

UNIVERZITET U NOVOM SADU  
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
*DEPARTMAN ZA FIZIKU*

*- DIPLOMSKI RAD -*

**PROLAZ ZRAKA KROZ VIŠESLOJNI NANOFILM**

MENTOR

PROF. DR JOVAN ŠETRAJČIĆ

KANDIDAT

JOVANA PETROVIĆ

NOVI SAD, 2014. godine

# Sadržaj

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Dielektrične i optičke osobine kristala</b>	<b>4</b>
2.1	Balk-strukture . . . . .	4
2.2	Film-strukture . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Prelamanje zraka kroz višeslojni film</b>	<b>7</b>
3.1	Uvod . . . . .	7
3.2	Dvoslojna struktura . . . . .	8
3.3	Višeslojna struktura . . . . .	9
<b>4</b>	<b>Prolaz zraka kroz višeslojni film</b>	<b>10</b>
4.1	Optički procesi u i na prvoj i drugoj ravni filma . . . . .	10
4.1.1	Opis optičkih dešavanja u i na ovom delu filma . . . . .	10
4.1.2	Rekapitulacija procesa u prvom sloju . . . . .	11
4.2	Optički procesi u i na drugoj i trećoj ravni filma . . . . .	12
4.2.1	Opis optičkih dešavanja u i na ovom delu filma . . . . .	13
4.2.2	Rekapitulacija optičkih procesa u prva dva sloja . . . . .	13
4.2.3	Rekapitulacija optičkih procesa u i na dvoslojnom filmu . . . . .	16
4.3	Optičke specifičnosti dvoslojnog filma . . . . .	19
<b>5</b>	<b>Zaključak</b>	<b>20</b>
<b>6</b>	<b>Literatura</b>	<b>21</b>

## 1 Uvod

Interes za izučavanjem eksitonskog podsistema javio se zbog činjenice da su upravo eksitoni odgovorni za dielektrična, optička (apsorpcija, disperzija svetlosti, luminescencija), fotoelektrična i druga svojstva kristala. Eksitoni se kao kvazičestice uvode pri kvantno-mehaničkom izučavanju elektronske interakcije i elektronskog transfera (uglavnom u molekulskim kristalima). Oni predstavljaju bezstrujna, elementarna kolektivna pobudjenja kristala. Osnove teorije eksitona postavili su Frenkel, 1931. godine i Pajerls, 1932. godine, istražujući optičke osobine kristala.

Kako se ovaj rad bazira na analizi eksitonskog podsistema u molekulskim kristalima, potrebno je ukratko istaći njihove osnovne specifičnosti. Sa stanovišta međudjelovanja, molekulski kristali se odlikuju izrazito slabom energijom veze (dominantne su Van der Valsove interakcije). Kako je energija veze atoma u pojedinom molekulu znatno veća od energije međumolekulskih delovanja, može se reći da su optičke osobine molekulskih kristala najpre određene osobinama izolovanih molekula, dok se međudjelovanje može tretirati kao perturbacija. Izlaganjem molekulskog kristala elektromagnetnom zračenju, dolazi do apsorpcije energije i pobudjivanja molekula. Pri tome, elektron ostaje vezan za pobudjeni molekul preko kulonovskog delovanja sa šupljinom. Međumolekulska interakcija dovodi do kolektivizacije ovog pobudjenja, tako da se kristal kao celina nalazi u pobudjenom stanju. Kvantno-mehaničko stanovište nalaže da se može uvesti pojam jedne nove kvazičestice – *eksitona*. Molekulski kristali kao jedna široka klasa kristala su od veoma velikog značaja: gotovo svi kristali organskih molekula (sa tipičnim predstavnicima formiranim od aromatičnih molekula: antracena, naftacena, pentacena, naftalina i benzola) spadaju u ovu klasu.

Težište ovih istraživanja je na analizi eksitonskog podsistema u kristalnim, molekulskim filmovima i uticaju prostornog ograničenja i perturbacije površinskih energetske parametara na eksitonski zakon disperzije, prostornu raspodelu i koncentraciju eksitona. Takodje, istražiće se frekventna zavisnost dinamičke permitivnosti, a preko nje i dielektričnih (optičkih) osobina ovih kristalnih sistema. Promene i pojave novih karakteristika biće istaknute poredjenjem sa odgovarajućim osobinama masivnih (idealnih beskonačnih – balk) struktura.

Kristalni filmovi su samo jedan tipičan predstavnik široke klase prostorno ograničenih kristalnih struktura. Tu spadaju i kvantne žice i kvantne tačke, polimerni i biopolimerni lanci, superrešetke kao i novootkrivene alotropske modifikacije ugljenika - nanotube. Teorijska i eksperimentalna istraživanja nanostruktura su se intenzivirala poslednjih godina, zbog njihove sve šire praktične primene u nanoelektronici i optoelektronici.

Rezultati ranije sprovedenih teorijskih istraživanja pokazala su strogu zavisnost svih optičkih osobina od mesta – položaja u nanofilmu. Ako bi ove rezultate trebalo porediti sa eksperimentalnim, postavlja se pitanje kako se može izvršiti merenje, npr. indeksa prelamanja u nekim tačkama unutar kristalnog filma! Ili, da li se mogu odrediti optičke osobine – ali za ceo film?! Upravo su ovaj problematici posvećene ovde iznete analize.

## 2 Dielektrične i optičke osobine kristala

### 2.1 Balk-strukture

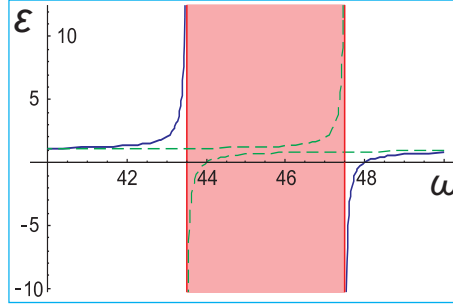
Optička svojstva molekulskih kristala definišu se u okviru teorije Frenkelovih eksitona. Tako, dielektrična permitivnost u balku molekulskog kristala zavisi od frekvencije spoljašnjeg električnog polja i data je sledećim izrazom:

$$\varepsilon_{\vec{k}}(\omega) = \left[ 1 + 2\hbar S \frac{E_{\vec{k}}}{(\hbar\omega)^2 - E_{\vec{k}}^2} \right]^{-1}, \quad (2.1)$$

gde je:

$$E_{\vec{k}} = \Delta - 2|X| (\cos ak_x + \cos ak_y + \cos ak_z), \quad (2.2)$$

spektar mogućih energija eksitona. Zavisnost permitivnosti od redukovane frekvencije (bezdimenziona veličina:  $\hbar\omega/\Delta$ ) spoljašnjeg elektromagnetnog polja prikazana je na slici 2.1



Slika 2.1: Permitivnost molekulskog kristala

Vidljivo je postojanje jedne apsorpcione zone unutar određenih graničnih frekvencija. Ova energetska zona je računata za dvodimenzioni centar Brillouneve zone ( $k_x = k_y = 0; k_z = [0, \pi]$ ). Za sve ostale energije taj kristal je transparentan i nema nikakvih prostornih nehomogenosti.

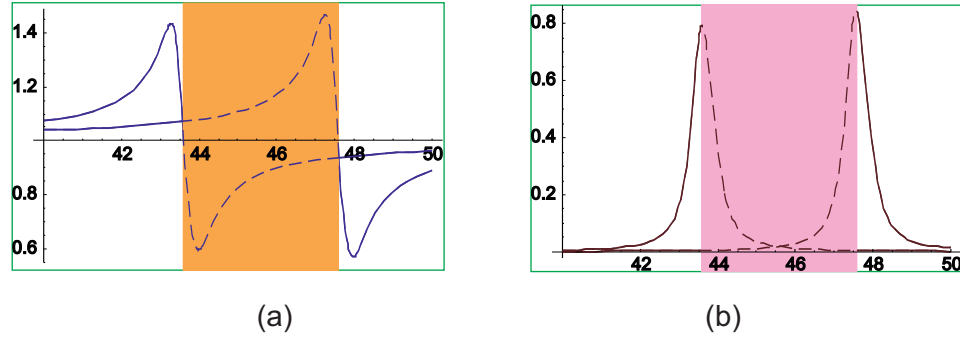
Dinamička permitivnost je, u opštem slučaju, kompleksna veličina:  $\varepsilon_{\vec{k}}(\omega) \equiv \varepsilon'_{\vec{k}}(\omega) + i\varepsilon''_{\vec{k}}(\omega)$ , realni i imaginarni delovi povezani su disperzionim ili Kramers-Kronigovim relacijama. One su važne, jer su preko Maksvelovih jednačina povezane sa optičkim karakteristikama sredine. Tako, izrazi za indeks prelamanja i koeficijent (indeks) apsorpcije imaju sledeći oblik:

$$\begin{aligned} n \equiv n_{\vec{k}}(\omega) &= \sqrt{\frac{\varepsilon'_{\vec{k}}(\omega)}{2} \left\{ \sqrt{1 + \left[ \frac{\varepsilon''_{\vec{k}}(\omega)}{\varepsilon'_{\vec{k}}(\omega)} \right]^2} + 1 \right\}}; \\ \kappa \equiv \kappa_{\vec{k}}(\omega) &= \sqrt{\frac{\varepsilon'_{\vec{k}}(\omega)}{2} \left\{ \sqrt{1 + \left[ \frac{\varepsilon''_{\vec{k}}(\omega)}{\varepsilon'_{\vec{k}}(\omega)} \right]^2} - 1 \right\}}, \end{aligned} \quad (2.3)$$

a indeksi odbijanja i transparentije se izražavaju preko njih:

$$\begin{aligned} \mathfrak{R} \equiv \mathfrak{R}_{\vec{k}}(\omega) &= \frac{[n_{\vec{k}}(\omega) - 1]^2 + \kappa_{\vec{k}}^2(\omega)}{[n_{\vec{k}}(\omega) + 1]^2 + \kappa_{\vec{k}}^2(\omega)}; \\ \mathcal{T} \equiv \mathcal{T}_{\vec{k}}(\omega) &= 1 - \mathfrak{R}_{\vec{k}}(\omega) - \kappa_{\vec{k}}^2. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Zavisnosti  $n = n(\omega)$  i  $\kappa = \kappa(\omega)$  prikazane su na slici 2.2a i b, respektivno.

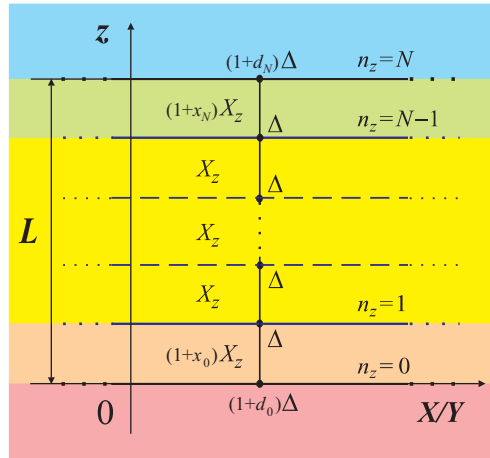


Slika 2.2: Indeksi prelamanja i apsorpcije molekuskog kristala

Posmatrani molekulski kristal u datim frekventnim granicama je apsolutni apsorber EMZ u IC oblasti.

## 2.2 Film-strukture

Za razliku od idealnih beskonačnih struktura, realni kristali ne poseduju osobinu translacione invarijantnosti. Postojanje izvesnih graničnih uslova, jedan je od uzroka narušenja simetrije. Sistemi koji imaju dve paralelne granične površine nazivaju se filmovima.



Slika 2.3: Presek modela molekuskog kristalnog filma u  $X(Y)Z$  ravni

Posmatra se idealni tanki film kubne kristalne strukture, načinjen na substratu nekim tehnološkim postupkom (naparavanjem, raspršivanjem i sl.). Pojam idealni ovde se koristi u smislu nepostojanja narušenja unutrašnje kristalne strukture (bez prisustva defekata, primesa i sl.), a ne u smislu prostorne neograničenosti i nepostojanja narušenja translacione invarijantnosti relevantnih energetskih parametara sistema. Dimenzije filma su takve da je on u  $XY$  ravni beskonačan, a u  $z$ -pravcima ima konačnu debljinu ( $L$ ). Znači da ovaj film poseduje dve beskonačne granične površi paralelne  $XY$ -ravnima i to za:  $z = 0$  i  $z = L$

U prostorno ograničenim sistemima – ultratankim kristalnim filmovima – nastaje narušenje izotropije svih fizičkih osobina, pa film pokazuje različita dielektrična i optička svojstva na različitim slojevima. Teorija eksitona u molekuskim nanofilmovima pokazuje da sve relevantne veličine zavise od položaja sloja, odnosno kristalografske ravni ( $n_z$ ) duž  $z$ -ose. Tako, izraz za

dinamičku permitivnost ima sledeći oblik:

$$\varepsilon_{n_z}(\omega) = \left\{ 1 - \frac{2\hbar S}{|X|} \sum_{\nu=1}^{N+1} g_{n_z}^{\nu} \frac{\varrho_{\nu} - \frac{\Delta}{|X|} - 2(\cos a_x k_x + \cos a_y k_y)}{\left(\frac{\hbar\omega}{|X|}\right)^2 - \left[\varrho_{\nu} - \frac{\Delta}{|X|} - 2(\cos a_x k_x + \cos a_y k_y)\right]^2} \right\}^{-1}, \quad (2.5)$$

gde su:  $\varrho_{\nu}$  koreni determinante:

$$D_{n_z} = B_{n_z} B_{N-n_z}, \quad (2.6)$$

$$B_{n_z}(\varrho) = \begin{vmatrix} \varrho + \frac{\Delta}{|X|}d_0 & 1 + x_0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 1 + x_0 & \varrho & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \varrho & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \ddots & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \varrho & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & \varrho & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & \varrho \end{vmatrix}_{n_z}$$

$$B_{N-n_z}(\varrho) = \begin{vmatrix} \varrho & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \varrho & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \varrho & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \ddots & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \varrho & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & \varrho & 1 + x_N \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 + x_N & \varrho + \frac{\Delta}{|X|}d_N \end{vmatrix}_{N-n_z}$$

a  $g_{n_z;n_z}(\varrho_{\nu}) \equiv g_{n_z}^{\nu}$  – spektralne težine (verovatnoće pojavljivanja stanja sa  $\varrho_{\nu}$ ):

$$g_{n_z}^{\nu} = \frac{B_{n_z}(\varrho_{\nu})B_{N-n_z}(\varrho_{\nu})}{\left.\frac{d}{d\varrho}D_{N+1}(\varrho)\right|_{\varrho=\varrho(\nu)}}. \quad (2.7)$$

Isto tako, indeksi apsorpcije, prelamanja, odbijanja i transparentije zavise od broja sloja  $n_z$ :

$$\begin{aligned} \kappa_{n_z}(\omega) &= \sqrt{\frac{\varepsilon'_{n_z}(\omega)}{2} \left\{ \sqrt{1 + \left[\frac{\varepsilon''_{n_z}(\omega)}{\varepsilon'_{n_z}(\omega)}\right]^2} - 1 \right\}}; \\ n_{n_z}(\omega) &= \sqrt{\frac{\varepsilon'_{n_z}(\omega)}{2} \left\{ \sqrt{1 + \left[\frac{\varepsilon''_{n_z}(\omega)}{\varepsilon'_{n_z}(\omega)}\right]^2} + 1 \right\}}, \\ \Re_{n_z}(\omega) &= \frac{[n_{n_z}(\omega) - 1]^2 + \kappa_{n_z}^2(\omega)}{[n_{n_z}(\omega) + 1]^2 + \kappa_{n_z}^2(\omega)}; \quad \mathcal{T}_{n_z}(\omega) = 1 - \Re_{n_z}(\omega) - \kappa_{n_z}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

### 3 Prelamanje zraka kroz višeslojni film

U ovom delu biće razmotreni elementi teorije višestrukog prelamanja zraka, počev od osnovnog pravila i definicija prelamanja, pa preko translatorsnog pomeranja zraka pri prolasku zraka kroz plan-paralelnu pločicu, te kroz dve „slepljene” pločice.

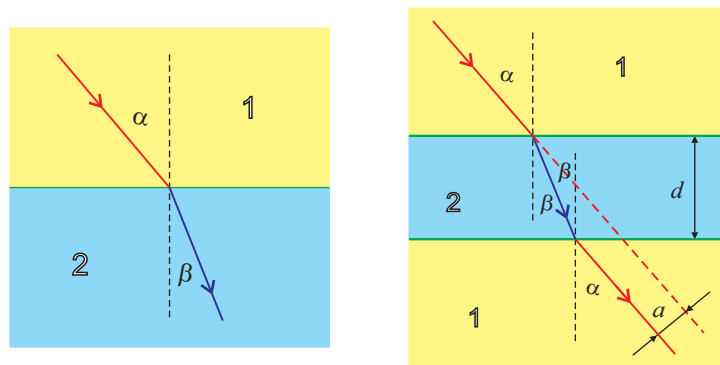
Ovaj primer biće iskorišćen za definisanje indeksa prelamanja sistema sa dve plan-paralelne pločice različitih indeksa prelamanja, a pomoću njega ovaj problem se može uopštiti na sistem od  $N$  slojeva, odnosno – primeniti na višeslojni kristalni film.

#### 3.1 Uvod

Kada upadni talas iz sredine 1 naiđe na graničnu površinu koja razdvaja dve različite sredine, dolazi do pojave prelamanja zbog različite brzine prostiranja talasa u odgovarajućim sredinama. Relativni indeks prelamanja sredine 2 u odnosu na sredinu 1, definiše se kao:

$$n_{21} \equiv \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \quad (3.1)$$

gde su  $\alpha$  i  $\beta$  upadni i prelomni ugao, respektivno (slika 3.1-levo).



Slika 3.1: Prelamanje (levo) i prolaz zraka kroz pločicu (desno)

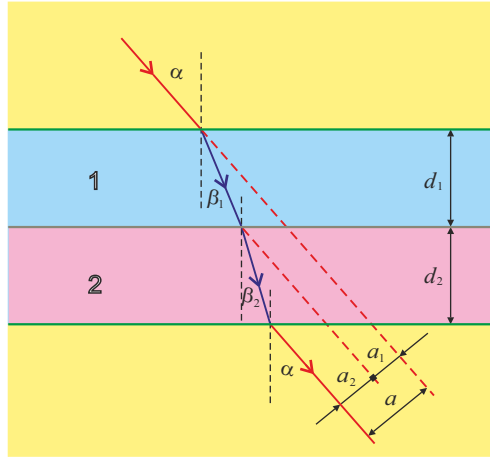
Ako se prelamanje dešava na plan-paralelnoj pločici, pravac izlaznog zraka biće paralelan, ali pomeren u odnosu na upadni pravac (slika 3.1-desno). Veličina pomeranja  $a$  zavisi od upadnog ugla  $\alpha$ , indeksa prelamanja  $n$  i debljine pločice  $d$  kroz koju talas prolazi:

$$\begin{aligned} a &= l \sin(\alpha - \beta) = \frac{d}{\cos \beta} \sin(\alpha - \beta) = \\ &= d \sin \alpha \left( 1 - \frac{1}{n} \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \beta}} \right); \quad (3.2) \\ a &= \left( 1 - \frac{\cos \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \right) d \sin \alpha. \end{aligned}$$

### 3.2 Dvoslojna struktura

Primenićemo napred navedena pravila na proračun skretanja zraka pri prolasku kroz dvoslojni sistem (slika 3.2). Na osnovu ove slike i definicije (3.2), mogu se napisati izrazi za veličinu pomeranja zraka u pojedinim slojevima:

$$\begin{aligned} a_1 &= \left( 1 - \frac{\cos \alpha}{\sqrt{n_1^2 - \sin^2 \alpha}} \right) d_1 \sin \alpha . \\ a_2 &= \left( 1 - \frac{\cos \beta_1}{\sqrt{\frac{n_2^2}{n_1^2} - \sin^2 \beta_1}} \right) d_2 \sin \beta_1 . \end{aligned} \quad (3.3)$$



Slika 3.2: Prolaz zraka kroz dvoslojnu pločicu

Ukoliko bi se zrak propustio obrnutim smerom (odole na gore, suprotno nego na slici 3.2) „kretao” bi se istim putem (PRINCIP RECIPROCITETA) i važile bi sledeće relacije:

$$\begin{aligned} a_2 &= \left( 1 - \frac{\cos \alpha}{\sqrt{n_2^2 - \sin^2 \alpha}} \right) d_2 \sin \alpha . \\ a_1 &= \left( 1 - \frac{\cos \beta_2}{\sqrt{\frac{n_1^2}{n_2^2} - \sin^2 \beta_2}} \right) d_1 \sin \beta_2 . \end{aligned} \quad (3.4)$$

Iz opštih pravila i geometrijsko-analičkih relacija<sup>1</sup>, nije teško dokazati identičnost odgovarajućih izraza. Nadalje, mi ćemo koristiti gornje definicije izraza (3.3) i (3.4).

Na osnovu slike 3.2 jasno se vidi da se ukupno pomeranje zraka može izraziti kao:

$$a = a_1 + a_2 = \left[ \left( 1 - \frac{\cos \alpha}{\sqrt{n_1^2 - \sin^2 \alpha}} \right) d_1 + \left( 1 - \frac{\cos \alpha}{\sqrt{n_2^2 - \sin^2 \alpha}} \right) d_2 \right] \sin \alpha , \quad (3.5)$$

<sup>1</sup>To su sledeće relacije:  $n_1 = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta_1}$ ;  $\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_2}$ ;  $n_2 = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta_2}$



a sa druge strane, može se definisati i pomoću:

$$a = \left(1 - \frac{\cos \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}\right) (d_1 + d_2) \sin \alpha. \quad (3.6)$$

Izjednačavanjem desnih strana ovih jednakosti sledi:

$$\frac{d_1 + d_2}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} = \frac{d_1}{\sqrt{n_1^2 - \sin^2 \alpha}} + \frac{d_2}{\sqrt{n_2^2 - \sin^2 \alpha}}. \quad (3.7)$$

U slučaju slojeva iste debljine ( $d_1 = d_2 \equiv d$ ) i za izuzetno male upadne uglove ( $\alpha \cong 0$ ) gornji izraz se svodi na:

$$\frac{2}{n} = \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}. \quad (3.8)$$

### 3.3 Višeslojna struktura

Pokušaćemo sada ovo da primenimo na određivanje ukupnog indeksa prelamanja za troslojnu pločicu. Ako ovu strukturu posmatramo kao dvoslojnu – sastavljenu od sloja 1 i dvosloja 2-3, na osnovu (3.8), onda se može napisati:

$$\frac{2}{n} = \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_{2/3}} = \frac{1}{n_1} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_3} \right), \quad (3.9)$$

odakle sledi:

$$\frac{4}{n} = \frac{2}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_3}. \quad (3.10)$$

Ukoliko bismo troslojnu strukturu tretirali kao dvoslojnu: od sloja 2 i dvosloja 1-3, onda bi važno:

$$\frac{4}{n} = \frac{1}{n_1} + \frac{2}{n_2} + \frac{1}{n_3}, \quad (3.11)$$

a ako bismo je posmatrali kao da je sastavljena od sloja 3 i dvosloja 1-2:

$$\frac{4}{n} = \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \frac{2}{n_3}. \quad (3.12)$$

Sabiranjem ove tri jednačine, sledi relacija:

$$\frac{3}{n} = \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_3}, \quad (3.13)$$

koja ima opšti karakter jer se može generalizovati na strukturu koja ima  $N$  slojeva („slepljenih” pločica) iste debljine:

$$\frac{N}{n} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{n_i} \implies n = N \left( \sum_{i=1}^N n_i^{-1} \right)^{-1}. \quad (3.14)$$

Dakle, ova relacija omogućuje da se odredi ukupni indeks prelamanja (merljiva veličina) pomoću indeksa prelamanja pojedinih slojeva (koji se u eksperimentu ne mogu izmeriti).<sup>2</sup>

<sup>2</sup>Provera je jednostavna – za  $N$  slojeva istih osobina, sledi:

$$n = N \left( \sum_{i=1}^N n^{-1} \right)^{-1} = N \frac{n}{N} \equiv n$$

## 4 Prolaz zraka kroz višeslojni film

Pri nailasku talasa na graničnu površ, koja razdvaja dve dielektrične sredine (spoljašnju i posmatrani kristalni film), jedan deo energije, odnosno intenziteta koju prenosi talas, reflektuje se od granične ravni filma, jedan deo se apsorbuje, a ostatak prolazi kroz sloj između prve i druge kristalografske ravni i stiže do druge ravni.

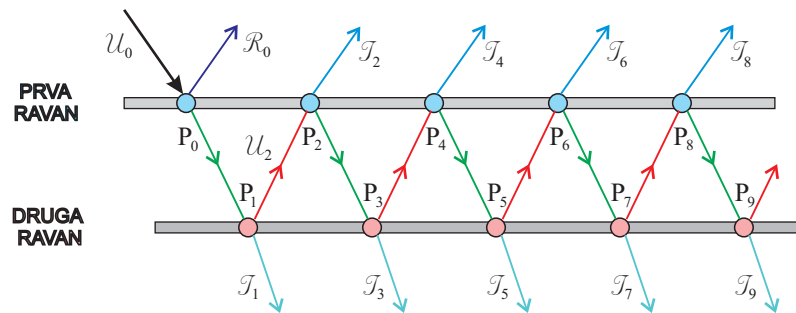
Dolaskom na drugu ravan, dešavaju se isti procesi, samo što se odnosi reflektovanog, apsorbovanog i transponovanog udela razlikuju, zbog mogućih, tj. postojećih razlika mikroskopskih optičkih karakteristika (indeksa refleksije, apsorpcije, prelamanja i transparentije) ovih dveju ravni. Dakle, dospeli deo na drugoj ravni se delimično apsorbuje, delimično odbija prema prvoj ravni i delimično se propušta ka trećoj ravni filma.

Na ovaj način procesi se nastavljaju. Da bismo mogli da odredimo ukupan udeo reflektovanog ( $\mathcal{R}$ ), apsorbovanog ( $\mathcal{A}$ ) i transparentnog ( $\mathcal{T}$ ) intenziteta u odnosu na intenzitet upadnog zračenja ( $\mathcal{U}$ ) – ono koje do filma dolazi, posmatraćemo procese ( $P_i, i = 1, 2, 3, \dots$ ) koji se, respektivno, dešavaju na i u prvoj i drugoj ravni (u prvom sloju) filma, zatim one koji se dešavaju na i u drugoj i trećoj (u drugom sloju), pa njihov doprinos prethodnom sloju itd. redom za sve prisutne ravni filma – sve do donje granične ravni koja je u kontaktu sa supstratom na kojem se ultratanki film pravi.

Radi pojednostavljenja komplikovanih analiza, zgodno je upadni intenzitet normirati na 1, čime se ništa ne gubi na opštosti.

### 4.1 Optički procesi u i na prvoj i drugoj ravni filma

Do prve kristalne ravni filma stiže zrak jediničnog intenziteta.



Slika 4.1: Prikaz optičkih procesa na i u prvoj i drugoj ravni filma

#### 4.1.1 Opis optičkih dešavanja u i na ovom delu filma

Procesi  $P_0$ :

- upadni „zrak”  $\mathcal{U}_0 \equiv I_1 = 1,$
- refleksija  $\mathcal{R}_0 \equiv r_1 \cdot \mathcal{U}_0 \equiv r_1,$
- apsorpcija  $\mathcal{A}_0 \equiv (\mathcal{U}_0 - \mathcal{R}_0) \cdot \kappa_1 = (1 - r_1) \kappa_1,$
- transparentija  $\mathcal{T}_0 \equiv \mathcal{U}_0 - \mathcal{R}_0 - \mathcal{A}_0 = (1 - r_1) (1 - \kappa_1) \equiv \varrho_{11};$

Procesi  $P_1$ :

- upadni „zrak”  $\mathcal{U}_1 \equiv \mathcal{T}_0 = \varrho_{11},$
- refleksija  $\mathcal{R}_1 \equiv r_2 \cdot \mathcal{U}_1 = \varrho_{11} r_2,$
- apsorpcija  $\mathcal{A}_1 \equiv (\mathcal{U}_1 - \mathcal{R}_1) \cdot \kappa_2 = (1 - r_2) \kappa_2 \varrho_{11},$
- transparentija  $\mathcal{T}_1 \equiv \mathcal{U}_1 - \mathcal{R}_1 - \mathcal{A}_1 = (1 - r_2) (1 - \kappa_2) \varrho_{11} \equiv \varrho_{11} \varrho_{22};$

Procesi P<sub>2</sub>:

- upadni „zrak”  $\mathcal{U}_2 \equiv \mathcal{R}_1 = r_2 \varrho_{11}$ ,
- refleksija  $\mathcal{R}_2 \equiv r_1 \cdot \mathcal{U}_2 = r_1 r_2 \varrho_{11}$ ,
- apsorpcija  $\mathcal{A}_2 \equiv (\mathcal{U}_2 - \mathcal{R}_2) \cdot \kappa_1 = (1 - r_1) r_2 \kappa_1 \varrho_{11}$ ,
- transparentcija  $\mathcal{T}_2 \equiv \mathcal{U}_2 - \mathcal{R}_2 - \mathcal{A}_2 = \varrho_{11}^2 r_2$ ;

Procesi P<sub>3</sub>:

- upadni „zrak”  $\mathcal{U}_3 \equiv \mathcal{R}_2 = r_1 r_2 \varrho_{11}$ ,
- refleksija  $\mathcal{R}_3 \equiv r_2 \cdot \mathcal{U}_3 = r_1 r_2^2 \varrho_{11}$ ,
- apsorpcija  $\mathcal{A}_3 \equiv (\mathcal{U}_3 - \mathcal{R}_3) \cdot \kappa_2 = r_1 (1 - r_2) r_2 \kappa_2 \varrho_{11}$ ,
- transparentcija  $\mathcal{T}_3 \equiv \mathcal{U}_3 - \mathcal{R}_3 - \mathcal{A}_3 = \varrho_{11} \varrho_{22} r_1 r_2$ ;

Procesi P<sub>4</sub>:

- upadni „zrak”  $\mathcal{U}_4 \equiv \mathcal{R}_3 = r_1 r_2^2 \varrho_{11}$ ,
- refleksija  $\mathcal{R}_4 \equiv r_1 \cdot \mathcal{U}_4 = r_1^2 r_2^2 \varrho_{11}$ ,
- apsorpcija  $\mathcal{A}_4 \equiv (\mathcal{U}_4 - \mathcal{R}_4) \cdot \kappa_1 = (1 - r_1) r_1 r_2^2 \kappa_1 \varrho_{11}$ ,
- transparentcija  $\mathcal{T}_4 \equiv \mathcal{U}_4 - \mathcal{R}_4 - \mathcal{A}_4 = \varrho_{11}^2 r_1 r_2^2$ ;

Procesi P<sub>5</sub>:

- upadni „zrak”  $\mathcal{U}_5 \equiv \mathcal{R}_4 = r_1^2 r_2^2 \varrho_{11}$ ,
- refleksija  $\mathcal{R}_5 \equiv r_2 \cdot \mathcal{U}_5 = r_1^2 r_2^3 \varrho_{11}$ ,
- apsorpcija  $\mathcal{A}_5 \equiv (\mathcal{U}_5 - \mathcal{R}_5) \cdot \kappa_2 = r_1^2 r_2^2 (1 - r_2) \kappa_2 r_2 \varrho_{11}$ ,
- transparentcija  $\mathcal{T}_5 \equiv \mathcal{U}_5 - \mathcal{R}_5 - \mathcal{A}_5 = \varrho_{11} \varrho_{22} r_1^2 r_2^2$ ;

Procesi P<sub>6</sub>:

- upadni „zrak”  $\mathcal{U}_6 \equiv \mathcal{R}_5 = r_1^2 r_2^3 \varrho_{11}$ ,
- refleksija  $\mathcal{R}_6 \equiv r_1 \cdot \mathcal{U}_6 = r_1^3 r_2^3 \varrho_{11}$ ,
- apsorpcija  $\mathcal{A}_6 \equiv (\mathcal{U}_6 - \mathcal{R}_6) \cdot \kappa_1 = (1 - r_1) r_1^2 r_2^3 \kappa_1 \varrho_{11}$ ,
- transparentcija  $\mathcal{T}_6 \equiv \mathcal{U}_6 - \mathcal{R}_6 - \mathcal{A}_6 = \varrho_{11}^2 r_1^2 r_2^3$ ;

Procesi P<sub>7</sub>:

- upadni „zrak”  $\mathcal{U}_7 \equiv \mathcal{R}_6 = r_1^3 r_2^3 r_2 \varrho_{11}$ ,
- refleksija  $\mathcal{R}_7 \equiv r_2 \cdot \mathcal{U}_7 = r_1^3 r_2^4 \varrho_{11}$ ,
- apsorpcija  $\mathcal{A}_7 \equiv (\mathcal{U}_7 - \mathcal{R}_7) \cdot \kappa_2 = r_1^3 r_2^3 (1 - r_2) \kappa_2 \varrho_{11}$ ,
- transparentcija  $\mathcal{T}_7 \equiv \mathcal{U}_7 - \mathcal{R}_7 - \mathcal{A}_7 = \varrho_{11} \varrho_{22} r_1^3 r_2^3 r_2^3$ ;

⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮

**4.1.2 Rekapitulacija procesa u prvom sloju**

- Prva refleksija od prve ravni i transparentcija iz filma kroz prvu ravan

$$R_{(2)} = \mathcal{R}_0 + T_{12}^{(1/2)}; \quad \mathcal{R}_0 = r_1; \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} T_{12}^{(1/2)} &= \mathcal{T}_2 + \mathcal{T}_4 + \mathcal{T}_6 + \dots = \varrho_{11}^2 r_2 \left( 1 + r_1 r_2 + r_1^2 r_2^2 + r_1^3 r_2^3 + \dots \right) = \\ &= \varrho_{11}^2 r_2 s_{12}; \quad s_{12} \equiv \sum_{i=0}^{\infty} r_1^i r_2^i = \frac{1}{1 - r_1 r_2}; \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$R_{(2)} = r_1 + \varrho_{11}^2 r_2 s_{12}. \quad (4.3)$$

- Apsorpcija u/na prvoj ravni

$$A_{(1)} = \mathcal{A}_0 + A_{12}^{(1/2)}; \quad \mathcal{A}_0 \equiv (1 - r_1) \kappa_1; \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} A_{12}^{(1/2)} &= \mathcal{A}_2 + \mathcal{A}_4 + \mathcal{A}_6 + \dots = (1 - r_1) r_2 \kappa_1 \varrho_{11} \left(1 + r_1 r_2 + r_1^2 r_2^2 + \dots\right) = \\ &= \varrho_{11} (1 - r_1) r_2 \kappa_1 s_{12}; \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$A_{(1)} = (1 - r_1) \kappa_1 + \varrho_{11} (1 - r_1) r_2 \kappa_1 s_{12}. \quad (4.6)$$

- Apsorpcija u/na drugoj ravni

$$A_{(2)} = \mathcal{A}_1 + A_{21}^{(1/2)}; \quad \mathcal{A}_1 \equiv \varrho_{11} (1 - r_2) \kappa_2; \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} A_{21}^{(1/2)} &= \mathcal{A}_3 + \mathcal{A}_5 + \mathcal{A}_7 + \dots = r_1 r_2 (1 - r_2) \kappa_2 \varrho_{11} \left(1 + r_1 r_2 + r_1^2 r_2^2 + \dots\right) = \\ &= \varrho_{11} r_1 r_2 (1 - r_2) \kappa_2 s_{12}; \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$A_{(2)} = \varrho_{11} (1 - r_2) \kappa_2 (1 + r_1 r_2 s_{12}). \quad (4.9)$$

- Transparencija iz prve, kroz drugu i ka trećoj ravni

$$T_{(2)} = \mathcal{T}_1 + T_{21}^{(1/2)}; \quad \mathcal{T}_1 \equiv \varrho_{11} \varrho_{22}; \quad (4.10)$$

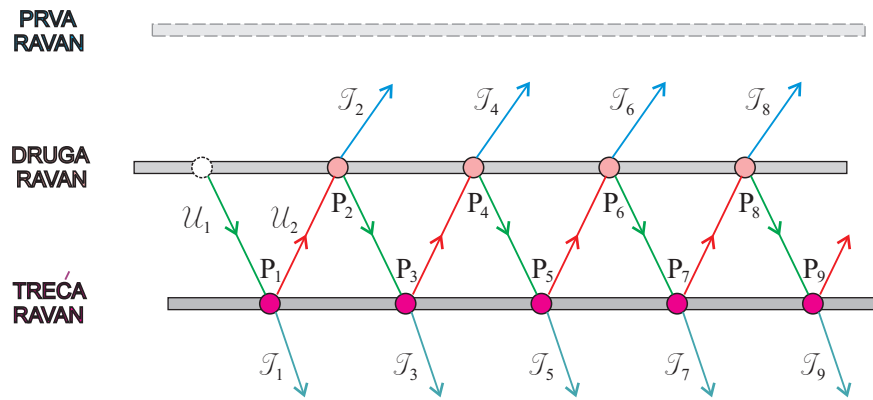
$$\begin{aligned} T_{21}^{(1/2)} &= \mathcal{T}_3 + \mathcal{T}_5 + \mathcal{T}_7 + \dots = \varrho_{11} \varrho_{22} r_1 r_2 \left(1 + r_1 r_2 + r_1^2 r_2^2 + \dots\right) = \\ &= \varrho_{11} \varrho_{22} r_1 r_2 s_{12}; \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$T_{(2)} = \varrho_{11} \varrho_{22} (1 + r_1 r_2 s_{12}). \quad (4.12)$$

$T_{(2)}$  dolazi do treće ravni kao upadni zrak.

## 4.2 Optički procesi u i na drugoj i trećoj ravni filma

Iz prvog sloja prolazi zrak ukupnog intenziteta  $T_{(2)}$  i stiže do treće ravni filma.



Slika 4.2: Prikaz optičkih procesa na i u drugoj i trećoj ravni filma

#### 4.2.1 Opis optičkih dešavanja u i na ovom delu filma

##### Procesi P<sub>1</sub>:

- upadni „zrak”  $\mathcal{U}_1 \equiv T_{(2)}$ ,
- refleksija  $\mathcal{R}_1 \equiv r_3 \mathcal{U}_1 = r_3 T_{(2)}$ ,
- apsorpcija  $\mathcal{A}_1 \equiv \kappa_3 (\mathcal{U}_1 - \mathcal{R}_1) = (1 - r_3) \kappa_3 T_{(2)}$ ,
- transparentcija  $\mathcal{T}_1 \equiv \mathcal{U}_1 - \mathcal{R}_1 - \mathcal{A}_1 = T_{(2)} (1 - r_3) (1 - \kappa_3) \equiv \varrho_{33} T_{(2)}$ ;

##### Procesi P<sub>2</sub>:

- upadni „zrak”  $\mathcal{U}_2 \equiv \mathcal{R}_1 = r_3 T_{(2)}$ ,
- refleksija  $\mathcal{R}_2 \equiv r_2 \mathcal{U}_2 = r_2 r_3 T_{(2)}$ ,
- apsorpcija  $\mathcal{A}_2 \equiv \kappa_2 (\mathcal{U}_2 - \mathcal{R}_2) = (1 - r_2) r_3 \kappa_2 T_{(2)}$ ,
- transparentcija  $\mathcal{T}_2 \equiv \mathcal{U}_2 - \mathcal{R}_2 - \mathcal{A}_2 = \varrho_{22} r_3 T_{(2)}$ ;

##### Procesi P<sub>3</sub>:

- upadni „zrak”  $\mathcal{U}_3 \equiv \mathcal{R}_2 = r_2 r_3 T_{(2)}$ ,
- refleksija  $\mathcal{R}_3 \equiv r_3 \mathcal{U}_3 = r_2 r_3^2 T_{(2)}$ ,
- apsorpcija  $\mathcal{A}_3 \equiv \kappa_3 (\mathcal{U}_3 - \mathcal{R}_3) = (1 - r_3) r_3 r_2 \kappa_3 T_{(2)}$ ,
- transparentcija  $\mathcal{T}_3 \equiv \mathcal{U}_3 - \mathcal{R}_3 - \mathcal{A}_3 = \varrho_{33} r_2 r_3 T_{(2)}$ ;

##### Procesi P<sub>4</sub>:

- upadni „zrak”  $\mathcal{U}_4 \equiv \mathcal{R}_3 = r_2 r_3^2 T_{(2)}$ ,
- refleksija  $\mathcal{R}_4 \equiv r_2 \mathcal{U}_4 = r_2^2 r_3^2 T_{(2)}$ ,
- apsorpcija  $\mathcal{A}_4 \equiv \kappa_2 (\mathcal{U}_4 - \mathcal{R}_4) = (1 - r_2) r_2 r_3^2 \kappa_2 T_{(2)}$ ,
- transparentcija  $\mathcal{T}_4 \equiv \mathcal{U}_4 - \mathcal{R}_4 - \mathcal{A}_4 = \varrho_{22} r_2 r_3^2 T_{(2)}$ ;

##### Procesi P<sub>5</sub>:

- upadni „zrak”  $\mathcal{U}_5 = r_2^2 r_3^2 T_{(2)}$ ,
- refleksija  $\mathcal{R}_5 = r_2^2 r_3^3 T_{(2)}$ ,
- apsorpcija  $\mathcal{A}_5 = (1 - r_3) r_2^2 r_3^2 \kappa_3 T_{(2)}$ ,
- transparentcija  $\mathcal{T}_5 = \varrho_{33} r_2^2 r_3^2 T_{(2)}$ ;

##### Procesi P<sub>6</sub>:

- upadni „zrak”  $\mathcal{U}_6 = r_2^2 r_3^3 T_{(2)}$ ,
- refleksija  $\mathcal{R}_6 = r_2^3 r_3^3 T_{(2)}$ ,
- apsorpcija  $\mathcal{A}_6 = (1 - r_2) r_2^2 r_3^3 \kappa_2 T_{(2)}$ ,
- transparentcija  $\mathcal{T}_6 = \varrho_{22} r_2^2 r_3^3 T_{(2)}$ ;

⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮

#### 4.2.2 Rekapitulacija optičkih procesa u prva dva sloja

##### REKAPITULACIJA PROCESA U DRUGOM SLOJU

- Transparentcija iz treće kroz drugu (ka prvoj) ravni filma

$$\begin{aligned}
 T'_{23} &= \mathcal{T}_2 + \mathcal{T}_4 + \mathcal{T}_6 + \dots = T_{(2)} \varrho_{22} r_3 \left( 1 + r_2 r_3 + r_2^2 r_3^2 + \dots \right) = \\
 &= \varrho_{22} r_3 s_{23} T_{(2)}; \quad s_{23} \equiv \sum_{i=0}^{\infty} r_2^i r_3^i = \frac{1}{1 - r_2 r_3}. \quad (4.13)
 \end{aligned}$$

$T'_{23}$  dodaje se na ukupnu transparentciju kroz drugu, iz treće, a ka prvoj ravni filma. Važe sve odgovarajuće formule uz zamenu:  $\mathcal{U}_2 \equiv r_2 \varrho_{11} \rightarrow T'_{23}$ , kao i  $(1/2) \rightarrow (2/3)$ .

- Apsorpcija u/na drugoj (iz treće) ravni filma

$$\begin{aligned} A'_{23} &= \mathcal{A}_2 + \mathcal{A}_4 + \mathcal{A}_6 + \dots = T_{(2)} (1 - r_2) r_3 \kappa_2 \left( 1 + r_2 r_3 + r_2^2 r_3^2 + \dots \right) = \\ &= (1 - r_2) r_3 \kappa_2 s_{23} T_{(2)}. \end{aligned} \quad (4.14)$$

$A'_{23}$  dodaje se na ukupnu apsorpciju na drugoj (iz prve) ravni, tj. na  $A'_{21}$ .

- Apsorpcija u/na trećoj (iz druge) ravni filma

$$\begin{aligned} A'_{32} &= \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_3 + \mathcal{A}_5 + \dots = T_{(2)} (1 - r_3) \kappa_3 \left( 1 + r_2 r_3 + r_2^2 r_3^2 + \dots \right) = \\ &= (1 - r_3) \kappa_3 s_{23} T_{(2)}. \end{aligned} \quad (4.15)$$

- Transparencija iz druge kroz treću (ka četvrtoj) ravni filma, tj. izlazak iz filma

$$\begin{aligned} T'_{32} &= \mathcal{T}_1 + \mathcal{T}_3 + \mathcal{T}_5 + \dots = T_{(2)} \varrho_{33} \left( 1 + r_2 r_3 + r_2^2 r_3^2 + \dots \right) = \\ &= \varrho_{33} s_{23} T_{(2)}. \end{aligned} \quad (4.16)$$

#### DODATAK NA PROCESE U PRVOM I TREĆEM SLOJU

- Dodatak transparenciji iz druge kroz prvu ravan filma

$$T'_{12}{}^{(2/3)} = \mathcal{T}'_2 + \mathcal{T}'_4 + \mathcal{T}'_6 + \dots = T_{12}^{(1/2)} (r_2 \varrho_{11} \rightarrow T'_{23}) = \varrho_{11} s_{12} T'_{23}. \quad (4.17)$$

$T'_{12}{}^{(2/3)}$  dodaje se na ukupnu transparenciju kroz prvu ravan i napušta film.

- Dodatak apsorpciji u/na prvoj (iz druge) ravni filma

$$A'_{12}{}^{(2/3)} = \mathcal{A}'_2 + \mathcal{A}'_4 + \mathcal{A}'_6 + \dots = A_{12}^{(1/2)} (r_2 \varrho_{11} \rightarrow T'_{23}) = (1 - r_1) \kappa_1 s_{12} T'_{23}. \quad (4.18)$$

$A'_{12}{}^{(2/3)}$  dodaje se na ukupnu apsorpciju u prvoj ravni, tj. na  $A_{12}^{(1/2)}$ .

- Dodatak apsorpciji u/na drugoj (iz prve) ravni filma

$$A'_{21}{}^{(2/3)} = \mathcal{A}'_3 + \mathcal{A}'_5 + \mathcal{A}'_7 + \dots = A_{21}^{(1/2)} (r_2 \varrho_{11} \rightarrow T'_{23}) = r_1 (1 - r_2) \kappa_2 s_{12} T'_{23}. \quad (4.19)$$

$A'_{21}{}^{(2/3)}$  dodaje se na ukupnu apsorpciju u drugoj ravni, tj. na  $A_{21}^{(1/2)}$ .

- Dodatak transparenciji iz prve kroz drugu, a ka trećoj ravni filma

$$T'_{21}{}^{(2/3)} \equiv T_{21}^{(1/2)} (r_2 \varrho_{11} \rightarrow T'_{23}) = \varrho_{22} r_1 s_{12} T'_{23}. \quad (4.20)$$

Ovo stiže do treće ravni, te se u odgovarajućim formulama zamenjuje:  $\mathcal{U}_1 \equiv T_{(2)} \rightarrow T'_{21}{}^{(2/3)}$ .

#### DODATAK NA REKAPITULACIJU PROCESA U DRUGOM SLOJU

- Druga transparencija iz treće kroz drugu, a ka prvoj ravni filma

$$T''_{23} \equiv T'_{23} (T_{(2)} \rightarrow T'_{21}{}^{(2/3)}) = \varrho_{22} r_3 s_{23} T'_{21}{}^{(2/3)}. \quad (4.21)$$

$T''_{23}$  ulazi iz druge prema prvoj ravni; primenjuju se odgovarajuće formule uz zamenu:  $T'_{23} \rightarrow T''_{23}$ .

- Druga apsorpcija u/na drugoj (iz treće) ravni filma

$$A''_{23} \equiv A'_{23} \left( T_{(2)} \rightarrow T_{21}'^{(2/3)} \right) = (1 - r_2) r_3 \kappa_2 s_{23} T_{21}'^{(2/3)}, \quad (4.22)$$

što se dodaje na  $A'_{23}$ .

- Druga apsorpcija u/na trećoj (iz druge) ravni filma

$$A''_{32} \equiv A'_{32} \left( T_{(2)} \rightarrow T_{21}'^{(2/3)} \right) = (1 - r_3) \kappa_3 s_{23} T_{21}'^{(2/3)}. \quad (4.23)$$

$A''_{32}$  dodaje se na ukupnu apsorpciju u trećoj ravni, tj. na  $A'_{32}$ .

- Druga transparentija iz druge kroz treću i ka četvrtoj ravni filma, tj. izlasku iz filma

$$T''_{32} \equiv T'_{32} \left( T_{(2)} \rightarrow T_{21}'^{(2/3)} \right) = \varrho_{33} s_{23} T_{21}'^{(2/3)}. \quad (4.24)$$

To se dodaje na  $T'_{32}$ .

#### DRUGI DODATAK NA PROCESE U PRVOM I TREĆEM SLOJU

- Drugi dodatak transparentiji iz druge kroz prvu ravan filma

$$T''_{12}^{(2/3)} \equiv T_{12}'^{(2/3)} \left( T'_{23} \rightarrow T''_{23} \right) = \varrho_{11} s_{12} T''_{23}. \quad (4.25)$$

- Drugi dodatak apsorpciji u/na prvoj iz druge ravni filma

$$A''_{12}^{(2/3)} \equiv A_{12}'^{(2/3)} \left( T'_{23} \rightarrow T''_{23} \right) = (1 - r_1) \kappa_1 s_{12} T''_{23}. \quad (4.26)$$

- Drugi dodatak apsorpciji u/na drugoj (iz prve) ravni filma

$$A''_{21}^{(2/3)} \equiv A_{21}'^{(2/3)} \left( T'_{23} \rightarrow T''_{23} \right) = r_1 (1 - r_2) \kappa_2 s_{12} T''_{23}. \quad (4.27)$$

- Drugi dodatak transparentiji iz prve kroz drugu (ka trećoj) ravni filma

$$T''_{21}^{(2/3)} \equiv T_{21}'^{(2/3)} \left( T'_{23} \rightarrow T''_{23} \right) = \varrho_{22} r_1 s_{12} T''_{23}. \quad (4.28)$$

To stiže do treće ravni i onda opet idu svi procesi ponovo! U odgovarajućim formulama zamenjuje se:  $T_{21}'^{(2/3)} \rightarrow T_{21}''^{(2/3)}$ .

#### DRUGI DODATAK NA REKAPITULACIJU PROCESA U DRUGOM SLOJU

- Treća transparentija iz treće kroz drugu (ka prvoj) ravni filma

$$T'''_{23} \equiv T''_{23} \left( T_{21}''^{(2/3)} \rightarrow T_{21}'''^{(2/3)} \right) = \varrho_{22} r_3 s_{23} T_{21}''^{(2/3)}. \quad (4.29)$$

Ovo se dodaje na  $T'_{23}$  i  $T''_{23}$ , a ostale formule se dobijaju smenom:  $T''_{23} \rightarrow T'''_{23}$ .

- Treća apsorpcija u/na drugoj (iz treće) ravni filma

$$A'''_{23} \equiv A''_{23} \left( T_{21}''^{(2/3)} \rightarrow T_{21}'''^{(2/3)} \right) = (1 - r_2) r_3 \kappa_2 s_{23} T_{21}''^{(2/3)}. \quad (4.30)$$

- Treća apsorpcija u/na trećoj (iz druge) ravni filma

$$A'''_{32} \equiv A''_{32} \left( T_{21}''^{(2/3)} \rightarrow T_{21}'''^{(2/3)} \right) = (1 - r_3) \kappa_3 s_{23} T_{21}''^{(2/3)}. \quad (4.31)$$

- Treća transparentija iz druge kroz treću (ka četvrtoj) ravni filma, tj. izlazak iz filma

$$T_{32}''' \equiv T_{32}'' \left( T_{21}'^{(2/3)} \rightarrow T_{21}''^{(2/3)} \right) = \varrho_{33} s_{23} T_{21}''^{(2/3)}. \quad (4.32)$$

To se dodaje na  $T_{32}'$  i  $T_{32}''$ .

TREĆI DODATAK NA PROCESE U PRVOM I TREĆEM SLOJU

- Treći dodatak transparentiji iz druge kroz prvu ravan filma

$$T_{12}'''^{(2/3)} \equiv T_{12}''^{(2/3)} \left( T_{23}'' \rightarrow T_{23}''' \right) = \varrho_{11} s_{12} T_{23}'''. \quad (4.33)$$

- Treći dodatak apsorpciji u/na prvoj iz druge ravni filma

$$A_{12}'''^{(2/3)} \equiv A_{12}''^{(2/3)} \left( T_{23}'' \rightarrow T_{23}''' \right) = (1 - r_1) \kappa_1 s_{12} T_{23}'''. \quad (4.34)$$

- Treći dodatak apsorpciji u/na drugoj (iz prve) ravni filma

$$A_{21}'''^{(2/3)} \equiv A_{21}''^{(2/3)} \left( T_{23}'' \rightarrow T_{23}''' \right) = r_1 (1 - r_2) \kappa_2 s_{12} T_{23}'''. \quad (4.35)$$

- Treći dodatak transparentiji iz prve kroz drugu (ka trećoj) ravni filma

$$T_{21}'''^{(2/3)} \equiv T_{21}''^{(2/3)} \left( T_{23}'' \rightarrow T_{23}''' \right) = \varrho_{22} r_1 s_{12} T_{23}'''. \quad (4.36)$$

To stiže do treće ravni i onda opet idu svi procesi ponovo! Počinje četvrti ciklus, pa peti, šesti, ...

### 4.2.3 Rekapitulacija optičkih procesa u i na dvoslojnom filmu (filmu sa tri kristalografske ravni)

UKUPNA REFLEKSIJA i transparentija iz filma kroz prvu ravan

$$R_{(3)} = R_{(2)} + T_{12}^{(2/3)}, \quad (4.37)$$

$R_{(2)}$  je definisano izrazom (4.3), a

$$T_{12}^{(2/3)} = T_{12}'^{(2/3)} + T_{12}''^{(2/3)} + T_{12}'''^{(2/3)} + \dots; \quad (4.38)$$

$$\begin{aligned} T_{12}'^{(2/3)} &= \varrho_{11} s_{12} T_{23}' & T_{23}' &= \varrho_{22} r_3 s_{23} T_{(2)}; \\ T_{12}''^{(2/3)} &= \varrho_{11} s_{12} T_{23}'' & T_{23}'' &= \varrho_{22} r_3 s_{23} T_{21}'^{(2/3)}; & T_{21}'^{(2/3)} &= \varrho_{22} r_1 s_{12} T_{23}'; \\ T_{12}'''^{(2/3)} &= \varrho_{11} s_{12} T_{23}''' & T_{23}''' &= \varrho_{22} r_3 s_{23} T_{21}''^{(2/3)}; & T_{21}''^{(2/3)} &= \varrho_{22} r_1 s_{12} T_{23}''; \\ &\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ T_{12}^{(2/3)} &= \varrho_{11} s_{12} T_{23}' \left( 1 + q_1 + q_1^2 + q_1^3 + \dots \right); & q_1 &\equiv \varrho_{22}^2 r_1 r_3 s_{12} s_{23} \\ & & & & & T_{12}^{(2/3)} = \varrho_{11} \varrho_{22} r_3 \frac{s_{12} s_{23}}{1 - q_1} T_{(2)}, \end{aligned} \quad (4.39)$$

pri čemu je  $T_{(2)}$  izraženo preko (4.12).



## UKUPNA APSORPCIJA

- Apsorpcija u/na prvoj ravni

$$A_{(3)}^1 = A_{(1)} + A_{12}^{(2/3)}, \quad (4.40)$$

$A_{(1)}$  je dato formulom (4.6), dok su

$$\begin{aligned} A_{12}^{(2/3)} &\equiv A_{12}'^{(2/3)} + A_{12}''^{(2/3)} + A_{12}'''^{(2/3)} + \dots; \\ A_{12}'^{(2/3)} &= (1 - r_1) \kappa_1 s_{12} T_{23}' ; \\ A_{12}''^{(2/3)} &= (1 - r_1) \kappa_1 s_{12} T_{23}'' ; \\ A_{12}'''^{(2/3)} &= (1 - r_1) \kappa_1 s_{12} T_{23}''' ; \\ &\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \end{aligned} \quad (4.41)$$

$$\begin{aligned} A_{12}^{(2/3)} &= (1 - r_1) \kappa_1 s_{12} T_{23}' \left( 1 + q_1 + q_1^2 + q_1^3 + \dots \right) = \\ &= \varrho_{22} (1 - r_1) r_3 \kappa_1 \frac{s_{12} s_{23}}{1 - q_1} T_{(2)}. \end{aligned} \quad (4.42)$$

- Apsorpcija u/na drugoj ravni

– Apsorpcija iz prve u/na drugoj ravni

$$A_{(3)}^{21} = A_{(2)} + A_{21}^{(2/3)}, \quad (4.43)$$

pri čemu je  $A_{(2)}$  dato u (4.9), a

$$\begin{aligned} A_{21}^{(2/3)} &\equiv A_{21}'^{(2/3)} + A_{21}''^{(2/3)} + A_{21}'''^{(2/3)} + \dots; \\ A_{21}'^{(2/3)} &= r_1 (1 - r_2) \kappa_2 s_{12} T_{23}' ; \\ A_{21}''^{(2/3)} &= r_1 (1 - r_2) \kappa_2 s_{12} T_{23}'' ; \\ A_{21}'''^{(2/3)} &= r_1 (1 - r_2) \kappa_2 s_{12} T_{23}''' ; \\ &\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \end{aligned} \quad (4.44)$$

$$\begin{aligned} A_{21}^{(2/3)} &= r_1 (1 - r_2) \kappa_2 s_{12} T_{23}' \left( 1 + q_1 + q_1^2 + q_1^3 + \dots \right) = \\ &= \varrho_{22} r_1 (1 - r_2) r_3 \kappa_2 \frac{s_{12} s_{23}}{1 - q_1} T_{(2)}. \end{aligned} \quad (4.45)$$

– Apsorpcija iz treće u/na drugoj ravni

$$A_{(3)}^{23} \equiv A_{23}^{(2/3)} = A_{23}' + A_{23}'' + A_{23}''' + \dots; \quad (4.46)$$

$$\begin{aligned} A_{23}' &= (1 - r_2) r_3 \kappa_2 s_{23} T_{(2)} ; \\ A_{23}'' &= (1 - r_2) r_3 \kappa_2 s_{23} T_{21}'^{(2/3)} ; \\ A_{23}''' &= (1 - r_2) r_3 \kappa_2 s_{23} T_{21}''^{(2/3)} ; \\ &\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{(3)}^{23} &= (1 - r_2) r_3 \kappa_2 s_{23} T_{(2)} \left( 1 + q_1 + q_1^2 + q_1^3 + \dots \right) = \\ &= (1 - r_2) r_3 \kappa_2 \frac{s_{23}}{1 - q_1} T_{(2)}. \end{aligned} \quad (4.47)$$

– Ukupna apsorpcija u/na drugoj ravni

$$A_{(3)}^2 = A_{(3)}^{21} + A_{(3)}^{23}. \quad (4.48)$$

• Apсорpcija u/na trećoj ravni

$$A_{(3)}^3 \equiv A_{32}^{(2/3)} = A'_{32} + A''_{32} + A'''_{32} + \dots; \quad (4.49)$$

$$\begin{aligned} A'_{32} &= (1 - r_3) \kappa_3 s_{23} T_{(2)}; \\ A''_{32} &= (1 - r_3) \kappa_3 s_{23} T_{21}'^{(2/3)}; \\ A'''_{32} &= (1 - r_3) \kappa_3 s_{23} T_{21}''^{(2/3)}; \\ &\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{(3)}^3 &= (1 - r_3) \kappa_3 s_{23} T_{(2)} \left( 1 + q_1 + q_1^2 + q_1^3 + \dots \right) = \\ &= (1 - r_3) \kappa_3 \frac{s_{23}}{1 - q_1} T_{(2)}. \end{aligned} \quad (4.50)$$

• Apсорpcija u celom dvoslojnom filmu

$$A_{(3)} \equiv A_{(3)}^1 + A_{(3)}^2 + A_{(3)}^3. \quad (4.51)$$

Ovaj identitet obuhvata izraze (4.40), (4.48) i (4.50).

UKUPNA TRANSPARENCIJA kroz dvoslojni film

To je ukupna transparentija iz druge kroz treću ravan:

$$T_{(3)} \equiv T_{32}^{(2/3)} = T'_{32} + T''_{32} + T'''_{32} + \dots; \quad (4.52)$$

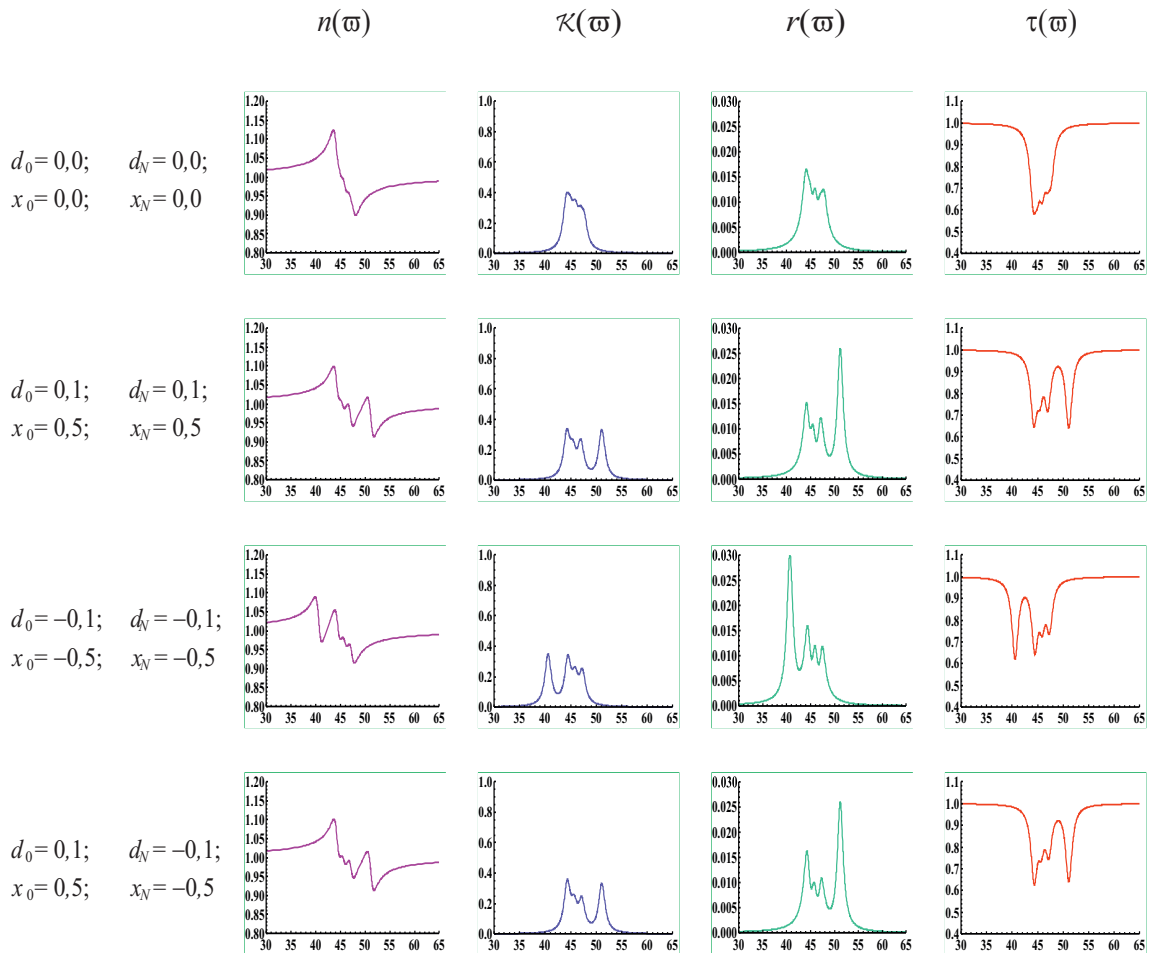
$$\begin{aligned} T'_{32} &= \varrho_{33} s_{23} T_{(2)}; \\ T''_{32} &= \varrho_{33} s_{23} T_{21}'^{(2/3)}; \\ T'''_{32} &= \varrho_{33} s_{23} T_{21}''^{(2/3)}; \\ &\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{(3)} &= \varrho_{33} s_{23} T_{(2)} \left( 1 + q_1 + q_1^2 + q_1^3 + \dots \right) = \\ &= \varrho_{33} \frac{s_{23}}{1 - q_1} T_{(2)}. \end{aligned} \quad (4.53)$$

Dakle, ovo izlazi iz dvoslojnog filma! Ali ako postoji četvrta ravan, onda to ulazi u treći sloj i ide prema četvrtoj ravni filma itd.

### 4.3 Optičke specifičnosti dvoslojnog filma

Numeričkim proračunom, upotrebom programskog paketa MATHEMATICA 8.0, određena je frekventna zavisnost optičkih osobina (indeksi prelamanja, apsorpcije, refleksije i transparenacije) najtanjeg<sup>3</sup> kristalnog nanofilma. Rezultati su grafički obrađeni pomoću softverskog paketa CorelDraw X6 i predstavljeni na slici 4.3.



Slika 4.3: Prikaz optičkih osobina dvoslojnog filma

Sa prikazanih grafika vide se izraziti pikovi koji ukazuju na to da su, u delu IC oblasti gde je balk-struktura potpuni apsorber, samo neke frekvencije spoljašnjeg polja favorizovane (apsorbovane, reflektovane ili propuštene). Primetan je uticaj graničnih parametara na oblik i pomeranje pomenutih pikova.

<sup>3</sup>Na osnovu postavljenog modela ultratankog kristalnog filma, moguće je posmatrati najtanji film sa tri kristalografske ravni, tj. sa dva sloja.

## 5 Zaključak

U ovom radu predstavljene su rezultati teorijskih istraživanja optičkih svojstava ultratankih film-struktura i upoređeni sa odgovarajućim rezultatima za balk-strukture molekulskih kristala. Analiziran je uticaj graničnih parametara filma: parametara  $d_{0/N}$  i  $x_{0/N}$  koji perturbuju energije eksitona ( $\Delta$ ) na graničnim površima i energije transfera eksitona u graničnim slojevima filma. Sve analize su izvedene za dvoslojni film ( $N = 2$ ), dakle za film sa tri kristalografske ravni: dve granične i jedna unutrašnja.

Za razliku od balk-molekulskih kristala, gde se javlja kontinualna apsorpciona zona u jednom određenom delu opsega IC energija spoljašnjeg elektromagnetnog zračenja, kod ultratankih molekulskih film-struktura egzistiraju rezonantni apsorpcioni pikovi i rezonantni pikovi indeksa prelamanja na tačno određenim energijama. Položaj, broj i oblik-veličina ovih pikova zavise od graničnih perturbacionih parametara:  $d_{0/N}$  i  $x_{0/N}$ , za zadatu debljinu filma, odnosno za zadati broj kristalografskih ravni paralelnih graničnim površima tog filma. Dakle, uočljivo je da dinamička optička svojstva ultratankih filmova pokazuju veoma selektivne osobine, a prisustvo diskretnih rezonantnih apsorpcionih pikova uspešno utvrđuje one energije (frekvencije, odnosno talasne dužine) spoljašnjeg elektromagnetnog polja koje će u ovom filmu biti apsorbovane, reflektovane ili propuštene kroz film.

Ovaj rezultat može objasniti eksperimentalne činjenice u vezi sa odzivom optičkih pikova u sličnim molekulskim slojevitim nanostrukturama – perilen-hemijskim jedinjenjima (PTCDA, PTCS I PTFE), gde je ovo evidentirano i objašnjeno rezonantnim efektima na specifičnim lokalizovanim eksitonskim nivoima.

## 6 Literatura

1. V.M.Agranovich:  
TEORIYA EKSITONOV,  
*Nauka*, Moskva 1968.
2. L.L.Chang and L.Esaki,  
*Phys.Today* **Oct.** 36 (1992).
3. M.G.Cottam and D.R.Tilley:  
INTRODUCTION TO SURFACE AND  
SUPERLATTICE EXCITATIONS,  
*Univ.Press*, Cambridge 1989.
4. D.Raković:  
FIZIČKE OSNOVE I KARAKTERISTIKE  
ELEKTROTEHNIČKIH MATERIJALA,  
*Elektrotehnički fakultet*, Beograd 1995.
5. G.Rickayzen:  
GREEN'S FUNCTIONS AND CONDENSED MATTER,  
*Academic Press*, London 1980.
6. B.S.Tošić:  
STATISTIČKA FIZIKA,  
*PMF IF*, Novi Sad 1978.
7. G.Mahan:  
MANY PARTICLE PHYSICS,  
*Plenum Press*, New York 1990.
8. V.M.Agranovich and V.L.Ginzburg:  
CRYSTALOPTIC WITH SPACE DISPERSION  
AND THEORY OF EXCITONS,  
*Nauka*, Moskva 1979.
9. C.Kittel:  
QUANTUM THEORY OF SOLIDS,  
*Wiley*, New York 1963.
10. D. Petrović i S. Lukić:  
EKSPERIMENTALNA FIZIKA KONDENZOVANE MATERIJE,  
*UNS*, Novi Sad 2000.
11. S.S.Pelemiš:  
Optičke osobine nano-kristalnih dielektričnih film-struktura,  
Dr disertacija, *PMF*, Novi Sad 2010.
12. S.S.Pelemiš, D.Rodić, A.J.Šetrajić-Tomić, J.P.Šetrajić i D.Lj.Mirjanić:  
OPTIČKE KARAKTERISTIKE SIMETRIČNOG  
ULTRATANKOG MOLEKULSKOG NANOFILMA,  
*Međunarodna konferencija Savremeni Materijali 2012*, Banja Luka 2012.

## **KRATKA BIOGRAFIJA**

### **JOVANA PETROVIĆ**



Jovana Petrović je rođena 08.05.1985. u Vukovaru.

Osnovnu i srednju školu završila u rodnom gradu.

Studije iz fizike, smer diplomirani fizičar, upisala 2004. godine na Prirodno-matematičkom fakultetu u Novom Sadu.

UNIVERZITET U NOVOM SADU  
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA

- Redni broj:  
RBR
- Identifikacioni broj:  
IBR
- Tip dokumentacije:  
*Monografska dokumentacija*  
TD
- Tip zapisa:  
*Tekstualni štampani materijal*  
TZ
- Vrsta rada:  
*Diplomski rad*  
VR
- Autor:  
*Jovana Petrović, br.dos. 472/04*  
AU
- Mentor:  
*Dr Jovan Šetrajić,*  
*redovni profesor, PMF, Novi Sad*  
MN
- Naslov rada:  
*Prolaz zraka kroz*  
*višeslojni nanofilm*  
NR
- Jezik publikacije:  
*Srpski (latinica)*  
JP
- Jezik izvoda:  
*Srpski*  
JI
- Zemlja publikovanja:  
*Srbija*  
ZP
- Uže geografsko područje:  
*Vojvodina*  
UGP
- Godina:  
*2014.*  
GO
- Izdavač:  
*Autorski reprint*  
IZ
- Mesto i adresa:  
*Prirodno-matematički fakultet,*  
*Trg Dositeja Obradovića 4, 21000 Novi Sad*  
MA
- Fizički opis rada:  
*(6/24/12/0/8/19/0)*  
FO
- Naučna oblast:  
*Fizika*  
NO
- Naučna disciplina:  
*Fizika čvrstog stanja*  
ND
- Predmetna odrednica / ključne reči:  
*ultratanki filmovi, eksitoni,*  
*optička svojstva*  
PO
- Čuva se:  
*Biblioteka Instituta za fiziku,*  
*PMF Novi Sad*
- Izvod:  
*U radu je analiziran uticaj granica na optička*  
*svojstva ultratankih kristalnih filmova.*  
IZ
- Datum prihvatanja teme od strane Veća:  
*.09.2014.*  
DP
- Datum odbrane:  
*.09.2014.*  
DO
- Članovi komisije:
  - Predsednik:  
*Dr Milica Pavkov-Hrvojević,*  
*red. profesor PMF, Novi Sad*
  - Članovi:  
*Dr Jovan Šetrajić,*  
*red. profesor PMF, Novi Sad*  
*Dr Dušan Lazar,*  
*vanr. profesor PMF, Novi Sad*  
KO

**UNIVERSITY OF NOVI SAD  
FACULTY OF SCIENCES  
KEY WORDS DOCUMENTATION**

- Accension number:  
ANO
- Identification number:  
INO
- Document type:  
*Monograph type*  
DT
- Type of record:  
*Printed text*  
TR
- Contents Code:  
*Diploma work*  
CC
- Author:  
*Jovana Petrović*  
AU
- Mentor:  
*Prof. Dr Jovan Šetrajić*  
MN
- Title:  
*Transmission of Light  
through Multilayer Nanofilm*  
NR
- Language of text:  
*Serbian*  
LT
- Language of abstract:  
*English*  
LA
- Country of publication:  
*Serbia*  
CP
- Locality of publication:  
*Vojvodina*  
LP
- Publication year:  
*2014.*  
PY
- Publisher:  
*Author's reprint*  
PU
- Publ.place:  
*Novi Sad,  
Department of Physics,  
Faculty of Sciences,  
Trg Dositeja Obradovića 4*  
PP
- Physical description:  
*(6/24/12/0/8/19/0)*  
PD
- Scientific field:  
*Physics*  
SF
- Scientific discipline:  
*Solid State Physics*  
SD
- Key words:  
*ultrathin films, excitons,  
optical characteristics of ultrathin crystal films*  
KW
- Holding data:  
*Library  
Department of Physics, Novi Sad*
- HD Note: N
- Abstract:  
*In this work, the influence of boundary parameters to optical characteristics of ultrathin crystal films was analyzed.*  
AB
- Accepted by the Scientific Board on:  
*.09.2014.*  
ASB
- Defended:  
*.09.2014.*  
DE
- Work defend board:  
- DB President:  
*Dr. Milica Pavkov-Hrvojević,  
Full Professor, Faculty of Sciences,  
University of Novi Sad*  
- Members:  
*Dr. Jovan Šetrajić,  
Full Professor, Faculty of Sciences,  
University of Novi Sad  
Dr. Dušan Lazar,  
Associated Professor, Faculty of Sciences,  
University of Novi Sad*