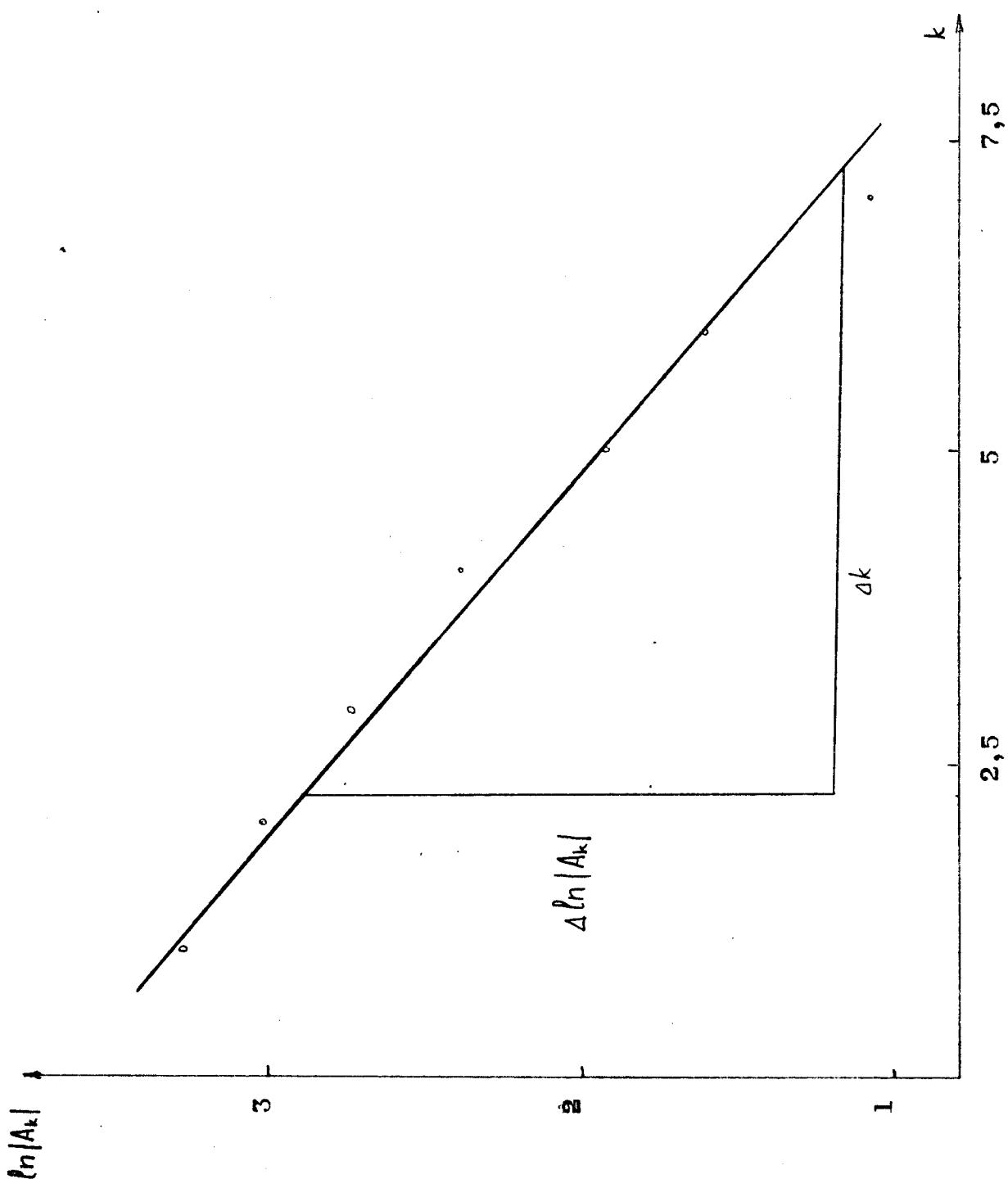
$$\ln A_k = -\alpha k \frac{T}{2} + \text{const}$$

Vidi se da je linearna zavisnost izmedju k i $\ln A_k$, gde je $\frac{\alpha T}{2}$ koeficijent pravca. Na grafiku se vidi da tačke ne leže na istoj pravoj, već opisuju neku blagu krivu. To je zbog toga, što se prilikom pražnjenja izmedju elektroda varničnika otpor povećava sa smanjenjem struje.

Ako se tabelarno predstavi k i $|A_k|$, dobija se i grafik na slici. 6.2. a)

k	A_k	$\ln A_k$
1	27	3,30
2	21	3,04
3	15	2,71
4	11	2,40
5	7	1,95
6	5	1,61
7	3	1,10

Tabela 6.1. Relativne amplitude oscilacija RLC-kola



S1.6.2.a) Zavisnost logaritma relativnih amplituda oscilacija RLC- kola od redosleda tih amplituda

Sa grafika

$$\alpha = \frac{\Delta \ln(A_k)}{\Delta k T/2}$$

$$\alpha = 123,6 \text{ kHz}$$

Iz jednačina (6.3.) i (6.4.)

$$L = \frac{1}{C(\omega^2 - \alpha^2)} \quad R = 2\alpha L$$

znaju se dakle ω i α , a kapacitet kondenzatorske banke je isto poznat i iznosi $C = 4 \mu F$

$$L = 0,19013 \mu H \quad R = 47,00 m\Omega$$

Dobijeni rezultati se mogu prikazati tabelarno

T (μs)	5,5
f (kHz)	181,8
$\omega (10^6 \frac{rad}{s})$	1,14
α (kHz)	123,6
L (μH)	0,190
R ($m\Omega$)	47,00
C (μF)	4

Tabela 6.2. Dobijeni elementi RLC - kola i prateće veličine

6.3. Magnetna indukcija unutar petlje

Dobijanjem vrednosti elemenata se omogućuje da se izračuna pomoću formule (6.4.) vrednost struje kroz petlju. Ako se ta struja izračuna, može da se nadje i magnetna indukcija unutar petlje pomoću Laplaceovog i Biot-Savart-ovog zakona.

Rezultat daje vezu izmedju struje i magnetne indukcije na centralnoj osi petlje. Van petlje, naravno, magnetna indukcija je drugačija, pošto na drugi način zavisi od struje. Izračunavanje te zavisnosti je pomoću eliptičkih integrala, koji se računaju numerički, pa se taj problem ovdje ne rešava.

6.3.1. Veza izmedju jačina magnetne indukcije unutar petlje i struje kroz petlju

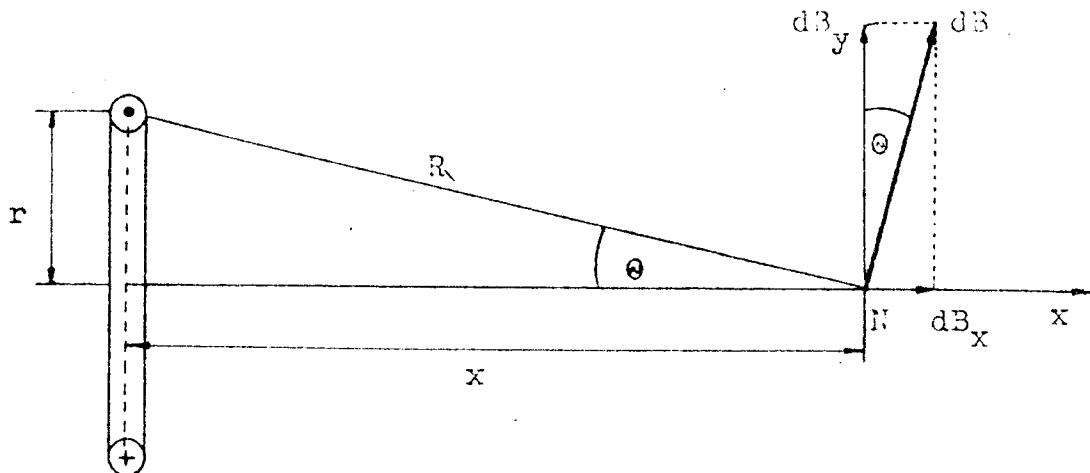
Prema Laplace-ovom zakonu svaki element provodnika kroz koji prolazi struja i , u nekoj tački prostora udaljenoj za R od strujnog elementa $i \vec{dL}$, stvara magnetnu indukciju jačine

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i \vec{dL} \times \vec{R}}{R^3} \quad (6.5.)$$

Zatvoreno strujno kolo proizvodi u toj tački jačinu magnetne indukcije, koja je data formulom

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_L \frac{i \vec{dL} \times \vec{R}}{R^3}$$

U tačkama ose, koja prolazi kroz centar kružne struje konture (vidi sledeću sliku) i normalna je na ravan, jačina polja se može određivati na sledeći način



S1. 6.3. Magnetna indukcija kružne strujne konture

Prema jednačini (6.5.) elementarna jačina magnetne indukcije u tački N koja se nalazi na rastojanju x od ravni konture

kroz koju prolazi struja i_k , ima intenzitet

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{ikdL}{R^2} \quad (6.6.)$$

a pravac joj je normalan na \vec{k} i leži u ravni koju obrazuju R i osa konture. Elementarna jačina magnetne indukcije dB može da se razloži na komponente dB_x u pravcu ose konture i dB_y koja je normalna na tu osu. Pošto se komponente dB_y u kružnoj konturi potisu ostaju samo komponente

$$dB_x = dB \sin \theta$$

I to daje:

$$B = \oint dB_x = \int_{2\pi R} dB \sin \theta$$

zamenom dB iz (6.6.) u ovu jednačinu dobija se:

$$B = \frac{\mu_0 ik}{4\pi R^2} \sin \theta \oint \frac{dl}{2\pi R}$$

ili posle integracije:

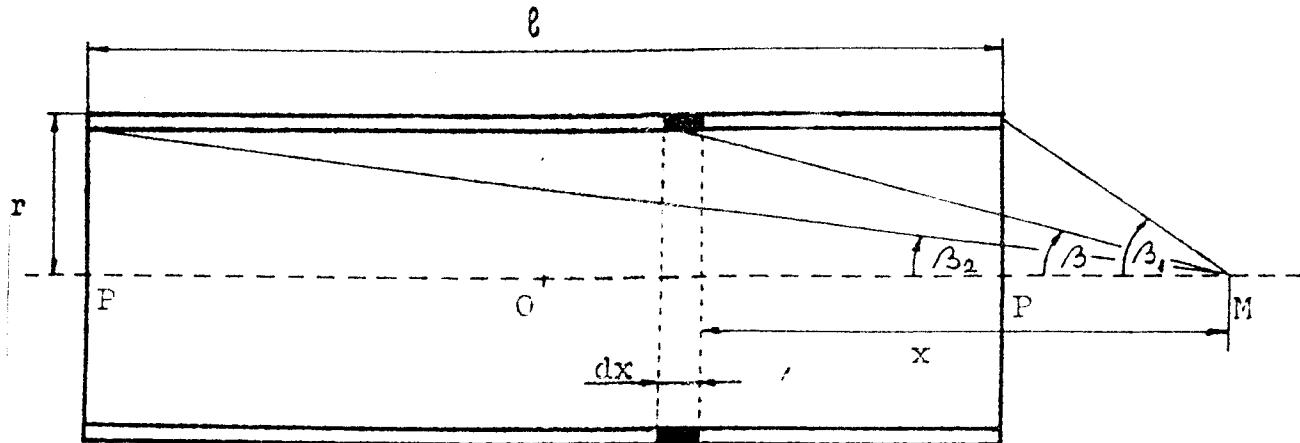
$$B = \frac{\mu_0 ik}{2} \frac{r \sin \theta}{R^2}$$

Iz geometrije znamo da je $R^2 = r^2 + x^2$ i $\sin \theta = \frac{r}{R}$, pa se na kraju dolazi do formule

$$B = \frac{\mu_0 ik}{2} \frac{r^2}{(r^2 + x^2)^{3/2}} \quad (6.7.)$$

Ovaj rezultat se može iskoristiti za nalaženje magnetne indukcije unutar petlje.

Na slici 6.4. prikazan je presek petlje dužine l i poluprečnika r . Na centralnoj osi na proizvoljnom rastojanju x je odabrana tačka M u kojoj se traži polje. Tačka O obeležava sredinu petlje a tačka P njene krajeve.



Sl.6.4. Presek petlje

Element petlje dx može se aproksimirati kružnom konturom struje za koju važi jednačina (6.7.). Za slučaj petlje struja ik se mora zameniti linearom gustinom struje

$$s = \frac{i}{l}$$

U ovoj formuli za linijsku gustinu struje i je jačina struje kroz petlju, a l dužina petlje.

Strujadi_p kroz elemenat petlje dx se sada može napisati kao

$$di_p = sdx = \frac{i}{l} dx \quad (6.8.)$$

Dakle elemenat petlje dx daje u tački M magnetnu indukciju jačine

$$dB = \frac{\mu_0 di_p}{2} \frac{r^2}{(r^2 + x^2)^{3/2}}$$

ili koristeći jednačinu (6.8.)

$$dB = \frac{\mu_0 i}{2l} \frac{r^2}{(r^2 + x^2)^{3/2}} dx$$

Sa prethodne slike se vidi da je $x = r \operatorname{ctg} \beta$
Diferenciranjem se dobija

$$dx = - \frac{r}{\sin^2 \beta} d\beta$$

Posle izvršene smene i sredjivanja se dobija

$$dB = - \frac{\mu_0 i}{2l} \sin \beta d\beta$$

pa će magnetna indukcija u tački M biti

$$B_M = - \frac{\mu_0 i}{2l} \int_{\beta_1}^{\beta_2} \sin \beta d\beta$$

ili posle izvršene integracije

$$B_M = \frac{\mu_0 i}{2l} (\cos \beta_2 - \cos \beta_1) \quad (6.9.)$$

Nas interesuje magnetna indukcija u tački O. Formula (6.9.) važi i za tu tačku, s tim da je

$$\cos \beta_2 = \frac{l}{(4r^2 + l^2)^{1/2}}$$

$$\cos \beta_1 = - \frac{l}{(4r^2 + l^2)^{1/2}}$$

pa (6.9.) prelazi u

$$B_0 = \frac{\mu_0 i}{\sqrt{4r^2 + l^2}} \quad (6.10.)$$

6.3.2. Brojne vrednosti i oblik jačine struje i magnetne indukcije

Petlja ima dimenzije $l = 3\text{cm}$ i $r = 3,75\text{ cm}$

Na osnovu ovih podataka i jednačina (6.4.) i (6.10.) može se tabelarno i grafički predstaviti kako se menja struja kroz petlju i i jačina magnetne indukcije u centru petlje B kroz vreme.

Evo i rezultata

$t (\mu\text{s})$	$i (\mu\text{A})$	$B_0 (\text{T})$
$\frac{T}{4}$	1,375	26,08
$\frac{3T}{4}$	4,125	-18,56
$\frac{5T}{4}$	6,875	13,22
$\frac{7T}{4}$	9,625	-9,41
$\frac{9T}{4}$	12,375	6,70
$\frac{11T}{4}$	15,125	-4,77
$k\frac{T}{2}; k \in \mathbb{Z}$	0	0

Tabela 6.3. Ekstremne vrednosti i nule struje pražnjenja kondenzatora i magnetne indukcije u centru petlje

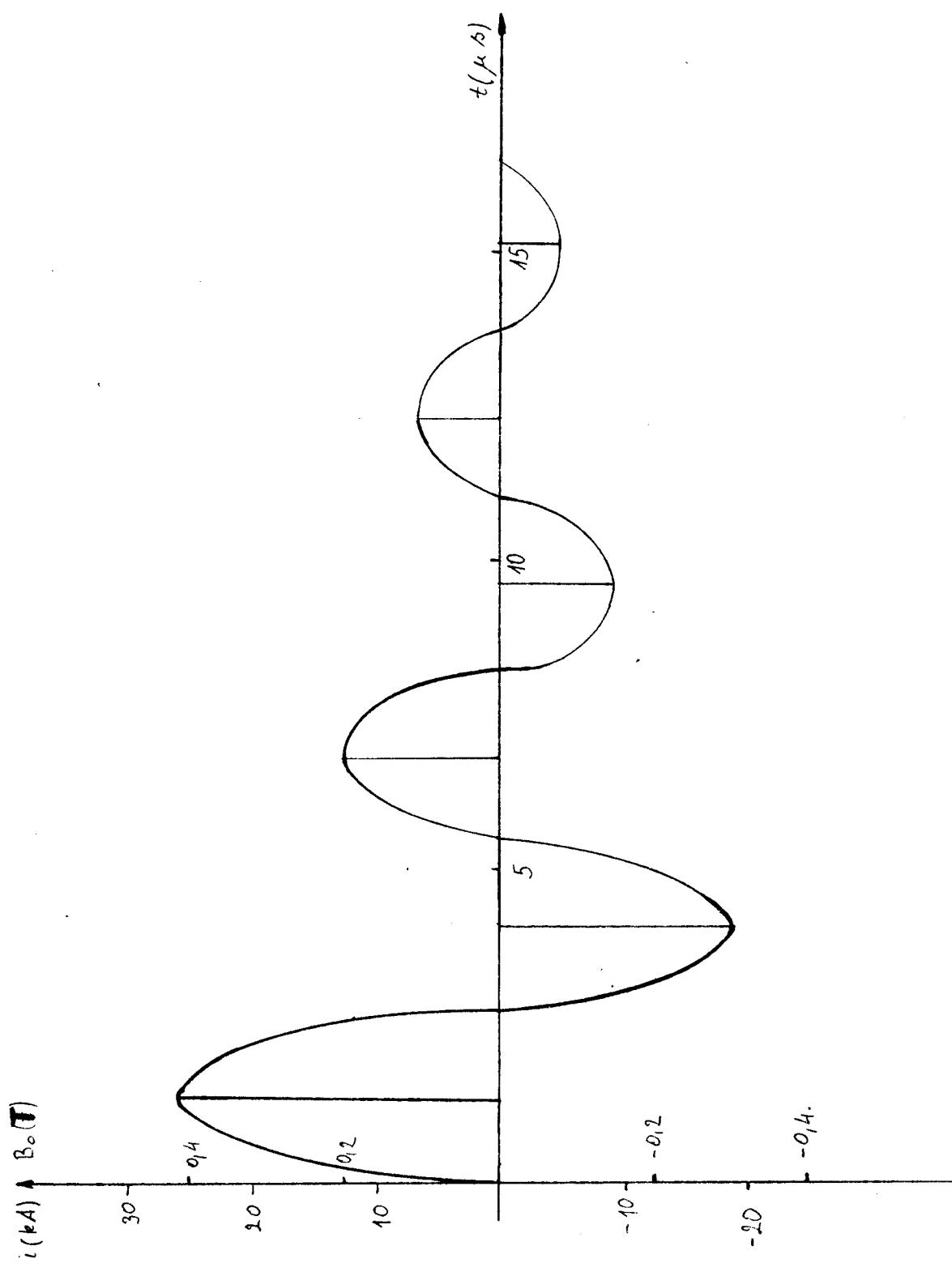
6.3.3. Određivanje jačine električnog polja unutar petlje

Ako se izraz za struju i iz (6.4) zameni u izraz za magnetnu indukciju (6.10), dobija se formula

$$B(t) = \frac{\mu_0 i}{\omega L \sqrt{4r^2 + l^2}} e^{-\alpha t} \sin \omega t$$

što je opšti izraz za vremensku zavisnost jačine magnetne indukcije u centru petlje.

Veza uzmeđu promenljive magnetne indukcije i indukovanih



S1.6.5. Struja praznjenja kondenzatora i magnetna indukcija u sredini petlje

električnog polja data je Faradey-ovim zakonom, čiji je matematički oblik

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} d\vec{S} \quad (6.11.)$$

Ova formula znači da svaka promena magnetnog fluksa kroz zatvorenu površinu stvara električno polje duž konture te površine. Za krug \vec{S} normalnog na centralnu osu petlje vektor magnetne indukcije \vec{B} će u svakoj tački površine $d\vec{S}$ biti kolinearan sa normalom na tu površinu, i ako prepostavimo da je na svim elementima površine \vec{S} jačina magnetne indukcije jednaka, možemo se oslobođiti integrala na desnoj strani jednačine (6.11.). Pošto je položaj površine \vec{S} konstantan, može se izvući ispred znaka diferencijala. Uz ove uslove položaj kružne konture \vec{L} , koja obuhvata površinu \vec{S} , ostaje takođe nepromenjen u toku vremena vektor električnog polja \vec{E} je kolinearan sa elementom konture $d\vec{l}$, eliminše se i integral na levoj strani (6.11.) i dobija se izraz:

$$E(t)L = -S \frac{d}{dt} B(t)$$

Pošto je za proizvoljnu kružnu konturu poluprečnika a $L = 2a\pi$ dobija se

$$E(t) 2a\pi = -a^2 \pi \frac{d}{dt} B(t)$$

ili posle sredjivanja

$$E(t) = -\frac{\alpha}{2} \frac{d}{dt} B(t)$$

Zamenom $B(t)$ iz (6.10.) i nakon izvršenog diferenciranja dobija se

$$E(t) = -\frac{\mu_0 \mu_0 a}{2 \omega L \sqrt{4r^2 + L^2}} e^{-\alpha t} (\omega \cos \omega t - \alpha \sin \omega t) \quad (6.12)$$

Ovo je traženi izraz za jednačinu električnog polja.

Električno polje će biti jednako nuli za $t = \infty$ i za one vremenske trenutke kada je

$$\omega \cos \omega t = \alpha \sin \omega t$$

$$\operatorname{tg} \omega t = \frac{\omega}{\alpha}$$

$$\text{tj. za } t = \frac{1}{\omega} (\arctg \frac{\omega}{\alpha} \pm kT) \quad (6.13.)$$

Ekstremne vrednosti električnog polja se dobijaju za vreme za koje je prvi izvod izraza za električno polje (6.12.) jednak nuli.

Posle diferenciraranja i sredjivanja se dobija

$$\frac{dE(t)}{dt} = - \frac{\mu_0 u_0 r}{2\omega \sqrt{4r^2 + \ell^2}} e^{-\alpha t} [(\alpha^2 - \omega^2) \sin \omega t - 2\alpha \omega \cos \omega t]$$

ovaj izraz je jednak nuli za $t = \infty$ i za

$$\tan \omega t = \frac{2\alpha \omega}{\alpha^2 - \omega^2}$$

Dakle vreme, za koje će električno polje imati ekstremne vrednosti

$$t = \frac{1}{\omega} (\arctg \frac{2\alpha \omega}{\alpha^2 - \omega^2} \pm kT) \quad (6.14.)$$

6.3.4. Brojne vrednosti električnog polja ^{duž kružnica} petlje

Pomoću formula (6.12.), (6.13.) i (6.14.) može se doći do brojnih vrednosti električnog polja unutar petlje za određene vremenske trenutke.

Pošto je

$$\frac{kT}{\omega} = \frac{kT}{2}$$

$E = 0$ se dobija za trenutke veće od nule

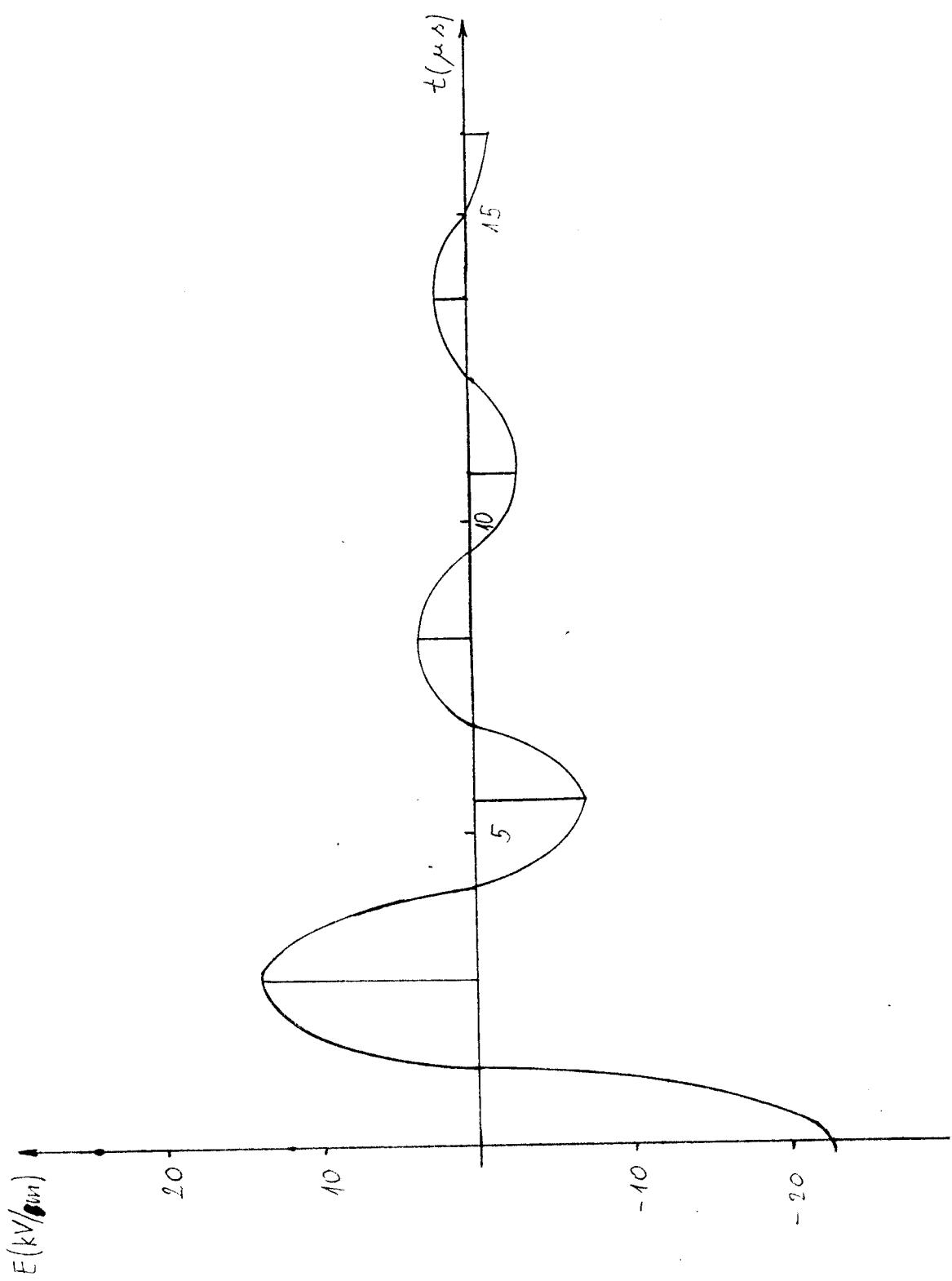
$$t = \frac{1}{\omega} \arctg \frac{\omega}{\alpha} + \frac{kT}{2} \quad (6.15)$$

$$t = 1,28 \cdot 10^{-6} + \frac{kT}{2}$$

a ekstremne vrednosti električnog polja se dobijaju za trenutke veće od nule

$$t = \frac{1}{\omega} \arctg \frac{2\sqrt{\omega}}{\alpha^2 - \omega^2} + \frac{kT}{2} \quad (6.16.) \quad t = 0,189 \cdot 10^{-6} s + \frac{kT}{2} \quad (6.16.)$$

Sad se pomoću formula (6.12.), (6.15.) i (6.16.) mogu tabelarno i grafički predstaviti brojne vrednosti električnog polja duž kružne konture poluprečnika $a = r$ sa centrom u centru petlje.



Sl. 6.6. Električno polje duž konture petlje

K	$t(\mu s)$	E(kV/m)	$t(\mu s)$	E(kV/m)
	$+1,28 + \frac{KT}{2}$		$-0,189 + \frac{KT}{2}$	
0	1,28	0	-0,189	-22,52
1	4,03	0	2,561	+14,10
2	6,78	0	5,311	-7,30
3	9,53	0	8,061	3,79
4	12,28	0	10,811	-2,69
5	15,03	0	13,561	1,92
6	17,78	0	16,311	-1,34

Tabela 6.4. Ekstremne vrednosti i nule električnog polja duž konture petlje

6.4. Petlja sa pet navojaka

Da bi se postigla veća jačina magnetne indukcije unutar petlje, može da se koristi umesto jedne limene petlje limeni solenoid od $n=5$ navoja dužine $\ell' = 8\text{cm}$. Za takav navoj se procenjuje da bi se izmenio ukupan omski otpor i ukupna induktivnost kola na sledeći način

$$R' = 1,2 R$$

$$L' = 2 L$$

Iz (6.2.) i (6.3.)

$$\omega_0'^2 = \frac{1}{2} \omega_0^2 \quad \omega_0' = \frac{\sqrt{2}}{2} \omega_0$$

$$\alpha'^2 = \frac{1,44}{4} \alpha^2 \quad \alpha' = 0,6 \alpha$$

$$\omega' = \sqrt{\omega_0'^2 - \alpha'^2}$$

$$T' = \frac{2\pi}{\omega'}$$

Jednačina (6.4.) prelazi u

$$i' = \frac{u_0}{\omega' L'} e^{-\alpha' t} \sin \omega' t \quad (6.17.)$$

a jednačina (6.10.) će biti

$$B_0' = \frac{\mu_0 i' \cdot n}{\sqrt{4r^2 + \ell'^2}} \quad (6.18.)$$

i na kraju jednačina (6.12.) se može napisati kao

$$E'(t) = - \frac{M_0 u_0 r h}{2 \omega' L' \sqrt{4r^2 + e'^2}} e^{-\alpha' t} (\omega' \cos \omega' t - \omega' \sin \omega' t) \quad (6.19.)$$

Novi elementi RLC-kola se mogu tabelirati

$R'(\text{m}\Omega)$	56,4
$L'(\mu\text{H})$	0,380
$\omega'(\text{k rad/s})$	74,21
$\omega' (10^6 \frac{\text{rad}}{\text{s}})$	0,81
$T'(\mu\text{s})$	7,71

Tabela 6.5. Elementi RLC-kola u prateće veličine za solenoid

Za električno polje vremena nule će biti

$$t' = \frac{1}{\omega'} \operatorname{tg} \frac{\omega' t}{\alpha'} + \frac{kT'}{2} = 1,82 \mu\text{s} + \frac{kT'}{2} \quad (6.20.)$$

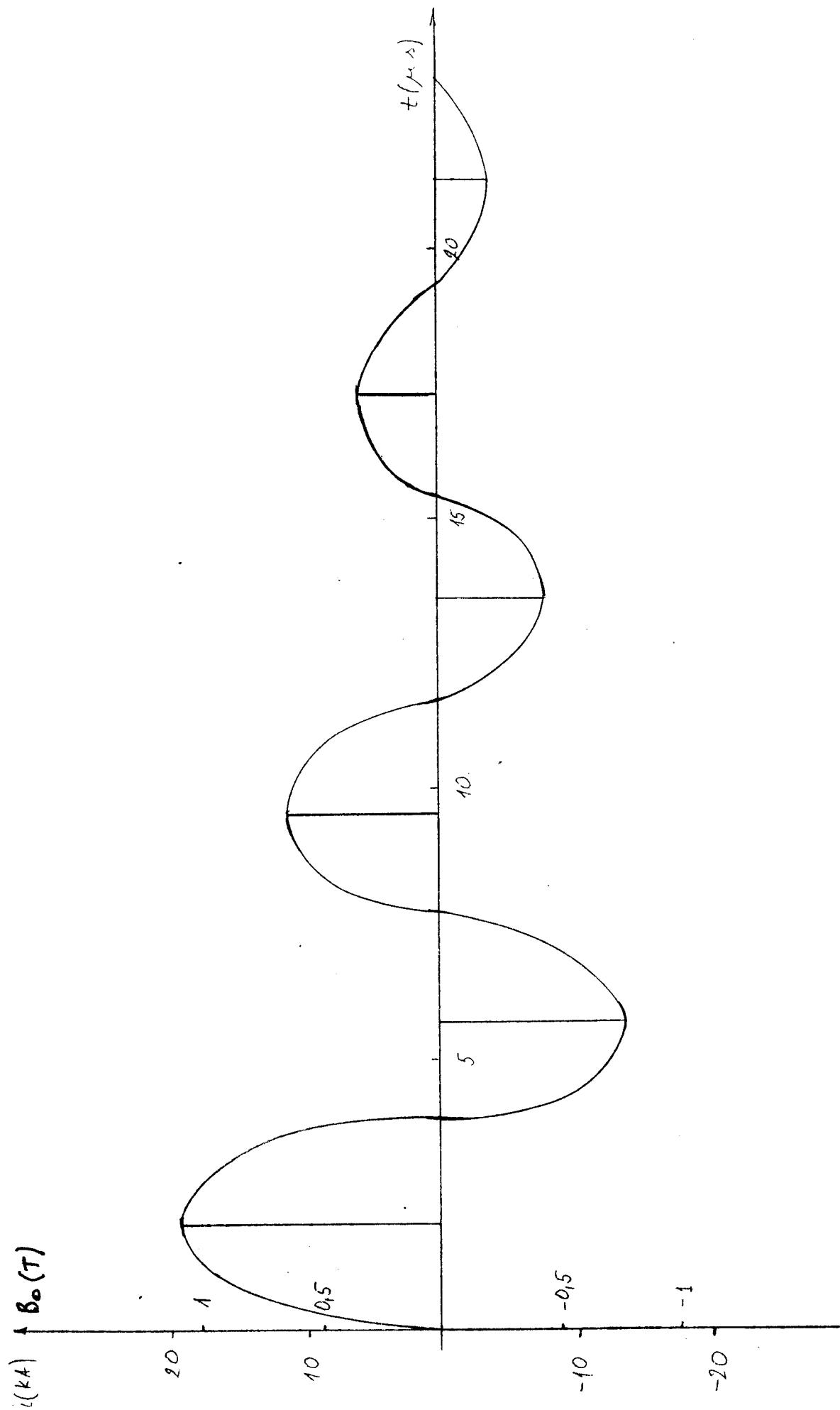
a za ekstremne vrednosti

$$t' = \frac{1}{\omega'} \operatorname{arctg} \frac{2\alpha' \omega'}{\alpha'^2 - \omega'^2} + k \frac{T'}{2} = -0,223 \mu\text{s} + \frac{kT'}{2} \quad (6.21.)$$

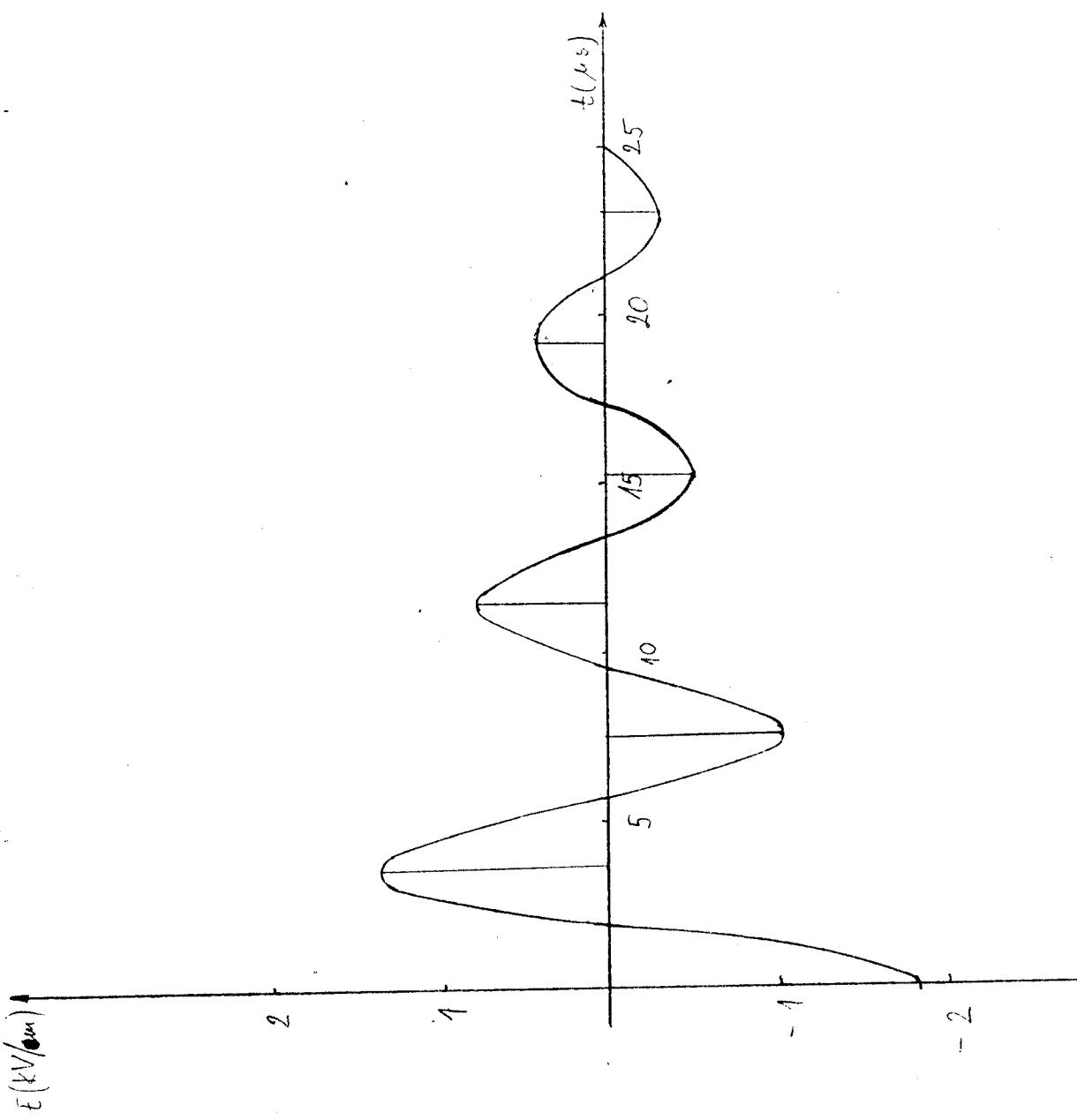
Tabelarne vrednosti za i' i B' i grafički prikaz izgleda ovako

	$t(\mu\text{s})$	$i'(\text{kA})$	$B_o(\text{T})$
$\frac{T}{4}$	1,928	18,867	1,081
$\frac{3T}{4}$	5,782	-14,169	-0,812
$\frac{5T}{4}$	9,638	10,635	0,609
$\frac{7T}{4}$	13,493	-7,981	-0,457
$\frac{9T}{4}$	17,948	5,986	0,343
$\frac{11T}{4}$	21,202	-4,486	-0,257
$\frac{KT}{2}$ KEZ		0	0

Tabela 6.6. Ekstremne vrednosti i nule struje pražnjenja kondenzatora i magnetne indukcije u centru solenoida



S1. 6.7. Struja pražnjenja kroz solenoid i magnetna indukcija u centru solenoida



S1.6.8. Električno polje duž konture solenoidea

dok tabela sa brojnim vrednostima električnog polja za odredjene trenutke vremena i grafički prikaz dat je na sledeći način

K	$t(\mu s)$	E(KV/m)	$t(\mu s)$	E(KV/m)
	$1,82 + \frac{KT}{2}$		$-0,223 + \frac{kT}{2}$	
0	1,82	0	-0,223	- 1,825
1	5,675	0	3,632	+ 1,369
2	9,53	0	7,487	- 1,026
3	13,385	0	11,342	+ 0,769
4	17,24	0	15,197	- 0,576
5	21,045	0	19,052	0,420
6	24,95	0	22,907	- 0,323

Tabela 6.7. Ekstremne vrednosti i nula električnog polja duž konture solenoida

7. ZAKLJUČCI

7.1. Sumiranje predvidjenih ograničenja

Cilj konstruisanja izvora jednosmerne struje za punjenje visokonaponske kondenzatorske baterije je bio da se obezbedi što veća magnetna indukcija unutar limene petlje, uz još jedan uslov da se pražnjenje baterije obavlja sa što većom frekvencijom, tj. sa u toku što manjeg vremenskog intervala. Međutim, ta dva uslova su suprotna, što znači da povećanje frekvencije uz istu struju punjenja zahteva smanjenja napona V_B ili u_0 , kako je taj napon obeležen u glavi VI, koji ima za posledicu slabiju struju pražnjenja kondenzatora, a s time i slabiju magnetnu indukciju unutar petlje. Drugi način povećanja jačine magnetne indukcije je pomoću limenog solenoida sa više navoja, što je izloženo u glavi VI.

Ovo važi za neku odredjenu struju punjenja kondenzatora. Frekvencija pražnjenja kondenzatora uz neki odredjeni napon probaja varničnika V_B bi se mogla povećati povećanjem struje punjenja, naime tako bi se kondenzator brže napunio do napona probaja. Međutim, ta struja punjenja je ograničena otpornošću kola R, strujom kroz transformator, strujom i naponom kroz varijak.

7.2. Sumiranje eksperimentalnih ograničenja

Pošto se od tih ograničenja, kao što je eksperiment pokazao, prvo javlja granična struja kroz varijak, $I_{Var} = 7A$, zamenom tog varijaka za neki drugi koji ima veću snagu i može da propusti veću struju. Pošto se od svih elemenata uredjaja jedino varijak zagrevao primetno, njegovom zamenom bi se i taj problem izbegao. Ograničenja su još napon na varijaku $U_{Var} = 250V$ i struja kroz transformator $i = 150mA$.

Ponovnim merenjem bi se moglo utvrditi najracionalniji način korišćenja celog uredjaja pomoću maksimalnog smanjivanja ograničenja.

