MALEŠEVIĆ JOVO

E L E M E N T A R N A K V A N T N A T E O R I J A S T I M U L I R A N E R A D I J A C I J E

DIPLOMSKI RAD

KATEDRA ZA FIZIKU

F I L O Z O F S K I F A K U L T E T U N O V O M S A D U

1968. god.

L I T E R A T U R A

1. Dr. ing. Dragiša M. Ivanović Ing. Vlastimir M. Vučić FIZIKA II
2. Dr. ing. Dragiša M. Ivanović Ing. Vlastimir M. Vučić ATOMSKA I NUKLEARNA FIZIKA
3. METODI RASČETA OPTIČESKIE KVANTOVIE GENERATOROV IZDATEЉSTVO „MIR" MOSKVA 1962
4. BELA A LENGYEL LASERS NEW YORK - LONDON 1962
5. Uvod u teorijsku fiziku I Dr. Dorđe Mušicki
6. USPEHI FIZIČESKIH NAUK T LXXXI 1963. g. vip. 3
7. USPEHI FIZIČESKIH NAUK T LXXX IV vip. 2 1964. OKTJABR
8. A.A SOKOLOV, M.LOSKUTOV i I.M TERNOV Kvantovaja mehanika GOSUDARSTVENOE IZDATEЉSTVO MOSKVA - 1962
9. D.I. BLOHINCEV OSNOVI KVANTOVIJ MEHANIKI GOSUDARSTVENOE IZDATEЉSTVO MOSKVA - 1963
10. GASEOUS OPTICAL MASERS by W.R. BENNETT APPLIED OPTICS, SUPPLEMENT NO. 1, 24, (1962)
11. A.S. DAVIDOV Kvantovaja mehanika GOSUDARSTVENOE IZDATEЉSTVO MOSKVA 1963
12. OPTIČESKIE KVANTOVIE GENERATORI IZDATEЉSTVO „MIR" MOSKVA 1966
13. ZINGER MAZERI

SADRŽAJ

strana

U V O D

Molekularna spektroskopija dovela je do mnogo boljeg poznavanja kvantnih stanja molekula, a to je dalje ukazalo na nove mogućnosti ispitivanja i primjene.

Procesi apsorpcije i emisije mikro talasa pomoću molekula amonijaka bili su podrobno ispitani. Pri tom je 1952. godine I. Weber tretirao problem takozvane stimulirane radijacije, a 1955. godine C.H.Townes konstruisao je uređaj, koji je koristio proces stimulirane radijacije, i nazvan je kvantni generator. Na bazi ovoga N. Bloomberg je 1956. godine predložio novu vrstu amplifikatora za mikro talase. Ovakvi amplifikatori imali su znatnu prednost nad uobičajenim elektronskim pojačivačima. Zbog odsustva šumova, koji obavezno prate emisiju elektronskih cijevi, nova vrsta amplifikatora omogućila je ogroman faktor pojačanja.

Većina autora je za ovu vrstu amplifikatora usvojila naziv M a s e r, kao skraćenicu prema prvim slovima engleskog naziva: "MIKROWAVE APLIFICATION BY STIMULATED EMISSION OF RADIATION". Odmah zatim, 1958. godine A.L. Schawlow i CH Townes ukazuju na mogućnost da se isti postupak može izvesti i u oblasti vidljive svjetlosti. Takav optički maser konstruisao je 196o. godine T.H. Maiman, a nazvan je na sličan način L a s e r prema: "LIGHT APLIFICATION BY STIMULATED EMISION OF RADIATION". Treba naglasiti da proces stimulirane radijacije (prinudnog zračenja), odnosno princip kvantnog generatora, predstavlja najznačajnije otkriće za posljednjih nekoliko godina. Stimulirana radijacija atoma predstavlja početak nove ere u razvoju optike i elektronike, pa se u posljednje vrijeme počela veoma brzo razvijati takozvana kvantna elektronika.

Ovdje će biti izložena elementarna kvantna teorija stimulirane radijacije i njene primjene kod gasnih He - Ne lasera. Da bi teorija bila što potpunija dat je opšti pregled nekih pojmova iz obične optike i klasične elektromagnetike. Posebna pažnja posvećena je izlaganju teorije apsorpcije, spontanog i induciranog zračenja.

U odeljku I dat je pojam monochromatičnosti § 1 i koherentnosti § 2 svjetla, a § 3 daje definicije nekih fizičkih veličina koje će se u daljem tekstu primjenjivati ili spominjati. U istom odeljku § 4 izložena je teorija zračenja crnog tijela sa izvođenjem Plankove formule za gustinu ravnotežnog zračenja.

Odeljak II posvećen je izlaganju teorije apsorpcije, induciranog i spontanog zračenja i to najprije onakva kakvu je Einstein dao 1917. godine pri termodinamičkoj ravnoteži koristeći se Plankovom formulom za zračenje crnog tijela, i tim je nađena veza između takozvanih Einsteinovih koeficijenata A_{ij} i B_{ij} koji respektivno označavaju vjerovatnoću spontanog i induciranog zračenja. Kako će biti pokazano vjerovatnoća prinudnih prelaza elektrona sa višeg energetskog nivoa na niži, tako i vjerovatnoća prelaza sa nižeg energetskog nivoa na viši, su jednake i proporcionalne koeficijentu spontanog prelaza A_{ij} na niže energetsko stanje. Dakle, dalje je trebalo samo naći tačan izraz za koeficijente A ili B i tim je riješen problem zračenja. Za nalaženje vrijednosti za A i B korišten je metod kvantnomehanički perturbacija, međutim, najprije je izložena opšta teorija kvantnih prelaza § 1 a zatim primjenjena na konkretan slučaj za prinudne i spontane prelaze. Kako izložena teorija ne daje objašnjenje uzroka koji uslovljava spontane prelaze, u odeljku III upravo je tretiran taj problem, tj. taj problem rješava kvantna elektrodinamika. U opštim linijama ta teorija se svodi na to što elektroni uzajamno dejstvuju ne samo sa realno postojećim fotonima nego i sa takozvanim virtuelnim fotonima, koji su upravo uzrok spontanih prelaza. Radi boljeg objašnjenja pojma virtuelnih fotona data je analogija sa klasičnom Plankovom silom trenja zračenja na elektron koji se kreće. Sekundarno kvantovanje iskorišteno je kod Schrödingerove jednačine § 1 i Maxvelovih jednačina § 2 odakle proizlazi odgovor nastanka virtuelnih fotona i dalje samo sistematizovano i primjenjeno kod spontanih prelaza, gdje je ujedno nađena vrijednost za koeficijente A i B koji se u potpunosti slažu sa vrijednostima nađenim metodom perturbacija.

U odeljku IV data je primjena prethodnih izlaganja kod He - Ne lasera. Na osnovu izraza za vjerovatnoću spontanih prelaza, nađen je izraz za intenzitet zračenja koji će biti različit od nule samo za neke određene kvantne prelaze. Takvi prelazi se u kvantnoj mehanici nazivaju dozvoljeni, to uslovljava uspostavljanje takozvanih pravila selekcije § 1.

Simetrična i antisimetrična stanja opisana su u § 2, zatim elementarna teorija atoma He § 3, a § 4 daje osnovne principe lasera i nastanak laserskog svjetla.

U gasu, kao i u tvrdim tijelima, prinudno zračenje proizlazi pri nekim uslovima koji se nazivaju inverzija naseljenosti § 5. I na kraju dat je opis gasnog He - Ne lasera § 6 i uopšte primjena lasera § 7.

I. SVJETLOST I OPŠTI ZAKONI ZRAČENJA

§ 1 POJAM MONOHROMATIČNOSTI SVJETLA [1)]

Talasna priroda svjetlosti poznata je iz elementarne fizike. Talas koji se prostire duž x ose može se prikazati relacijom:

$$s = a \sin \omega \left(t - \frac{x}{c} \right)$$

gdje je:
s - elongacija talasa
a - amplituda
ω - ugaona frekvencija
c - brzina prostiranja talasa

$\omega \left(t - \frac{x}{c} \right)$ - naziva se faza talasa.

U početku računanja vremena može postojati neka početna faza φ pa se izraz za talas može napisati u obliku:

$$s = a \sin \omega \left[\left(t - \frac{x}{c} \right) + \varphi \right]$$

Ako su period T odnosno ugaona frekvencija ω, amplituda a i početna faza φ stalni i ne zavise od vremena onda se takav sinusni talas naziva monohromatičan. Ako se radi o jednom talasu ili o više talasa sa istom početnom fazom može se staviti $\varphi = 0$ pa se monohromatičan talas može prikazati u obliku:

$$s = a \sin \omega \left(t - \frac{x + \lambda}{c} \right)$$

gdje je:
λ - talasna dužina

ili

$$s = a \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x + \lambda}{c} \right) = a \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{c} \right)$$

Odavde se može dobiti:

$$s = a \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \right)$$

Prema ovom izrazu uvodimo tzv. talasni broj $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ pa je

$$s = a \sin (\omega t - kx)$$

ili

$$s = a \sin (2\pi\nu t - kx)$$

Relacija za monohromatični talas pokazuje da se i njegova faza prenosi od jednog mjesta do drugog. Uzmemo li da je faza konstantna biće:

$$\omega t - kx = \text{const}$$

a to je relacija među položajem x i vremenu t.

kako je

$$x = \frac{\omega}{k} t$$

brzina prostiranja faze monohromatičnog talasa iznosi:

$$v_f = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = c$$

Dobili smo da je brzina prostiranja faze monohromatičnog talasa konstantna i jednaka c za talase ma kojeg perioda. Brzina v_f naziva se fazna brzina monohromatičkog svjetlosnog talasa, i navedena relacija važi za vakuum u svim drugim sredinama zavisi od talasne dužine (od koje svjetlosti). Ako se uzme u cjelini prikazivanje monohromatičkog elektromagnetnog talasa koji se prostire duž x ose u sredini sa ε_o i μ_o onda se ima:

$$\mathcal{E} = \frac{a}{\sqrt{\varepsilon_o}} \sin(\omega t - kx)$$

gdje je:

μ_o - magnetna permeabilnost

ε_o - konstanta

$\mathcal{E}$ - jačina električkog polja

$$H = \frac{a}{\sqrt{\mu_o}} \sin(\omega t - kx)$$

H - jačina magnetnog polja.

Prema tome svjetlosni talas predstavlja skup ova dva talasa u normalnim ravnima. $\mathcal{E}$ i H jednovremeno imaju svoje maksimume i minimume. Prema tome $\mathcal{E}$ i H se nalaze u fazi tj. nije poremećena njihova fazna razlika. Energija se pri tom prenosi duž x ose.

§ 2 KOHERENTNOST *)

Za objašnjenje ovog pojma napisaćemo stavove koji se odnose na slaganje oscilacija i talasa. Pri slaganju dvije harmonijske oscilacije iste prirode.

$$S_1 = a_1 \sin(\omega t + \varphi_1) \quad i \quad S_2 = a_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$$

koji nastaju u istom pravcu, ponovo se dobije harmonijska oscilacija iste prirode

$S = S_1 + S_2 = A \sin(\omega t + \Theta)$ čija se amplituda A i faza Θ određuje pomoću relacije:

$$A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (b) \qquad tg\,\Theta = \frac{a_1 \sin\varphi_1 + a_2 \sin\varphi_2}{a_1 \cos\varphi_1 + a_2 \cos\varphi_2} \quad (c)$$

Prvi izraz pokazuje da kvadrat amplitude rezultujuće oscilacije nije jednaka zbiru kvadrata amplituda oscilacije koje se slažu, tj. energija rezultujuće oscilacije nije jednaka zbiru energija oscilacija koje se sabiraju. Rezultat slaganja zavisi od razlike faza $(\varphi_1 - \varphi_2)$ polaznih oscilacija i može imati ma koju vrijednost u granicama od $A^2 = (a_1 - a_2)^2$ (kada je $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi$) do $A^2 = (a_1 + a_2)^2$ (kada je $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$). Međutim, praktično nikada nemamo posla sa čisto harmonijskim oscilacijama, koje su prikazane relacijama (a) tj. sa oscilacijama koje beskonačno traju sa nepromjenjenom amplitudom. Obične oscilacije s vremena na vrijeme nestaju i ponovo se pojavljuju već sa drugom ne regularnom ~~ponovljenom~~ promjenjenom fazom tj. nisu strogo harmonijske. U takvom slučaju i rezultujući intenzitet ($I \approx A^2$) mijenja se u toku vremena. Uvodeći označavanje $\Psi = \varphi_1 - \varphi_2$ izračunaćemo srednji intenzitet rezultujuće oscilacije za interval vremena τ $\quad \overline{A^2} = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau A^2 d\tau$

Ako Ψ u toku vremena posmatranja τ ostaje nepromjenjeno konačno se dobije:

$$\overline{A}^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos\Psi \qquad \text{tj.} \quad \overline{I} \neq I_1 + I_2$$

Pri slučajnom prekidu i ponovnom pojavljivanju oscilacija, fazna razlika ima haotičan karakter, dobivajući mnogo puta u toku vremena τ sve vrijednosti od nule do 2π. Zbog toga će:

$$\frac{1}{\tau}\int_0^\tau \cos\Psi \, d\tau \quad \text{težiti nuli pa je:}$$

$$\overline{A}^2 = a_1^2 + a_2^2$$

tj.

$$\overline{I} = I_1 + I_2$$

*) G.S. LANDSBERG
ОБЩИЙ КУРС ФИЗИКИ ТОМ III

I tako pri slaganju dvije oscilacije iste prirode treba razlikovati dva slučaja.

1. Razlika faza oscilacija održava se nepromjenjenom za vrijeme koje je dovoljno za posmatranje. Intenzitet rezultujuće oscilacije razlikuje se od suma intenziteta polaznih oscilacija i može biti veći ili manji od njih u zavisnosti od fazne razlike. U tom slučaju oscilacije se nazivaju koherentne.

2. Razlika faza oscilacija haotično se mijenja za vrijeme posmatranja. Intenzitet ~~xxxxxxx~~ rezultujuće oscilacije jednak je sumi intenziteta početnih oscilacija.
Oscilacije su u tom slučaju ne koherentne.

§ 3 FOTOMETRIJA [1]

Fotometrija je dio optike o zakonitostima svjetlosnog fluksa i kvantitativnih karakteristika svjetlosnih pojava.

a) Fluks zračenja, ili svjetlosni fluks Φ je snaga zračenja. Izražava se kao brzina promjene zračne energije i mjeri se u Watima. Pri prenošenju snage svjetlosnim talasima, fluks zračenja predstavlja brzinu prenošenja svjetlosne energije kroz neku površinu.

b) Jačina (intenzitet) svjetlosti izvora naziva se veličina:

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega}$$

Ω - prostorni ugao
Φ - fluks

Za anizotopne sredine

$$d\Phi = I(\theta\varphi)\, d\Omega = I(\theta,\varphi) \sin\theta \, d\theta \, d\varphi$$

c) Sjaj površine u nekom pravcu naziva se odnos jačine svjetlosti u tom pravcu i normalne projekcije površine koja emituje

$$B = \frac{I}{ds\cos\theta} = \frac{d\Phi}{ds\, d\Omega \cos\theta}$$

Površina se naziva savršeno difuzna kad zrači svjetlost podjednako u svim pravcima. Za savršeno difuznu površinu sjaj ne zavisi od pravca.

$$B = \frac{I_o}{\Delta s} = \frac{I_o \cos\theta}{\Delta s \cos\theta}$$

uzeli smo da je $I = I_0 \cos\theta$ Taj se zakon naziva Lambertov kosinusni zakon. To je u stvari jedan od triju principa koje je Lambert dao vodeći računa o osvjetljenosti površine i ignorišući količinu svjetlosti. Lambertovi principi glase:

1. Intenzitet svjetlosti (osvjetljenosti) povećava se proporcionalno broju svijeća koje osvjetljavaju površinu.

2. On je obrnuto proporcionalan kvadratu rastojanja svjetlosnog izvora od osvjetljene površine.

3. Mijenja se kao sinus ugla inklinacije (kosinus ugla među pravcem svjetlosti i normale na površinu.) Dakle, svjetlosni izvori kod kojih sjaj B ne zavisi od pravca nazivaju se Lambertovi svjetlosni izvori. U koliko imamo zračenja u određenom pravcu imamo:

$$d\phi = B\, ds \cos\theta\, d\Omega$$

za Lambertovo zračenje $\phi = \pi B\, ds$

S veličinom B vezana je i gustina energije zračenja u.

§ 4 ZRAČENJE APSOLUTNO CRNOG TIJELA

Pri rješavanju problema toplotnog zračenja prvi put su zapažena slaba mjesta klasične mehanike i elektrodinamike i javila se potreba za uvođenje hipoteze o kvantima, koja je odlučno protivurječila cjelokupnom duhu klasične fizike. Teškoća koja se javila u vezi sa problemom toplotnog zračenja, sastoji se u određivanju gustine zračenja $u_\nu(T)$ kao funkcije frekvencije i temperature. Ova veličina ne zavisi od prirode materije. Pomoću termodinamike i statističke fizike Wien je došao do nešto određenijeg oblika ove univerzalne funkcije.

$$u_\nu(T) = \nu^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right)$$

Pomoću te formule mogu se izvesti Wienov zakon pomjeranja i Stephan - Bolzmanov zakon: tj. [5]

$$\lambda_m T = \text{const.}$$

$$u(T) = \sigma T^4$$

Rezultati dobiveni pomoću Wienove formule za raspodjelu gustine zračenja po frekvencijama upoređeni sa eksperimentima pokazali su da ona važi samo za veće frekvencije.

Relej i Jones su izveli drugu formulu koristeći tretiranje ravnoteže elektromagnetne energije koju emituje, i energije koju apsorbuje linearni oscilator određene mase i naelektrisanja računajući ga kao dipol. Ta formula glasi: [2)]

$$dU_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\bar{E}\,d\nu \qquad \bar{E} = \kappa T$$

Međutim, za oblast kratkih talasa ova formula ne važi. Ukupna gustina energije prema Relej - Jonsevoj formuli je:

$$u = \frac{8\pi\kappa T}{c^3}\int_0^\infty \nu^2 d\nu = \infty$$

Vidimo da se dobiva bezkonačna gustina zračenja što je u suprotnosti sa realnošću. To je takozvana ultraljubičasta katastrofa.

Posmatrajući Relej-Jonesovu formulu

$$u_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\bar{E}$$

Plank je uočio da je sva nezgoda prethodnih proučavanja u izrazu za srednju energiju oscilatora. Zasnivajući svoja proučavanja na statističkoj fizici Plank polazi od toga da je za linearnu oscilator vjerovatnoća da se pri temperaturi T impuls nalazi u intervalu (p,p+dp), a položaj čestica koja osciluje u intervalu (x,x + dx) data poznatim Bolzmanovim izrazom

$$dW = Ae^{-\frac{E}{\kappa T}}dp\,dx$$

ili

$$dW = Ae^{-\frac{E}{\kappa T}}dE \quad \text{u intervalu energije } (E, E + dE)$$

Tražeći srednju vrijednost za energiju E nalazi da je $\bar{E} = kT$

Ovaj rezultat klasične (statističke) fizike sasvim je prirodan i ne donosi ništa novo izvan Relej-Jonesovog rezultata. U takvoj situaciji Plank predpostavlja da bi se izbjegla bezkonačna vrijednost gustine energije kada bi umjesto kT dobio neki izraz u funkciji frekvencije, koji bi davao konačnu vrijednost pri integriranju. To bi svakako moglo zadovoljiti jedna opadajuća bezkonačna geometrijska progresija gdje figurira frekvencija. U slučaju djeljivosti energije E do bezkonačnosti ne može se doći do takvog reda. Plank dolazi do revolucionarne zamisli da postoji elementarni kvant energije. Označili se taj elementarni kvant energije sa ε prema ovakvom shvatanju svaka količina energije mora biti cijeli multipl te elementarne količine energije.

Dakle: $E = n\varepsilon$ gdje je n = 1,2,3..... cio pozitivan broj

Sa takvim shvatanjem srednja energija je:

$$\bar{E} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n\varepsilon e^{-\frac{n\varepsilon}{kT}}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\frac{n\varepsilon}{kT}}}$$

u razvijenom obliku:

$$\bar{E} = \frac{\varepsilon e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} + 2\varepsilon e^{-\frac{2\varepsilon}{kT}} + 3\varepsilon e^{-\frac{3\varepsilon}{kT}} + \cdots}{1 + e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} + e^{-\frac{2\varepsilon}{kT}} + \cdots}$$

Stavimo: $e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} = q$

dobije se:
$$\bar{E} = \frac{\varepsilon q (1 + 2q + 3q^2 + \cdots)}{1 + q + q^2 + \cdots}$$

Vidi se da je izraz u zagradi brojioca izvod imenioca po q pa je:

$$\bar{E} = \frac{\varepsilon q \frac{d}{dq}(1 + q + q^2 + \cdots)}{1 + q + q^2 + \cdots} = \varepsilon q \frac{d}{dq} \ln (1 + q + q^2 + \cdots)$$

Kako je
$$1 + q + q^2 + \cdots = \frac{1}{1-q}$$

biće:
$$\bar{E} = \varepsilon q \frac{d}{dq} \ln\left(\frac{1}{1-q}\right) = -\varepsilon q \frac{d}{dq} \ln(1-q) = \frac{\varepsilon q}{1-q}$$

ili

$$\bar{E} = \frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon}{kT}} - 1}$$

Zamjenom u Relej - Jonesovu formulu za $\bar{E}$ dobije se:

$$u_\nu = \frac{8\pi \nu^2}{c^3} \cdot \frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon}{kT}} - 1}$$

Wienova formula sadrži frekvenciju ν na trećem stepenu, a elementrani kvant energije zavisi od frekvencije.

$$\varepsilon = h\nu$$

h - Plankova konstanta

$h = 6{,}62 \cdot 10^{-27}$ erg sec

konačno:

$$u_\nu = 8\pi \frac{\nu^2}{c^3} \cdot \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

Za $h\nu \ll kT$ razvijajući u red $e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1$ i uvrštavanjem dobije se Relej-Jonesova formula. Za $h\nu \gg kT$ dobije se Wienova formula.

II A P S O R P C I J A, S P O N T A N O I I N D U C I R A N O Z R A Č E N J E

Pojam o spontanom i induciranom zračenju u kvantnoj teoriji uveo je Einstain 1917. godine, mnogo ranije izgradnje kvantne elektrodinamike. Einstain je uveo koeficijente A i B (koji se sada nazivaju Einstanovi koeficijenti) koji karakterišu respektivno spontane (proizvoljne, same od sebe) i prinudne (koji nastaju pod uticajem ma kakvih spoljašnjih sila) prelaze sistema sa jednog energetskog stanja na drugo. Osnovne ideje kvantne teorije zračenja sastoje se u sledećem: Neka se jedan od elektrona ma kojeg atomskog sistema nalazi na pobuđenom nivou i sa energijom E_i onda za takav elektron postoji određena vjerovatnoća A_{ij} spontanog prelaska na niže energetsko stanje "j" energije E_j. Ta vjerovatnoća se obično računa na jedinicu vremena. Pri tom nastaje emitovanje fotona energije

$$\hbar\omega = E_i - E_j \qquad (16)$$

Ako je n_i - broj tako exitovanih atoma onda se energija emitovanja u jedinici vremena, koja je uslovljena spontanim prelazima, može napisati u sledećem obliku: [3]

$$W^{spon} = n_i A_{ij} \hbar\omega \qquad (17)$$

Ako se pak atomi podvrgnu uticaju spoljašnjeg elektromagnetskog zračenja onda će to zračenje izazvati tzv. prinudne prelaze kako odozgo na dole tako i odozdo naviše pri čemu će se prelazi odozdo naviše naravno odigravati uz apsorpciju fotona. Držeći se Einstanovog postupka označimo sa B_{ij} vjerovatnoću prinudnog prelaza sa nivoa $i \to j$ a sa B_{ji} vjerovatnoću prelaza sa $j \to i$. Onda ako se uzme u obzir da broj prinudnih prelaza mora biti proporcionalan još i spektralnoj gustini u_ν toga zračenja nalazimo respektivno energiju zračenja i apsorbovanja koja je uslovljena tim prinudnim prelazima

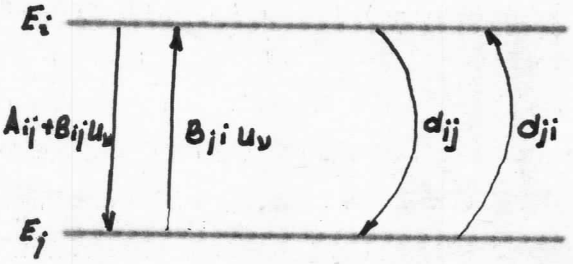
$$W^{prin} = n_i B_{ij} u_\nu \hbar\omega \qquad (18)$$

$$W^{apsor.}_{prin} = n_j B_{ji} u_\nu \hbar\omega \qquad (19)$$

Posmatrajmo slučaj kad je broj prelaza odozgo na dole jednak broju prelaza odozdo na više

$$n_i A_{ij} + n_i B_{ij} u_\nu = B_{ji} u_\nu n_j \qquad (2o)$$

tj. kad mora nastupiti stanje termodinamičke ravnoteže



(Prave linije predstavljaju optičke prelaze među nivoima.

Krive linije pokazuju neoptičke prelaze (bezizračne)

Pri tome atomi i emitovana svjetlost kao cjelina predstavljaju zatvoren sistem. Uzimajući u obzir da je raspodjela elektrona po energijama pri termodinamičkoj ravnoteži data Maxsvelovom raspodjelom

$$n_i = C_1 e^{-\frac{E_i}{kT}} \qquad n_j = C_1 e^{-\frac{E_j}{kT}}$$

dobićemo da je:

$$A_{ij} e^{-\frac{E_i}{kT}} + u_\nu B_{ij} e^{-\frac{E_i}{kT}} = u_\nu B_{ji} e^{-\frac{E_j}{kT}}$$

Odavde skraćivanjem faktorom

$$e^{-\frac{E_i}{kT}}$$

i imajući u vidu da je:

$$E_i - E_j = \hbar\omega$$

biće:

$$u_\nu = \frac{\frac{A_{ij}}{B_{ij}}}{\frac{B_{ji}}{B_{ij}} e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}$$

Pošto spektralna raspodjela zračenja crnog tijela uopšte ne zavisi od konkretne strukture atoma i molekula onda se ova formula može uporediti sa Plankovom formulom:

$$u_\nu = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} \cdot \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}$$

Iz upoređenja se dobije:

$$B_{ij} = B_{ji} = \frac{\pi^2 c^3}{\hbar\omega^3} A_{ij} \tag{21}$$

Odavde se vidi da su vjerovatnoće prinudnih prelaza, kako odozgo na dole, tako i odozdo na više, jednake i proporcionalne koeficijentu spontanog prelaza A_{ij}. Prema tome za opisivanje zračenja atoma i molekula dovoljno je odrediti samo jedan od koeficijenata.

Ako imamo degenerisane nivoe tada je:

$$n_i = C_1 g_i e^{-\frac{E_i}{kT}} \qquad n_j = C_1 g_j e^{-\frac{E_j}{kT}}$$

gdje je: g_i g_j - stepeni degeneracije i-tog i j-tog nivoa.

slijedi:

$$\frac{B_{ji}}{B_{ij}} = \frac{g_i}{g_j} \qquad \frac{A_{ij}}{B_{ij}} = \frac{8\pi h \nu_{ij}^3}{c^3}$$

§ 1 ODREĐIVANJE VJEROVATNOĆA SPONTANIH I PRINUDNIH PRELAZA [9]

Da bismo našli koeficijente A i B izložićemo najprije teoriju kvantnih prelaza, tj. vjerovatnoću prelaza iz jednog kvantnog stanja u drugo. Taj zadatak može biti skiciran na sljedeći način: neka u momentu vremena t = 0 imamo čisti ansambl sistema karakterisan tim da bilo kakva mehanička veličina L ima određenu vrijednost $L = L_j$. Takav ansambl biće opisan talasnom funkcijom $\psi_j(x)$ tj. sopstvena funkcija operatora L i odgovarajuća sopstvena vrijednost $L = L_j$. Za sistem takvog ansambla kažemo da se on nalazi u kvantnom stanju j. U toku vremena, zahvaljujući dejstvu vanjskog polja, stanje sistema može se mijenjati.

U nekom trenutku t naš ansambl će se opisivati nekom novom talasnom funkcijom koju ćemo označavati sa $\psi_i(x,t)$. Taj novi ansambl proizilaziće iz predhodnog, uopšte govoreći, biće ansambl s neodređenim vrijednostima veličine L. Ako izvršimo spektralno razlaganje po zakonu L, dobijemo novi ansambl. Pri tom dio sistema će imati $L = L_i$ i obrazovati čisti ansambl sa funkcijom $\psi_i(x)$.

$$L \quad \psi_i(x) = L_i \, \psi_i(x)$$

Drugi dio sistema će imati $L = L_i$. i obrazovaće čisti ansambl sa $L = L_i$ $(i \neq j)$ $\psi_i'(x)$ itd. kažemo da su oni izvršili kvantni prelaz iz kvantnog stanja j u kvantno stanje i.

To se može ilustrovati šemom:

$$\begin{array}{lcll}
t = 0 & & t & \\
\psi = \psi_j(x) & \longrightarrow & \psi' = \psi_j(x,t) & = \sum\limits_i C_{ij}(t)\,\psi_i(x) \begin{cases} \dashrightarrow \psi_i(x) & L = L_i \\ \dashrightarrow \psi_i'(x) & L = L_i \\ \dashrightarrow \psi_i''(x) & L = L_i \end{cases} \\
L = L_j & & L\text{-neodređeno} &
\end{array}$$

Puna strelica pokazuje promjenu ansambla koji proizilazi sam od sebe, bez miješanja - mjerenja, tj. bez vršenja sopstvenog razlaganja po znaku L. Ta promjena ansambla može biti nađena i iz jednačine Schrödingera. Na šemi je pokazano da nova stanja ansambla predstavljaju superpoziciju stanja s raznim vrijednostima L (sumama po i). Crtkane strelice pokazuju promjenu ansambla stvorena pri realizaciji spektralnog razlaganja ansambla u momentu t. Drugim riječima izražavaju "redukciju paketa" pri kojoj superpozicija $\psi_j(x,t)$ transformiše se u jedan od dijelova stanja $\psi_i(x)$. Samo poslije te redukcije moguće je govoriti o kvantnom prelazu iz stanja $L = L_j$ u stanje $L = L_i$.

Najvažniji zadatak iz teorije kvantnih prelaza je izračunavanje vjerovatnoće prelaza sa stanja s energijom E_j u stanje sa energijom E_i ili kako se kaže vjerovatnoću prelaza s jednog kvantnog nivoa na drugi. U opštem slučaju pitanja o prelazu čestica s jednog kvantnog nivoa na drugi dobija smisao samo tada kada uzrok izazivanja prelaza dejstvuje u toku konačnog intervala vremena kažemo $t = 0$ do $t = T$.

Van tog intervala ukupna energija javlja se kao integral kretanja. Rješenje Schrödingera, određujući $\psi(x\,t)$ po $\psi(x,0)$ predstavlja veliku teškoću. Rezultati u opštem slučaju mogu biti dobijeni samo u tom slučaju kada prelaz s jednog nivoa na drugi zamijenimo slabim uzajamnim dejstvom tako da taj uticaj možemo smatrati kao perturbaciju. Pri tom jednačina Schrödingera može biti napisana u obliku:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = H^{\circ}(x)\psi + V(x,t)\psi \qquad (25)$$

$H^{o}(x)$ - operator ukupne energije neperturbovanog sistema
$V(x,t)$ - perturbacija

Pri manjoj perturbaciji operator $H^{o}(x)$ možemo posmatrati kao operator ukupne energije u tom slučaju $V(x,t)$ ima drugostepenu vrijednost. Za nalaženje vjerovatnoće prelaza $W_{ij}(t)$ s nivoa E_j na nivo E_i pogodno je napisati u „E" interpretaciji. Razložićemo $\psi(x,t)$ po sopstvenim funkcijama $\psi_k(x)$ operatora ukupne energije H^{o}

$$\psi(x,t) = \sum_k C_k(t)\,\psi_k(x)\,e^{-i\frac{E_k}{\hbar}t} \qquad (26)$$

Stavljajući ψ u takvom obliku u jednačinu(25)zatim je pomnožimo sa $\psi_i^*(x)\,e^{i\frac{E_i}{\hbar}t}$ i integriramo po x dobijemo jednačinu (25) u„E"interpretaciji.

dakle:
$$i\hbar \frac{dC_i}{dt} = \sum_k V_{ik}(t)\,e^{i\omega_{ik}t}\,C_k(t) \qquad (27)$$

(pri čemu se uzima da je $H^{o}\psi_k = E_k\psi_k$)

Ovdje je $V_{ik}(t)$ matrični elemenat energije perturbacije

$$V_{ik} = \int \psi_i^*(x)\,V(x\,t)\,\psi_k(x)\,dx \qquad (28)$$

a ω_{ik}- Borovska frekvencija $\dfrac{E_i - E_k}{\hbar}$ za prelaz $E_i \longrightarrow E_k$

U početnom momentu predpostavili smo da se sistem nalazi u stanju $E = E_j$ Prema tome pri $t = 0$ $C_k(0) = 1$ ako je $k = j$ i $C_k(0) = 0$ ako $k \neq j$ (a) Vjerovatnoća nalaženja sistema u stanju $E = E_i$ u momentu vremena t jednaka je $|C_i(t)|^2$ pa je vjerovatnoća prelaza iz E_j u E_i u momentu t jednaka:

$$W_{ij}(t) = |C_i(t)|^2 \qquad (29)$$

Prelazimo na određivanje $C_k(t)$ iz jednačine (27) s početnim uslovima (a). Za prvu aproksimaciju $C_k^{o}(t) = \delta_{jk}$ pa jednačina (27) u prvoj aproksimaciji ima oblik:

$$i\hbar \frac{d C_i^{(1)}(t)}{dt} = \sum_k V_{ik}(t)\, e^{i\omega_{ik} t} C_k^{0} = V_{ij}(t)\, e^{i\omega_{ij} t}$$

dakle:

$$C_i^{(1)}(t) = \frac{1}{i\hbar}\int_0^t V_{ij}(\tau)\, e^{i\omega_{ij}\tau} d\tau + \delta_{ij} \qquad (30)$$

Stavljajući prvu aproksimaciju za C_i^1 (t) u prvi dio (27) nalazimo jednačinu za drugu aproksimaciju

$$i\hbar \frac{d C_i^{(2)}(t)}{dt} = \sum_k V_{ik}(t)\, e^{i\omega_{ik} t} C_k^{(1)}(t) \qquad (31)$$

Tu proceduru možemo produžiti i dalje i ona vodi tačnom rješenju za C_i (t). Ako je V (x,t) malo ograničavamo se na prvoj ili drugoj aproksimaciji. Odredimo sada vjerovatnoću prelaza sistema sa kvantnog nivoa E_j u E_i pod dejstvom perturbacije V (x,t) zavisno od vremena. Uzmimo da je perturbacija ravna nuli za $t < 0$ ili za $t > T$. Računajući da je V_{ij} (t) vrlo mali da možemo uzeti prvu aproksimaciju, dobija se:

$$C_m^{(1)} = \frac{1}{i\hbar}\int_0^T V_{ij}(\tau)\, e^{i\omega_{ij}\tau} d\tau = \frac{1}{i\hbar}\int_{-\infty}^{+\infty} V_{ij}(\tau)\, e^{i\omega_{ij}\tau} d\tau \qquad (32)$$

$i \neq j$

To smo dobili za $t \geq T$ (Primjetimo da $C_m^{(1)}$ za $t > T$ ne zavisi od vremena, tako da je integral kretanja). Dobijeni izraz za $C_m^{(1)}(t)$ ima prostu vrijednost. Dakle perturbacija V (x,t) može biti razložena u integral Furijera

$$V(x,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} V(x,\omega)\, e^{-i\omega t} d\omega \qquad (33)$$

Dakle po teoremi Furijera dobijamo:

$$V(x,\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} V(x,t)\, e^{i\omega t} dt \qquad (34)$$

Matrični elemenat perturbacije (28) na osnovu (33) može biti napisana u obliku

$$V_{ij}(t) = \int \psi_i^*(x)\, V(x\,t)\, \psi_j(x)\, dx = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t} d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_i^*(x)\, V(x\omega)\, \psi_j(x)\, dx =$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t}\, V_{ij}(\omega)\, d\omega \qquad (34a)$$

gdje je $V_{ij}(\omega)$ je matrični elemenat komponente Furijera ferkvencije ω Primjenjujući u (34a) teoremu Furijera

$$V_{ij}(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} V_{ij}(t)\, e^{i\omega t} dt \qquad (35)$$

Izjednačujući to sa integralom (32) vidimo da je

$$C_m^{(1)} = \frac{2\pi}{i\hbar} V_{ij}(\omega_{ij}) \qquad (36)$$

Saglasno (29) i (36) vjerovatnoća prelaza iz stanja E_j u stanje E_i je ravno :

$$W_{ij} = \frac{4\pi^2}{\hbar^2} \left| V_{ij}(\omega_{ij}) \right|^2 \qquad (37)$$

Kako vidimo $W_{ij} \neq 0$ samo tada kada je $V_{ij}(\omega_{ij}) \neq 0$ tj. prelaz s nivoa E_j na nivo E_i moguć je samo u tom slučaju kad u spektru perturbacije je sadržana frekvencija $\omega_{ij} = \frac{E_i - E_j}{\hbar}$ Drugim riječima prelaz nosi rezonantni karakter.

Za rješenje zadatka apsorpcije ili zračenja svjetla potreno je izračunati vjerovatnoću prelaza atoma s jednog kvantnog nivoa na drugi pod dejstvom svijetla. Zato prije svega treba odrediti uzajamno dejstvo optičkog elektrona u atomu sa svjetlosnim talasom. Predpostavimo da imamo posla sa polarizovanim svjetlosnim talasom električnog polja $\vec{E}(x,t)$ Sem električnog imamo još i magnetno polje $H(x,t)$, medutim dejstvo posljednjeg na elektron u odnosu na električno polje može se zanemariti. (Sila magnetnog polja koja dejstvuje na elektron je sila Lorenza)

$$\vec{F} = \frac{e}{c}[\vec{v}\,\vec{H}] \qquad v \text{ - brzina elektrona}$$

Sila električnog polja koja djeluje na elektron je: $\vec{F} = e\vec{E}$ kod svjetlosnog talasa $\vec{E}$ i $\vec{H}$ su jednaki, pa je zato dejstvo magnetnog polja $\frac{v}{c}$ puta manje. Neka je upadno svijetlo monohromatično ili skoro monohromatično i ima talasnu dužinu λ tada je:

$$\vec{E}(x,t) = \vec{E}_0 \cos\left(\omega_0 t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) \qquad (38)$$

ovdje je $\omega_0 = \frac{2\pi c}{\lambda}$ Nas interesuje polje ne u cijelom prostoru nego samo unutar atoma. Nek su dimenzije atoma a Uzmimo početak koordinantnog sistema u centru atoma, tada u granicama atoma faza talasa $\frac{2\pi x}{\lambda}$ mijenja se za veličinu reda $\pm \frac{2\pi a}{\lambda}$ i ako dimenzije atoma su daleko manje od dužine talasa upadnog svijetla, to promjena faze unutar atoma možemo zanemariti tako da u svakom momentu vremena polje unutar atoma može biti dat izrazom:

$$\vec{E}(x,t) = \vec{E}_0 \cos(\omega_0 t) \qquad (39)$$

i prema tome jednako u svim tačkama prostora unutar atoma.

Uslovi malih dimenzija atoma u odnosu na dužinu talasa ispunjeno je u vrlo širokim granicama. Dovoljno je da je $\lambda \gg 10^{-8}$ cm ($a \sim 10^{-8}$ cm) ultraviolentna i vidljiva svjetlost imaju talasnu dužinu hiljadu puta veću od 10^{-8} cm. tako da uslov $\lambda \gg a$ za takvu svjetlost u potpunosti ispunjava. Posmatraćemo takav slučaj tj. $\lambda \gg a$, pri tome ćemo se osloboditi specijalne predpostavke monohromatičnosti svjetla računajući da se susrećemo sa spektrom talasa talasnih dužina mnogo većih od dimenzija atoma. Unutar atoma će dejstvovati električno polje svjetla podjednako na svim rastojanjima atoma nezavisno od vremena. Označimo to sa: $\vec{\mathcal{E}} = \vec{\mathcal{E}}(t)$ (40)

Polje (40) izvodi se iz skalarnog potencijala

$$\varphi(r,t) = -\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{r} = -(\mathcal{E}_x x + \mathcal{E}_y y + \mathcal{E}_z z) \tag{41}$$

Tako da pogonska funkcija za elektron koji se nalazi u tački r u tom polju je:

$$V(\vec{r},t) = -e\varphi = +e(\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{r}) = -\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{D} \tag{42}$$

gdje je $\vec{D} = -e\vec{r}$ je električni momenat elektrona, ako je r radijus vektor povučen od jezgra do elektrona. Uvodeći još i jedinični vektor $\vec{l}$ paralelan pravcu polja $\vec{\mathcal{E}}(t)$

$$\vec{\mathcal{E}}(t) = \vec{l}\, \mathcal{E}(t) \tag{43}$$

Možemo napisati (42) u obliku:

$$V(\vec{r},t) = -\mathcal{E}(t)(\vec{l} \cdot \vec{D}) \tag{44}$$

Ako sa H^o označimo operator ukupne energije elektrona to jednačina Schrödinger za talasnu funkciju $\psi(r t)$ će biti:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = H^o \psi + V(\vec{r} t)\psi \tag{45}$$

Veličinu V (r,t) ćemo posmatrati kao perturbaciju. Mi sad postavljamo zadatak izračunavanja vjerovatnoće prelaza atoma pod dejstvom svjetlosnog polja s kvantnog nivoa E_j $(\psi = \psi_j)$ na kvantni nivo E_i $(\psi = \psi_i)$. Da bi u potpunosti primjenili teoriju kvantnih prelaza mi ćemo predpostaviti da svjetlosni fluks dejstvuje u momentu vremena $t = 0$ i prekida se u momentu $t = T$. Ako je T daleko veći od perioda oscilacija svjetlosnih talasa to takva uključivanja i isključivanja ne utiču na spektralni sastav upadnog svijetla.

Saglasno vjerovatnoći prelaza W_{ij} iz stanja E_j u stanje E_i u momentu vremena t jednakom ili većem od T izražava se oblikom:

$$W_{ij} = \frac{4\pi^2}{\hbar^2} \left| V_{ij}(\omega_{ij}) \right|^2 \tag{46}$$

Gdje V_{ij} (ω_{ij}) je koeficijent Furijera za frekvenciju ω_{ij} od matričnog elementa energije perturbacije V (r,t) saglasno (44) imamo:

$$V_{ij}(t) = \int \psi_i^* V(\vec{r}t) \psi_j \, dV = -\mathcal{E}(t) \, (\vec{l}\, \vec{D}_{ij}) \tag{47}$$

gdje D_{ij} matrični element vektora električnog momenta s komponentama

$$D_{ij}^x = -e \int \psi_i^* x \, \psi_j \, dV$$

$$D_{ij}^y = -e \int \psi_i^* y \, \psi_j \, dV \tag{48}$$

$$D_{ij}^z = -e \int \psi_i \, z \, \psi_j \, dV$$

Iz (47) slijedi da komponente Furijera od $V_{ij}(t)$ jednaka komponenti Furijera od $\mathcal{E}(t)$ pomnožen sa $-(\vec{l}\,\vec{D}_{ij})$ tako da $\vec{D}_{ij}$ ne zavise od vremena. takvim izrazom mi dobijamo da je

$$V_{ij}(\omega_{ij}) = -\mathcal{E}(\omega_{ij}) \cdot (\vec{l} \cdot \vec{D}_{ij}) \tag{49}$$

gdje sa $\mathcal{E}(\omega_{ij})$ označavamo komponente Furijera od $\mathcal{E}(t)$ odgovarajuće frekvencije ω_{ij} tj. veličina

$$\mathcal{E}(\omega_{ij}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E}(t) \, e^{-i\omega_{ij} t} dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^T \mathcal{E}(t) \, e^{-i\omega_{ij} t} dt \tag{5o}$$

Prema tome vjerovatnoća prelaza iz E_j u E_i saglasno (46) jednaka je:

$$W_{ij} = \frac{4\pi^2}{\hbar^2} \left| \mathcal{E}(\omega_{ij}) \right|^2 \left| \vec{l} \cdot \vec{D}_{ij} \right|^2 \tag{51}$$

Kvadrat komponente Furijera električnog polja $\left| \mathcal{E}(\omega_{ij}) \right|^2$

Možemo izraziti sa količinom toka energije u toku vremena T. Dakle, gustina elektromagnetne energije jednaka je: $\dfrac{\mathcal{E}^2(t)}{4\pi}$

(imenilac 4π a ne 8π je zbog jednakosti električne i magnetne energije).
Fluks energije jednak je: $\dfrac{c\,\mathcal{E}^2(t)}{4\pi}$
Prema tome sva protekla energija kroz 1 cm^2 jednaka je:

$$E = \frac{c}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E}^2(t) \, dt = \frac{c}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E}(\omega) \, e^{i\omega t} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E}^*(\omega') \, e^{-i\omega' t} d\omega'$$

Integrirajući s početka po t i uzimajući da je

$$E=\frac{c}{4\pi}\cdot 2\pi\iint_{-\infty}^{\infty}\mathcal{E}(\omega)\mathcal{E}^*(\omega')\delta(\omega-\omega')d\omega d\omega'=\frac{c}{2}\int_{-\infty}^{\infty}|\mathcal{E}(\omega)|^2d\omega=c\int_0^{\infty}|\mathcal{E}(\omega)|^2d\omega$$

Ako sa E (ω) označimo proteklu energiju u intervalu frekvencije dω to je:

$$E=\int_0^{\infty}E(\omega)d\omega$$

Izjednačavajući sa prethodnom formulom dobije se:

$$E(\omega)=c|\mathcal{E}(\omega)|^2 \tag{52}$$

pa imamo:

$$W_{ij}=\frac{4\pi^2}{\hbar^2}|\vec{l}\cdot\vec{D}|^2\frac{E(\omega_{ij})}{c} \tag{52a}$$

Količina protekle energije E (ω) jednaka je gustini zračne energije $\rho(\omega)$ na jedinicu intervala frekvencije ω pomnoženo sa brzinom svijetlosti i vremena protoka energije T tj.

$$E(\omega)=\rho(\omega)cT \tag{53}$$

Na osnovu (52a) i (53) možemo odrediti vjerovatnoću w_{ij} prelaza iz stanja E_j u E_i u jedinici vremena, dakle: $w_{ij}=\frac{W_{ij}}{T}$

ili

$$w_{ij}=\frac{4\pi^2}{\hbar^2}|\vec{l}\cdot\vec{D}_{ij}|^2\rho(\omega_{ij})$$

Označavajući još ugao među vektorima električnog momenta $\vec{D}_{ij}$ i pravca polarizacije svjetlosnog polja $\vec{l}$ sa θ_{ij} dobijemo konačnu formulu:

$$w_{ij}=\frac{4\pi^2}{\hbar^2}|\vec{D}_{ij}|^2\cos^2\theta_{ij}\,\rho(\omega_{ij}) \tag{54}$$

Iz te formule vidimo da je za izračunavanje vjerovatnoće prelaza dovoljno je znati matricu električnog momenta $\vec{D}_{ij}$ koja potpuno određuje svojstva posmatranih atomskih sistema. Sad ćemo posmatrati vezu između vjerovatnoće w_{ij} i koeficijenata Einsteina. Saglasno teoriji Einsteina vjerovatnoća apsorpcije kvanta svijetla $\hbar\omega = E_i - E_j$ imajući polarizaciju α i prostiruđi se u prostornom uglu dΩ u 1 sec jednaka je:

$$dw_\alpha^{aps.}=b_{ji\alpha}\,\rho_\alpha(\omega\,\Omega)\,d\Omega \tag{55}$$

$b_{ji\alpha}$; $b_{ij\alpha}$; $a_{ij\alpha}$ — su diferencijalni koeficijenti Einsteina.
Mi ovdje uvodimo za vjerovatnoću samo spektralnu raspodjelu, a ne raspodjelu po uglovima.

Opšta veza među $\rho_\alpha(\omega)$ i $\rho_\alpha(\omega\Omega)$ je:

$$\rho_\alpha(\omega) = \int \rho_\alpha(\omega\Omega)\, d\Omega \tag{56}$$

Pošto je $\rho_\alpha(\omega)$ konačno, a $\rho_\alpha(\omega\Omega)$ u našem slučaju je različito od nule samo za jedan određen pravac to gustina $\rho_\alpha(\omega\Omega)$ treba u odnosu ugla Ω nositi karakter δ - funkcije

$$\rho_\alpha(\omega\Omega) = \rho_\alpha(\omega)\,\delta(\Omega) \tag{57}$$

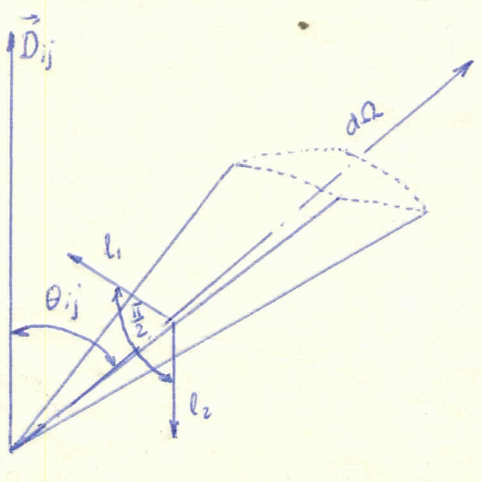
Integrirajući (57) po $d\Omega$ i koristeći (55) nalazimo vjerovatnoću apsorpcije u jednoj sekundi za talase koji se prostiru u određenom pravcu.

$$W_\alpha = b_{ji\alpha}\,\rho_\alpha(\omega) \tag{58}$$

Na osnovu zakona o održanja energije vjerovatnoća apsorpcije kvanta svijetla $\hbar\omega_{ij}$ treba biti jednaka vjerovatnoći prelaza atoma iz stanja E_j u E_i tj. $W_\alpha = W_{ij}$. Izjednačavajući (54), (58) nalazimo koeficijente Einsteina $b_{ji\alpha}$ za apsorpciju svijetla.

$$b_{ji\alpha} = \frac{4\pi^2}{\hbar^2}\,|\vec{D}_{ij}|^2 \cos^2\theta_{ij} \tag{59}$$

Formula za vjerovatnoću prelaza W_{ij} dobijeno je u pretpostavci da je svijetlost polarizovana u pravcu l obrazujući ugao θ_{ij} s pravcem električnog momenta $\vec{D}_{ij}$. U koeficijentima Einsteina $b_{ji\alpha}$ indeks α ($\alpha = 1, 2$) ukazuje na prinadležnost polarizacije jednoj od izabranih kao nezavisna l_1 ili l_2. Mi možemo bez ograničenja izabrati prvi pravac l_1 ($\alpha=1$) pravac okomit na zrak i leži u površini zraka i vektora $\vec{D}_{ij}$ a drugog pravca l_2 ($\alpha=2$) pravac okomit na tu površinu (sl. 1).



Stavljajući $l = l_1$ dobijemo:

$$\theta_{ij}' = \frac{\pi}{2} - \theta_{ij}$$

gdje θ_{ij} ugao među vektorom polarizacije $\vec{D}_{ij}$ i pravca raspodjele apsorbujućeg zračenja. Iz (59) tada dobijemo:

$$b_{ji\cdot} = \frac{4\pi^2}{\hbar^2}\,|\vec{D}_{ij}|^2 \sin^2\theta_{ij} \tag{6o}$$

stavljajući $l=l_2$ dobije se

$$\theta_{ij} = \frac{\pi}{2} \quad \text{tj.} \quad b_{ji2} = 0$$

Koristeći formulu za vezu Einsteinovih koeficijenata spontanog zračenja $a_{ij\alpha}$, induciranog $b_{ij\alpha} = b_{ji\alpha}$ možemo napisati vjerovatnoću dW^{spon} zračenja kvanta svijetla $\hbar\omega = E_i - E_j$ s polarizacijom α u prostornom uglu $d\Omega$ u obliku:

$$dW^{spon.} = a_{ij\alpha}\,d\Omega = \frac{\hbar\omega^3}{8\pi^3c^3}\,b_{ij\alpha}\,d\Omega = \frac{\hbar\omega^3}{8\pi^3c^3}\,b_{ji\alpha}\,d\Omega \tag{61}$$

gdje je $\omega = \dfrac{E_i - E_j}{\hbar} = \omega_{ij}$

na osnovu (59) i (6o) dobijemo

$$dW_1^{spon} = \frac{\omega_{ij}^3}{2\pi c^3\hbar}\,|\vec{D}_{ij}|^2 \sin^2\theta_{ij}\,d\Omega \tag{62}$$

za svijetlo polarizovano paralelno l_1 i $dW_2^{spon} = 0$

za svjetlo polarizovano paralelno l_2. Da bi dobili ukupnu vjerovatnoću spontanog zračenja pri prelazu iz stanja E_i u stanje E_j potrebno je integraliti dW_1^{spon} po svim pravcima prostiranja. Integrirajući dobije se:

$$W_1^{spon} = \frac{4\omega_{ij}^3}{3\hbar c^3}\,|\vec{D}_{ij}|^2 \tag{63}$$

Sumiranjem (63) po svim prelazima, jer nivoi E_i i E_j mogu biti degenerisani, pa ta ista frekvencija ω_{ij} može se izlučivati putem različitih prelaza iz E_i u E_j, dobijemo vjerovatnoću zračenja frekvencije ω_{ij} à 1 sec. Označavamo je:

$$A_{ij} = \frac{4\omega_{ij}^3}{3\hbar c^3}\sum|\vec{D}_{ij}|^2 \tag{64}$$

To je dakle koeficijent Einsteina za spontano zračenje frekvencije ω_{ij}. Uporedo sa A_{ij} imamo koeficijenat za apsorpciju izotropnog, nepolarizovanog zračenja s frekvencijom ω_{ij}

$$B_{ji} = \frac{1}{8\pi g_j}\sum\int_{4\pi} b_{ji\alpha}\,d\Omega \tag{65}$$

gdje je suma uzeta po obima polarizacijama ($\alpha = 1,2$) i po svim prelazima s nivoa E_j na nivo E_i. Veličina g_j označava stepen degeneracije nivoa E_j. Integral je uzet po svim pravcima prostiranja svijetla. Za inducirano zračenje B_{ij} dobijemo:

$$B_{ij} = \frac{1}{8\pi g_i}\sum\int_{4\pi} b_{ij\alpha}\,d\Omega \tag{66}$$

gdje je g_i stepen degeneracije nivoa E_i. Koristeći svojstva $b_{ij\alpha}$, $b_{ji\alpha}$ i $a_{ij\alpha}$ lako je dokazati da je:

$$g_i B_{ij} = g_j B_{ji} \qquad A_{ij} = \frac{\hbar\omega_{ij}^3}{\pi^2c^3}B_{ij} \tag{67}$$

Veličina A_{ij} određuje ujedno i trajanje života atoma u pobuđenom stanju.

Ako u momentu vremena t imamo N_i atoma koji se nalaze u pobuđenom stanju E_i to srednji broj atoma spontano prelazi u niže stanje E_j za vrijeme dt je:

$$dN_i = -A_{ij} N_i dt$$

gdje je

$$N_i = N_i^0 e^{-A_{ij} t} = N_i^0 e^{-\frac{t}{\tau_{ij}}}$$

$$\tau_{ij} = \frac{1}{A_{ij}} \tag{68}$$

Iz tih formula slijedi da je τ_{ij} srednja dužina života atoma na pobuđenom nivou E_i. Iz (64) dobijemo:

$$\tau_{ij} = \frac{3c^3\hbar}{4\omega_{ij}^3 \Sigma |\vec{D}_{ij}|^2} \tag{69}$$

Ocjenimo tu veličinu za vidljivu svijetlost $\omega_{ij} \approx 4 \cdot 10^{15}$, D_{ij} po redu veličine je $-$ ea (a - dimenzija atoma)
$|\vec{D}_{ij}| \approx 2.10^{-18}$ nalazimo $\tau_{ij} = 10^{-8}$ sec tj. $\tau_{ij} \gg T_{ij} = \frac{2\pi}{\omega_{ij}} \approx 10^{-15}$ sec

III SEKUNDARNO KVANTOVANJE[8)]

Shodno kvantnoj mehanici prinudni prelazi se objašnjavaju uzajamnim dejstvom elektrona u atomu sa spoljašnjim elektromagnetnim zračenjem. Međutim, problem objašnjenja uzroka, koji prinuđavaju elektrone da spontano prelaze sa pobuđenih energetskih stanja na niža u Schrődingerovoj teoriji predstavlja otvoren problem. Odgovor je dat tek poslije zasnivanja teorije zraćenja gdje je iskorišten aparat kvantovanja elektromagnetnog polja (sekundarno kvantovanje). U opštim linijama posljednja teorija se svodi na sljedeće: elektroni uzajamno dejstvuju ne samo sa realno postojećim fotonima nego i sa takozvanim virtuelnim fotonima (koji se ne pojavljuju) ili kao što se obično kaže sa elektromagnetnim vakumom. To uzajamno dejstvo upravo uslovljava spontane prelaze. Kao klasična analogija uzajamnog dejstva elektrona sa polja virtuelnih fotona može poslužiti dejstvo Plankove sile trenja zračenja na elektron koji se kreće. Ta sila iznosi:

$$F_{zrač} = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} \dddot{x} \tag{7o}$$

a prema svojoj prirodi predstavlja specijalno dejstvo na elektron koji se kreće, onog elektromagnetnog polja, koje izaziva sam taj elektron. Pod izvjesnim uslovima to elektromagnetno polje može da se otrgne od elektrona u obliku svjetlosnog zračenja. Jezikom kvantne elektrodinamike to bi se moglo izraziti kao prelaz fotona sa virtuelnog na realno stanje. Prema kvantnoj elektrodinamici može se naći tačan izraz za koeficijente Einsteina A i B, a to znači u potpunosti riješiti problem zračenja. Najpre ćemo razmotriti kvantovanje Schrödingerove jednačine i Maxwelovih jednačina.

§ 1 SEKUNDARNO KVANTOVANJE SCHRODINGEROVIH JEDNAČINE

Da bi se dobila potpuna Schrödingerova jednačina neophodno je iz stacionarne jednačine eliminisati energiju E, koja igra ulogu konstantnog parametra. U tu svrhu predstavimo stacionarnu Schrödingerovu jednačinu:

$$\nabla^2 \psi(r) + \frac{2m_0}{\hbar^2}\left[E - V(r)\right]\psi(r) = 0$$

u obliku:

$$E\,\psi(t) + \left(\frac{\hbar^2}{2m_0}\nabla^2 - V\right)\psi(t) = 0 \tag{71}$$

Eliminacijom parametra E pomoću relacije

$$-\frac{\hbar}{i}\frac{\partial \psi(t)}{\partial t} = E\,\psi(t)$$

dobijemo potpunu Schrödingerovu jednačinu

$$\left[-\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2m_0}\nabla^2 - V\right]\psi(t) = 0 \tag{72}$$

Ova jednačina ima opšti karakter i podesna je naročito za prikazivanje procesa, kojima je potencijalna energija V ne samo funkcija od koordinata nego i od vremena. Ako potencijalna energija V ne zavisi od vremena onda je dovoljno da se riješi stacionarna Schrödingerova jednačina i odrede sve moguće svojstvene vrijednosti energije E_j i svojstvene funkcije ψ_j koje im odgovaraju. Talasna funkcija koja zadovoljava jednačinu (72) biće povezana sa tim partikularnim rješenjima pomoću linearne relacije

$$\psi(t) = \sum_j C_j\, e^{-\frac{i}{\hbar}E_j t}\,\psi_j \tag{73}$$

I zaista zamjenom (73) u (72) imajući u vidu da su C_j konstantni koeficijenti a ψ_j da zadovoljava jednačinu

$$\nabla^2 \psi_j + \frac{2m_0}{\hbar^2}(E_j - V)\psi_j = 0 \tag{74}$$

Lako se uvjeriti da je $\psi(t)$ opšte rješenje jednačine (72) jer je

$$\left(-\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\hbar^2}{2m_0}\nabla^2-V\right)\psi(t)=\sum_j C_j\, e^{-\frac{i}{\hbar}E_j t}\left(E_j+\frac{\hbar^2}{2m_0}\nabla^2-V\right)\psi_j=0$$

Slučaj monohromatičnog talasa je specijalan slučaj opšteg rješenja (73) zato moramo (73) staviti $C_{jo} = 1$ $C_j = 0$ ako je $j \neq j_o$.
Kao što je već navedeno rješenje nestacionarne Schrödingerove jednačine može se u opštem slučaju prikazati u obliku:

$$\psi(t)=\sum_j C_j\psi_j\, e^{-\frac{i}{\hbar}E_j t}=\sum_j C_j(t)\,\psi_j \qquad (75)$$

gdje je u koeficijentu $C_j(t)$ koji karakteriše vjerovatnoću da se čestica nalazi u stanju j uključen takođe i vremenski dio talasne funkcije.

$$C_j(t)=C_j\, e^{-\frac{i}{\hbar}E_j t}$$

Ovdje veličine E_j predstavljaju svojstvene vrijednosti energije, a svojstvene funkcije ψ_j stacionarne Schrödingerove jednačine zadovoljavaju uslov ortonormiranja

$$\int \psi_{j'}^*\psi_j\, d^3x=\delta_{jj'} \qquad (76)$$

Pri prelasku sa klasičnih veličina na kvantne neophodno je koordinatu x i inpuls p_x i druge veličine zamijeniti srednjim vrijednostima.

$$\bar{x}=\int\psi^*(t)\,x\,\psi(t)\,d^3x$$
$$\bar{p}_x=\int\psi^*(t)\,p_x\,\psi(t)\,d^3x \qquad (77)$$

Promjenom tih srednjih vrijednosti u toku vremena ne treba karakterisati klasičnim Poissonovim zagradama koje se u tom slučaju poklapaju sa kanonskim Hamiltonovim jednačinama.

$$\frac{\partial x_{kl}}{\partial t}=\frac{\partial H}{\partial p_{kl}} \qquad (78)$$

nego kvantnim Poissonovim zagradama

$$\dot{\bar{x}}=\frac{i}{\hbar}\overline{(Hx-xH)} \qquad (79)$$

Ovdje operator Hamiltonove funkcije iznosi:

$$H=\frac{p^2}{2m_0}+V(x)$$

Kvantna jednačina kretanja (79) može se tretirati kao jednačina pomoću koje se vrši proces kvantovanja. To kvantovanje možemo nazvati prvim (privremenim) kvantovanjem. Da bi se $\bar{p}$ i $\bar{x}$ povezali običnom relacijom

$$\dot{\bar{x}}=\frac{\bar{p}_x}{m_0} \qquad (80)$$

mora se smatrati da u (79) operatori p i x nisu komutativni međusobno i da ispunjavaju slijedeći uslov ne komutativnosti:

$$px - xp = \frac{\hbar}{i} \tag{81}$$

Na taj način relacija (81), koja pokazuje oblik međusobne nekomutativnosti operatora p i x, a koja je istodobno i osnov Schrödingerove teorije, može se smatrati kao posledica kvantne jednačine kretanja (79), a prelaz sa klasične jednačine kretanja na talasnu Schrödingerovu jednačinu pokazuje prelaz sa korpuskularnih prikazivanja na talasna. Da bi se uzela u obzir korpuskularna svojstva de Broglijevih talasa bilo je neophodno uvesti niz dopunskih hipoteza, naprimer hipotezu o probabilističkom karakteru ψ - talasa, a takođe i o tome da koeficijenti $|C_j|^2$ moraju karakterisati vjerovatnoću nalaženja elektrona u stanju j itd. Proces sekundarnog kvantovanja, pak, omogućava da se sasvim automatski u talasnoj jednačini uzmu u obzir ne samo talasna, nego i korpuskularna svojstva čestica. Postanak termina "sekundarno kvantovanje" povezan je sa činjenicom što se u tom slučaju podvrgava kvantovanju sama talasna jednačina, koja je već dobivena kao rezultat prvog kvantovanja. Važno je napomenuti da usljed sekundarnog kvantovanja ulogu operatora (q- brojeva) dobija koeficijenti C_j, koji su u Schrödingerovoj teoriji faktički bili obične konstantne veličine (C - brojevi). Da bi se izvršilo sekundarno kvantovanje prije svega neophodno je da se nađe srednja vrijednost operatora energije.

$$\overline{H} = \int \psi^*(t)\, H\, \psi(t)\, d^3x \tag{82}$$

Poslije zamjene $\psi(t)$ izrazom (75) i kada se uzme u obzir da je $H\psi_j = E_j\psi_j$ nalazimo da je

$$\overline{H} = \sum_{jj'} E_j\, C_{j'}^*(t)\, C_j(t) \int \psi_{j'}^*\, \psi_j\, d^3x$$

Imajući u vidu ortonormiranost (76) odavde dobivamo:

$$\overline{H} = \sum_j E_j\, C_j^*(t)\, C_j(t) \tag{83}$$

Treba napomenuti da ovaj posljednji izraz ne zavisi od t jer se iz relacije

$$C_j(t) = C_j\, e^{-\frac{i}{\hbar}E_j t} \qquad C_j^*(t) = C_j^*\, e^{\frac{i}{\hbar}E_j t} \tag{84}$$

vidi da u proizvodu $C_j^*(t)\, C_j(t)$ vremenski faktor jednostavno postaje jednak jedinici $C_j^*(t)\,C_j(t) = C_j^* C_j$

Izraz (84) u Schrödingerovoj teoriji ne predstavlja operator jer su koeficijenti C_j obični brojevi, ili kako se kaže C - brojevi. U teoriji sekundarnog kvantovanja treba te veličine a zajedno sa njima i Hamiltonijan (83) posmatrati kao opreratore tj. kao q - brojeve. Za nalaženje komutacione relacije za koeficijente C_j potrebno je da se u kvantnu jednačinu kretanja (79) umjesto x i p stavi $C_j(t)$ i $C_j^*(t)$, a umjesto operatora H njegova srednja vrijednost $\bar{H}$ tj.

$$\frac{\partial C_{j'}(t)}{\partial t} = \frac{i}{\hbar}\left[\bar{H}\,C_{j'}(t) - C_{j'}(t)\,\bar{H}\right] \tag{85}$$

Uzimajući tada u obzir da je prema (84)

$$\dot{C}_{j'}(t) = -\frac{i}{\hbar}E_{j'}\cdot C_{j'}\cdot e^{-\frac{i}{\hbar}E_{j'}\cdot t} \tag{86}$$

nalazimo iz (85) sljedeću relaciju koja predstavlja osnov (ili tačnije postulat) sekundarnog kvantovanja:

$$-E_{j'}\cdot C_{j'} = \bar{H}\,C_{j'} - C_{j'}\cdot\bar{H} \tag{87}$$

Kad se ovdje vrijednost za $\bar{H}$ zamijeni iz (83) dobiće se:

$$-E_{j'}\cdot C_{j'} = \sum_j E_j\,(C_j^* C_j C_{j'} - C_{j'}\cdot C_j^* C_j) \tag{88}$$

Ova jednačina ima dva rješenja, koja odgovaraju dvjema mogućim statistikama Boseovoj statistici i Fermijevoj statistici. Prvo rješenje ima oblik

$$C_j\cdot C_{j'} - C_{j'} C_j = 0$$
$$C_{j'}\cdot C_j^* - C_j^* C_{j'} = \delta_{jj'} \tag{89}$$

U to se lako uvjeriti jer zamjenom izraza

$$C_j C_{j'} = C_{j'}\cdot C_j$$
$$C_{j'}\cdot C_j^* = C_j^* C_{j'} + \delta_{jj'} \tag{9o}$$

respektivno u prvom i drugom članu, koji se nalaze u zagradama desne strane jednačine (88) dobivamo identičnost

$$-E_{j'}\cdot C_{j'} = -\sum_j E_j C_j\,\delta_{jj'}$$

Iz relacije (89) sleduje da su koeficijenti C_j i C_j^* operatori. Ako se stavi $C_j^* C_j = N$ (91)

gdje je N broj čestica u stanju j onda se iz relacije (89) nalazi da je

$$C_j C_j^* = 1 + N$$

Odavde specijalno sleduje da ovi operatori ne postaju jednaki nuli čak ni u slučaju kad čestica nema. I zaista ako u početnom trenutku čestica nema onda uslov $C_j\, C_j^* = 1$ pokazuje da se čestica u početku može pojaviti (zahvaljujući dejstvu operatora C_j^*), a zatim se, pak, apsorbovati (zahvaljujući dejstvu operatora C_j). Uslov $C_j^*\, C_j = 0$ pokazuje da u odsustvu čestica ne može postojati obrnut proces, kada bi naime, čestica bila najprije apsorbovana, a zatim emitovana. U rješenjima (91) i (92) veličina N mora biti cio i pozitivan broj. Ono nije ograničena nikakvom maksimalnom veličinom. Prema tome takve komutacione relacije odgovaraju Boseovoj statistici, kada se u ma kojem stanju može nalaziti proizvoljan broj čestica. Drugo rješenje jednačine (88) može se predstaviti u obliku:

$$C_{j'} C_j + C_j C_{j'} = 0$$
$$C_{j'}^* C_j + C_j C_{j'}^* = \delta_{jj'} \qquad (93)$$

U to se lako uvjeriti neposrednom zamjenom (93) u (88). Ako se pri tom stavi

$$C_j^* C_j = N$$

onda će biti

$$C_j C_j^* = 1 - N$$

Imajući u vidu da $C_j^*\, C_j$ i $C_j\, C_j^*$ ne mogu biti negativne veličine, nalazimo da broj čestica u stanju j može imati samo dvije vrijednosti N = 0 i N = 1. Dakle u tom rješenju je uzet u obzir Paulijev princip, tj. ono odgovara Fermijevoj statistici. Specijalno u početnom trenutku kad čestica nema (N = 0) onda će isto kao i u slučaju Boseove statistike kvadratne kombinacije amplituda iznositi:

$$C_j^* C_j = 0 \quad C_j\, C_j^* = 1$$

Na taj način sekundarno kvantovanje opisuje stanje sa promjenljivim (cijelim) brojem čestica. Dakle elektroni moraju biti slični sa fotonima ne samo po tome što se njihovo kretanje opisuje pomoću talasne jednačine, nego još i po tome što se elektroni, isto kao i fotoni mogu rađati (nastajati) i biti apsorbovani (nestajati). Budući da proces nastajanja i apsorbovanja elektrona nastaje pri energiji, koja je veća od sopstvene energije elektrona više nego dva puta (jer elektron uvijek nastaje zajedno sa pozitronom) sekundarno kvantovanje nerelativističke Schödingerove jednačine ima čisto metodski karakter. Za posmatranje realnih talasnih procesa sa mogućim rađanjem ili anihiliranjem čestica potrebno je generalisati ta pravila sekundarnog kvantovanja za relativističke jednačine i to u prvom redu za talasnu jednačinu za fotone (Maxvelove jednačine) i za relativističku talasnu jednačinu za elektrone i pozitrone, (Dirakova jednačina)

§ 2 KVANTOVANJE MAXVELOVIH JEDNAČINA

Kao što je poznato fotonsko polje se opisuje vektor - potencijalom, koji zadovoljava D' Alamberovo jednačinu

$$\nabla^2\vec{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2} = 0 \tag{94}$$

Taj potencijal treba da ispunjava uslov transvezalnosti

$$\operatorname{div}\vec{A} = 0$$

Rješenje jednačine (94) sa uračunavanjem toga da je vektor potencijal $\vec{A}$ realan, može mo prikazati u sljedećem obliku:

$$\vec{A} = \frac{1}{L^{3/2}}\sum_{\varkappa}\sqrt{\frac{2\pi c\hbar}{\varkappa}}\left(\vec{a}e^{-ic\varkappa t + i\vec{\varkappa}\cdot\vec{r}} + \vec{a}^* e^{ic\varkappa t - i\vec{\varkappa}\cdot\vec{r}}\right) \tag{95}$$

gdje je $\varkappa = |\vec{\varkappa}|$ $\quad \varkappa_i = \frac{2\pi}{L}n_i$ $\quad (n_i = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \cdots)$

Uslov transvezalnosti odgovara činjenici da vektor $\vec{a}$ bude normalan na vektoru $\vec{\varkappa}$, tj.

$$\vec{\varkappa}\vec{a} = 0 \tag{96}$$

Koeficijent normiranja $\frac{1}{L^{3/2}}\sqrt{\frac{2\pi c\hbar}{\varkappa}}$ određen je iz uslova da energija polja

$$\bar{H} = \frac{1}{8\pi}\int[(\vec{E})^2 + (\vec{H})^2]d^3x = \frac{1}{8\pi}\int\left\{\left(\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}\right)^2 + (\operatorname{rot}\vec{A})^2\right\}d^3x =$$
$$= \sum_{\varkappa}\frac{c\hbar\varkappa}{2}\left[(\vec{a}^*\cdot\vec{a}) + (\vec{a}\cdot\vec{a}^*)\right] \tag{97}$$

bude jednaka sumi proizvoda energije $c\varkappa\hbar$ pojedinih čestica i odgovarajućih kvadrata amplituda. Kako je Hamiltonijan proporcionalan kombinacijama koeficijenata oblika ($\bar{a}a^* + \bar{a}a^*$ mjesto $\bar{C}C + CC^*$) onda kvantna jednačina kretanja (87) dozvoljava za fotonsko polje samo rješenje, koje odgovara Boseovoj statistici (Kad bi u Hamiltonijan te amplitude ušle u kombinaciju $C^*C - C\,C^*$, onda bi obrnuto za odgovarajuće amplitude važila samo Fermijeva statistika. U to se lako uvjeriti ako se u Hamiltonijan stave respektivno rješenja za Boseovu (89) i za Fermijevu (93) statistiku. Osim toga uzimajući u obzir još i transverzalnost fotonskog polja nalazimo komutacione relacije

$$a_i a_{i'}^* - a_{i'}^* a_i = A_{ii'} = \delta_{ii'} - \frac{\varkappa_i\varkappa_{i'}}{\varkappa^2} \tag{98}$$

gdje je $i, i' = 1, 2, 3$, a amplitude a_i, a_i^* se odnose na jedan te isti vektor $\vec{\varkappa}$ koji igra ulogu kvantnog broja j.

Koeficijent $A_{ii'}$ izražava transverzalnost fotonskog polja.

$$\varkappa_i A_{ii'} = \varkappa_{i'} A_{ii'} = 0 \tag{99}$$

Posebno ako u početnom trenutku nema fotona onda će biti različita od nule samo sljedeća bilinearna kombinacija koja je sastavljena od amplituda:

$$a_i a_{i'}^{*} = \delta_{ii'} - \frac{\varkappa_i \varkappa_{i'}}{\varkappa^2} \tag{1oo}$$

Ranije smo našli Einsteinove koeficijente A za spontano zračenje, pri čemu je iskorišten metod kvantnih prelaza uzimajući polje kao perturbaciju. Pri takvom posmatranju ostali su neobjašnjeni uslovi koji primoravaju elektron da pređe sa višeg nivoa na niži. Kvantna elektrodinamika (takav naziv je dobila teorija elektromagnetnog polja sa sekundarnim kvantovanjem) daje objašnjenje te pojave kao prelaza koji su izazvani uzajamnim dejstvom elektrona sa poljem vakuumskih (još ne nastalih) fotona. Odista kao što se vidi iz (1oo) postoje takve kvadratne kombinacije kvantovanih amplituda elektromagnetnog polja, koje će biti različite od nule čak i u odsustvu realnih fotona. Nestacionarna Schrödingerova jednačina sa uračunavanjem sekundarnog fotonskog polja može se predstaviti u obliku

$$\left[-\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial t} - V - \frac{1}{2m_0}\left(\vec{p} - \frac{e}{c}\vec{A}\right)\right]\psi = 0 \tag{1o1}$$

Kada se odbace male veličine drugoga reda, koje su proporcionalne sa A^2 i uzimajući u obzir uslov transverzalnosti elektromagnetnih talasa;

$$(\vec{p}\cdot\vec{A})\psi = (\vec{A}\cdot\vec{p})\psi \tag{1o2}$$

jer je

$$\nabla\vec{A} = \operatorname{div}\vec{A} = 0$$

Onda se jednačina (1o1) može dovesti na oblik:

$$\left[-\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial t} - H^{\circ} - V'(t)\right]\psi = 0 \tag{1o3}$$

Ovdje neperturbovani Hamiltonijan $H^{\circ} = V + \frac{1}{2m_0}p^2$ ne zavisi od vremena, a operator energije perturbacije ima oblik:

$$V'(t) = -\frac{e}{cm_0}\left(\vec{A}(t)\cdot\vec{p}\right) \tag{1o4}$$

Dozvolimo da se u početnom trenutku elektron nalazi u stanju i. Onda pod uticajem vakuumskih fotona (uzimajući u obzir komutacione relacije (1oo) u izrazu za vektor potencijal $\vec{A}$ u slučaju odsutnosti fotona treba ostaviti samo amplitude koje su proporcionalne sa $\vec{a}^{*}$ tj. samo operatore nastajanja čestica).*)

$$V'(t) = -\frac{e}{cm_0}(\vec{A}\cdot\vec{p}) = -\frac{e}{L^{3/2}cm_0}\sum_{\varkappa}\sqrt{\frac{2\pi c\hbar}{\varkappa}}\, e^{i\omega t - i\vec{\varkappa}\vec{r}}\,\vec{a}^{*}\cdot\vec{p} \tag{1o5}$$

elektron može preći u stanje j. Za koeficijent C_j (t) koji karakteriše taj prelazak, nalazimo shodno

$$C_j(t) = -\frac{i}{\hbar}\int_{t_0}^{t} e^{it\omega_{ji}}\, V_{ji}(t)\, dt \tag{1o6}$$

$$C_j(t) = \frac{ie}{L^{3/2} m_0}\sum_{\varkappa}\sqrt{\frac{2\pi}{c\hbar\varkappa}}\;\frac{1-e^{it(\omega_{ij}-\omega)}}{i(\omega_{ij}-\omega)}\,(\vec{a}^{*}\cdot\vec{p}_{ji}) \tag{1o7}$$

gdje je matrični elemenat

$$\vec{p}_{ji} = \int \psi_j^{*}\, e^{-i\vec{\varkappa}\cdot\vec{r}}\,\vec{p}\,\psi_i\, d^3x \tag{1o8}$$

a $\omega = c\varkappa$ frekvencija emitovanih fotona. Veličina $\vec{\varkappa}\vec{r} \sim \frac{r}{\lambda}$ je mala jer je talasna dužina emitovanih svjetlosnih talasa $\lambda \sim 10^{-5}$ cm a dimenzija atoma $r \sim 10^{-8}$ cm. Prema tome u prvoj aproksimaciji u formuli (1o8) treba eksponencionalni faktor

$$e^{-i\vec{\varkappa}\cdot\vec{r}} = 1 - i\vec{\varkappa}\cdot\vec{r} + \dots \tag{1o9}$$

uzeti da je jednak jedinici. Takvi prelazi se nazivaju dipolni (uzimajući drugi član imamo kvadripolni itd.). Vjerovatnoća spontanog prelaska sa nivoa i na nivo j u tom slučaju iznosiće

$$A_{ij} = \frac{\partial}{\partial t} C_j^{*}(t) C_j(t) = \frac{e^2}{L^3 m_0^2}\sum_{\varkappa}\frac{2\pi}{\hbar\omega}\, 2\,\frac{\sin t(\omega_{ij}-\omega)}{\omega_{ij}-\omega}\,(\vec{a}\cdot\vec{p}_{ji}^{\,*})(\vec{a}^{*}\cdot\vec{p}_{ji}) \tag{11o}$$

Ovdje je umjesto dvije sume po talasnim brojevima amplituda a ostavljena samo jedna, jer su različite od nule samo ovakve kombinacije amplituda, a i a^{*}

$$a_i a_{i'}^{*} = \delta_{ii'} - \frac{\varkappa_i \varkappa_{i'}}{\varkappa^2}$$

koje se odnose na jedan te isti impuls $\vec{\varkappa}$. Uzimajući u obzir ove komutacione relacije nalazimo

$$(\vec{a}\cdot\vec{p}_{ji}^{\,*})(\vec{a}^{*}\cdot\vec{p}_{ji}) = \left|[\vec{\varkappa}\circ\vec{p}_{ji}]\right|^2$$

Predimo dalje u jednačinu (11o) od sume po $\varkappa$ na integral

$$\frac{1}{L^3}\sum_{\varkappa} \rightarrow \frac{1}{8\pi^3}\int d^3\varkappa = \frac{1}{8\pi^3 c^3}\int \omega^2\, d\omega\, d\Omega \tag{111}$$

i uzmimo u obzir da je za dovoljno velike vrijednosti vremena t prema osobinama δ- funkcija.

---

* А А СОКОЛОВ

ВВЕДЕНИЕ В КВАНТОВУЮ ЕЛЕКТРОДИНАМИКУ

$$\frac{1}{\pi}\frac{\sin t(\omega-\omega_{ij})}{\omega-\omega_{ij}}=\delta(\omega-\omega_{ij}) \tag{112}$$

Ova relacija pri spontanom prelasku dovodi na zakon održanja energije

$$\omega=\omega_{ij}=\frac{E_i-E_j}{\hbar} \tag{113}$$

jer iz (113) izlazi da je energija emitovanog fotona $\hbar\omega$ jednaka energiji, koju gubi atom ($E_i - E_j$). Onda za vjerovatnoću spontanog zračenja nalazimo izraz

$$A_{ij}=\frac{e^2\omega_{ij}|p_{ij}|^2}{2\pi\hbar c^3 m_0^2}\oint \sin^2\theta\, d\Omega$$

Izračunavajući ovaj integral i uzimajući u obzir da je $\vec{p}_{ji} = -im_0\omega_{ij}\vec{r}_{ji}$ nalazimo za vjerovatnoću spontanog zračenja sljedeći izraz:

$$A_{ij}=\frac{4}{3}\frac{e^2\omega_{ij}^3}{\hbar c^3}|\vec{r}_{ij}|^2 \qquad |\vec{r}_{ij}|^2=|x_{ij}|^2+|y_{ij}|^2+|z_{ij}|^2$$

Kako je $\vec{D} = e\vec{r}$ slijedi:

$$A_{ij}=\frac{4}{3}\frac{\omega_{ij}^3}{\hbar c^3}|\vec{D}_{ij}|^2 \tag{114}$$

koji smo dobili pomoću teorije perturbacija. Dalje iz veze među Einsteinovim koeficijentima nalazi se B_{ij} i B_{ji}.

IV. OSNOVI TEORIJE VIŠE ELEKTRONSKIH ATOMA SA URAČUNAVANJEM STANJA-SPINA

§ 1. SELEKCIONA PRAVILA

Za rješenje zadatka zračenja nije potrebno samo odrediti vjerovatnoću prelaza s jednog nivoa na drugi nego treba znati da li su ti prelazi dozvoljeni. To upravo daju takozvana pravila selekcije. Da bi smo našli ta pravila posmatraćemo prelaze izmedju dva kvantna nivoa. Najprije ćemo naći intenzitet zračenja na osnovu vjerovatnoće A_{ij} (II § 1).
Kako je pri svakom prelazu izračena energija $\hbar\omega_{ij} = E_i - E_j$ srednja energija izračena u jednoj sekundi (označimo je sa $d(\frac{dE}{dt})$ u prostornom uglu $d\Omega$. Prema (64) je:[9]

$$d\left(\frac{dE}{dt}\right) = dW^{spon}\hbar\omega_{ij} = \frac{\omega_{ij}^4}{2\pi c^3}\left|\vec{D}_{ij}\right|^2 \sin^2\theta_{ij}\, d\Omega \tag{115}$$

a ukupno zračenje u jednoj sekundi dobije se integralenjem po Ω dakle:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{4\omega_{ij}^4}{3c^3}\left|\vec{D}_{ij}\right|^2 \tag{116}$$

Raspodjela zračenja energije po uglovima, kao i ukupna energija (115,116) izračena u jednoj sekundi, podudara se sa odgovarajućim formulama za klasični oscilator, koji posjeduje sopstvenu frekvenciju $\omega_0 = \omega_{ij}$ i srednjim električnim momentom

$$\overline{|\vec{D}_{kl}|^2} = 2\,|\vec{D}_{ij}|^2$$

Da bi smo dobili intenzitet zračenja potrebno je (116) pomnožiti sa brojem atoma N_i koji se nalaze u pobudjenom stanju (i). U opštem slučaju ne precizirajući broj atoma N_i moguće je napisati intenzitet I_{ij} izračene frekvencije ω_{ij}, izazvanog prelazom iz stanja i u stanje j. Dakle:

$$I_{ij} = N_i\frac{4\omega_{ij}^4}{3c^3}\left|\vec{D}_{ij}\right|^2 \tag{117}$$

gdje je

$$|\vec{D}_{ij}|^2 = e^2|\vec{r}_{ji}|^2 = e^2\left[|x_{ij}|^2 + |y_{ij}|^2 + |z_{ij}|^2\right]$$

Iz posljednje formule se vidi da će intenzitet zračenja biti različit od nule samo pri takvim prelazima, za koje je makar jedan od matričnih elemenata x_{ij}, y_{ij}, ili z_{ij} različit od nule.

Ograničit ćemo se na izučavanje samo onih matričnih elemenata, pomoću kojih se mogu uspostaviti tzv. pravila selekcije tj. uspostaviti takve promjene kvantnih brojeva, za koje je prelaz dozvoljen. Kad se znaju pravila selekcije, onda se može odgovoriti na pitanje koje su frekvencije zračenja moguće. Ako su pri datoj promjeni kvantnog broja matrični elementi jednaki nuli, onda zračenja neće biti, a za prelaze se kaže da su zabranjeni. U datom slučaju izraz zabranjeni prelazi se odnose na tzv. dipolne prelaze, koji su proporcionalni matričnim elemntima: [8]

$$\vec{r}_{ij} = \int \psi_i^* r \, \psi_j \, d^3x \tag{118}$$

Međutim, uporedo sa dipolnim mogući su i kvadripolni prelazi i prelazi sa visokim multiplicitetom kao i magnetični prelazi različitog multipliciteta. Intenzitet poslednjih ispostavlja se da je mnogo puta manji od intenziteta dozvoljenih dipolnih prelaza. Da bi izračunali matrične elemente (mjesto indeksa i j pisaćemo n'n)

$$x_{n'n} = \int \psi_{n'}^* \, x \, \psi_n \, dx \tag{119}$$

gdje se ψ_n određuje kao : $\psi_n = C_n e^{-\frac{\xi^2}{2}} H_n(\xi)$ $\quad \xi = x\sqrt{\beta}$ $\quad \beta = \frac{m_0\omega}{\hbar}$

Prethodno ćemo izvesti jednu rekurentnu relaciju među Hermitovim polinomima. (Hermitovi polinomi $H_n(\xi)$) mogu se napisati u opštem obliku:

$$H_n(\xi) = (-1)^n e^{\xi^2} \frac{d^n e^{-\xi^2}}{d\xi^n}$$

i zadovoljava jednačinu:

$$H_n'' - 2\xi H_n' + 2nH_n = 0$$

$$H_n'(\xi) = 2n\left[(2\xi)^{n-1} - \frac{(n-1)(n-2)}{1!}(2\xi)^{n-3} + \cdots\right] = 2nH_{n-1}(\xi)$$

odakle sleduje:

$$H_n''(\xi) = 2nH_{n-1}'(\xi)$$

zatim zamjenom u jednačinu

$$H_n'' - 2\, H_n' + 2n\, H_n = 0$$

i uzimajući $n \to n' + 1$ nalazimo rekurentnu formulu među Hermitovim polinomima

$$\xi H_{n'}(\xi) = n' H_{n'-1}(\xi) + \frac{1}{2} H_{n'+1}(\xi) \tag{120}$$

Koristeći ovu relaciju možemo matrični elemenat dovesti u sljedeći oblik:

$$x_{n'n} = X_0^2 C_n C_{n'} \Big\{ \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\xi^2} H_{n'+1}(\xi) H_n(\xi) d\xi + n' \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\xi^2} H_{n'-1}(\xi) H_n(\xi) d\xi$$

Vraćajući se obrnuto na talasne funkcije ψ dobićemo:

$$X_{n'n} = X_0 \left\{ \frac{1}{2} \frac{C_{n'}}{C_{n'+1}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi_{n'+1} \psi_n \, dx + n' \frac{C_{n'}}{C_{n'-1}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi_{n'-1} \psi_n \, dx \right.$$

Odavde uzimajući u obzir da su funkcije ψ_n ortonormirane nalazimo:

$$X_{n'n} = X_0 \left\{ \frac{1}{2} \frac{C_{n-1}}{C_n} \delta_{n'+1,n} + (n+1) \frac{C_{n+1}}{C_n} \delta_{n'-1,n} \right\}$$

Iz ovog izlazi da će biti različiti od nule samo oni matrični elementi za koje je $n' = n - 1$ ili $n' = n + 1$ tj. pravila selekcije za kvantni broj n odredivaće se prema formuli:

$$\Delta n = n - n' = \pm 1 \qquad (121)$$

koja pokazuju mogućnost prelaza samo medjusjednim niveima. Da bi našli selekciona pravila za magnetni m i orbitni l kvantni broj napišimo matrični elemenat u nešto drugačijem obliku:

$$(\vec{r})_{lm}^{l'm'} = \int (Y_{l'}^{m'})^* \vec{r} \, Y_l^m \, d\Omega \qquad (122)$$

Gdje je Y sferna funkcija i to kao svojstvena funkcija kvadrata momenta količine kretanja. Stavimo u (122) umjesto koordinata x y z sljedeće promjenljive: (prelaz na koordinate jediničnog tenzora)

$$\begin{aligned} z &= a \cos\theta \\ \xi &= x + iy = a \sin\theta \, e^{i\varphi} \\ \eta &= x - iy = a \sin\theta \, e^{-i\varphi} \end{aligned} \qquad (123)$$

Odredivanje pravila selekcije sa novim promjenljivim svodi se na izračunavanje sljedećih matričnih elemenata:

$$\begin{aligned} (z)_{lm}^{l'm'} &= \int (Y_{l'}^{m'})^* \cos\theta \, Y_l^m \, d\Omega \\ (\xi)_{lm}^{l'm'} &= \int (Y_{l'}^{m'})^* \sin\theta \, e^{i\varphi} Y_l^m \, d\Omega \\ (\eta)_{lm}^{l'm'} &= \int (Y_{l'}^{m'})^* \sin\theta \, e^{-i\varphi} Y_l^m \, d\Omega \end{aligned} \qquad (124)$$

gdje je zbog jednostavnosti stavljeno a = 1. Uzimajući u obzir rekorentne relacije medu sfernim funkcijama

$$\begin{aligned} \cos\theta \, Y_l^m &= A Y_{l+1}^m + B Y_{l-1}^m \\ \sin\theta \, e^{\pm i\varphi} Y_l^m &= A_\pm Y_{l+1}^{m\pm 1} + B_\pm Y_{l-1}^{m\pm 1} \end{aligned} \qquad (125)$$

(gdje su A i B koeficijenti a nalaze se iz formule (126) u koju se uvrštava formula (125).

$$P_l^m = \frac{(2l)!}{2^l l! (l-m)} (1-x^2)^{\frac{m}{2}} \left[x^{l-m} - \frac{(l-m)(l-m-1)}{22(l-1)} x^{l-m-2} + \cdots \right]$$

(126)

tj. $A(lm) = \sqrt{\frac{(l+1-m)(l+1+m)}{(2l+1)(2l+3)}}$ $\qquad B(lm) = \sqrt{\frac{(l+m)(l-m)}{(2l+1)(2l-1)}}$

Analogno nalazimo za $A_{\pm}(l,m)$ i $B_{\pm}(l,m)$ stavljajući svugdje $\pm m$) a takođe i uslov ortonormiranja za sferne funkcije

$$\int (Y_{l'}^{m'})^* Y_l^m d\Omega = \delta_{l'l}$$

imaćemo:

$$(Z)_{lm}^{l'm'} = const. \delta_{m';m} \delta_{l',\pm 1}$$

$$(\xi)_{lm}^{l'm'} = const. \delta_{m';m+1} \delta_{l';l\pm 1}$$

$$(\eta)_{lm}^{l'm'} = const. \delta_{m';m-1} \delta_{l';l\pm 1}$$

Odatle se dobijaju sljedeća pravila selekcije:

$$\Delta m = \pm 1,\ 0$$

$$\Delta l = \pm 1$$

Kad znamo pravila selekcije moguće je naći frekvenciju zračenja (apsorpcija)

$$\omega_{ll'} = 2\pi \nu_{ll'} = \frac{E_l - E_{l'}}{\hbar}$$

8 ELEMENTARNA TEORIJA OSNOVNOG STANJA ATOMA He I POBUĐENIH STANJA PARA-I ORTOHELIJUM [41]

Ispitaćemo energetska stanja sistema koji se sastoji iz dva elektrona, koji se kreću u Kulonovom polju naelektrisanja jezgra Ze. Takav sistem odnosi se na atom He, koji ima dva elektrona i jezgro s naelektrisanjem Z = 2. Zanemarujući spin-orbitalno uzajamno dejstvo, moguće je napisati Hamiltonov operator sistema kao:

$$H = H_0(1,2) + V_{1,2} \tag{127}$$

gdje

$$H_0(1,2) = -\frac{\hbar^2}{2m}(\nabla_1^2 + \nabla_2^2) - Ze\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) \tag{127a}$$

- Hamiltonov operator dva elektrona u Kolonovom polju jezgra sa $V_{1,2} = \frac{e^2}{r_{1,2}}$

U nultoj aproksimaciji (kad ne uzimamo uzajamno dejstvo među elektronima) zadatak za oba elektrona svodi se na razmatranje zadatka o kretanju elektrona u Kolonovom polju $-\frac{Ze^2}{r}$. Energija svakog elektrona u tom slučaju određuje se formulom:

$$E_n = -\frac{Z^2 e^2}{2an^2}$$

gdje je $a = \frac{\hbar^2}{m_0 e}$ - Borovski radijus, n - glavni kvantni broj.

Osnovno stanje sistema u nultoj aproksimaciji odgovara stanju u kojem oba elektrona se nalaze u 1s stanju.

Energija tog stanja je: $E_0 = 2E_1 = -\frac{Z^2e^2}{a}$ (128)

a talasna funkcija

$$\psi_0 = \varphi_{1s}(1)\,\varphi_{1s}(2) = \frac{1}{\pi}\left(\frac{Z}{a}\right)^3 \exp\left[-\frac{Z}{a}(r_1+r_2)\right] \quad (129)$$

Talasna funkcija je simetrična u odnosu na permutacije koordinata čestica. Da bi dobili anti simetričnu funkciju treba pomnožiti (129) anti simetričnom spinskom funkcijom dvije čestice $\chi_a(1,2)$. U prvoj aproksimaciji teorije perturbacija energija osnovnog stanja sistema je:

$$E = E_0 + Q \quad (130)$$

gdje je:

$$Q = \int \varphi_{1s}^2(1)\,\frac{e^2}{r_{12}}\,\varphi_{1s}^2(2)\,d\tau_1\,d\tau_2 \quad (131)$$

Srednja vrijednost energije Kulonovskog uzajamnog dejstva dva elektrona u stanjima (129). Kad se integrira izraz (131) dobije se izraz za srednju vrijednost energije uzajamnog dejstva elektrona

$$Q = \frac{5Ze^2}{8a} \quad (132)$$

Stavljajući (132) i (128) u (130) nalazimo energiju osnovnog stanja sistema u prvoj aproksimaciji teorije perturbacija.

$$E = -\frac{Z\,e^2}{a}\left(Z - \frac{5}{8}\right) \quad (133)$$

U nultoj aproksimaciji u osnovnom stanju atoma He dva elektrona nalaze se u 1s stanju. To stanje se kratko piše kao $(1s)^2$. U zagradi je prikazano elektronsko stanje, a stepen pokazatelj pokazuje broj elektrona u tom stanju. Takvo označavanje stanja naziva se elektronska konfiguracija. Prvom pobuđenom stanju atoma He će odgovarati elektronska konfiguracija $(1s)^1(2s)^1$ Talasna funkcija te konfiguracije može se napisati u obliku:

$$\Phi_s = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\varphi_{1s}(1)\,\varphi_{2s}(2) + \varphi_{1s}(2)\,\varphi_{2s}(1)\right]$$

$$\Phi_a = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\varphi_{1s}(1)\,\varphi_{2s}(2) - \varphi_{1s}(2)\,\varphi_{2s}(1)\right] \quad (134)$$

Talasna funkcija Φ_s treba da odgovara spinskom stanju s anti-paralelnim spinovima (spin je 0), a talasna funkcija Φ_a stanja sa ~~anti~~-paralelnim spinovima (zajednički spin 1). Stanja sa anti-paralelnim spinovima su para stanja. Stanja u kojima elektroni imaju paralelni spin nazivaju se orto-stanjima. U nultoj aproksimaciji para-i orto-stanja Φ_s i Φ_a konfiguracije $(1s)^1(2s)^1$ imaju jednaku energiju.

Međutim, ako uzmemo uzajamno dejstvo među elektronima, to je energija tih stanja različita. Eenergija para-stanja Φ_s je nešto veća od energije orto-stanja Φ_a. Iz oblika funkcije (134) slijedi da funkcija Φ_a je jednaka nuli, a funkcija Φ_s ima najveća vrijednost kad se koordinate oba elektrona podudaraju. Usljed toga u stanju Φ_a elektroni se nalaze dalje jedan od drugog nego u stanju Φ_s. Zato je Kulonovsko odbijanje među elektronima manje u stanju Φ_a nego u stanju Φ_s. Za dobijanje energije orto- i para-stanja (134) u prvoj aproksimaciji teorije perturbacija dovoljno je izračunati srednju vrijednost Hamiltonova operatora (127) u tim stanjima. Uzimajući da su φ_{1s} i φ_{2s} funkcije i respektivno energije E_1 i E_2 dobijamo energiju para-stanja:

$$E_s = \int \Phi_s H \Phi_s d\tau = E_{1s} + E_{2s} + Q + A \tag{135}$$

i energija orto-stanja:

$$E_a = \int \Phi_a H \Phi_a d\tau = E_{1s} + E_{2s} + Q - A \tag{136}$$

gdje je

$$Q = \int \varphi_{1s}^2(1) \varphi_{2s}^2(2) \frac{e^2}{r_{12}} d\tau_1 d\tau_2 \tag{137}$$

$$A = \int \varphi_{1s}(1) \varphi_{2s}(2) \frac{e^2}{r_{12}} \varphi_{1s}(2) \varphi_{2s}(1) d\tau_1 d\tau_2 \tag{138}$$

Integral Q obično se naziva Kulonovski integral. On određuje srednju vrijednost Kulonovske energije uzajamnog dejstva elektrona bez uzimanja korelacija kretanja elektrona, uslovljena simetrijom funkcije. Integral A obično se naziva integral izmjene. On određuje dio Kulonovskog uzajamnog dejstva, vezano s korelacijom kretanja oba elektrona. Dopuna energije, uslovljena integralom A obično se naziva energija izmjene. Za izračunavanje integrala Q i A treba staviti u (137) i (138) eksplicitni oblik funkcija

$$\varphi_{1s} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a}\right)^{3/2} e^{-\frac{Zr}{a}} \quad ; \quad \varphi_{2s} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \left(2 - \frac{Zr}{a}\right) e^{-\frac{Zr}{2a}}$$

Eksperimentalna vrijednost energije para- i orto-stanja atoma Helijuma u konfiguraciji $(1s)^1\ (2s)^1$ jednaka je:

$$E_s = -2{,}146 \frac{e^2}{a} \qquad E_a = -2{,}175 \frac{e^2}{a}$$

Pobuđena stanja atoma He, odgovarajuće konfiguracije $(1s)^1\ (2p)^1$ takođe se dijeli na para- i orto-stanja koji odgovaraju koordinatnim funkcijama.

$$\Phi_s' = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\varphi_{1s}(1) \varphi_{2p}(2) + \varphi_{1s}(2) \varphi_{2p}(1) \right]$$

$$\Phi_a' = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\varphi_{1s}(1) \varphi_{2p}(2) - \varphi_{1s}(2) \varphi_{2p}(1) \right] \tag{139}$$

Eksperimentalne vrijednosti energije tih pobuđenih stanja su:

$$E_s^* = -2{,}124\frac{e^2}{a} \qquad E_a^* = -2{,}133\frac{e^2}{a}$$

Da bi dobili ukupnu talasnu funkciju orto i para-stanja odgovarajućih konfiguracija $(1s)^1\ (2s)^1$ treba pomnožiti funkciju (139) sa odgovarajućom spinskom funkcijom tj. $\Psi_{para}^{(1)} = \Phi_s(1,2)\chi(1,2)$ χ_a- funkcija stanja spinova

Orto-stanja se određuju trima funkcijama:

$$\Psi_{orto}^{(1)} = \Phi_a(1,2)\chi_{s1}(1,2)$$

$$\Psi_{orto}^{(2)} = \Phi_a(1,2)\chi_{s2}(1,2)$$

$$\Psi_{orto}^{(3)} = \Phi_a(1,2)\chi_{s3}(1,2)$$

koje odgovaraju trima mogućim spinskim stanjima različite orjentacije sumarnog spina $s = 1$. Pobuđenim stanjima odgovaraju druge elektronske konfiguracije koje se takođe dijele na para i orto-stanja. Dakle, energetski nivoi atoma He dijele se na dva sistema nivoa, i para-stanja simetričnih funkcija koordinata, i orto-stanja sa anti simetričnim koordinatnim funkcijama. Svakom nivou para-stanja odgovara jedna spinska funkcija (zajednički spin 0, spin elektrona anti-paralelan). Svakom nivou orto-stanja odgovaraju tri spinske funkcije (zajednički spin 1, projekcije spina 0, ± 1). Nivoi energije para-stanja nazivaju se singletnim nivoima, nivoi energije orto-stanja tripletnim nivoima. Ako se ne uzima spin-orbitalno uzajamno dejstvo to E_1 prelazi s emisijom ili apsorpcijom svjetla među tripletnim i singletnim stanjima su ne dozvoljeni, dakle, singletna i tripletna stanja su međusobno nezavisna.

S obzirom da se atom He u pobuđenom tripletnom stanju $\Psi_a\ [(1s)^1(2s)^1]$ nalazi dugo vremena, tako da je promjena spina jednog od dva elektrona teže ostvarljiva, takvo stanje naziva se metastabilnim stanjem. Dakle, možemo singletna i tripletna stanja posmatrati kao dva različita atoma. Singletno stanje atoma He je parahelium. Tripletno stanje atoma He je orto-helijum. Atomi parahelijuma nemaju magnetnog momenta, pa obrazuju dijamagnetni gas, dok atomi orto-helijuma obrazuju paramagnetni gas. Spektralne linije atoma parahelijuma su singleri. Spektralne linije ortohelijuma sastoje se iz tri bliske linije (tripleta) koje odgovaraju trima spinskim stanjima.

§ 3 TEORIJA POBUDIVANJA LASERA ELEKTRONSKIM UDAROM NASTANAK INVERZIJE NASELJENOSTI [4)]

U gasu kao i u tvrdim tijelima prinudno zračenje proizlazi samo pri nekim uslovima, kao što su inverzija naseljenosti, inverzija temperature ili stanjem s negativnom apsorpcijom ili negativnom temperaturom. Svi ti tremini karakterišu neravnotežno stanje pri kom je viši nivo više naseljen nego niži nivo. Razmotrićemo metod izgradnje inverzije naseljenosti u gasovima posredstvom optičkog pobudivanja (i to samo pojam), a zatim ćemo preći na metod pobudivanja elektronskim udarom.

Optičko pobudivanje može biti ostvarenno zračenjem toga gasa u kojem izgradujemo stanje s inverzijom naseljenosti, korištenjem linije zračenja drugog gasa, moguće je samo pri slučajnoj podudarnosti spektralnih linija. Tu varijantu je predložio Townes i Schawlov 1958. godine.

Razmotrimo sad metod nastanka inverzije elektronskim udarom. Pri gasnom pražnjenju najvažniji su sljedeći procesi koji dovode do razmjene energije medu česticama.

1. Elektronski udari prve vrste pri kojima atom dobija energiju od elektrona.
2. Elektronski udari druge vrste pri kojima atom predaje svoju energiju ~~pobudenom~~ elektronu.
3. Spontano zračenje pobudenih atoma.
4. Apsorpcija zračenja atomima.
5. Prinudno zračenje atoma.

Brzina kojom se dešavaju svi ti procesi odreduje se brojem atoma u datom stanju i vjerovatnoćom prelaza u jedinici vremena za pojedina stanja datog atoma. Vjerovatnoća prelaza u jedinici vremena u odredenom stanju atoma obrnuto je srazmjerno vremenu života atoma u datom stanju (v. II §1 (68)). Neka θ_{ij} označava vrijeme života za prelaze atoma s nivoa i na nivo j pri sudaru sa elektronima odredene gustine u ravnotežnom stanju pri temperaturi T. Kad nebi bilo nekih drugih procesa sem sudara to brzina promjene broja atoma na nivou i odreduje se formulom:

$$\frac{dN_i}{dt} = \sum_j \left(\frac{N_j}{\theta_{ji}} - \frac{N_i}{\theta_{ij}} \right) \tag{140}$$

Pokažimo da veličina θ_{ji} i θ_{ij} su vezani prostim odnosom.

Pri termodinamičkoj ravnoteži s temperaturom T broj atoma svakog nivoa se ne mijenja. Tada za svako i zadovoljena je jednakost:

$$\sum_j \left(\frac{N_j^*}{\theta_{ji}} - \frac{N_i^*}{\theta_{ij}} \right) = 0 \qquad (141)$$

Tačnije na principu detaljne ravnoteže zahtjev je da jednakost (141) zadovoljava za svaki par nivoa. To znači da za svako i i j postoje odnosi

$$\frac{N_j^*}{\theta_{ji}} - \frac{N_i^*}{\theta_{ij}} = 0$$

slijedi:

$$\frac{\theta_{ij}}{\theta_{ji}} = \frac{N_i^*}{N_j^*}$$

Pošto N_i^* i N_j^* predstavljaju naseljenosti nivoa i i j pri termodinamičkoj ravnoteži to prema zakonu Bolzmana imamo:

$$\frac{N_n}{g_n} = \frac{N_m}{g_m} \exp\left(-\frac{E_n - E_m}{kT}\right)$$

gdje je g_m - stepen degeneracije m-tog nivoa

slijedi:

$$\frac{\theta_{ij}}{\theta_{ji}} = \frac{g_i}{g_j} \exp\left(-\frac{E_i - E_j}{kT}\right) \qquad (142)$$

U slučaju kad prelazi atoma se dešavaju ne samo kao rezultat elektronskih udara, nego i pod pojavom drugih uzroka, raspodjela neće odgovarati izrazu:

$$\frac{N_i}{N_j} = \frac{g_i}{g_j} \exp\left(-\frac{E_i - E_j}{kT}\right)$$

Ta okolnost međutim, ne zadovoljava ni formulu (142) kojapredstavlja odnos među vjerovatnoćama prelaza (v. 11). Stacionarna raspodjela može biti dobijena ako uzmemo sve moguće procese u jednačini za promjenu broja čestica na datom nivou. Uzmimo prost slučaj dva nivoa među kojima su mogući spontani prelazi s nivoa dva na nivo 1 s vrmenom τ_2 tada jednačina (14o) ima oblik:

$$\frac{dN_2}{dt} = \frac{N_1}{\theta_{12}} - \frac{N_2}{\theta_{21}} - \frac{N_2}{\tau_2}$$

U stacionarno stanje je:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{1/\theta_{12}}{1/\theta_{21} + 1/\tau_2}$$

Ako proces zračenja teće relativno brzo tj. $\tau_2 \ll \theta_{21}$ slijedi:

$$\frac{N_2}{N_1} \approx \frac{\tau_2}{\theta_{12}} = \frac{g_2 \tau_2}{g_1 \theta_{21}} \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{kT}\right) \qquad (143)$$

Odnos $\frac{\tau_2}{\theta_{21}}$ određuje veličinu odstupanja od Bolzmanove raspodjele. U znatnom stepenu taj faktor nalazi se pod kontrolom eksperimentatora.

Pošto je τ_2 fiksirano, no veličina $\frac{1}{\theta_{21}}$ proporcionalna je gustini elektrona pri pražnjenju. Međutim, odnos $\frac{N_2}{N_1}$ ne može rasti bezkonačno s povećanjem gustine, u koliko primjenimo formulu (143) sa predpostavkom $\frac{\varepsilon_2}{\theta_{21}} \ll 1$

Uvedimo sad dopunski nivo 3. koji se nalazi iznad nivoa 2. Posmatrajmo prelaze među tim nivoima. Pri toj predpostavci dobije se:

$$\frac{N_3}{N_1} \approx \frac{g_3}{g_1} \frac{\varepsilon_3}{\theta_{31}} exp(-\frac{E_3 - E_1}{kT}) \tag{144}$$

Iz(143) i (144) možemo dobiti:

$$\frac{N_3}{N_2} \approx \frac{g_3}{g_2} \frac{\varepsilon_3}{\tau_2} \frac{\theta_{21}}{\theta_{31}} exp(-\frac{E_3 - E_2}{kT}) \tag{145}$$

Ne uzimajući to što je eksponencijalni faktor uvijek manji od jedinice, veličina, koja stoji ispred eksponenta, pri određenim vrijednostima parametra može znatno prevazilaziti vrijednost jedinice, pri čemu će N_3 biti veće od $N_2\ g_3/g_2$. Tog je uslov inverzije naseljenosti ili negativne apsorpcije. Za ispunjenje tog uslova treba da odaberemo odgovarajuću materiju i odgovarajuće nivoe energije tako da bi odnos $\frac{\tau_3}{\tau_2}$ bio velik u odnosu na θ_{31}/θ_{21} U suštini postoji mnoštvo drugih faktora koji komplikuju situaciju, međutim, od njih se stvaraju drugi energetski nivoi takođe naseljeni u rezultatu pobuđivanja elektronskim udarom. Za ispunjenje uslova samopobuđivanja neophodno je:

a) Da je ne samo N_3 veće od N_2 nego i razlika $N_3 - N_2$ treba da je veća od neke minimalne vrijednosti.

b) Osim toga poželjno je imati pražnjenje u gasu sa visokom gustinom.

Pri visokim gustinama moguće je ostvarenje procesa apsorpcije fotona, spontano izračenih pobuđenim atomima. Proces apsorpcije fotona povećava vrijeme života atoma u pobuđenom stanju. Taj proces koristan je samo u tom slučaju kad on povećava vrijeme života atoma na nivou 3. koje će imati mjesta kad su pravilima selekcije dozvoljeni optički prelazi među nivoima 1 i 3. U tom slučaju sistem može raditi pri relativno visokim gustinama. Međutim, kad je osnovni nivo vezan sa nivoom 2. dozvoljenim prelazom, povečanje gustine nije poželjno jer dovodi do povećanja naseljenosti nivoa 2. Ta nezahvalna situacija važi za nivoe He 3^1d i 2^1p. Saglasno teoriji kvantnih prelaza, u slučaju prelaza dozvoljenim pravilima selekcije odnos $\frac{\varepsilon_i}{\theta_{i1}}$ ostaje konstantan za sve nivoe. Kako slijedi iz (145) u tom slučaju ne može se dobiti negativna apsorpcija. Prema tome jedan od dva nivoa u sistemu treba da odgovara zabranjenom optičkom prelazu u osnovno stanje.

Taj nivo može biti pobuđen elektronskim udarom i ako efektivni poprečni presjek u opšte govoreći manji je nego za optički dozvoljeni prelaz. U pogodnom slučaju prelazima nižeg nivoatreba biti zabranjen i slabo pobuđenje tog nivoa olakšava ostvarenje stanja s negativnom temperaturom. Tako na pr. za Ne, je moguće, dok se inverzija naseljenosti sa čistim He ne može postići. To se objašnjava tim, što niži nivoi radnog prelaza ima malu naseljenost uslijed prelaza s viših energetskih nivoa. Uspješni metod dobijanja stanja s negativnom temperaturom u gasovima zasnovan je na uzajamnom dejstvu atoma dva različita gasa. Označimo dva različita gasa simbolima a i b. Atomi radnog gasa a imaju tri nivoa energije (E_{1o}= 0 - uzmimo kao osnovno stanje) E_2 i E_3. Atomi pomoćnog gasa b imaju dva nivoa E_1 = 0 i E_3. Podudarnost ili skoro podudarnost nivoa 3 gasa a i b javlja se pod određenim uslovima. Dakle, samo u tom slučaju proizlazi primjetna predaja pobuđenja među dvama atomima različitih gasova. Taj proces se naziva rezonantna predaja energije. Brzina promjene broja atoma gasa a koji se nalazi na nivou E_3 jednaka je:

$$\frac{dN_3^a}{dt} = N_1^a\left(\frac{1}{\theta_{13}} + \frac{1}{t_{ba}}\right) - N_3^a\left(\frac{1}{\theta_3} + \frac{1}{t_{ba}} + \frac{1}{\tau_3}\right) \tag{146}$$

Ovdje je $\frac{1}{t_{ba}}$ vjerovatnoća predaje pobuđenja pri sudaru atomu gasa a koji se nalazi u osnovnom stanju, pobuđenim atomom nivoa 3 gasa b. $\frac{1}{t_{ab}}$ - vjerovatnoća obratnog procesa $\frac{1}{\theta_3}$ - ukupna vjerovatnoća prelaza s nivoa 3 zbog elektronskih udara drugog reda pri čemu je:

$$\frac{1}{\theta_3} = \frac{1}{\theta_{31}} + \frac{1}{\theta_{32}} \tag{147}$$

τ_3 - vrijeme života u odnosu na vrijeme prelaska s nivoa 3 na oba niža nivoa. Brzina promjene broja atoma N_2^a na nivou E_2 određuje se izrazom:

$$\frac{dN_2^a}{dt} = \frac{N_1^a}{\theta_{12}} + N_3^a\left(\frac{1}{\tau_{32}} + \frac{1}{\theta_{32}}\right) - N_2^a\left(\frac{1}{\theta_{21}} + \frac{1}{\tau_{21}}\right) \tag{148}$$

τ - vrijeme života u odnosu na izračene prelaze. U stacionarnom stanju izvod po vremenu je nula. Uslovi nastanka negativne apsorpcije u prelazima među nivoima E_3 i E_2 atomskog gasa a ima oblik:

$$N_3^a > N_2^a \tag{149}$$

Ako lijevu stranu jednačine (146) i (147) stavimo jednako nuli, to odnos $\frac{N_3^a}{N_2^a}$ možemo izraziti kroz vrijeme života i vjerovatnoću prelaza razmatranih nivoa. Uslov (148) daje tada vrijednost zavisno od tih veličina. Treba uzeti u obzir takođe odnos (149) i to saglasno teoriji sudara.

$$\frac{t_{ba}}{t_{ab}} = \frac{N_1^b}{N_3^b}$$

Taj odnos odredjuje efektivnu temperaturu za atome gasa b koji možemo računati vanjskim parametrom ukoliko nas interesuje raspodjela atoma gasa a. Uslov (149) tada daje:

$$\frac{\theta_{13}}{t_{ba}}\left[1-\frac{N_1^b}{N_3^b}\exp\left(-\frac{E_2}{kT}\right)+\theta_{21}\left(\frac{1}{\tau_{21}}-\frac{1}{\tau_{32}}-\frac{1}{\theta_{32}}\right)\right]>$$

$$>\theta_{31}\left(\frac{1}{\theta_3}+\frac{1}{\tau_3}\right)\exp\left(\frac{E_3-E_2}{kT}\right)-1+\theta_{21}\left(\frac{1}{\tau_{32}}+\frac{1}{\theta_{32}}-\frac{1}{\tau_{21}}\right) \qquad (150)$$

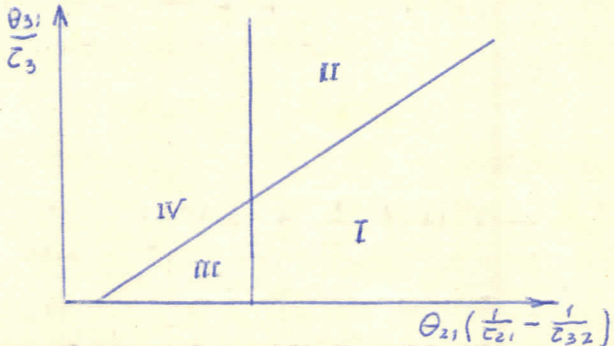
Odnosi $\frac{\theta_{31}}{\theta_3}$ i θ_{21}/θ_{32} ne zavise od gustine elektrona pri pražnjenju, a odredjuje se poprečnim presjekom odgovarajućih procesa i temperaturom u različitim oblastima izmjene promjenjljivih $\theta_{21}\left(\frac{1}{\tau_{21}}-\frac{1}{\tau_{32}}\right)$; $\frac{\theta_{31}}{\tau_3}$. Oblast vrijednosti tih promjenjljivih razdijeljena je na četiri dijela dvjema krivima. Jednačine tih krivih dobiju se izjednačavajući lijeve i desne strane (150) sa nulom. U prvoj aproksimaciji možemo zanemariti veličinu $\frac{1}{\theta_{32}}$ u odnosu na $\frac{1}{\tau_{32}}$ i staviti $\theta_{31}/\theta_3 \approx 1$. U tom slučaju jednačine krivih prelaza u jednačine pravih linija:

$$\theta_{21}\left(\frac{1}{\tau_{21}}-\frac{1}{\tau_{32}}\right)=\frac{N_1^b}{N_3^b}\exp\left(-\frac{E_2}{kT}\right)-1 \qquad (151)$$

$$\frac{\theta_{31}}{\tau_3}=\frac{\theta_{21}(1/\tau_{21}-1/\tau_{32})+1-F(T)}{F(T)} \qquad (152)$$

gdje je:

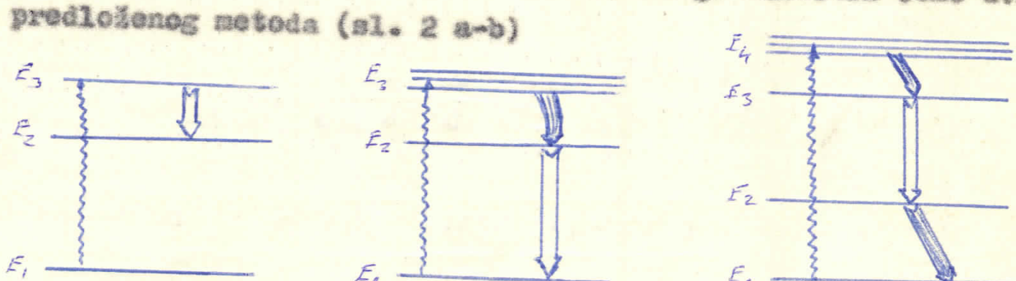
$$F(T)=\exp[(E_3-E_2)/kT]$$



Jasno da s desne strane od vertikalne linije na crtežu opisuje se jednačinom (151). Uslov (150) zadovoljava za svako tba. Ta situacija odgovara oblasti I na crtežu. U tom slučaju dakle, pri tba = ∞ nastaje inverzija naseljenosti i gas b nije neophodan. U oblasti II inverzija naseljenosti nastaje u rezultatu prisustva gasa b. U oblasti III gas b ometa nastanak inverzije a u oblasti IV inverzije uopšte nema.

§ 4 OSNOVNI PRINCIPI LASERA

Kako je navedeno u § 3 prinudno zračenje nastaje samo pri uslovima inverzije naseljenosti tj. broj atoma veći je na višem nivou nego na nižem nivou. Moguće je izgraditi takav sistem u kome će broj atoma preovladavati na višem energetskom nivou. Takav sistem je nestabilan i spontano prelazi zračenjem u stanje ravnoteže. Izgradnjom aktivne sredine s preovlađivanjem atoma na višem energetskom nivou najlakše je ostvariti pomoću pobuđivanja elektromagnetnim talasima, ali se primjenjuju i drugi metodi. Ako iskorištavamo samo dva energetska nivoa to proces pobuđivanja ne može teći neprekidno. Ako imamo tri energetska nivoa moguće je prebacivati atome na više energetske nivoe neprekidno. Iskorištenje tri nivoa u mikro-talasnom diapazonu predložio je Basov, Prohorov, a takođe i Bloomberg. Razmotri ćemo dvije varijante predloženog metoda (sl. 2 a-b)



sl. 2a sl. 2b sl. 2c

Kod optičkih frekvencija skoro uvijek je moguće računati, da su energetski nivoi raspoređeni tako jedan od drugoga da je u početnom stanju naseljen samo najniži nivo. Ako pada svjetlosni talas sa frekvencijom ~~sa~~ ν_{13}

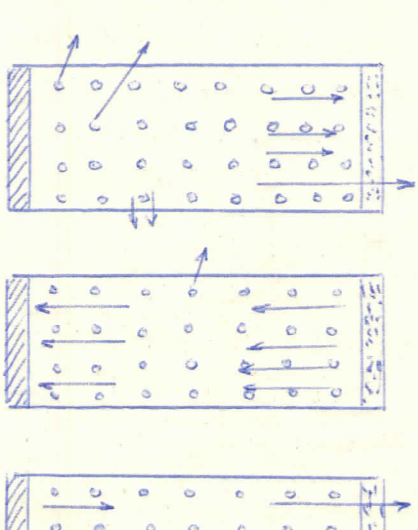
$$\nu_{13} = (E_3 - E_1)/h$$

to će atomi preći u stanje E_3. Ukoliko je u početku nivo E_2 bio prazan moguće je stimulirano zračenje sa frekvencijom $\nu_{23} = (E_3 - E_2)/h$

No poslije tog stimuliranog zračenja na nivou E_2 se već nalaze atomi i postoji mogućnost apsorpcije s E_2 na E_3. Pri tom konstantno pojačanje prinudnog zračenja sa frekvencijom ν_{32} moguće je podržavati ako brzo udaljavamo atome s E_2. Drugim riječima šema s tri nivoa crtež 2a radi uspješno, ako relaksacija s E_2 na E_1 ide brže nego prelaz s ~~s~~E_3 na E_2. U slučaju kad su atomi podignuti svjetlom na E_3 brzo relaksiraju i skupljaju se ovdje moguće je iskoristiti šemu 2b. Podizanjem s E_1 na E_3 i posledica relaksacija na E_2 dovode do skupljanja atoma na nivou E_2. Kako je sad veći broj atoma na nivou E_2 nego na E_1 moguće je stimulirano zračenje sa frekvencijom

$$\nu_{12} = (E_2 - E_1)/h$$

Prva šema daje pojačanje pri svakom broju atoma na E_3 ukoliko je E_2 u početku bio prazan. U tom se satoji njegovo preimućstvo u odnosu na šemu 2b. Međutim, u drugoj šemi funkcija apsorpcije i zračenja ne sjedinuju se na jednom te istom nivou 3. Ako je nivo E_3 široka linija to je moguće efektivno iskoristiti za podizanje svjetla. Nivo E_2 u tom istom vremenu može biti uzak za jako stimulirano zračenje. Prednost obiju šema mogu biti objedinjene ako iskoristimo četiri nivoa sl. 2c. Ovdje je E_4 široka linija E_3 i E_2 uski nivoi. Nivo E_2 u normalnom stanju je prazan i može se održavati praznim pomoću brze relaksacije u osnovno stanje. Sve tri metode (sl. 2-abc) iskorištene su za dobijanje pobuđenih atoma u laserima. Ako hoćemo da učinimo generator koherentnog svjetla to dio izlazećih talasa vraćamo obratno da bi generator radio na svoj vlastiti ulaz. Međutim, poželjno je generirati samo jedan tip oscilacija. Za ispunjenje tih uslova u maserima mikrotalasnog dijapazona aktivnu sredinu smještamo u šupljinu rezonatora ujedno dobijamo stimuliranu radijaciju u intenzivnijem obimu. Vjerovatnoća interakcije upadnog fotona sa eksitovanim elektronima je relativno mala, a pored toga upadni foton se na putu uvijek može apsorbovati, prije nego izvrši stimulaciju. Zato se za dobijanje laserskog efekta koristi tzv. rezonantna šupljina između dva paralelna ogledala čije su refleksne površine okrenute jedna prema drugoj sl. 3.



Sl. 3

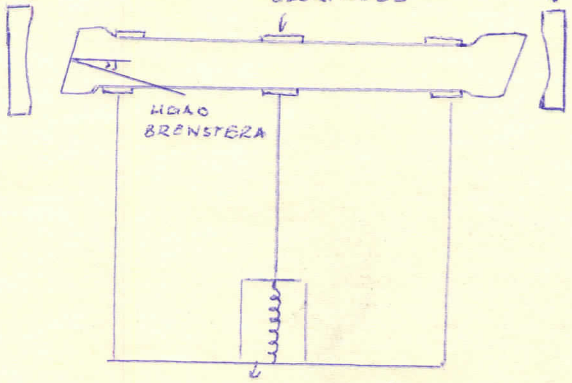
Ako je rastojanje među ogledalima multipl cijelog broja talasne dužine svjetlosnog talasa onda se među ogledalima može obrazovati stojeći elektromagnetni talas. Tada se može smatrati da se svjetlosni talas odbija mnogo puta od jednog i drugog ogledala prelazeći rastojanja među njima takođe mnogo puta. U takvim uslovima i na relativno malom rastojanju vjerovatnoća interakcije postaje veća i postoji mogućnost za obrazovanje laserskog snopa svjetlosti. Ovaj princip obrazovanja stimuliranog paralelnog snopa svjetlosti prikazan je simbolički na sl.3.

Neka se među ogledalima nalaze eksitovani atomi nekog tijela koji ima podesne energetske nivoe atoma. Ovi atomi spontano emituju kvante $h\nu = E_2 - E_1$ koji na svom daljem putu mogu da izazovu stimuliranu radijaciju.

Međutim, ako primarni kvant $h\nu$ ima bilo koji pravac on će vrlo brzo izaći iz prostora među ogledalima i to vjerovatno prije nego što u ovom pravcu izvrši više stimuliranih radijacija. Ako pak pravac primarnog fotona pada u pravac zajedničke ose ogledala onda postoji mogućnost za progresivno povećanje broja stimuliranih emisija. Pošto su faze i pravac stimulirano emitovanog kvanta isti kao i upadnog fotona, onda će se poslije višestrukog odvijanja broj stimulirano emitovanih kvanata stalno uvećavati, ako je vjerovatnoća stimulirane radijacije veća od apsorpcije. Ovako nastali snop fotona imaće isti pravac, istu fazu i istu polarizacionu ravan, odnosno predstavljaće koherentni i paralelni snop svjetlosti. Jedan ili oba ogledala mogu se načiniti tako da propuštaju jedan mali procenat svjetlosti, te jedan dio snopa svjetlosti izlazi napolje i može se dalje koristiti u razne svrhe.

§ 5 GASNI Ne - He LASER

Prvi gasni laser bio je izrađen krajem 1960. godine u laboratoriji firme Bell Telephon radom, Javana, Benetta i Heriota. Laser je predstavljala jedna staklena cijev dužine 100 cm. sa unutrašnjim dijametrom 1,5 cm. napunjen He pri pritisku 1 mm H_g i Ne pri pritisku 0,1 mm Hg. Na krajevima cijevi unutar sistema stavljena su dva ravna ogledala strogo paralelna (do nekolko uglovnih sekundi).Drugi tip lasera predložio je Heriot i Schawlow. Staklena cijev bila je na krajevima proširena i krajevi zatvoreni planparalelnim plastikama pod uglom Brewstera u odnosu na os cijevi radi odstranjenja refleksije. Laser takvog tipa izrađen je početkom 1961. godine u laboratoriji firme Bell Telephon i jednovremeno u laboratoriji firme Hjuz. Ovdje su korištena sferna ogledala koja dozvoljavaju znatno lakše naštimati sistem i obezbjediti bolju efektivnost i dobijanje koherentnog zračenja. Promjenom položaja ogledala za nekoliko uglovnih minuta ne dovodi do primjetne promjene izlaznog intenziteta laserskog svjetla. Rastojanje među ogledalima iznosilo je 100 cm. Maksimalni koeficijent odbijanja ogledala za generirano zračenje dostiže 99%. Inverzija naseljenosti nastaje u rezultatu predaje energije atoma He koji se nalazi u stanju 2^3 s atomu Ne pobuđenom na nivou 2s.



Nivo He 2^3 s je metastabilan i prelaz u osnovno stanje je zabranjeno. taj prelaz je ipak moguć posredstvom elektronskih udara. Pri sudaru atoma He, koji se nalazi u stanju 2^3 s sa atomima Ne koji se nalazi u osnovnom stanju moguća je predaja energije koja će pobuditi atom Ne koji prelazi u stanje 2s. Najviši nivo iz grupe nivoa 2s nalazi se niže stanja 2^3 s atoma He. S četiri nivoa atoma neona 2s mogu proizlaziti izračeni prelazi na 10 nivoa 2p. Nivoi 2p mogu biti manje naseljeni nego nivoi 2s ukoliko optički prelazi energije pobuđenja od atoma He na taj nivo atoma Ne odsustvuje.
Pri prelazu atoma Ne s nivoa 2p u niže energetsko stanje 1s, pa zato nema nakupljanja atoma Ne u stanje 2p. Prema pravilima selekcije postoji 30 dozvoljenih različitih prelaza s nivoa 2s na nivo 2p. Pet od tih prelaza iskorišteno je za dobijanje režima generacije.

§ 7 PRIMJENA LASERA

Svjetlost koja se dobija iz lasera je veoma koherentna, linearna, polarizovana i monohromatična. Prelaz od obične svjetlosti na stimuliranu može se predstaviti analogijom sa zvučnim pojavama. Svjetlost iz običnih izvora po ovoj analogiji odgovara šumu, dok svijetlost iz lasera odgovara tonu. Opisanim postupkom se uspjelo da se od spontane i ne kontrolisane statističke emisije svjetlosti pređe na stimuliranu, koja se u većoj ili manjoj mjeri vrši po našoj želji. Laserom je omogućeno upravljanje emisije svjetlosti slično emisiji radio i televizijskih talasa pomoću antene. Laser emituje svjetlost na tačno određenoj talasnoj dužini na kojoj intenzitet svjetlosti u velikoj mjeri prevazilazi intenzitet emisije svjetlosti sa sunca ili drugih izvora. Sunce emituje svjetlost velikog intenziteta, ali je ona raspoređena u širokom opsegu talasnih dužina, tako da intenzitet sunčeve svjetlosti na jednojodređenoj talasnoj dužini relativno mali i znatno manji od intenziteta laserskog svjetla obične snage. Velika koherencija i vrlo dobra polarizacija stimulirane svjetlosti uslovljavaju mnogo manje nedostatke u optičkim instrumentima i manje rasipanje. Sa ovakvom svjetlošću može se sočivima i ogledalima postići ogromna koncentracija, a isto tako i paralelni i uzani snopovi koji na velikim rastojanjima ostaju takvi tj. ne rasipaju se.~~tak~~ U opisanom procesu u laseru se, teorijski, odjednog svjetlosnog kvanta obrazuje progresivno čitava lavina fotona što ukazuje na mogućnost ogromnih pojačanja, koja se na ovaj način mogu postići. Dakle, laserskim procesom se i kod svjetlosti postižu velika pojačanja kao i u elektronici. Pored toga svjetlost iz jednog lasera može se propustiti kroz slijedeći sličan uređaj koji omogućuje dalje pojačanje. Ovo se postiže u više kaskada, pa se dobivaju svjetlosni snopovi čija se snaga već danas kreće do 5o MW. Snažni laserski snopovi svjetlosti mogu se koncentrisati na vrlo male poprečne presjeke i poslati na velike daljine, a mogu se pored toga i modulisati kao i električni talasi. Postignuti rezultati na ovom polju otvorili su široke i nedogledne mogućnosti korisne primjene. Maserski uređaj služi kao moćan amplifikator za pojačanje signala koji se dobijaju sa međuplanetarnih raketa i vještačkih satelita. Laser omogućuje i efikasno slanje ovih signala sa rakete, jer se snop svjetlosti vrlo malo rasipa i stiže do zemlje, još uvijek u dovoljnim koncentracijama. Konstruisane su već i telemetri sa laserskim snopom na principu radara. Na ovaj način se mogu mjeriti velika rastojanja za geodetske svrhe, a takođe i međuplanetarna rastojanja. Mogućnost veoma dobrog fokusiranja laserskog zraka dozvoljava sječenje i najtvrđih teško topljivih materijala.

Žiža laserske svjetlosti ima veoma malu površinu u kojoj se koncentriše velika energija, što dovodi do topljenja i isparavanja materijala koji se tu nađe. Ovakva koncentracija se može postići i na rastojanjima od nekoliko stotina kilometara što omogućava primjene u ratu. Mogućnost modulacije laserskog snopa daje mnogo bolje primjene u telekomunikacijama, jer se može slati daleko veći broj signala naročito kod televizije ovo ima velikog značenja u cilju poboljšanja oštrine slike. Naime, pri većem broju signala može se ostvariti veći broj linija odnosno tačaka iz kojih se sastoji slika na televizijskom ekranu. Sem toga i prenos na daljinu je efikasniji što je već i praktično postignuto. Laserski efekat povezan sa rezonancijom spina elektrona omogućuje mjerenje magnetnih polja čija preciznost u mnogome prevazilazi dosadašnje metode. Sve primjene interferencije, difrakcije i polarizacije ostaju mnogo efikasniji upotrebom stimulirane svjetlosti. Spektroskopija takođe dobiva dalje praktične i značajne mogućnosti. Interferencijom između dva laserska zraka različitih talasnih dužina mogu se dobiti mikro talasi još manjih talasnih dužina, koje se do sada u elektronici nisu mogli postići. Može se reći da više ne postoji granica u emitovanju koherentnih elektro magnetnih talasa. Dokazano je već da se i sa ljubičastim X i γ - zracima postiže laserski efekat. Isto tako je moguće i fononski laser.