

D-560

UNIVERZITET U NOVOM SADU

PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET

Institut za fiziku

Природно-математички факултет  
Радна заједница заједничких послова  
НОВИ САД

Пријемљено: - 9. фебруар 1993.

Орг. јед.	Број	Пријем	Вредност
03	9/13		

F L E I S J O S I P

MERENJE MEHANIČKIH VIBRACIJA

DIPLOMSKI RAD

Novi Sad, februar 1993.

OVAJ RAD NE BI POSTOJAO DA NIJE BILO ISTRAJNE  
PODRŠKE MOJIH RODITELJA TOKOM SVIH OVIH GODINA.

## S A D R Z A J :

### UVOD

### MEHANIČKI SISTEMI I NJIHOVE VIBRACIJE

1.	VIBRACIJE MEHANIČKIH SISTEMA.....	1
1.1	Vibracije mehaničkih sistema.....	1
1.2	Diferencijalne jednačine vibratoričnog kretanja.....	1
1.3	Generalisane koordinate.....	2
1.4	Generalisane sile.....	3
1.5	Diferencijalne jednačine vibratoričnog kretanja u generalisanim koordinatama.....	5
1.6	Energetski bilans vibratoričnog kretanja.....	8
2.	PRINUDNE SILE.....	12
2.1	Podela prinudnih sila.....	12
2.2	Prostoperiodične sile.....	12
2.3	Neharmonijska periodična sila.....	18
2.4	Neperiodična sila.....	19
2.5	Stohastička sila.....	21
3.	VIBRACIJE JEDNODIMENZIONALNIH SISTEMA.....	29
3.1	Jednodimenzionalni sistemi.....	29
3.2	Primena LAPLACEove transformacije na diferencijalnu jednačinu sistema.....	30
3.3	Nalaženje prinudnog odziva sistema.....	32
3.4	Nalaženje odziva usled akumulisane energije.....	35
3.5	Slobodne vibracije neprigušenog sistema.....	37
3.6	Slobodne prigušene vibracije.....	40
3.7	Opis prinudnih vibracija u frekventnom domenu.....	42
3.8	Dinamički aspekt prinudnih vibracija.....	47
3.9	Energija vibracije i efektivna vrednost pomeraja.....	51

### TEORIJA MERENJA MEHANIČKIH VIBRACIJA

4.	TEORIJA MERENJA VIBRACIJE.....	55
4.1	Pokazatelji nivoa vibracije.....	55
4.2	Parametri vibracije.....	56
4.3	Amplitudne skale.....	58
4.4	Frekventne skale.....	60
4.5	Frekventna analiza.....	60
4.6	Širina propusnog opsega.....	60
4.7	Efektivna vrednost i vreme usrednjavanja.....	67
4.8	Blok šema merača frekvencije.....	68

### ELEMENTI OPREME ZA MERENJE MEHANIČKIH VIBRACIJA

5.	MERNA SONDA.....	71
5.1	Vrste sondi i njihove karakteristike.....	71

5.2 Piezoelektrični materijali.....	72
5.3 Princip rada piezoelektrične sonde.....	73
5.4 Električne karakteristike piezoelektričnog pretvarača.....	76
5.5 Linearnost i dinamički opseg.....	78
5.6 Poprečna osetljivost.....	79
5.7 Donja granična frekvencija sonde.....	80
5.8 Gornja granična frekvencija sonde.....	81
5.9 Spoljašnji uticaji.....	81
5.10 Montaža sonde.....	82
a) montaža zavrtnjem.....	83
b) montaža voskom.....	83
c) magnetna montaža.....	84
d) lepljenje.....	84
e) upotreba mernog pipka.....	84
6. MERNI POJAČAVAČ.....	86
6.1 Uloga mernog pojačavača.....	86
6.2 Osnovni tipovi mernih pojačavača.....	86
6.3 Osnovno kolo pojačavača nanelektrisanja.....	87
6.4 Operacioni pojačavač.....	87
6.5 Prenosna funkcija pojačavača nanelektrisanja..	88
6.6 Ukupna osetljivost sistema sonda-pojačavač..	93
7. ANALIZATORI SPEKTRA VIBRACIJE.....	94
7.1 Vrste filtara.....	94
7.2 Prenosna funkcija filtara.....	95
a) filtri propusnici niskih frekvencija.....	96
b) filtri propusnici opsega frekvencija.....	97
c) filtri propusnici visokih frekvencija.....	99
7.3 Selektivnost filtra propusnika opsega frekvencije.....	100
7.4 Način realizacije filtara.....	101
7.5 Filtri sa promenljivom širinom propusnog opsega.....	102
7.6 Vrste analizatora spektra vibracije.....	103
a) analizatori sa kliznom centralnom frekvencijom.....	103
b) analizatori sa skokovitom promenom centralne frekvencije.....	104
c) paralelni analizator u realnom vremenu....	105
8. DETEKCIJA I DETEKTORI.....	107
8.1 Detektori.....	107
8.2 Kvadriranje.....	107
8.3 Usrednjavanje.....	108
8.4 Vreme odziva detektora.....	111
8.5 Pisaci.....	112
a) zapis naizmeničnog signala.....	112
b) zapis jednosmernog signala.....	112
<b>PRAKTIČNA ANALIZA STACIONARNIH MEHANIČKIH VIBRACIJA</b>	
9. PRAKTIČNA PRIMENA MERENJA VIBRACIJE.....	115
9.1 Oblasti primene merenja vibracije.....	115
i) vibracijsko testiranje.....	115

ii) praćenje stanja mašina i dijagnoza kvarova.....	115
iii) strukturalna analiza.....	115
iv) merenje dejstva vibracije na čoveka.....	116
9.2 Mašine i njihove vibracije.....	116
a) debalans obrtnih delova.....	117
b) deformacije osovina i vratila.....	117
c) oštećenje obrtnih delova kotrljajućih ležajeva.....	117
d) odvajanje ležaja rukavca od kućišta.....	117
e) vrtloženje ulja u ležaju rukavca.....	117
f) oštećenja zubčanika.....	118
g) vibracije usled električnog oštećenja mašine.....	118
9.3 Kriterijumi jačine vibracije.....	118
 10. PRAKTIČNA ANALIZA STACIONARNIH VIBRACIJA.....	120
10.1 Analizatori sa skokovitom promenom frekvencije.....	120
a) vreme usrednjavanja.....	120
b) izbor vrste zapisa.....	121
c) izbor brzine pisaca.....	122
d) izbor brzine papira.....	122
10.2 Analizator sa kontinualnom promenom frekvencije.....	122
a) izbor vrste širine propusnog opsega.....	122
b) izbor frekventne skale.....	123
c) izbor širine propusnog opsega.....	124
 11. DIGITALNA ANALIZA MEHANIČKIH VIBRACIJA.....	127
11.1 Brza FOURIÉrova transformacija.....	127
11.2 Parametri analize stacionarnih signala.....	127
a) frekventni opseg.....	127
b) rezolucija.....	128
c) širina propusnog opsega.....	128
d) dinamički opseg.....	128
11.3 Praktično određivanje spektra vibracije primenom FFT.....	129

## IZRADA ANALIZATORA VIBRACIJE

 12. FORMULACIJA PROBLEMA I PLAN IZRADA.....	136
12.1 Analizator stacionarnih vibracija.....	136
12.2 Osnovni zahtevi.....	136
12.3 Dinamički opseg merenja.....	137
12.4 Širina propusnog opsega.....	137
12.5 Frekventni opseg analizatora.....	138
12.6 Izbor parametra vibracije.....	138
12.7 Izbor pokazatelja nivoa vibracije.....	139
12.8 Organizacija elektronike.....	139
 13. PIEZOELEKTRIČNA SONDA.....	141
13.1 Izbor montaže sonde.....	141
13.2 Izrada sonde.....	141
13.3 Mehaničke i električne osobine sonde.....	142
13.4 Montaža sonde.....	143
13.5 Priklučni kabl.....	143

14. OSNOVNA ELEKTRONSKA KOLA ANALIZATORA VIBRACIJE.....	144
14.1 Transkonduktantni pojačavač.....	144
14.2 Invertujući pojačavač.....	148
14.3 Invertujući integrator.....	149
14.4 Nenvertujući pojačavač.....	150
14.5 Diferencijalni pojačavač (oduzimac).....	151
14.6 Invertujući sabirač.....	152
14.7 Pretvarač napona u jačinu struje.....	153
14.8 Pretvarač jačine struje u napon.....	154
14.9 Logaritamski pojačavač.....	154
15. CPU PLOČA.....	156
15.1 Namena CPU ploče.....	156
15.2 Osnovni podaci.....	157
15.3 Opis rada jedinice.....	157
16. OSNOVNA PLOČA.....	159
16.1 Namena osnovne ploče.....	159
16.2 Napojni deo.....	159
16.3 Ulagno-izlazni meduskllop.....	160
16.4 Magistrala signala.....	161
17. PREDNJA PLOČA.....	164
17.1 Namena ploče.....	164
17.2 Tastatura.....	164
17.3 Kontrolni LEDovi.....	165
17.4 Displesj.....	165
17.5 Generator maskiranog prekida.....	166
17.6 Napajanje.....	166
18. UOBLIČAVAČ ULAZNOG NAPONA.....	169
18.1 Sastav modula.....	169
18.2 Pojačavač nadelektrisanja.....	169
18.3 Filter propusnik visokih frekvencija.....	174
18.4 Filter propusnik niskih frekvencija.....	177
18.5 Integratori.....	178
18.6 Detektor preopterećenja.....	180
18.7 Napajanje.....	181
18.8 Naponski ulaz.....	181
19. NAPONSKI KONTROLISANI FILTER.....	184
19.1 Građa modula.....	184
19.2 Filter propusnik opsega frekvencije.....	184
19.3 Filter propusnik visokih frekvencija.....	191
19.4 Detektor preopterećenja.....	192
19.5 Napajanje.....	193
20. DETEKTOR VIBROMETRA.....	196
20.1 Sadržaj modula.....	196
20.2 Detektor efektivne vrednosti napona.....	196
20.3 Detektor vršne vrednosti napona.....	203
20.4 Kolo analogne memorije (HOLD funkcije).....	204
20.5 Logaritamski pojačavač.....	205
20.6 Kolo indikatora.....	207
20.7 A/D konvertor.....	208
20.8 Napajanje.....	208
21. KONTROLNA JEDINICA FILTRA.....	211
21.1 Namena jedinice.....	211

21.2	Kolo za pripremu kontrolnog napona centralne frekvencije.....	212
21.3	Kolo za pripremu kontrolnog napona širine propusnog opsega.....	217
21.4	Generatori programišućih struja.....	218
22.	KONTROLNA JEDINICA VIBROMETRA.....	223
22.1	Namena jedinice.....	223
22.2	Rad jedinice.....	223
	a) kontrolno kolo prve vrste.....	224
	b) kontrolno kolo druge vrste.....	226
23.	KONTROLNI SOFTVER ANALIZATORA.....	230
23.1	Organizacija kontrolnog softvera.....	230
24.	TESTIRANJE I PROBNO MERENJE ANALIZATOROM.....	231
24.1	Sniimanje profila karakteristike filtra.....	231
24.2	Frekventna analiza kvadratičnog signala.....	232
24.3	Analiza vibracija električne builidice.....	234
24.4	Merenje vibracija vakuum pumpe.....	235
24.5	Zaključak.....	237

## ERRATA

## LITERATURA

## U V O D

U letu 1986. godine sam obavio praksu u Laboratoriji za kontrolu kvaliteta Fabrike elektromotora "Sever" u Subotici, gde sam u više navrata vršio merenje vibracije mašina. Velike mogućnosti, kako na polju razvoja teorijske osnove, tako i na polju praktične primene ovih metoda, su me naveli da se zainteresujem za ovu oblast.

Kada sam godinu dana kasnije odradio vežbe iz mernoinstrumentalne tehnike, i video da postoji samo demonstracioni ogled merenja vibracije na Institutu, odlučio sam da, u okviru diplomskog rada, upoznam ovu oblast.

Vec same količina literature, koju sam uspeo da prikupim zahvaljujući Ing. HEĆKO Tamašu iz "Sever"-a i Dr. KOCO Ferencu sa Više tehničke škole u Subotici, je ukazivala da će put, na koji sam krenuo pun optimizma, biti dug i naporan.

Procesi oscilatorog karaktera, u koje spadaju i mehaničke vibracije; čine većinu među procesima koji se odvijaju u prirodi. Za potrebe opisa ovih procesa je razvijen moćan matematički aparat, koji je prikazan u prvom delu rada. Tu su pokazani uzroci nastajanja vibracije i izvršena je njihova klasifikacija.

Da bi merenje bio kontrolisani proces, moraju se definisati uslovi, pod kojima će se odvijati, kao i parametri, čije vrednosti utiču na kvalitet procesa. Ova analiza procesa merenja je ukratko obavljena u drugom delu rada.

U trećem delu je prikazana standardna oprema za merenje vibracije. Delenjem opreme na delove se postiže bolja kontrola nad merenjem, jer je svaki deo opreme zadužen za ostvarenje jednog od uslova merenja.

Četvrti deo rada sadrži opis izrđenog analizatora vibracija. U tom delu je ukratko opisana konstrukcija uređaja. Niz zanimljivih, i nekoliko važnih detalja u vezi konstrukcije je izostavljen da se ne bi dodatno uvećao ionako velik obim rada. Da se ti detalji ne bi izgubili, planirana je izrada dodatka radu, koji će ih sadržavati.

Na ovom mestu osećam potrebu da se zahvalim kolektivu subotičkog "Sever"-a, koji je pristao da pokloni neke ključne ele-



mente uređaja kao što su: kutija, mrežni transformator i većina stampanih ploča. Posebno se zahvaljujem Milosavi GAVRIĆ, koja je obezbedila pomoć ovog kolektiva kada god je ona bila potrebna.

Takođe se zahvaljujem Marku ROŽUMBERSKOM, bez čije bi tehničke pomoći bila nemoguća realizacija kontrolnog softvera, kao i KORAI Editi, ŠIMIĆ Stipanu i JANKOVIĆ Radetu za pomoć pri grafičkoj obradi rada.

Na kraju, želim da se zahvalim i mentorima Dr. DUROVIĆ Stevici i Dr. VUJIČIĆ Božidaru na korisnim savetima, strpljenju i poverenju, koje su mi ukazivali.

Februara 1993.

J. FLEIS

I DEO

MEHANIČKI SISTEMI I NJIHOVE VIBRACIJE

# GLAVA 1

## VIBRACIJE MEHANIČKIH SISTEMA

### 1.1 Vibracije mehaničkih sistema

Pri proučavanju njegovih vibracija, mehanički sistem se posmatra kao skup tela koje na okupu drže veze između njih.

Kod ovom problematikom obuhvaćenih sistema postoji bar jedan prostorni raspored tela, pri kojem na njih ne deluju veze. Za tela se tada kaže da se nalaze u ravnotežnom položaju. Bitna je osobina veza, da je njihovo dejstvo na tela utoliko jače, ukoliko su ona udaljenija od svojih ravnotežnih položaja. Pri tome, veze teže da vratre tela u ravnotežne položaje.

Napete veze i tela u kretanju sadrže izvesnu količinu energije. Vibracijama se nazivaju procesi, kojima se zadržavanje energije u sistemu obavlja njenom naizmeničnom razmenom između tela i veza.

Gubitak energije sistema se vezuje za postojanje trenja unutar sistema. Ono obuhvata sve procese kojima se energija prenosi iz sistema u njegovu okolinu. Vibracije sistema, pri kojima se gubi energija, se nazivaju prigušenima. Vibracije bez gubitka energije sistema se nazivaju neprigušenima.

Dovodenjem energije mehaničkom sistemu se mogu u njemu pobuditi vibracije ako ih njegova struktura dozvoljava.

Vibracije, koje se odvijaju uz prisustvo spoljašnjih sile se nazivaju prinudnim. Slobodne vibracije su vibracije sistema, na koje ne deluju spoljašnje sile.

### 1.2 Diferencijalne jednačine vibratoričnog kretanja

Neka se sistem sastoji od  $N$  pokretnih delova i neka je položaj  $\nu$ -toga dela određen vektorom položaja  $\mathbf{r}_\nu$  u odnosu na neku utvrđenu tačku.

Kretanje  $\nu$ -toga dela sistema izaziva reakciju kako ostalih delova sistema tako i okoline, i ta reakcija se izražava silom  $\mathbf{f}_\nu$ , koja, u opštem slučaju, zavisi od položaja i brzina delova sistema i vremena  $t$ . Usled dejstva ove sile,  $\nu$ -ti deo menja svoju brzinu, pri čemu je vektor promene brzine proporcionalan vektoru sile:

$$\mathbf{f}_\nu(\mathbf{r}_\eta, \dot{\mathbf{r}}_\eta, t) = m_\nu \ddot{\mathbf{r}}_\nu, (\nu, \eta=1, 2, \dots, N) \quad (1.2.1)$$

Ova jednačina predstavlja matematički model kretanja  $\nu$ -toga dela sistema pod dejstvom sile  $\mathbf{f}_\nu$ .

Neka je struktura sistema takva, da su međusobna dejstva njegovih delova nezavisna od vremena. Vremenska zavisnost sile  $\mathbf{f}_\nu$  tada potiče samo od dejstva okoline na sistem. Sila  $\mathbf{f}_\nu$  se tada može predstaviti zbirom

$$\mathbf{f}_\nu(\mathbf{r}_\eta, \dot{\mathbf{r}}_\eta, t) = \mathbf{f}_\nu(\mathbf{r}_\eta, \dot{\mathbf{r}}_\eta) + \mathbf{f}_\nu(t) \quad (\nu, \eta=1, 2, \dots, N) \quad (1.2.2)$$

Iz prethodnog sledi da je

$$m_\nu \ddot{\mathbf{r}}_\nu = \mathbf{f}_\nu(\mathbf{r}_\eta, \dot{\mathbf{r}}_\eta) + \mathbf{f}_\nu(t), \quad (\nu, \eta=1, 2, \dots, N) \quad (1.2.3)$$

Ovo je sistem od  $N$  simultanih diferencijalnih jednačina u kojima su nepoznate zavisnosti vektora položaja  $\mathbf{r}_\nu$  od vremena.

Vektor položaja  $\mathbf{r}_\nu$  je trodimenzionalni vektor. Neka su  $x_\nu, y_\nu$  i  $z_\nu$  njegove dužine duž tri koordinatne ose. Tada se sistem jednačina (1.2.3) može rastaviti na sistem od  $3N$  simultanih jednačina, u kojima su nepoznate zavisnosti koordinata  $x_\nu, y_\nu$  i  $z_\nu$  od vremena:

$$\begin{aligned} m_\nu \ddot{x}_\nu &= f_{\nu x}(x_\eta, y_\eta, z_\eta, \dot{x}_\eta, \dot{y}_\eta, \dot{z}_\eta) + f_{\nu x}(t) \\ m_\nu \ddot{y}_\nu &= f_{\nu y}(x_\eta, y_\eta, z_\eta, \dot{x}_\eta, \dot{y}_\eta, \dot{z}_\eta) + f_{\nu y}(t) \\ m_\nu \ddot{z}_\nu &= f_{\nu z}(x_\eta, y_\eta, z_\eta, \dot{x}_\eta, \dot{y}_\eta, \dot{z}_\eta) + f_{\nu z}(t) \end{aligned} \quad (\nu, \eta=1, 2, \dots, N) \quad (1.2.4)$$

### 1.3 Generalisane koordinate

Koordinate  $x_\nu, y_\nu$  i  $z_\nu$  u sistemu jednačina (1.2.4) mogu biti međusobno nezavisne, ali se može desiti da je kretanje delova sistema ograničeno vezama, usled čega će neke od ovih koordinata da zavise od drugih. Matematički se ove veze izražavaju jednačinama koje povezuju koordinate i brzine delova sistema.

Nadalje će se razmatrati samo slučajevi kod kojih ne postoji eksplicitna zavisnost koordinata od brzina delova.

Neka je  $n$  broj nezavisnih koordinata, i neka ostale  $3N-n$  koordinate zavise od njih. Tada je moguće uvesti  $n$  nezavisnih promenljivih  $q_i$  tako, da se preko njih mogu izraziti koordinate  $x_\nu, y_\nu$  i  $z_\nu$  [1]:

$$\begin{aligned} x_\nu &= x_\nu(q_1, q_2, \dots, q_n) \\ y_\nu &= y_\nu(q_1, q_2, \dots, q_n) \\ z_\nu &= z_\nu(q_1, q_2, \dots, q_n) \end{aligned} \quad (\nu=1, 2, \dots, N) \quad (1.3.1)$$

Odavde sledi da vektor položaja takođe zavisi od veličina  $q_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ):

$$\mathbf{r}_\nu = \mathbf{r}_\nu(q_1, q_2, \dots, q_n), (\nu=1,2,\dots,N) \quad (1.3.2)$$

Veličine  $q_i$  se nazivaju generalisanim koordinatama sistema. Pomoću njih se opisuje stanje sistema u celini.

Neka su  $\mathbf{r}_\nu^0$  vektori ravnotežnih položaja delova sistema. Vrednosti  $q_i^0$  su vrednosti generalisanih koordinata u ovim položajima. Veza između ovih veličina je data izrazom

$$\mathbf{r}_\nu^0 = \mathbf{r}_\nu^0(q_1^0, q_2^0, \dots, q_n^0), (\nu=1,2,\dots,N) \quad (1.3.3)$$

Brzina  $\nu$ -tog dela se, obzirom na izraz (1.3.2), može izraziti preko generalisanih koordinata kao

$$\mathbf{v}_\nu = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \mathbf{r}_\nu}{\partial q_i} \dot{q}_i, \quad (1.3.4)$$

pri čemu su  $\dot{q}_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) tzv. generalisane brzine.

#### 1.4 Generalisane sile

Transformacijom koordinata su energetski bilansi ostali ne-promenjeni.

Elementarni rad sila, koje deluju na pojedine delove mehaničkog sistema duž puteva  $d\mathbf{r}_\nu$ , iznosi

$$\delta A = \sum_{\nu=1}^N \mathbf{f}_\nu [\mathbf{r}_\eta, \dot{\mathbf{r}}_\eta, t] d\mathbf{r}_\nu. \quad (1.4.1)$$

Prema izrazu (1.3.2) se prirastaj vektora položaja  $\mathbf{r}_\nu$  može izraziti preko prirastaja generalisanih koordinata  $q_i$ :

$$d\mathbf{r}_\nu = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \mathbf{r}_\nu}{\partial q_i} dq_i, (\nu=1,2,\dots,N), \quad (1.4.2)$$

te se dobija da je rad sila

$$\delta A = \sum_{\nu=1}^N \sum_{i=1}^n \mathbf{f}_\nu [\mathbf{r}_\eta, \dot{\mathbf{r}}_\eta, t] \frac{\partial \mathbf{r}_\nu}{\partial q_i} dq_i. \quad (1.4.3)$$

Definisanjem generalisanih sila izrazom

$$f_i(q_j, \dot{q}_j, t) = \sum_{\nu=1}^N \mathbf{f}_{\nu}(\mathbf{r}_{\eta}, \dot{\mathbf{r}}_{\eta}, t) \frac{\partial \mathbf{r}_{\nu}}{\partial q_i}, \quad (i=1, 2, \dots, n), \quad (1.4.4)$$

elementarni rad postaje

$$\delta A = \sum_{i=1}^n f_i(q_j, \dot{q}_j, t) dq_i. \quad (1.4.5)$$

Obzirom na izraze (1.2.2) i (1.2.4) je moguće generalisane sile izraziti kao zbir sila koje zavise od generalisanih koordinata i brzina, i sila koje zavise od vremena:

$$\begin{aligned} f_i(q_j, \dot{q}_j, t) &= \sum_{\nu=1}^N \mathbf{f}_{\nu}(\mathbf{r}_{\eta}, \dot{\mathbf{r}}_{\eta}) \frac{\partial \mathbf{r}_{\nu}}{\partial q_i} + \sum_{\nu=1}^N \mathbf{f}_{\nu}(t) \frac{\partial \mathbf{r}_{\nu}}{\partial q_i} \\ &= f_i(q_j, \dot{q}_j) + f_i(t). \end{aligned} \quad (1.4.6)$$

Neka su generalisane koordinate izabране tako, da je njihova vrednost u ravnotežnom položaju  $q_i^0 = 0$ . Pogodnom transformacijom se može postići da je generalisana sila

$$f_i(0, 0) = 0. \quad (1.4.7)$$

Za dovoljno male amplitude vibracije, generalisana sila se može u okolini ravnotežnog položaja sistema predstaviti kao

$$\begin{aligned} f_i(q_j, \dot{q}_j) &= \sum_{k=1}^n \left[ \frac{\partial f_i}{\partial q_k} \right]_{q_j=0, \dot{q}_j=0} q_k + \\ &+ \sum_{k=1}^n \left[ \frac{\partial f_i}{\partial \dot{q}_k} \right]_{q_j=0, \dot{q}_j=0} \dot{q}_k. \end{aligned} \quad (1.4.8)$$

Uvođenjem smena:

$$D_{ik} = - \left[ \frac{\partial f_i}{\partial q_k} \right]_{q_j=0, \dot{q}_j=0} \quad (1.4.9)$$

i

$$\xi_{ik} = - \left[ \frac{\partial f_i}{\partial \dot{q}_k} \right]_{q_j=0, \dot{q}_j=0}, \quad (1.4.10)$$

izraz (1.4.8) postaje

$$f_i(q_j, \dot{q}_j) = - \sum_{k=1}^n \left[ \xi_{ik} \dot{q}_k + D_{ik} q_k \right] . \quad (1.4.11)$$

Sada je elementarni rad

$$\delta A = - \sum_{i=1}^n \left[ \sum_{k=1}^n \left[ \xi_{ik} \dot{q}_k + D_{ik} q_k \right] + f_i(t) \right] dq_i . \quad (1.4.12)$$

Koeficijenti  $D_{ik}$  i  $\xi_{ik}$  se nazivaju generalisani koeficijen-tima restitucije i prigušenja.

### 1.5 Diferencijalne jednačine vibratornog kretanja u generalisanim koordinatama

Obzirom na izraze (1.2.1) i (1.4.11) je elementarni rad sila

$$\delta A = \sum_{\nu=1}^N m_{\nu} \ddot{r}_{\nu} dr_{\nu} . \quad (1.5.1)$$

Priraštaj vektora položaja  $\nu$ -tog dela sistema je

$$dr_{\nu} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial r_{\nu}}{\partial q_i} dq_i , \quad (1.5.2)$$

te je

$$\delta A = \sum_{i=1}^n \left[ \sum_{\nu=1}^N m_{\nu} \ddot{r}_{\nu} \frac{\partial r_{\nu}}{\partial q_i} \right] dq_i . \quad (1.5.3)$$

Qyde je

$$\begin{aligned} \ddot{r}_{\nu} \frac{\partial r_{\nu}}{\partial q_i} &= \frac{\partial r_{\nu}}{\partial q_i} \frac{d}{dt} \dot{r}_{\nu} \\ &= \frac{d}{dt} \left[ \dot{r}_{\nu} \frac{\partial r_{\nu}}{\partial q_i} \right] - \dot{r}_{\nu} \frac{d}{dt} \frac{\partial r_{\nu}}{\partial q_i} . \end{aligned} \quad (1.5.4)$$

Obzirom na izraz za brzinu  $\nu$ -tog dela (1.3.4), prvi član u izrazu (1.5.4) je

$$\frac{d}{dt} \left[ \dot{r}_{\nu} \frac{\partial r_{\nu}}{\partial q_i} \right] = \frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial r_{\nu}}{\partial q_i} \sum_{k=1}^n \frac{\partial r_{\nu}}{\partial q_k} \dot{q}_k \right]$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{\partial \dot{r}_\nu}{\partial q_i} \frac{\partial r_\nu}{\partial q_k} \ddot{q}_k . \quad (1.5.5)$$

Zbog nezavisnosti operacija  $\frac{\partial}{\partial q_i}$  i  $\frac{d}{dt}$  je

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial r_\nu}{\partial q_i} = \frac{\partial \dot{r}_\nu}{\partial q_i} , \quad (1.5.6)$$

te je drugi član izraza (1.5.4)

$$\begin{aligned} \dot{r}_\nu \frac{d}{dt} \frac{\partial r_\nu}{\partial q_i} &= \dot{r}_\nu \frac{\partial \dot{r}_\nu}{\partial q_i} \\ &= \frac{\partial}{\partial q_i} \left[ \dot{r}_\nu \dot{r}_\nu \right] - \dot{r}_\nu \frac{\partial \dot{r}_\nu}{\partial q_i} , \end{aligned} \quad (1.5.7)$$

$$\begin{aligned} \dot{r}_\nu \frac{d}{dt} \frac{\partial r_\nu}{\partial q_i} &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial q_i} \left[ \dot{r}_\nu \dot{r}_\nu \right] \\ &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial q_i} \left( \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{\partial r_\nu}{\partial q_j} \frac{\partial r_\nu}{\partial q_k} \dot{q}_j \dot{q}_k \right) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{\partial}{\partial q_i} \left( \frac{\partial r_\nu}{\partial q_j} \frac{\partial r_\nu}{\partial q_k} \right) \dot{q}_j \dot{q}_k . \end{aligned} \quad (1.5.8)$$

Vraćanjem izraza (1.5.5) i (1.5.8) u izraz (1.5.4) se dobija da je

$$\begin{aligned} \delta A &= \sum_{i=1}^n \left( \sum_{k=1}^n \sum_{\nu=1}^N m_\nu \frac{\partial r_\nu}{\partial q_i} \frac{\partial r_\nu}{\partial q_k} \ddot{q}_k + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{\partial}{\partial q_i} \sum_{\nu=1}^N \left( m_\nu \frac{\partial r_\nu}{\partial q_j} \frac{\partial r_\nu}{\partial q_k} \right) \dot{q}_j \dot{q}_k \right) dq_i . \end{aligned} \quad (1.5.9)$$

Smenom

$$\mu_{ik} = \sum_{\nu=1}^N m_\nu \frac{\partial r_\nu}{\partial q_i} \frac{\partial r_\nu}{\partial q_k} \quad (1.5.10)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \ddot{q}_i} \sum_{\nu=1}^N \left[ m_\nu \frac{\partial \mathbf{r}_\nu}{\partial q_j} \frac{\partial \mathbf{r}_\nu}{\partial q_k} \right] = \frac{1}{2} \frac{\partial \mu_{jk}}{\partial q_i}, \quad (1.5.11)$$

te izraz (1.5.9) postaje

$$\delta A = \sum_{i=1}^n \left[ \sum_{k=1}^n \mu_{ik} \ddot{q}_k + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} \frac{\partial \mu_{jk}}{\partial q_i} \dot{q}_j \dot{q}_k \right] dq_i. \quad (1.5.12)$$

U slučaju linearne transformacije koordinata

$$x_\nu = \sum_{i=1}^n a_{\nu i} q_i, \quad y_\nu = \sum_{i=1}^n b_{\nu i} q_i, \quad z_\nu = \sum_{i=1}^n c_{\nu i} q_i, \quad (1.5.13)$$

gde su

$$a_{\nu i} = \text{const.}, \quad b_{\nu i} = \text{const.}, \quad c_{\nu i} = \text{const.}, \quad (1.5.14)$$

je

$$\frac{\partial \mu_{jk}}{\partial q_i} = 0, \quad (1.5.15)$$

te je

$$\delta A = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \mu_{ik} \ddot{q}_k dq_i. \quad (1.5.16)$$

Koeficijenti  $\mu_{ik}$ , definisani izrazom (1.5.10) se nazivaju inercijalnim koeficijentima mehaničkog sistema.

Izjednačavanjem izraza (1.4.12) i (1.5.16) se dobija da je

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \left[ \sum_{k=1}^n \mu_{ik} \ddot{q}_k + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} \frac{\partial \mu_{jk}}{\partial q_i} \dot{q}_j \dot{q}_k \right] dq_i &= \\ &= - \sum_{i=1}^n \left[ \sum_{k=1}^n \left( \xi_{ik} \dot{q}_k + D_{ik} q_k \right) + f_i(t) \right] dq_i. \end{aligned} \quad (1.5.17)$$

Zbog nezavisnosti koordinata  $q_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) je

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n \mu_{ik} \ddot{q}_k + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} \frac{\partial \mu_{jk}}{\partial q_i} \dot{q}_j \dot{q}_k &= \\ &= - \sum_{k=1}^n \left( \xi_{ik} \dot{q}_k + D_{ik} q_k \right) + f_i(t). \end{aligned} \quad (1.5.18)$$

Za linearu transformaciju koordinata, predstavljenu izrazom (1.5.13) je

$$\sum_{k=1}^n \left[ \mu_{ik} \ddot{q}_k + \xi_{ik} \dot{q}_k + D_{ik} q_k \right] = f_i(t) . \quad (1.5.19)$$

Izrazi (1.5.18) i (1.5.19) predstavljaju sisteme od n simultanih diferencijalnih jednačina, u kojima su nepoznate zavisnosti generalisanih koordinata  $q_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) od vremena.

### 1.6 Energetski bilans vibratoričnog kretanja

Elementarni rad sila koje deluju na sistem je

$$\delta A = \sum_{i=1}^n \left[ - \sum_{k=1}^n \left( \xi_{ik} \dot{q}_k + D_{ik} q_k \right) + f_i(t) \right] dq_i . \quad (1.4.12)$$

Trenutna vrednost snage  $\delta(t)$  se definise kao brzina izvođenja rada, pri čemu treba imati u vidu da rad nije funkcija stanja, i da zbog toga  $\delta A$  nije totalni diferencijal. Dakle,

$$\delta = \frac{dA}{dt} , \quad (1.6.1)$$

te je

$$\delta = \sum_{i=1}^n \left[ - \sum_{k=1}^n \left( \xi_{ik} \dot{q}_k + D_{ik} q_k \right) + f_i(t) \right] \dot{q}_i . \quad (1.6.2)$$

Ukupni rad koji se izvrši u toku intervala vremena T je

$$\begin{aligned} A &= \int_0^T \frac{dA}{dt} dt \\ &= \int_0^T \sum_{i=1}^n \left[ - \sum_{k=1}^n \left( \xi_{ik} \dot{q}_k + D_{ik} q_k \right) + f_i(t) \right] \dot{q}_i dt . \end{aligned} \quad (1.6.3)$$

Važno je primetiti da se sile

$$f_i(q_j, \dot{q}_j) = - \sum_{k=1}^n \left( \xi_{ik} \dot{q}_k + D_{ik} q_k \right) , \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (1.4.11)$$

mogu izvesti iz funkcije

$$U(q_j, \dot{q}_j) = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \left( \frac{1}{2} \xi_{ik} q_i \dot{q}_i \dot{q}_k + \frac{1}{2} D_{ik} q_i q_k \right), \quad (1.6.4)$$

odakle je

$$f_i(q_j, \dot{q}_j) = - \frac{\partial U}{\partial q_i} - \frac{\partial U}{\partial \dot{q}_i}, \quad (i=1, 2, \dots, n). \quad (1.6.5)$$

Iz izraza (1.6.4) sledi da su koeficijenti

$$D_{ik} = \frac{\partial^2 U}{\partial q_i \partial q_k} \quad (1.6.6)$$

$$\xi_{ik} = \frac{\partial^2 U}{\partial \dot{q}_i \partial \dot{q}_k} \quad (1.6.7)$$

simetrični u odnosu na zamenu indeksa. Stoga je

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n D_{ik} q_k \dot{q}_i &= \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n D_{ik} \frac{d}{dt} (q_i q_k) - \\ &- \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n D_{ik} q_i \dot{q}_k, \end{aligned} \quad (1.6.8)$$

odakle je, uz predpostavku da su koeficijenti  $D_{ik}$  nezavisni od vremena

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n D_{ik} q_i \dot{q}_k &= \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} D_{ik} q_i q_k \\ &= \dot{e}_p. \end{aligned} \quad (1.6.9)$$

Ovde je

$$e_p = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} D_{ik} q_i q_k \quad (1.6.10)$$

trenutna vrednost potencijalne energije sistema.

Definisanjem tzv. disiptivne funkcije

$$R = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} \xi_{ik} q_i \dot{q}_i \dot{q}_k, \quad (1.6.11)$$

elementarni rad postaje

$$\delta A = -de_p - 2Rdt + \sum_{i=1}^n f_i(t) \dot{q}_i dt . \quad (1.6.12)$$

Sa druge strane, uz pretpostavku da inercijalni koeficijenti  $\mu_{ik}$  ne zavise od koordinata, elementarni rad je

$$\delta A = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \mu_{ik} \ddot{q}_k dq_i , \quad (1.6.13)$$

te je trenutna vrednost snage

$$\ell = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \mu_{ik} \ddot{q}_k \dot{q}_i , \quad (1.6.14)$$

sto je, zbog

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \mu_{ik} \ddot{q}_k \frac{d}{dt} q_i &= \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \mu_{ik} \frac{d}{dt} (\dot{q}_k \dot{q}_i) - \\ &- \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \mu_{ik} \dot{q}_k \frac{dq_i}{dt} , \end{aligned} \quad (1.6.15)$$

$$\ell = \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} \mu_{ik} \dot{q}_i \dot{q}_k . \quad (1.6.16)$$

Kako je trenutna vrednost kinetičke energije sistema definisana izrazom

$$e_k = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} \mu_{ik} \dot{q}_i \dot{q}_k , \quad (1.6.17)$$

to je

$$\ell = \dot{e}_k . \quad (1.6.18)$$

Kako se rad sila (1.4.12) troši na promenu kinetičke energije sistema, sledi da je

$$de_k = -de_p - 2Rdt + \sum_{i=1}^n f_i(t) \dot{q}_i dt , \quad (1.6.19)$$

odakle je

$$d(e_k + e_p) = -2Rdt + \sum_{i=1}^n f_i(t)\dot{q}_i dt . \quad (1.6.20)$$

Zbir

$$e = e_k + e_p \quad (1.6.21)$$

je trenutna vrednost ukupne mehaničke energije sistema.

Sile  $f_i(t)$  potiču od dejstva okoline na sistem (prinudne sile), pa se energetski bilans (1.6.20) odnosi na prinudne vibracije.

U slučaju slobodnog kretanja su sve sile  $f_i(t)=0$ , te se promena ukupne energije sistema potiče od rada sila zavisnih od brzine iskazanih članom  $2Rdt$ . Radom ovih sila sistem gubi energiju, te se sistemi, u kojima deluju ove sile nazivaju disipativnim. Vrednost veličine

$$\ell_d = 2R \quad (1.6.22)$$

je jednaka brzini gubitka energije usled rada disipativnih sila, i naziva se gubitkom ili disipacijom snage sistema. Promena ukupne energije disipativnog slobodnog sistema je

$$de = -\ell_d dt , \quad (1.6.23)$$

a trenutna vrednost ukupne energije je jednaka razlici vrednosti energije u početnom trenutku i ukupne izgubljene energije tokom vremena posmatranje:

$$e(t) = E - \int_0^t \ell_d dt . \quad (1.6.24)$$

Procesi koji dovode do gubitka energije sistema se uopšteno nazivaju trenjem, a sile, čijim se radom ovaj gubitak vrši, se nazivaju disipativnim silama ili silama trenja. Viskoznim trenjem se nazivaju procesi, kod kojih sile trenja linearno zavise od brzina. Ove sile se nazivaju silama viskoznog trenja.

## GLAVA 2

### PRINUDNE SILE

#### 2.1 Podjela prinudnih sile

Spoljašnje sile  $f_i(t)$ , koje deluju na mehanički sistem koji vrši vibratorno kretanje, se nazivaju prinudnim silama.

Prema stalnosti vrednosti veličina, koje karakterišu prinudne sile, one se dele na stacionarne i nestacionarne.

Dalja razmatranja će biti ograničena na stacionarne sile.

Prema stepenu poznavanja vremenske zavisnosti trenutne vrednosti intenziteta sile, one se dele na determinističke i stohastičke.

Determinističke su one sile, čiji je vremenski tok intenziteta jednoznačno određen analitički, grafički, tabelarno ili na neki drugi način.

Stacionarne determinističke su one sile, koje zavise, osim vremena, i od izvesnog broja parametara, čije su vrednosti stalne tokom posmatranog vremena.

U praksi se javljaju sile za koje ne postoji način da se predviđi tok njihovih intenziteta tokom vremena sa izvesnošću. Predviđanja se tada zasnivaju na pretpostavkama izvedenih iz iskustva. Ovakve sile su stohastičkog karaktera, i za njihovo proučavanje se primenjuje statistička teorija.

Stacionarne stohastičke sile su one, kod kojih su vrednosti statističkih parametara stalne tokom posmatranja.

Stacionarne determinističke sile se dalje dele na periodične i neperiodične. Ako postoji vremenski interval  $T$  takav, da se ceo tok intenziteta sile može predstaviti nadovezivanjem niza trenutnih vrednosti, zabeleženih tokom ovog intervala  $T$ , na samog sebe, tada je sila periodična sa periodom  $T$  ponavljanja. U suprotnom je sila neperiodična.

Periodične sile mogu biti prostoperiodične ili harmonijske, i složenoperiodične ili neharmonijske.

#### 2.2 Prostoperiodične sile

Prostoperiodičnim se nazivaju sile čija se zavisnost od vremena može izraziti harmonijskom funkcijom

$$f(t) = F \cos(\omega t + \phi), \quad (2.2.1)$$

gde je: -  $F$  amplituda sile,

a veličina

$$\vartheta = \omega t + \phi \quad (2.2.2)$$

se naziva fazom sile. Očigledno je da se, za  $\omega = \text{const.}$  (sto će se nadalje podrazumevati), faza linearno menja sa vremenom, pri čemu je

$$\omega = \frac{\Delta \vartheta}{\Delta t} = \Omega \quad (2.2.3)$$

brzina promene faze. Kao veličina koja pokazuje brzinu promene uglovne veličine,  $\omega$  se naziva i ugaonom brzinom, a kako se može izraziti kao promena faze u jedinici vremena, naziva se i ugaonom frekvencijom.

U početnom trenutku  $t=0$  je vrednost faze

$$\vartheta(0) = \phi, \quad (2.2.4)$$

zbog čega se veličina  $\phi$  naziva i početnom fazom sile.

Funkcija  $\cos \vartheta$  je periodična sa periodom  $2\pi$ . Neka je  $T$  vreme za koje se faza promeni za vrednost od  $2\pi$ . Očigledno je tada da je

$$\omega T = 2\pi, \quad (2.2.5)$$

odakle sledi veza između perioda  $T$  i ugaone frekvencije  $\omega$ :

$$T = \frac{1}{\omega}. \quad (2.2.6)$$

Primenom EULERove relacije

$$\cos \vartheta + j \sin \vartheta = e^{j\vartheta} \quad (2.2.7)$$

se izraz (2.2.1) zavisnosti intenziteta prostoperiodične sile od vremena može napisati u kompleksnom obliku

$$f(t) = \frac{F}{2} [e^{j(\Omega t + \phi)} + e^{-j(\Omega t + \phi)}], \quad (2.2.8)$$

gde je  $j = \sqrt{-1}$ .

Veličina  $e^{j(\Omega t + \phi)}$  je jedinični obrtni vektor u kompleksnoj ravni, čija je brzina obrtanja jednaka vrednosti ugaone frekvencije.

Veličina

$$f(\Omega) = \frac{F}{2} e^{j(\Omega t + \phi)} \quad (2.2.9)$$

se naziva vektorskog komponentom sile  $f$ . To je obrtni kompleksni vektor amplitute  $\frac{F}{2}$ , ugaone brzine  $\omega = \Omega$  i orijentacije u početnom trenutku posmatranja pod uglom  $\phi$  prema realnoj osi.

Primenom izraza (2.2.9) se sila može zapisati u obliku

$$f(t) = f(\Omega) + f^*(\Omega), \quad (2.2.10)$$

gde je  $f^*$  kompleksni obrtni vektor amplitute  $\frac{F}{2}$ , ugaone brzine  $\omega = -\Omega$  i početne orijentacije pod uglom  $-\phi$ . Negativna vrednost ugaone

brzine ovde označava negativni smer obrtanja ovog vektora.  
Uvođenjem pojma kompleksne amplitude

$$F = \frac{F}{2} e^{j\phi} \quad (2.2.11)$$

se vektorska komponenta sile može napisati kao

$$f(\Omega) = F e^{j\Omega t} \quad (2.2.12)$$

Stanje vektorskih komponenata  $f$  i  $f^*$  je u svakom trenutku određeno vrednostima veličina  $F$ ,  $\Omega$  i  $\phi$ . Ove komponente se bitno razlikuju po vrednostima njihove ugaone frekvencije  $\omega$ , te se o njima govori kao o komponentama ugaonih frekvencija  $\Omega$  i  $-\Omega$ . Drugime riječima, dve karakteristične veličine ovih komponenti se u smislu njihovog pridruživanja komponentama tih ugaonih frekvencija pridružuju samim ugaonim frekvencijama.

Pravilo pridruživanja vrednosti neke fizičke veličine vrednostima frekvencije se daje rasppodelom vrednosti te fizičke veličine po frekvencijama ili spektralnom raspodelom. Skup vrednosti fizičke veličine pridruženih frekvencijama se naziva spektrom te fizičke veličine. Svaka vrednost koja se pridružuje nekoj frekvenciji se naziva spektralnom komponentom te veličine.

Kako se prostoperiodična sila može razložiti na dve vektorske komponente različitih ugaonih frekvencija, to će se spektri njene amplitute i početne faze sastojati iz dve spektralne komponente:

$$|f(\omega)| = \frac{F}{2}, \quad \omega = \pm\Omega, \quad (2.2.13)$$

$$\varphi(\omega) = \begin{cases} \phi, & \omega = \Omega \\ -\phi, & \omega = -\Omega \end{cases} \quad (2.2.14)$$

Kompleksna amplituda objedinjuje amplitudu i početnu fazu odgovarajuće vektorske komponente, a njen spektor takođe sadrži dve komponente:

$$F(\omega) = \begin{cases} \frac{F}{2} e^{j\phi}, & \omega = \Omega \\ \frac{F}{2} e^{-j\phi}, & \omega = -\Omega \end{cases} \quad (2.2.15)$$

Izrazom (2.2.15) je definisan amplitudno-fazni spektor, jer su ovim izrazom istovremeno određene i raspodela amplitude i raspodela faze po frekvencijama.

Izrazom (2.2.1) se svakom trenutku vremena  $t$  dodeljuje jedna trenutna vrednost intenziteta sile  $f(t)$ . Stoga se za ovaj izraz može reći da predstavlja raspodelu trenutnih vrednosti sile po vremenu.

Svakā od raspodela (2.2.1) i (2.2.15) se odnosi na istu silu, pri čemu se kaže da je ona izrazom (2.2.1) definisana u vremenskom, a izrazom (2.2.15) u frekventnom domenu.

Kako se obe raspodele odnose na istu silu, to među njima mora postojati veza. Ova veza omogućava da se poznavanjem oblika zavisnosti (2.2.1) nadu spektralne komponente  $F(\omega)$  i obrnuto, da se poznavanjem vrednosti spektralnih komponenti nađe zavisnost inten-

ziteta sile od vremena. Drugim rečima, postoji par transformacija koji omogućava prelaze sa vremenskog na frekventni domen i obrnuto.

Iz izraza (2.2.8), (2.2.9) i (2.2.11) sledi da se sila može predstaviti u obliku

$$f(t) = F(\omega) e^{j\Omega t} + F^*(\omega) e^{-j\Omega t} \quad (2.2.16)$$

Iz ove jednakosti je potrebno dobiti vezu između zavisnosti  $f(t)$  i spektralne komponente  $F(\omega)$ !

Ako se gornja jednakost pomnoži jediničnim vektorom  $e^{-j\Omega t}$ , dobija se da je

$$f(t) e^{-j\Omega t} = F(\omega) + F^*(\omega) e^{-j2\Omega t} \quad (2.2.17)$$

Prvi član sa desne strane je kompleksni vektor amplitude  $F$  koji miruje u položaju koji je određen uglom  $\phi$  u odnosu na realnu osu. Drugi član desne strane je kompleksni obrtni vektor amplitude  $F$  koji se obrće dva puta brže od vektora  $e^{-j\Omega t}$ .

Neka se u trenucima  $t_i$  ( $i=0,1,\dots,n$ ) zabeleže položaji vektora  $F(\omega)$  i  $F(\omega) e^{-j2\Omega t}$ . Neka su ovi trenuci ravnomerno raspoređeni tokom perioda  $T=2\pi/\Omega$ , pri čemu je razmak među njima

$$\Delta t = \frac{T}{n} \quad (2.2.18)$$

U toku prve četvrtine perioda  $T$ , u trenucima

$$t_i = i\Delta t, \quad (i=0,1,\dots,\frac{n}{4}-1) \quad (2.2.19)$$

faza vektora  $F(\omega) e^{-j2\Omega t}$  ima vrednosti

$$\begin{aligned} \theta_i &= -\phi - j2\Omega t_i \\ &= -\phi - j4\pi \frac{i}{n}, \end{aligned} \quad (2.2.20)$$

te je

$$F^*(\omega) e^{-j2\Omega t_i} = F^*(\omega) e^{-j4\pi \frac{i}{n}}. \quad (2.2.21)$$

U toku druge četvrtine perioda  $T$ , u trenucima

$$t_k = k\Delta t, \quad (k=\frac{n}{4}, \frac{n}{4}+1, \dots, 2\frac{n}{4}-1) \quad (2.2.22)$$

faza  $\theta_k$  ovog vektora ima vrednosti

$$\begin{aligned} \theta_k &= -\phi - j2\Omega t_k \\ &= -\phi - j4\pi \frac{k}{n}. \end{aligned} \quad (2.2.23)$$



Indeks k je pomeren u odnosu na indeks i za  $\frac{n}{4}$ , te je stoga

$$\theta_k = \theta_i - j\pi . \quad (2.2.24)$$

Odavde je vektor

$$\begin{aligned} \mathbf{F}^*(\omega) e^{-j2\Omega t_k} &= \mathbf{F}^*(\omega) e^{-j(4\pi\frac{i}{n} - \pi)} \\ &= -\mathbf{F}^*(\omega) e^{-j(4\pi\frac{i}{n})} . \end{aligned} \quad (2.2.25)$$

Za treću četvrtinu perioda T je

$$t_k = k\Delta t , \quad (k=2\frac{n}{4}, 2\frac{n}{4}+1, \dots, 3\frac{n}{4}-1) . \quad (2.2.26)$$

$$\theta_k = \theta_i - j2\pi . \quad (2.2.27)$$

i

$$\mathbf{F}^*(\omega) e^{-j2\Omega t_k} = \mathbf{F}^*(\omega) e^{-j(4\pi\frac{i}{n})} . \quad (2.2.28)$$

dok je za četvrtu četvrtinu perioda T

$$\mathbf{F}^*(\omega) e^{-j2\Omega t_k} = -\mathbf{F}^*(\omega) e^{-j(4\pi\frac{i}{n})} . \quad (2.2.29)$$

Za svaki položaj vektora tokom prve četvrtine perioda T postoji jedan položaj istog vektora tokom druge četvrtine perioda takav, da je vektor u ta dva položaja suprotno orijentisan. Isto važi i za položaje u trecoj i četvrtoj četvrtini perioda T.

Sabiranjem levih i desnih strana jednakosti (2.2.17) za svaki trenutak t tokom perioda T se dobija da je

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^{n-1} f(t_i) e^{-j2\Omega t_i} &= \sum_{i=0}^{n-1} \left[ \mathbf{F}(\omega) + \mathbf{F}^*(\omega) e^{-j2\Omega t_i} \right] \\ &= \mathbf{F}(\omega) \sum_{i=0}^{n-1} 1 + \mathbf{F}^*(\omega) \sum_{i=0}^{n-1} e^{-j2\Omega t_i} . \end{aligned} \quad (2.2.30)$$

Imajući u vidu ranije navedeno, druga suma je

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^{n-1} e^{-j2\Omega t_i} &= 2 \sum_{i=0}^{\frac{n}{4}-1} \left[ e^{-j(4\pi\frac{i}{n})} - e^{-j(4\pi\frac{i}{n})} \right] \\ &= 0 . \end{aligned} \quad (2.2.31)$$

Srednja vrednost obrtnog vektora ugaone brzine  $\Omega$ , računata za period  $T = \frac{2\pi}{\Omega}$  ili za njegov celobrojni umnožak, je jednak nuli.

Sada je

$$\sum_{i=0}^{n-1} f(t_i) e^{-j\Omega t_i} = nF(\omega), \quad (2.2.32)$$

odakle je

$$F(\omega) = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} f(t_i) e^{-j\Omega t_i}. \quad (2.2.33)$$

Kako je funkcija  $f(t)$  kontinualna, to se može interval  $\Delta t$  između dva trenutka  $t_i$  smanjiti do nule. U tom graničnom slučaju  $n \rightarrow \infty$ , te je

$$\begin{aligned} F(\omega) &= \frac{1}{n} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{i=0}^{n-1} f(t_i) e^{-j\Omega t_i} \\ &= \frac{1}{T} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{i=0}^{n-1} f(t_i) e^{-j2\Omega t_i} \Delta t \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-j\Omega t} dt. \end{aligned} \quad (2.2.34)$$

Izraz (2.2.34) predstavlja FOURIÉROvu transformaciju, kojom se ostvaruje prelaz sa vremenskog na frekventni domen. Njome se može odrediti vrednost kompleksne amplitudе  $F(\omega)$  koja pripada ugaonoj frekvenciji  $\Omega$ .

Konjugovanjem izraza (2.2.34) se dobija da je

$$F^*(\omega) = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-j\Omega t} dt. \quad (2.2.35)$$

Važna osobina kompleksnih amplituda  $F(\omega)$  i  $F^*(\omega)$  je da je

$$F^*(\omega) = |F(-\omega)|, \quad (2.2.36)$$

jer je samo za ovakve kompleksne amplitude sila realna veličina.

Poznavanjem spektralnih komponenata  $F(\omega)$  i  $F^*(\omega)$  se može dobiti izraz za zavisnost  $f(t)$  uvrštenjem vrednosti ovih komponenta u izraz (2.2.16), odakle je

$$f(t) = F(\omega)e^{-j\Omega t} + F^*(-\omega)e^{-j\Omega t}. \quad (2.2.37)$$

Ovo je tzv. inverzna FOURIÉROva transformacija, koja omogućava prelaz sa frekventnog na vremenski domen.

### 2.3 Neharmonijska periodična sila

Vektor

$$e^{j\Omega_1 t} \quad (2.3.1)$$

se tokom intervala vremena  $[0, T]$ , gde je

$$T = \frac{2\pi}{\Omega_1}, \quad (2.3.2)$$

obrne za ceo krug, i na kraju tog intervala se nalazi u istom položaju kao i na početku.

Vektor

$$e^{jk\Omega_1 t}, \quad (2.3.3)$$

gde je  $k$  pozitivan ili negativan ceo broj, tokom istog intervala vremena  $T$  načini  $k$  punih obrta oko koordinatnog početka, te se na kraju intervala  $T$  nalazi u istom položaju kao i na početku.

Odavde proizilazi da će linearna kombinacija obrtnih vektora, čije su ugaone brzine celobrojni umnošci ugaone brzine  $\Omega_1$ , biti takođe periodična sa periodom ponavljanja  $T$ . Važi i obrnuto, da se svaka periodična funkcija vremena može predstaviti ovom linearном kombinacijom vektora.

Na osnovu ovog sledi da se neharmonijska periodična sila može predstaviti u obliku

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{F_k}{2} e^{-j(k\Omega_1 t + \phi_k)} \quad (2.3.4)$$

ili, zbog

$$\begin{aligned} f_k(t) &= \frac{F_k}{2} \left[ e^{j(k\Omega_1 t + \phi_k)} + e^{-j(k\Omega_1 t + \phi_k)} \right] \\ &= F_k \cos(k\Omega_1 t + \phi_k), \end{aligned} \quad (2.3.5)$$

u obliku

$$f(t) = \sum_{k=0}^{\infty} F_k \cos(k\Omega_1 t + \phi_k). \quad (2.3.6)$$

Definisanjem kompleksne amplitude  $k$ -tog vektora izrazom

$$[F(k)] = \frac{F_k}{2} e^{j\phi_k}, \quad (2.3.7)$$

izraz (2.3.4) postaje

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} F(k) e^{jk\Omega t} \quad (2.3.8)$$

I ovde se, poznavanjem niza intenziteta sile koji še javljaju tokom intervala  $[0, T]$ , može odrediti vrednost kompleksne amplitude. Za određivanje k-te kompleksne amplitude je potrebno izraz (2.3.7) pomnožiti jediničnim obrtnim vektorom  $e^{-j\Omega t}$ , cime se dobija da je

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} F(k) e^{j(k-i)\Omega t} \quad (2.3.9)$$

Za k-tu komponentu je  $i=k$ , te množenje k-tog obrtnog vektora ovim jediničnim vektorom se dobija vektor koji miruje u položaju pod uglom  $\phi_k$ .

Rezultat množenja ostalih komponenti, za koje je  $i \neq k$ , jediničnim vektorom  $e^{-j\Omega t}$  su vektori koji se tokom perioda T obrnu i-k puta oko koordinatnog početka.

Na osnovu ovoga se može napisati da je

$$f(t) e^{-j\Omega t} = F(k) + \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq i}}^{\infty} F(k) e^{j(k-i)\Omega t} \quad (2.3.10)$$

Usrednjavanjem ovog izraza tokom perioda T se dobija da je

$$F(k) = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-j\Omega t} dt, \quad (2.3.11)$$

jer su srednje vrednosti vektora, koji tokom perioda T načine celi broj obrta, za isti period jednaki nuli.

Izraz (2.3.11) predstavlja direktnu FOURIÉRovu transformaciju kojom se čini prelaz sa vremenskog na frekventni domen. Ovom se transformacijom nalaze spektralne komponente amplitudno-faznog spektra ove sile. Ovaj spektar se, u opštem slučaju, sastoji iz beskonačno mnogo diskretno raspoređenih komponenata.

Izraz (2.3.8) predstavlja inverznu FOURIÉRovu transformaciju (tzv. FOURIÉrov red sile u kompleksnom obliku), kojom se, uz poznavanje spektralnih komponenata sile, može naći zavisnost njenog intenziteta od vremena.

## 2.4 Neperiodična sila

U toku dejstva neperiodične sile ne postoji interval vremena kome bi pripadao niz njenih intenziteta, a koji bi zadovoljio us-

Iov da se ceo tok intenziteta sile može prikazati nadovezivanjem ovog niza na sebe.

Kod periodične sile isto važi i za niz njenih trenutnih vrednosti, koje nastaju tokom vremenskog intervala kraceg od perioda T sile. Ovo je osnova ideje da se neperiodična sila predstavi kao niz trenutnih vrednosti tokom jednog perioda periodične sile, čiji bi period ponavljanja bio

$$T \rightarrow \infty \quad (2.4.1)$$

Ovo omogucava da se rezultati, dobijeni za slučaj periodične sile, primene i kod neperiodične. Sve razlike u rezultatima bi tada bile posledice uslova (2.4.1).

Za određivanje vrednosti spektralnih komponenti neperiodične sile je potrebno skupiti podatke o toku njenog intenziteta tokom vremenskog intervala beskonačnog trajanja kako u budućnosti, tako i u prošlosti. Obzirom na uslov (2.4.1) je potrebno izvršiti transformaciju granica integrala (2.3.11), te je

$$\mathbb{F}[\Omega_k] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-j\Omega_k t} dt, \quad (2.4.2)$$

pri čemu je

$$\Omega_k = k\Omega_1 \quad (2.4.3)$$

ugaona brzina k-te vektorske komponente. Kada se znaju vrednosti svih spektralnih komponenti, vremenska zavisnost sile se nalazi pomoću izraza

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \mathbb{F}[\Omega_k] e^{j\Omega_k t}. \quad (2.4.4)$$

Uvrštenjem izraza (2.4.2) u (2.4.4) se dobija da je

$$f(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t') e^{j\Omega_k(t-t')} dt'. \quad (2.4.5)$$

Imajući u vidu da je recipročna vrednost perioda

$$\frac{1}{T} = \frac{\Omega_1}{2\pi}, \quad (2.4.6)$$

dok je razlika ugaonih frekvencija susednih spektralnih komponenata periodične sile

$$\Delta\omega = \Omega_{k+1} - \Omega_k = (k+1)\Omega_1 - k\Omega_1 = \Omega_1, \quad (2.4.7)$$

to je

$$\frac{1}{T} = \frac{\Delta\omega}{2\pi} \quad (2.4.8)$$

i

$$f(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi} \int_{-T/2}^{T/2} f(t') e^{j\Omega_k(t-t')} dt' \Delta\omega . \quad (2.4.9)$$

Iz izraza (2.4.9) sledi da je

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(t') e^{j\omega(t-t')} dt' d\omega . \quad (2.4.10)$$

Uvođenjem smene

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t') e^{-j\omega t'} dt' \quad (2.4.11)$$

je

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega . \quad (2.4.12)$$

Iz izraza (2.4.8) se vidi da, pod uslovom (2.4.1), razlika ugaonih frekvencija susednih spektralnih komponenata neperiodične sile

$$\Delta\omega \rightarrow 0 , \quad (2.4.13)$$

što znači da je spektar ove sile kontinualan.

Izraz (2.4.11) definise tzv. direktnu, a izraz (2.4.12) inverznu integralnu FOURIËRovu transformaciju neperiodične sile.

Zavisnost vrednosti kompleksne amplitude  $F(\omega)$  od vrednosti ugaone frekvencije se naziva spektralnom funkcijom ove sile.

## 2.5 Stohastička sila

Način proučavanja neperiodičnih sila, koji je opisan u prethodnom poglavlju, je koristan kada je ili zavisnost trenutne vrednosti sile od vremena ili spektralna funkcija relativno jednostavnog oblika. Ova jednostavnost se odnosi na lako uočavanje ove zavisnosti tokom prikupljanja podataka, i/ili na mogućnost ispisivanja u analitičkom obliku. Naravno, ovde mnogo pomaze iskusstvo analitičara.

Uočavanje neke pravilnosti tokom nekog vremenskog intervala, koji je kraci od trajanja dejstva sile, još ne znači da sila svo vreme svog dejstva podleže toj pravilnosti. Ova činjenica nameće

potrebu da se sila prati tokom celog njenog dejstva, praktično čitavu beskonačnost. Naravno, nijedno merenje ne može toliko trajati, što znači da je analitičar sprečen da prikupi dovoljno podataka da sa sigurnošću može da izvede svoje proračune.

Sa druge strane, u praksi se javljaju i takve sile, kod kojih tok intenziteta ne nagovestava neku pravilnost.

U ovim slučajevima se sila proglašava slučajnom i na nju se primenjuje statistička teorija.

Pri ovom pristupu se trenutna vrednost intenziteta sile smatra slučajnom promenljivom. Tok ove vrednosti tokom vremenskog intervala beskonačne dužine je stohastički proces koji se posmatra.

Određivanje nekog intervala vremena  $T'$  i praćenje toga trenutne vrednosti intenziteta sile unutar njega je elementarni dogadjaj  $\lambda$ , a pri tome dobijeni podaci čine uzorak  $f(t, \lambda)$  slučajnog procesa.

Ako srednja vrednost intenziteta sile, računata za  $n$  različitih uzoraka, ne zavisi od početnog trenutka uzorkovanja, stohastički proces je stacionaran. Ako se ista srednja vrednost može dobiti iz bilo koje serije od  $n$  uzoraka, uzorci su statistički ekvivalentni i proces je ergodičan.

Kako se trenutna vrednost intenziteta sile u trenutku  $t$  ne može sa sigurnošću predvideti, uvodi se pojam verovatnoće da u nekom intervalu vremena  $T$  trenutna vrednost sile  $f(t)$  bude manja od neke unapred zadane vrednosti  $f$ :

$$\Pr[f(t) < f] = \Pr(f) . \quad (2.5.1)$$

Verovatnoća da se u toku intervala vremena  $T$  trenutna vrednost intenziteta sile nađe u intervalu vrednosti  $[f, f + \Delta f]$  je

$$\Pr[f < f(t) < f + \Delta f] = \Pr(f + \Delta f) - \Pr(f) . \quad (2.5.2)$$

Raspodela verovatnoće nalazeњa vrednosti  $f(t)$  u okolini vrednosti  $f$  je izražena funkcijom gustine verovatnoće, koja se definiše izrazom

$$p(f) = \lim_{\Delta f \rightarrow 0} \frac{\Pr(f + \Delta f) - \Pr(f)}{\Delta f} . \quad (2.5.3)$$

Odavde sledi da je

$$\Pr(f + \Delta f) - \Pr(f) = p(f)df , \quad (2.5.4)$$

a

$$\Pr(f_2) - \Pr(f_1) = \int_{f_1}^{f_2} p(f)df . \quad (2.5.5)$$

Funkcija gustine verovatnoće se može odrediti posmatranjem intenziteta sile tokom intervala vremena  $T$ . Ako je  $T_f$  jednak zbiru svih intervala vremena u toku kojih je trenutna vrednost intenziteta sile bila između vrednosti  $f$  i  $f + \Delta f$  (pri čemu je  $T_f < T$ ), tada se odnos  $T_f/T$  može smatrati verovatnocom a posteriori nalazeњa intenziteta sile u intervalu vrednosti  $[f, f + \Delta f]$ .

Dakle,

$$\Pr(f + \Delta f) - \Pr(f) = \frac{T_f}{T} . \quad (2.5.6)$$

Funkcija gustine verovatnoće je sada

$$p(f) = \lim_{\Delta f \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta f} \frac{T_f}{T} . \quad (2.5.7)$$

Određivanje funkcije gustine verovatnoće ima smisla samo ako je proces ergodičan, jer ergodičnost procesa omogućava da se rezultat može primeniti na kasniji tok intenziteta sile.

Uz poznavanje nekih svojstava sile je moguce i bez merenja nešto konkretnije reći o obliku funkcije gustine verovatnoće. Tako se posmatranjem stacionarnih stohastičkih sila mogu za većinu njih uočiti sledeće osobine:

a) jednako velika pozitivna i negativna odstupanja intenziteta sile od njene srednje vrednosti  $\bar{F}$

$$\delta = f(t) - \bar{F} \quad (2.5.8)$$

su jednakoveroatna, i

b) mala odstupanja su verovatnija od većih, pri čemu je najverovatnije odstupanje  $\delta=0$ .

Iz izraza (2.5.1) sledi da je verovatnoća da trenutna vrednost intenziteta sile  $f(t)$  bude manja os neke zadate vrednosti  $f$

$$\begin{aligned} \Pr[f(t) < f] &= \Pr[f(t) - \bar{F} < f - \bar{F}] \\ &= \Pr[\delta(t) < \delta] \end{aligned} \quad (2.5.9)$$

jednaka verovatnoći da trenutna vrednost odstupanja  $\delta(t)$  bude manja od neke zadate vrednosti koja odgovara vrednosti  $f$ .

Iz izraza (2.5.8) sledi da je

$$\Delta\delta(t) = \Delta f(t) , \quad (2.5.10)$$

te je funkcija gustine verovatnoće

$$p(\delta) = \lim_{\Delta\delta \rightarrow 0} \frac{\Pr(\delta + \Delta\delta) - \Pr(\delta)}{\Delta\delta} \quad (2.5.11)$$

jednaka funkciji gustine verovatnoće  $p(f)$ .

Neka je  $A_1$  dogadaj da je u prvom merenju nađena vrednost odstupanja  $\delta_1$ ,  $A_2$  dogadaj da je u drugom merenju nađena vrednost odstupanja  $\delta_2$ ,  $A_n$  dogadaj da je u  $n$ -tom merenju nađena vrednost odstupanja  $\delta_n$ .

Verovatnoća zajedničkog nastupanja dogadaja  $A_1, A_2, \dots, A_n$  je

$$\Pr(A_1, A_2, \dots, A_n) = \Pr(A_1)\Pr(A_2)\dots\Pr(A_n) , \quad (2.5.12)$$

gde je

$$\Pr(A_i) = p(\delta_i)d\delta , \quad (2.5.13)$$

gde je pretpostavljeno da je

$$d\delta_1 = d\delta_2 = \dots = d\delta_n = d\delta . \quad (2.5.14)$$

Sada je

$$\Pr(A_1, A_2, \dots, A_n) = \prod_{i=1}^n p(\delta_i) d\delta . \quad (2.5.15)$$

Logaritmovanjem gornjeg izraza se dobija da je

$$\ln \Pr(A_1, A_2, \dots, A_n) = \sum_{i=1}^n \ln p(\delta_i) d\delta : \quad (2.5.16)$$

Srednja vrednost  $\bar{F}$  intenziteta sile  $f(t)$  je ona vrednost, za koju verovatnoća  $\Pr(A_1, A_2, \dots, A_n)$ , a time i njen logaritam, ima maksimalnu vrednost:

$$\frac{d}{d\bar{F}} \sum_{i=1}^n \ln p(\delta_i) d\delta = 0 , \quad (2.5.17)$$

iz čega se dobija da je

$$\sum_{i=1}^n \frac{\frac{d}{d\bar{F}} \ln p(\delta_i)}{\delta_i} \delta_i d\delta = 0 . \quad (2.5.18)$$

Iz uslova a) sledi da je

$$\sum_{i=1}^n \delta_i = 0 , \quad (2.5.19)$$

na osnovu čega se može zaključiti da će jednačina (1.5.18) važiti samo ako je

$$\frac{\frac{d}{d\bar{F}} \ln p(\delta_i)}{\delta_i} = \text{const.} = \frac{\frac{d}{d\bar{F}} \ln p(\delta)}{\delta} . \quad (2.5.20)$$

Iz definicionog izraza za odstupanje sledi da je

$$\frac{d\delta}{d\bar{F}} = -1 , \quad (2.5.21)$$

na osnovu čega je

$$\frac{\frac{d}{d\bar{F}} \ln p(\delta_i)}{\delta_i} = - \frac{d \ln p(\delta)}{\delta d\delta} , \quad (2.5.22)$$

te je, prema (2.5.20) i (2.5.22)

$$-\frac{d \ln p(\delta)}{\delta d\delta} = C_1, \quad (2.5.23)$$

i

$$p(\delta) = C_2 \exp\left(-\frac{C_1 \delta^2}{2}\right). \quad (2.5.24)$$

Ovo je funkcija gustine verovatnoće normalne (GAUSSove) raspodele.

Verovatnoća da se trenutna vrednost intenziteta sile  $f(t)$  nađe u intervalu  $(-\infty, \infty)$  je jednaka jedinici:

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(\delta) d\delta = 1. \quad (2.5.25)$$

iz čega sledi da je

$$C_2 = \sqrt{\frac{C_1}{2\pi}} \quad (2.5.26)$$

i

$$p(\delta) = \sqrt{\frac{C_1}{2\pi}} \exp\left(-\frac{C_1 \delta^2}{2}\right). \quad (2.5.27)$$

Kvadrat disperzije (varijansa) je, po definiciji,

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \delta^2 p(\delta) d\delta. \quad (2.5.28)$$

Smenom izraza (2.5.27) u izraz (2.5.28) se dobija da je

$$C_1 = \frac{1}{\sigma^2}. \quad (2.5.29)$$

Imajući gornje izviđenje u vidu, dobija se da je funkcija gustine verovatnoće

$$p(f) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(f-\bar{F})^2}{2\sigma^2}\right). \quad (2.5.30)$$

Iz tih intenziteta sile  $f(t)$  se mogu odrediti vrednosti parametara  $\bar{F}$  i  $\sigma$ , koji karakterišu raspodelu  $p(f)$ . Tako je srednja

vrednost intenziteta sile, po definiciji,

$$\bar{F} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) dt , \quad (2.5.31)$$

i varijansa

$$\sigma^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} [f(t) - \bar{F}]^2 dt : \quad (2.5.32)$$

Razvijanjem kvadrata izraza u zagradi u prethodnom izrazu se dobija da je

$$\sigma^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f^2(t) dt - \bar{F}^2 . \quad (2.5.33)$$

Posebno, za  $\bar{F}=0$  je

$$\sigma^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f^2(t) dt . \quad (2.5.34)$$

Izraz na desnoj strani gornjeg izraza je srednja vrednost kvadrata intenziteta sile.

Kao što je rečeno, analitičar raspolaze ograničenim intervalom vremena za praćenje toka intenziteta sile, te stoga nije u mogućnosti odrediti parametre  $\bar{F}$  i  $\sigma^2$ , već ih može samo proceniti pomoću merljivih parametara

$$\bar{F}_{\text{exp}} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) dt . \quad (2.5.35)$$

$$\sigma^2_{\text{exp}} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f^2(t) dt . \quad (2.5.36)$$

Izbor potrebne dužine vremenskog intervala  $T$  za što bolju procenu stvarnih vrednosti parametara  $\bar{F}$  i  $\sigma^2$  se vrši primenom statističke teorije [2].

Na ovaj način je, dakle, utvrđena veza između toka intenziteta sile  $f(t)$  i raspodele verovatnoće  $p(f)$ .

Kako je stohastička sila neperiodična, njen spektar je kontinualan, te je

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega . \quad (2.5.37)$$

Kvadrat intenziteta sile je

$$f^2(t) = f(t) \left( \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega \right) . \quad (2.5.38)$$

Integraljenjem gornjeg izraza u intervalu vremena beskonačnog trajanja se dobija da je

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt &= \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \left( \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega \right) dt \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \left( \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{j\omega t} dt \right) d\omega . \end{aligned} \quad (2.5.39)$$

Integral u zagradi predstavlja FOURIÉROvu transformaciju

$$F^*(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{j\omega t} dt , \quad (2.5.40)$$

te je

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) F^*(\omega) d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega . \end{aligned} \quad (2.5.41)$$

Funkcija  $|F(\omega)|^2$  je parna, te je

$$\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega . \quad (2.5.42)$$

Na osnovu definicije srednje vrednosti kvadrata intenziteta sile je

$$\overline{F^2(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{|F(\omega)|^2}{T} d\omega . \quad (2.5.43)$$

Funkcija

$$f(\omega) = \frac{|F(\omega)|^2}{T} \quad (2.5.44)$$

se naziva funkcijom gustine snage sile.

Izraz

$$\sigma^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{|F(\omega)|^2}{T} d\omega \quad (2.5.45)$$

čini vezu između statističkih podataka i spektra sile.

Ovde treba primetiti da se, pri određivanju vrednosti statističkih parametara, gubi deo informacije o sili. Sile, koje imaju različiti tok intenziteta, mogu imati iste vrednosti ovih parametara, što znači da se njihovim poznавanjem ne može jednoznačno utvrditi zavisnost intenziteta sile od vremena.

## GLAVA 3

### VIBRACIJE JEDNODIMENZIONALNIH SISTEMA

#### 3.1 Jednodimenzionalni sistemi

Jednodimenzionalni mehanički sistemi su sistemi čija se konfiguracija u svakom trenutku može opisati vrednošću jedne generalisane koordinate  $q(t)$ , koja će se i dalje nazivati pomerajem. Za ove sisteme važe jednačine, koje su izvedene u prvoj glavi, uz uslov da je  $n=1$ .

Iz navedenog sledi da se ovi sistemi mogu matematički predstaviti diferencijalnom jednačinom

$$\mu\ddot{q}(t) + \xi\dot{q}(t) + Dq(t) = f(t), \quad (3.1.1)$$

gde je  $\mu=\mu_{11}$ ,  $\xi=\xi_{11}$ ,  $D=D_{11}$  i  $f(t)=f_1(t)$ .

Pomeraj  $q(t)$  se naziva još i odzivom ili odgovorom sistema na dejstva koja se na njega vrše.

Nalaženje zavisnosti odziva sistema od vremena je najjednostavnije primenom simboličkog računa. Primenom LAPLACEove transformacije na diferencijalnu jednačinu (3.1.1) se ona prevodi u algebarsku, u kojoj funkciju  $q(t)$  predstavlja njen kompleksni lik  $\tilde{q}(s)$ . Iz ove algebarske jednačine se izrazi nepoznata funkcija  $q(s)$ , a funkcija  $q(t)$  se dobija primenom inverzne LAPLACEove transformacije na nju.

Jednačina (3.1.1) predstavlja opšti slučaj, kada u sistemu, osim restitucione, deluju još i prigušne sile, a na sistem deluje nekakva sila  $f(t)$ . Njeno rešenje  $q(t)$  opisuje prinudne vibracije sistema.

Za slobodan sistem je  $f(t)=0$ . Uvrštenjem ovog uslova u izraz za  $q(t)$  kod prinudnih vibracija se dobija opis vibracija slobodnog sistema.

Za neprigušen sistem je  $b=0$ . Izjednačavanje s nulom članova sa u izrazu za  $q(t)$  se dobija opis vibracija neprigušenog sistema.

### 3.2 Primena LAPLACEove transformacije na diferencijalnu jednačinu sistema

Neka su

$$\tilde{q}(s) = \mathcal{L}\{q(t)\} \quad (3.2.1)$$

i

$$\tilde{f}(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} \quad (3.2.2)$$

kompleksni likovi funkcija  $q(t)$  i  $f(t)$  respektivno, gde je

$\infty$

$$\mathcal{L}\{g(t)\} = \int_0^{\infty} g(t) e^{-st} dt \quad (3.2.3)$$

LAPLACEova transformacija neke funkcije  $g(t)$ ,

$$s = \sigma + j\omega \quad (3.2.4)$$

kompleksna frekvencija, a

$$\sigma = \text{const.} \quad (3.2.5)$$

faktor prigušenja [3].

Za LAPLACEovu transformaciju važe osobine homogenosti

$$\mathcal{L}\{ag(t)\} = a\tilde{g}(s) \quad (3.2.6)$$

i aditivnosti

$$\mathcal{L}\{g_1(t) + g_2(t)\} = \tilde{g}_1(s) + \tilde{g}_2(s), \quad (3.2.7)$$

pri čemu je  $a=\text{const.}$

Primenom LAPLACEove transformacije na diferencijalnu jednačinu (3.1.1) se dobija da je

$$\mathcal{L}\{\mu\ddot{q}(t) + \xi\dot{q}(t) + Dq(t)\} = \mathcal{L}\{f(t)\}, \quad (3.2.8)$$

odakle je, zbog navedenih osobina,

$$\mu\mathcal{L}\{\ddot{q}(t)\} + \xi\mathcal{L}\{\dot{q}(t)\} + D\mathcal{L}\{q(t)\} = \tilde{f}(s). \quad (3.2.9)$$

Kako je

$$\mathcal{L}\{\ddot{q}(t)\} = s^2\tilde{q}(s) - \dot{q}(0) - s\ddot{q}(0); \quad (3.2.10)$$

i

$$\mathcal{L}\{\dot{q}(t)\} = s\tilde{q}(s) - q(0), \quad (3.2.11)$$

gdje su:

$q(0)$  - vrednost pomeraja sistema u početnom trenutku, i

$\dot{q}(0)$  - vrednost brzine u početnom trenutku.

to je

$$[\mu s^2 + \xi s + D] \tilde{q}(s) - \mu \dot{q}(0) - (\xi \mu + D) q(0) = \tilde{f}(s) . \quad (3.2.12)$$

Uvođenjem smena

$$B = \frac{\xi}{\mu} \quad (3.2.13)$$

$$\Omega_0^2 = \frac{D}{\mu} , \quad (3.2.14)$$

jednacina (3.2.11) postaje

$$[s^2 + Bs + \Omega_0^2] \tilde{q}(s) = \frac{1}{\mu} \tilde{f}(s) + (\dot{q}(0) + Bq(0)) + sq(0) . \quad (3.2.15)$$

Sada je kompleksni lik odziva

$$\tilde{q}(s) = \frac{1}{\mu} \frac{\tilde{f}(s)}{s^2 + Bs + \Omega_0^2} + \frac{(\dot{q}(0) + Bq(0)) + sq(0)}{s^2 + Bs + \Omega_0^2} . \quad (3.2.16)$$

Uvođenjem nove funkcije

$$\tilde{\psi}(s) = \frac{1}{s^2 + Bs + \Omega_0^2} , \quad (3.2.17)$$

kompleksni lik odziva postaje

$$\tilde{q}(s) = \frac{1}{\mu} \tilde{f}(s) \tilde{\psi}(s) + \tilde{\psi}(s)(\dot{q}(0) + Bq(0)) + s \tilde{\psi}(s) q(0) . \quad (3.2.18)$$

Odziv sistema u vremenskom domenu se sad može dobiti primenom inverzne LAPLACEove transformacije na funkciju  $\tilde{q}(s)$ :

$$q(t) = \mathcal{L}^{-1}\{\tilde{q}(s)\} , \quad (3.2.19)$$

odakle je zbog (3.2.18)

$$q(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{\mu} \tilde{f}(s) \tilde{\psi}(s) + \tilde{\psi}(s)(\dot{q}(0) + Bq(0)) + s \tilde{\psi}(s) q(0)\right\} . \quad (3.2.20)$$

Osobine LAPLACEove transformacije omogućavaju da se gornji izraz razvije u oblik:

$$\begin{aligned} q(t) &= \frac{1}{\mu} \mathcal{L}^{-1}\{\tilde{f}(s) \tilde{\psi}(s)\} + (\dot{q}(0) + Bq(0)) \mathcal{L}^{-1}\{\tilde{\psi}(s)\} + \\ &\quad + q(0) \mathcal{L}^{-1}\{s \tilde{\psi}(s)\} . \end{aligned} \quad (3.2.21)$$

Prvi član desne strane gornjeg izraza sadrži prinudnu silu, dok drugi sadrži početne vrednosti pomeraja i brzine, koje se mogu dovesti u vezu sa početnim vrednostima potencijalne i kinetičke energije. Stoga je ukupni odziv sistema moguće rastaviti na odziv  $q_f$  usled dejstva prinudne sile (tzv. prinudni odziv), i na odziv  $q_{\bullet}$  usled energije akumulisane u sistemu na početku njegovog pos-

matranja. Odavde sledi da je

$$q(t) = q_f(t) + q_e(t), \quad (3.2.22)$$

gde je prinudni odziv sistema

$$q_f(t) = \frac{1}{\mu} \mathcal{L}^{-1}\left\{\tilde{f}(s)\tilde{\psi}(s)\right\} \quad (3.2.23)$$

i odziv usled akumulisane energije

$$q_e(t) = (\dot{q}(0) + Bq(0))\mathcal{L}^{-1}\left\{\tilde{\psi}(s)\right\} + q(0)\mathcal{L}^{-1}\left\{s\tilde{\psi}(s)\right\} \quad (3.2.24)$$

### 3.3 Nalaženje prinudnog odziva sistema

Ako se uzme u obzir definicija LAPLACEove transformacije, može se napisati da je

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{-1}\left\{\tilde{f}(s)\tilde{\psi}(s)\right\} &= \mathcal{L}^{-1}\left\{\int_0^\infty f(\tau)e^{-s\tau}d\tau \int_0^\infty \psi(t')e^{-st'}dt'\right\} \\ &= \mathcal{L}^{-1}\left\{\int_0^\infty \int_0^\infty f(\tau)\psi(t'-\tau)e^{-s(\tau+t')}d\tau dt'\right\}. \end{aligned} \quad (3.3.1)$$

Uvođenjem smene

$$t = \tau + t', \quad (3.3.2)$$

odakle je

$$t' = t - \tau, \quad (3.3.3)$$

u izraz (3.3.1), dobija se da je

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\tilde{f}(s)\tilde{\psi}(s)\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\int_0^\infty \int_0^\infty f(\tau)\psi(t-\tau)e^{-st}d\tau dt\right\}. \quad (3.3.4)$$

Imajući u vidu da je izraz

$$\int_0^\infty \left[ \int_0^\infty f(\tau)\psi(t-\tau)d\tau \right] e^{-st}dt = \mathcal{L}\left\{\int_0^\infty f(\tau)\psi(t-\tau)d\tau\right\}, \quad (3.3.5)$$

dobija se da je

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{-1}\left\{\tilde{f}(s)\tilde{\psi}(s)\right\} &= \mathcal{L}^{-1}\mathcal{L}\left\{\int_0^{\infty} f(\tau)\psi(t-\tau)d\tau\right\} \\ &= \int_0^{\infty} f(\tau)\psi(t-\tau)d\tau . \end{aligned} \quad (3.3.6)$$

Odavde proizilazi da je prinudni odziv sistema

$$q_f(t) = \frac{1}{\mu} \int_0^{\infty} f(\tau)\psi(t-\tau)d\tau . \quad (3.3.7)$$

Za uočavanje značenja funkcije  $\psi(t-\tau)$  može poslužiti sledeći misaoni eksperiment: neka je intenzitet sile, koja pobudjuje vibracije sistema, jednak nuli u svakom trenutku vremena, osim u nekom intervalu vremena  $[\tau_0, \tau_0 + \epsilon]$ , gde  $\epsilon \rightarrow 0$ . Tada se sila  $f(\tau)$  može prikazati u obliku

$$f(\tau) = p(\tau)\delta(\tau - \tau_0) ; \quad (3.3.8)$$

gde je  $p(\tau)$  impuls sile. Sada se integral (3.3.7) može napisati u obliku

$$q_f(t) = \frac{1}{\mu} \int_{-\infty}^{\infty} p(\tau)\psi(t-\tau)\delta(\tau - \tau_0)d\tau , \quad (3.3.9)$$

budući da je integral različit od nule samo u okolini trenutka  $\tau_0$ .

Ako su ovi uslovi zadovoljeni, vrednosti impulsa  $p(\tau)$  i funkcije  $\psi(t-\tau)$  se mogu smatrati konstantnim u malom intervalu vremena  $[\tau_0, \tau_0 + \epsilon]$ , gde  $\epsilon \rightarrow 0$ , te je

$$\begin{aligned} q_f(t) &= \frac{1}{\mu} p(\tau_0)\psi(t-\tau_0) \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\tau - \tau_0)d\tau , \\ &= \frac{1}{\mu} p(\tau_0)\psi(t-\tau_0) . \end{aligned} \quad (3.3.10)$$

Odavde je

$$\psi(t-\tau_0) = \mu \frac{q_f(t)}{p(\tau_0)} . \quad (3.3.11)$$

Funkcija  $\psi(t-\tau)$  je, dakle, odziv sistema na impulsnu pobudnu silu po jedinici intenziteta impulsa ove sile, ili, kako se to krace kaže, odziv na jedinicnu impulsnu pobudu, nastale u trenutku  $\tau_0$ .

Odziv sistema  $q_f(t)$  na pobudnu silu može nastati samo nakon početka njenog dejstva. Odavde sledi da je funkcija  $\psi(t-\tau)$  različita od nule za svako  $t > \tau$ , odnosno,  $\tau \leq t$ .

Odziv sistema na jediničnu impulsnu pobudu sadrži u sebi istoriju sistema, jer određuje vrednost odziva u trenutku  $t$ , nastalu usled pobude u trenutku  $\tau$ . Ukupni odziv u trenutku  $t$  je zbir vrednosti svih odziva na jedinične impulsne pobude, koje su se javile do tog trenutka.

Na osnovu ovoga se može zaključiti da gornja granica integrala (3.3.5) može da se spusti na vrednost  $t$  bez uticaja na krajnji rezultat, te je

$$q_f(t) = \frac{1}{\mu} \int_0^t f(\tau) \psi(t-\tau) d\tau . \quad (3.3.12)$$

Na kraju je potrebno naci oblik funkcije  $\psi(t-\tau)$ . To se može uraditi nalaženjem inverzne LAPLACEove transformacije izraza (3.2.17). Ovde radi o vibracijama sistema, te je interesantan samo slučaj podkritično prigušenih sistema, za koje važi da je

$$\Omega_0^2 > \frac{B}{2} . [4] \quad (3.3.13)$$

U tom slučaju je

$$\psi(t-\tau) = \frac{1}{\Omega} e^{-\frac{B(t-\tau)}{2}} \sin \Omega(t-\tau) \quad (3.3.14)$$

za  $t > \tau$ , dok je, za  $t < \tau$ ,  $\psi(t-\tau)$  jednako nuli. Vidi se da uticaj impulsa sile na vibracije sistema postepeno nestaje kako vreme odmice.

U izrazu (3.3.14) je

$$\Omega^2 = \Omega_0^2 - \frac{B^2}{4} . \quad (3.3.15)$$

Imajući u vidu definiciju HEAVISIDEove funkcije

$$h(t-\tau) = \begin{cases} 0 & , t < \tau \\ 0.5 & , t = \tau \\ 1 & , t > \tau \end{cases} \quad (3.3.16)$$

se može napisati da je

$$\psi(t-\tau) = h(t-\tau) \frac{1}{\Omega} e^{-\frac{B(t-\tau)}{2}} \sin \Omega(t-\tau) . \quad (3.3.17)$$

Treba ovde uočiti da odziv sistema na impulsnu pobudu zavisi samo od parametara sistema i vremena.

Da se dobije prinudni odziv sistema, potrebno je uvrstiti izraz (3.3.17) za impulsni odziv u izraz (3.3.12), pri čemu se доби-

ja da je

$$q_f(t) = \frac{1}{\mu} \frac{1}{\Omega} \int_0^t f(\tau) e^{-\frac{B(t-\tau)}{2}} \sin \Omega(t-\tau) d\tau. \quad (3.3.18)$$

Iz ovog izraza se može dobiti prinudni odziv sistema ukoliko se u njega uvrsti konkretna zavisnost prinudne sile od vremena.

### 3.4. Nalaženje odziva usled akumulisane energije

Odziv usled akumulisane energije je dat izrazom

$$q_e(t) = (\dot{q}(0) + Bq(0)) \mathcal{L}^{-1}\{\tilde{\psi}(s)\} + q(0) \mathcal{L}^{-1}\{s\tilde{\psi}(s)\}. \quad (3.2.24)$$

Neka je vrednost potencijalne energije veza u početnom trenutku posmatranja  $e_p(0)$ , a kinetičke  $e_k(0)$ . U tom slučaju će vrednost pomeraja i brzine u tom trenutku biti

$$q(0) = \sqrt{\frac{2e_p(0)}{\mu D}}. \quad (3.4.1)$$

$$\dot{q}(0) = \sqrt{\frac{2e_k(0)}{\mu}}. \quad (3.4.2)$$

U slučaju podkritično prigušenog sistema je

$$\mathcal{L}^{-1}\{\tilde{\psi}(s)\} = \frac{1}{\Omega} e^{-\frac{B}{2}t} \sin \Omega t \quad (3.4.3)$$

$$\mathcal{L}^{-1}\{s\tilde{\psi}(s)\} = e^{-\frac{B}{2}t} \left[ \cos \Omega t - \frac{B}{2\Omega} \sin \Omega t \right], \quad (3.4.4)$$

pri  $t > 0$ , na osnovu čega je

$$q_e(t) = e^{-\frac{B}{2}t} \left[ q(0) \cos \Omega t + \frac{\dot{q}(0) + \frac{B}{2}q(0)}{\Omega} \sin \Omega t \right]. \quad (3.4.5)$$

Uvođenjem smena

$$q(0) = A \sin \varphi, \quad (3.4.6)$$

$$\frac{\dot{q}(0) + \frac{B}{2}q(0)}{\Omega} = A \cos \varphi. \quad (3.4.7)$$

je

$$q_e(t) = A e^{-\frac{B}{2}t} \sin(\Omega t + \varphi_e) . \quad (3.4.8)$$

Iz izraza (3.4.6) i (3.4.7) sledi da je amplituda pomeraja

$$A = \left[ \frac{\dot{q}(0) + Bq(0) + \Omega_0^2 q^2(0)}{\Omega^2} \right]^{\frac{1}{2}} . \quad (3.4.9)$$

i vrednost početne faze

$$\varphi_e = \arctg \frac{\Omega}{\frac{\dot{q}(0)}{q(0)} + \frac{B}{2}} . \quad (3.4.10)$$

Uvrštenjem izraza (3.4.1) i (3.4.2) u izraze (3.4.9) i (3.4.10) se amplituda i početna faza mogu izraziti preko početnih vrednosti potencijalne i kinetičke energije:

$$A = \frac{1}{\Omega} \left[ \frac{2}{\mu} \left( e_p(0) + e_k(0) + \frac{\xi}{D} \left( e_p(0) e_k(0) \right)^{\frac{1}{2}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} . \quad (3.4.11)$$

$$\varphi_e = \arctg \frac{\Omega}{\Omega_0 \sqrt{\frac{e_k(0)}{e_p(0)}} + \frac{B}{2}} . \quad (3.4.12)$$

Na osnovu izraza (3.2.22), (3.3.18) i (3.4.8) se može napisati izraz za vibracije jednodimenzionalnog podkritično prigušenog sistema:

$$q(t) = \frac{1}{\mu \Omega} \int_0^t f(\tau) e^{-\frac{B(t-\tau)}{2}} \sin \Omega(t-\tau) d\tau + \\ + A e^{-\frac{B}{2}t} \sin(\Omega t + \varphi_e) . \quad (3.4.13)$$

Iz izraza (3.4.13) se vidi da deo amplituda vibracije, koja potiče od akumulisane energije, eksponencijalno opada sa vremenom. Nakon dovoljno dugog vremenskog intervala od početka posmatranja preostaje samo komponenta koja potiče od dejstva priputne sile.

### 3.5 Slobodne vibracije neprigušenog sistema

U slučaju kada na sistem ne deluju spoljašnje sile, i kada u sistemu ne deluju sile trenja, diferencijalna jednačina sistema glasi:

$$\mu\ddot{q} + Dq = 0 \quad (3.5.1)$$

Ova jednačina izražava činjenicu da je, kod ovog sistema, inercijalna sila u svakom trenutku izjednačena sa restitucionom silom.

LAPLACEova transformacija pomeraja se može dobiti iz izraza (3.2.16) izjednačenjem sile i koeficijenta B sa nulom:

$$\tilde{q}(s) = \frac{q(0) + sq(0)}{s^2 + \Omega_0^2}, \quad (3.5.2)$$

Odavde proizilazi, da vibracije ovog sistema nastaju samo usled akumulisane energije.

Zavisnost pomeraja q od vremena je

$$q(t) = A \sin(\Omega_0 t + \varphi_0) \quad (3.5.3)$$

Veličina  $\Omega_0$  je frekvencija vibracije slobodnog neprigušenog sistema. Ovaj sistem vrši tzv. prostoperiodične vibracije.

Iz ovog izraza se dalje dobijaju izrazi za zavisnost brzine

$$\dot{q}(t) = \Omega_0 A \cos(\Omega_0 t + \varphi_0) \quad (3.5.4)$$

i ubrzanja

$$\ddot{q}(t) = -\Omega_0^2 A \sin(\Omega_0 t + \varphi_0) \quad (3.5.5)$$

od vremena. Uvrštenjem izraza (3.5.3) i (3.5.5) u izraz (3.5.1) se dobija definicioni izraz (3.2.14) za ugaonu frekvenciju vibracije. Odavde sledi da će ugaona frekvencija vibracije biti takve vrednosti da se obezbedi jednakost inercijalne i restitucione sile u svakom trenutku.

Za razliku od ugaone brzine, amplituda A vibracije nije jednoznačno određena strukturom sistema. Osim od parametara sistema, ona zavisi i od količine akumulisane energije

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{\Omega_0} \left[ \frac{2}{\mu} \left( e_p(0) + e_k(0) \right) \right]^{\frac{1}{2}}, \\ &= \frac{1}{\Omega_0} \sqrt{\frac{2}{\mu} e(0)} \quad (3.5.5) \end{aligned}$$

Vrednost početne faze

$$\varphi_0 = \arctg \sqrt{\frac{e_p(0)}{e_k(0)}} \quad (3.5.6)$$

takođe zavisi od parametara sistema i od početnih vrednosti potencijalne i kinetičke energije sistema.

Kako amplituda ovih vibracija ne zavisi od vremena, ukupna energija sistema takođe ostaje stalna i iznosi

$$E = \frac{1}{2} \mu \Omega_0^2 A^2. \quad (3.5.7)$$

Zbog ove osobine se vibracije ovog sistema nazivaju stacionarnima.

Potencijalna energija sistema je

$$\begin{aligned} e_p(t) &= \frac{1}{2} D A^2 \sin^2(\Omega_0 t + \varphi_0) \\ &= \frac{1}{4} D A^2 - \frac{1}{4} D A^2 \cos(2\Omega_0 t + 2\varphi_0), \end{aligned} \quad (3.5.8)$$

dok je kinetička energija

$$\begin{aligned} e_k(t) &= \frac{1}{4} \mu \Omega_0^2 A^2 \cos^2(\Omega_0 t + \varphi_0) \\ &= \frac{1}{4} \mu \Omega_0^2 A^2 + \frac{1}{4} \mu \Omega_0^2 A^2 \cos(2\Omega_0 t + 2\varphi_0). \end{aligned} \quad (3.5.9)$$

Ovde je važno uočiti da potencijalna i kinetička energija osciluju oko svojih srednjih vrednosti suprotnim fazama dvaput većom ugaonom frekvencijom od generalisane koordinate i brzine.

Kako je, na osnovu izraza (3.2.14),

$$D = \mu \Omega_0^2, \quad (3.5.10)$$

i, kako su srednje vrednosti potencijalne i kinetičke energije

$$\bar{E}_p = \frac{1}{4} D A^2, \quad (3.5.11)$$

$$\bar{E}_k = \frac{1}{4} \mu \Omega_0^2 A^2, \quad (3.5.12)$$

to je

$$\bar{E}_p = \bar{E}_k. \quad (3.5.13)$$

Promena potencijalne energije sistema je

$$de_p(t) = 2\Omega_0 \bar{E}_p \sin(2\Omega_0 t + 2\varphi_0); \quad (3.5.14)$$

a promena kinetičke energije je

$$de_k(t) = -2\Omega_0 \bar{E}_k \sin(2\Omega_0 t + 2\varphi_0), \quad (3.5.15)$$

odakle sledi da se potencijalna energija uvećava na račun smanje-

nja kinetičke energije, i obrnuto, pri čemu se ukupna energija

$$\begin{aligned} E &= \bar{E}_p + \bar{E}_k \\ &= \frac{1}{2} \mu \Omega_0^2 A^2 \end{aligned} \quad (3.5.16)$$

ne menja tokom vremena.

Ako se na zavisnost pomeraja od vremena, datu izrazom (3.5.3), primeni FOURIERova transformacija, kao rezultat se dobija spektar ovih vibracija, koji se sastoji iz dve vektorske komponente frekvencije  $\Omega_0$  i  $-\Omega_0$ . Njihove amplitude su

$$Q(\omega) = \begin{cases} A/2, & \omega = \Omega_0 \\ A/2, & \omega = -\Omega_0 \end{cases}, \quad (3.5.17)$$

i početne faze

$$\theta_0(\omega) = \begin{cases} \varphi_0, & \omega = \Omega_0 \\ -\varphi_0, & \omega = -\Omega_0 \end{cases}. \quad (3.5.18)$$

Pomeraj se kod slobodnih vibracija može izraziti preko obrtnih kompleksnih vektorâ:

$$q(t) = Q e^{j\Omega_0 t} + Q^* e^{-j\Omega_0 t}, \quad (3.5.19)$$

gde je

$$Q = \frac{A}{2} e^{j\varphi_0}. \quad (3.5.20)$$

Kvadrat pomeraja je odavde

$$q^2(t) = 2|Q|^2 + Q^2 e^{j2\Omega_0 t} + Q^{*2} e^{-j2\Omega_0 t}. \quad (3.5.21)$$

Srednja vrednost kvadrata pomeraja tokom perioda T je jednaka

$$\begin{aligned} \overline{q^2(t)} &= \frac{1}{T} \int_0^T q^2(t) dt \\ &= 2|Q|^2 \end{aligned} \quad (3.5.22)$$

$$= \frac{A^2}{2}. \quad (3.5.23)$$

Koren ove vrednosti se naziva efektivna vrednost pomeraja (eng. RMS od Root Mean Square, koren srednjeg kvadrata):

$$q_{\text{eff}} = \sqrt{\overline{q^2(t)}} \quad (3.5.24)$$

$$= \frac{A}{\sqrt{2}}. \quad (3.5.25)$$

Sada se srednja vrednost energije sistema može izraziti preko efektivne vrednosti pomeraja kao

$$\bar{E} = \mu \Omega_0^2 q_{\text{eff}}^2 . \quad (3.5.26)$$

Zbog ove zavisnosti od energije, efektivna vrednost pomeraja se često koristi za izražavanje intenziteta vibracije.

### 3.6 Slobodne prigušene vibracije

Ako su u sistemu prisutne sile trenja, vibracije su prigušene. Diferencijalnom jednačinom ovog sistema

$$\mu \ddot{q} + \xi \dot{q} + Dq = 0 \quad (3.6.1)$$

se iskazuje da je zbir sila, koje deluju u sistemu, u svakom trenutku jednak nuli. Vibracije podkritično prigušenog sistema se mogu opisati sledećom funkcijom pomeraja od vremena:

$$q(t) = A e^{-\frac{B}{2}t} \sin(\Omega t + \varphi_0) , \quad (3.6.2)$$

gde su parametri  $\Omega$ ,  $B$ ,  $A$  i  $\varphi_0$  ranije bili definisani. Veličina  $\Omega_0$  je ugaona frekvencija slobodnih vibracija prigušenog sistema.

Zavisnost pomeraja sistema od vremena je proizvod dve funkcije vremena. Može se smatrati da funkcija

$$Q(t) = A e^{-\frac{B}{2}t} \quad (3.6.3)$$

predstavlja amplitudu pomeraja sistema, koja eksponencijalno opada tokom vremena. Brzina promene amplitude je

$$\begin{aligned} \dot{Q}(t) &= -\frac{B}{2} A e^{-\frac{B}{2}t} \\ &= -\frac{B}{2} Q(t) . \end{aligned} \quad (3.6.4)$$

Odavde je

$$B = -2 \frac{\dot{Q}(t)}{Q(t)} . \quad (3.6.5)$$

Veličina  $B$  je proporcionalna relativnoj vrednosti brzine promene amplitude prigušenih vibracija.

Zbog osobine promene amplitude vibracije se brzina

$$\dot{q}(t) = -A \frac{B}{2} e^{-\frac{B}{2}t} \sin(\Omega t + \varphi_0) + A \Omega e^{-\frac{B}{2}t} \cos(\Omega t + \varphi_0) \quad (3.6.6)$$

sastoji iz dve međusobno normalne komponente, gde izraz "normalne" označava faznu razliku između sinusne i kosinusne komponente. Prva

od njih, koja je u fazi sa pomerajem, nastaje usled promene amplitude pomeraja. Druga komponenta, koja je normalna na pomeraj, nastaje usled oscilovanja vrednosti pomeraja. Usled ovoga će i sila trenja, koja je proporcionalna brzini, imati dve međusobno normalne komponente.

Inercijalna sila, koja je proporcionalna ubrzanju:

$$\ddot{q}(t) = \left( \frac{B^2}{4} - \Omega^2 \right) A e^{-\frac{Bt}{2}} \sin(\Omega t + \varphi_0) - B \Omega A e^{-\frac{Bt}{2}} \cos(\Omega t + \varphi_0), \quad (3.6.7)$$

se, takođe, sastoji iz dve međusobno normalne komponente.

Struktura sistema je takva, da se dejstva međusobno kolinearnih (tj. sa istim ili suprotnim fazama) komponenata inercijalne, restitucione i sile trenja poniste. Trenutne vrednosti intenziteta sila koje deluju u sistemu, zavise od vrednosti ugaone frekvencaje  $\Omega$  i parametra  $B$ . Odavde sledi da su vrednosti ova dva parametra određena samom strukturom sistema, jer, kada se izrazi (3.6.2), (3.6.6) i (3.6.7) uvrste u diferencijalnu jednačinu (3.6.1), direktno se dobijaju definicioni obrasci (3.2.13) za parametar  $B$ , i (3.3.15) za ugaonu frekvencaju  $\Omega$ .

S druge strane, poništenje dejstva sila bi bilo nemoguće postići, ako se amplituda vibracija ne bi menjala tokom vremena. U tom slučaju bi pomeraj i ubrzanje, a sa njima i restituciona i inercijalna sila, bili kolinearni, ali bi preostala sila trenja, koja je proporcionalna brzini, i koja je normalna na obe.

Radom sile trenja se iz ovog sistema odvodi energija brzinom

$$\ell_d = -\xi \dot{q}^2(t). \quad (3.6.8)$$

Brzina  $\dot{q}(t)$ , određena izrazom (3.6.6), se može napisati u obliku

$$\dot{q}(t) = \Omega A e^{-\frac{Bt}{2}} \sin(\Omega t + \varphi_0 + \varphi_s), \quad (3.6.9)$$

gde je

$$\varphi_s = \operatorname{arctg} \left[ -\frac{2\Omega}{B} \right]. \quad (3.6.10)$$

Sada je disipacija snage sistema

$$\ell_d = -\xi \Omega^2 A^2 e^{-Bt} \sin^2(\Omega t + \varphi_0 + \varphi_s). \quad (3.6.11)$$

Usled gubitka energije, koja se ne pokriva radom spoljašnjih sila, slobodne prigušene vibracije nisu stacionarne. Mada je problem proučavanja slobodnih prigušenih vibracija povezan sa problemom proučavanja prenosa energije sa sistema na njegovu okolinu, i zbog toga posebno interesantan, dalje se neće posebno razmatrati. Prenos energije će biti razmatran na opštijem slučaju prinudnih vibracija.

### 3.7 Opis prinudnih vibracija u frekventnom domenu

Standardnim početnim uslovima se nazivaju početni uslovi

$$q = 0 \quad i \quad \dot{q} = 0 . \quad (3.7.1)$$

Pri ovim uslovima je vrednost energije u početnom trenutku jednaka nuli, tako da sistem ne vrši vibracije usled akumulisane energije. Njegove vibracije se mogu tada opisati prvom članom izraza (3.2.51):

$$q(t) = \frac{1}{\mu\Omega} \int_0^t f(\tau) e^{-\frac{B(t-\tau)}{2}} \sin \Omega(t-\tau) d\tau . \quad (3.7.2)$$

Kao što je pokazano, sila se može razložiti na harmonijske komponente, i neka je, u opštem slučaju,

$$f(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega . \quad (3.7.3)$$

Ako se sada izraz uz silu  $f(\tau)$  pod integralom u (3.2.5) izrazi preko obrtnih kompleksnih vektora, a umesto sile se uvrsti integral (3.7.3), tada je

$$q(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\mu\Omega} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \int_0^t \frac{e^{j\beta_1 t} e^{j\vartheta_1 \tau} - e^{j\beta_2 t} e^{j\vartheta_2 \tau}}{2j} d\tau d\omega , \quad (3.7.4)$$

gde je:

$$\beta_1 = -B/2 + j\Omega , \quad (3.7.5)$$

$$\beta_2 = -B/2 - j\Omega , \quad (3.7.6)$$

$$\vartheta_1 = B/2 - j(\Omega - \omega) , \quad (3.7.7)$$

i

$$\vartheta_2 = B/2 + j(\Omega + \omega) . \quad (3.7.8)$$

Kako  $e^{j\beta_1 t}$  i  $e^{j\beta_2 t}$  ne zavise od vrednosti  $\tau$ , to oni mogu izaci pred integral, te je

$$q(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\mu\Omega} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \left[ e^{j\beta_1 t} \int_0^t \frac{e^{j\vartheta_1 \tau}}{2j} d\tau - e^{j\beta_2 t} \int_0^t \frac{e^{j\vartheta_2 \tau}}{2j} d\tau \right] d\omega . \quad (3.7.9)$$

Integral

$$I_1 = \int_0^t \frac{e^{j\vartheta_1 \tau}}{2j} d\tau = \frac{e^{j\vartheta_1 t}}{2j\vartheta_1} \Big|_0^t$$

$$= \frac{1}{2j} \frac{e^{[B/2-j(\Omega-\omega)]t} - 1}{B/2-j(\Omega-\omega)}, \quad (3.7.10)$$

a integral

$$I_2 = \int_0^t \frac{e^{j\vartheta_2 \tau}}{2j} d\tau = \frac{e^{j\vartheta_2 t}}{2j\vartheta_2} \Big|_0^t$$

$$= \frac{1}{2j} \frac{e^{[B/2+j(\Omega+\omega)]t} - 1}{B/2+j(\Omega+\omega)}. \quad (3.7.11)$$

Kada se izrazi za  $I_1$  i  $I_2$  vrati u (3.7.9), dobija se da

je

$$q(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{j2\mu\Omega} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \left[ \frac{1}{B/2-j(\Omega-\omega)} - \frac{1}{B/2+j(\Omega+\omega)} \right] e^{j\omega t} d\omega -$$

$$- \frac{1}{2\pi} \frac{1}{j2\mu\Omega} e^{(-B/2+j\Omega)t} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \frac{d\omega}{B/2-j(\Omega-\omega)} +$$

$$+ \frac{1}{2\pi} \frac{1}{j2\mu\Omega} e^{(-B/2-j\Omega)t} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \frac{d\omega}{B/2+j(\Omega+\omega)}. \quad (3.7.12)$$

Integrali u drugom i trećem članu prethodnog izraza su funkcije parametara  $B$  i  $\Omega$ . Neka su

$$A_1 = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{j2\mu\Omega} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \frac{d\omega}{B/2-j(\Omega-\omega)} \quad (3.7.13)$$

i

$$A_2 = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{j2\mu\Omega} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \frac{d\omega}{B/2+j(\Omega+\omega)}. \quad (3.7.14)$$

Odavde sledi da zadnja dva člana izraza (3.7.12)

$$q_s(t) = A_1 e^{(-B/2+j\Omega)t} - A_2 e^{(-B/2-j\Omega)t} \quad (3.7.15)$$

predstavljaju prigušene vibracije frekvencije  $\Omega$ . Kako je to u literaturi [5] pokazano, ove vibracije su odziv sistema na uključenje prinudne sile. Vremenom ove vibracije nestaju, te preostaju samo prinudne vibracije određene prvim članom izraza (3.7.12):

$$q(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{j2\mu\Omega} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \frac{2j\Omega}{\frac{B^2}{4} + jB\omega + \Omega^2 - \omega^2} e^{j\omega t} d\omega$$

$$= \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\mu} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F(\omega)}{\Omega^2 - \omega^2 + jB\omega} e^{j\omega t} d\omega, \quad (3.7.16)$$

gde je iskoristen uslov (3.3.15).

Ako se sada i odziv sistema izrazi preko harmonijskih komponenti, dobija se da je

$$q(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Q(\omega) e^{j\omega t} d\omega. \quad (3.7.17)$$

Ako se uporede izrazi (3.7.16) i (3.7.17), dobija se da je kompleksna amplituda odziva sistema

$$Q(\omega) = \frac{1}{\mu} \frac{1}{\Omega^2 - \omega^2 + jB\omega} F(\omega). \quad (3.7.18)$$

Pod uslovom da

$$\sigma \rightarrow 0, \quad (3.7.19)$$

iz LAPLACEove transformacije jediničnog impulsnog odziva sistema se dobija izraz

$$\psi(j\omega) = \frac{1}{\Omega^2 - \omega^2 + jB\omega}, \quad (3.7.20)$$

koji opisuje uticaj sistema na spektralnu komponentu sile ugaone frekvencije  $\omega$  pri "izgradnji" spektralne komponente pomeraju te frekvencije.

Pri proučavanju ponašanja sistema na različitim frekvencijama je potrebno eliminisanje uticaja amplitude i početne faze prinudne sile. To je moguće učiniti tako što se pretpostavlja dejstvo sile čija amplituda i početna faza konstantne vrednosti (pogodim izborom početnog trenutka posmatranja se može postići da početna faza sile bude jednaka nuli). Neka je amplituda prinudne sile  $F$ . Ako se ova vrednost uvede u izraz (3.7.18), dobija se da je

$$Q(\omega) = \frac{1}{\mu} \frac{1}{\Omega^2 - \omega^2 + jB\omega} F. \quad (3.7.21)$$

Kompleksna amplituda pomeraju zavisi sada samo od sistema. Njenim normiranjem se dobija bezdimenzionalna veličina koja zavisi od

frekvencije, i koja je pogodna za opis ponašanja sistema. Najjednostavniji izraz se dobija normiranjem na vrednost kompleksne amplitude tзв. jednosmerne spektralne komponente pomeraja ( $\omega = 0$ ):

$$\frac{Q(\omega)}{Q(0)} = \frac{\Omega_0^2}{\Omega_0^2 - \omega^2 + jB\omega} \quad (3.7.22)$$

Ovako dobijen izraz se naziva prenosnom funkcijom sistema

$$W(\omega) = \frac{\Omega_0^2}{\Omega_0^2 - \omega^2 + jB\omega} \quad (3.7.23)$$

Njome se opisuju promene u amplitudi i početnoj fazi koju sistem unosi u spektar prinudne sile pri izgradnji spektra pomeraja. Promene u amplitudi opisuje moduo, a promene u početnoj fazi argument prenosne funkcije.

Moduo prenosne funkcije

$$M(\omega) = |W(\omega)| = \frac{\Omega_0^2}{\sqrt{(\Omega_0^2 - \omega^2)^2 + B^2\omega^2}} \quad (3.7.24)$$

predstavlja stepen uvećanja amplitude spektralne komponente pomeraja frekvencije  $\omega$  u odnosu na amplitudu njene jednosmerne komponente pri dejstvu prinudne sile jedinične amplitute.

Argument (ili faza) prenosne funkcije

$$\varphi(\omega) = -\arctg \frac{B\omega}{\Omega_0^2 - \omega^2} \quad (3.7.25)$$

predstavlja razliku u fazi između komponenata prinudne sile i pomeraja istih frekvencija.

Moduo prenosne funkcije ima ekstremne vrednosti za vrednosti ugaone frekvencije

$$\omega_1 = 0 \quad (3.7.26)$$

i

$$\omega_2 = \pm \sqrt{\Omega_0^2 - B^2/2} \quad (3.7.27)$$

Ova poslednja frekvencija se naziva i rezonantnom frekvencijom sistema. Ukoliko je prigušenje manje, utoliko je ova frekvencija po vrednosti bliža svojstvenoj ugaonoj frekvenciji vibracije slobodnog neprigušenog sistema  $\Omega_0$ .

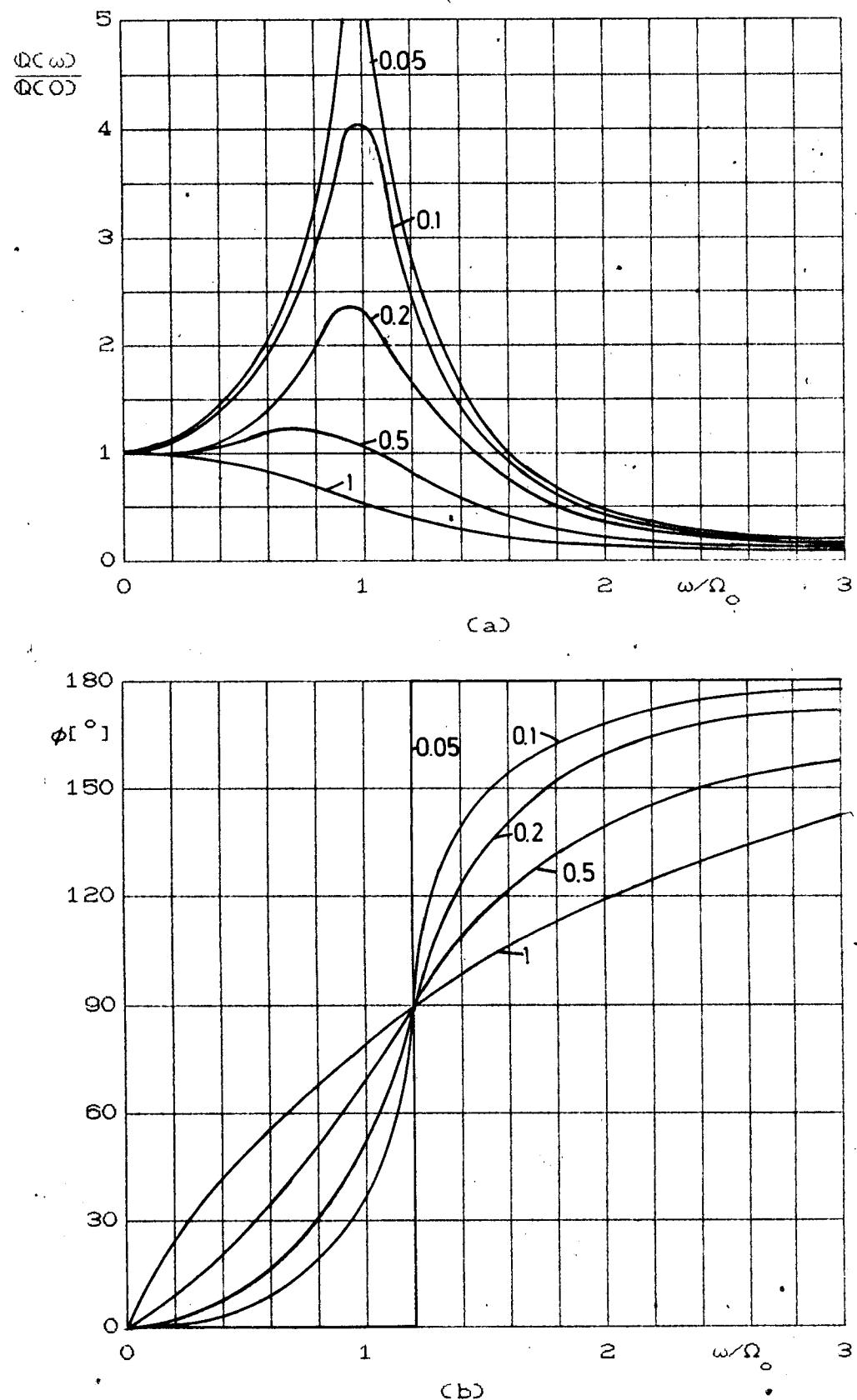
Vrednosti modula prenosne funkcije za ove dve vrednosti ugaone frekvencije su

$$M(\omega_1) = 1 \quad (3.7.28)$$

i

$$M(\omega_2) = \frac{\Omega_0^2}{B \sqrt{\Omega_0^2 - B^2/4}} \quad (3.7.29)$$

Vidi se da je, pri rezonantnoj frekvenciji, amplituda pomeraja utoliko veća ukoliko je prigušenje manje.



Slika 3.7.1 (a) zavisnost modula i (b) zavisnost faze prenosne funkcije od frekvencije za razne vrednosti prigušenja

### 3.8 Dinamički aspekt prinudnih vibracija

Diferencijalnom jednačinom prinudnih vibracija

$$\mu\ddot{q}(t) + \xi\dot{q}(t) + Dq(t) = f(t) \quad (3.1.1)$$

se iskazuje jednakost sila koje deluju u sistemu i na sistem u svakom trenutku. Izraz

$$f_i(t) = -\mu\ddot{q}(t) \quad (3.8.1)$$

definiše inercijalnu,

$$f_g(t) = -\xi\dot{q}(t) \quad (3.8.2)$$

prigušnu, a izraz

$$f_r(t) = -Dq(t) \quad (3.8.3)$$

restitucionu силу. Уврштавјем израза (3.8.1), (3.8.2) и (3.8.3) у диференцијалну једначињу (3.1.1) се добија да је

$$-f_i(t) = f_g(t) + f_r(t) + f(t) . \quad (3.8.4)$$

Као што је показано, сile се могу приказати преко својих спектралних компоненти у облику

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega . \quad (3.7.3)$$

Isto тако се и померај може представити као

$$q(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Q(\omega) e^{j\omega t} d\omega . \quad (3.7.17)$$

Одакле је брзина

$$\dot{q}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} j\omega Q(\omega) e^{j\omega t} d\omega , \quad (3.8.5)$$

и убрзанje

$$\ddot{q}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (-\omega^2) Q(\omega) e^{j\omega t} d\omega . \quad (3.8.6)$$

Множењем убрзанја инерцијалним кофицијентом се добија инер-

cijalna sila

$$\begin{aligned} f_i(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mu\omega^2 Q(\omega) e^{j\omega t} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_i(\omega) e^{j\omega t} d\omega, \end{aligned} \quad (3.8.7)$$

gde je

$$F_i(\omega) = \mu\omega^2 Q(\omega) \quad (3.8.8)$$

kompleksna amplituda inercijalne sile.

Na isti način se dobijaju kompleksne amplitude prigušne i restitucione sile:

$$F_g(\omega) = -j\xi\omega Q(\omega) \quad (3.8.9)$$

i

$$F_r(\omega) = -D Q(\omega) \quad (3.8.10)$$

Vraćanjem izraza za pomeraj, brzinu i ubrzanje u diferencijalnu jednačinu (3.1.1) se dobija da je

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left[ -\mu\omega^2 + j\xi\omega + D \right] Q(\omega) e^{j\omega t} d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega, \quad (3.8.11)$$

odakle je

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left[ \left( -\mu\omega^2 + j\xi\omega + D \right) Q(\omega) - F(\omega) \right] e^{j\omega t} d\omega = 0. \quad (3.8.12)$$

Kako su spektralne komponente pomeraja i sile za različite vrednosti ugaone frekvencije međusobno nezavisne, iz gornjeg izraza se dobija da je

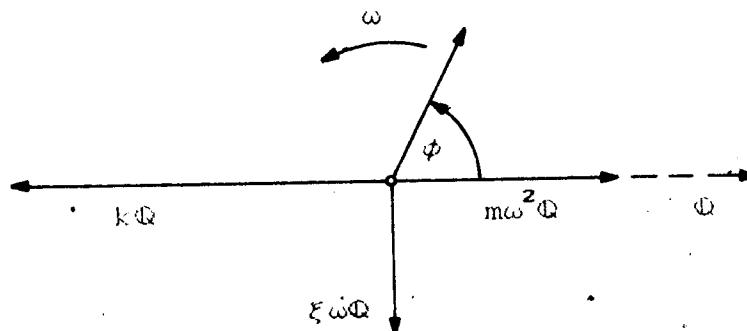
$$-\mu\omega^2 Q(\omega) = -j\xi\omega Q(\omega) - D Q(\omega) + F(\omega). \quad (3.8.13)$$

Članovi u gornjoj jednačini su redom spektralne komponente inercijalne, prigušne restitucione i prinudne sile:

$$-F_i(\omega) = F_g(\omega) + F_r(\omega) + F(\omega). \quad (3.8.14)$$

Da bi prinudna sila u svakom trenutku bila jednaka zbiru sile koje deluju u sistemu, amplituda i fazni pomak pomeraja u odnosu na prinudnu silu ne mogu imati proizvoljne vrednosti. Kada se prinudna sila razloži na komponente duž pomeraja i duž normale na nju, kolinearna komponenta mora biti kompenzovana razlikom intenziteta inercijalne i restitucione sile, a normalna komponenta in-

intenzitetom prigušne sile (slika 3.8.1).



Sl. 3.8.1 Dijagram kompleksnih amplituda sile

Za frekvenciju  $\omega = 0$  je prigušna sila jednaka nuli. Sistem ne osciluje, te je inercijalna sila takođe jednaka nuli. Prinudna i restitucionia sila su u ravnoteži, te važi da je

$$F(0) = -F_r(0), \quad (3.8.15)$$

odakle sledi da je

$$F(0) = D_0 Q(0). \quad (3.8.16)$$

Odavde sledi da je jednosmerna komponenta sile kolinearna jednosmernoj komponenti pomeraja. Fazni ugao

$$\phi(0) = 0. \quad (3.8.17)$$

Porastom vrednosti ugaone frekvencije raste vrednost intenziteta prigušne sile, dok intenzitet restitucionie sile ostaje konstantan. Kako sistem osciluje, može se zaključiti da u njemu deluje inercijalna sila, pri čemu porastom frekvencije oscilovanja intenzitet inercijalne sile brže raste od intenziteta prigušne sile. Za frekvencije

$$\omega < \Omega_0 \quad (3.8.18)$$

je intenzitet inercijalne sile manji od intenziteta restitucionie sile. Prema slici 3.8.1 se vidi da će u tom slučaju fazni ugao između inercijalne i prinudne sile biti manji od  $\pi/2$ . Povećanjem vrednosti frekvencije će intenzitet inercijalne sile biti sve veći, pa će sve manji deo prinudne sile trebati da se kompenzuje razlika, te će se ova fazna razlika sve više približavati vrednosti  $\pi/2$ . Vrednost amplitude i fazne razlike pomeraja se za svaku frekvenciju može proračunati iz vrednosti komponenata prinudne sile:

$$|F(\omega)| \cos \phi(\omega) = |F_r(\omega)| - |F_g(\omega)| \quad (3.8.19)$$

$$|F(\omega)| \sin \phi(\omega) = |F_g(\omega)|, \quad (3.8.20)$$

odakle je

$$|\mathbf{F}(\omega)|^2 = \left( |\mathbf{F}_r(\omega)| - |\mathbf{F}_i(\omega)| \right)^2 + |\mathbf{F}_g(\omega)|^2 \quad (3.8.21)$$

i

$$\operatorname{tg} \phi(\omega) = \frac{|\mathbf{F}_g(\omega)|}{|\mathbf{F}_r(\omega)| - |\mathbf{F}_i(\omega)|} \quad (3.8.22)$$

Ako se uzmu u obzir izrazi za kompleksne amplitude sila, dobija se da je

$$\begin{aligned} |\mathbf{F}(\omega)|^2 &= \left[ (D - \mu\omega^2)^2 + \xi^2\omega^2 \right] |\mathbf{Q}(\omega)|^2 \\ &= \mu^2 \left[ (\Omega_0^2 - \omega^2)^2 + B^2\omega^2 \right] |\mathbf{Q}(\omega)|^2. \end{aligned} \quad (3.8.23)$$

Odavde je

$$|\mathbf{Q}(\omega)| = \frac{1}{\mu} \frac{1}{\sqrt{(\Omega_0^2 - \omega^2)^2 + B^2\omega^2}} |\mathbf{F}(\omega)|. \quad (3.8.24)$$

Izraz za faznu razliku se dobija iz (3.8.22) zamenom izraza za kompleksne amplitude sila:

$$\begin{aligned} \phi(\omega) &= \operatorname{arctg} \frac{\xi\omega}{D\Omega_0^2 - \mu\omega^2} \\ &= \operatorname{arctg} \frac{B\omega}{\Omega_0^2 - \omega^2}. \end{aligned} \quad (3.8.25)$$

Za vrednost ugaone frekvencije

$$\omega = \Omega_0 \quad (3.8.26)$$

su inercijalna i restitucionia sila jednake po intenzitetu, te se kompenzuju. Prinudna sila treba da kompenzuje samo prigušnu silu, te je njena faza za  $\pi/2$  veća od faze inercijalne sile. Odavde sledi da je pomeraj normalan na prinudnu silu. Isti rezultat se može dobiti i iz izraza (3.8.25) uz uslov (3.8.26).

Za vrednosti ugaone frekvencije

$$\omega > \Omega_0 \quad (3.8.27)$$

je inercijalna sila većeg intenziteta od restitucionie sile, te će pomeraju kolinearna komponenta prinudne sile morati da se nalazi na strani ove druge, i fazna razlika između prinudne i inercijalne sile će morati biti veća od  $\pi/2$ .

Kako se povećava vrednost ugaone frekvencije ka beskonačnosti, to je inercijalna sila veća od restitucionie, ali će se razlika fazna sporo približavati vrednosti  $\pi$  zbog postojanja prigušne sile. Kada je prigušenje slabo, prigušna sila je mala, mali deo prinudne sile je potreban za njenu kompenzaciju, te se i razlika u fazi brže približava vrednosti  $-\pi$ .

### 3.9 Energija vibracije i efektivna vrednost pomeraja

Pod energijom vibracije se podrazumeva energija deformacije veza između delova sistema. Vrednost ove energije je od posebne važnosti, jer se destruktivna dejstva vibracije ispoljavaju u oslabljivanju ovih veza sve do njihovog prekidanja, kada se sistem raspada na delove i ne obavlja više svoju funkciju.

Kod sistema koji se ovde razmatraju je energija deformacije veze jednaka potencijalnoj energiji sistema, te je

$$e_v = Dq^2(t) . \quad (3.9.1)$$

Ako se pomeraj prema izrazu (3.7.17) izrazi preko spektralnih komponenti, dobija se da je

$$e_v = Dq(t) \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Q(\omega) e^{j\omega t} d\omega . \quad (3.9.2)$$

Dejstvo vibracije na veze u sistemu je kumulativno, te je ukupno dejstvo u toku vremenskog intervala beskonačno dugog trajanja proporcionalno ukupnoj energiji vibracija tokom tog intervala:

$$\begin{aligned} E_{vuk} &= \int_{-\infty}^{\infty} e_v dt \\ &= D \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} q(t) \int_{-\infty}^{\infty} Q(\omega) e^{j\omega t} d\omega dt . \end{aligned} \quad (3.9.3)$$

Odakle se, promenom redosleda integraljenja, dobija da je

$$E_{vuk} = D \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Q(\omega) \int_{-\infty}^{\infty} q(t) e^{j\omega t} d\omega dt . \quad (3.9.4)$$

Imajući u vidu da je

$$\int_{-\infty}^{\infty} q(t) e^{j\omega t} dt = Q^*(\omega) , \quad (3.9.5)$$

to je

$$E_{vuk} = D \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |Q(\omega)|^2 d\omega . \quad (3.9.6)$$

Kako je

$$|\Phi(\omega)|^2 = |\Phi(-\omega)|^2, \quad (3.9.7)$$

to se izraz (3.9.6) za ukupnu energiju vibracije može napisati kao

$$E_{vuk} = D \frac{1}{\pi} \int_0^\infty |\Phi(\omega)|^2 d\omega. \quad (3.9.8)$$

Izrazom

$$E(\omega) = \frac{D}{2\pi} |\Phi(\omega)|^2 \quad (3.9.9)$$

se definiše spektralna raspodela energije tj. ona količina energije, koja je sadržana u komponentama vibracije čije se frekvencije nalaze u beskonačno malom intervalu  $d\omega$  oko frekvencije  $\omega$ . Veličina  $E(\omega)$  se naziva još i spektralnom gustinom energije ili funkcijom spektralne gustine energije.

Ako se ukupna vrednost energije vibracije podeli vremenom trajanja vibracije, dobija se srednja snaga vibracije:

$$\begin{aligned} \bar{E} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} D \int_{-T}^T q^2(t) dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} D \frac{1}{\pi} \int_0^\infty |\Phi(\omega)|^2 d\omega. \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty D \frac{|\Phi(\omega)|^2}{T} d\omega. \end{aligned} \quad (3.9.10)$$

Izrazom

$$\bar{E}(\omega) = D \frac{|\Phi(\omega)|^2}{T} \quad (3.9.11)$$

se definiše ona srednja snaga vibracije, koja se prenosi preko komponentata čije frekvencije leže u beskrajno uskom intervalu  $d\omega$  u okolini vrednosti  $\omega$ . Veličina  $\bar{E}(\omega)$  se naziva funkcijom spektralne gustine snage.

Veličina

$$\overline{q^2(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T q^2(t) dt \quad (3.9.12)$$

koja figuriše u izrazu za srednju snagu vibracije je tzv. srednja kvadratna vrednost pomeraja. Pomoću nje se srednja snaga vibracije može napisati kao

$$\bar{E} = D \overline{q^2(t)}. \quad (3.9.13)$$

Veza srednje kvadratne vrednosti i spektra pomeraja je predstavljena izrazom

$$\overline{q^2(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{|Q(\omega)|^2}{T} d\omega . \quad (3.9.14)$$

Kvadratni koren srednje kvadratne vrednosti pomeraja se naziva njenom efektivnom vrednošću:

$$q_{\text{eff}} = \sqrt{\overline{q^2(t)}} . \quad (3.9.15)$$

Efektivna vrednost pomeraja je tesno povezana sa energijom vibracija i zbog toga se najčešće koriste za izražavanje njihovog intenziteta.

## II DEO

### TEORIJA MERENJA MEHANIČKIH VIBRACIJA

## GLAVA 4

### TEORIJA MERENJA VIBRACIJE

#### 4.1 Pokazatelji nivoa vibracije

Pri merenju vibracije, polazna informacija je zavisnost trenutne vrednosti pomeraja, brzine ili ubrzanja od vremena. Mada sa drži maksimum informacije o vibracionom procesu, ova zavisnost je pogodna samo za njegov kvalitativan opis. Za kvantitativan opis vibracija služe posebni brojčani parametri, koji se određuju iz pomenute zavisnosti, i koji se nazivaju pokazateljima nivoa vibracije. Izbor pokazatelja nivoa vibracije zavisi od svrhe merenja. Pojedini pokazatelji su definisani tako, da njihove vrednosti nose što je moguće više informacija od interesa.

U zavisnosti od parametra koji se meri, nivo vibracije može biti izražen u jedinicama pomeraja, brzine i ubrzanja.

Za iskazivanje nivoa vibracije su definisani sledeći pokazatelji:

1. Efektivna vrednost, koja se računa kao koren iz srednje vrednosti kvadrata trenutne vrednosti parametra vibracije. Ovo je važan parametar, jer je u tesnoj vezi sa vrednošću energije deformacije veza, te ukazuje na jačinu mogućeg štetnog dejstva vibracije na mehanički sistem. Kako je pokazano, kod harmonijskih vibracija je efektivna vrednost  $\sqrt{2}$  puta manja od amplitude vibracije.

Važna veličina kod određivanja efektivne vrednosti vibracije je vreme usrednjavanja  $T$ . O izboru vrednosti ove veličine će još biti reči.

2. Vršna vrednost, koja definiše najveću vrednost parametra vibracije koji se javio u toku merenja i ne nosi informaciju o trenutku kada je ova vrednost nastupila. Primjenjuje se za izražavanje nivoa vibracije pri merenje udara kratkog trajanja.

3. Vrednost od vrha do vrha se najčešće primjenjuje kod merenja pomeraja pri određivanju veličine zazora pojedinih delova sistema. Predstavlja veličinu hoda koje vrše delovi sistema.

4. Srednja apsolutna vrednost parametra vibracije je veličina koja nije povezana ni sa jednom fizičkom veličinom od interesa, ali se veoma lako određuje. Ako je  $x$  trenutna vrednost parametra vibracije, srednja apsolutna vrednost se određuje pomoću izraza

$$T$$

$$\bar{x}_{\text{aps}} = \frac{1}{T} \int_0^T |x| dt .$$

(4.1.1)

Kod harmonijskih vibracija je srednja absolutna vrednost vibracije 1,11 puta manja od efektivne, pa se kod periodičnih vibracija umesto efektivne vrednosti harmonijskih komponenti češće određuje njihova srednja vrednost, pri čemu se učinjena greska često može zanemariti.

5. Vršni faktor je odnos vršne i efektivne vrednosti vibracije. Za harmonijsku vibraciju, vršni faktor ima vrednost  $\sqrt{2}$ . Sto se više vibracija razlikuje od harmonijske, to njen vršni faktor ima veću vrednost. Stohastičke vibracije kao što su sumovi, buka, govor, zemljotresi itd., imaju visoku vrednost vršnog faktora, koja ukazuje na malu energiju koja se njima prenosi u odnosu na njihovu amplitudu. Visoka vrednost vršnog faktora ukazuje, i na to da vibracije imaju širok spektar.

Odavde sledi da vršni faktor, iako nije pokazatelj nivoa, upotpunjaje sliku o vibracionom procesu koji se odvija u mehaničkom sistemu, te se često sreće kod strukturalnih istraživanja.

#### 4.2 Parametri vibracije

Kod vibracija je od interesa merenje jednog od tri parametra vibracije: pomeraja, brzine i ubrzanja.

Vektorska komponenta pomeraja  $q(\omega)$  ugaone frekvencije  $\omega$  se, na osnovu izraza (3.7.18), može napisati kao

$$q(\omega) = \frac{1}{\mu} \frac{1}{\Omega^2 - \omega^2 + jB\omega} F(\omega) e^{j\omega t}, \quad (4.2.1)$$

odakle je vektorska komponenta brzine iste ugaone frekvencije

$$\dot{q}(\omega) = \frac{1}{\mu} \frac{j\omega}{\Omega^2 - \omega^2 + jB\omega} F(\omega) e^{j\omega t}, \quad (4.2.2)$$

i komponenta ubrzanja

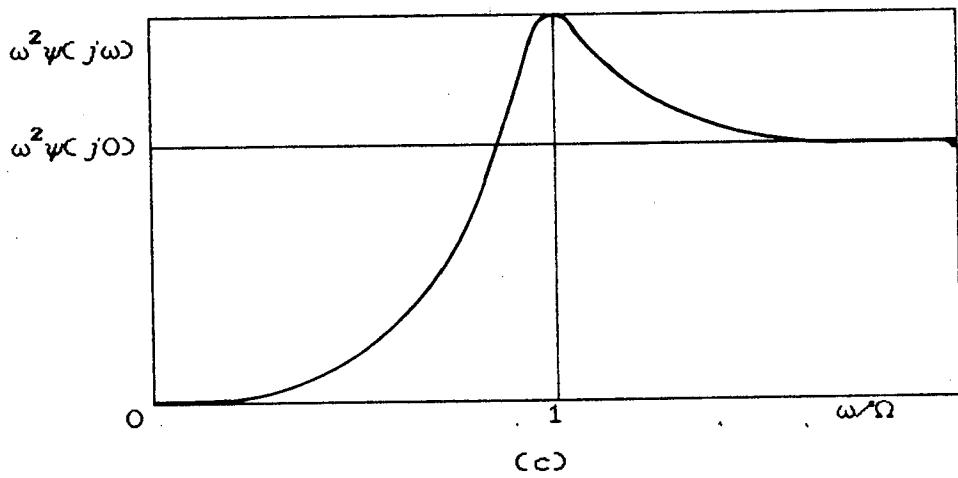
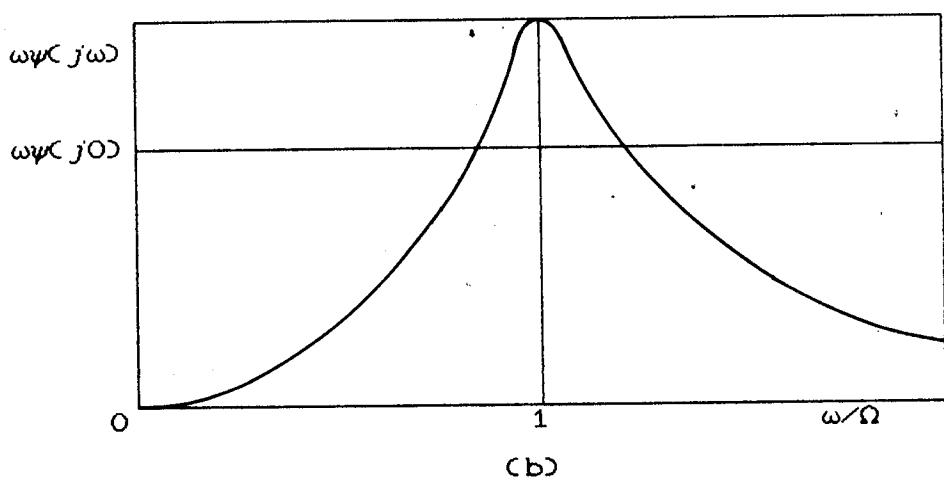
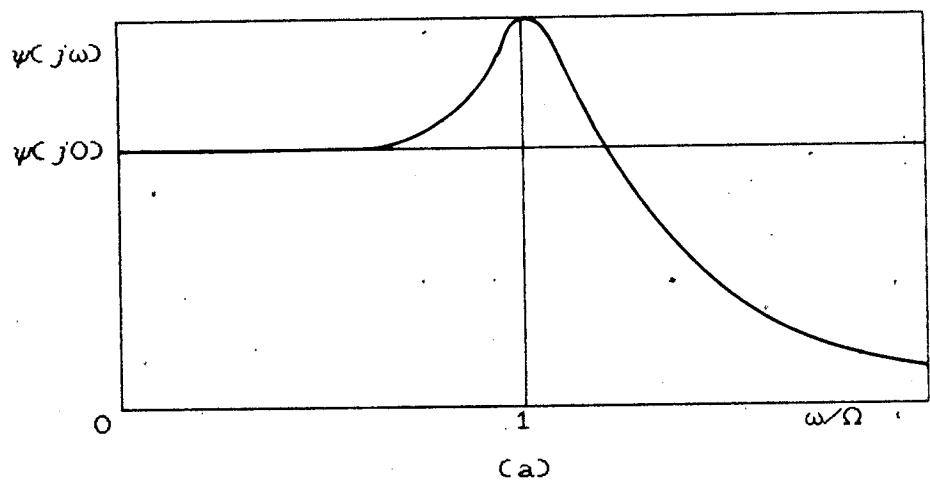
$$\ddot{q}(\omega) = \frac{1}{\mu} \frac{-\omega^2}{\Omega^2 - \omega^2 + jB\omega} F(\omega) e^{j\omega t}. \quad (4.2.3)$$

Zanemarujući fazne odnose između gornjih veličina, može se dobijanje spektra brzine dobiti množenjem svake od kompleksnih amplituda pomeraja njenom ugaonom frekvencijom, a spektor ubrzanja množenjem amplitude pomeraja kvadratom ugaone frekvencije.

Slika 4.2.1 prikazuje raspodelu vrednosti modula funkcije

$$\psi(j\omega) = \frac{1}{\Omega^2 - \omega^2 + jB\omega}. \quad (4.2.4)$$

po frekvencijama. Vidi se da je niskofrekventni deo spektra sile linearno preslikan u spektor pomeraja, dok sistem prigušuje visokofrekventni deo njegovog spektra.



Slika 4.2.1 Dijagram raspodele modula jediničnog impulsnog odziva pomeraja (a), brzine (b) i ubrzanja (c).

U spektru brzine su prigušene niske, a istaknute više frekvencije. Ovakvo prigušenje niskih, a isticanje viših frekvencija je još više prisutno kod spektra ubrzanja. Pri izgradnji spektra pomeraja, sistem se ponaša kao filter propusnik niskih frekvencija. Pri izgradnji spektra brzine, on se ponaša kao filter propusnik srednjeg opsega frekvencija, dok se kod ubrzanja ponaša kao filter propusnik visokih frekvencija.

Zbog ovakvog ponašanja sistema je za merenje vibracije niskih frekvencija pogodno izabrati pomeraj kao parametar koji će se meriti. Kako se ovakva merenja retko sreću, to se i pomeraj retko pojavljuje kao parametar merenja.

Frekvencije najčešće merenih vibracija se kreću u intervalu od 10Hz do 1kHz, gde je pogodno izabrati brzinu kao parametar. Uticaj sistema na izgradnju spektra brzine je najmanji u ovom intervalu frekvencija, te će se dobiti dobar pregled raspodele amplituda vibracije. Osim toga, više frekvencije se prigušuju, te se merenjem brzine odstranjuje uticaj šumova na merenje.

Na frekvencijama iznad 1kHz je pogodno izabrati ubrzanje kao parametar, jer su amplitude vibracije u njenom spektru na ovim frekvencijama istaknute. Zbog osobina sistema, u spektru ubrzanja je prisutno mnogo šumova, što otežava merenje.

Kod raznovrsnih merenja vibracije se brzina pokazuje kao najpogodniji parametar u oko 70% slučajeva, ubrzanje u oko 30%, dok se pomeraj veoma retko sreće.

Kod merenja udara je izbor parametra povezan sa veličinom na koju je osjetljiv merni pretvarač. Kod ovih merenja se, osim amplitudnog spektra, određuje i fazni, te kod signala ne sme biti naknadnih intervencija koje unose fazni pomak kao što su filtriranje itd. Stoga se izbor parametra vibracije ostvaruje izborom pogodnog mernog pretvarača.

Kod merenja ostalih vibracija se u poslednje vreme primenjuju pretvarači osjetljivi na ubrzanje sistema, a iz dobijenog električnog signala se integraljenjem dobijaju spektri brzine i ubrzanja. Pri ovome se unosi promena u amplitudni i fazni spektar. Kod promena amplitude se, pri obradi i tumačenju rezultata vodi računa o merenom parametru, dok se fazni spektar obično i ne određuje.

#### 4.3 Amplitudne skale

Rezultati merenja vibracije se gotovo uvek prikazuju grafički, gde je prikazana raspodela amplituda vibracije po frekvencijama. Kada je potrebna veliko razlaganje vrednosti amplituda, one se prikazuju na linernoj skali. U tom slučaju se verno prikazuju odnosi, a vrednosti amplituda se direktno očitavaju na skali. Nedostaci ove skale su što je opseg vrednosti, obuhvaćen ovom skalom, mali u odnosu na prostor koji je na raspolaganju, i što se mali vrhovi ponekad važnih komponenti spektra ne razaznavaju u šumu.

Navedeni nedostaci linearne skale se mogu izbjeći korištenjem logaritamske skale. Amplituda svake komponente se upoređuje sa nekom vrednošću koja je usvojena kao referentna, te se na skali prikazuje logaritam njihovog količnika. Uobičajeno je da se pri tome koristi dekadni logaritam.

Na logaritamskoj skali se amplituda u odnosu na referentnu iskazuje u decibelima (dB), gde je amplituda u decibelima

$$X_{\text{dB}} = 20 \text{dB} \log_{10} \frac{X}{X_{\text{ref}}} , \quad (4.3.1)$$

gde je  $X_{\text{ref}}$  referentna vrednost amplitude. Prema ovome je

$$X_{\text{dB}} = 10 \text{dB} \log_{10} \frac{X^2}{X_{\text{ref}}^2} . \quad (4.3.2)$$

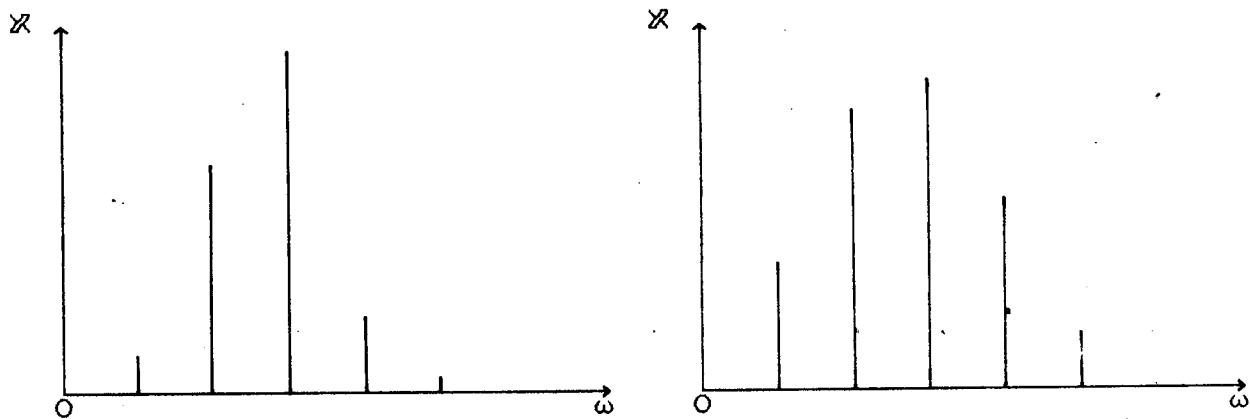
Pri svakom iskazivanju amplitude u decibelima treba imati u vidu da se ovde radi o relativnoj skali u odnosu na referentnu vrednost, te je ovu vrednost potrebno i navesti.

Prema preporukama ISO 1683, referentne amplitude su:

- za ubrzanje  $A_{\text{ref}} = 10^{-6} \text{ms}^{-2}$ ,
- za brzinu  $V_{\text{ref}} = 10^{-9} \text{ms}^{-1}$ , i
- za pomeraj  $Q_{\text{ref}} = 10^{-12} \text{m}$ .

Za harmonijske vibracije ugaone frekvencije  $\omega = 1000 \text{rad/s}$  (približno 159Hz), ove amplitude su brojno jednake.

Nuli na logaritamskoj skali odgovara referentna vrednost amplitude, dok vrednost od 100dB odgovara sto hiljada puta većoj apsolutnoj vrednosti amplitude u odnosu na referentnu. Na taj način se na istom raspoloživom prostoru za grafik može prikazati hiljadu puta veći interval amplituda nego u slučaju linearne skale. Osim toga, male amplitude su razvučenije nego velike, te ih je lako identifikovati. Slika 4.3.1 prikazuje isti spektar prikazan na linearnoj i na logaritamskoj skali.



Slika 4.3.1 Spektar vibracije prikazan na a) linearnoj, i  
b) na logaritamskoj skali

#### **4.4 Frekventne skale**

Pri grafičkom prikazivanju spektra vibracije, na apscisu se nanose vrednosti frekvencije u linearnoj ili logaritamskoj skali.

Korištenje linearne skale je svrsishodno ako je potreban visok stepen razlaganja bliskih komponenata vibracije. Primenom linearne skale se, takođe, lako prepoznaju harmonične komponente vibracija, koje potiču od različitih delova sistema.

Pri korištenju logaritamske frekventne skale, oblast niskih frekvencija je razvučenija od oblasti viših frekvencija. Ovim se postiže isto relativno razlaganje duž frekventne ose, i njenom malom dužinom je moguće predstaviti relativno veliki opseg frekvencija.

#### **4.5 Frekventna analiza**

Kao što je pokazano, neharmonijske i neperiodične vibracije se mogu predstaviti kao rezultat slaganja izvesnog broja harmonijskih komponenti. Proces razlaganja složene vibracije na proste komponente se naziva frekventnom ili harmonijskom analizom. Putem frekventne analize se određuju amplitude pojedinih komponenata.

Prema obuhvaćenom opsegu frekvencija, postoje dva tipa merenja vibracije: merenje ukupnog intenziteta, i merenje intenziteta u uskom pojasu frekvencije primenom spektralne analize.

U prvom slučaju se meri ukupni intenzitet vibracije na svim mogućim frekvencijama. Naravno, u praksi se opseg frekvencija i ovde ograničava, ali se to vrši tako, da se sve komponente sa znatnijom amplitudom nađu u opsegu merenja. Ovakva merenja se vrše obično za brzu proveru ispravnosti mašina, i prilično su retka zbog male količine informacije o ispitivanom sistemu.

Mnogo češća merenja su ona, kod kojih se opseg merenja deli na niz užih, u kojima se nalazi mali broj komponenata vibracije. Nakon merenja se dobija raspodela amplituda vibracije po uskim pojasevima frekvencije-spektar. Na osnovu relativnih vrednosti amplituda pojedinih harmonijskih komponenti se može dobiti informacija o eventualnim anomalijama mehaničkog sistema, kao i o njihovom uzroku.

#### **4.6 Sirina propusnog opsega**

Kod frekventne analize je jedan od važnih radnji pre merenja izbor širine propusnog opsega filtra, kojim se ova analiza vrši.

Fitrom se nazivaju sva ona pomagala pomoći kojih se iz većeg

skupa harmonijskih vibracija može izdvajiti jedna ili nekoliko njih. To mogu biti mehanički, električni, elektronski itd. sistemi, ali takođe i matematički operatori čija primena na funkcije, koje opisuju složenu vibraciju, rezultuje funkcijom koja opisuje vibracije uskog opsega frekvencije.

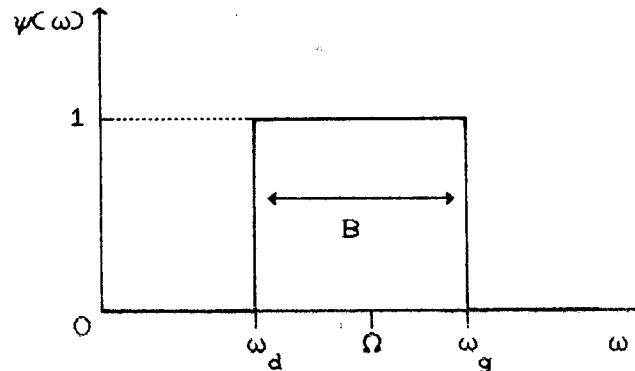
Filtriranjem se naziva izdvajanje komponenata iz spektra vibracije. Filtriranje je veoma rasprostranjen proces u tehnici, koji se matematički opisuje istim jednačinama. Stoga su uobičajeni neki opšti nazivi vezani za ovaj proces bez obzira na oblast primene. Ulaznim signalom filtra se naziva veličina na koju se primenjuje filtriranje, dok se rezultat tog procesa naziva izlaznim signalom filtra,

Prenosnom funkcijom (ili karakteristikom) filtra se naziva odnos kompleksnih amplituda izlaznog i ulaznog signala:

Propusnim opsegom filtra se naziva opseg vrednosti frekvencijskih komponenata vibracije koje filter može da propusti.

Idealnim filtrom se naziva filter koji potpuno prigušuje sve komponente, čije se frekvencije nalaze izvan propusnog opsega, a one unutar tog opsega ostavlja bez promene amplitute. To znači da je vrednost prenosne funkcije idealnog filtra jednak jedinici unutar propusnog opsega, a jednak nuli izvan ovog opsega frekvencije. Neka su granične frekvencije ovog opsega označene sa  $\omega_d$  i  $\omega_g$ . Na

slici 4.6.1 je prikazana karakteristika idealnog filtra.



Slika 4.6.1 Karakteristika idealnog filtra propusnika opsega frekvencije

Širina propusnog opsega  $B$  idealnog filtra je razlika gornje i donje granične vrednosti ugaone frekvencije

$$B = \omega_g - \omega_d . \quad (4.6.1)$$

Takozvani beli šum je signal čiji se spektar amplituda prostire od  $\omega=0$  do  $\omega=\infty$ , i čija je amplituda na svim frekvencijama jednak. Funkcija spektralne gustine snage ovog signala, koja je jednak srednjoj snazi koja se prenosi ovim signalom u beskonačno uskom opsegu frekvenci je  $B$  u okolini vrednost  $\omega_0$  tokom vremenskog perioda  $T$

$$\chi(\omega) = \lim_{B \rightarrow 0} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{BT} \int_0^T x^2(\omega_0, t) dt , \quad (4.6.2)$$

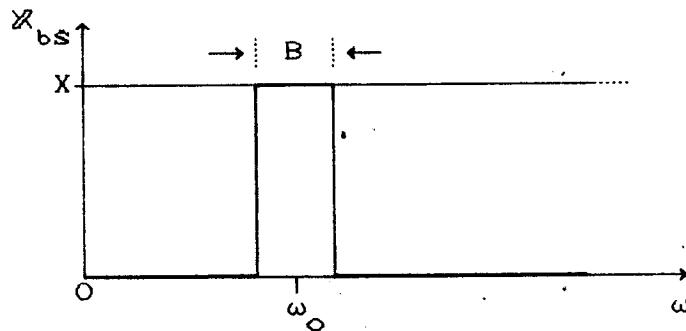
je konstantna.

Neka je amplituda komponente belog šuma  $X$ . Vrednost funkcije spektralne gustine snage belog šuma se tada može odrediti merenjem idealnim filtrom i iznosi

$$x_{bs} = \alpha \frac{X^2}{B}, \quad (4.6.3)$$

gde je  $\alpha$  konstanta normiranja.

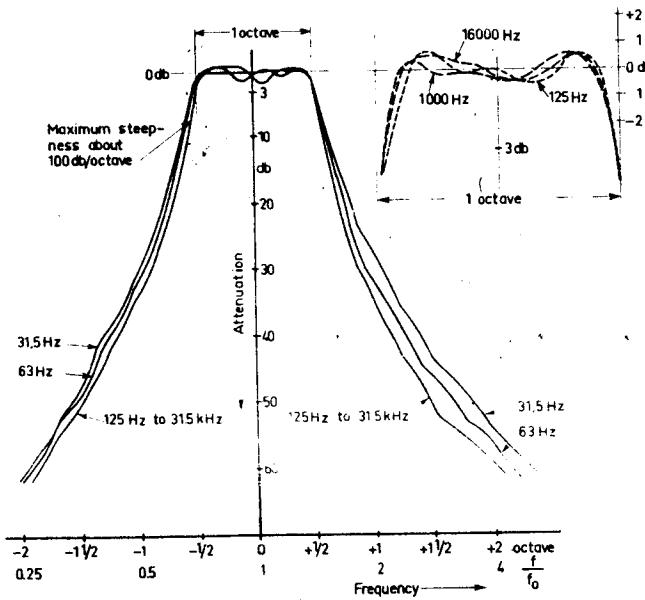
Na slici 4.6.2 je prikazan proces određivanja funkcije spektralne gustine snage belog šuma idealnim filtrom širine propusnog opsega  $B$ .



Slika 4.6.2 Idealan slučaj određivanja funkcije spektralne gustine snage

Širina propusnog opsega je povezana sa pojmom neodređenosti frekvencije povezane s merenjem. U slučaju merenja idealnim filtrom, za frekvenciju propuštenе komponente signala se jedino može reći da leži negde unutar propusnog opsega. Njeno bliže određenje je nemoguće.

Karakteristike realnih filtera se razlikuju od karakteristika idealnih. Karakteristika tipičnog realnog filtra propusnika opsega frekvencije je prikazana slikom 4.6.3.



Slika 4.6.3 Karakteristika realnog filtra propusnika opsega frekvencije

Kod realnih filtera se uvodi pojam efektivne širine propusnog opsega za beli šum kao širina propusnog opsega onog idealnog filtera propusnika opsega frekvencija koji bi propuštao jednaku snagu iz izvora belog šuma kao i realni filter.

Neka je  $x'_{bs}(\omega)$  funkcija spektralne gustine signala na izlazu realnog filtra kada je na njegovom ulazu prisutan beli šum. Ukupna snaga belog šuma, koji propušta filter, je jednaka

$$L'_{iz} = \int_{-\infty}^{\infty} x'_{bs}(\omega) d\omega, \quad (4.6.4)$$

dok je snaga koju bi snaga koju bi propuštao idealni filter

$$L_{iz} = \alpha X^2 = B x_{bs} \quad (4.6.5)$$

Iz definicije efektivne širine propusnog opsega sledi da je

$$B_{eff} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x'_{bs}(\omega) d\omega}{x_{bs}} \quad (4.6.6)$$

Integral u izrazu (4.6.4) predstavlja površinu ispod krive propusne karakteristike filtra. Delenjem ove površine referentnim nivoom, koji odgovara jediničnoj površini, se dobija efektivna širina propusnog opsega filtra.

Kao primer može poslužiti FOURIÉROva transformacija, koja se, kao što je pokazano, ponaša kao filter propusnik opsega frekvencije.

U slučaju periodičnog signala, čiji je spektar diskretan sa ujednačenim rasterom komponenata u spektru, ovom transformacijom se mogu izdvojiti pojedine komponente.

Ako je ulazni signal neperiodičan, frekventno rastojanje među komponentama više nije konstantno, te je njome nemoguće izdvojiti pojedine komponente.

Neka je ulazni signal beli šum. Ovaj slučaj je najblizi opštem, a pogodan je i za definisanje efektivne širine propusnog opsega transformacije.

Spektar belog šuma se sastoji iz harmonijskih komponenti iste dužine na beskonačno malom međusobnom rastojanju. Neka je trenutna vrednost pomeraja kod belog šuma  $x$ . Spektralna komponenta belog šuma frekvencije  $\omega$  je data izrazom

$$x(t) = X e^{j2\pi ft} \quad (4.6.7)$$

FOURIÉROva transformacija ovog signala će biti.

$$X(\omega) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-j2\pi \frac{t}{T}} dt. \quad (4.6.8)$$

Ako je vrednost frekvencije  $f$  jednaka recipročnoj vrednosti perioda integracije  $T$ , nakon množenja komponente  $e^{j2\pi ft}$  vektorom  $-j2\pi \frac{t}{T}$

$e^{-j2\pi \frac{t}{T}}$  se dobija mirujući vektor intenziteta  $X$ , i kao rezultat integracije tokom perioda  $T$  će se dobiti amplituda komponente frekvencije  $f$ .

Ako je vrednost frekvencije  $f$  harmonijske komponente jednaka celobrojnom umnošku recipročne vrednosti perioda integracije  $T$ , tada će se množenjem ova dva vektora dobiti vektor koji rotira ugaonom brzinom  $2\pi(f - \frac{1}{T})$ . Rezultat integracije ovog vektora tokom perioda  $T$  će biti nula.

Neka se vrednost frekvencije  $f$  harmonijske komponente razlikuje za iznos  $\Delta f$  od recipročne vrednosti perioda integracije  $T$ , tj. neka se može napisati da je

$$f = \frac{1}{T} + \Delta f. \quad (4.6.9)$$

Nakon množenja harmonijske komponente belog šuma,  $e^{j2\pi ft}$  jediničnim obrtnim vektorom  $e^{-j2\pi \frac{t}{T}}$  se dobija vektor, koji se obrće ugaonom brzinom  $2\pi\Delta f$ . Tokom perioda  $T$  će ovaj vektor da načini  $\frac{\Delta f}{f}$ -ti deo punog kruga. Ako je  $\Delta f$  mali u odnosu na  $f$ , rezultujući vektor će opisati mali luk, i njegova srednja vrednost će se malo razlikovati od srednje vrednosti komponente frekvencije  $\frac{1}{T}$ . To znači, da će transformacija malo prigušiti komponentu frekvencije  $f = \frac{1}{T} - \Delta f$ .

Ako je  $\Delta f = \frac{1}{2T}$ , nakon množenja se dobija rezultujući vektor, koji se tokom perioda  $T$  obrne za pola kruga. Rezultat integraljenja ovog vektora tokom perioda  $T$  je vrednost amplitude komponente izlaznog signala ove frekvencije

$$X(f + \frac{1}{2T}) = \frac{2}{\pi} X. \quad (4.6.10)$$

#### Komponenta frekvencije

$$f = \frac{1}{T} + \frac{3}{2T}. \quad (4.6.11)$$

se, nakon množenja jediničnim vektorom  $e^{-j2\pi \frac{t}{T}}$  dobija vektor, koji načini jedan i po obrt tokom perioda  $T$ . Rezultat integracije tokom punog obrta je jednak nuli, dok je rezultat integracije tokom pola obrta  $2X/\pi$ . Amplituda komponente ove frekvencije je za trećinu manja od amplitude čija je  $\Delta f = 1/2T$ , jer nastaje u poslednjoj trećini intervala  $T$ . Tako je

$$X(f + \frac{3}{2T}) = \frac{2}{3\pi} X. \quad (4.6.12)$$

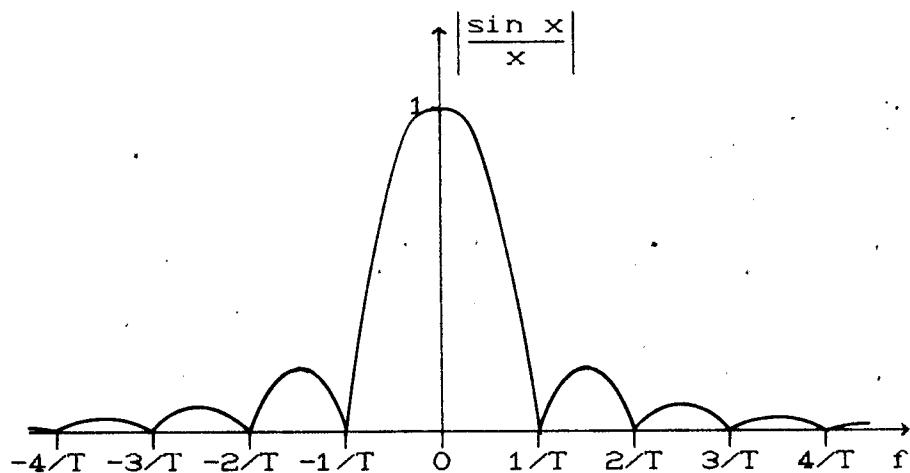
Opisanim procesom, izvedenim za svaku komponentu, se može dobiti karakteristika FOURIÉrove transformacije. Njena karakteristika se može na jednostavniji način dobiti i deljenjem amplitude komponente izlaznog i ulaznog signala iste frekvencije. Kako su amplitude komponenata belog šuma međusobno jednake, to se određivanje karakteristike transformacije svodi na deljenje spektra izlaznog signala amplitudom ulaznog. Ako se amplitudu ulaznog signala odabere kao jediničnu, spektar izlaznog signala direktno predstavlja karakteristiku transformacije. U tome je prednost korištenja belog šuma jedične gustine snage za ispitivanje prenosnih karakteristika filtera.

Integraljenje tokom perioda vremena  $T$  kod FOURIÉrove transformacije je ekvivalentno uključenju ulaznog signala u trenutku  $-T/2$ , njegovom "propuštanju kroz transformaciju" bez unošenja promena u vrednosti amplitude njegovih komponenta, te njegovom isključenju u trenutku  $T/2$ . Integraljenje tokom perioda  $T$  predstavlja neku vrstu prozora (engl.: WINDOW) kroz koji prolazi ulazni signal ka "obradi". Karakteristika transformacije se može dobiti transformacijom funkcije

$$x(t) = \begin{cases} 1, & |t| \leq T/2 \\ 0, & |t| > T/2 \end{cases} \quad (4.6.13)$$

$$\begin{aligned} X(f) &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-j2\pi ft} dt \\ &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} e^{-j2\pi ft} dt \\ &= -\frac{1}{j2\pi fT} \left[ e^{-j2\pi ft} \right]_{-T/2}^{T/2} \\ &= \frac{j}{2\pi fT} \left[ \cos(2\pi ft) - j\sin(2\pi ft) \right]_{-T/2}^{T/2} \\ &= \frac{\sin(\pi fT)}{\pi fT} \quad (4.6.14) \end{aligned}$$

Karakteristika FOURIÉrove transformacije je prikazana na slici 4.6.4. Kako ova karakteristika pokazuje promene na amplitudama signala koje unosi transformacija, zanemaruje se fazni pomak i uzima se absolutna vrednost funkcije (4.6.14).



Slika 4.6.4 Prenosna karakteristika FOURIËRove transformacije kao filtra propusnika opsega frekvencije za period integracije T

Kada je karakteristika filtra određena, može se odrediti efektivna širina propusnog opsega za beli šum kvadriranjem karakteristike (koja je proporcionalna gustini snage signala) te integraljenjem dobijene funkcije u intervalu frekvencije  $(-\infty, \infty)$ . Tako je

$$B_{\text{eff}} = \frac{\sin^2(\omega T)}{\omega^2 T^2} d\omega$$

$$= \frac{\sin^2 x}{x^2} \frac{dw}{dx} dx \quad (x = \omega T)$$

$$= \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} dx$$

$$= \frac{\pi}{T}, \quad (4.6.15)$$

jer je

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} dx = \pi. \quad (4.6.16)$$

Osim efektivne širine propusnog opsega za beli šum, kod filtra se definišu još i širine na -3dB i na -60dB.

Prema definiciji decibela je

$$-3\text{dB} = 10\text{dB} \log_{10} \frac{x^2}{x_{\text{ref}}^2}, \quad (4.6.17)$$

odakle je

$$x^2 = x_{\text{ref}}^2 10^{-0.33} = \frac{1}{2} x_{\text{ref}}^2, \quad (4.6.18)$$

dok je za odnos od -60dB

$$x^2 = 10^{-6} x_{\text{ref}}^2. \quad (4.6.19)$$

Prema tome je širina propusnog opsega pri -3dB, odnosno -60dB, ona širina propusne krive, pri kojoj snaga signala, nastalog propuštanjem beleg suma kroz ispitivani filter, opadne na polovinu, odnosno milioniti deo, ulazne vrednosti. Ove širine propusnih opsega se označavaju sa  $B_3$  i  $B_{60}$ .

#### 4.7 Efektivna vrednost i vreme usrednjavanja

Filtiranjem izdvojena harmonijska komponenta (ili nekoliko bliskih) ne predstavljaju informacije zbog kojih se vrši merenje, nego su njihovi nosioci. Postupak dobijanja potrebnih informacija se naziva detekcijom.

Ako signal ne predstavlja potrebnii parametar (ubrzanje, brzina ili pomeraj), najpre se vrši konverzija, te se zatim određuje vrednost željenog pokazatelja nivoa signala. Ovo određivanje se vrši u delu mernog uređaja koji se zove detektor.

Najčešće tražen pokazatelj nivoa signala je njegova efektivna vrednost. Određivanje ovog pokazatelja se vrši prema njegovoj definiciji, tj. kvadriranjem trenutne vrednosti komponente, usrednjavanjem tokom vremenskog intervala  $T$ , te korenovanjem usrednjene vrednosti signala. Na kraju, ponekad se vrši logaritmovanje efektivne vrednosti za njeno izražavanje u decibelima.

Svi detektori, koji daju tzv. pravu efektivnu vrednost harmonijske komponente, vrše kvadriranje signala. Postoje, međutim, detektori koji vrše ispravljanje signala odsecanjem jedne periode harmonijske komponente, te nakon usrednjavanja daju na svom izlazu vrednost koja je proporcionalna efektivnoj samo za sinusoidalni signal. Druga vrsta detektora bi mogla da se koristi samo u slučaju korištenja veoma selektivnog filtra, koji bi mogao u potpunosti da izdvoji samo jednu komponentu iz spektra ulaznog signala, što se gotovo nikad ne dešava.

Kvadrat efektivne vrednosti parametra x harmonijske komponente je

$$x_{\text{eff}}^2 = \overline{x^2(t)} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t) dt. \quad (4.7.1)$$

Zavisnost parametra  $x$  od vremena je data izrazom

$$x(t) = X(\omega)e^{j\omega t} + X(-\omega)e^{-j\omega t}, \quad (4.7.2)$$

Kvadriranjem ove zavisnosti se dobija da je

$$x^2(t) = X^2(\omega)e^{j2\omega t} + 2|X(\omega)|^2 + X^2(-\omega)e^{-j2\omega t}. \quad (4.7.3)$$

Kvadrat trenutne vrednosti parametra  $x$  se, dakle, sastoji od nepokretnе vektorske komponente, čija je amplituda  $|X(\omega)|^2$ , i od dve rotirajuće komponente, čije su brzine obrtanja jednake dvostrukom iznosu brzine rotacije vektorskih komponenti parametra  $x$ .

Kako je to već pokazano, FOURIÉROva transformacija prigušuje vektorske komponente čije su frekvencije obrtanja celobrojni umnožak recipročne vrednosti vremena usrednjavanja  $T$ . Ako se ovo vreme odabere tako, da je

$$T = \frac{2\pi}{\omega}, \quad (4.7.4)$$

frekvencije rotacionih komponenti kvadrata trenutne vrednosti parametra  $x$  će se poklopiti sa minimumom prenosne karakteristike FOURIÉROve transformacije, i ove se komponente neće pojaviti "u izlaznom signalu", tj. u efektivnoj vrednosti. Stoga će kvadrat efektivne vrednosti parametra  $x$  biti

$$x_{\text{eff}}^2 = 2|X(\omega)|^2, \quad (4.7.5)$$

a sama efektivna vrednost

$$x_{\text{eff}} = \sqrt{2}|X(\omega)|. \quad (4.7.6)$$

Kako amplitudu i kompleksnu amplitudu povezuje izraz

$$x = 2|X(\omega)|, \quad (4.7.7)$$

to je efektivna vrednost parametra  $x$

$$x_{\text{eff}} = \frac{x}{\sqrt{2}}. \quad (4.7.8)$$

#### 4.8 Blok Šema merača frekvencije

Blok Šemom se daje tok signala kroz merač vibracije od njegovog ulaza do izlaza. Ona se sastoji iz blokova od kojih svaki vrši obradu signala na unapred utvrđen način. Prošavši sve blokove, od ulaznog signala nastaje izlazni, koji sadrži informaciju o ulaznom u obliku koji se traži. Broj blokova, kao i funkcija svakog od njih, je određen načinom na koji se postavljeni zadatak rešava.

U konkretnom slučaju, tražena informacija je raspodela vrednosti parametara vibracije po frekvencijama. Parametri vibracije su pomeraj, brzina i ubrzanje. Pokazatelj vrednosti parametra treba da bude ili vršna ili prava efektivna vrednost. Treba da pos-

toji mogućnost prikaza nivoa i frekvencije na linearnoj i logaritamskoj skali na instrumentu sa kazaljkom na samom meraču, kao i mogućnost ispisivanja rezultata na crtaču kako bi se dobio grafik ove raspodele.

Postavljeni zadatak već definiše neke blokove, koje će merač morati da sadrži. To su:

1. Merba sonda,
2. Konvertor parametra vibracije,
3. Filter propusnik opsega frekvencije,
4. Detektor,
5. Linearno-logaritamski konvertor, i
6. Pokazivač nivoa vibracije (analogni instrument).

Uredan rad pojedinih blokova bi bio nemoguć bez:

7. Izvora napajanja,

a karakteristike merne sonde zahtevaju postojanje i:

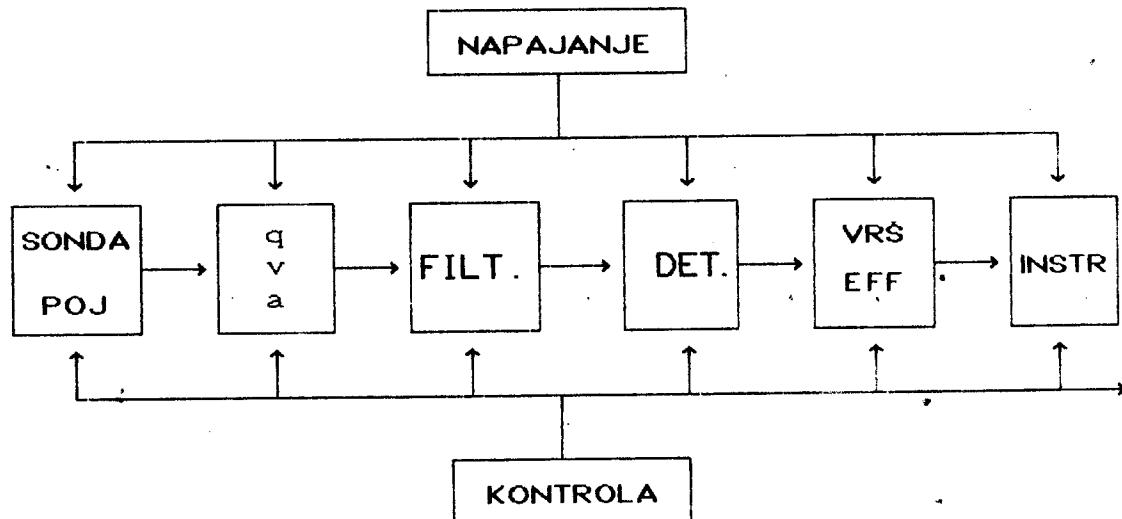
- 1.a) Pojačavač merne sonde,
- 2.a) Blok za definisanje donje i gornje granične frekvencije instrumenta.

Za pojednostavljenje i omogućavanja automatskog upravljanja instrumentom, biće dodat i:

8. Upravljački blok.

Kada signal redom prođe kroz blokove 1-5, na pokazivaču će biti prikazana tražena informacija u obliku nivoa izabranog parametra komponente vibracije na traženoj frekvenciji. Prikluženjem spoljašnjeg crtača, te njegovom sinhronizacijom sa meračem, se može dobiti kompletan raspored nivoa parametra vibracije po svim frekvencijama.

Na slici 4.8.1 je prikazan tok signala kroz blokove, tj. blok Šema merača.



Slika 4.8.1 Blok Šema merača vibracije

### **III DEO**

## **ELEMENTI OPREME ZA MERENJE MEHANIČKIH VIBRACIJA**

## GLAVA 5

### MERNA SONDA

#### 5.1 Vrste sondi i njihove karakteristike

Zadatak mjerne sonde je da, pod uticajem parametra vibracije koji se meri, na svom izlazu da promenu nekog električnog parametra kao što su: napon, otpor ili količina nanelektrisanja.

Ako je sonda sama sposobna da, pod uticajem vibracija, proizvede snagu na svom izlazu, ona se naziva aktivnom. Pasivne sonde ne mogu da daju snagu na svom izlazu. Električni parametar na izlazu aktivne sonde je napon ili količina nanelektrisanja. Kod pasivnih sondi se obično menja parametar kao što je otpornost, kapacitet ili induktivnost. Da bi se dobila snaga na izlazu ovih sondi, potrebno im je dodati spoljašnji izvor napajanja.

Prema parametru koji se menja pod uticajem vibracija, sonde se dele na:

1. Sonde osetljive na približavanje, koje mere relativno pomeranje. Imaju nisku izlaznu impedanciju, pasivne su i ne mogu da rade na visokim frekvencijama (reda 1kHz). Površina, čije se kretanje prati sondom, mora da bude provodna.

2. Kapacitivne sonde menjaju svoj kapacitet pod dejstvom vibracija. Male su, bez kontakta sa mernim sistemom, osetljive su i mogu raditi na višim frekvencijama. Vrednost kapaciteta je proporcionalna pomeraju. Nedostatak kapacitivnih sondi je da površina, čije se pomeranje prati, mora da bude provodna. Osim toga, dinamički opseg im je mali, i teško ih je kalibrirati.

3. Merni potenciometri su jeftini pretvarači položaja u otpor. Dinamički i fekventni opseg im je mali, osetljivost im je takođe mala i ne traju dugo.

4. Pretvarači sa pokretnim kalemom su aktivni pretvarači brzine. Osetljivi su na spoljašnje magnetno polje, a dinamički i frekventni opseg rada im je osrednji.

5. Piezoelektrički pretvarači su aktivni pretvarači ubrzanja u količinu nanelektrisanja. Imaju širok dinamički i

frekventni opseg. Malo su osetljivi na spoljašnje uticaje i dugotrajni su, jer nemaju pokretne delove. Odnos osetljivosti i mase ovih mernih sondi je veoma velik. Zbog izuzetnih osobina, piezoelektrični pretvarači su gotovo u potpunosti istisnuli iz upotrebe ostale tipove sondi.

## 5.2 Piezoelektrični materijali

Piezoelektrični materijali su oni, koji se nanelektiraju pod dejstvom spoljašnje sile. Ovu osobinu pokazuju neki monokristali kao što je kvarc, SEGNETTEova so, i veštački polarizovani feroelektrični keramički materijali kao što su barijum titanat i drugi.

Kada se na feroelektričnu keramiku primeni jako spoljašnje električno polje, u njoj nastaju polarizovani domeni. Primenom sile se domeni deformišu, te se na suprotnim površinama keramikejavljuje nanelektrisanje, koje može da se pokupi pomoću kontakata koji su tu naneseni. Između intenziteta sile i nastale količine nanelektrisanja postoji linearna zavisnost koja opstaje u širokom dinamičkom i frekventnom opsegu. Osetljivost piezoelektričnog materijala se daje u pC/N.

Piezoelektrični materijal može da se deformiše bilo kompresijom, bilo smicanjem. U oba slučaja se nanelektrisanje pojavljuje na stranama, na koje deluje sila.

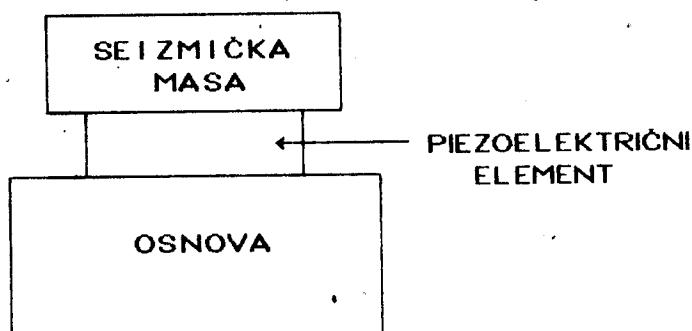
Pri kompresiji se nanelektrisanje pojavljuje u pravcu polarizacije. Pri nekim spoljašnjim dejstvima (npr. temperaturnim fluktuacijama), se takođe javlja nanelektrisanje u pravcu polarizacije, što prouzrokuje znatnu grešku merenja, jer izlazni signal više nije povezan sa vrednošću vibracionog parametra.

Pri smicanju, nanelektrisanje nastaje u pravcu normalnom na pravac polarizacije, te dodatna količina nanelektrisanja, nastala delovanjem drugih spoljašnjih faktora, ne biva uključena u izlazni signal.

Feroelektrična keramika se može izradivati u bilo kom željenom obliku sa osbinama potrebnim pri konkretnoj primeni. Sa piezoelektričnim monokristalnim materijalima to nije slučaj, jer osobine i oblik komada zavisi od veličine i pravca sečenja kristala. Stoga se keramički materijali sve češće koriste pri izradi piezoelektričnih pretvarača.

### 5.3 Princip rada piezoelektrične sonde

Slika 5.3.1 prikazuje najjednostavniju konstrukciju piezoelektričnog pretvarača.



Slika 5.3.1 sematski prikaz tradicionalne montaze piezoelektričnog pretvarača

Aktivni elemenat sonde je pločica od piezoelektričnog materijala, koja je postavljena između osnove sonde i seizmičke mase. Ona kao opruga spaja ova dva mehanička dela sonde. Kada sonda osciluje, sila, jednaka umnošku mase i ubrzanja seizmičke mase u odnosu na osnovu, deluje na pločicu stvarajući na njoj količinu nanelektrisanja koja je proporcionalna intenzitetu ove sile. Kako je seizmička masa stalne vrednosti, količina nanelektrisanja je proporcionalna njenom ubrzanju. Kako je krutost piezoelektrične pločice velika, ubrzanje seizmičke mase je iste amplitude i faze kao ubrzanje osnove, a time i ubrzanja površine na koju je sonda postavljena. Treba još napomenuti da je prigušenje kod piezoelektričnih pločica zanemarljivo.

Za matematičku analizu rada sonde se ona može predstaviti dvema masama  $m_s$  i  $m_o$  koje su spojene oprugom krutosti  $k$ . Neka je sa  $x_s$  opisan trenutni položaj seimicke mase, a sa  $x_o$  položaj osnove. Neka je  $l$  rastojanje između masa pri mirovanju sonde u referentnom sistemu,  $f_p$  trenutna vrednost harmonijske pobudne sile, i  $f_r$  trenutna vrednost sile reakcije opruge.

Sila reakcije opruge je, prema slici 5.3.1,

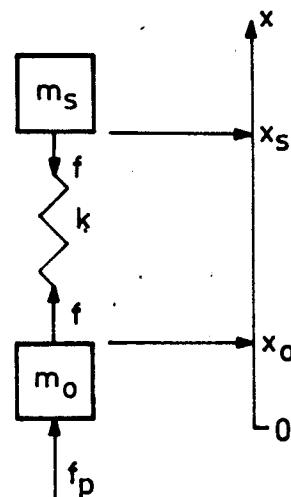
$$f_r = k(x_s - x_o - l), \quad (5.3.1)$$

sila koja deluje na osnovu:

$$m_o \ddot{x}_o = f_r + f_p, \quad (5.3.2)$$

a sila koja deluje na seimicku masu je

$$m_s \ddot{x}_s = -f_r. \quad (5.3.3)$$



Slika 5.3.1 Pobjednostavljeni model piezoelektričnog pretvarača

Matematički model pretvarača je diferencijalna jednačina relativnog kretanja masa, koja se može dobiti iz jednačina (5.3.2) i (5.3.3), te je

$$\ddot{x}_s - \ddot{x}_o = -\frac{f}{m_s} - \frac{f + f_p}{m_o}, \quad (5.3.4)$$

$$\ddot{x}_s - \ddot{x}_o = -\left(\frac{1}{m_s} + \frac{1}{m_o}\right)k(x_s - x_o - l) - \frac{f_p}{m_o}. \quad (5.3.5)$$

Veličina  $\mu$  u izrazu

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_s} + \frac{1}{m_o} \quad (5.3.6)$$

se naziva redukovanim masom pretvarača, a

$$r = x_s - x_o - l \quad (5.3.7)$$

je deformacija opruge.

Nakon smjena ovih veličina u jednačinu (5.3.5), ona glasi

$$\ddot{r} + \frac{k}{\mu} r = -\frac{f_p}{m_o}. \quad (5.3.8)$$

Ovo je diferencijalna jednačina piezoelektričnog pretvarača.

Neka je u opštem slučaju prirudna sila neperiodična. U tom slučaju se ona može napisati u obliku

$$f_p = \int_{-\infty}^{\infty} F_p(\omega) e^{j\omega t} dt. \quad (5.3.9)$$

U opštem slučaju je i deformacija piezoelektrične ploče neperiodična funkcija vremena, i ona se može napisati kao

$$r = \int_{-\infty}^{\infty} R(\omega) e^{j\omega t} dt . \quad (5.3.10)$$

Vraćanjem izraza za silu i deformaciju u diferencijalnu jednačinu pretvarača se dobija da je

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left[ -\omega^2 + \frac{k}{m} \right] R(\omega) e^{j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} -\frac{1}{m_0} F_p(\omega) e^{j\omega t} dt . \quad (5.3.11)$$

Usled nezavisnosti komponenata različitih frekvencija se izraz (5.3.11) raspada na beskonačno mnogo jednačina oblika

$$\left[ -\omega^2 + \frac{k}{m} \right] R(\omega) = -\frac{1}{m_0} F_p(\omega) , \quad (5.3.12)$$

Kako je ubrzanje osnove pod dejstvom prinudne sile

$$A_o = \frac{1}{m_0} F_p , \quad (5.3.13)$$

to je

$$\left[ -\omega^2 + \frac{k}{m} \right] R(\omega) = -A_o(\omega) , \quad (5.3.14)$$

a odavde sledi mehanička prenosna funkcija pretvarača, koja se definiše kao odnos amplitude deformacije pločice i amplitude ubrzanja koja je prouzrokuje:

$$\begin{aligned} S_m(\omega) &= \frac{R(\omega)}{A_o(\omega)} \\ &= -\frac{1}{\Omega_m^2 - \omega^2} , \end{aligned} \quad (5.3.15)$$

gde je  $\Omega_m$  tzv. rezonantna frekvencija pretvarača.

Moduo ove prenosne funkcije se naziva amplitudno-frekventnom karakteristikom pretvarača i predstavlja njegovu mehaničku osetljivost na vibracije.

Osetljivost pretvarača se obično iskazuje u decibelima. Da bi se to ostvarilo, potrebno je da se ona normira na vrednost u radnom opsegu (za komponente, čija je frekvencija manja od rezonantne) tj.  $\omega \ll \Omega_m$ :

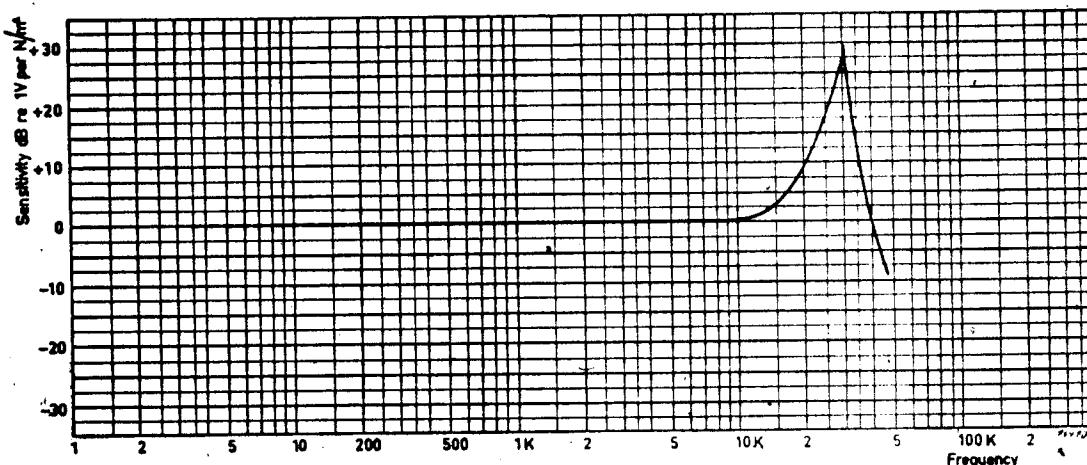
$$S_m(0) = \frac{1}{\Omega_m^2} . \quad (5.3.16)$$

Sada se relativna osetljivost, izražena u decibelima, može

odrediti na osnovu izraza

$$S_m(\omega) [\text{dB}] = 10 \text{dB} \cdot \log \frac{\Omega^2}{\frac{m}{\Omega^2 - \omega^2}} . \quad (5.3.17)$$

Treba primetiti da će deformacija biti veoma velika ako je vrednost frekvencije prinudne sile bliska vrednosti rezonantne frekvencije pretvarača. Tipična zavisnost relativne osetljivosti od vrednosti od ugaone frekvencije je data na slici 5.3.2.



Slika 5.3.2 Zavisnost prenosne funkcije piezoelektričnog pretvarača od vrednosti frekvencije prinudne sile

#### 5.4 Električne karakteristike piezoelektričnog pretvarača

Količina nadelektrisanja, koja se javlja na površinama na koje deluje sila, je proporcionalna trenutnoj vrednosti intenziteta primenjene sile:

$$q = K \cdot f_r , \quad (5.4.1)$$

gde je K tzv. piezoelektrični modul, čije su vrednosti

- za kristal kvarca  $K = 2,1 \cdot 10^{-12} \text{ C/N}$ ,
- za barijum titanat  $K = 1,2 \cdot 10^{-10} \text{ C/N}$ , i
- za SEGNETTEovu so  $K = 3,0 \cdot 10^{-10} \text{ C/N}$ .

Sila, koja deluje na pločicu piezoelektričnog materijala u pretvaraču, je proporcionalna deformaciji pločice

$$f_r = k \cdot r , \quad (5.4.2)$$

te je količina naelektrisanja proporcionalna deformaciji pločice:

$$q = k \cdot K \cdot r . \quad (5.4.3)$$

U opštem slučaju je količina naelektrisanja neperiodična funkcija vremena, te se može prikazati u obliku

$$q = \int_{-\infty}^{\infty} Q(\omega) e^{j\omega t} dt . \quad (5.4.4)$$

Na osnovu izraza (5.3.10) sledi da je

$$Q(\omega) = k \cdot K \cdot R(\omega) , \quad (5.4.5)$$

odakle se, na osnovu izraza (5.3.14), dobija da je

$$Q(\omega) = - \frac{k \cdot K}{\Omega_m^2 - \omega^2} A_0(\omega) . \quad (5.4.6)$$

Za frekvencije ubrzanja, koje su mnogo manje od vrednosti rezonantne frekvencije, je

$$Q(\omega) = - \frac{kK}{\Omega_m^2} A_0(\omega) . \quad (5.4.7)$$

Vidi se, dakle, da je, na ovim frekvencijama, zavisnost amplitude količine naelektrisanja od amplitude ubrzanja osnove linear i ne zavisi od vrednosti frekvencije komponente.

Kod komponenata ubrzanja, čije su frekvencije bliske vrednosti frekvencije slobodnih oscilacija pretvarača, će linearna zavisnost količine naelektrisanja i ubrzanja biti narušena. To znači da se piezoelektrični pretvarač može koristiti za merenje samo do određene vrednosti frekvencije.

Količina naelektrisanja koja se javlja na pločici po jedinici naelektrisanja osnove se naziva osetljivošću piezoelektričnog pretvarača:

$$S_p(\omega) = \frac{Q(\omega)}{A_0(\omega)} . \quad (5.4.8)$$

Na osnovu izraza (5.4.6) se dobija da je osetljivost pretvarača

$$S_p(\omega) = - \frac{k \cdot K}{\Omega_m^2 - \omega^2} . \quad (5.4.9)$$

Na nižim frekvencijama, izraz za osetljivost dobija oblik

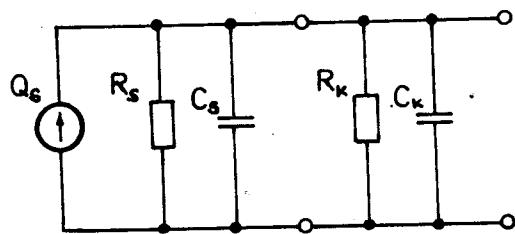
$$S_p(\omega) = - \frac{kK}{\Omega_m^2} . \quad (5.4.10)$$

Relativna osetljivost, izražena u decibelima, i koja se dobija normiranjem osetljivosti na vrednosti pri malim frekvencijama,

se ponaša kao i mehanička osetljivost. Za obe osetljivosti važi grafik sa slike 5.3.2.

Na površi piezoelektrične pločice, na kojima se javlja količina nanelektrisanja  $q$ , su naneti kontakti u obliku elektroda, i ona se ponaša kao kondenzator kapaciteta  $C_p$ . Provodljivost pločice je veoma mala, ali ipak postoji, što je ekvivalentno postojanju velikog električnog otpora  $R_p$  između elektroda. Ako se nastala količina nanelektrisanja želi odvesti u merač vibracije, na elektrode se mora priključiti kabel, koji ima svoj kapacitet  $C_k$  i otpor  $R_k$ .

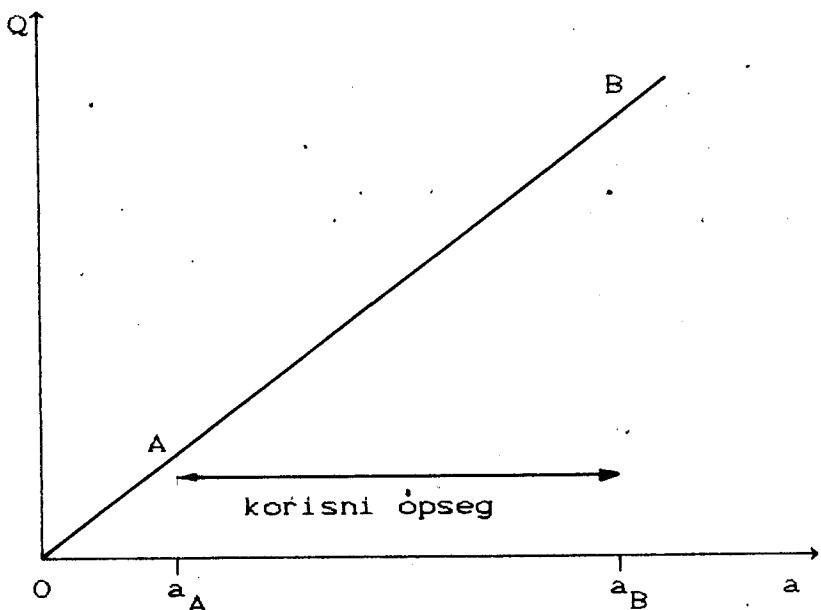
Ekvivalentna schema pretvarača sa kablom je prikazana na slici 5.4.1.



Slika 5.4.1 Ekvivalentna schema piezoelektričnog pretvarača

### 5.5 Linearnost i dinamički opseg

Linearnost je osnovni zahtev koji se postavlja mernom sistemu. Izlazni signal mora biti proporcionalan ulaznom u što većem frekventnom i dinamičkom opsegu. Piezoelektrične sonde imaju izrazenu linearnost, i zbog toga se najčešće sreću kod merenja vibracija. Slika 5.5.1 prikazuje tipičnu zavisnost količine nanelektrisanja od primjenjenog ubrzanja.



Slika 5.5.1 Ilustracija linearnosti i korisnog dinamičkog opsega piezoelektrične sonde

Ispod neke vrednosti  $a_A$  ubrzanja, izlazni signal prestaje da dominira nad šumovima, koji su svojstveni svakom mernom sistemu, već se sve više gubi u njima. Nikakvo pojačavanje ovakvog signala ne pomaže, jer se sa korisnim signalom pojačavaju i šumovi. Veličina šumova će na ovaj način da ograniči sa donje strane vrednost izlaznog signala.

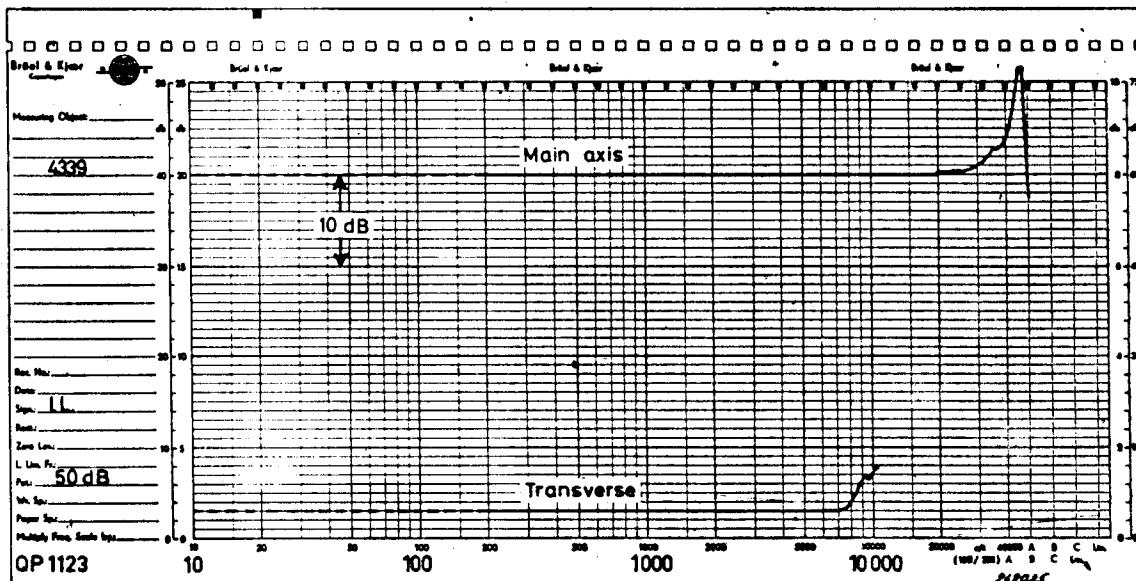
Kada intenzitet ubrzanja sonde poraste iznad neke gornje granične vrednosti, postoji opasnost od njegovog mehaničkog oštetećenja. Stoga se, pri merenju, mora voditi računa da se ova gornja granica ne pređe. Pri tome je i vrednost izlaznog signala biti s gornje strane ograničena.

Korisni dinamički opseg sonde se definiše kao razlika gornje i donje granične vrednosti ubrzanja, odnosno odgovarajućih graničnih vrednosti izlaznog signala.

### 5.6 Poprečna osetljivost

Mada ima izuzetaka, sonde se konstruišu tako da im je osetljivost velika duž jedne, a mala duž preostale dve ose. Osa, duž koje je osetljivost velika, se naziva glavnom osom. U uputstvu za upotrebu sonde se redovito navode podaci o usmerenju glavne ose i o osetljivosti duž nje. Pri merenju se sonda postavlja tako, da se pravac merenog ubrzanja poklopi sa glavnom osom.

rijala i neizbalansiranosti delova, poprečna osetljivost je veća od nule. U dokumentaciji sonde je poprečna osetljivost obično navedena kao procentualni iznos osetljivosti duž glavne ose u zavisnosti od frekvencije. Slika 5.6.1 pokazuje tipičnu raspodelu osetljivosti sonde.



Slika 5.6.1 Odnos osetljivosti sonde duž glavnog i poprečnih pravaca

Kako se to sa slike vidi, rezonantne frekvencije sonde duž glavnog i poprečnih pravaca se ne poklapaju, te se, na višim frekvencijama udeo izlaznog signala, koji nastaje zbog poprečnih vibracija, sve više raste prouzrokujući sve veće greške merenja.

Osim frekventne raspodele poprečne osetljivosti, u dokumentaciji sonde moraju biti prisutni i podaci o njenoj radikalnoj raspodeli. Kod sondi, koje su osno simetrične u odnosu na glavnu osu, je radikalna raspodela poprečne osetljivosti krug.

### 5.7 Donja granična frekvencija sonde

Na piezoelektričnom pretvaraču se stvara nanelektrisanje samo pod dejstvom promenljive sile, te ne mogu dati odziv na staticku pobudu. Danas se mogu naći sonde, koje generišu nanelektrisanje i pri frekvenciji pobudne sile od 0,003Hz.

Slike 5.3.2 i 5.6.1 u tom pogledu nisu tačne za jednosmerni odziv. Ova netačnost se ipak toleriše, jer su merenja na frekvencijama ispod 1Hz veoma retka. Ukoliko se javi potreba za merenjem vibracija niskih frekvencija, potrebno je proveriti da li je naznačena niskofrekventna granica primene izabranog pretvarača ispod vrednosti frekvencije merene komponente.

Vrednost donje granične frekvencije primene piezoelektrične sonde povećavaju spoljašnji nevibracioni efekti, kao što je temperaturna nestabilnost ambijenta, promenljivo električno i magnetno polje itd, i karakteristike priključenog pojačavača. Kontrolisana donja granična frekvencija merenja se ostvaruje primenom pojačavača koji se projektuje sa jasno definisanom, i po vrednosti standardnom donjom graničnom frekvencijom propusnog opsega.

### **5.8 Gornja granična frekvencija sonde**

Rezonantna frekvencija  $\omega_p$  sonde pripremljene za merenje određuje frekventni opseg njene primene. Ona je primenjiva u onoj oblasti frekvencije, u kojoj je grafik raspodele osetljivosti paralelan frekventnoj osi. Sto je rezonantna frekvencija viša, to je širi opseg radnih frekvencija.

Za povećanje rezonantne frekvencije je potrebno smanjiti seizmičku masu, jer je krutost piezoelektričnog materijala konstantna. Smanjenjem seizmičke mase se, međutim, smanjuje intenzitet sile koja deluje na piezo-pločicu, te se smanjuje i osetljivost sonde.

Gornja granična frekvencija se definiše preko greške koja se unosi u merenje u okolini rezonantne frekvencije, i izražava se odnosom merenog i stvarnog nivoa vibracije. Idući od nižih frekvencija ka višima, greška je isprva nula (na ravnom delu krive osetljivosti), dok se približavanjem rezonantnoj frekvenciji ona naglo povećava. Prema vrednosti greške koja je dozvoljena na graničnoj frekvenciji, razlikujemo granične frekvencije za grešku od 5%, 10% i 3dB. Ove vrednosti standardizovane. Kod većine sondi je granična frekvencija za prvu vrednost greške oko jedne trećine (tačnije 0,30), za drugu oko jedne petine (0,22), a za treću oko polovine (0,54) rezonantne frekvencije.

### **5.9 Spoljašnji uticaji**

Pri analizi rezultata merenja vibracije se moraju uzeti u obzir intenzitet spoljašnjih faktora koji su tokom merenja delovali na sondu, kao i način montaže sonde na površinu, čije su vibracije merene.

Merenja vibracije se često vrše u uslovima različitim od onih pod kojima je merna sonda kalibrисани. Pri tome se javljaju promene vrednosti njenih parametara. Naravno, idealan slučaj bi bio, kada bi ove promene bile zanemarivo male. Sonda bi tada bila u potpunosti neosetljiva na promene spoljašnjih uslova. U praksi to, međutim nije tako. Na mernoj sondi nastaju prolazne i trajne promene.

Prolazne promene su one koje nestaju pri povratku u normalne

uslove. One nastaju ako vrednosti spoljašnjih parametara ne predu dozvoljene granice. U suprotnom nastaju trajne promene, pri čemu se može desiti da merna sonda postane neupotrebljiva.

Smanjenje uticaja spoljašnje sredine se postiže posebnom konstrukcijom sonde, kao i njenom pažljivom montažom.

Praksa pokazuje da su piezoelektrični pretvarači (i sonde u koje su ugrađene) u velikoj meri otporni na spoljašnje uticaje. Ovde se prvenstveno misli na dejstvo radijacije, jakog magnetnog polja, vlage, i promene spoljašnjeg pritiska.

Piezoelektrične sonde mogu da rade i pri visokim temperaturama od  $200\text{--}300^{\circ}\text{C}$ , a sa forsiranim hlađenjem i do  $450^{\circ}\text{C}$ . Pri povišenju temperature se menja osetljivost sonde, ali je ta promena rezverzibilna u radnom opsegu temperature. Osim toga, rezultati merenja u sredinama sa različitim temperaturama se mogu uporediti nakon izvršene korekcije uz pomoć kalibracione krive zavisnosti osetljivosti sonde i temperature, koja se prilaze uz svaku sondu.

Povišenjem temperature sonde iznad dozvoljene granice nastaje trajna depolarizacija piezoelektrične pločice, i sonda postaje neupotrebljiva.

Relativno brze promene temperature sonde izazivaju pojavu lažnog signala u niskofrekventnom delu spektra vibracije. Ova pojava se javlja delom zbog piezoelektričnog efekta, a delom zbog nejednakog termičkog širenja delova sonde.

Prvi efekat je vezan za pojavu nanelektrisanja piezoelektrične pločice pod uticajem povišenja njene temperature. Ovo nanelektrisanje se javlja normalno na pravac polarizacije, te se pogodnom konstrukcijom pretvarača, greška usled ovog efekta može izbegći.

Drugi efekat se u manjoj ili većoj meri javlja kod svih sondi, ali se i njegov uticaj može umanjiti odgovarajućim konstrukcijskim zahvatima.

## 5.10 Montaža sonde

Pri merenju vibracija pomoću sonde, koja se dovodi u kontakt sa mernim objektom, se mora obezbediti:

- da koristan dinamički i frekventni opseg merenja ne bude ograničen nepovoljnom montažom sonde,
- da se vibracione karakteristike objekta merenja ne naruše dodavanjem sonde,
- da se sonda u isti položaj i na istom mestu na objektu merenja može postaviti neograničeno mnogo puta, pri čemu rezultati merenja moraju biti reproducibilni.

Korisni frekventni opseg sonde je određen vrednošću njene rezonantne frekvencije  $\omega_p$ . Pokazuje se, međutim, da je ovo tačno sa-

mo ako je veza sonde i objekta merenja beskonačno kruta. Ovaj uslov je u praksi ponekad u suprotnosti sa drugim zahtevima, te se mora naći kompromisno rešenje. Stoga su razvijene neke standardne metode montaže sonde, pri čemu se postiže uporedivost rezultata merenja.

Posebna pažnja treba da bude posvećena izboru mernih tački (mesta postavljanja sonde). Ona mora da bude čista i glatka za što bolji kontakt sonde i objekta merenja.

Najčešće je merno mesto diktirano ciljem merenja. Položaj sonde u mernoj tački je određeno pravcem njene glavne ose i pravcem vibracije mernog objekta u ovoj tački.

Metode montaže su:

#### a) montaža zavrtnjem

Merna sonda sadrži na svom donjem delu otvor sa urezanim navorjem. Na mernom objektu se načini otvor istog prečnika i ureže se isti tip navoja. U ovaj otvor se uvije zavrtanj bez glave, čija je dužina veća od dubine otvora. Na deo zavrtnja koji ostaje iznad površine mernog objekta se navije sonda. Na ovaj način se ostvaruje čvrsta veza između sonde i mernog objekta.

Ova metoda se primenjuje kod merenja kod kojih se traži najveći mogući frekventni opseg. Kako na mernom objektu ostaje otvor, metoda se najčešće primenjuje kod trajnog praćenja vibracija.

Prednosti ove montaže su:

- maksimalno iskorišćenje frekventnog opsega sonde,
- maksimalno iskorišćenje dinamičkog opsega sonde,
- način montaže ne ograničava temperaturni opseg merenja.

Mane ove montaže su:

- za pripremu otvora i postavljanje sonde je potrebno neko vreme,
- na mernom objektu otvor trajno ostaje.

#### b) montaža voskom

Za brzu montažu sonde se proizvode specijalni voskovi. Nakon čišćenja i odmašćivanja donje površine sonde i gornje površine mernog objekta se na ovu drugu nanosi mala količina voska, koja je prethodno prstima razradena i omekšana. Na vosak se postavlja sonda, koja se zatim pritiskom odozgo utisne u njega. nakon kratkog vremena (1-2 minuta), vosak opet otvrdne i merenje može da počne.

Sonda se na ovaj način prilično čvrsto vezuje za merni objekat, te je frekventni opseg merenja neznatno sužen u odnosu na prethodno opisanu montažu.

Prednosti montaže sa voskom su:

- brzo i jednostavno postavljanje sonde,
- omogućava pričvršćenje i onih sondi, koje nemaju otvor na svom dnu,
- omogućava merenja i kod onih objekata, kod koji je teško, ili nepoželjno bušenje otvora.

Mane ove montaže su:

- zbog omekšavanja vosa je temperatura merenja oko ograničena na oko  $40^{\circ}\text{C}$ ,
- zbog mogućeg odvajanja sonde od mernog objekta, ograničen je i dinamički opseg merenja.

#### c) magnetna montaža

Još jedna metoda za brzu montažu sonde je pomoću stalnog magneta, koji se pričvršćuje zavrtnjem za sondu. Magnetna sila, kojom se magnet drži za mernu površinu, pričvršćuje i sondu.

Ovom montažom su frekventni i dinamički opsezi znatno suženi u odnosu na karakteristike sonde.

Prednosti ove montaže su:

- brza metoda, pogodna za preliminarna merenja pre donošenja konačne odluke o mestu postavljanja sonde,
- mogućnost merenja na zakrivljenim površinama.

Nedostaci ove montaže su:

- merni objekat mora biti od feromagnetskog materijala. Na površinama koje nemaju ovu osobinu se inače lepi feromagnetna pločica, čime se gube neke od prednosti metode.
- reproducibilnost merenih rezultata je smanjena,
- relativno velika dodatna masa magneta može da poremeti parametre merene vibracije.

#### d) lepljenje

Kod ove montaže se, nakon čišćenja i odmaščivanja površine, sonda lepi cijanoakrilatnim lepkom za nju. Primjenjuje se kod sondi malih dimenzija pri trajnom praćenju vibracija u slučajevima gde nije moguće koristiti zavrtanj za njihovo pričvršćenje. Zbog veoma čvrste veze se postiže širok dinamički i frekventni opseg.

Nedostaci ove montaže su:

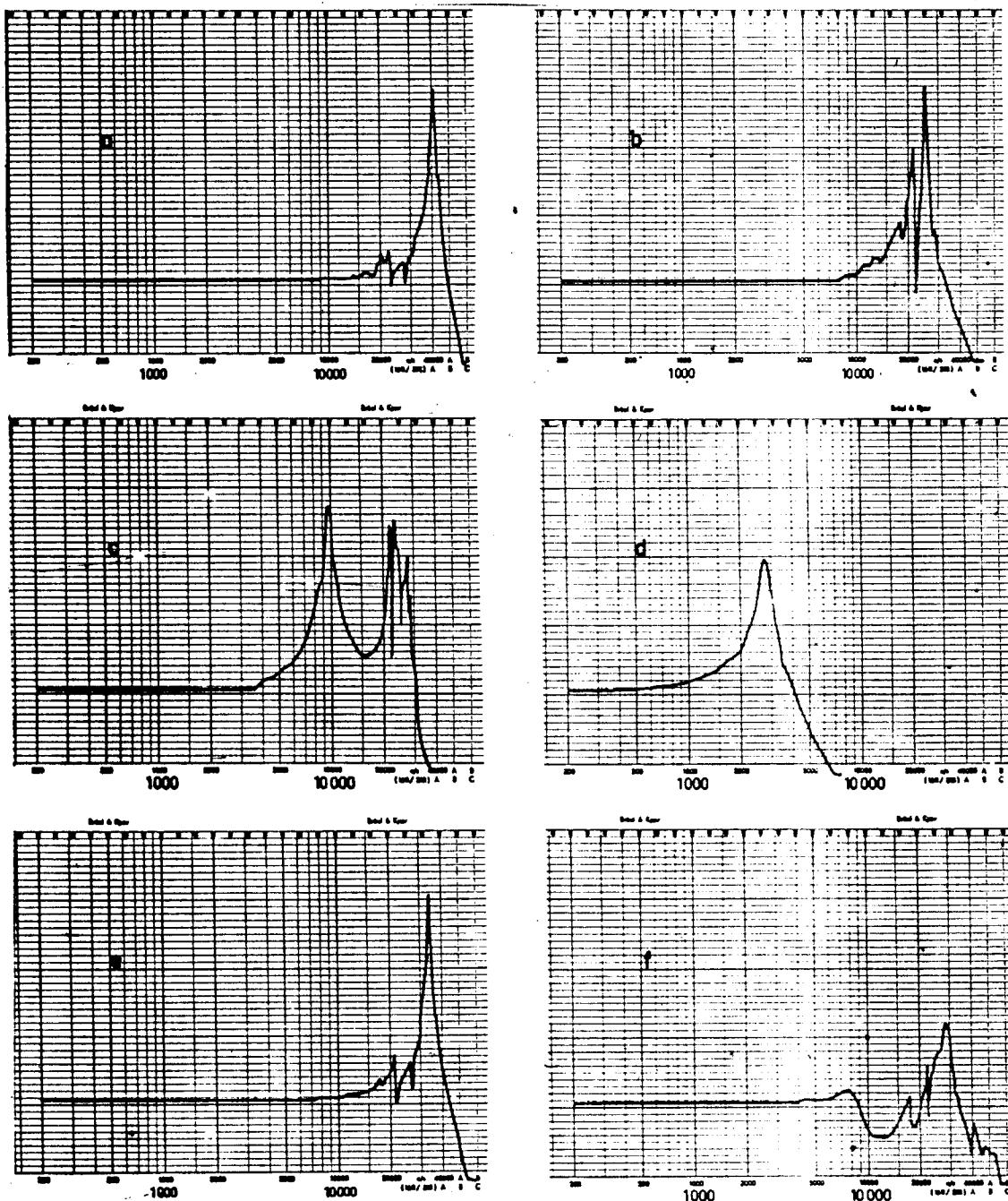
- teško skidanje sonde uz dugotrajno otapanje u naročitom rastvoru,
- reproducibilnost mernog mesta nije garantovana,
- otežano je postizanje električne izolacije sonde od mernog objekta.

#### e) upotreba mernog pipka

Na sonde, koje odozdo imaju otvor sa urezanim navojem, se može postaviti merni pipak. To je šipka dužine stotinak milimetara, prečnika od oko desetak milimetara. S jedne strane je narezan navoj koji odgovara navoju u sondi, dok se sa druge strane završava siljkom.

Metoda se sastoji u tome što se na vrh pipka, postavljenog na sondu, nanesе мало silikonske masti (koja smanjuje klizanje šiljka po površini mernog objekta) i zatim se pipkom dotakne površina u mernoј tački. Pri tome treba paziti da se osa pipka poklopi sa pravcem vibracije mernog objekta.

Ovo je najjednostavnija i najbrža metoda dovođenja sonde u vezu sa mernim objektom. Primjenjuje se kod brzih provera nivoa vibracije čije su frekvencije niže od 1000Hz. Zbog labave veze sonde i mernog objekta, frekventni opseg je uzan, a reproducibilnost rezultata sumnjiva.



Slika 5.10.1 Frekventni odziv sonde pričvršćene:  
 a) zavrtnjem, b) izoliranim zavrtnjem sa liskunskim podmetaćem,  
 c) magnetom, d) mernim pipkom, e) voskom i f) měkim lepkom

## GLAVA 6

### MERNI POJACAVAC

#### 6.1 Uloga mernog pojačavača

Osnovna uloga mernog pojačavača je prilagođenje visoke impedanse mernog pretvarača u sondi na nisku impedansu mernog sistema. Osim impedanse, u mernom pojačavaču se prilagodava i ulazna osjetljivost uređaja veličini signala na izlazu sonde, promenom njegovog pojačanja se ostvaruje željena ukupna osjetljivost mernog sistema. Pored toga, kao ulazna jedinica, merni pojačavač sadrži i filtre za definisanje donje i gornje granične frekvencije celog uređaja u cilju potiskivanja neželjenih signala.

Merni pojačavači se izrađuju kao zasebni uređaji, i kao sastavni deo uređaja za merenje vibracije.

#### 6.2 Osnovni tipovi mernih pojačavača

Piezoelektrične sonde se mogu priključiti na pojačavač napona i na pojačavač nanelektrisanja.

Pojačavač napona daje na svom izlazu napon koji je proporcionalan izlaznom naponu pretvarača u sondi.

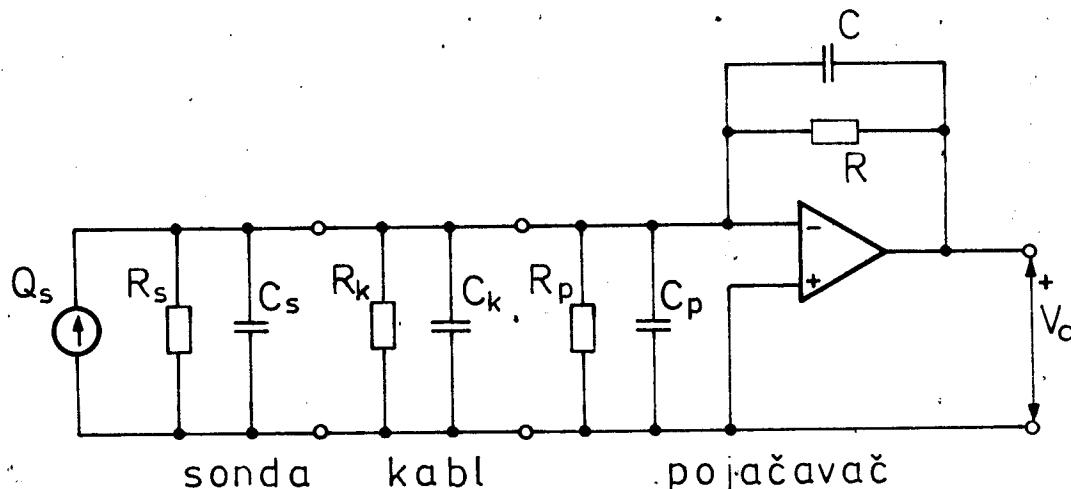
Pojačavač nanelektrisanja daje na svom izlazu napon koji je proporcionalan količini nanelektrisanja nastalog pod dejstvom vibracije. Ovaj tip se pre može zvati konvertorom nego pojačavačem, jer u biti ne pojačava nanelektrisanje.

Pojačavači nanelektrisanja se mnogo češće primenjuju kod merenja vibracije od pojačavača napona. Osnovni razlog je, što se kod njih mogu koristiti kako kraci, tako i duži kablovi bez uticaja na ponašanje samog pojačavača.

Pojačavači napona se, s druge strane, moraju prekalibrirati svaki put kada se koristi nestandardni kabl.

### 6.3 Osnovno kolo pojačavača nanelektrisanja

Slika 6.3.1. prikazuje osnovno kolo pojačavača nanelektrisanja sa priključenom mernom sondom i kablom.



Slika 6.3.1 Osnovno kolo pojačavača nanelektrisanja

Sonda proizvodi količinu nanelektrisanja  $Q_s$ . Otpor i kapacitet sонde su predstavljeni otpornikom  $R_s$  i  $C_s$ .

Priklučni kabl ima neki poduzni otpor i poduzni kapacitet, a njegov ukupni otpor i kapacitet su predstavljeni otpornikom  $R_k$  i  $C_k$ .

Na drugom kraju kabla je priključen pojačavač nanelektrisanja. Između njegovih ulaznih priključaka je moguće odrediti neku vrednost ulaznog otpora  $R_p$  i kapaciteta  $C_p$ . Na izlazu pojačavača se dobija napon  $v_o$ , čiju je zavisnost od količine nanelektrisanja  $Q_s$  potrebno odrediti i analizirati. Pojačavač je načinjen na bazi operacionog pojačavača.

### 6.4 Operacioni pojačavač

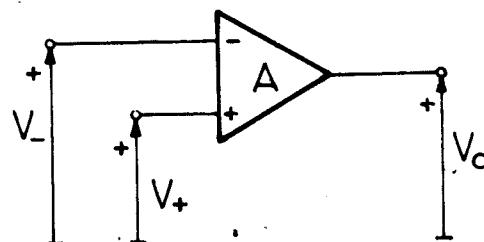
Operacioni pojačavač ima dva ulaza: invertujući i neinvertujući. Ulazni otpor ovih ulaza je veoma velik (od  $10^6$  do  $10^{12} \Omega$ ), tako da se ulazna jačina struje kroz njih može u praksi zanemariti.

Izlazni otpor pojačavača je mali, tako da izlazni napon u nekom intervalu vrednosti jačine struje ne zavisi od nje. Kod idealnih operacionih pojačavača se uzima da je izlazni otpor jednak nuli, te da se izlazni napon pri statickim uslovima ne menja ma kolika bila jačina struje kroz izlazni priključak.

Izazni napon operacionog pojačavača je proporcionalan razlici ulaznih napona:

$$V_o = A_u (V_+ - V_-) , \quad (6.4.1)$$

gde je  $V_+$  potencijal neinvertujućeg, a  $V_-$  potencijal invertujućeg ulaza, prema slici 6.4.1.



Slika 6.4.1 Simbol operacionog pojačavača sa pripadajućim oznakama .

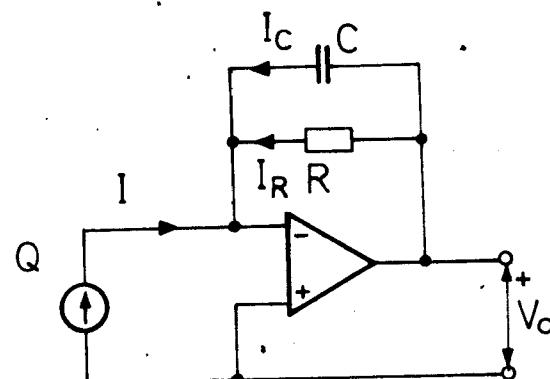
Pojačanje napona  $A_u$  je kod realnog operacionog pojačavaca reda veličine  $10^5$ .

Ako je napon napajanja operacionog pojačavača  $\pm V_{cc}$ , jasno je, da se vrednost njegovog izlaznog napona nalazi unutar intervala  $[-V_{cc}, V_{cc}]$ . Kako je pojačanje  $A_u$  veliko, već i mala razlika napona  $\Delta V$  između neinvertujućeg i invertujućeg ulaza će dovesti izlaz pojačavača u zasicanje. Van oblasti zasicanja je, dakle, razlika potencijala između dva ulaza pojačavača mala. Kada bi pojačavač imao beskonačno veliko pojačanje, oba ulaza bi bila na istom potencijalu.

Važna osobina operacionalnog pojačavača je ta, da on na svom izlazu diktira takvu vrednost potencijala, kojom će postići jednakost potencijala dva ulaza.

## 6.5 Prenosna funkcija pojačavača nanelektrisanja

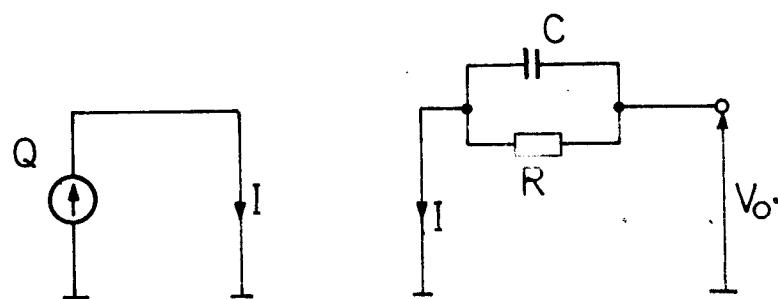
Kada se tri otpora ( $R_s$ ,  $R_k$  i  $R_p$ ) sa slike 6.3.1 prikupe u jedan rezultujući vrednosti  $R$ , kao i tri kapaciteta  $C_s$ ,  $C_k$  i  $C_p$  u rezultujući vrednosti  $C$ , dobija se stanje, koje je prikazano slikom 6.5.1.



Slika 6.5.1 Ekvivalentna šema sistema sonda-pojačavac

Pod uticajem količine nanelektrisanja  $q$ , nastale dejstvom spoljašnje sile na sondu, poteci će kroz nju neka jačina struje  $i$ . Istovremeno će na izlazu pojačavača postojati izlazni napon vrednosti  $v_o$ , koji će u grani povratne sprege izazvati pojavu el. struje jačine  $i_f$ .

Potencijal izlaza je takav, da održava invertujući ulaz na nultom potencijalu, da bi se na taj način potencijali na ulazima izjednačili. Kaže se, da između invertujućeg ulaza i mase nalazi virtualni kratak spoj. Ova situacija je prikazana slikom 6.5.2.



Slika 6.5.2 Naponi i jačine struje pri virtualnom kratkom spoju

Kako je potencijal invertujućeg ulaza jednak nuli, oba kraja kondenzatora C i otpornika R sa slike 6.5.1 će se naći na istom potencijalu. To znači, da njihovo prisustvo neće uticati na rad pojačavača. Pojačavač nanelektrisanja je, stoga, imun na uticaj promene dužine i kvaliteta priključnog kabla, kao i otpora i kapaciteta piezoelektrične pločice.

Ne treba zaboraviti pri tome, da su strujna kola sonde i povratne sprege galvanski odvojeni od mase. Nanelektrisanje, koje dolazi sa sonde, zbog toga mora da prođe i granom povratne sprege. Usled toga je

$$i = -i_f . \quad (6.5.1)$$

Jačina struje, koja teče iz sonde je jednaka promeni nanelektrisanja sonde:

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} . \quad (6.5.2)$$

Jačina struje u grani povratne sprege je zbir jačina struje kroz kondenzator i otpornik:

$$i_f = i_R + i_C . \quad (6.5.3)$$

Napon na kondenzatoru i otporniku u grani povratne sprege je, u stvari, izlazni napon. Jačina struje kroz otpornik i kondenzator su definisani izrazima

$$i_R = \frac{V_o}{R} . \quad (6.5.4)$$

$$i_C = C \frac{dv_o}{dt} . \quad (6.5.5)$$

Vraćanjem izraza (6.5.4) i (6.5.5) u izraz (6.5.3), dobija se da je

$$i_f = \frac{V_o}{R} + C \frac{dv_o}{dt} , \quad (6.5.6)$$

dok se, na osnovu izraza (6.5.6), (6.5.2) i (6.5.1), dobija da je

$$\frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{V_o}{R} + C \frac{dv_o}{dt} . \quad (6.5.7)$$

Ovo je diferencijalna jednačina, koja opisuje rad pojačavača nanelektrisanja.

Količina nanelektrisanja, koja nastaje na sondi, je neka funkcija vremena, koja se može prikazati kao

$$q = \int_{-\infty}^{\infty} Q(\omega) e^{j\omega t} d\omega . \quad (6.5.8)$$

U opštem slučaju će i izlazni napon moći da se prikaže u obliku

$$v_o = \int_{-\infty}^{\infty} V_o(\omega) e^{j\omega t} d\omega . \quad (6.5.9)$$

Uvrštenjem izraza (6.5.8) i (6.5.9) u diferencijalnu jednačinu (6.5.7) se dobija da je

$$\int_{-\infty}^{\infty} j\omega Q(\omega) e^{j\omega t} d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{1}{R} + j\omega C \right) V_o(\omega) e^{j\omega t} d\omega , \quad (6.5.10)$$

odakle je, zbog nezavisnosti frekventnih komponenata,

$$j\omega Q(\omega) = \left[ \frac{1}{R} + j\omega C \right] V_o(\omega) . \quad (6.5.11)$$

Količnik izlaznog napona i količine nanelektrisanja, pod čijim uticajem on nastaje, se naziva osetljivosti pojačavača, i zavisi kako od frekvencije komponente nanelektrisanja, tako i od vrednosti elemenata u kolu povratne sprege:

$$\begin{aligned} S_p(\omega) &= \frac{j\omega R}{1+j\omega RC} \\ S_p(\omega) &= \frac{1}{C} \frac{1}{1+\frac{1}{j\omega RC}} \end{aligned} \quad (6.5.12)$$

Amplitudna karakteristika pojačavača se definise kao moduo osetljivosti:

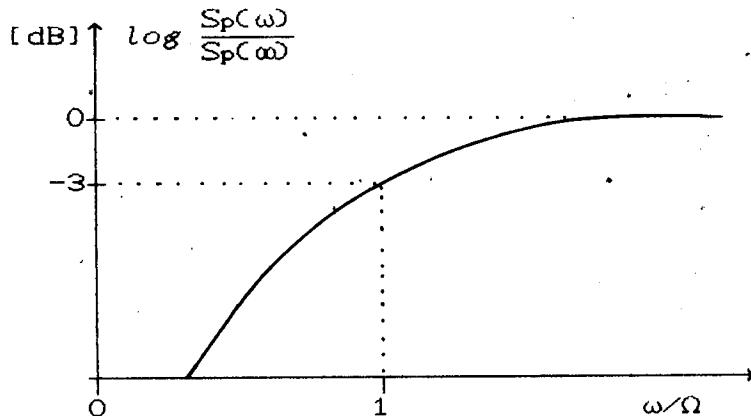
$$\begin{aligned} S_p(\omega) &= |S_p(\omega)| \\ &= \frac{1}{C \sqrt{1 + \left( \frac{\Omega}{\omega} \right)^2}} \end{aligned} \quad (6.5.13)$$

gde je

$$\Omega = 1/RC \quad (6.5.14)$$

tzv. prelomna frekvencija.

Na slici 6.5.3 je prikazana zavisnost osetljivosti pojačavača od vrednosti frekvencije  $\omega$  komponente nadelektrisanja.



Slika 6.5.3 Amplitudno-frekventna karakteristika pojačavača nadelektrisanja

Za vrednosti ugaone frekvencije  $\omega \ll \Omega$  je osetljivost pojačavača mala, dok je za  $\omega \gg \Omega$  njegova osetljivost jednaka

$$S_p(\infty) = \frac{1}{C} . \quad (6.5.15)$$

Za vrednost  $\omega = \Omega$  je osetljivost pojačavača je

$$S_p(\Omega) = \sqrt{\frac{2}{2C}} . \quad (6.5.16)$$

Osetljivost pojačavača se obično izražava u logaritamskoj skali, pri čemu se normiranje vrši na vrednost osetljivosti za komponentu beskonačne velike frekvencije:

$$S_p[\text{dB}] = 10\text{dB} \cdot \log \frac{S_p(\omega)}{S_p(\infty)} , \quad (6.5.17)$$

te je osetljivost za prelomnu frekvenciju, izražena u decibelima

$$\begin{aligned} S_p[\text{dB}] &= 10\text{dB} \cdot \log \sqrt{\frac{2}{2}} \\ &= -3\text{dB} . \end{aligned} \quad (6.5.18)$$

Kao što se iz prethodnog vidi, za velike frekvencije ( $\omega \gg \Omega$ ) je osetljivost pojačavača konstantna, i jednaka je recipročnoj vrednosti kapaciteta kondenzatora u grani povratne sprege operacionog pojačavača. Promenom njegove vrednosti se može menjati i osetljivost.

Vrednost donje granične frekvencije pojačavača, za koju se, po dogovoru, uzima vrednost prelomne frekvencije, zavisi od kapaciteta kondenzatora i otpornosti otpornika u grani povratne sprege. Promenom osetljivosti se, pri stalnoj vrednosti otpora, menja vrednost donje granične frekvencije. Promenom vrednosti otpora se može postići željena vrednost ove frekvencije za izabranu osetljivost.

### 6.6 Ukupna osetljivost sistema sonda-pojačavač

Osetljivost sonde je data izrazom

$$S_s(\omega) = \frac{Q(\omega)}{A_o(\omega)}, \quad (6.4.8)$$

a njen eksplicitni oblik je dat izrazom

$$S_s(\omega) = -\frac{k \cdot K}{\Omega_m^2 - \omega^2}. \quad (6.4.9)$$

Osetljivost pojačavača je, po definiciji,

$$S_p(\omega) = \frac{V_o(\omega)}{Q(\omega)}, \quad (6.6.1)$$

a njen eksplicitan oblik je dat izrazom

$$S_p(\omega) = \frac{1}{C} \frac{1}{1 + \frac{1}{j\omega RC}}. \quad (6.5.12)$$

Proizvod osetljivosti sonde i pojačavača je

$$S_s(\omega) \cdot S_p(\omega) = \frac{Q(\omega)}{A_o(\omega)} \cdot \frac{V_o(\omega)}{Q(\omega)}$$

$$S_s(\omega) \cdot S_p(\omega) = \frac{V_o(\omega)}{A_o(\omega)}. \quad (6.6.2)$$

Ovaj odnos amplitude izlaznog napona pojačavača i amplitude ubrzanja, pod čijim uticajem nastaje, je osetljivost sistema sonda-pojačavač, i njena vrednost se može odrediti na osnovu izraza

$$S_{sp}(\omega) = -\frac{k \cdot K}{C} \frac{1}{\left(\Omega_m^2 - \omega^2\right) \cdot \left(1 + \frac{\Omega}{j\omega}\right)}. \quad (6.6.3)$$

## GLAVA 7

### ANALIZATORI SPEKTRA VIBRACIJE

#### 7.1 Vrste filtara

Filtri se, prema svojim karakteristikama, načinu rada, načinu realizacije itd, mogu razvrstati na više načina.

Prema opsegu frekvencija koje propuštaju, filtri se dele na:

- filtre propusnike niskih frekvencija,
- filtre propusnike opsega frekvencija,
- filtre nepropusnike opsega frekvencija, i
- filtre propusnike visokih frekvencija.

Prema načinu realizacije, filtri se dele na:

- pasivne,
- aktivne,
- aktivne sa analognim računarom, i
- digitalne.

U zavisnosti od načina rada, postoje:

- filtri koji rade u realnom vremenu i
- sekvencialni filtri.

U zavisnosti od promenljivosti parametra filtra postoje:

- filtri sa stalnim vrednostima parametara i
- filtri sa promenljivim karakteristikama.

Prema načinu promene vrednosti rezonantne frekvencije, filtri se dele na:

- filtre sa diskretnom promenom vrednosti rezonantne frekvencije,
- filtre sa kliznom promenom vrednosti rezonantne frekvencije,
- paralelne filtarske baterije sa stalnom rezonantnom frekvencijom.

## 7.2 Prenosna funkcija filtera

U praksi se sreću filtri koji imaju jedan ulaz i jedan izlaz. Iz signala, koji je prisutan na njegovom ulazu, filter u manjoj ili većoj meri propušta komponente na svoj izlaz formirajući tako izlazni signal. To je, naravno, približna slika. Tačnije bi bilo reći da filter, pod dejstvom komponenata ulaznog signala i svoje unutrašnje strukture, formira izlazni signal sa nekom raspodelom amplituda komponenata po frekvencijama. Odnos amplitude komponente izlaznog signala frekvencije  $\omega$  i amplitude komponente ulaznog signala iste frekvencije daje opis reakcije (odziv) filtera na komponentu ulaznog signala. Za razne frekvencije, vrednost ovog odnosa se menja na način svojstven unutrašnjoj strukturi filtera. Zavisnost ovog odnosa od frekvencije se naziva prenosnom funkcijom filtera.

Neka je  $v_i$  ulazni, a  $v_o$  izlazni napon filtera. U opštem slučaju se ovi naponi mogu razviti po vrednostima frekvencije u obliku

$$v_i = \int_{-\infty}^{\infty} V_i(\omega) e^{j\omega t} dt \quad (7.2.1)$$

$$v_o = \int_{-\infty}^{\infty} V_o(\omega) e^{j\omega t} dt \quad (7.2.2)$$

gde su  $V_i(\omega)$  i  $V_o(\omega)$  kompleksne amplitude ovih napona, koje zavise od frekvencije.

Prenosna funkcija filtera se sada može odrediti kao odnos

$$W_f(\omega) = \frac{V_o(\omega)}{V_i(\omega)} \quad (7.2.3)$$

Oblik raspodele vrednosti prenosne funkcije po frekvencijama zavisi od unutrašnje strukture filtera i može se predstaviti kao

$$W_f(\omega) = \frac{N(\omega)}{D(\omega)} \quad (7.2.4)$$

gde su  $N(\omega)$  i  $D(\omega)$  polinomi po  $j\omega$  [7,8,9]. Imenilac  $D(\omega)$  je najčešće polinom prvog ili drugog stepena. Opšti oblik prenosne funkcije filtera je:

- za filter prvog reda

$$W_f(\omega) = \frac{N(\omega)}{\Omega + j\omega} \quad (7.2.5)$$

- za filter drugog reda

$$W_f(\omega) = \frac{N(\omega)}{-\omega^2 + jB\omega + \Omega^2} \quad (7.2.6)$$

gde oblik brojčića  $\text{N}(\omega)$  ima uticaj na opseg frekvencija komponenata koje filter propušta.

Prema obliku prenosne funkcije se razlikuju:

### a) filtri propusnici niskih frekvencija

Prenosna funkcija ovog filtra je oblika:

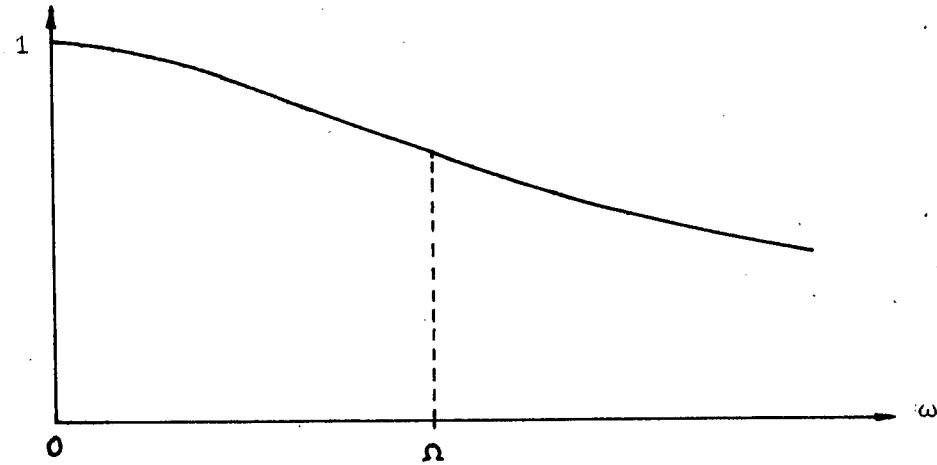
- filter prvog reda

$$W_{NF}(\omega) = \frac{\Omega}{\Omega + j\omega}, \quad (7.2.7)$$

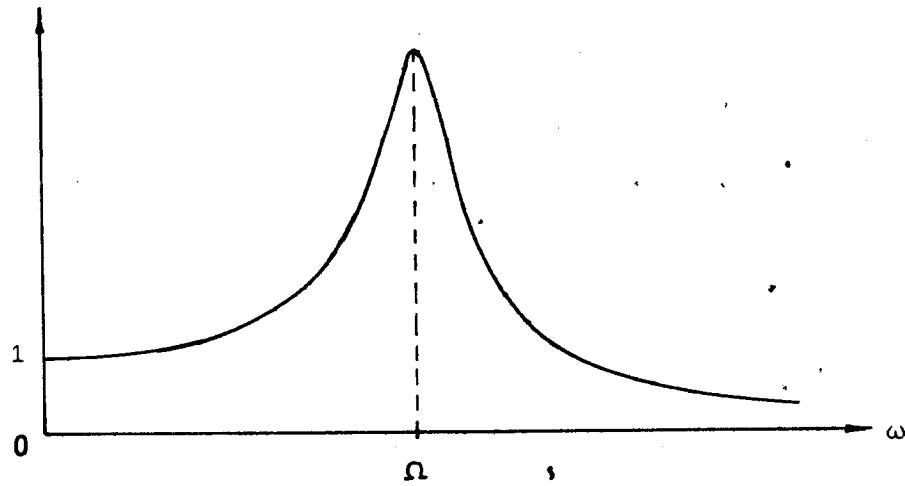
- filter drugog reda

$$W_{NF}(\omega) = \frac{\Omega^2}{-\omega^2 + jB\omega + \Omega^2}. \quad (7.2.8)$$

Ova vrsta filtera propušta dobro sve komponente čije su frekvencije ispod granične vrednosti  $\Omega$ , a prigušuje komponente čije su frekvencije iznad ove vrednosti. Porast prigušenja pri povećanju frekvencije je mali kod filtera prvog reda, dok kod filtera drugog reda zavisi od veličine parametra B. Slike 7.2.1 i 7.2.2 prikazuju zavisnost prenosne funkcije ovih filtera od vrednosti frekvencije.



Slika 7.2.1 Prenosna funkcija filtra propusnika niskih frekvencija prvog reda



Slika 7.2.2 Prenosna funkcija filtra propusnika niskih frekvencija drugog reda

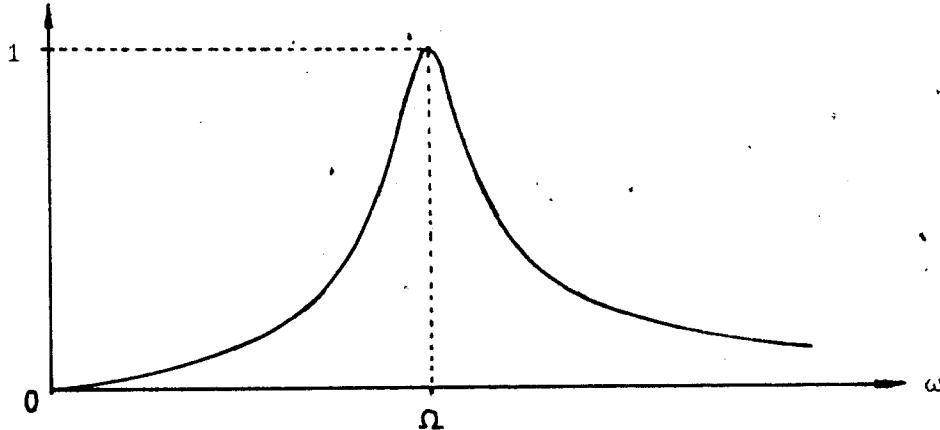
### b) filtri propusnici opsega frekvencija

Prenosna funkcija ovog filtra je oblika:

- filter prvog reda ovog oblika ne postoji.
- filter drugog reda

$$W_{PO}(\omega) = \frac{jB\omega}{-\omega^2 + jB\omega + \Omega^2} \quad (7.2.8)$$

Ovaj filter propušta komponente, čije su frekvencije bliske vrednosti njegove centralne (rezonantne) frekvencije  $\Omega$ , dok ostale u manjoj ili većoj meri prigušuje. Na brzinu porasta prigušenja komponente udaljavanjem njene frekvencije od vrednosti centralne frekvencije utiče parametar B.



Slika 7.2.3 Prenosna funkcija filtra propusnika opsega frekvencija

Sa slike 7.2.3 se vidi da je širina propusnog opsega filtra zavisi od vrednosti parametra B.

Neka je  $\omega_d$  donja, a  $\omega_g$  gornja granična frekvencija propusnog opsega za pad amplituda od -3dB (kada amplituda izlazne komponente opadne na 70,71% vrednosti amplitude ulazne komponente iste frekvencije). Tada je širina propusnog opsega za -3dB

$$B_s = \omega_g - \omega_d \quad (7.2.9)$$

Moduo prenosne funkcije (7.2.8) je

$$W_{PO}(\omega) = \frac{B\omega}{\sqrt{(\Omega^2 - \omega^2)^2 + B^2\omega^2}} \quad (7.2.10)$$

Za  $\omega = \omega_g$  i  $\omega = \omega_d$  je

$$W_{PO}(\omega_d) = W_{PO}(\omega_g) = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (7.2.11)$$

Odavde je

$$(\Omega^2 - \omega_0^2)^2 - B^2\omega_0^2 = 0 \quad (7.2.12)$$

gde  $\omega_0$  predstavlja graničnu frekvenciju.

Iz izraza (7.2.12) dalje sledi da je

$$\omega_0^4 - (B^2 + 2\Omega^2)\omega_0^2 + \Omega^4 = 0, \quad (7.2.13)$$

odakle je

$$\omega_{g,d}^2 = \frac{B^2 + 2\Omega^2 \pm B\sqrt{B^2 + 4\Omega^2}}{2}. \quad (7.2.14)$$

Proizvod kvadrata donje i gornje granične frekvencije je

$$\omega_d^2 \cdot \omega_g^2 = \frac{1}{4} \left[ (B^2 + 2\Omega^2)^2 - B^2(B^2 + 4\Omega^2) \right], \quad (7.2.15)$$

odakle se, nakon izvršenja naznačenih operacija, dobija da je

$$\omega_d \cdot \omega_g = \Omega^2. \quad (7.2.16)$$

Dakle, centralna frekvencija filtra propusnika opsega frekvencije je geometrijska sredina graničnih frekvencija za propusni opseg od -3dB.

Vraćanjem izraza (7.2.16) u izraz (7.2.14) se dobija da je

$$\omega_g^2 = \frac{B^2 + 2\omega_d \omega_g + B\sqrt{B^2 + 4\omega_d \omega_g}}{2}, \quad (7.2.17)$$

i

$$\omega_d^2 = \frac{B^2 + 2\omega_d \omega_g - B\sqrt{B^2 + 4\omega_d \omega_g}}{2}. \quad (7.2.18)$$

Zbir kvadrata gornje i donje granične frekvencije je

$$\omega_g^2 + \omega_d^2 = B^2 + 2\omega_d \omega_g, \quad (7.2.19)$$

odakle je

$$\omega_g^2 - 2\omega_d \omega_g + \omega_d^2 = B^2, \quad (7.2.20)$$

i

$$B = \omega_g - \omega_d. \quad (7.2.21)$$

Upoređenjem izraza (7.2.9) i (7.2.21) se može zaključiti da parametar B u prenosnoj funkciji filtra propusnika opsega frekvencija predstavlja vrednost širine njegovog propusnog opsega za -3dB i zavisi od parametara sastavnih elemenata filtra. Održavanjem vrednosti ovog parametra stalnim se dobija filter konstantne apsolutne širine propusnog opsega.

Relativna širina propusnog opsega je

$$b = \frac{B}{\Omega} = \frac{\omega_g - \omega_d}{\sqrt{\omega_d \cdot \omega_g}}. \quad (7.2.22)$$

### c) filtri propusnici visokih frekvencija

Prenosna funkcija ovog filtra je oblika:

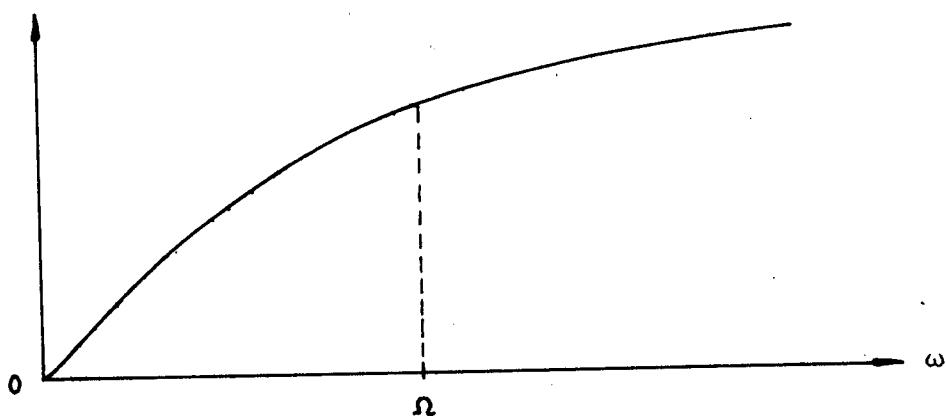
- filter pravog reda

$$W_{VF}(\omega) = \frac{j\omega}{\Omega + j\omega} \quad (7.2.23)$$

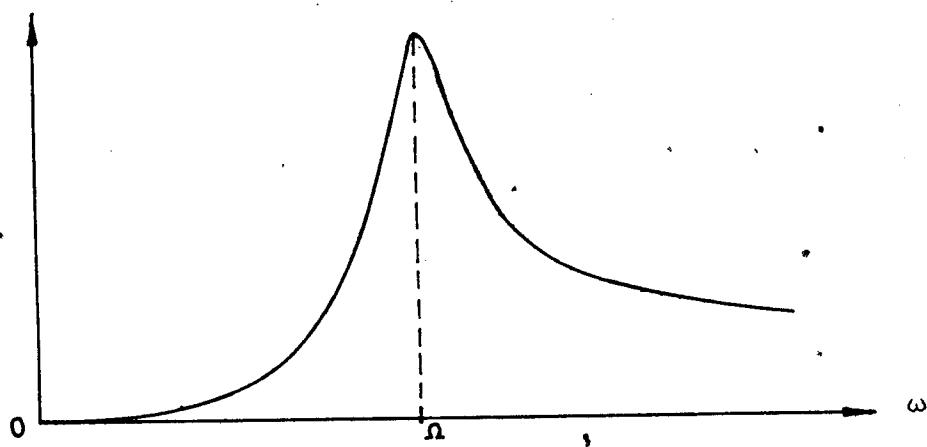
- filter drugog reda

$$W_{VF}(\omega) = \frac{-\omega^2}{-\omega^2 + jB\omega + \Omega^2} \quad (7.2.24)$$

Ova vrsta filtera prigušuje komponente, čije su frekvencije imanje od vrednosti granične frekvencije  $\Omega$ , a dobro propušta one, čije su frekvencije veće od vrednosti  $\Omega$ . Kod filtera pravog reda nema mogućnosti promene brzine smanjenja prigušenja pri povećanju frekvencije komponente, dok se kod filtera drugog reda to može ostvariti promenom vrednosti parametra B. Slike 7.2.4 i 7.2.5 prikazuju zavisnost prenosne funkcije ovih filtera od vrednosti frekvencije.



Slika 7.2.4 Prenosna funkcija filtra propusnika visokih frekvencija pravog reda



Slika 7.2.2 Prenosna funkcija filtra propusnika visokih frekvencija drugog reda

Filtri nepropusnici opsega frekvencija se ne sreću kod mere-nja vibracije, te ovde neće biti posebno obrađeni.

Svi pomenuti filtri su detaljno analizirani u literaturi [7,8,9].

Vidi se, da se pojačavač naielktrisanja delom ponaša kao fil-tar propusnik visokih frekvencija. Isto tako se može zaključiti, da se piezoelektrični pretvarač ponaša kao mehanički filter pro-pusnik niskih frekvencija drugog reda, kod koga je  $B=0$ .

### 7.3 Selektivnost filtra propusnika opsega frekvencije

Za izdvajanje komponenata vibracije iz njenog spektra se koristi filter propusnik opsega frekvencije. Moć razlaganja ili rezolucija filtra se definiše odnos kao razlike frekvencija dve komponente sličnih amplituda, koje filter još može da razdvoji, i vrednosti, u čijoj se okolini leže frekvencije ovih komponenata. Odavde se vidi da je moć razlaganja proporcionalna relativnoj širini propusnog opsega filtra.

Selektivnost filtra se definiše kao moć filtra da razdvoji komponente i sa velikom razlikom amplituda. Parametar, kojim se opisuje selektivnost filtra je faktor oblika, koji predstavlja odnos širina propusnog opsega na 70,7% (-3dB) i 0,1% (-60dB) visine krive amplitudno-frekventne karakteristike:

$$\epsilon = \frac{B_{\infty}}{B_0} . \quad (7.3.1)$$

Kako je to pokazano, za filter propusnik opsega frekvencija, čija je prenosna funkcija data izrazom (7.2.8), širina propusnog opsega  $B_0$  je jednaka parametru  $B$  filtra. Na isti način se može po-kazati da je njegova širina

$$B_{\infty} = 10^3 \cdot B . \quad (7.3.2)$$

Odavde sledi, da je vrednost faktora oblika ovog filtra

$$\epsilon = 10^3 . \quad (7.3.3)$$

Kriva amplitudno-frekventne karakteristike filtra je 1000 puta šira na 0,1% svoje visine nego na 70,7% svoje visine.

Neka kriva amplitudno-frekventne karakteristike dostize 0,1% svoje visine pri frekvencijama  $\omega_g'$  i  $\omega_d'$ , pri čemu je  $\omega_g' > \omega_d'$ .

Ako se na frekvenciji  $\omega_g'$  nalazi komponenta, čija je amplituda 1000 puta veća nego amplituda komponente frekvencije jednake cent-ralnoj frekvenciji  $\Omega$  filtra, obe komponente će jednako doprineti amplitudi komponente izlaznog signala frekvencije  $\Omega$ .

Za filter se kaže da je utoliko selektivniji, ukoliko je vrednost faktora oblika  $\epsilon$  manja. Selektivnost filtra je veličina koja zavisi od njegove unutrašnje strukture.

#### 7.4 Način realizacije filtera

Pasivnim se nazivaju filtri koji sadrže samo pasivne komponente: otpornike, kondenzatore i kaleme. Pomoću njih se mogu ostvariti sve četiri kategorije filtera iz prethodne podele.

Kvalitet pasivnih filtera je dobar samo ako se u njima istovremeno javljaju kondenzatori i kalemi. Ovo se prvenstveno odnosi na selektivnost filtra.

U praksi, kod pasivnih filtera je teško postići promenu parametara, a i postignuta promena je mala. Istovremeno je, zbog temperaturnih i ostalih promena parametara sastavnih delova, teško načiniti pasivni filter stabilnih karakteristika.

Sledeći nedostatak je i veličina. Relativno kvalitetni filteri za niske frekvencije zauzimaju mnogo prostora.

Zbog svojih relativno loših osobina, pasivni filteri se retko upotrebljavaju. Njihova primena se najčešće ograničava na vrlo visoke frekvencije, gde je gotovo nemoguće primeniti pojačavače.

Aktivni filteri se grade upotrebom pasivnih i aktivnih elemenata (pojačavača). Nadoknađivanjem gubitaka, kao i odgovarajućom promenom faze signala pomoću pojačavača, je moguće načiniti relativno dobar filter. Upotrebom povratne veze se može postići, da se i bez glomaznih kalemova postignu filteri dobre selektivnosti na niskim frekvencijama. Međutim, i kod ovih filtera se javljaju teškoće pri promeni njihovih parametara. Osim toga, razni električni i elektronski pojačavaci rade na relativno niskim frekvencijama, te ih je nemoguće primeniti na filtere za više frekvencije. Ipak, radni opseg frekvencija aktivnih filtera je sasvim dovoljan za potrebe merenja vibracija.

Filtri, nastali simulacijom prenosne funkcije elementima analognih računara, imaju veoma dobre karakteristike u odnosu na ranije pomenute filtere. Kod njih se elementima analognih računara ostvaruju operacije koje se javljaju u prenosnoj funkciji filtera. Promena vrednosti parametara  $B$  i  $\Omega$  se može ostvariti promenom pojačanja odgovarajućih elemenata analognog računara. Kako se ova pojačanja mogu menjati u relativno širokim granicama, sledi da će i vrednost ovih parametra filtra moci imati širok opseg vrednosti.

Ova vrsta filtera je relativno malih dimenzija i kod najnižih radnih frekvencija. Upotrebom naponski i strujno kontrolisanih elemenata je moguće postići njihovu daljinsku komandu i sinhronizaciju njihovog rada sa drugim delovima opreme.

Nedostaci ovih filtera su relativno visoka cena, nelinearan rad kod većih amplituda signala itd. Ipak, zbog visokog kvaliteta su sve prisutniji u mernoj opremi.

Nagli razvoj računarske opreme je doprineo kompjuterizaciji opreme za analizu vibracija. Kao njen integralni deo se javljaju i digitalni filteri. Kao i analogni, i ovi filteri simuliraju prenosnu funkciju filtra.

Nakon obrade ulaznog signala (prilagođenje impedanse, dovodenja signala u željeni opseg itd.), analogno-digitalnim pretvaračem se od kontinualnog signala dobija niz diskretnih vrednosti. Na taj način je signal pripremljen za računarsku obradu. Na osnovu algoritama, zasnovanih na diskretnim transformacijama, se priprema niz

diskretnih vrednosti, koje će predstavljati izlazni signal.

Prednost digitalnih filtera je u mogućnosti brze analize spektra ulaznog signala, velika stabilnost rada, mogućnost promene parametara filtra u širokom opsegu vrednosti, mogućnost postizanja željene prenosne funkcije promenom programa bez promene hardvera itd.

Nedostatak digitalnih filtera je prvenstveno njihova visoka cena.

### 7.5 Filtri sa promenljivom širinom propusnog opsega

Osnovna podela filtera je na filtre sa konstantnom širinom propusnog opsega, i na filtre sa konstantnom vrednošću relativne širine propusnog opsega. Kod ovih drugih je odnos širine propusnog opsega i centralne frekvencije filtra konstantan.

Filtri sa konstantnom širinom propusnog opsega daju konstantnu rezoluciju na linearnoj frekventnoj skali, što omogućava razdvajanje harmonijskih komponenti periodičnih signala. Međutim, zbog upotrebe linearne skale, ovim filterima se može obuhvatiti relativno mali frekventni opseg (obično dve dekade).

Filtri sa konstantnom procentualnom širinom propusnog opsega daju konstantnu rezoluciju pri korištenju logaritamske frekventne skale, te se mogu koristiti u širem opsegu frekvencija od tri i više dekada. Ovi filteri se veoma često sredu u merenjima na polju akustike, istraživanja mehaničkih struktura i uopšte kod merenja u širokom opsegu frekvencija.

Od filtera sa konstantnom procentualnom širinom propusnog opsega se najčešće upotrebljavaju oktavni i tercni (čija je širina jednaka trećini oktave).

Neka je  $\omega_d$  donja granična frekvencija pri -3dB,  $\omega_g$  gornja granična frekvencija, i  $\omega_0$  centralna frekvencija filtra. Veza između vrednosti ovih frekvencija je data izrazom

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_d \cdot \omega_g} . \quad (7.5.1)$$

Apsolutna širina propusnog opsega je

$$B = \omega_g - \omega_d , \quad (7.5.2)$$

dok je relativna širina propusnog opsega

$$b = \frac{\omega_g - \omega_d}{\omega_0} . \quad (7.5.3)$$

Oktavni filter svojim propusnim opsegom obuhvata jednu oktavu, tj.  $\omega_g = 2\omega_d$ , odakle je

$$\omega_0 = \omega_d \sqrt{2} . \quad (7.5.4)$$

Relativna širina propusnog opsega oktavnog filtra je

$$b = \frac{2\omega_d}{\sqrt{2}\omega_d} = 0,7071 . \quad (7.5.5)$$

Međunarodne standardne frekvencije su, prema preporukama, IEC 225, određene prema filtru sa centralnom frekvencijom od 1kHz. Može se pokazati da se sa deset oktavnih filtera pokriva opseg od tri dekade počevši od 22,5Hz (donja granična frekvencija za filter centralne frekvencije 31,5Hz) do 22,5kHz. (za filter centralne frekvencije od 16kHz).

Tercni filtri se dobijaju delenjem svake oktave na tri geometrijski jednakih podintervala, pri čemu je  $\omega_g = 2^{1/3}\omega_d$ . Relativna širina propusnog opsega tercnih filtera je

$$b = \frac{2^{1/3}-1}{2^{1/6}} = 0,231 . \quad (7.5.6)$$

U specijalnim slučajevima, kada je potrebna veća rezolucija, koriste se filtri sa manjom vrednošću relativne širine propusnog opsega:

-podelom opsega tercnog filtra na dva dela:

$$\omega_g = 2^{1/6}\omega_d \Rightarrow b = 0,116 , \quad (7.5.7)$$

-podelom opsega tercnog filtra na četiri dela:

$$\omega_g = 2^{1/12}\omega_d \Rightarrow b = 0,058 , \quad (7.5.8)$$

-podelom opsega tercnog filtra na osam delova:

$$\omega_g = 2^{1/24}\omega_d \Rightarrow b = 0,029 , \quad (7.5.9)$$

## 7.6 Vrste analizatora spektra vibracije

Analizatori spektra vibracije služe za određivanje prisutnosti komponenata u spektru vibracije. Jednim filterom, čija je centralna frekvencija konstantne vrednosti, je nemoguće izvesti analizu spektra. Za tu svrhu se koriste filtri sa promenljivom centralnom frekvencijom ili baterije filtera podešenih na različite vrednosti centralnih frekvencija.

### a) analizatori sa kliznom centralnom frekvencijom

Kod ovih analizatora se koriste filtri čija se centralna frekvencija može kontinualno menjati. Na ovaj način se vrši prebrisavanje željenog opsega i određivanje amplituda komponenata u

njemu. Pri ovome se javljaju problemi izbora brzine prebrisavanja.

Kada se na ulaz filtra iznenada dovede signal, filtru je potrebno izvesno vreme  $T_k$  da se njegov odziv ustali. Ovo vreme zavisi od vrednosti širine propusnog opsega i može se pokazati [8] da je

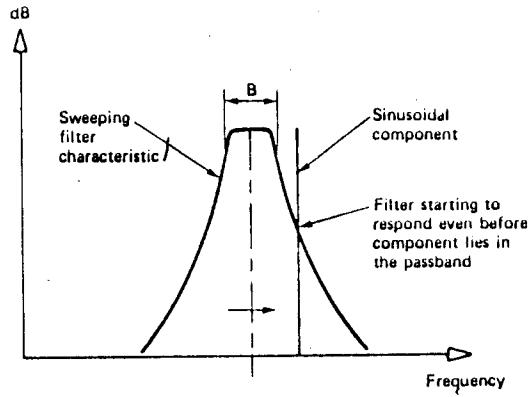
$$\frac{B}{2\pi} \cdot T_k \approx 1 . \quad (7.6.1)$$

Množenjem i deljenjem gornje jednačine vrednošću centralne frekvencije  $f_c$  filtra se dobija da je

$$\frac{B}{2\pi \cdot n_k} \approx 1 , \quad (7.6.2)$$

gde je  $n_k$  broj celih oscilacija signala od njegovog pojavljivanja do stabilizacije na izlazu filtra. Izraz (7.6.1) se primenjuje kod filtara sa konstantnom širinom, a izraz (7.6.2) kod filtara sa konstantnom relativnom širinom propusnog opsega.

Kod izvođenja gornjih izraza se polazi od pretpostavke da se primjenjeni ulazni signal trenutno uspostavlja, što se može postići samo kod idealnog filtra. Realni filter, zbog manje selektivnosti, počinje da daje odziv i pre nego što signal upadne u propusni opseg (slika 7.6.1).



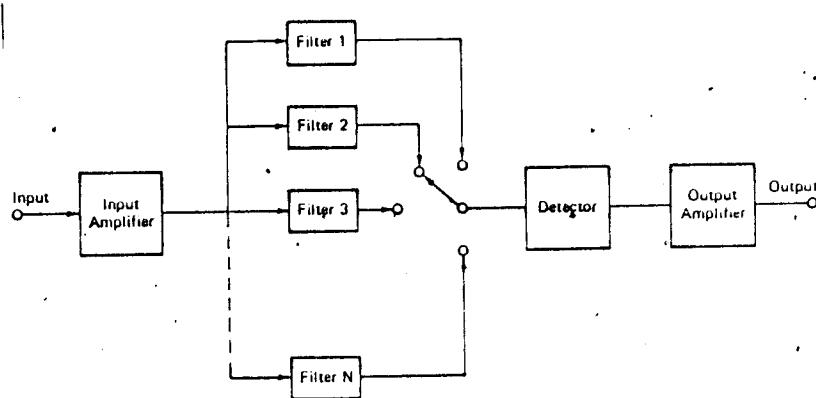
Slika 7.6.1 Postepeno uspostavljanje ulaznog signala kod analizatora sa kliznom promenom centralne frekvencije

Vrednosti dobijene na osnovu izraza (7.6.1), odnosno (7.6.2) daju dobre ocene vremena tokom koga signal bora da boravi u propusnom opsegu filtra. Potrebne korekcije se mogu izvršiti nakon obavljenog probnog merenja.

#### b) analizatori sa skokovitom promenom centralne frekvencije

Kod ovih analizatora se koristi baterija filtara sa stalnim iznosom centralne frekvencije. Vrednost centralne frekvencije i širina propusnog opsega pojedinih filtara su odabrane tako, da se baterijom pokriva željeno frekventno područje.

Ulagani signal se dovodi na zajednički ulaz svih filtara (slika 7.6.2), dok se detektor redom priključuje na njihove izlaze. Podaci, koji se dobiju nakon određivanja snage koja se javlja na izlazima filtara, predstavljaju spektar ulagnog signala.



Slika 7.6.2 Analizator sa skokovitom promenom vrednosti centralne frekvencije

Kako je ulazni signal stalno prisutan na ulazima filtera, nije potrebno čekati trenutak ustaljivanja izlaznog signala. Jedini ograničavajući faktor brzine je vreme odziva detektora.

Sa deset oktavnih filtera je moguće prekriti opseg audio-frekvencija, međutim, moć razlaganja je mala. Isti opseg je moguće prekriti sa trideset tercnih filtera uz veću moć razlaganja. Vidi se, da je kod ovih analizatora broj filtera uslovljen željenom rezolucijom. Povećanjem broja filtera, međutim, raste i cena analizatora.

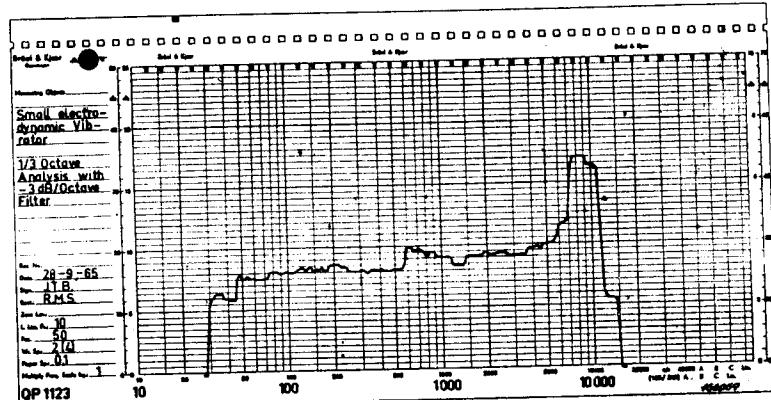
Kompromisno rešenje, koje se plaća smanjenom brzinom rada, je da se koriste dva filtra sa promenljivom centralnom frekvencijom, na čije se izlaze naizmenično priključuje detektor. Dok traje merenje sa jednim filtrom, menja se frekvencija drugog. Drugom filteru ostaje dovoljno vremena za stabilizaciju izlaznog signala.

### c) paralelni analizator u realnom vremenu

Prva dva tipa analizatora se nazivaju sekvencijalnima, jer se analiza sprovodi sekvencijalno na svaku frekvenciju. Njima se mogu analizirati jedino stacionarne vibracije, jer u suprotnom, merenje na jednoj frekvenciji neće biti u vezi sa merenjem na drugoj zbog promene oblika zavisnosti parametara vibracije od vremena.

Analizatori u realnom vremenu, koji koriste paralelno vezane filtre na čije izlaze je priključen po jedan detektor, mogu da prate brze promene ulaznog signala i, da daju kompletan spektar za vrlo kratko vreme (koje se meri u desetim i stotim delovima sekunde). Broj filtera je i ovde proporcionalan željenoj rezoluciji analizatora.

Paralelni analizatori spektra u realnom vremenu su danas potisnuti od strane digitalnih filtera koji su manji, brži i jekniji.



Slika 7.6.3 Spektar dobiven pomocu banke tercnih filtera



Slika 7.6.4 Spektar vibracija istog izvora dobiven pomocu banke oktavnih filtera. Vidljiv je pad rezolucije koji se ogleda u gubitku pojedinosti.

## GLAVA 8

### DETEKCIJA I DETEKTORI

#### 8.1 Detektori

Kako je to već ranije rečeno, rezultat merenja vibracije je raspodela energije vibracije po frekvencijama. Prisustvo komponente frekvencije w u spektru vibracije se utvrđuje frekventnom analizom, dok se njen energetski sadržaj utvrđuje detekcijom u delu koji se naziva detektorom. Na ulaz u detektor se dovode komponente vibracije iz izabranog dela spektra vibracije, dok se na njegovom izlazu javlja signal koji je proporcionalan jednom od sledećih pokazatelja nivoa vibracije:

- vršnoj vrednosti,
- efektivnoj vrednosti, ili
- srednjoj vrednosti.

O svakom od ovih pokazatelja je bilo već reči u glavi 4. Na ovom mestu će se razmatrati neki problemi, koji se javljaju u praksi pri projektovanju i upotrebi detektora.

#### 8.2 Kvadriranje

Najprivlačniji pokazatelj nivoa vibracije je svakako njegova efektivna vrednost zbog svoje veze sa energetskim sadržajem vibracije. Međutim, pri realizaciji pretvarača sa odzivom na efektivnu vrednost ulaznog signala postoji niz problema, koji se, sa manje ili više uspeha, rešavaju primenom raznih tehničkih rešenja [10]. Najčešća rešenja obuhvataju određivanje efektivne vrednosti merenjem topote, koju na otporniku izaziva ulazni signal, te razne metode koje se zasnivaju na kvadriranju ulaznog signala analognim ili digitalnim putem.

Kao nedostatak prve metode se obično navodi njena topotna inertacija, kao i relativno mala osetljivost. Nedostatak metode kvadriranja ulaznog signala je u povećanju greške pri merenju impulsnih signala (kod kojih je odnos vremena trajanja signala i pauze malo).

Kvadriranje signala se sprovodi sintezom kvadratne karakteristike pomoću dioda, upotrebom analognih množaća, upotrebom logaritamskih pojačavača i digitalnim kolima uz odgovarajuću analogno-digitalnu konverziju signala. Svim rešenjima je svojstvena zavisnost izlaznog od ulaznog napona oblika

$$v_o = \alpha v_i^2 \quad (8.2.1)$$

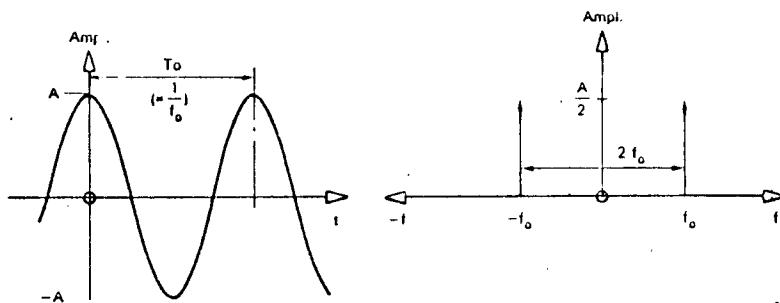
### 8.3 Usrednjavanje

Efektivna vrednost spektralne komponente vibracije je, po definiciji, srednja vrednost kvadrata njene trenutne vrednosti, pri čemu je interval vremena, tokom kojeg se signal usrednjava, beskonačno dug. Ovaj uslov u praksi, naravno, nije moguće zadovoljiti, te se nameće problem izbora vremena usrednjavanja.

Pri uskopojasnom filtriranju bi se mogla iz spektra ulaznog signala izdvojiti jedna jedina harmonijska komponenta vibracije. Pri određivanju njene efektivne vrednosti je dovoljno da vreme usrednjavanja bude jednako periodu oscilovanja ove komponente, kao je to pokazano u glavi 4. Efektivna vrednost ove komponente je jednak FOURIÉROVOJ transformaciji kvadrata njene trenutne vrednosti.

U praksi je teško načiniti uređaj koji će vršiti FOURIÉROVU transformaciju. Umesto njega se koristi takozvani filter propusnik niskih frekvencija.

Slika 8.3.1 prikazuje harmonijsku komponentu vibracije u vremenskom i frekventnom domenu.

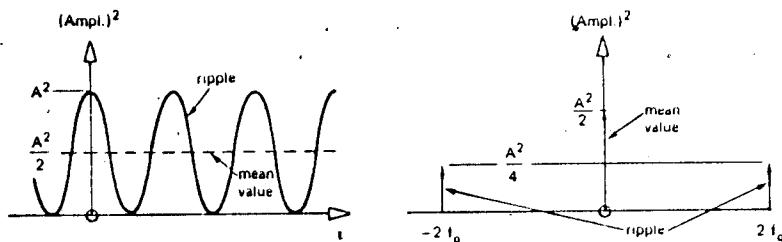


Slika 8.3.1 Harmonijska spektralna komponenta

Kvadriranjem ove komponente se dobija signal, koji je prikazan slikom 8.3.2. Analitički oblik njegove zavisnosti je dat izrazom

$$v^2(t) = V^2(\omega_0) e^{j2\Omega_0 t} + 2|V(\Omega_0)|^2 + V^2(-\Omega_0) e^{-j2\Omega_0 t} \quad (8.3.1)$$

Izgled kvadrata trenutne vrednosti harmonijske komponente u vremenskom i frekventnom domenu je prikazan na slici 8.3.2.



Slika 8.3.2 Kvadrat spektralne komponente

Sa slike 8.3.2 se vidi, da kvadrat trenutne vrednosti signala osciluje oko svoje efektivne vrednosti amplitudom, koja odgovara polovini kvadrata vrednosti amplitudе ulaznog signala, i dvostrukom frekvencijom u odnosu na ulazni signal. Ako bi se ove fluktuacije otklonile, preostala bi tražena efektivna vrednost.

U frekventnom domenu, efektivnu vrednost signala predstavlja jednosmerna komponenta kvadrata trenutne vrednosti harmonijske komponente. Osim nje, u spektru se nalaze još i dve obrtnе komponente, čije su vrednosti frekvencije jednake dvostrukoj frekvenciji signala na ulazu u detektor.

Dobijanje efektivne vrednosti se može postići uklanjanjem obrtnih komponenata iz ovog spektra. Za to može da posluži i filter propusnik niskih frekvencija, čija je prenosna funkcija data izrazom

$$W_{NF}(\omega) = \frac{\Omega}{\Omega + j\omega} \quad (7.2.7)$$

i čija je prelomna frekvencija izabrana tako, da bude niža od frekvencije obrtnih komponenata, tj.

$$\Omega < 2\Omega_0 \quad (8.3.2)$$

Amplitudno-frekventna karakteristika ovog filtra je

$$W_{NF} = \frac{\Omega}{\sqrt{\Omega^2 + \omega^2}} \quad (8.3.3)$$

Efektivna širina propusnog opsega ovog filtra je

$$B_{eff} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Omega^2}{\Omega^2 + \omega^2} d\omega$$

$$= \frac{\Omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\xi}{1+\xi^2} \quad \left[ \xi = \frac{\omega}{\Omega}, \quad d\omega = \Omega d\xi \right]$$

$$= \frac{\Omega}{2} \quad (8.3.4)$$

Imajući u vidu da je recipročna vrednost efektivne širine propusnog opsega filtra jednako efektivnom vremenu usrednjavanja, to je za ovaj filter

$$T = \frac{2}{\Omega} \quad (8.3.5)$$

Što je vreme usrednjavanja veće, manja je vrednost prelomne frekvencije filtra, te su obrtne komponente u spektru kvadrata trenutne vrednosti signala jače prigušene, i fluktuacije izlaznog signala oko efektivne vrednosti su manje. Sa druge strane, veće vreme usrednjavanja produžava vreme merenja, te je ovde potrebno naći kompromis.

Ukoliko je spektar ulaznog signala kontinualan, a filtriranje u analizatoru spektra se vrši sa konačno velikom vrednošću širine propusnog opsega B, fluktuacije izlaznog signala iz kola za kvadriranje oko efektivne vrednosti su stohastičke, kako je to pokazano u literaturi [11]. Smanjenje fluktuacija u cilju dobijanja efektivne vrednosti ovakvog signala se, takođe, može vršiti filtrom propusnikom niskih frekvencija.

Efektivna vrednost signala će, nakon ovakve obrade, biti jednaka očekivanoj vrednosti signala na izlazu pomenutog filtra, dok će greška merenja biti jednaka standardnoj devijaciji ovih fluktuacija.

Što je veće vreme usrednjavanja, manje će biti fluktuacije, te će i greška određivanja efektivne vrednosti biti manja. Kompromis u izboru trajanja usrednjavanja je izabrana vrednost relativne greške

$$\epsilon = \frac{\sigma}{V_{\text{eff}}} \quad (8.3.6)$$

gde je:  $\sigma$  - standardna devijacija fluktuacija, i  
 $V_{\text{eff}}$  - efektivna vrednost signala na ulazu u detektor.

Pokazuje se, da je vrednost greške efektivne vrednosti povezana sa širinom propusnog opsega B filtra u analizatoru, i vremenom usrednjavanja T detektora preko jednakosti

$$\epsilon = \frac{1}{\sqrt{BT}} \quad (8.3.7)$$

Odabiranjem željene vrednosti širine propusnog opsega filtra u analizatoru spektra i željene vrednosti greske, korištenjem gornjeg izraza je moguće izračunati potrebno vreme usrednjavanje.

#### 8.4 Vreme odziva detektora

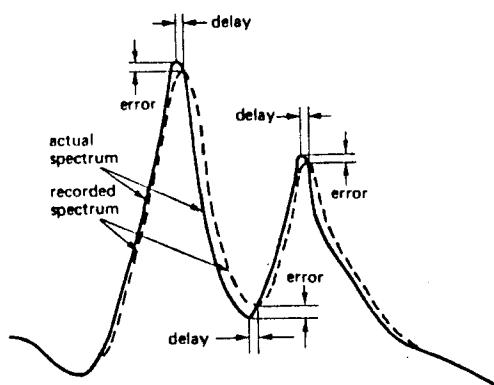
Neophodnost vremena usrednjavanja leži u samoj definiciji efektivne vrednosti signala. Kada se filter u analizatoru dovede u željenu oblast spektra, njegova centralna frekvencija bi trebala da ostane nepromenjena tokom trajanja usrednjavanja. Međutim, pri analizi koja se vrši laganim prebrisavanjem spektra, centralna frekvencija filtra se menja, što dovodi do tzv. kašnjenja spektra i do grešaka u određivanju vrednosti spektralnih komponenata.

Kašnjenje spektra je greška koja se satoji u tome, da se upravo dobijena efektivna vrednost pripše trenutnoj vrednosti centralne frekvencije filtra u analizatoru, mada ona u stvarnosti pripada onoj vrednosti, koju je filter imao na početku usrednjavanja. Naravno, što je brzina prebrisavanja manja, to je manje kašnjenje spektra.

Zbog promene centralne frekvencije filtra tokom usrednjavanja, u izgradnji vrednosti signala na izlazu detektora učestvuje više komponenata, i ona više ne predstavlja efektivnu vrednost jedne od njih. Sto duže ostaje filter u okolini frekvencije ispitivane komponente, to je manja greška u određivanju njene efektivne vrednosti.

Vreme, potrebno da detektor da pravu vrednost na svom izlazu, se naziva vremenom odziva detektora, i ono najvećim delom potiče od vremena usrednjavanja.

Na slici 8.4.1 je prikazana greška i kašnjenje u spektru vibracije.



Slika 8.4.1 Kašnjenje i greska spektra

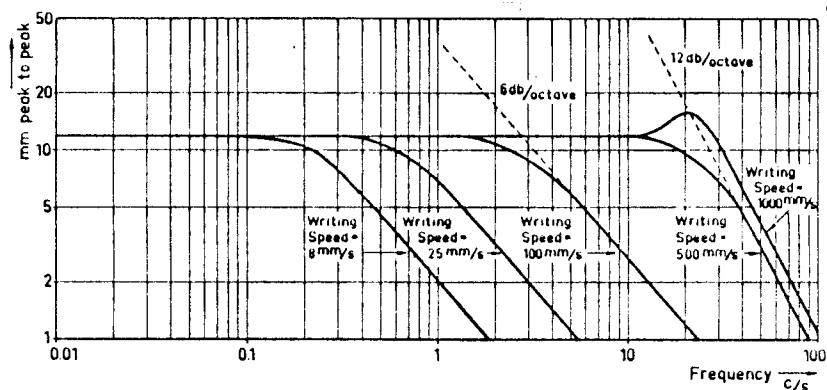
### 8.5 Pisači

Da bi nakon merenja ostao trajan dokumenat o njemu, potrebno je da se rezultati zabeleže na papiru. Za to služe razni stampaci i pisači. Kod snimanja spektara je upotreba pisača neizbežna.

Pisač, kao element u mernom sistemu, dodatno ograničava brzinu prebrisavanja spektra. Veličina ovog uticaja zavisi od toga da li se na njegov ulaz dovodi naizmenični signal iz filtra (engl. AC RECORDING), ili jednosmerni signal iz detektoru (engl. DC RECORDING).

#### a) zapis naizmeničnog signala

Kada mu se na ulaz dovede naizmenični signal sa analizatora, u pisaču se on ispravlja i kvadrira kao u detektoru mernog uređaja, ali pogonski sistem pera deluje kao niskofrekventni filter, i određuje vreme usrednjavanja. Slika 8.5.1 prikazuje odziv pisača u frekventnom domenu za različite brzine pera.



Slika 8.5.1 Tipični odziv pisača na konstantnu amplitudu ulaznog signala za različite brzine pisanja

Sa slike se vidi da veća brzina odgovara većoj vrednosti prelomne frekvencije i manje vreme usrednjavanja. Prema tome, ako se želi postići veće vreme usrednjavanja u cilju smanjenja fluktuacija, potrebno je smanjiti brzinu zapisivanja pisača.

#### b) zapis jednosmernog signala

Ovaj slučaj nastaje kada se jednosmerni signal sa detektora dovodi na ulaz pisača. Kako je usrednjavanje signala već urađeno u detektoru, ono je bolje definisano u odnosu na zapis naizmeničnog signala. Pogonski sistem pera će dodati izvesno kašnjenje koje odgovara njegovom vremenu usrednjavanja. Ono je, ipak, toliko malo, da se u većini slučajeva može zanemariti. Grešku u amplitudi i položaju spektralne komponente će proizvesti usrednjivanje u detektoru.

Prema ranije rečenom, zapis gotovog jednosmernog signala ima više prednosti od zapisa naizmjeničnog signala. Kao dodatna prednost se može dodati i činjenica da većina pisača nema mogućnost izbora pokazatelja nivoa signala, tako da se signal mora pripremiti u posebnom detektoru.

**IV DEO**

**PRAKTIČNA ANALIZA  
STACIONARNIH MEHANIČKIH VIBRACIJA**

## GLAVA 9

### PRAKTIČNA PRIMENA MERENJA VIBRACIJE

#### 9.1 Oblasti primene merenja vibracije

Sva merenja vibracije spadaju u jednu od sledeće četiri velike grupe:

##### i) vibracijsko testiranje

U toku projektovanja i u fazi opšteg testiranja, vibracijsko testiranje daje podatke koje ukazuje na buduću osjetljivost proizvoda i njegovih delova na uticaj vibracija iz okoline. Tokom ovog testiranja, proisvod se podvrgava visokim nivoima vibracija, koji će proizvode posebnim pobudivačima, i prati se njegov rad. Merenje vibracija ovde ima dvostruku ulogu:

a) u kontrolnom lancu pobudivača vibracije, povratna informacija sa merača njegovih vibracija obezbeđuje stabilnost uslova testiranja, i

b) informacije sa merača na pojedinim delovima proizvoda daju uvid u njihovo ponašanje u ostvarenim uslovima.

##### ii) praćenje stanja mašina i dijagnoza kvarova

Troškovi održavanja mašina se mogu znatno smanjiti praćenjem stanja mašina i pravovremenom intervencijom na osnovu procene mogućeg nastajanja kvara. Povećanje nivoa vibracije tokom eksploatacije mašina ukazuje na pogoršanje njihovog stanja. Frekventnom analizom je moguće lokalizovati neispravan deo. Kada nivo vibracije ovog dela mašine dostigne svoju kritičnu vrednost, zamnjuje se novim. Na taj način su delovi mašine maksimalno iskorišteni, a mogućnost iznenadnog kvara svedena na minimum.

##### iii) strukturalna analiza

Ovo je efikasna eksperimentalna metoda za određivanje osobina mehaničkih struktura. Struktura se kontrolisano pobuduje na vibracije, a njen odziv nosi potrebne informacije za proveru ispravnosti projekta i izbor mesta i oblika eventualnih izmena koje treba izvršiti da bi njeno ponašanje zadovoljilo postavljene kriterijume.

#### iv) merenje dejstva vibracije na čoveka

Merenja vibracije, kojima je čovek gotovo stalno izložen, se mogu odrediti uslovi pod kojima neće biti narušena njegova udobnost i njegovo zdravlje. Podaci, koji se tim putem dobijaju, mogu pomoći da se definisu standardi za uslove koje moraju da ispunjavaju snažniji izvori vibracija u čovekovoj okolini (npr. u prevoznim sredstvima, kod ručnih alatki itd).

#### 9.2 Mašine i njihove vibracije

Idealna mašina ne proizvodi vibracije, jer se sva dovedena energija troši na koristan rad. Kod realnih mašina, vibracije nastaju kao stetan efekat pri prenosu periodičnih sila preko njenih delova. Elementi mašine deluju pri tome jedna na drugu, i energija se rasipa u obliku vibracija.

Dobro projektovana i ispravna mašina proizvodi nizak nivo vibracija. Međutim, usled međusobnog dejstva delova, nastaju deformacije na njima: pojavljuje se debalans kod obrtnih delova, ležajevi se troše, tolerancije delova se povećavaju itd. Ove promene izazivaju povećanje nivoa vibracija, što predstavlja dodatno opterecenje mašina. Kraj ovog kumulativnog procesa je otkaz mašine uz znatna mehanička oštecenja.

Svaka mašina ima svojstveni spektar vibracija sa karakterističnim frekvencijama istaknutih komponenata vibracije. Tokom eksplotacije mašine, položaji ovih komponenata u spektru ostaju, menjaju se samo njihovi nivoi.

Neposredno nakon izrade i sklapanja, delovi mašine još nisu sasvim prilagođeni jedni drugima, i javljaju se pojačane vibracije. Nakon kraćeg vremena eksplotacije, delovi su, usled habanja, prilagođeni jedni drugima i nivo vibracije je minimalan.

U ovom delu eksplotacije, merenje vršne i efektivne vrednosti vibracije će dati sliku o normalnom stanju mašine, jer će odnos ovih vrednosti biti mali (oko 3:1 do 5:1). Ova informacija govori o tome, da su vibracije koncentrisane u donjem delu spektra, u blizini frekvencije pobudnih sila. Spektralna analiza će to i potvrditi.

Kako vreme odmiče, usled raznih dejstava, tolerancije između delova postaju sve veće, što prouzrokuje povećanje nivoa vibracija. Merenje njene vršne i efektivne vrednosti će pokazati prisustvo lokalnih defekata kod ležajeva. Povećanje tolerancije između delova prouzrokuje smanjenje prigušenja viših frekvencija vibracije, te su one u većoj meri prisutne u spektru. Relativno visok odnos vršne i efektivne vrednosti (10:1 do 20:1) upravo to i pokazuje. Kod poodmakle faze ovih oštecenja se može čuti tzv. zviždanje ležajeva.

Kao što se vidi, merenje ukupnog nivoa vibracije već može dati uvid u stanje mašine. Vrednost ukupnog nivoa vibracije najviše zavisi od amplituda dominantnih komponenata u spektru. Spektralna analiza će, međutim, dati raspodelu amplituda po frekvencijama. Neka od spektralnih komponenata, čija je amplituda mala, može ipak nositi važnu informaciju. Naime, spektar vibracije nastaje kao umnožak spektra sile i prenosne funkcije mašine kao mehaničkog

sistema. Ako na sistem deluje sila frekvencije  $\omega$ , a prenosna funkcija sistema za tu frekveniju ima malu vrednost, amplituda spektralne komponente vibracije te frekvencije će biti mala. Prisustvo sile velike amplitude znači veliko naprezanje delova mašine koji završava lomom usled zamora materijala, ili nekim drugim kvarom. Zbog toga je, qsim merenja ukupnog nivoa, poželjno izvršiti i spektralnu analizu vibracije radi sticanja boljeg uvida u procese koji se u mašini odigravaju.

Svaki deo mašine, koji oseća dejstvo promenljive sile, će dobiti povećanje amplitude za nju karakterističnih spektralnih komponenata vibracije. Mašina u celini će, zbog toga, imati karakterističan spektar. Povećanje amplitude nekih od spektralnih komponenata će ukazivati na postojanje nepravilnosti delova, za koje su ove komponente karakteristične. Praćenjem promena u spektru je moguće otkriti i lokalizovati kvar. Ovo je tzv. dijagnostika kvara.

Neki od uzroka pojave vibracija su:

#### **a) debalans obrtnih delova**

Ovo je najčešći uzrok povišenja nivoa vibracije. Prepoznaće se po tome, što je usmerenje vibracija radijalno u odnosu na osu obrtanja delova, a njena frekvencija je po iznosu jednak njihovom broju obrtaja u sekundi.

#### **b) deformacije osovina i vratila**

Jedan od čestih izvora vibracija. Povećani nivo vibracije uočljiv obično na frekvenciji obrtanja, često i na dvostrukoj, a ponekad i na tri i četiri puta većoj vrednosti frekvencije od ove. Usled deformacija osovina i vratila se javljaju i radijalne i akcijalne vibracije.

#### **c) oštecenje obrtnih delova kotrljajućih ležajeva**

Ova oštecenja prouzrokuju vibracije na višim frekvencijama, u intervalu od 2 do 60kHz. Postoje empirijski izrazi za proračun frekvencije vibracije u zavisnosti od vrste oštecenja na ležajevima (videti prilog).

#### **d) odvajanje ležaja rukavca od kućišta**

Zbog različitog sirenja materijala pri zagrevanju, može doći do njihovog odvajanja. Ova pojava se javlja kod ležajeva, pri čemu osa vratila više nije stabilna. Na ovaj način nastaju radijalne vibracije, čije su frekvencije obično  $1/2$  ili  $1/3$  od frekvencije obrtanja vratila. Kada se mašina ohladi, tolerancije delova će poprimiti nominalne vrednosti, i ovaj uzrok ostaje neprimeti.

#### **e) vrtloženje ulja u ležaju rukavca**

Usled velike brzine kretanja delova turbo-mašina, u ležajevima može doći do vrtloženja uljnog filma. Ove radijalne vibracije se javljaju na oko 42% do 48% od frekvencije obrtanja vratila.

### f) oštećenja zupčanika

Oštećenja zubaca i ekscentricitet zupčanika mogu izazvati pojavu snažnih vibracija na frekvenciji zahvaćanja zupčanika, koja je jednaka umnošku njegove frekvencije obrtanja i broja zubaca, kao i na harmoničnim frekvencijama. Ove vibracije su i aksijalne i radikalne. Kod ekscentriciteta su prisutne amplitudno modulisane vibracije, koje se prepoznaju po oscilovanju amplitude karakterističnih spektralnih komponenata u vremenskom domenu, tj. popostojanju dodatnih spektralnih linija tik uz karakterističnu. Ove dodatne linije mogu da se otkriju korištenjem uskopojasne frekventne analize.

### g) vibracije usled električnog oštećenja mašine

Vibracije, prouzrokovane električnim oštećenjem pogonskog motora, se javljaju na frekvenciji obrtanja ili na sinhronoj frekvenciji motora. Prepoznaju se po tome, što nestaju sa isključenjem motora iz električne mreže. Ove vibracije su i radikalne i aksijalne.

### 9.3 Kriterijumi jačine vibracije

Da bi se na osnovu merenja moglo proceniti stanje mašine, rezultati se upoređuju sa nekim od propisanih standarda. Većina standarda se odnosi na efektivne vrednosti brzine u opsegu frekvencija od 10Hz do 1kHz, iako praksa pokazuje da se često važne komponente nalaze na višim frekvencijama.

Ipak, standardima su preporučene granične vrednosti nivoa vibracija za ocenu stanja mašina prema njihovim veličinama. Ove vrednosti se najčešće odnose na ukupni nivo vibracija. Nakon višegodišnjeg iskustva je analitičar u stanju da iz rezultata merenja proceni ne samo stanje mašine, već i eventualne uzroke pojačanih vibracija.

Iskustvo pokazuje da nije dovoljno pratiti samo ukupni nivo vibracija, ili samo najizraženije komponente u spektru. Nekada su i komponente sa sasvim malim amplitudama od izuzetne važnosti. Naime, vrednost amplitude merenog parametra vibracije mašine pri nekoj frekvenciji je jednaka proizvodu amplitude komponente sile te frekvencije i odzivu mašine na toj frekvenciji. Prema tome, ako je amplituda neke komponente sile velika, a osjetljivost mašine na silu te frekvencije mala, i njene će vibracije na toj frekvenciji biti male. Kako se osjetljivost (odziv) ne menja bitno tokom vremena, sledi da će promene nivoa vibracije verno pratiti promene intenziteta sile koja ih izaziva. Stoga će promenjeni uslovi rada moći biti ustanovljeni praćenjem i onih komponenata sa malom amplitudom.

Najboljom se pozala metoda koja se satoji iz snimanja spektra vibracija kod nove mašine, te praćenja promene amplituda karakterističnih komponenata. Ako se sada na ovu komponentu primene standardi za vrednost promene ukupnog nivoa vibracije, dobija se mnogo

bolja ocena stanja mašine. Na osnovu spektralne analize moguće lokalizovati kvar i dati procenu njegovog uzroka.

Kao što se vidi, veoma je veliki značaj merenja kako ukupnog nivoa vibracije, kao i snimanje njenog spektra.

## GLAVA 10

### PRAKTIČNA ANALIZA STACIONARNIH VIBRACIJA

#### 10.1 Analizatori sa skokovitom promenom frekvencije

U ovoj glavi će biti navedene neke preporuke u pogledu vrednosti parametara analize.

Širinu propusnog opsega određuju filtri u uzabranom uredaju, tako da se na ovaj parametar najčešće ne može uticati. Parametri, koji se mogu birati su:

- vreme usrednjavanja T
- izbor vrste zapisa,
- brzina pisaca, i
- brzina papira (vreme zadržavanja na jednoj frekvenciji).

##### a) vreme usrednjavanja

U slučaju determinističkih signala je izbor trajanja usrednjavanja određeno dopuštenim nivoom fluktuacija. Iskustvo pokazuje, da se zadržavanje amplitude fluktuacija unutar vrednosti od  $1/4$  dB u odnosu na amplitudu merene komponente može postići takvim izborom vremena usrednjavanja da je

$$T \geq \frac{3}{f} . \quad (10.1.1)$$

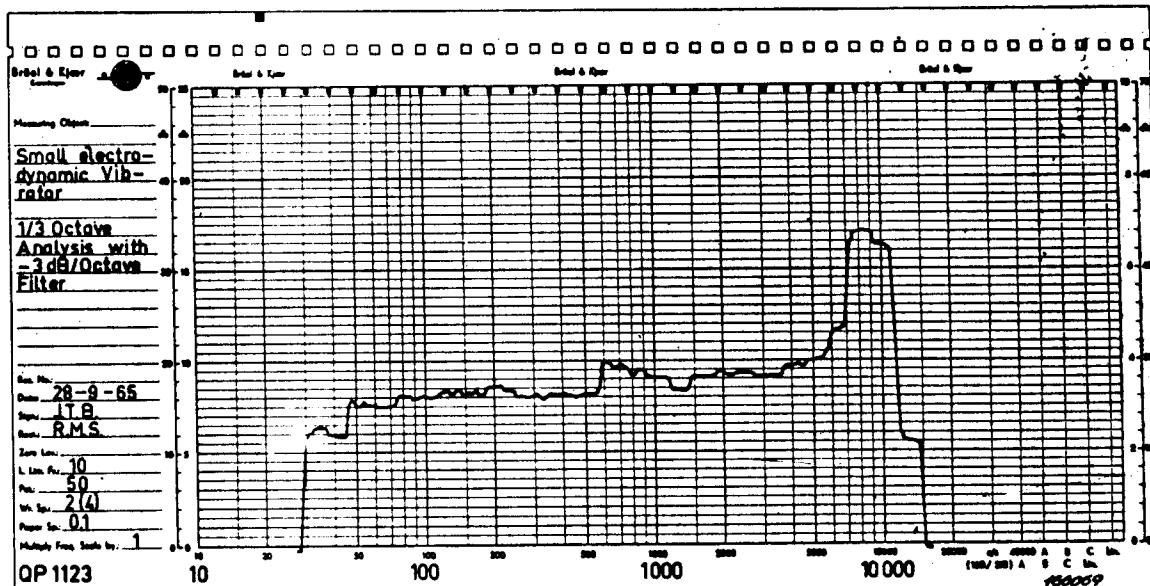
gde je f frekvencija merene komponente.

Ako se unutar propusnog opsega filtra nalazi nekoliko komponenata, u izrazu (10.1.1) se kao f uzima vrednost najmanje razlike između frekvencija dve susedne komponente. Ako je broj komponenata unutar propusnog opseg velik, mogu se primeniti preporuke koje se odnose na stohastičke signale.

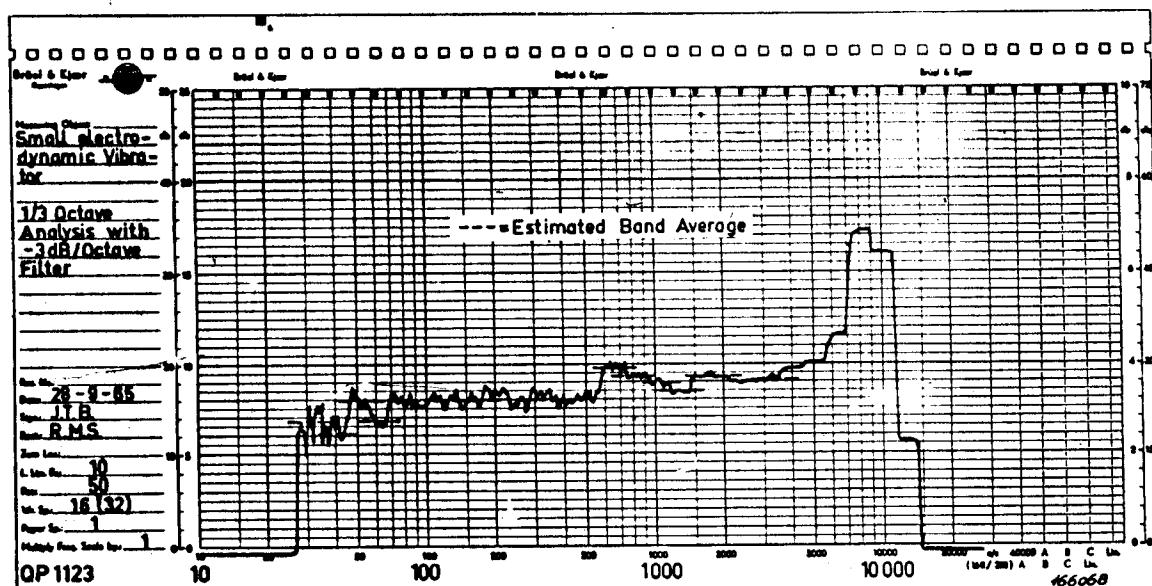
U slučaju stohastičkih sila se potrebno vreme usrednjavanja može odrediti pomoću izraza

$$T = \frac{1}{\sigma^2 B} , \quad (10.1.2)$$

gde je  $\sigma$  željena standardna devijacija fluktuacija, a B širina propunog opsega filtra [12].



Slika 10.1.1 Spektar dobiven bankom tercnih filtera

Slika 10.1.2 Spektar istog izvora dobiven sa kratkim vremenom usrednjavanja.  
Jasno se vidi povećanje fluktuacija**b) izbor vrste zapisa**

Kada god je to moguće, treba birati jednosmerni zapis, tj. dovodenje gotovog detektovanog signala na ulaz pisača. Zapis naizmeničnog signala se bira jedino ako detektovani signal nema do-

Ijan dinamički opseg za pobudu jednosmernog pisača. Ako postoji obe mogućnosti, treba izvršiti probno merenje i izabrati onu koja daje bolje rezultate.

### c) izbor brzine pisača

Brzina pisača nije kritična kod jednosmernog zapisa, i može ići sve do vrednosti od  $1\text{cm/s}$ . Kod naizmeničnog zapisa je ona ograničena potrebnim vremenom usrednjavanja.

### d) izbor brzine papira

Brzina papira je određena vremenom usrednjavanja, i bira se tako, da pero postigne stabilan otklon i da se na njemu zadrži toliko dugo da se na papiru može iscrtati dovoljno jasan plato.

Brzinu papira kod jednosmernog zapisa ograničava vreme odziva filtra. Za grubu procenu potrebne brzine se koristi iskustvena formula

$$w_s = \frac{B}{5 \cdot T} \quad (10.1.3)$$

gde je  $w_s$  brzina papira.

Kod naizmeničnog zapisa je brzina pera ograničavajući faktor brzine postizanja stabilnog otklona pera. Ako je izabrana veća brzina pera, tada i brzina papira može biti veća. Kako je brzina pera u uskoj vezi sa karakteristikama pisača, potrebno je pridržavati se preporuke proizviđača, ili izvršiti seriju probnih snimanja sa njim, i zatim koristiti stekeno iskustvo.

## 10.2 Analizator sa kontinualnom promenom frekvencije

Pre merenja ovim uređajima je potrebno odgovoriti na sledeća pitanja:

- konstantna apsolutna ili konstantna relativna širina propusnog opsega?
- linearna ili logaritamska frekventna skala?
- vrednost širine propusnog opsega?
- vreme usrednjavanja?
- brzina prebrisavanja?
- brzina pera?
- brzina papira?

### a) izbor vrste širine propusnog opsega

Konstantna apsolutna širina propusnog opsega se bira u slučajevima:

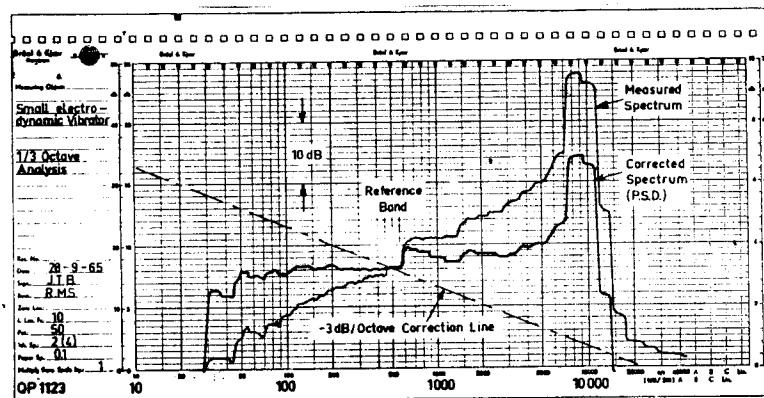
- kada je frekventna skala linearna,
- kada su vibracije determinističke, sa jasno izraženim har-

- monicima ili diskretnim komponentama drugog porekla,
- kada se merenje vrši radi upoređenja sa merenjem koje je izvršeno sa konstantnom apsolutnom širinom propusnog opsega.

Konstantna relativna širina propusnog opsega se bira:

- kada je frekventna skala logaritamska,
- kada se snima spektar stohastičkih vibracija,
- kada je običajena upotreba relativne širine propusnog opsega (npr. kod akustičnih merenja),
- kada se merenje vrši radi upoređenja sa merenjem koje je izvršeno sa konstantnom relativnom širinom propusnog opsega.

Kod stohastičkih vibracija treba uzeti u obzir povećanje prenesene snage kroz filter sa konstantnom relativnom širinom propusnog opsega za 5dB za svaku polovinu dekade pri promeni njegove centralne frekvencije. Kod savremenijih uređaja se mogu naći oslabljivači koji vrše automatsku korekciju ove greške.



Slika 10.1.1 Spektar snimljen analizatorom sa konstantnom relativnom vrednošću propusnog opsega sa i bez korekcije

#### b) izbor frekventne skale

Izbor linearne frekventne skale je poželjna u slučajevima:

- kada u spektru vibracije dominiraju harmonične komponente ili ekvidistantne komponente druge prirode (npr. bočne komponente kod prisutne amplitudne modulacije),

- kada se prebrisani frekventni opseg uzan,
- kada se merenje vrši radi upoređenja sa merenjem koje je izvršeno sa linearnom frekventnom skalom.

Izbor logaritamske skale je opravдан:

- kada se koristi analizator sa konstantnom relativnom širinom propusnog opsega,
- kada je potrebno pokriti široki opseg frekvencija,
- kada se žele istaci odnosi koji su linearni u log-log koordinatnom sistemu, kao što su integracija, diferenciranje, kompenzacija greške u spektralnoj raspodeli snage usled promene širine propusnog opsega pri promeni centralne frekvencije filtra.

### c) izbor širine propusnog opsega

Zahtev, koji se postavlja pri snimanju spektra vibracije, je da se dobiju što je moguće tačniji podaci za što kraće vreme. Za ispunjenje ovog zahteva se mora zadovoljiti uslov da greška ne sme zavisiti od frekvencije, što se postiže ako se proizvod širine propusnog opsega i vremena usrednjavanja drži konstantnim.

Kod analize sa konstantnom apsolutnom širinom propusnog opsega je ovaj uslov zadovoljen ako su brzina prebrisavanja i vreme usrednjavanja konstantni:

$$\frac{d\omega}{dt} = c, \quad (10.2.1)$$

gde je  $c$  za sada nepoznata konstanta. Najbrže prebrisavanje, koje još može poslužiti za brzo određivanje spektra, je ono kod koga se interval frekvencije jednak širini propusnog opsega  $B$  prebriše za vreme usrednjavanja  $T$ . Brzina prebrisavanja je

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{B}{T}, \quad (10.2.2)$$

odakle se, obzirom na izraz (10.1.2), dobija da je

$$\frac{d\omega}{dt} = \sigma^2 B^2. \quad (10.2.3)$$

Kod analize sa konstantnom vrednošću relativne širine propusnog opsega takođe važi izraz (10.2.3), ali se mora uzeti u obzir da je relativna širina propusnog opsega

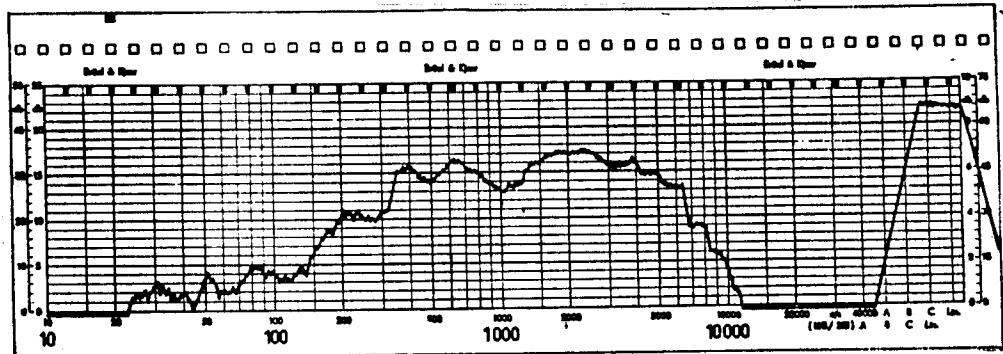
$$b = \frac{B}{\omega} = \text{const.} \quad (10.2.4)$$

Imajući u vidu izraze (10.1.2), (10.2.2) i (10.2.4) se dobija da je

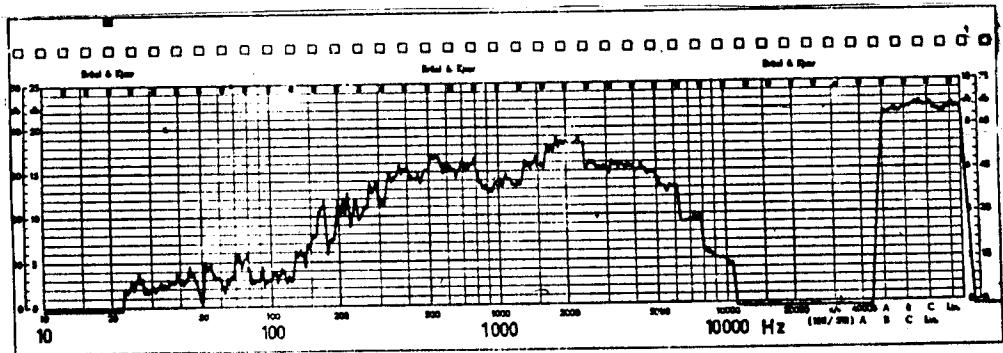
$$\frac{d\omega}{dt} = \sigma^2 b^2 \omega^2. \quad (10.2.5)$$

Na slikama 10.2.1(a), (b) i (c) su prikazani snimci vibracija istog izvora pri različitim brzinama prebrisavanja. Pri manjoj brzini, kojoj odgovara duže vreme usrednjavanja, nisu izražene fluktuacije, ali je odziv sporiji, što se vidi po strmini linijski.

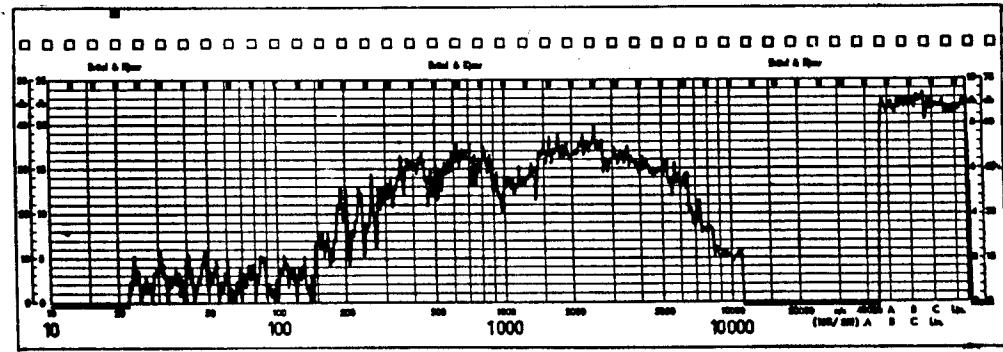
Kako je frekventna skala spektra logaritamska, brzina prebrisavanja nije jednaka za sve dekade. Ona se može odrediti množenjem naznačene vrednosti u milimetrima skale po sekundi sa rezolucijom papira, koja se izražava u vrednostima frekvencije po milimetru.



Slika 10.2.1(a) Spektar vibracija snimljen brzinom  
prebrisavanja od 40mm/s.



Slika 10.2.1(b) Spektar vibracija snimljen brzinom  
prebrisavanja od 160mm/s.



Slika 10.2.1(c) Spektar vibracija snimljen brzinom  
prebrisavanja od 680mm/s.

Na osnovu gore izvedenih izraz se može odrediti vreme potrebno za snimanje spektra i to:

- za konstantnu absolutnu širinu propusnog opsega:

$$\begin{aligned} T_m &= \int_{\omega_d}^{\omega_g} \frac{d\omega}{c_1}, \\ &= \frac{\omega_g - \omega_d}{\sigma^2 \cdot B}, \end{aligned} \quad (10.2.6)$$

- za konstantnu relativnu širinu propusnog opsega:

$$\begin{aligned} T_m &= \int_{\omega_d}^{\omega_g} \frac{d\omega}{\sigma^2 b^2 \omega^2}, \\ &= \frac{1}{\sigma^2 \cdot b^2} \left( \frac{1}{\omega_d} - \frac{1}{\omega_g} \right), \end{aligned} \quad (10.2.7)$$

gde su  $\omega_g$  i  $\omega_d$  gornja i donja granica prebrisavanja, a  $T_m$  vreme merenja.

Širina propusnog opsega treba da bude oko jedne trećine rastojanja između najbližih komponenata u spektru, da bi se one mogle razdvojeno videti. Ako su komponente daleko jedna od druge, širina propusnog opsega treba odabrati uzimajući u obzir i brzinu prebrisavanja.

Kod stohastičkih vibracija, širina propusnog opsega ne bi trebala biti veća od trećine širine najužeg pika u spektru da bi se njegov položaj mogao jasno videti.

Kod vibracija, koje sadrže i determinističke i stohastičke komponente, širinu propusnog opsega treba prilagoditi determinističkim komponentama, i ne vršiti kompenzaciju zbog promene apsolutne širine propusnog opsega.

Pri izboru ostalih parametara važi sve što je rečeno kod analizatora sa skokovitom promenom centralne frekvencije.

## GLAVA 11

### DIGITALNA ANALIZA MEHANIČKIH VIBRACIJA

#### 11.1 Brza FOURIERova transformacija

Brza FOURIERova transformacija (engl. FFT od Fast Fourier Transform) je algoritam za ostvarivanje FOURIERove transformacije na računарима uz zнатног смањења броја извршених аритметичких операција у односу на дискретну трансформацију. Прве публикације се појављују 1965. године, након чега се све више примењују у анализи вибрација. Микроелектронска револуција је доделила да се на тржишту појаве мали батеријски мераџи вибрације, погодни како за теренске, тако и за лабораторијске услове.

Велика предност FFT у односу на остale методе анализе је да се код ње задржавају информације и о фази pojedinih компонената.

У овој глави неће бити poseбно обрађен алгоритам. О томе се може наћи у литератури [13].

#### 11.2 Parametri analize стacionarnih signala

Pre анализе вибрација, аналитичар мора да прilагоди вредности неких параметара мernim uslovima i osobinama digitalne analize. Važniji parametri су:

- frekventni opseg,
- rezolucija,
- ширина пропусног опсега, i
- динамички опсег.

##### a) frekventni opseg

Улазни сигнал у анализатор се најпре узоркује, tj. у току неког временског интервала  $T$  се издвоји  $N$  узорака, који се затим аналогно-дигиталним претварачем преведе у облик погодан за дигиталну анализу. Фреквencija узорковања је, према томе,

$$f_u = \frac{N}{T} . \quad (11.2.1)$$

Pokazuje se, da se transformacijom ovakvog signala može izvršiti spektralna analiza samo do tzv. NYQUISTove frekvencije  $f_N$ , koja odgovara polovini vrednosti frekvencije uzorkovanja. Vrednost NYQUISTove frekvencije ne zavisi pri tome od broja uzoraka.

Frekventni opseg analizatora se, prema tome, proteže od nule do NYQUISTove frekvencije. Da se izbegnu neželjeni efekti zbog prisutnih visokofrekventnih komponenata u ulaznom signalu, na ulaz analizatora se priključuje filter propusnik niskih frekvencija, čija je prelomna frekvencija nešto manja od vrednosti NYQUISTove frekvencije.

#### b) rezolucija

Rezolucija analizatora  $\beta$  na bazi FFT se definiše kao razlika frekvencija dobijenih linija u spektru. Pokazuje se, da rezolucija zavisi od broja uzoraka i frekvencije uzorkovanja:

$$\beta = \frac{f_u}{N} = \frac{2f}{N} . \quad (11.2.2)$$

#### c) širina propusnog opsega

Efektivna širina propusnog opsega analizatora sa FFT je jednaka rezoluciji

$$B = \beta . \quad (11.2.3)$$

Ako se signal sastoji iz  $N$  uzoraka, proširenjem uzorka sa  $N$  nula, te primenom FFT na ovakav signal od  $2N$  uzoraka, rezolucija će biti

$$\beta = \frac{f_u}{2N} , \quad (11.2.4)$$

dok će širina propusnog opsega ostati nepromenjena. Ova analiza će, naravno, trajati duže.

#### d) dinamički opseg

Dinamički opseg je određen brojem bitova sa kojim se vrši izračunavanje spektra. Pokazuje se, da svaki bit podatka nosi 6dB u dinamičkom opsegu. Kako se broj bitova povećava, njihov doprinos proširenju dinamičkog opsega se smanjuje, i dodavanje novih bitova gubi smisao.

### 11.3 Praktično određivanje spektra vibracije primenom FFT

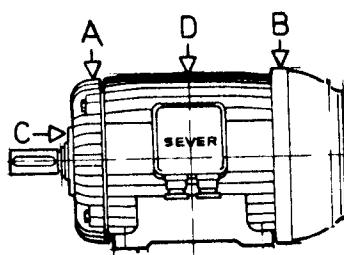
U ovom poglavlju će na dva primera biti ilustrovana analiza vibracija.

Analiza je izvršena uređajem VIBROSPEKT. Osim uzimanja uzoraka u vremenskom domenu i određivanja spektra, ovaj instrument može da vrši i dijagnozu stanja mašine na osnovu prikupljenih podataka i podataka koji su sadržani u njegovoj memoriji. Podaci se mogu prikazati na njegovom ekranu, mogu se sačuvati u memoriji za kasniju obradu u laboratoriji, i mogu se odštampati na ugradenom stampaču. Zapis sadrži važnije podatke koji se odnose na uslove merenja.

#### PRIMER 1:

Kao test objekat je poslužio motor 1ZK20014, proizvodnje SEVERA iz Subotice. To je četvoropolni motor nominalne snage 30kW. Nominalni broj obrtaja rotora je 1470 u minuti. Motor je bio postavljen na gumenu podlogu, a senzor je pridržavan magnetom.

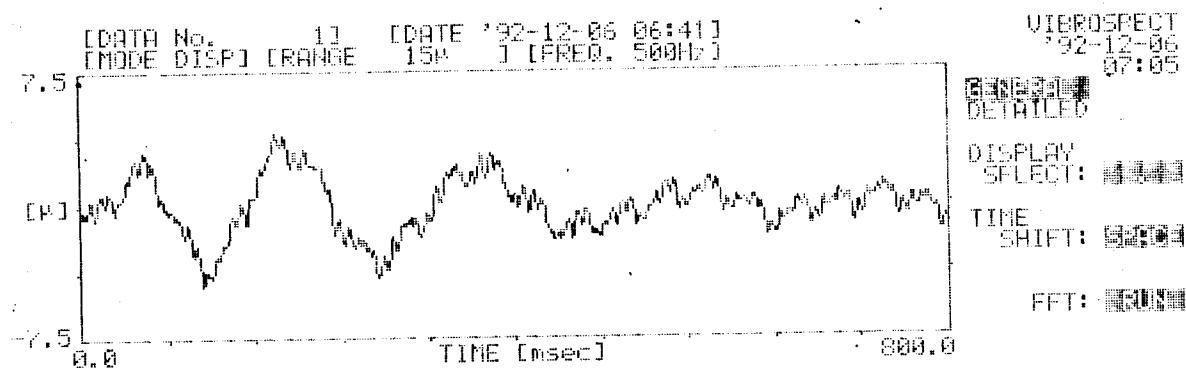
Na slici 11.3.1 je prikazan raspored mernih mesta na motoru.



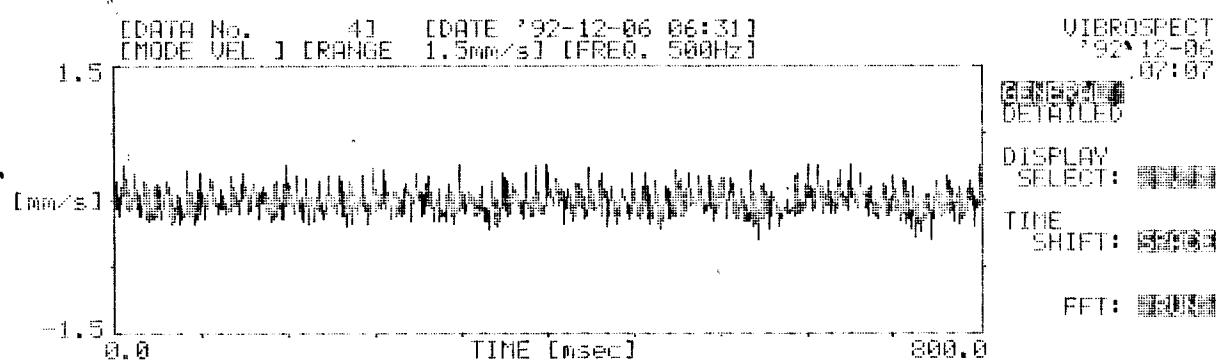
Slika 11.3.1 Tipičan raspored mernih mesta na električnim motorima

Na mernom mestu A se mogu meriti radikalne, a na mernom mestu B aksijalne vibracije, koje nastaju kod prednjeg ležaja. Na mernom mestu C se mogu meriti radikalne vibracije u okolini zadnjeg ležaja, dok se na mestu D mogu meriti ukupne radikalne vibracije.

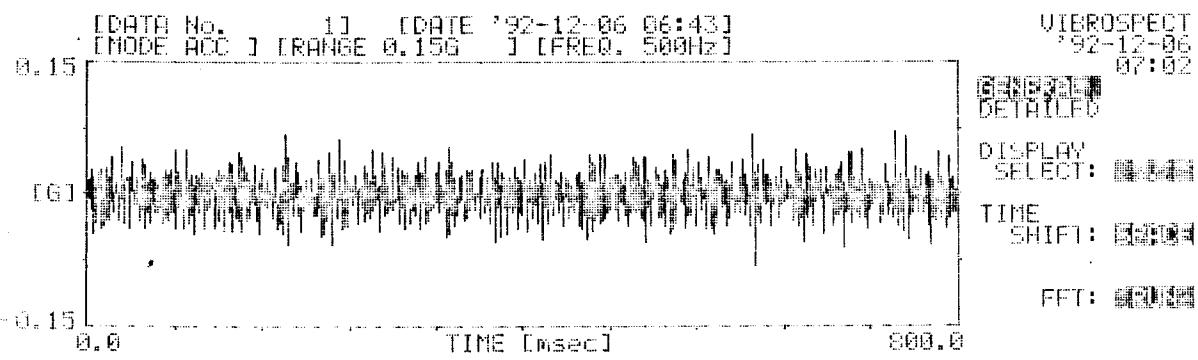
Slike 11.3.2(a), (b) i (c) prikazuju snimak trenutnih vrednosti pomeraja, brzine i ubrzanja tokom vremena na mernom mestu A. Vrednost pomeraja je izražena u mikrometrima, brzine u milimetrima u sekundi, a ubrzanja u odnosu na gravitaciono ubrzanje  $g=9,81 \text{ mm/s}^2$ .



Slika 11.3.2(a) Zapis pomeraja na mernom mestu A.



Slika 11.3.2(b) Zapis brzine na mernom mestu A.



Slika 11.3.2(c) Zapis ubrzanja na mernom mestu A.

Sa slike 11.3.2.(a) se već vizualno mogu odrediti tri niskofrekventne komponente pomeraja. U zapisu pomeraja su, dakle sadržane niske frekvencije.

U zapisu brzine u vremenskom domenu očigledno nedostaju ove niskofrekventne komponente. Zapis je bogatiji oštrim vrhovima, što ukazuje na prisustvo viših frekvencija.

Zapis ubrzanja u vremenskom domenu se gotovo isključivo sastoji od oštrih vrhova, što ukazuje na prisustvo samo visokofrekventnih komponenata vibracije.

Na slici 11.3.3 je prikazan spektar brzine, koji je izračunat na osnovu FFT vremenskog zapisa sa slike 11.3.2(b), u obliku tabele vrednosti deset najintenzivnijih komponenata.

[DATA No. 1]	[DATE '92-12-06 07:08]	VIBROSPECT
[MODE VEL ]	[RANGE 1.5mm/s]	'92-12-06
[FREQ]	[SPECTRUM]	07:10
1 6.25Hz	0.0030mm/s	
2 18.75	0.0030	
3 13.75	0.0022	
4 1.25	0.0015	
5 23.75	0.0015	
6 26.25	0.0015	
7 31.25	0.0015	
8 38.75	0.0015	
9 43.75	0.0015	
10 55.00	0.0015	VALUE : EFFECTIVE

REPLAY:

FFT DISPLAY:

Slika 11.3.3 Tabelarni pregled amplituda najintenzivnijih komponenata brzine vibracije.

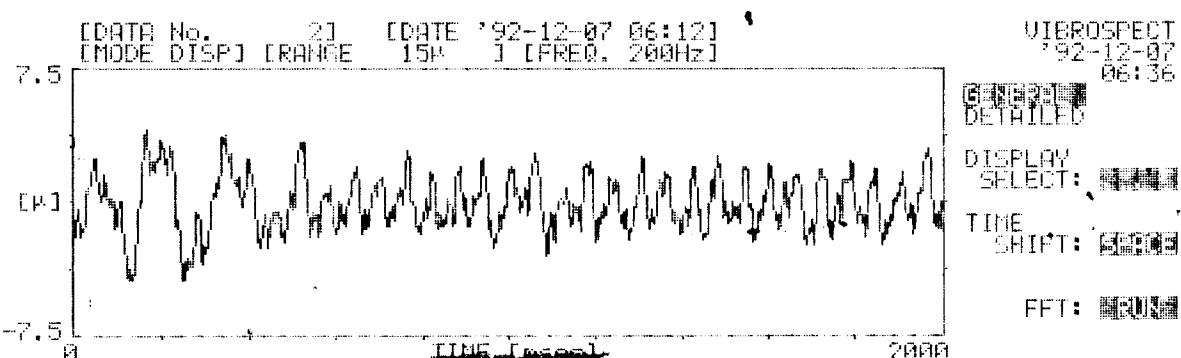
Merni objekat je bio nov, i njegove vibracije su veoma niskog nivoa.

## PRIMER 2:

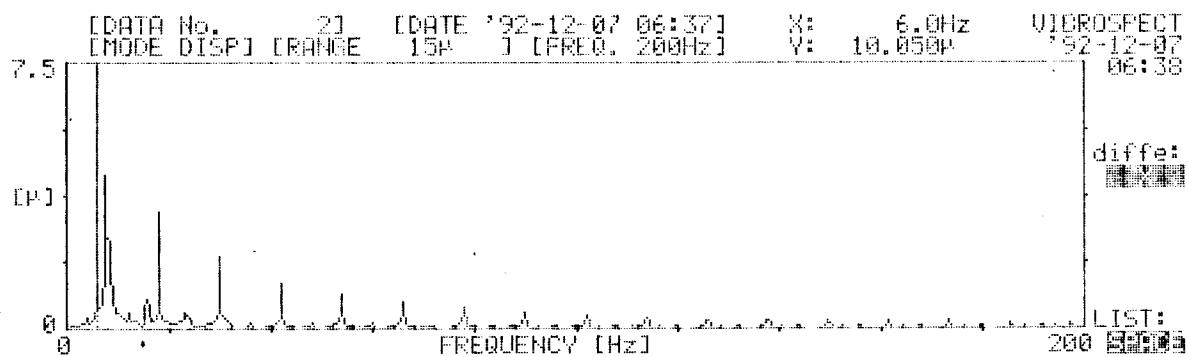
Kao drugi merni objekat je poslužio elektromotor MKT335MK6 istog proizvodača. To je šestopolni elektromotor snage 132kW. Raspored mernih tačaka je isti i kao u prethodnom slučaju. Nominalni broj obrtaja ovog motora je 990 u. minuti, odnosno 16,5 u sekundi.

Kako se radi o tek proizvedenom motoru, nije izvršena detekcija izvora pojedinih komponenata vibracije, jer je nivo vibracija u okvirima normalnog.

Na sledećim slikama su prikazani rezultati merenja.



Slika 11.3.4(a) Zapis uzorka pomeraja u mernoj tački A u vremenskom domenu



Slika 11.3.4(b) Spektar pomeraja u mernoj tački A

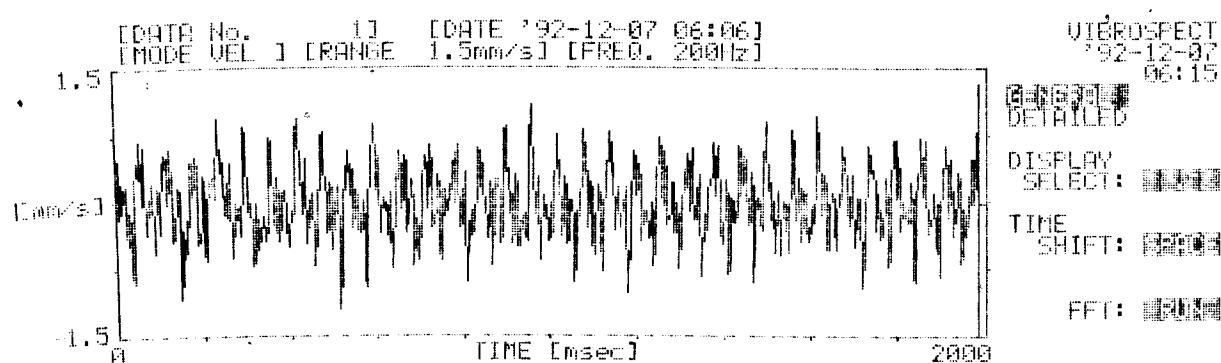
[DATA No. 2] [DATE '92-12-07 06:37]  
 [MODE DISP1] [RANGE 15P] [FREQ. 200Hz]

VIBROSPECT  
 '92-12-07  
 06:39

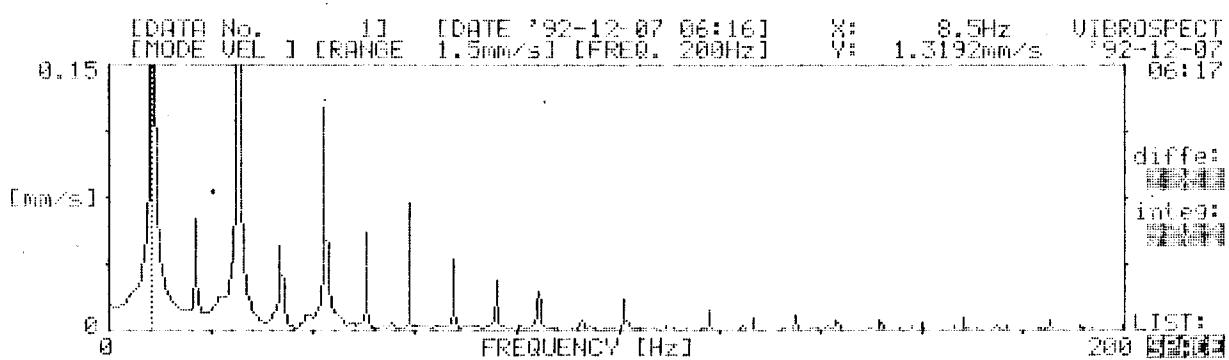
[No.]	[FREQUENCY]	[SPECTRUM]	OVERALL	15.000P
1	6.0Hz	10.950P		
2	7.5	4.350		
3	13.0	3.360		
4	30.0	2.077		
5	42.0	1.335		
6	54.0	1.012		
7	15.5	0.855		
8	66.0	0.787		
9	78.0	0.637		
10	90.0	0.502	VALUE : PEAK-TO-PEAK	

REPLAY:  FFT DISPLAY:

Slika 11.3.4(c) Pregled mernih rezultata za pomeraj u mernoj tački A



Slika 11.3.5(a) Zapis uzorka brzine u mernoj tački A u vremenskom domenu

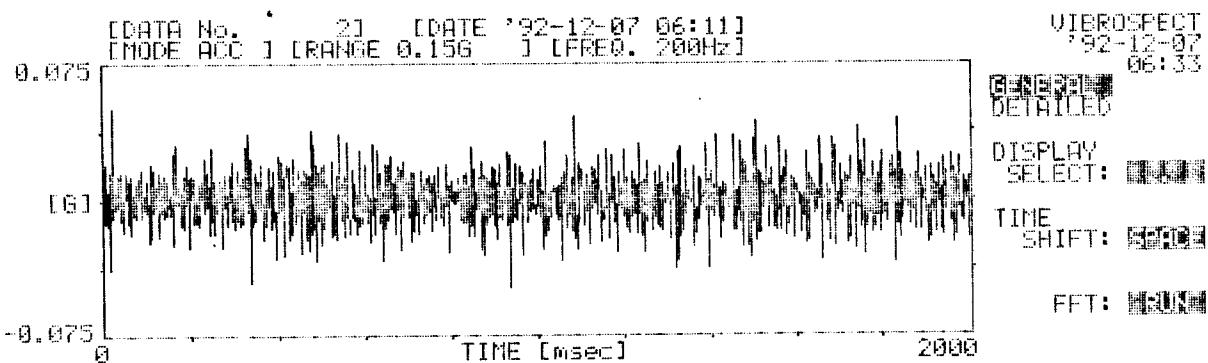


Slika 11.3.5(b) Spektar brzine u mernoj tački A

[DATA No. 1] [DATE '92-12-07 06:16] [MODE VEL 1] [RANGE 1.5mm/s] [FREQ. 200Hz]				VIBROSPECT '92-12-07 06:20
[No.]	[FREQUENCY]	[SPECTRUM]	OVERALL	1.0852mm/s
1	8.5Hz	1.3192mm/s		
2	25.0	0.2962		
3	42.0	0.1785		
4	59.0	0.1035		
5	17.0	0.0900		
6	50.0	0.0795		
7	23.0	0.0697		
8	67.0	0.0585		
9	76.0	0.0485		
10	84.0	0.0322	VALUE : EFFECTIVE	

REPLAY: FFT DISPLAY: 

Slika 11.3.5(c) Pregled mernih rezultata za brzinu u mernoj tački A



Slika 11.3.6 Zapis uzorka ubrzanja u mernoj tački A u vremenskom domenu

Uporedenjem rezultata merenja vibracije u prvom i drugom pri-  
meru se uočava povećanje nivoa vibracije pri povećanju snage mo-  
tora.

V DEO

IZRADA ANALIZATORA VIBRACIJA

## GLAVA 12

### FORMULACIJA PROBLEMA I PLAN IZRade

#### **12.1 Analizator stacionarnih vibracija**

U ovom delu će biti opisana izrada analizatora vibracije. Ona će teci po sledećem redosledu:

- definisanje zahteva koji se postavljaju pred analizator,
- izbor blok-šeme,
- izbor kola za pojedine delove blok-šeme,
- izvođenje jednačine kola i proračun delova,
- projektovanje i izrada štampanih kola,
- testiranje i povezivanje kola,
- baždarenje analizatora.

#### **12.2 Osnovni zahtevi**

Kola analizatora vibracije moraju da omoguće:

- priključenje piezoelektrične sonde i mogućnost merenja koncentrične nanelektrisanja koja nastaje na njoj pod dejstvom vibracija,
- priključenje spoljašnjeg izvora naizmeničnog signala,
- podešavanje gornje i donje granične frekvencije prenosne karakteristike analizatora,
- izbor parametra vibracije (ubrzanje, brzina ili pomeraj),
- spektralnu analizu vibracije,
- merenje efektivne i vršne vrednosti vibracije,
- očitavanje merene vrednosti vibracije na ugrađenom indikatoru,
- sinhronizovanje analizatora sa spoljašnjim pišačem.

### 12.3 Dinamički opseg merenja

Analizatorom vibracija bi trebalo ostvariti mogućnost merenja vibracija intenziteta od  $0,1\text{mm/s}^2$  do  $100\text{m/s}^2$ . Ove dve vrednosti predstavljaju ukupni dinamički opseg analizatora.

Ostvariti ovakav opseg merenja je nemoguće, tako da ga je potrebno podeliti u podopsegove. Podopsezi bi trebalo da obuhvate  $40\text{dB}$ , tj. odnos gornje i donje grafične vrednosti podopsega treba da iznosi 100.

Merni opseg je podeljen u pet podopsega:

1. od  $0,1\text{mm/s}^2$  do  $10\text{mm/s}^2$
2. od  $1\text{mm/s}^2$  do  $100\text{mm/s}^2$
3. od  $10\text{mm/s}^2$  do  $1\text{m/s}^2$
4. od  $0,1\text{m/s}^2$  do  $10\text{m/s}^2$
5. od  $1\text{m/s}^2$  do  $100\text{m/s}^2$ .

Kola analizatora treba dizajnirati tako, da se predviđeni dinamički opseg može ostvariti pomoću sonde osetljivosti od  $10\text{pC/ms}^{-2}$ . Pri primeni sonde drugačije osetljivosti se merena vrednost vibracije dobija tako što se očitana vrednost pomnoži korekcionim faktorom

$$\alpha = \frac{S_a}{10\text{pC/ms}^{-2}},$$

gde je  $S_a$  osetljivost primenjene sonde

### 12.4 Širina propusnog opsega

Za preliminarna merenja, koja se vrše u cilju lokalizacije komponenata vibracije velikih amplituda, zgodno je imati filter sa velikom širinom propusnog opsega, npr. oktavni filter. Za preciznije određivanje komponenata je potrebno imati uskopojasni filter.

Za primenu analizatora za akustička merenja je pogodno da filtri budu konstantne procentualne širine propusnog opsega. Ovo neće predstavljati hendikep pri merenju vibracija mašina, jer na nizim frekvencijama (gde se one javljaju) je apsolutna vrednost širina propusnog opsega mala.

Da se obezbedi maksimalna prilagodljivost filtra raznim zah-tevima, vrednost njegove širine propusnog opsega treba da se može birati između sledećih vrednosti:

1. 1/1 oktave (70,7%),
2. 1/3 oktave (23,1%),
3. 1/6 oktave (12,0%),
4. 1/12 oktave (6,0%),
5. 1/24 oktave (3,0%).

### **12.5 Frekventni opseg analizatora**

Da bi se analizatorom mogla vršiti merenja i u oblasti akustike, njegov filter mora da obuhvati oblast od oko 20Hz do oko 30kHz. Za merenje u oblasti geotektonike je potrebno da se donja granica frekventnog opsega snizi do vrednosti od oko 1Hz. Da se dobije univerzalni instrument za merenje vibracije, potrebno je njime obuhvatiti frekventni opseg od 1Hz do 30kHz.

Filter analizatora je filter sa podesivom centralnom frekven-cijom i podesivom procentualnom širinom propusnog opsega. Treba da ima mogućnost da radi u kanalnom i kontinualnom načinu rada.

U kanalnom načinu rada, centralna frekvencija filtra može da ima vrednost iz skupa, koji je određen vrednošću širine propusnog opsega.

U kontinualnom načinu rada, centralna frekvencija filtra se može podesiti na bilo koju vrednost unutar frekventnog opsega analizatora.

Poseban upravljački sklop filtra bi trebao da obezbedi kako ručnu, tako i automatsku promenu vrednosti centralne frekvencije, čime bi se omogućilo automatsko prebrisavanje željenog frekvent-nog opsega vibracije.

Moguće vrednosti centralne frekvencije filtra pri kanalnom načinu rada su date u prilogu.

### **12.6 Izbor parametra vibracije**

Priklučenjem piezoelektrične sonde na ulaz analizatora se dobija vrednost ubrzanja mehaničkog sistema koji je sa njom u kontaktu. Uključenjem integratora nakon filtra bi trebalo da se omo-gući merenje brzine i pomeraja mehaničkog sistema. Konstanta in-tegraljenja integratora treba da bude takva, da vrednosti amplitu-de ubrzanja, brzine i pomeraja komponente, čija je ugaona frekven-cija jednaka 1000rad/s, budu brojno jednakе (indikator pokazuje istu vrednost na skali). Vrednosti na biraču opsega treba da upu-ćuju na vrednosti parametara pri ovoj frekvenciji.

### **12.7 Izbor pokazatelja nivoa vibracije**

U najvećem broju slučajeva se nivo vibracije iskazuje u njoj efektivnoj vrednosti, te analizator mora da sadrži detektor efektivne vrednosti.

U slučaju izbora pomeraja je pogodno imati i detektor vrednosti od vrha do vrha, jer se pomeraj najčešće izražava preko ove vrednosti.

Kod izbora efektivne vrednosti je bitan izbor vremena usrednjavanja. Kod merenja vibracija niskih frekvencija je pogodno imati na raspolaganju veliko vreme usrednjavanja (naročito kod uskopojasne analize), dok je merenja visokofrekventnih vibracija pogodno imati mala vremena usrednjavanja. Po ugledu na neke fabričke analizatore, ovaj analizator bi trebao da ima mogućnost izbora vrednosti vremena usrednjavanja u opsegu od 0,1s do 300s. To bi se moglo omogućilo postizanje malih fluktuacija rezultata i kod najnižih frekvencija uz najveću moguću brzinu prebrisanja spektra.

Posebna pogodnost bi bila automatska promena vremena usrednjavanja pri automatskom prebrisanju spektra.

### **12.8 Organizacija elektronike**

Funkcije analizatora će biti ostvarene posebno konstruisanim elektronskim kolima, pri čemu će sva elektronska kola, koja služe za ostvarenje pojedinih funkcija, biti organizovane kao zasebne jedinice na istoj štampanoj ploči kao poseban modul. Ovim se pojednostavljuje i pojeftinjuje rekonstrukcija uređaja u slučaju da se predloženom šemom, zbog loše konstrukcije, ne ostvaruje neka od funkcija uređaja. Moduli su sledeći:

- Osnovna ploča, na kojoj se nalaze ispravljači za napone od +5V i ±12V, zatim konektori za ostale module, i ulazno-izlaznu jedinicu,
- CPU ploča, koja sadrži mali elektronski računar kojim se upravlja analizatorom,
- Uobičavač ulaznog signala, koji sadrži pojačavač nelinearnog traganja, nisko- i visokopropusni filter, integratore za brzinu i pomeraj, i detektor prekoraka nivoa signala,
- Naponski kontrolisan filter
- Kontrolna jedinica filtra, koja sadrži kola za upravljanje vrednostima centralne frekvencije i širine propusnog opsega filtra i kola za upravljanje pisacem.

- 
- Detektor vibrometra, koji sadrži detektore efektivne i vršne vrednosti, kolo za HOLD funkciju, kolo za logaritmovanje izlaznog napona, pobudno kolo indikatora i analogno-digitalni pretvarač za ostvarenje AUTORANGE funkciju, i
  - Prednja ploča, koja sadrži idnikatore stanja analizatora i tastere za upravljanje njime.

## GLAVA 13

### PIEZOELEKTRIČNA SONDA

#### 13.1 Izbor montaže sonde

Mada sonda predstavlja opremu analizatora vibracije, jasno je da bez nje nema merenja. Za potrebe demonstracionih meražja je razvijena piezoelektrična sonda kompresionog tipa, kakva je opisana u poglavlju 5.3.

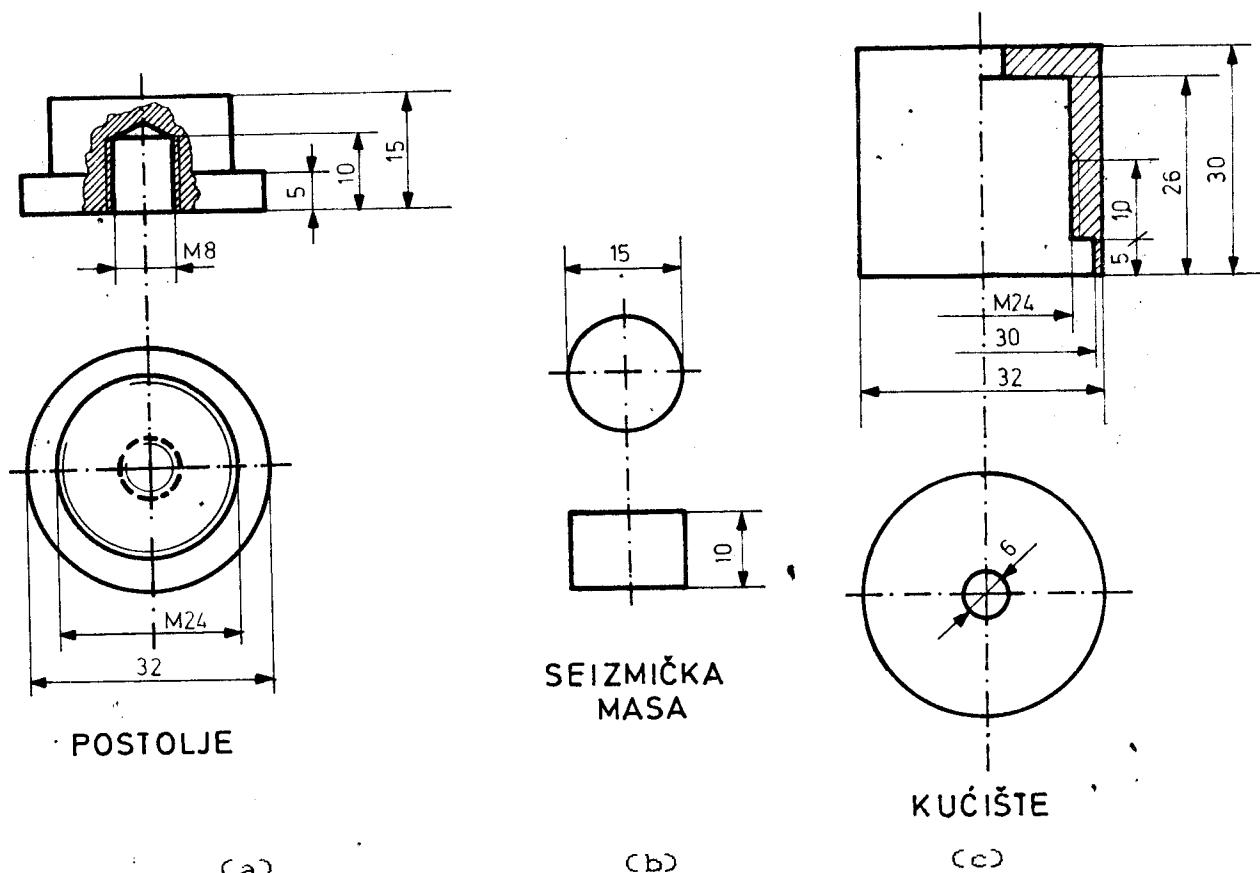
Iako postoje razne varijante montaže piezo-pločice pretvarača u cilju smanjenja pojedinih spoljašnjih uticaja, kompresioni tip montaže, koji je šematski prikazan na slici 5.3.1 je izabran zbog jednostavnosti izrade. To znači, da će ova sonda biti veoma osetljiva na uticaj temperaturnih promena, dejstvo spoljašnjeg električnog polja itd, međutim, i nije bio cilj da se konstruiše sonda vrhunskog kvaliteta. Za to su potrebni namenski proizvedeni piezoelektrični materijali, koji ovde nisu bili na raspolaganju.

#### 13.2 Izrada sonde

Piezoelektrična pločica, koja se koristi kod ove sonde je izvaden iz digitalnog časovnika, gde sluči kao zvučnik. Ona je oblikovana izlivanjem sloja piezoelektrične keramike na tanku mesinganu pločicu. Slobodna površina keramika je presvučena tankim slojem srebra koja predstavlja jedan kontakt pločice. Mesingana pločica, koja predstavlja mehanički nosač krte keramike, takođe predstavlja i drugi kontakt.

Radi smanjenja veličine pretvarača je potrebno da se smanji veličina oboda mesingane pločice. Njena donja površina se zatim odmašćuje i lepi za odmašćenu površinu postolja cijanoakrilatnim lepkom, koji stvara čvrstu i neelastičnu vezu između ova dva dela. Mere i oblik postolja su dati na slici 13.2.1(a).

Na odmašćenu gornju površinu pločice se cijanoakrilatnim lepkom lepi seizmička masa u obliku valjka, čije mere su date na slici 13.2.1(b). Seizmička masa iznosi oko 15 grama.



Slika 13.2.1 Mere i oblik postolja, seizmische mase i kućista piezoelektrične sonde

Na gornjoj površini seizmičke mase se lemilicom formira lemnki kontakt. On se tankom žicom spaja sa unutrašnjim kontaktom priključnice, koja je pričvršćena u otvoru sa gornje strane kućišta. Drugi potencijal, koji nastaje na mesinganoj pločici, se prenosi navojnom vezom sa postolja na kućište i na spoljašnji omotač priključnice. Mere i dimenziјe kućišta su prikazane na slici 13.2.1(c).

Kućište služi da se piezoelektrična pločica zaštići od spoljašnjih uticaja. U njemu urezani navoj odgovara narezanom navoju postolja. Preostaje još da se postolje uvrne u kućište, i sonda je spremna za upotrebu.

### 13.3 Mehaničke i električne osobine sonde

Nažalost, za tačno određivanje karakteristika sonde je potrebno raspolagati sa opremom za kalibraciju, ili bar fabričkom sondom poznate karakteristike, što ovde nije bio slučaj. Zbog toga nije bilo moguće odrediti vrednost njenih parametara kao što su

osetljivost u glavnom i sporednim pravcima, granična frekvencija itd. Merenjem maksimalne količine nanelektrisanja, koja na njoj nastaje uspostavljanjem sile  $mg$  ( $m$  je masa tega,  $g$  je gravitaciono ubrzanje), je dobijen grafik sa slike 13.3.1, na osnovu kojeg se može zaključiti, da je odziv sonde linearan u naznačenom opsegu mase (i njima odgovarajuće sile). Ovaj grafik, međutim, može poslužiti kao kvalitativni pokazatelj linearnosti sonde jer merac količine nanelektrisanja, kojim je merenje izvršeno, nije imao kalibriranu skalu, te su vrednosti nanelektrisanja izražene u relativnim jedinicama. Jedan od narednih zadataka u daljoj razradi postavljenog problema bi bilo određivanje karakteristika merne sonde.

Ukupna masa sonde iznosi 185 grama. Zbog svoje relativno velike mase, sonda se ne može upotrebiti u merenju mehaničkih vibracija objekata, čija je ukupna masa manja od 2-3kg. Pri tim merenjima bi sonda u velikoj meri narušila postojeće stanje sistema. Kod objekata, čija ukupna masa prelazi navedenu graničnu vrednost, je uticaj dodatne mase sonde relativno mali, te merni rezultati daju relativnu tačnu sliku o prisutnim vibracijama.

#### **13.4 Montaža sonde**

U cilju što čvršće veze sonde i mernog objekta je sa donje strane postolja načinjen otvor dubine 10mm sa urezanim navojem M8. Postojanje ovog otvora omogućava vezu sonde i mernog objekta zavrtnjem, magnetom ili mernim pipkom.

Poravnata donja površina postolja omogućava primenu lepka ili voska za ostvarenje ove veze.

#### **13.5 Priklučni kabl**

Priklučni kabl sonde je načinjen od koaksijalnog jednožilnog mikrofonskog kabla nepoznate impedanse dužine 190cm. Na oba kraja su postavljeni koaksijalni cynch utikači.

Koaksijalni kabl je relativno lošeg kvaliteta za ovu namenu u pogledu otpornosti na triboelektrični efekat. Naiče, usled trenja centralnog provodnika i košuljice o izolaciju, na njima se stvara izvesna količina nanelektrisanja, koja se dodaje na koristan signal, te dolazi do greške u merenju. Triboelektrični efekat se može iskazati u obliku oscilovanja kazaljke indikatora pri nihanju kabla čak i onda, ako sonda miruje.

Da se greške u merenju usled triboelektričnog efekta smanje na najmanju moguću meru, potrebno je obratiti pažnju na položaj kabla pri merenju. Ako se mere vibracije na većem objektu, tada je potrebno pričvrstiti kabl npr. izolir-trakom za njegovu površinu, da ne dođe do greške usled njegovog relativnog kretanja u odnosu na merni objekat. Takođe treba obratiti pažnju da što manji deo kabla ostane da visi između mernog objekta i analizatora.

## GLAVA 14

### OSNOVNA ELEKTRONSKA KOLA ANALIZATORA VIBRACIJE

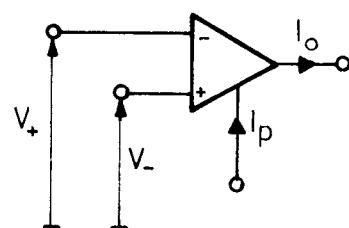
#### 14.1 Transkonduktantni pojačavač

Transkonduktantni pojačavač je pojačavač kod koga je jačina izlazne stuje proporcionalan ulaznom naponu. Drugim rečima, ovaj pojačavač predstavlja naponski upravljeni strujni izvor. Transkonduktansa pojačavača se definiše kao odnos jačine izlazne struje  $I_o$  i vrednosti ulaznog napona  $V_i$ , koji izaziva pojavu te struje:

$$g = \frac{I_o}{V_i} . \quad (14.1.1)$$

Integrисани transkonduktantni pojačavač CA 3080 (proizvodnje RCA) je pojačavač koji na svom izlazu (koji je opterećen otpornikom konačnog otpora) daje struju, čija je vrednost proporcionalna proizvoda razlike napona  $V_+$  na neinvertujućem i  $V_-$  na invertujućem ulazu i jačine programišuće struje  $I_p$ , koja prolazi kroz programišuci ulaz. Prema tome je

$$I_o = k \cdot I_p \cdot (V_+ - V_-) . \quad (14.1.2)$$



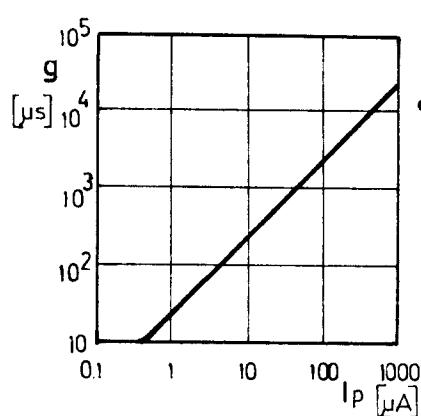
Slika 14.1.1 Simbol transkonduktantnog pojačavaca sa pripadajćim oznakama

Imajući u vidu njenu definiciju, transkonduktansa pojačavača CA 3080 je data izrazom

$$g = k \cdot I_p . \quad (14.1.3)$$

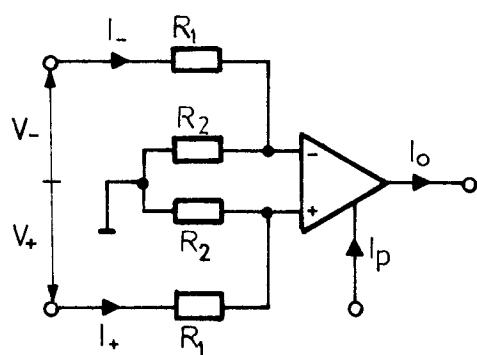
Prema podacima proizvođača, na temperaturi od  $25^\circ\text{C}$  i pri naponu napajanja od  $\pm 15\text{V}$ , je zavisnost transkonduktanse od programišuće struje linearna (slika 14.1.2), pri čemu je vrednost konstante proporcionalnosti

$$k = 20 \frac{\text{mS}}{\text{mA}} . \quad (14.1.4)$$



Slika 14.1.2 Zavisnost vrednosti transkonduktanse od jачine programišuće struje kod transkonduktantnog pojačavača CA 3080

Kod praktične primene ovog pojačavača, međutim, postoji neka ograničenja. Naime, izraz (14.1.2) važi samo onda, ako absolutne vrednosti ulaznih naponova nisu veće od  $10\text{mV}$ . Linearan rad pojačavača i pri većim ulaznim naponima se može postići ako se oni dovode na ulaze pojačavača preko otporničkog delitelja napona (slika 14.1.3).



Slika 14.1.3 Naponski delitelji na ulazu pojačavača

Analizom kola sa slike 14.1.3 se dobija, da je jačina izlazne struje

$$I_o = 20 \frac{mS}{mA} \cdot I_p \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot (V_+ - V_-) \quad (14.1.5)$$

Kako se očekuje da će naponi  $V_+$  i  $V_-$  biti u opsegu  $\pm 10$  to će morati biti ispunjen uslov da je

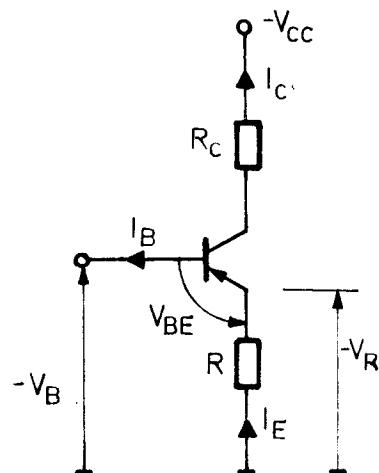
$$10V \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 10mV \quad (14.1.6)$$

odakle sledi da je

$$\frac{R_1}{R_1 + R_2} = 10^{-3} \quad (14.1.7)$$

Za vrednosti  $R_1 = 10^3 \cdot R_2$  je gornji uslov ispunjen.

U praksi se često pokazuje da je nepovoljnom činjenica da se transkonduktansom upravlja putem programišuće struje. U većini slučajeva bi bilo pogodnije kada bi vrednost transkonduktanse zavisila od vrednosti nekog programišućeg napona. Da se to postigne, transkonduktantnom pojačavaču se dodaje naponski kontrolisani strujni generator sa PNP tranzistorom (slika 14.1.4).



Slika 14.1.4 Naponski kontrolisani strujni generator sa NPN tranzistorom

Između mase i negativnog napona napajanja je uvezan tranzistor sa emiterskim i kolektorskim otpornicima  $R$  i  $R_c$ . Na bazi tranzistora je prisutan napon  $V_{BE}$ .

Jačina struje baze kod tranzistora malih snaga (koji se na ovom mestu koriste) je reda veličine mikroampera, dok su jačine struje emitera i kolektora reda miliampera. Za tranzistor važi da je jačina struje emitera jednaka zbiru jačina struje baze i kolek-

tora. Međutim, zbog relativno male jačine, struja baze se može zanemariti, i

$$I_C \approx I_E . \quad (14.1.8)$$

Kako je

$$-V_R = V_{BE} - V_B , \quad (14.1.9)$$

$$V_{BE} \approx 0,7V , \quad (14.1.10)$$

i

$$V_R = R \cdot I_E , \quad (14.1.11)$$

to je

$$I_C = \frac{V_B - 0,7V}{R} . \quad (14.1.12)$$

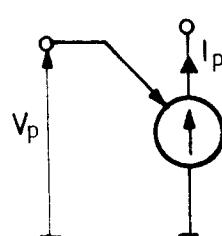
Jačina struje kroz kolektorski otpornik  $R_C$ , dakle, ne zavisi od njegove vrednosti (bar ne za vrednosti reda veličine  $k\Omega$ ), a linearno zavisi od napona  $V_B$ .

Priklučenje strujnog generatora sa slike 14.1.4 na transkonduktantni pojačavač sa CA 3080 se vrši tako, da se kolektor PNP tranzistora direktno spoji na programišući ulaz. Uz izabranu vrednost otpornika  $R$  će jačina struje na izlazu transkonduktantnog pojačavača linearno da zavisi od napona  $V_B$ :

$$I_o = 20 \frac{\mu S}{mA} \cdot \frac{V_B}{R} \cdot (V_+ - V_-) = 14 \frac{\mu S}{mA} \cdot \frac{V_B - V_-}{R} . \quad (14.1.13)$$

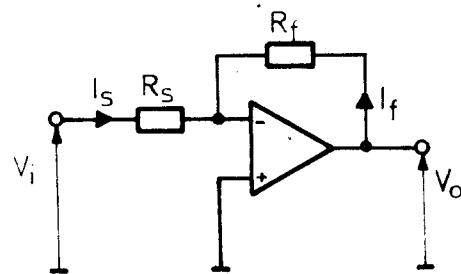
Pri proračunu vrednosti napona  $V_B$  i otpornika  $R$  treba imati na umu da jačina programišuće struje veća od 2,5 do 3mA može izazvati uništenje pojačavača (sto je provereno na više primeraka).

Na slici 14.1.5 je prikazan simbol naponski kontrolisanog strujnog generatora na bazi PNP tranzistora, koji se upotrebljava u blok-šemama.



Slika 14.1.5 Simbol naponski kontrolisanog strujnog generatora

### 14.2 Invertujući pojačavač



Slika 14.2.1 Invertujući pojačavač na bazi operacionog pojačavača

Na slici 14.2.1 je prikazan neinvertujući pojačavač, sagrađen pomoću operacionog pojačavača. Za njega važi da je

$$I_s = -I_f . \quad (14.2.1)$$

Zbog prisustva virtuelne mase na invertujućem ulazu operacionog pojačavača, sledi da su jačine ove dve struje

$$I_s = \frac{V_i}{R_s} , \quad (14.2.2)$$

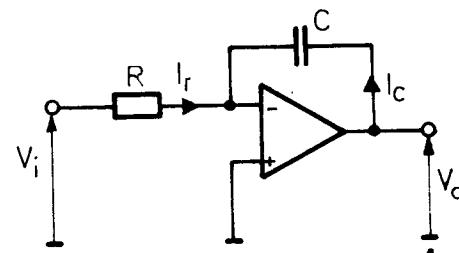
i

$$I_f = \frac{V_o}{R_f} . \quad (14.2.3)$$

Uvrštenjem izraza (14.2.2) i (14.2.3) u izraz (14.2.1), dobija se izraz za zavisnost izlaznog napona od ulaznog napona i elemenata kola:

$$V_o = - \frac{R_f}{R_s} \cdot V_i . \quad (14.2.4)$$

### 14.3 Invertujući integrator



Slika 14.3.1 Šema invertujućeg integratora

Na slici 14.3.1 je prikazana šema invertujućeg integratora. Prema njoj je

$$I_C = -I_R . \quad (14.3.1)$$

Kako na invertujućem ulazu vlada virtuelni kratak spoj, veze između označenih napona i jačina struje je sledeći:

$$I_R = \frac{V_i}{R} , \quad (14.3.2)$$

$$I_C = C \cdot \frac{dV_o}{dt} . \quad (14.3.3)$$

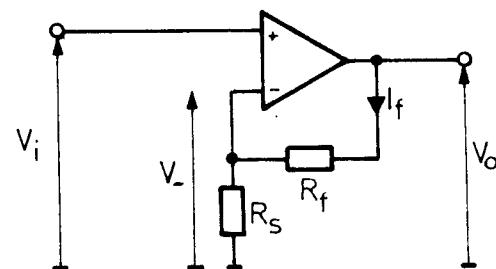
Uvrštenjem izraza (14.3.2) i (14.3.3) u izraz (14.3.1), dobija se izraz za zavisnost izlaznog napona od ulaznog napona i elemenata kola:

$$V_o = -RC \cdot \frac{dV_i}{dt} , \quad (14.3.4)$$

ili

$$V_o = - \frac{1}{R \cdot C} \int V_i dt . \quad (14.3.5)$$

#### 14.4 Neinvertujući pojačavač



Slika 14.4.1 Sema neinvertujućeg pojčavaca

Zbog veoma velikog pojačanja operacionog pojčavaca su ulazni napon  $V_i$  i napon na invertujućem ulazu  $V_-$  jednaki:

$$V_i = V_- \quad (14.4.1)$$

S druge strane je napon na invertujućem ulazu

$$V_- = R_s \cdot I_f \quad (14.4.2)$$

Kako je jačina struje

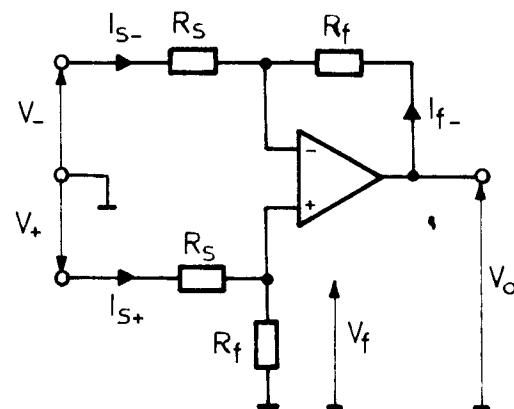
$$I_f = \frac{V_o}{R_f + R_s}, \quad (14.4.3)$$

to je izlazni napon

$$V_o = \left(1 + \frac{R_f}{R_s}\right) \cdot V_i \quad (14.4.4)$$

Ovde je interesantno primetiti, da je najmanja vrednost pojačanja ovog pojčavaca jednaka jedinici, i nastaje pri  $R_f = 0$ .

### 14.5 Diferencijalni pojačavač (oduzimac)



Slika 14.5.1 Šema oduzimaca

Prema šemi sa slike 14.5.1 se može napisati da su naponi:

$$V_o = R_f \cdot I_{f-} + V_f , \quad (14.5.1)$$

gdje je napon

$$V_f = \frac{R_f}{R_f + R_s} \cdot V_+ , \quad (14.5.2)$$

a jačina struje

$$I_{f-} = - I_{s-} . \quad (14.5.3)$$

Kako je napon

$$V_- = I_{s-} R_s + V_f , \quad (14.5.4)$$

to je jačina struje

$$I_{f-} = \frac{V_f - V_-}{R_s} , \quad (14.5.5)$$

te je izlazni napon

$$V_o = \frac{R_f + R_s}{R_s} \cdot V_f - \frac{R_f}{R_s} \cdot V_- . \quad (14.5.6)$$

Imajući u vidu izraz (14.5.2) za napon  $V_f$ , može se napisati da je izlazni napon

$$V_o = \frac{R_f}{R_s} \cdot (V_+ - V_-) . \quad (14.5.6)$$

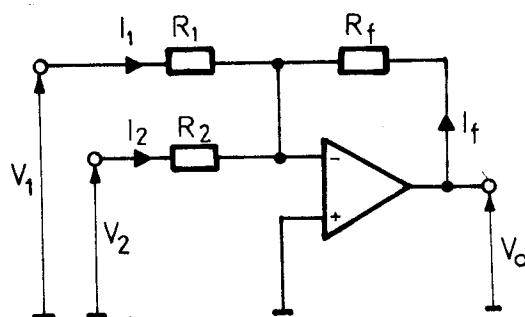
Izlazni napon diferencijalnog pojačavača zavisi od razlike ulaznih napona (dakle je sklop i dobio ime). Na izlazu kola se, dakle, javlja razlika ulaznih napona pojaćana  $R_f/R_s$  puta.

Za vrednosti otpornika

$$R_f = R_s \quad (14.5.7)$$

je izlazni napon jednak razlici ulaznih napona. Ovo kolo se zbog toga i zove oduzimacem.

#### 14.6 Invertujući sabirač



Slika 14.6.1 Sema invertujućeg sabiraca

Premda slici 14.6.1 je

$$I_f = - I_1 - I_2 . \quad (14.6.1)$$

Istovremeno je

$$I_f = \frac{V_o}{R_f} , \quad (14.6.2)$$

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} , \quad (14.6.3)$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} . \quad (14.6.4)$$

Na osnovu ovih izraza se može napisati da je izlazni napon

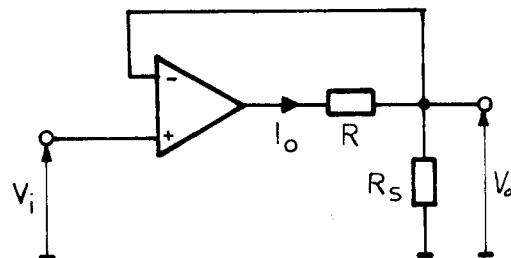
$$V_o = - \left[ \frac{R_f}{R_1} \cdot V_1 + \frac{R_f}{R_2} \cdot V_2 \right]. \quad (14.6.5)$$

U slučaju da se na invertujući ulaz priključi n ulaznih napona preko n ulaznih otpornika, tada je izlazni napon

$$V_o = - \sum_{i=1}^n \frac{R_f}{R_i} \cdot V_i. \quad (14.6.6)$$

Opisano kolo, dakle, pojačava vrednosti ulaznih napona, sabirih ih, i, na kraju, vrši invertovanje ovog zbiru.

#### 14.7 Pretvarač napona u jačinu struje



Slika 14.7.1 Sema pretvarača napona u jačinu struje

Prema slici 14.7.1 se može napisati da je izlazni napon

$$V_o = R_s \cdot I_o. \quad (14.7.1)$$

Istovremeno je, zbog velikog pojačanja operacionog pojačavača, potencijal invertujućeg ulaza jednak potencijalu neinvertujućeg ulaza, i, zbog direktnе veze izlaza i invertujućeg ulaza, je

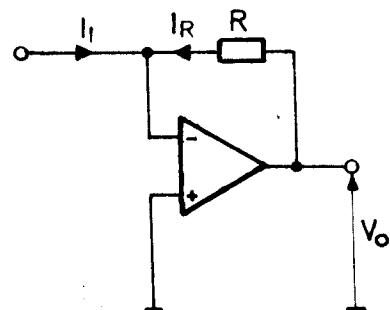
$$V_o = V_i. \quad (14.7.2)$$

Iz ova dva izraza sledi da je jačina struje

$$I_o = \frac{V_i}{R_s}, \quad (14.7.3)$$

i da ne zavisi od vrednosti otpornika R. Ova nezavisnost je, međutim, važeća samo za relativno male vrednosti otpora R (reda veličine kilooma, ili manje).

#### 14.8 Pretvarač jačine struje u napon



Slika 14.8.1 Sema pretvarača jačine struje u napon

Prema slici 14.8.1 je

$$I_I = - I_R , \quad (14.8.1)$$

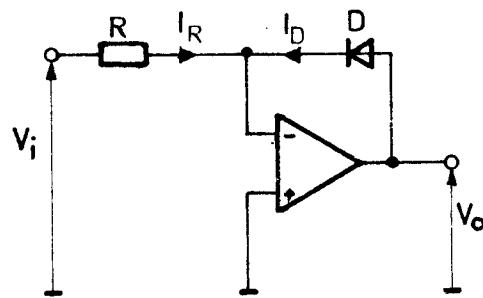
a izlazni napon

$$V_O = R \cdot I_R , \quad (14.8.2)$$

odakle je

$$V_O = - R \cdot I_I . \quad (14.8.3)$$

#### 14.9 Logaritamski pojačavač



Slika 14.9.1 Sema logaritamskog pojačavača

Sa slike 14.9.1 se vidi da je

$$I_R = -I_D, \quad (14.9.1)$$

gde je

$$I_D = I_S \cdot e^{\frac{qU}{kT}} \quad (14.9.2)$$

jačina struje kroz idealnu diodu pri razlici potencijala  $U$  na njem priključcima. Pri tome je:

$I_S$  -inverzna struja zasicanja diode,

$q=1,602 \cdot 10^{-19} C$  -vrednost elementarnog nanelektrisanja,

$k=1,38 \cdot 10^{-23} J/K$  -BOLTZMANNova konstanta, i

$T$  -temperatura kristala izražena u Kelvinima.

Zbog virtuelnog kratkog spoja invertujućeg ulaza operacionog pojačavača i mase, napon na diodi je

$$U = V_o, \quad (14.9.3)$$

a jačina struje

$$I_R = \frac{V_i}{R}. \quad (14.9.4)$$

Iz ovih izraza sledi da je

$$e^{\frac{qV_o}{k \cdot T}} = -\frac{V_i}{R \cdot I_S}, \quad (14.9.5)$$

odakle je izlazni napon

$$V_o = \frac{q}{k \cdot T} \ln \left( -\frac{V_i}{R \cdot I_S} \right). \quad (14.9.6)$$

Vidi se, dakle, da je izlazni napon kola srazmeran logaritmu ulaznog napona. Da bi ovaj logaritam bio realan broj, ulazni napon mora biti negativnog polariteta.

Kod realne diode, zavisnost jačine njene struje i napona na njenim krajevima je nešto drugačija od zavisnosti date izrazom (14.9.2). Za dovoljno velike ulazne napone ovaj izraz ipak zadovoljava.

## GLAVA 15

### CPU PLOČA

#### 15.1 Namena CPU ploče

Postoje mnogi argumenti i za i protiv mikroprocesorske kontrole mernih uređaja. Nedostaci primene elektronske kontrole su njena složenost i visoka cena.

Za izbor vrednosti kontinualnih parametara (centralna frekvencija filtra) bi bili potrebni promenljivi otpornici otporni na habanje otpornog sloja da izdrže česte promene položaja klizača. Ako se još uzme u obzir preciznost, koja bi trebala pri tome da postoji, u obzir bi došli samo tzv. multiturn potenciometri (potenciometri, kod kojih se ceo opseg otpornosti postiže obrtanjem njihove osovine za više, obično deset do petnaest, punih krugova). Ovakvi potenciometri su skupi i kad-tad je potrebna njihova zamena. Osim toga, potrebno bi bilo načiniti i analognu mehaničku skalu.

Za izbor vrednosti diskretnih parametara (širina propusnog opsega filtra, donja granična frekvencija uređaja) bili bi potrebni višepoložajni preklopnići.

Kada se na ovakav mehanički način reši problem upravljanja, ne postoji mogućnost automatskog merenja.

Uvođenjem mikroprocesora, poskupljuje se cena uređaja zbog same procesorske ploče, ali se ispostavlja da je dobar deo dodatne cene kompenzovana izostavljanjem preciznog potenciometra i preklopnika. Treba pri tome ipak uzeti u obzir da se na automatizovanje upravljanja troši mnogo vremena, jer je potrebno načiniti prilično složenu štampanu ploču a zatim načiniti kontrolni software.

Kada se jednom izabere mikroprocesorska kontrola i izrade programi, kombinacijom nekoliko osnovnih funkcija je moguće dobiti snažan merni sistem sa mogućnošću automatskog merenja; daljinskog upravljanja merenjem; automatskom obradom mernih rezultata; njihovo oblikovanje za prikaz na monitoru; štampaču ili pisaču; njihovo privremeno ili trajno odlaganje itd. Kada se izvrši analiza potrebnog ulaganja i dobitka, svi argumenti govore u prilog uvođenja automatizacije upravljanja merenjem.

Kod elektronskih kola, kod kojih treba omogućiti promenljivost parametara, se primenjuju elementi sa naponskom ili strujnom kontrolom kao što su transkonduktantni pojačavači, digitalno-analogni pretvarači, analogni preklopnići, releji itd. Upravljanje ovim elementima se vrši preko mikroprocesora.

## 15.2 Osnovni podaci

Mikroprocesorska upravljačka jedinica je načinjena na bazi mikroprocesora Z80A sa taktnim impulsom frekvencije 2MHz. Sadrži 4kB radne (RAM) i 8kB fiksne (ROM) memorije. Može da adresira osam modula pomoću signala  $\overline{C0}$  -  $\overline{C7}$  na kojoj mogu biti smešteni memorij-ska jedinica maksimalnog kapaciteta od 4kB ili 4096 ulazno-izlaznih kapija. Upravljačka jedinica može opslužiti jedan maskirani i jedan nemaskirani prekid.

## 15.3 Opis rada jedinice

Osnova jedinice je mikroprocesor Z80A. Brzinu njegovog rada diktira takt generator sagrađen od tri od šest invertora u kolu 74LS04. Frekvenciju takta određuje kristal kvarca od 2MHz.

Pri uključenju, mikroprocesor se automatski resetuje; a nakon uspostavljanja početnog stanja, počinje sa izvršenjem programa koji je upisan u EPROM TMS 2716. Za privremeno odlaganje parcijalnih rezultata pri obradi podataka, kao i za čuvanje pokazatelja stanja analizatora služe dva RAM-a CDM 6116 kapaciteta 2kB. Izbor memorije se vrši pomoću adresnog dekodera 74LS138.

Drugi adresni dekoder 74LS138, koji se nalazi na izlazu, omogućava da se adresira jedna od osam mogućih modula. Dva pojačavaca 74LS244 služe za povećanje adresnih linija A0-A10. Naime, priključenje više ulaza na adresne linije bi dovelo do njihovog preopterećenja i do uništenja mikroprocesora. Linije podataka D0-D7 su pojačane dvosmernim pojačavačem 74LS245. Smerom prenosa podataka se upravlja pomoću NILI kapije kola 74LS27.

Za kola ovog modula je potrebno stabilizovano napajanje naponom od +5V koje obezbeđuje regulator napona 7805.

Kontrolni softver, koji je upisan u EPROM, će biti prikazan kasnije.

Jedinica ne sadrži nikakve elemente za podešavanje, tako da se odmah po sastavljanju može pustiti u pogon.

## GLAVA 16

### OSNOVNA PLOČA

#### 16.1 Namena osnovne ploče

Osnovna ploča sadrži ispravljač, slot-konektore koji mehanički nose module i preko kojih se ostvaruje električna veza između pojedinih modula, i serijski ulazno-izlazni međusklop (interface) za vezu sa spoljašnjim računarcem. Osnovna ploča ne sadrži mrežni transformator niti mrežni filter, već su oni posebno smešteni u kutiji uređaja. Ipak, na ovom mestu će biti opisan i njihov rad.

#### 16.2 Napojni deo

Analizator se preko trožilnog kabla priključuje na mrežni napon od 220V 50Hz. U primarnom kolu mrežnog transformatora se nalazi osigurač od 1A, koji služi kao zaštita u slučaju kvara u kolu mrežnog napona.

Uključenje i isključenje uređaja se vrši jednopolnim prekidačem sa ugrađenim svetlećim indikatorom. Prekidač se, kao i osigurač, nalazi sa zadnje strane kućišta analizatora.

U primarnom kolu mrežnog transformatora se nalazi još i mrežni filter koji sprečava prodor visokofrekventnih smetnji iz mreže ka analizatoru, kao prodor visokofrekventnih smetnji, koje proizvode kola analizatora, u električnu mrežu. Prisustvo ovog filtra se pokazalo opravdanim, jer analizator sadrži brze digitalne komponente koje su osjetljive na impulsne smetnje. Filter omogućava korektan rad uređaja i u uslovima relativno velikih smetnji.

Mrežni transformator snage 120VA sadrži jedan primarni i tri sekundarna kalema. Jezgro je načinjeno od limova EI 106, a debeljina paketa je 35mm. Primarni je predviđen za priključivanje na standardni mrežni napon, a sekundarni kalemovi daju dva puta 13V pri jačini struje od 2A, i 6V pri jačini struje od 4A.

Naponi od 13V se preko osigurača od 2A, koji se nalaze na ploči dovode na mosni ispravljač. Kondenzatori od 100nF služe za

dodatno eliminisanje impulsnih smetnji, dok se kondenzatorima od  $4700\mu F$  vrši filtriranje jednosmernog napona. Na taj način se dobija nestabilisani jednosmerni napon od  $\pm 18V$ . Ovi naponi se razvode do svakog od modula, na kojima se, pomoću stabilizatora, dobija napon od  $12V$ . Ovakvom lokalnom stabilizacijom se spričava dejstvo jednog modula na drugi preko napajanja.

Napon od  $\pm 12V$  služi za napajanje linearnih kola.

Naizmenični napon od  $6V$  se preko osigurača od  $4A$ , koji se takođe nalazi na osnovnoj ploči, dovodi do mosnog ispravljača, te se filtriranjem pomoću dva kondenzatora od  $4700\mu F$  dobija nestabilisani jednosmerni napon od  $9V$ . Ovaj napon se takođe razvodi do svakog modula, gde se vrši lokalno stabilisanje na vrednost od  $5V$ . Ovaj napon služi za napajanje digitalnih kola.

### 16.3 Ulazno-izlazni međusklop

Ulazno-izlazni međusklop služi za komunikaciju analizatora sa spoljašnjim računarom ili drugim uređajima. Gradjen je tako, da sa odgovarajućim programom može da podrži razmenu podataka po standardu koji koristi firma Commodore. Naravno, uz izradu odgovarajućeg programa, može se podržati i neki drugi standard za serijski prenos podataka.

Dekodiranje adrese je sprovedeno adresnim dekoderom 74LS138 i jednom ILI kapijom kola 74LS32.

Pojačavači magistrale 74LS244 služe za selektivno očitavanje stanja prekidača SW1 i stanja na komunikacionim vodovima međusklopa pri prijemu podataka. Osmobitna memorija 74LS373 služi za održavanje stanja na komunikacionim linijama međusklopa pri slanju podataka.

Diode 1N4148, ILI kapija kola 74LS32 i NILI kapija kola 74LS27 služe za formiranje prekidnog signala za nemaskirajući prekid mikroprocesora.

Medusklop se odaziva ako je aktivan signal  $\overline{C1}$ . Ako je adresni vod AO na logičkom nivou 0, aktiviraće se prvi pojačavač 74LS244. U trenutku aktiviranja linije za očitavanje  $\overline{RD}$ , pojačavač će proslediti stanje na prekidačima kolu 74LS245, koji će ove podatke postaviti na magistralu podataka.

Ako je adresni vod AO na logičkom nivou 1, pri aktiviranju linije za očitavanje  $\overline{RD}$  će proraditi drugi pojačavač 74LS244, koji će pojačavaču 74LS245 proslediti stanje na komunikacionim linijama.

Ako je adresni vod AO na logičkom nivou 1, pri aktiviranju linije za upis  $\overline{WR}$  će se stanje na magistrali podataka upisati u osmobitnu memoriju 74LS373. Kako je njen upravljački ulaz V na niskom, aktivnom nivou (negativna logika!), ovo stanje će se pojaviti na izlazima memorije, koji su, preko invertora (opet zbog negativne logike), priključeni na komunikacione vodove. Stanje na izlazima memorije 74LS373 će ostati toliko dugo, dok se u nju ne upiše novi podatak (i dok je prisutan napon napajanja).

U sva tri slučaja će pojačavač 74LS245 biti aktivan. Smer prenosa podataka ovim kolom diktira stanje na liniji za očitavanje  $\overline{RD}$ .

Ako se na liniji ATN pojavи nizak logički nivo (spoј sa masom), i ako je istovremeno prekidač S7 otvoren, pojavljuje se nizak nivo na liniji NMI koja vodi ka NMI priključku mikroprocesora, i od njega se na taj način traži da prekine sa daljim izvršavanjem tekućeg programa i da pređe na izvršavanje programa za servisiranje nemaskiranog prekida. Termin "nemaskirani prekid" označava takav prekid izvršavanja programa koji se ne može programski onemogućiti. O načinu prekidanja mikroprocesora videti u literaturi [15].

Naponski regulator 7805 obezbeđuje stabilan napon od 5V za uređan rad međusklopa.

#### **16.4 Magistrala signala**

Osnovna ploča nosi i šest konektora sa po 2x43 kontakta za priključenje modula. Ovi konektori su namenjeni IBM PC slotovima i mogu primiti dvostrano kaširane ploče debljine 1,5mm. Svi kontakti jednog konektora su povezani sa odgovarajućim kontaktima ostalih konektora, tako da moduli mogu međusobno zamjeniti mesto, a da se ne premeti rad analizatora. Ovo je urađeno radi omogućavanja podešavanja pri baždarenju uređaja, jer je rastojanje između konektora svega 30mm. Ako ploče ne bi mogle da se zamene, podešavanja bi mogla da se vrše samo na krajnjoj levoj ploči. Ovako se bilo koja ploča može postaviti u krajnji levi konektor i odvijačem podešavati položaj klizača postavljenih potenciometara.

## GLAVA 17

### PREDNJA PLOČA

#### 17.1 Namena ploče

Prednja ploča nosi na sebi tastere za upravljanje analizatorom, pojedinačne LED i četvorocifarski LED displej za prikaz njegovog trenutnog stanja. Na njoj se nalazi još i generator signala za maskirani prekid mikroprocesora, kao i pojačani stabilizator napona za napajanje.

Prednja ploča je spremna za razmenu podataka ako je kontrolna linija  $\overline{CO}$  na niskom nivou.

#### 17.2 Tastatura

Tastatura se satoji od 30 tastera raspoređenih u grupe od po šest tastera u pet redova. Mikroprocesor očitava stanje tastature po sto puta svakog pedesetog dela sekunde.

Kola tastature se odazivaju ako je aktivna linija za očitavanje  $\overline{RD}$  (i, naravno, kada je aktivna i kontrolna linija  $\overline{CO}$ ). Kombinacijom stanja na adresnim linijama A0-A2 se proziva po jedan red tastature spuštanjem odgovarajućeg izlaza demultiplexera 74LS138 na nizak nivo.

Ulazi pojačavača 74LS244 su vezani preko otpornika od  $1k\Omega$  na pozitivni pol napona napajanja. Ako nijedan taster nije pritisnut, svi ulazi (osim dva zadnja, koja se ne uzimaju u obzir) će biti na visokom nivou.

Ako je prozvan neki od redova tastature, i ako je u tom redu pritisnut neki taster, izlaz demultiplexera 74LS138 će, preko diode 1N4148, da obori nivo napona na odgovarajućem ulazu kola 74LS 244. Diode na izlazu demultiplexera sprečavaju povratno dejstvo pritisnutih tastera iz ostalih redova na stanje u prozvanom redu.

Pojačavač 74LS244 prosledjuje stanje tastera u prozvanom redu do dvosmernog pojačavača 74LS245, koji ovaj podatak postavlja na magistralu podataka da bi ga mikroprocesor mogao očitati.

### **17.3 Kontrolni LEDovi**

Kada su aktivne linija  $\overline{CO}$  i kontrolna linija upisa  $\overline{WR}$ , omogućen je pristup LE diodama za prikaz stanja analizatora i displeju. Postoji osam grupa po osam LEDova i dve grupe dvocifrenih LED displeja.

Između magistrale podataka i LEDova su umetnuta osmobilna memorijska kola 74LS373. Time je smanjen obim poslova mikroprocesora, jer se on obraća LEDovima samo kada treba da se promeni njihovo stanje. Između dva obraćanja, stanje LEDova održavaju ova memorijska kola.

Izbor između grupa LEDova se vrši adresiranjem demultiplesera 74LS154 adresnim linijama A0-A3. Kombinacija stanja na ovim linijama će izazvati aktiviranje jednog od 16 izlaza ovog kola, nivo na ovom izlazu će se, preko invertorske kapije kola 74LS04 preneti na kontrolni ulaz E odgovarajućeg memorijskog kola 74LS-373, koje će na taj način biti prozvano, i podatak sa magistrale će biti upisan u njega.

Grupa LEDova, koja je priključena na memorijsko kolo sa oznakom 2, ukazuje na izabrano vreme usrednjavanja, sa oznakom tri na opseg merenja, sa oznakom 4 na izabranu vrednost širine propusnog opsega, i, sa oznakom 5, na vrednosti donje i gornje granične frekvencije analizatora.

Memorijskim kolom sa oznakom 3 se upravlja i stanjem prve, druge i treće, a kolom sa oznakom 4 sa stanjem četvrte decimalne tačke displeja.

Grupe LEDova, priključene na memorijska kola sa oznakom 6,7,8 i 9, pokazuju stanje koje je postavljeno specijalnim tasterima.

### **17.4 Displej**

Vrednost centralne frekvencije se ispisuje pomoću dva dvocifrena sedmosegmentna displeja sa ugrađenim decimalnim tačkama sa desne strane cifara. Za pogon ovih displeja služe kola za dekodiranje HEF 4543 B. U njih su ugrađeni dekoder BCD/7 segm., memorija i pojачavački stepen za pogon LEDova. Namjenjeni su za pogon LED displeja sa zajedničkom anodom ili katodom, i displeja sa tečnim kristalom. Za pogon displeja sa zajedničkom anodom se je potrebno ulaz označen sa PH spojiti na + pol napajanja. Upis podataka u ovo kolo se postiže tokom prisustva visokog nivoa na ulazu LD.

Binarno kodirana decimalna cifra je predstavljena kombinacijom na četiri voda magistrale podataka, te se pomoću osam vodova mogu preneti dve cifre. Kombinacijom 0000 na adresnim linijama A0-A3 se prenose dve niže, a kombinacijom 0001 dve više cifre vrednosti centralne frekvencije. Stanjem LEDova sa oznakom Hz, odnosno kHz, koje su priključene na memorijsko kolo sa oznakom 6, se označava red veličine ispisane centralne frekvencije.

### **17.5 Generator maskiranog prekida**

Osim nemaskiranog, kod mikroprocesora se može izvršiti i maskirani prekid tj. prekid koji se programski može onemogućiti. O značaju maskiranog prekida, kao i o ponašanju mikroprocesora pri ovom prekidu konsultovati literaturu o mikroprocesoru Z80 [15].

Zahtev za maskiranim prekidom se upućuje mikroprocesoru krat-

kotrajnim spuštanjem nivoa na njegovom priključku INT. Ukoliko je prekid dopušten, mikroprocesor prekida sa izvršavanjem tekućeg programa i prelazi na izvršavanje programa za servisiranje maskiranog prekida. Kod analizatora, ovaj program sadrži podprograme za čitanje tastature, postavljanje stanja LEDova, rad internog časovnika itd. Kako je predviđeno da se ovi poslovi vrše pedeset puta u sekundi, zahtev za maskirani prekid mora stizati svake pedesetinke sekunde. To znači da generator mora davati na svom izlazu povorku četvrtki sa trajanjem signala od 20ms i sa trajanjem pauze od nekoliko  $\mu$ s (optimalnim se pokazala vrednost 50 $\mu$ s).

Kao generator je upotrebljeno tajmer kolo 555 u spoju astabilnog multivibratora. Prema podacima za kolo i traženim karakteristikama izlaznog signala su proračunate vrednosti otpornika i kondenzatora.

### **17.6 Napajanje**

Otpornici u kolu LEDova su proračunati tako, da kroz njih (u uključenom stanju) prolazi jačina struje od 10mA. Kako ima osamdeset LEDova, samo njihova potrošnja bi dovela stabilizator napona 7805 do granice opterećivosti. Stoga je stabilizator pojačan uključenjem tranzistora snage 2N3055. Dioda 1N4148 između nožice 2 i emitera tranzistora povećava njegov izlazni napon za oko 0,7V, čime se stabilizatora kompenzuje pad potencijala između baze i emitera tranzistora. Na emiteru će, zbog toga, i dalje biti prisutan napon od 5V, kojim se napajaju kola prednje ploče.

## GLAVA 18

### UOBLICAČ ULAZNOG NAPONA

#### 18.1 Sastav modula

Uobličavač ulaznog napona je modul koji sadrži pojačavač nanelektrisanja, nisko- i visokofrekventni filter za definisanje gornje i donje granične frekvencije analizatora, integratore za dobijanje brzine i pomeraja iz ulaznog signala, koji je proporcionalan ubrzaju, detektor preopterećenja, releje za kontrolu i stabilizatore napona napajanja.

#### 18.2 Pojačavač nanelektrisanja

Glava 6 je bila posvećena pojačavaču nanelektrisanja, i na slici 6.5.1 je prikazano osnovno kolo pojačavača. Kod ovog kola je vrednost kapaciteta i otpor otpornika bio stalan, te su vrednosti pojačanja i donje granične frekvencije nepromenljivi.

Pojačavač nanelektrisanja analizatora se zasniva na tom kolu. Kod praktične izvedbe su ubaćeni transkonduktantni pojačavači u kolo povratne veze radi postizanja promenljivog pojačanja i donje granične frekvencije.

Principijelna šema pojačavača nanelektrisanja je prikazana na slici 18.2.1.

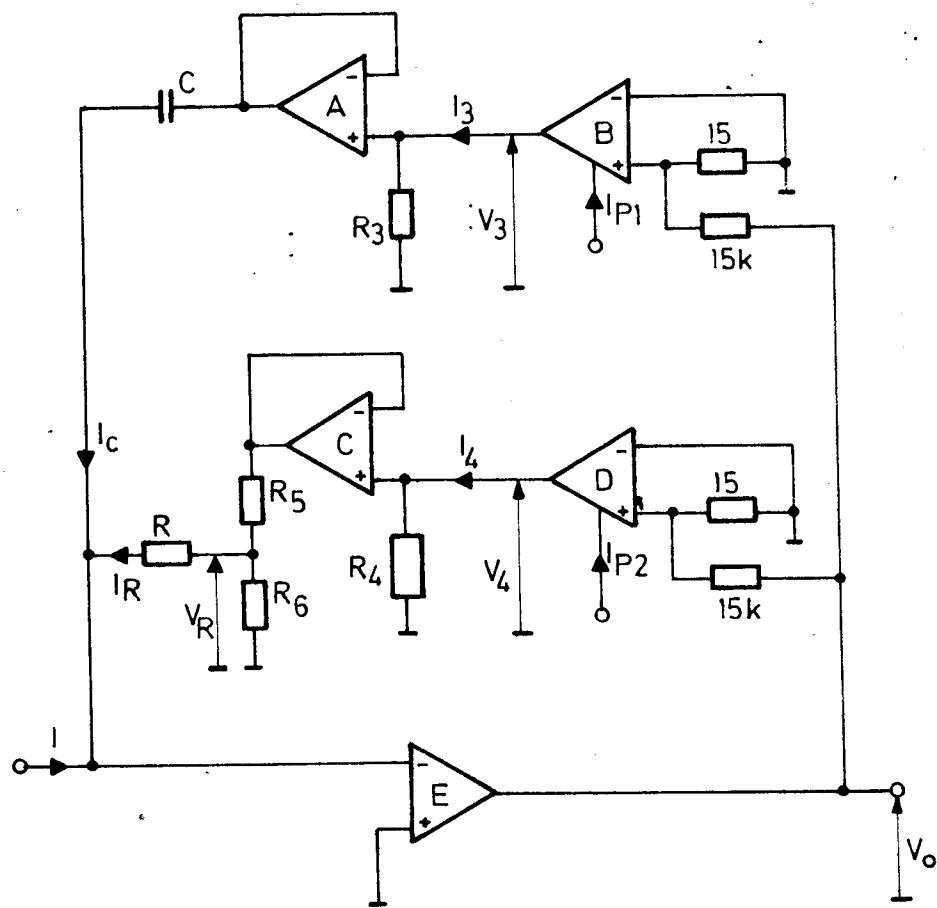
Na ulaz pojačavača se priključuje sonda, sa koje pristize struja jačine  $I$ . Prema slici je

$$-I = I_R + I_C \quad (18.2.1)$$

Jačina struje, koja dolazi sa sonde je

$$I = \frac{dQ}{dt}, \quad (18.2.2)$$

gde je  $Q$  nanelektrisanje, koje je proporcionalno ubrzaju sonde.



Slika 18.2.1 Principijelna schema pojačavača nadelektrisanja

S druge strane su jačine struje

$$I_3 = 20 \frac{\mu S}{mA} \cdot I_{p1} \cdot V_o \quad (18.2.3)$$

$$I_4 = 20 \frac{\mu S}{mA} \cdot I_{p2} \cdot V_o \quad (18.2.4)$$

Napon  $V_3$  nastaje prolaskom struje jačine  $I_3$  kroz otpornik  $R_3$ , te je

$$V_3 = I_3 \cdot R_3$$

$$= 20 \frac{\mu S}{mA} \cdot I_{p1} \cdot R_3 \cdot V_o \quad (18.2.5)$$

Na sličan način se dobija da je napon

$$V_4 = 20 \frac{\mu S}{mA} \cdot I_{p2} \cdot R_4 \cdot V_o . \quad (18.2.6)$$

Kako su operacioni pojačavači A i C spojeni kao neinvertujući pojačavači jediničnog pojačanja, na njihovim izlazima se pojavljuju isti naponi  $V_3$ , odnosno  $V_4$ .

Jacina struje kroz kondenzator C je sada

$$I_C = C \frac{dV_4}{dt} , \quad (18.2.7)$$

sto, imajući u vidu da je programišuća struja  $I_{p1}$  konstantna, daje

$$I_C = 20 \frac{\mu S}{mA} \cdot I_{p1} \cdot R_3 \cdot C \cdot \frac{dV_o}{dt} . \quad (18.2.8)$$

Može se pokazati da je napon

$$V_R \approx \frac{R_6}{R_5 + R_6} \cdot V_4 , \quad (18.2.9)$$

te je jacina struje

$$\begin{aligned} I_R &= \frac{V_R}{R} \\ &\approx 20 \frac{\mu S}{mA} \cdot I_{p2} \cdot \frac{R_6}{R_5 + R_6} \cdot \frac{R_4}{R} \cdot V_o . \end{aligned} \quad (18.2.10)$$

Uvrštenjem izraza (18.2.2), (18.2.8) i (18.2.10) u izraz (18.2.1) se dobija da je

$$-\frac{dQ}{dt} = 20 \frac{\mu S}{mA} \cdot \left[ I_{p1} R_3 C \cdot \frac{dV_o}{dt} + I_{p2} \cdot \frac{R_6}{R_5 + R_6} \cdot \frac{R_4}{R} \cdot V_o \right] . \quad (18.2.11)$$

Primenom FOURIÉrove transformacije na izraz (18.2.11) se dobija da je

$$-j\omega Q = 20 \frac{\mu S}{mA} \left( j\omega I_{p1} R_3 C + I_{p2} \cdot \frac{R_6}{R_5 + R_6} \cdot \frac{R_4}{R} \right) \cdot V_o , \quad (18.2.12)$$

odakle je

$$V_o = - \frac{1}{1 - j \cdot \frac{I_{p2}}{I_{p1}} \cdot \frac{R_6}{R_5 + R_6} \cdot \frac{R_4}{R_3} \cdot \frac{1}{\omega RC} \cdot \frac{20 \frac{\mu S}{mA} \cdot I_{p1} \cdot R_3 \cdot C}{\omega RC}} \cdot Q . \quad (18.2.13)$$

Ako se obezbedi da usvakom trenutku bude

$$I_{p1} = I_{p2} , \quad (18.2.14)$$

tada će biti

$$V_o = - \frac{1}{1 - j \cdot \frac{R_6}{R_5 + R_6} \cdot \frac{R_4}{R_3} \cdot \frac{1}{\omega RC}} \cdot \frac{Q}{20 \frac{\mu S}{mA} \cdot I_{p1} \cdot R_3 \cdot C} \quad (18.2.15)$$

Osetljivost ulaznog pojačavača (prenosna funkcija) je

$$S_p = \frac{V_o}{Q}$$

$$= - \frac{1}{1 - j \cdot \frac{R_6}{R_5 + R_6} \cdot \frac{R_4}{R_3} \cdot \frac{1}{\omega RC}} \cdot \frac{1}{20 \frac{\mu S}{mA} \cdot I_{p1} \cdot R_3 \cdot C} \quad (18.2.16)$$

Prvi član desne strane gornje jednačine predstavlja prenosnu funkciju visokopropusnog filtra, dok drugi član predstavlja pojačanje za visoke frekvencije frekvencije. Treba primetiti da izraz

$$\omega_o = \frac{R_6}{R_5 + R_6} \cdot \frac{R_4}{R_3} \cdot \frac{1}{R \cdot C} \quad (18.2.17)$$

predstavlja prelomnu frekvenciju visokofrekventnog filtra.  
Kako je osetljivost sonde

$$S_s = \frac{Q}{A}, \quad (5.4.8)$$

to je osetljivost sonda-pojačavač dat izrazom

$$S_{sp} = - \frac{1}{1 - j \cdot \frac{R_6}{R_5 + R_6} \cdot \frac{R_4}{R_3} \cdot \frac{1}{\omega RC}} \cdot \frac{1}{20 \frac{\mu S}{mA} \cdot I_{p1} \cdot R_3 \cdot C} \cdot S_s \quad (18.2.18)$$

Za dovoljno velike frekvencije (u odnosu na prelomnu) izlazni napon pojačavača je (ako se zanemari obrtanje faze)

$$V_o = \frac{1}{20 \frac{\mu S}{mA} \cdot I_{p1} \cdot R_3 \cdot C} \cdot S_s \cdot A, \quad (18.2.19)$$

gde su  $S_s$  i  $A$  osetljivost sonde i amplituda ubrzanja za  $\omega \gg \omega_o$ .

Vrednosti elemenata pojačavača će biti proračunate za sondu osetljivosti od  $10 \text{ pC/ms}^2$ . Maksimalna vrednost izlaznog napona ne-ka je  $9,25 \text{ V}$ , i neka ovaj napon nastaje pri najvećoj vrednosti ubr-zanja.

Kako postoje tri nezavisna elementa, a samo jedna jednačina, dva elementa mogu imati proizvoljne vrednosti. Neka su ova dva e-lementa kondenzator i jačina programišuće struje.

Za kapacitet kondenzatora će biti odabrana vrednost  $C = 100 \text{ pF}$ .

Intenzitet programišuće struje ne sme biti veći od 2mA. Vecoj vrednosti programišuće struje odgovara manja osetljivost pojačavača: pojačavač je podešen na viši opseg merenja.

Odnos maksimalnih ubrzanja za pet mernih opsega:

$$a_1 = 10 \text{mm/s}^2$$

$$a_2 = 100 \text{mm/s}^2$$

$$a_3 = 1 \text{m/s}^2$$

$$a_4 = 10 \text{m/s}^2$$

$$a_5 = 100 \text{m/s}^2,$$

iznosi  $10^5$ , a toliki bi trebao da bude odnos jačina programišuće struje na tim opsezima. To bi značilo da je za najniži opseg njena jačina  $0,2\mu\text{A}$ , što je nezadovoljavajuće, jer je teško postići stabilnost izvora programišuće struje pri tako malim intenzitetima. Umesto toga, opsezi su podeljeni u dve grupe sa odgovarajućim jačinama programišuće struje:

$$a_1 \Rightarrow I_{p1} = 20\mu\text{A}$$

$$a_2 \Rightarrow I_{p1} = 200\mu\text{A}$$

$$a_3 \Rightarrow I_{p1} = 2\text{mA}$$

$$a_4 \Rightarrow I_{p1} = 20\mu\text{A}$$

$$a_5 \Rightarrow I_{p1} = 200\mu\text{A} .$$

(18.2.20)

Ako se opsezi podele na dve grupe, svakoj će odgovarati po jedna vrednost otpornika  $R_3$ . Prema izrazu (18.2.19) i vrednostima (18.2.20) proizilazi da je vrednost otpornika za prvu grupu opsega biti

$$R_{31} = 270\Omega ,$$

(18.2.21)

a za drugu grupu

$$R_{32} = 270\text{k}\Omega .$$

(18.2.22)

Prelomna frekvencija takođe zavisi od vrednosti otpornika  $R_3$ . Da njena vrednost bude nezavisna od promene vrednosti ovog otpornika, potrebno je da se i otpor otpornika  $R_4$  promeni u istoj meri.

Neka je vrednost prelomne frekvencije pojačavača

$$\omega_0 = 2\pi \cdot 0,3\text{Hz} .$$

(18.2.23)

Uz otpor otpornika

$$R = 1\text{M}\Omega$$

(18.2.24)

je, prema izrazu (18.2.17)

$$R_4 = 1,89 \cdot 10^{-4} \cdot \left( 1 + \frac{R_5}{R_6} \right) \cdot R_3 . \quad (18.2.25)$$

Uz  $R_5 = 150\text{k}\Omega$  i  $R_6 = 470\Omega$  je

$$R_{41} \approx 15\Omega , \quad (18.2.26)$$

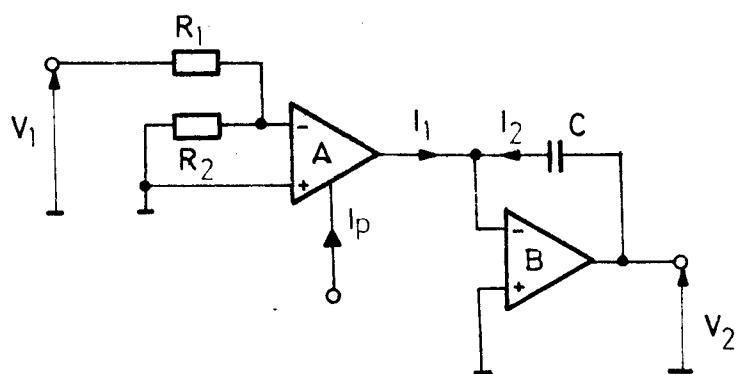
$$R_{42} \approx 15\text{k}\Omega . \quad (18.2.27)$$

Promena otpornika  $R_3$  i  $R_4$  se vrši pomoću releja Ry2, kojim se, preko tranzistorskog pobudnog pojačavača, upravlja signalom RGCV.

### 18.3 Filter propusnik visokih frekvencija

Ovaj filter služi za definisanje donje granične frekvencije analizatora. Da bi se postigla što strmija karakteristika, filter je načinjen od pet integratora vezanih u kolo negativne povratne veze operacionog pojačavača.

Slika 18.3.1 pokazuje šemu veze jednog od integratora.



Slika 18.3.1 Šema strujno kontrolisanog integratora

Prema slici je

$$I_1 = -I_2 .$$

(18.3.1)

Jačina struje na izlazu transkonduktantnog pojačavača je data izrazom

$$I_1 = -20 \frac{\mu S}{mA} \cdot I_p \cdot V_1 , \quad (18.3.2)$$

dok je jačina struje

$$I_2 = C \cdot \frac{dV_2}{dt} . \quad (18.3.3)$$

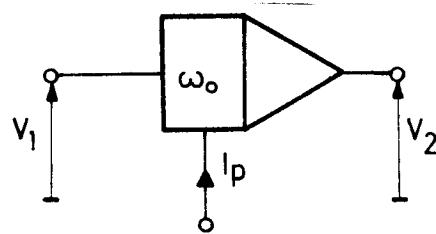
Na osnovu prethodnih izraza je

$$V_1 = \frac{C}{20 \frac{\mu S}{mA} \cdot I_p} \cdot \frac{dV_2}{dt} . \quad (18.3.4)$$

Odavde je

$$V_2 = \frac{20 \frac{\mu S}{mA} \cdot I_p}{C} \int V_1 dt . \quad (18.3.5)$$

Simbol strujno kontrolisanog integratora daje slika 18.3.2.



Slika 18.3.2 Simbol strujno kontrolisanog integratora

Uvodenjem smene

$$\omega_o = \frac{20 \frac{\mu S}{mA} \cdot I_p}{C} \quad (18.3.6)$$

izraz (18.3.6) postaje

$$V_1 = \frac{1}{\omega_o} \cdot \frac{dV_2}{dt} . \quad (18.3.7)$$

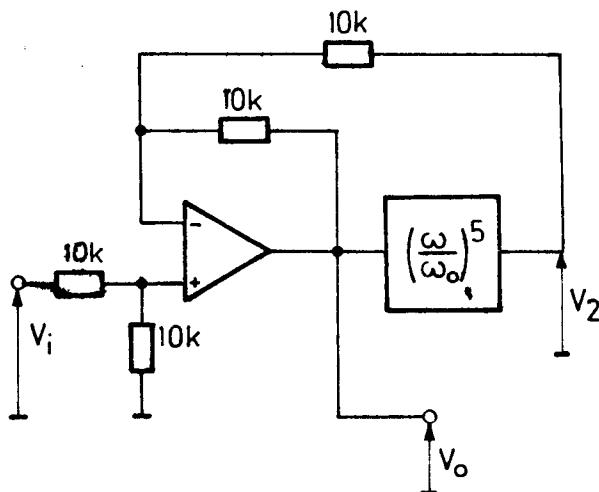
Primenom FOURIËROve transformacije na ovaj izraz se dobija da je

$$V_1 = j \cdot \frac{\omega}{\omega_o} \cdot V_2 . \quad (18.3.8)$$

Ulančavanjem pet ovakvih integratora se dobija da je

$$V_o = j \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^5 V_2 . \quad (18.3.9)$$

Blok od pet redno vezanih integratora se povezuje u kolcu negativne povratne veze operacionog pojačavača prema slici 18.3.3:



Slika 18.3.3 Sema filtra propusnika visokih frekvencija

Prema slici je

$$V_o = V_i - V_2 , \quad (18.3.10)$$

$$V_2 = V_i - V_o , \quad (18.3.11)$$

odakle je, prema izrazu (18.3.9)

$$V_o = j \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^5 \cdot (V_i - V_o) . \quad (18.3.12)$$

Odavde je

$$V_o = \frac{1}{1 - j \left( \frac{\omega_0}{\omega} \right)^5} \cdot V_i . \quad (18.3.13)$$

Prenosna funkcija filtra je

$$H(\omega) = \frac{1}{1 - j \left( \frac{\omega_0}{\omega} \right)^5} . \quad (18.3.14)$$

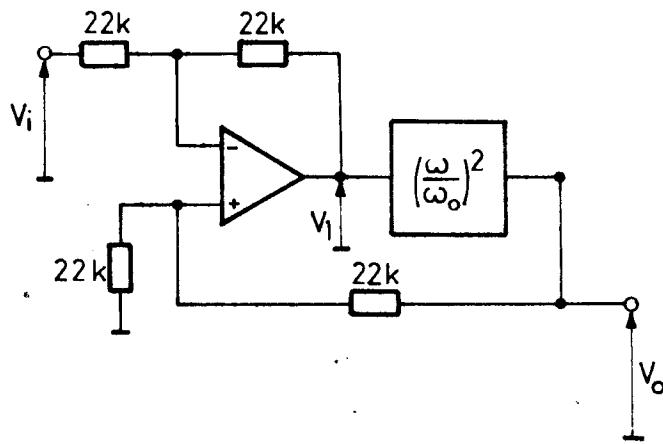
Najviša prelomna frekvencija filtra,  $\omega_o = 2\pi \cdot 30\text{Hz}$ , nastaje pri jadini programišuće struje od  $1\text{mA}$ . Prema izrazu (18.3.6) se dobija vrednost kapaciteta kondenzatora

$$C = 100\text{nF} .$$

(18.3.15)

#### 18.4 Filtar propusnik niskih frekvencija

Ova jfilter služi za definisanje gornje granične frekvencije analizatora. Sastoji se od dva integratora povezanih u granu pozitivne povratne sprege oduzimaca (slika 18.4.1).



Slika 18.4.1 Filtar propusnik niskih frekvencija

Za ovo kolo važi da je

$$V_1 = V_o - V_i . \quad (18.4.1)$$

Za integrator sa slike 18.3.1 važi da je

$$V_1 = \frac{C}{20 \frac{\mu S}{\text{mA}} \cdot I_p} \cdot \frac{dV_o^2}{dt} . \quad (18.3.4)$$

Ako se dva ovakva integratora spoje redno stim, da je na izlazu drugog prisutan napon  $V_o$ , tada je

$$V_1 = \left( \frac{C}{20 \frac{\mu S}{\text{mA}} \cdot I_p} \right)^2 \cdot \frac{d^2 V_o}{dt^2} . \quad (18.4.2)$$

Iz izraza (18.4.1) i (18.4.2) sledi da je

$$V_o = \left( \frac{C}{20 \frac{\mu S}{mA} \cdot I_p} \right)^2 \cdot \frac{d^2 V_i}{dt^2} = V_i . \quad (18.4.3)$$

Smenom

$$\omega_o = \frac{20 \frac{\mu S}{mA} \cdot I_p}{C} , \quad (18.4.6)$$

gde je  $\omega_o$  prelomna frekvencija filtra, se izraz (18.4.3) može krateće zapisati u obliku

$$V_o = \left( \frac{1}{\omega_o} \right)^2 \cdot \frac{d^2 V_i}{dt^2} = V_i . \quad (18.4.4)$$

Primenom FOURIÉrove transformacije na gornji izraz se dobija da je

$$\left[ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_o} \right)^2 \right] V_o = V_i , \quad (18.4.5)$$

odakle je prenosna funkcija filtra

$$W(\omega) = \frac{1}{1 + \left( \frac{\omega}{\omega_o} \right)^2} . \quad (18.4.6)$$

Najviša prelomna frekvencija  $\omega_o = 2\pi \cdot 30 \text{kHz}$  se postiže uz kapacitet kondenzatora

$$C = 100 \text{pF} \quad (18.4.7)$$

pri jačini programišuće struje od

$$I_p = 0,94 \text{mA} . \quad (18.4.8)$$

## 18.5 Integratori

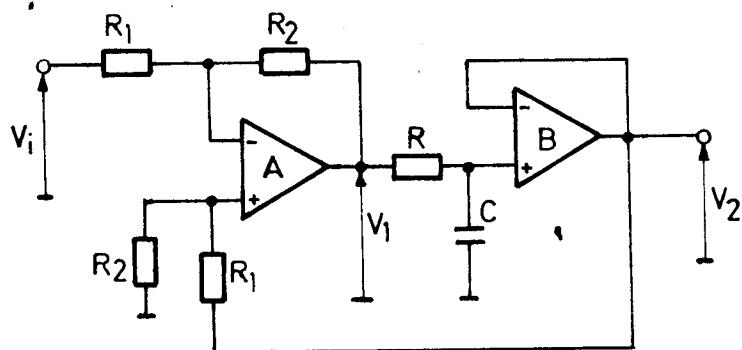
Na ploči modula se nalaze i dva integratora za dobijanje spektra brzine i pomeraja. Signalima INT1 i INT2 se postiže uključenje jednog ili oba integratora. Ako su oba signala na niskom nivou, integratori su isključeni, i na izlazu modula se javlja napon proporcionalan ubrzaju.

Prisustvo visokog nivoa na liniji INT1 će aktivirati rele, Ry3, koji će na izlaz modula priključiti izlaz prvog integratora. Na izlazu se pojavljuje napon koji je proporcionalan brzini vibracije.

Ako je i na liniji INT2 prisutan visoki nivo, proradice i drugi rele Ry4, i izlaz modula će biti priključen na izlaz drugog integratora. Dva puta integraljeni signal će biti proporcionalan pomeraju.

Oba integratora su identična te će samo jedan od njih biti opisan.

Na slici 18.5.1 je data šema integratora.

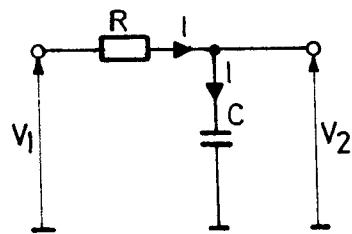


Slika 18.5.1 Integrator

Operacioni pojačavač A je spojen kao diferencijalni pojačavač. Raspored otpornika  $R_1$  i  $R_2$  je takav da je napon

$$V_1 = V_2 - \frac{R_2}{R_1} \cdot V_i \quad (18.5.1)$$

Isti napon  $V_2$  se pojavljuje i na kondenzatoru, jer je operacioni pojačavač povezan kao neinvertujući pojačavač jediničnog poticanja. Ovaj napon nastaje pod dejstvom napona  $V_i$  na RC kolo sa slike 18.5.2.



Slika 18.5.2 RC kolo integratora

Za ovo kolo važi da je

$$V_1 = R \cdot I + V_2 \quad (18.5.2)$$

$$I = C \cdot \frac{dV}{dt}^2, \quad (18.5.3)$$

odakle je

$$V_1 = RC \cdot \frac{dV}{dt}^2 + V_2. \quad (18.5.4)$$

Uvrštenjem izraza (18.5.4) u izraz (18.5.1) se dobija da je

$$RC \cdot \frac{dV}{dt}^2 + V_2 = V_2 - \frac{R_2}{R_1} \cdot V_1, \quad (18.5.5)$$

odakle je

$$V_1 = - \frac{R_1}{R_2} \cdot RC \cdot \frac{dV}{dt}^2, \quad (18.5.6)$$

$$V_2 = - \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{RC} \int V_1 dt. \quad (18.5.7)$$

Primenom FOURIÉrove transformacije na izraz (18.5.6) se dobija da je

$$V_1 = - j\omega \cdot \frac{R_1}{R_2} \cdot RC \cdot V_2. \quad (18.5.8)$$

Amplitude ova dva napona treba da budu jednake pri vrednosti ugaone frekvencije  $\omega=1000\text{rad/s}$ . Ovaj uslov je zadovoljen za

$$\omega \cdot \frac{R_1}{R_2} \cdot RC = 1. \quad (18.5.9)$$

Pri vrednostima  $R_1=R_2=22\text{k}\Omega$  i  $C=100\text{nF}$ , otpor otpornika  $R$  treba da bude  $10\text{k}\Omega$ .

### 18.6 Detektor preopterećenja

Preopterećenje će se definisati stanje kada se na izlazu nekog kola javi napon veći od  $9,5\text{V}$ . Operacioni pojačavači IC4c i d, sa okolnim elementima grade detektor preopterećenja.

Između redno vezanih dioda dolazi izlazni signal sa kola koje se nadzire. Ako je napon pozitivan u odnosu na masu, provode gornje diode, a u slučaju negativnog napona provode donje diode. Pojačavač IC4d je komparator koji daje na svom izlazu visok nivo ako je ulazni napon veći od  $8,7\text{V}$ , i nizak nivo ako je ulazni napon manji od ove vrednosti.

Pojačavač IC4c je komparator koji daje visok nivo na svom izlazu ako je napon na njegovom invertujućem ulazu manji od -8.7V, i nizak nivo u slučaju da je ulazni napon veći od ove vrednosti. Diode D15 i D16 sprečavaju dejstvo izlaza jednog komparatora na drugi.

U slučaju niskog nivoa na izlazima komparatora (kada su signali na ulazima u intervalu  $-9,4V > V_u > 9,4V$ ), tranzistor je neaktiviran, i napon na izlazu  $\overline{OVLD}$  je visokog nivoa.

Tranzistor se aktivira prisustvom visokog nivoa na izlazu jednog od komparatora. Otpor između emitera i kolektora postaje mali kao i napon na izlazu  $\overline{OVLD}$ , čime se signališe stanje preopterecenja.

### **18.7 Napajanje**

Ovaj modul se sastoji samo iz analognih kola, te je potrebno samo simetrično napajanje od  $\pm 12V$ . Stabilizaciju ovog napona vrše stabilizatori 7812 i 7912 u standardnom spoju.

### **18.8 Naponski ulaz**

Kod analizatora je ostavljena mogućnost priklučenja spoljašnjeg napona i njegove analize. Ovo omogućava da se na ulaz dovede napon poznate karakteristike, te da se pomoću njega izvrši kalibracija uređaja.

Druga mogućnost je da se signal sa vibracione sonde, mikrofona ili nekog drugog izvora, nakon spoljašnje obrade, dovede na analizator i da se izvrši njegova analiza.

Naponski ulaz se bira aktiviranjem relea Ry1 signalom INSEL. Tada se isključuje pojačavač nanelektrisanja i uključuje se naponski ulaz. Posebna LED na prednjoj ploči pokazuje izabrani ulaz.

O upravljanju parametrima ovog modula će biti kasnije reči.

## GLAVA 19

### NAPONSKI KONTROLISANI FILTAR

#### 19.1 Grada modula

Modul sadrži filter propusnik opsega frekvencije, filter propusnik visokih frekvencija, detektor preopterećenja i stabilizator napona.

Parametrima filtra se upravlja sa posebnog kontrolnog modula, te ovde o tome neće biti reči.

#### 19.2 Filter propusnik opsega frekvencije

U glavi 7 je bio opisan prosti filter propusnik opsega frekvencije, čija je prenosna funkcija

$$W_{po}(\omega) = \frac{jB\omega}{\Omega^2 - \omega^2 + jB\omega} . \quad (7.2.8)$$

Ovaj filter se često javlja u praksi u obliku RLC kola, mehaničkog oscilatora sa viskoznim trenjem itd. U poglavljiju 7.3 je pozano da je selektivnost ovog filtra relativno mala. Povećanje selektivnosti, što je velik problem npr. u telekomunikacijama, se rešava serijskim spajanjem više jednakih filtera. Kod filtera za analizator će biti načinjen pokušaj da se ovaj problem reši na drugi način.

Za lakšu analizu gornje prenosne funkcije se ona može napisati u obliku

$$W_{po} = \frac{1}{1 + \frac{\Omega^2 - \omega^2}{jB\omega}} . \quad (19.2.1)$$

Moduo ove funkcije je

$$|W_{po}| = \frac{1}{1 + \left(\frac{\Omega^2 - \omega^2}{B \cdot \omega}\right)^2} \quad (19.2.2)$$

Moduo prenosne funkcije ima maksimalnu vrednost za  $\omega = \Omega$  jer je član .

$$\frac{\Omega^2 - \omega^2}{B \cdot \omega} = 0 \quad (19.2.3)$$

Za  $\omega \neq \Omega$  će ovaj član biti veći od nule i, kako se on dodaje jedinici, vrednost modula  $W_{po}$  opada. Na brzinu pada vrednosti modula  $W_{po}$  utiče vrednost parametra B. Njegovim smanjenjem se ubrzava pad i filter propušta uži signale u užem opsegu frekvencije, ali faktor oblika, a time i selektivnost ostaju isti. Ovo je posledica činjenice da je i oblik prenosne funkcije ostao isti.

Povećanje selektivnosti se može postići samo takvom promenom oblika prenosne funkcije, pri kojoj će vrednost njenog modula brže opadati porastom vrednosti brojioca u izrazu (19.2.3). Jedan od načina da se to postigne je dizanje na stepen člana  $(\Omega^2 - \omega^2)/jB\omega$  u prenosnoj funkciji filtra. Ovaj stepen mora biti neparan, da bi ovaj član ostao imaginaran. U praksi je, međutim skupo i komplikованo postići stepen veći od tri, tako da će ovde biti ispitana verzija filtra sa prenosnom funkcijom

$$W_{po} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\Omega^2 - \omega^2}{jB\omega}\right)^2} \quad (19.2.4)$$

Moduo ove prenosne funkcije je

$$|W_{po}| = \frac{B^{\frac{2}{3}} \omega^{\frac{2}{3}}}{\sqrt{(\Omega^2 - \omega^2)^{\frac{2}{3}} + B^{\frac{2}{3}} \omega^{\frac{2}{3}}}} \quad (19.2.5)$$

Pad vrednosti modula od 3dB nastupa pri graničnim frekvencijama, te je

$$|W_{po}(\omega_g)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (19.2.6)$$

odakle je, na osnovu izraza (19.2.5),

$$2B^{\frac{2}{3}} \omega_g^{\frac{2}{3}} = (\Omega^2 - \omega_g^2)^{\frac{2}{3}} + B^{\frac{2}{3}} \omega_g^{\frac{2}{3}}, \quad (19.2.7)$$

te je

$$B^2 \omega_g^2 = (\Omega^2 - \omega_g^2)^2 \quad (19.2.8)$$

Zadnja jednačina ima kao rešenje vrednosti dve granične frekvencije, koje zadovoljavaju uslov da je

$$B = |\omega_g - \omega_d| . \quad (19.2.9)$$

Vidi se, da je kod ovog filtra, kao i kod prostog filtra,

$$B = B_{-6dB} . \quad (19.2.10)$$

Pad vrednosti modula prenosne funkcije od 60dB nastaje pri drugim graničnim vrednostima frekvencije:

$$|\mathcal{W}_{po}(\omega')| = 10^{-3} , \quad (19.2.11)$$

odakle, na osnovu izraza za modul, sledi da je

$$10^6 B^6 \omega_g^6 = (\Omega^2 - \omega_g^2)^6 + B^6 \omega_g^6 . \quad (19.2.12)$$

Član  $B^6 \omega_g^6$  sa desne strane gornje jednačine može da se zanemari, te se dobija jednačina

$$10^2 B^2 \omega_g^2 = (\Omega^2 - \omega_g^2)^2 , \quad (19.2.13)$$

čijim rešavanjem se dobijaju vrednosti dve granične frekvencije, koje zadovoljavaju uslov

$$10 \cdot B = |\omega_g - \omega_d| , \quad (19.2.14)$$

odakle je

$$10 \cdot B = B_{-60dB} . \quad (19.2.15)$$

Faktor oblika za ovaj filter ima vrednost

$$\epsilon = 10 . \quad (19.2.16)$$

Ovo je znatno poboljšanje selektivnosti filtra. Kriva njegove karakteristika je strmija nego kriva prostog filtra. Ona je samo deset puta šira na 0,1% visine nego na 70,7% visine.

Prenosna funkcija opisanog filtra se postiže povezivanjem ko-  
la, koje simulira funkciju

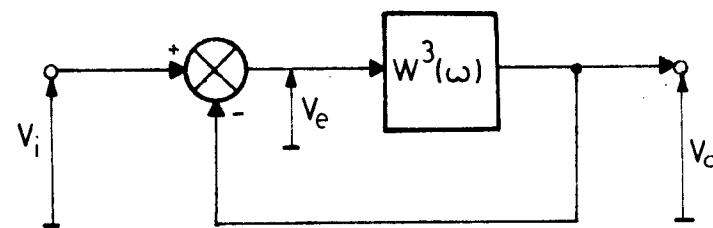
$$\mathcal{W}^3(\omega) = \left[ \frac{jB\omega}{\Omega^2 - \omega^2} \right]^3 \quad (19.2.17)$$

u granu negativne povratne veze oduzimača (slika 19.2.1).

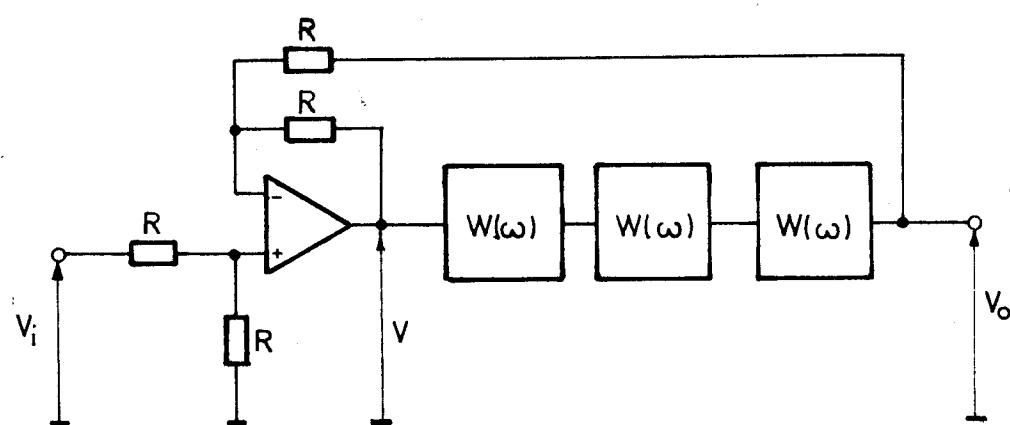
Gornja funkcija se može ostvariti rednim vezivanjem tri kola, čija je prenosna funkcija

$$\mathcal{W}(\omega) = \frac{jB\omega}{\Omega^2 - \omega^2} , \quad (19.2.18)$$

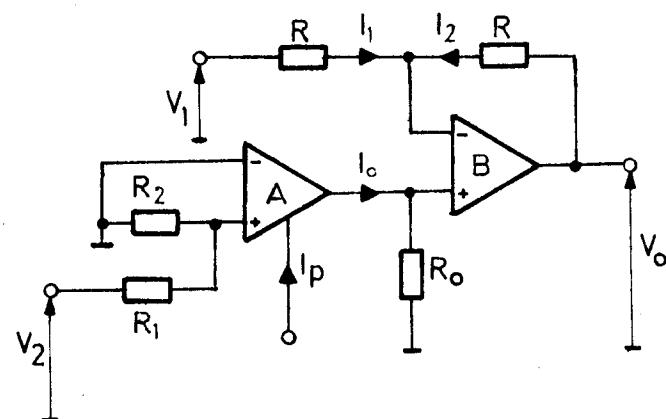
kao što to pokazuje slika 19.2.2.



Slika 19.2.1 Blok Sema kola za simulaciju prenosne funkcije filtra

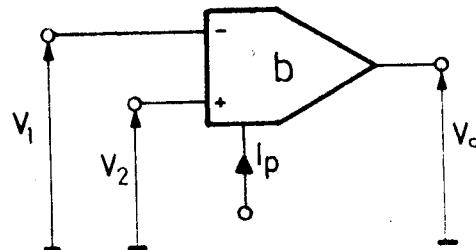


Slika 19.2.2 Način ostvarenja prenosne funkcije filtra pomoću kola sa prenosnom funkcijom  $W$



Slika 19.2.3 Naponski kontrolisan oduzimac

Pri izgradnji kola za simulaciju prenosne funkcije će, osim naponski kontrolisanog integratora, biti potreban i naponski kontrolisani oduzimač, čija je šema veze prikazana na slici 19.2.3, a simbol na slici 19.2.4.



Slika 19.2.4 Simbol naponski kontrolisanog oduzimaca

Prema slici 19.2.3 je

$$I_o = 20 \frac{\mu S}{mA} \cdot I_p \cdot V_2 , \quad (19.2.19)$$

$$V_o = R \cdot I_2 + R_o \cdot I_o , \quad (19.2.20)$$

$$I_2 = - I_1 , \quad (19.2.21)$$

$$V_1 = R \cdot I_1 + R_o \cdot I_o \quad (19.2.22)$$

Iz ovog sistema jednačina sledi da je

$$V_o = 40 \frac{\mu S}{mA} \cdot I_p \cdot R_o \cdot V_2 - V_1 . \quad (19.2.23)$$

Blok šema kola, kojim se simulira prenosna funkcija (19.2.18) je prikazana na slici 19.2.5.

Za levi integrator važi jednačina koja je izvedena u glavi 18 i koja, usaglašena sa oznakama sa slike 19.2.5, glasi

$$V_o = \frac{1}{\omega_o} \cdot \frac{dV_1}{dt} , \quad (19.2.24)$$

gde je

$$\omega_o = \frac{20 \frac{\mu S}{mA} \cdot I_p \cdot \omega}{C} . \quad (19.2.25)$$

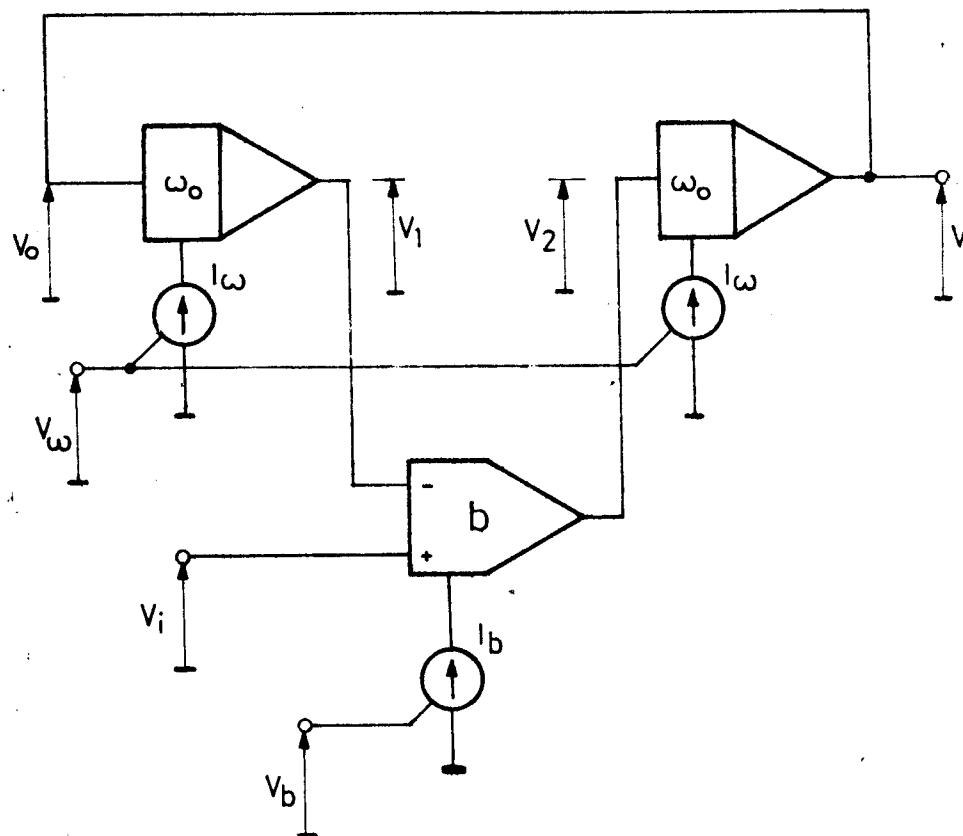
Jednačina oduzimača, nakon prilagođenja oznaka sa slike 19.2.5, glasi

$$V_2 = b \cdot V_i - V_1 , \quad (19.2.26)$$

gde je

$$b = 40 \frac{\mu S}{mA} \cdot I_p \cdot R_o .$$

(19.2.27)



Slika 19.2.5 Blok za ostvarivanje prenosne funkcije  $W$

Za desni integrator sa slike 19.2.5 je

$$V_2 = \frac{1}{\omega_0} \cdot \frac{dV}{dt} .$$

(19.2.27)

Iz jednačina (19.2.24), (19.2.26) i (19.2.17) se dobija da je

$$V_0 = \frac{1}{\omega_0} \cdot \frac{d}{dt} \cdot \left[ B \cdot V_i - \frac{1}{\omega_0} \cdot \frac{dV}{dt} \right] ,$$

$$\frac{d^2 V_0}{dt^2} + \omega_0^2 \cdot V_0 = b \omega_0 \cdot \frac{dV_i}{dt} .$$

(19.2.29)

Primenom FOURIERove transformacije na gornju jednačinu se dobija jednačina

$$\left(-\omega^2 + \omega_0^2\right) \cdot V_o = j \cdot b \cdot \omega \cdot \omega_0 \cdot V_i , \quad (19.2.30)$$

odakle je prenosna funkcija

$$W(\omega) = \frac{V_o}{V_i}$$

$$= \frac{j b \omega \omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2} . \quad (19.2.31)$$

Imajući u vidu definiciju relativne širine propusnog opsega

$$b = \frac{B}{\omega_0} , \quad (19.2.32)$$

prenosna funkcija (19.2.31) postaje

$$W(\omega) = \frac{j B \omega}{\omega_0^2 - \omega^2} , \quad (19.2.33)$$

odnosno, dobijena je prenosna funkcija (19.2.18).

Kao što se vidi iz izraza (19.2.31), regulacijom pojačanja oduzimača se ujedno reguliše i relativna širina propusnog opsega filtra, te se dobija filter propusnik opsega frekvencije sa konstantnom relativnom širinom propusnog opsega.

Prema slici 19.2.2 je

$$V_o = W^3(\omega) \cdot V_e , \quad (19.2.34)$$

i

$$V_e = V_i - V_o , \quad (19.2.35)$$

na osnovu čega je

$$\left(1 + W^3(\omega)\right) \cdot V_o = W^3(\omega) \cdot V_i , \quad (19.2.36)$$

i, kako je

$$W_{po}(\omega) = \frac{V_o}{V_i} , \quad (19.2.37)$$

prenosna funkcija filtra je

$$W_{po}(\omega) = \frac{W^3(\omega)}{1 + W^3(\omega)} . \quad (19.2.38)$$

Na osnovu izraza za centralnu frekvenciju

$$\omega_0 = \frac{20\mu S \cdot I_p \omega}{C}$$

(19.2.25)

i relativnu širinu propusnog opsega

$$b = 40\mu S \cdot I_p \cdot R_o$$

(19.2.27)

se mogu proračunati nepoznati elementi.

Neka se centralna frekvencija filtra  $\omega_0 = 2\pi \cdot 30\text{kHz}$  postize jačinom programišuće struje  $I_p = 3\text{mA}$ . Tada je potreban kapacitet kondenzatora

$$C = 330\text{pF}$$

(19.2.39)

Neka se relativna širina propusnog opsega  $b=0,256$  postize jačinom programišuće struje  $I_p = 2\text{mA}$ . Tada je potrebna vrednost otpornika

$$R_o = 3,3\text{k}\Omega$$

(19.2.40)

Kod filtra je ostavljena mogućnost izbora jednog ili tri bloka sa prenosnom funkcijom  $W(\omega)$  pomoću releja Ry2, kojim se upravlja signalom BSC.

Takođe se, putem signala FSW može isključiti filter, i na taj način vršiti dalju obradu ukupnog signala. Ovo preklapanje vrši rela Ry1.

Vrednošću centralne frekvencije filtra se, kao i vrednošću širine propusnog opsega, upravlja pomoću posebnog kontrolnog modula, o kome će kasnije biti reči.

### 19.3 Filter propusnik visokih frekvencija

Operacioni pojačavači IC1b i c, kao i IC2a,b,c i d su povezani kao filter propusnik visokih frekvencija sa veoma niskom prelomnom frekvencijom. Njegov zadatak je da eliminiše jednosmernu komponentu izlaznog napona koji se javlja na izlazu filtra.

Operacioni pojačivači IC1b i c i IC2a,c i d su povezani kao invretujući integratori čija je jednačina

$$V_1 = - R \cdot C \cdot \frac{dV_2}{dt} ,$$

(19.3.1)

gde je  $V_1$  napon na ulazu integratora, a  $V_2$  napona na njegovom izlazu.

Neka je  $V$  napon na izlazu petog integratora,  $V_o$  napon na izlazu filtra, a  $V_i$  napon na njegovom ulazu. Kako ima pet integratora, naponi  $V_o$  i  $V$  su povezani jednačinom

$$V_o = -R^5 C^5 \cdot \frac{d^5 V}{dt^5} . \quad (19.3.2)$$

Za oduzimač, međutim, važi da je

$$V_o = V - V_i , \quad (19.3.3)$$

te je, na osnovu ove dve jednačine

$$V_o = -R^5 C^5 \cdot \frac{d^5}{dt^5} [V_o + V_i] . \quad (19.3.4)$$

Smenom

$$\Omega = \frac{1}{R \cdot C} , \quad (19.3.5)$$

i primenom FOURIÉrove transformacije na jednačinu (19.3.4) se dobija jednačina

$$V_o = - j \frac{\omega^5}{\Omega^5} [V_o + V_i] , \quad (19.3.6)$$

odakle sledi prenosna funkcija ovog filtra

$$W(\omega) = \frac{\frac{\omega^5}{\Omega^5}}{1 + \frac{\omega^5}{\Omega^5}} . \quad (19.3.7)$$

Za označene vrednosti otpornika  $R=3,3M\Omega$  i kondenzatora  $C=100nF$  je vrednost prelomne frekvencije

$$\Omega = 2 \cdot \pi \cdot 0,48Hz . \quad (19.3.8)$$

#### 19.4 Detektor preopterećenja

Ako vrednost napona na izlazu filtra bude veća od 10V, to stanje se naziva preopterećenjem i komparator prozora, načinjen na bazi operacionih pojačavača IC10b i IC14b, će to signalisati kontrolnoj jedinici. Način rada ovog komparatora je već objašnjen, tako da o tome više neće biti reči.

### **19.5 Napajanje**

Kako na ploči postoje samo analogna elektronska kola, potrebno je samo simetrično napajanje od  $\pm 12V$ . Stabilizaciju napona napajanja vrše pozitivni i negativni stabilizatori napona 7812 i 7912 u standardnom spoju.

## GLAVA 20

### DETEKTOR VIBROMETRA

#### 20.1 Sadržaj modula

Modul sadrži detektore efektivne i vršne vrednosti napona, kolo za memorisanje (tzv. HOLD funkcija), logaritamski konvertor, kolo indikatora, detektor preopterećenja i stabilizator napona napajanja.

#### 20.2 Detektor efektivne vrednosti napona

Detektor efektivne vrednosti napona se sastoji iz detektora apsolutne vrednosti napona, kola za njegovo kvadriranje i kola za usrednjavanje.

Sema detektora apsolutne vrednosti je prikazana na slici 20.2.1. Operacioni pojačavač A sa diodama i tri otpornika R predstavlja precizni dvostrani diodni ispravljач.

Kada je napon  $V_i$  na ulazu ispravljaca jednak nuli, i napon  $V_4$  je jednak nuli.

Kada je napon  $V_i$  veći od nule a manji od napona otvaranja diode D2, dioda D1 neće voditi jer je polarisana inverzno. dok će dioda D2 biti zakočena jer na njoj nije dovoljno velik napon. Zbog toga operacioni pojačavač A ostaje bez povratne spregе, pojačanje počinje da raste, te i napon  $V_4$  počinje da opada sve dok napon na diodi ne postane toliko velik da ona provede. Na taj način se uspostavlja povratna spregе pojačavača i vrednost napona  $V_4$  se stabilizuje na vrednosti koja je jednaka zbiru napona  $V_i$  i napona diode. Usled toga je napon

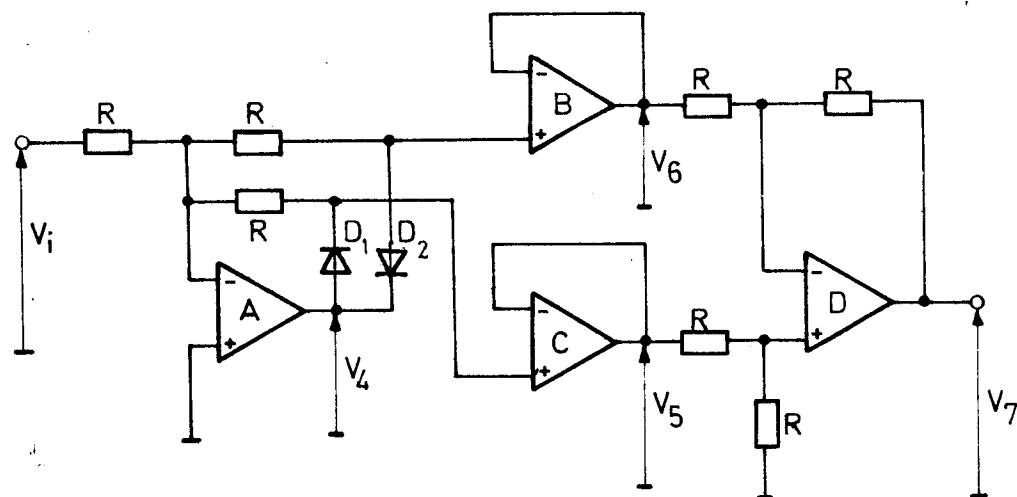
$$V_o = -V_i. \quad (20.2.1)$$

Istovremeno, dioda D1 ne vodi, a kako je na invertujućem ulaz

za pojačavača virtuelni kratak spoj, napon

$$V_5 = 0V$$

(20.2.2)



Slika 20.2.1 Detektor absolutne vrednosti

Naponi  $V_5$  i  $V_6$  se dovode na oduzimач, na čijem se izlazu javlja napon

$$V_7 = V_5 - V_6$$

(20.2.3)

U slučaju  $V_i \geq 0V$  je, dakle, napon

$$V_7 = V_i$$

(20.2.4)

Kada se obrne polaritet ulaznog napona, ostaje zakočena dioda D2, a provodi dioda D1, pri čemu je napon  $V_4$  pozitivan i jednak zbiru ulaznog napona i napona na diodi D1. Usled toga je napon

$$V_5 = -V_i$$

(20.2.5)

napon

$$V_6 = 0V$$

(20.2.6)

i napon

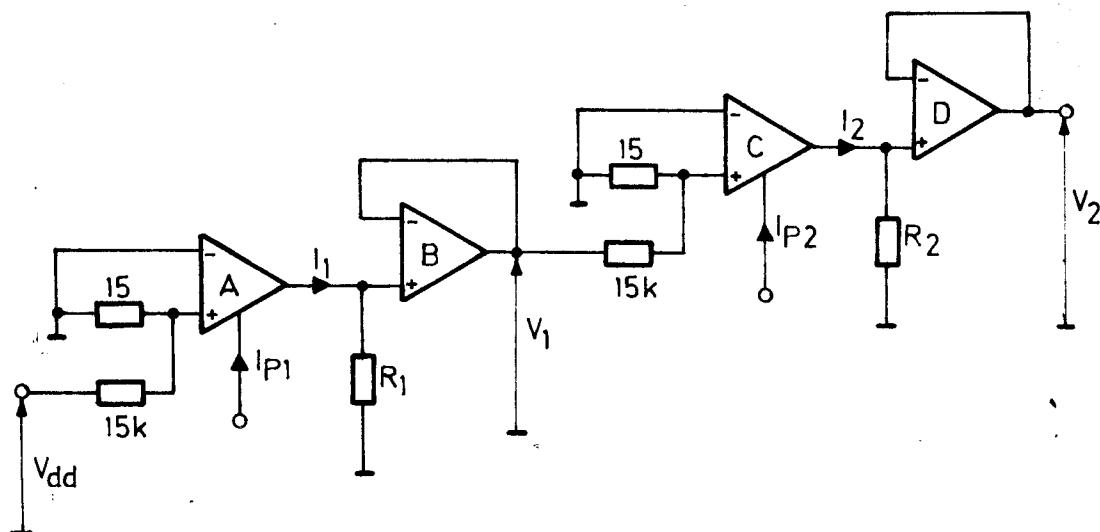
$$V_7 = -V_i$$

(20.2.7)

pri čemu ne treba zaboraviti da je sada ulazni napon negativan!

Kao što se vidi, napon  $V_1$  je jednak apsolutnoj vrednosti ulaznog napona. Efektivna vrednost ulaznog napona će se dobiti dajim kvadriranjem i usrednjavanjem. Ovaj zaobilazni postupak je bio potreban jer se nije raspolagalo četvorokvadrantnim pojačavačem, već samo dvokvadrantnim, koji može da kvadrira napon samo jednog polariteta.

U kolu za kvadriranje su upotrebљena dva transkonduktantanfa i dva operacionala pojačavača, koji su povezani prema šemsi na slici 20.2.2.



Slika 20.2.2 Šema kola za kvadriranje napona

Kolo za kvadriranje daje na svom izlazu napon koji je proporcionalan kvadratu ulaznog napona.

Prema slici 20.2.2 je

$$I_1 = 20 \frac{\mu S}{mA} \cdot I_{p1} \cdot V_{dd}, \quad (20.2.8)$$

$$V_1 = R_1 \cdot I_1, \quad (20.2.9)$$

odakle je

$$V_1 = 20 \frac{\mu S}{mA} \cdot R_1 \cdot I_{p1} \cdot V_{dd}. \quad (20.2.10)$$

Sličnim postupkom se dobija da je

$$V_2 = 20 \frac{\mu S}{mA} \cdot R_2 \cdot I_{p2} \cdot V_1. \quad (20.2.11)$$

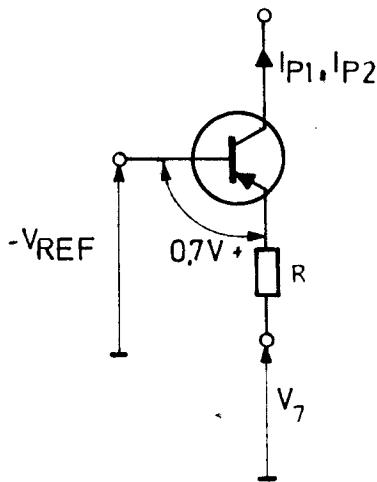
Pod uslovom da je

$$I_{p2} = I_{p1} = I_p \quad (20.2.12)$$

se uvrštenjem izraza (20.2.10) u izraz (20.2.11) dobija da je

$$V_2 = \left(20 \frac{\mu S}{mA}\right)^2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot I_p^2 \cdot V_{dd} \quad (20.2.13)$$

Jacine programišuće struje  $I_{p1}$  i  $I_{p2}$  se pripremaju naponski kontrolisanim strujnim generatorom sa tranzistorom čija je schema prikazana na slici 20.2.3.



Slika 20.2.3 Tranzistorski naponski kontrolisan strujni generator

Sa gornje slike se vidi da je

$$V_7 = R \cdot I_p + 0,7V - V_{REF}, \quad (20.2.14)$$

odakle je

$$I_p = \frac{V_7 - 0,7V + V_{REF}}{R}, \quad (20.2.15)$$

i, ako se postigne da je

$$V_{REF} = 0,7V, \quad (20.2.16)$$

dobija se da je

$$I_p = \frac{V_7}{R}. \quad (20.2.17)$$

Imajući u vidu da je

$$V_7 = |V_i|, \quad (20.2.18)$$

se nalazi da je

$$V_2 = \left(20 \frac{\mu S}{mA}\right)^2 \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R^2} \cdot V_{dd} \cdot V_i^2 \quad (20.2.19)$$

Napon na izlazu kola za kvadriranje je stvarno proporcionalan ulaznom naponu.

Efektivna vrednost ulaznog napona  $V_i$  je

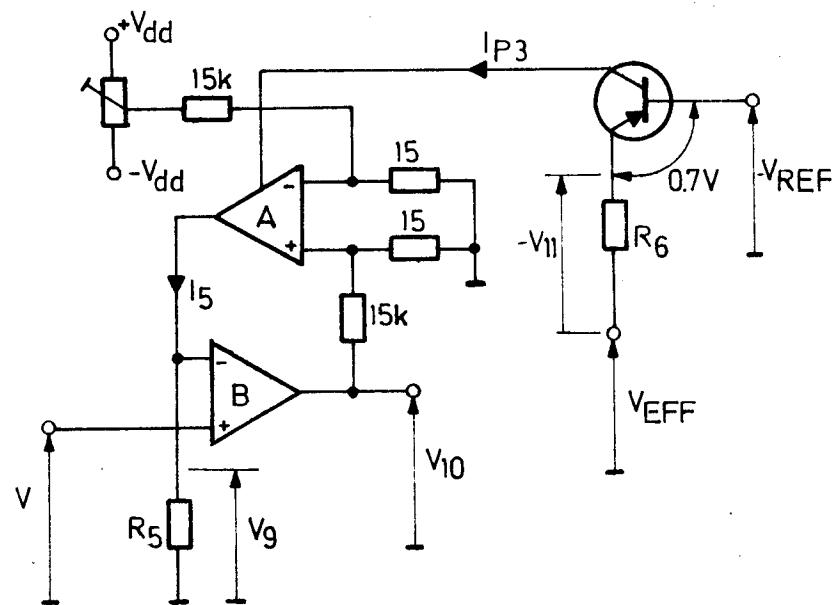
$$V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T V_i^2 dt} \quad (20.2.20)$$

Kvadriranjem efektivne vrednosti se dobija da je

$$V_{eff} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{V_i^2}{V_{eff}} dt \quad (20.2.21)$$

Kako je to ranije pokazano, efekat integraljenja se sastoji od uklanjanja naizmениčnih komponenata kvadrata ulaznog napona. Isti efekat se može postići i filtriranjem, što će se izvesti i kod ovog analizatora.

Prije filtriranja je potrebno izvesti deljenje napona sa izlaza kola za kvadriranje naponom koji je proporcionalan efektivnoj vrednosti. Ovo deljenje će se izvršiti kolom sa slike 20.2.4.



Slika 20.2.4 Šema kola za deljenje

Sa slike 20.2.4 se vidi da je

$$V_{\text{eff}} = -V_{11} + 0.7V - V_{\text{REF}}$$

(20.2.22)

Ako se napon  $V_{\text{REF}}$  izjednači sa padom napona na sekciji baza-emiter tranzistora, bice

$$V_{\text{eff}} = -V_{11}$$

(20.2.23)

Napon  $-V_{11}$  je približno jednak proizvodu otpora otpornika  $R_s$  i jačine programišuće struje  $I_{p3}$ .

Jačina struje na izlazu transkonduktantnog pojačavača A je

$$I_5 = \frac{20 \mu S}{\text{mA}} \cdot I_{p3} \cdot V_{10},$$

(20.2.24)

dok je, zbog velikog pojačanja pojačavača B napon na invertujućem ulazu  $V_2$  jednak naponu na neinvertujućem ulazu  $V_1$ . Odavde je

$$V_2 = R_5 \cdot I_5.$$

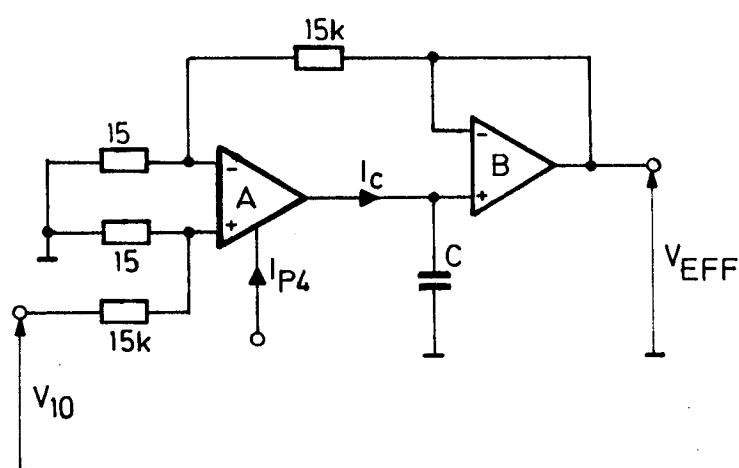
(20.2.25)

Imajući u vidu jednačine, koje se odnose na ovo kolo, može se izvesti sledeća jednačina

$$V_{10} = \frac{R_s}{R_5} \cdot \frac{1}{20 \frac{\mu S}{\text{mA}} \cdot V_{\text{eff}}} \cdot V_2.$$

(20.2.26)

Filtriranje dobijenog napona se vrši kolom sa slike 20.2.5.



Slika 20.2.5 Sema prostog filtra propusnika niskih frekvencija sa promenljivom centralnom frekvencijom

Za ovo kolo važi da je

$$I_C = 20 \frac{\mu S}{mA} \cdot I_{p4} \cdot \left[ V_{10} - V_{eff} \right], \quad (20.2.27)$$

Istovremeno je

$$I_C = C \cdot \frac{dV_{eff}}{dt}. \quad (20.2.28)$$

Kombinacijom ovih jednačina se dobija da je

$$\frac{dV_{eff}}{dt} + 20 \frac{\mu S}{mA} \cdot \frac{I_{p4}}{C} \cdot V_{eff} = 20 \frac{\mu S}{mA} \cdot \frac{I_{p4}}{C} \cdot V_{10}. \quad (20.2.29)$$

Smenom

$$\Omega = 20 \frac{\mu S}{mA} \cdot \frac{I_{p4}}{C}, \quad (20.2.30)$$

te primenom FOURIÉRove transformacije, iz gornje jednačine se dobija jednačina

$$(j \cdot \omega + \Omega) \cdot V_{eff} = \Omega \cdot V_{10}, \quad (20.2.31)$$

odakle je prenosna funkcija filtra

$$\frac{V}{V_{10}} = \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\Omega}}. \quad (20.2.32)$$

Kod proračuna filtra treba uzeti u obzir da je veza između njegove prelomne frekvencije i vremena usrednjavanja

$$T = \frac{2}{\Omega}, \quad (8.3.5)$$

odakle je

$$T = \frac{C}{10 \frac{\mu S}{mA} \cdot I_{p4}}. \quad (20.2.33)$$

Neka se minimalna vrednost vremena usrednjavanja  $T=0,1s$  postiže pri jačini programišuće struje  $I_{p4}=1mA$ . Tada je vrednost kapaciteta kondenzatora

$$C = 1 \mu F. \quad (20.2.34)$$

Predviđena vremena usrednjavanja se postižu jačinama programišuće struje:

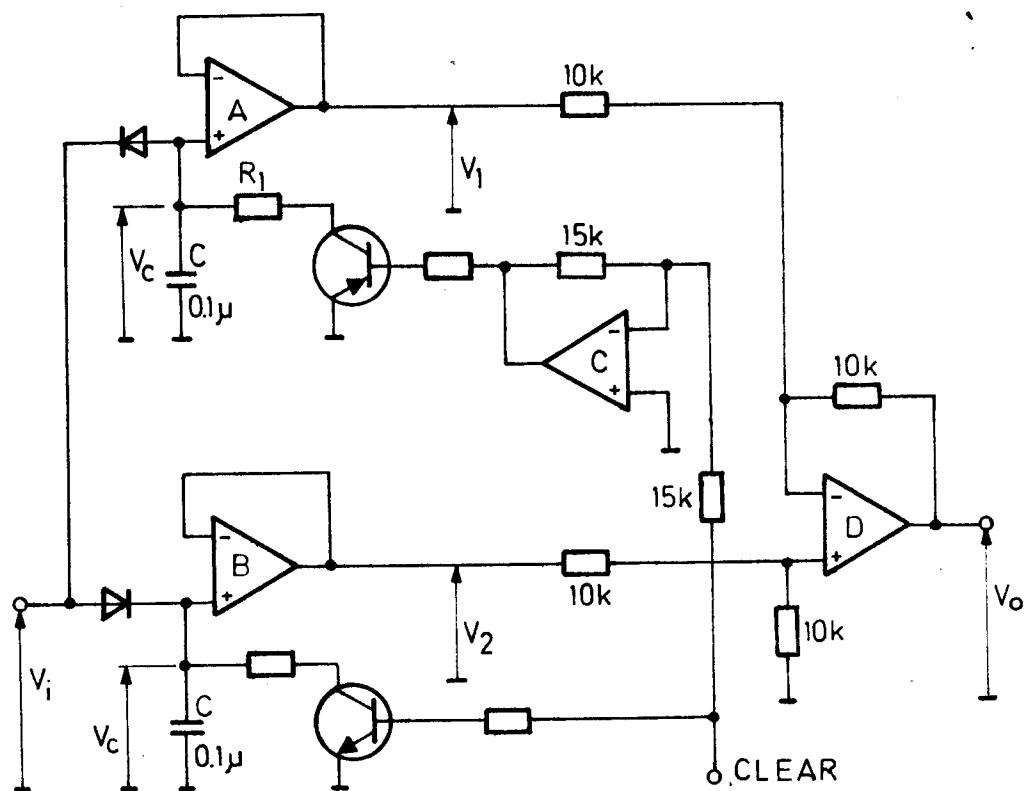
$$\begin{aligned} T = 0,1s &\Rightarrow I_{p4} = 1,0mA \\ T = 0,3s &\Rightarrow I_{p4} = 0,33mA \\ T = 1,0s &\Rightarrow I_{p4} = 0,1mA \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T = 3,0\text{s} &\Rightarrow I_{p4} = 33\mu\text{A} \\
 T = 10\text{s} &\Rightarrow I_{p4} = 10\mu\text{A} \\
 T = 30\text{s} &\Rightarrow I_{p4} = 3,3\mu\text{A} \\
 T = 100\text{s} &\Rightarrow I_{p4} = 1,0\mu\text{A} \\
 T = 300\text{s} &\Rightarrow I_{p4} = 0,33\mu\text{A}
 \end{aligned}$$

Upravljanje vremenom usrednjavanja se obavlja putem signala ATCV sa Kontrolnog modula vibrometra.

### 20.3 Detektor vršne vrednosti napona

Šema veze detektora je prikazana na slici 20.3.1.



Slika 20.3.1 Šema detektora vršne vrednosti napona

Ovim kolom se, u stvari, dobija vrednost od vrha do vrha ulaznog napona.

Princip rada kola je sledeći: kada je ulazni napon  $V_1$  pozitivan, preko diode se puni kondenzator C kod operacionog pojačavača B. Kapacitet ovog kondenzatora je dovoljno mali da se punjenje brzo vrši, čime se postiže veća tačnost detektora. Istovremeno je kapacitet relativno velik, te je efekat samopražnjenja kondenzatora mali.

Kada ulazni napon opadne ispod vrednosti do koje je kondenzatora, dioda sprečava njegovo pražnjenje, i na njemu ostaje napon, koji je za oko 0,7 V manji od vršne vrednosti ulaznog napona.

Operacioni pojačavač ima velik ulazni otpor, te malo opterećuje kondenzator. Kondenzator se prazni tek kada se tranzistor aktivira i spoji ga nakratko. Ovo se dešava pod dejstvom kratkotrajnog pozitivnog impulsa na liniji CLEAR. Nakon završetka impulsa, tranzistor je ponovo zakočen i kondenzator se ponovo puni do vršne vrednosti ulaznog napona.

Slično se dešava i sa kondenzatorom koji je priključen na operacioni pojačavač A sa razlikom, da se ovde kondenzator puni do vrednosti negativne vršne vrednosti napona. Operacioni pojačavač C služi za obrtanje polariteta impulsa za brisanje kondenzatora, jer je ovde upotrebljen PNP tranzistor.

Prema ovome, napon

$$V_1 = -V_{i\max}^+ + 0,7V \quad (20.3.1)$$

dok je

$$V_2 = V_{i\max}^+ - 0,7V \quad (20.3.2)$$

Ova dva napona se dovode do oduzimaca, koga sačinjava operacioni pojačavač D sa četiri otpornika od  $10k\Omega$ . Izlazni napon

$$\begin{aligned} V_o &= V_2 - V_1 \\ &= V_{i\max}^+ + V_{i\max}^- - 2 \cdot 0,7V \end{aligned} \quad (20.3.3)$$

Impulsem R/P se može birati dalja obrada ili efektivne ili vršne vrednosti ulaznog napona. Ovim signalom se aktiviraju tri sekcije analognog prekidača CD 4016, kojima se na odvajac sa IC8 dovodi ili izlazni napon sa detektora efektivne, ili izlazni napon sa detektora vršne vrednosti ulaznog napona.

#### 20.4 Kolo analogne memorije (HOLD funkcije)

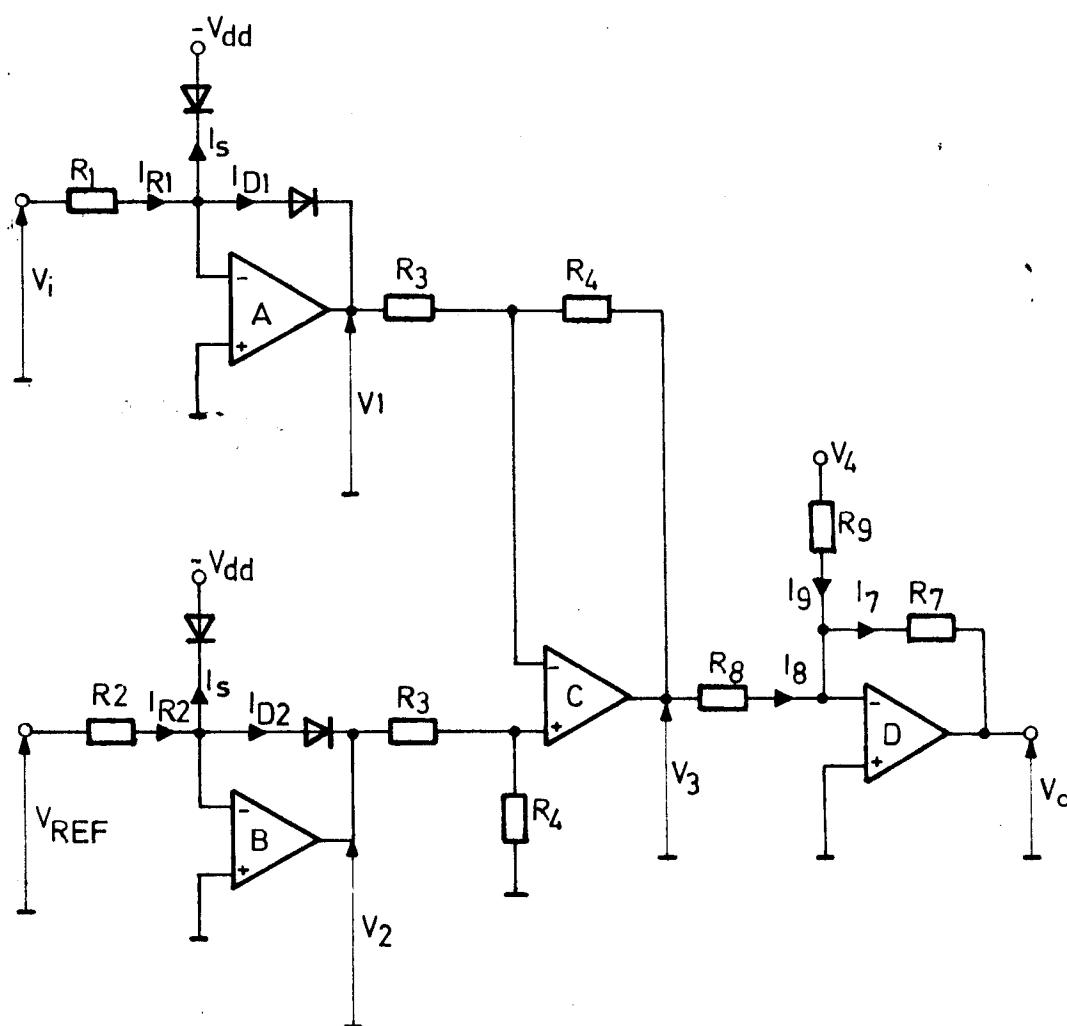
Napon sa izlaza izabranog detektora se dovodi na analognu memoriju, koju sačinjavaju sekcija analognog prekidača CD 4016, kondenzator C i operacioni pojačavač, koji se spojen kao neinvertujući pojačavač jediničnog pojačanja.

Pod uticajem impulsa na liniji HOLD, tranzistor T7 aktivira

analogni prekidač, koji kratkotrajno dovodi u vezu izlaz sa odvajjača i kondenzator. Za to kratko vreme se kondenzator napuni na vrednost napona koji vlada na izlazu odvajjača. Nakon prestanka upravljačkog impulsa, kondenzator zadržava ovaj napon na svojim krajevima do nailaska sledećeg impulsa.

### 20.5 Logaritamski pojačavač

Šema logaritamskog pojačavača je prikazana na slici 20.5.1.



Slika 20.5.1 Sema logaritamskog pojačavača

Sa slike se vidi da je

$$I_{R1} = I_s + I_{D1},$$

(20.5.1)

gde je

$$I_{R_1} = \frac{V_i}{R_1}, \quad (20.5.2)$$

i

$$I_{D1} = I_s \left( e^{\frac{q \cdot V_i}{kT}} - 1 \right). \quad (20.5.3)$$

Uvrštenjem izraza (20.5.2) i (20.5.3) u (20.5.1) se dobija da je

$$\frac{V_i}{R_1} = I_s \cdot e^{\frac{q \cdot V_i}{kT}}. \quad (20.5.4)$$

Na sličan način je

$$\frac{V_{REF}}{R_2} = I_s \cdot e^{\frac{q \cdot V_2}{kT}}. \quad (20.5.5)$$

Iz ovih jednačina se dobija da je

$$V_i = \frac{k \cdot T}{q} \cdot \ln \frac{V_i}{I_s R_1}. \quad (20.5.6)$$

i

$$V_2 = \frac{k \cdot T}{q} \cdot \ln \frac{V_{REF}}{I_s R_2}. \quad (20.5.7)$$

Oduzimanjem ova dva napona, što se vrši oduzimаdем C, se dobija da je

$$V_3 = \frac{R_4}{R_3} \cdot \frac{k \cdot T}{q} \cdot \ln \frac{R_1 \cdot V_{REF}}{R_2 \cdot V_i}. \quad (20.5.8)$$

Za kolo sa operacionim pojačavačem D važi da je

$$I_7 = I_8 + I_9, \quad (20.5.10)$$

gde je

$$I_7 = - \frac{V_o}{R_7}, \quad (20.5.11)$$

$$I_8 = \frac{V_3}{R_8}, \quad (20.5.12)$$

i

$$I_9 = \frac{V_4}{R_9}, \quad (20.5.13)$$

te je izlazni napon na priključku DCLOG

$$V_o = \frac{R_7}{R_8} \cdot \frac{R_4}{R_3} \cdot \frac{k \cdot T}{q} \cdot \ln \frac{R_2 \cdot V_i}{R_1 \cdot V_{REF}} - \frac{R_7}{R_9} \cdot V_4. \quad (20.5.14)$$

Kako su otpornici  $R_1$  i  $R_2$  jednaki, to je

$$V_o = \frac{R_7 R_4}{R_s R_3} \cdot \frac{k \cdot T}{q} \cdot \ln \frac{V_i}{V_{REF}} - \frac{R_7}{R_s} \cdot V_4 . \quad (20.5.15)$$

Napon  $V_4$ , koji se dovodi linijom LCB, služi kao offset napon pri ispisivanju rezultata merenja na pisaču. Naime, pri promeni opsega pojačavača nanelektrisanja za jedan naviše ili naniže, pojačanje opada ili raste deset puta, što se kod logaritmovanja ogleda u oduzimanju ili dodavanju jedinice ispred rezultata. Napon, koji je proporcionalan rezultatu sadrži takođe ovu aditivnu konstantu, i to je napon  $V_4$ .

Kako je

$$\log x = 0,434 \cdot \ln x , \quad (20.5.16)$$

i, ukoliko se želi postići promena izlaznog napona od 1V pri povećanju ulaznog napona od deset puta, tada treba da bude

$$0,434 \cdot \frac{R_7 R_4}{R_s R_3} \cdot \frac{k \cdot T}{q} = 1 . \quad (20.5.17)$$

Na temperaturi od  $T=300K$  je, za  $R_7=15k\Omega$  i  $R_8=22k\Omega$ ,

$$R_4 = 3,37 \cdot \frac{q}{k \cdot T} \cdot R_3 , \quad (20.5.18)$$

t.j.

$$R_4 = 130,53 \cdot R_3 , \quad (20.5.18)$$

i, za  $R_3=3,6k\Omega$  je  $R_4=470k\Omega$ .

## 20.6 Kolo indikatora

Indikator služi za očitavanje mernog rezultata. To je miliampermeter sa kretnim kalemom. Predviđeno je da se sa skale ovog instrumenta može očitati vrednost logaritma ubrzanja. Zbog toga se kolo indikatora priključuje na izlaz logaritamskog pojačavača.

Kako je za postizanje maksimalnog otklona potrebna struja jačine  $1mA$ , indikator se priključuje u kolo pretvarača napona u jačinu struje, koji je opisan u poglavljiju 14.7, i čija je jednačina

$$I_o = \frac{V_i}{R_s} . \quad (14.7.3)$$

Na taj način instrument je strujno pobuđen i na taj način zaštićen od preopterecenja. Zaštitu operacionog pojačavača 741 u slučaju kratkog spoja predstavlja otpornik  $R53$ , koji inače ne utiče na jačinu struje kroz instrument.

Za maksimalni ulazni napon od 5V je potrebna vrednost otpornika  $R_s = 5k\Omega$ . Kao otpornik  $R_s$  je postavljen trimer-potenciometar od  $10k\Omega$ , kojim se može fino podešiti maksimalni otklon indikatora. Potenciometrom P9 se može namestiti električna nula instrumenta u slučaju da operacioni pojačavač pokazuje drift izlaznog napona.

### 20.7 A/D konvertor

Za potrebu digitalne obrade mernog rezultata, te AUTORANGE funkciju, je ugrađen A/D konvertor ADC 0801 proizvodnje National Semiconduktora.

To je osmobiljni konvertor sa mogućnošću mikroprocesorske kontrole.

Ulagani napon može biti u granicama 0V-5V, što znači da jedan bit predstavlja napon od  $1,95 \cdot 10^{-2}$ V. Diode D19 i D20 sa otpornicima R54 i R55 spoređavaju oštećenje A/D konvertora ako ulagani napon pređe dozvoljenu vrednost.

Frekvenciju takt signala konvertora određuju otpornik R56 i kondenzator C17, i ona iznosi  $f_{CLK} = 400\text{kHz}$ .

A/D konvertor se proziva niskim nivoom na liniji  $\overline{CS}$ . Pokretanje konverzije se vrši kratkotraјnim aktiviranjem kontrolne linije za upis  $\overline{WR}$ . Konverzija traje oko 70 taktova, ili oko  $175\mu\text{s}$ . Nakon završene konverzije, izlaz  $\overline{INTR}$  konvertora se spušta na nizak nivo, čime se signališe računaru da je podatak spreman za očitavanje. Očitavanje se vrši aktiviranjem linije za čitanje  $\overline{RD}$ , pri čemu se na izlazu konvertora pojavljuje podatak. Istovremeno se izlaz  $\overline{INTR}$  postavlja na visok nivo, i konvertor je spreman za novu konverziju.

### 20.8 Napajanje

Kako se na ploči nalaze i analogna i digitalna kola, postoje tri napona, čiju stabilizaciju obavljaju stabilizatori napona 7812, 792 i 7805.

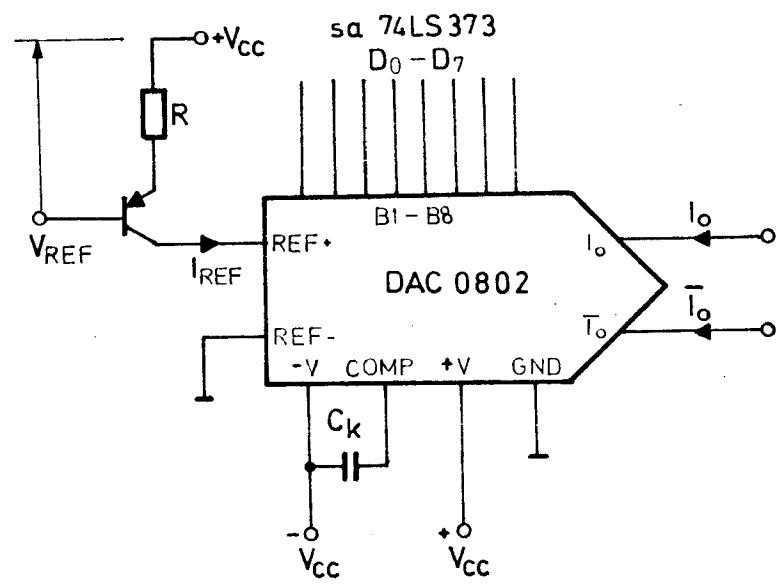
## GLAVA 21

### KONTROLNA JEDINICA FILTRA

#### 21.1 Namena jedinice

Namena ove jedinice je da pripremi kontrolne napone za upravljanje vrednošću centralne frekvencije i širine propusnog opsega filtra. Jedinica se proziva niskim nivoom na kontrolnoj liniji  $\overline{C2}$ . Kako se u nju samo upisuju podaci, prisutna je samo kontrolna linija upisa  $\overline{WR}$ . Adresnim linijama A0 i A1 se bira jedno od četiri osmobilna memorijska kola 74LS373. Odvajanje jedinice od magistrale podataka vrši pojačavač magistrale 74LS244.

Prva dva kola 74LS373 (IC4 i IC5) služe za pripremu napona za kontrolu vrednosti centralne frekvencije. Oni na svom izlazu zadržavaju upisanu vrednost sve dok se ne upiše nova. Ovi podaci se prosleđuju digitalno-analognim pretvaračima DAC 0802, koji na svom izlazu daju struju, čija je jačina proporcionalna vrednosti upisanog digitalnog broja. Priključke D/A pretvarača pokazuju slika 21.1.1.



Slika 21.1.1 Sema kola DAC 0802

Digitalni podatak dolazi na priključke B1-B8. Neka je ovaj podatak označen sa X. Njegova vrednost se kreće u intervalu [0,255].

Jacina struje pune skale (engl. Full Scale Current,  $I_{FS}$ ) je maksimalna vrednost jacine struje koja se može javiti kroz izlaze kola. Ovi izlazi su obeleženi sa  $I_o$  i  $\bar{I}_o$ . U svakom trenutku važi da je

$$I_o + \bar{I}_o = I_{FS} , \quad (21.1.1)$$

gde je

$$I_{FS} = I_{REF} \cdot \frac{255}{256} . \quad (21.1.2)$$

Za vrednost  $I_{REF}$  je odabrana vrednost od 1,5mA. Jacina izlazne struje

$$I_o = 1,5\text{mA} \cdot \frac{X}{256} , \quad (21.1.3)$$

dok se vrednost struje  $\bar{I}_o$  izračunava prema izrazu (21.1.1).

## 21.2 Kolo za pripremu kontrolnog napona centralne frekvencije

Jedan D/A pretvarač daje malu rezoluciju, jer se sa osam bitova može programirati samo 256 različitih vrednosti izlazne struje. Zbog toga se koriste dva D/A konvertora, pomoću kojih se mogu dobiti 65536 različitih vrednosti.

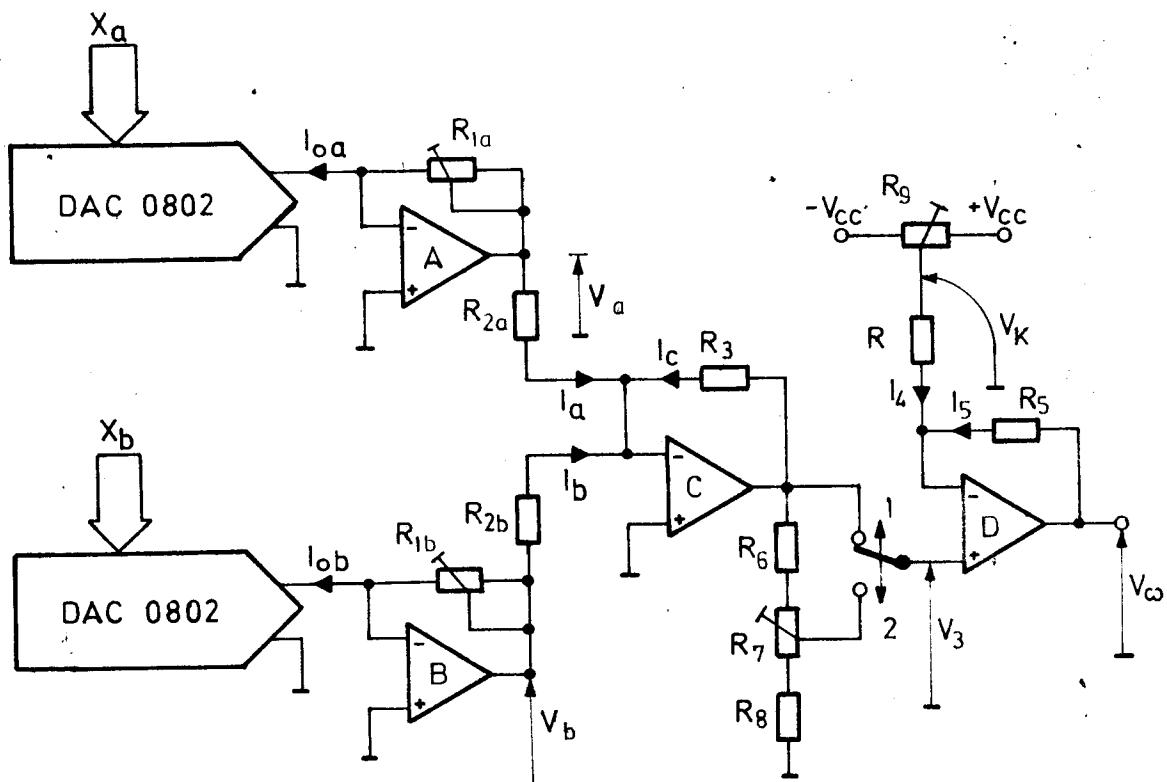
Vrednost X se deli na dva dela:

$$X = 256 \cdot X_a + X_b . \quad (21.2.1)$$

Ako se postigne da napon na izlazu kola  $V_\omega$  bude proporcionalan vrednosti X, a naponi  $V_a$  i  $V_b$  vrednostima  $X_a$  i  $X_b$ , među ovim naponima će postojati veza

$$V_\omega = 256 \cdot V_a + V_b . \quad (21.2.2)$$

Naponu  $V_\omega$  će biti proporcionalna centralna frekvencija, i obe veličine će moći imati jednu od 65536 vrednosti. Ako se iskoristi samo njih 60000, i postavi zahtev da gornja granica centralne frekvencije bude 30kHz, moći će se postići rezolucija od 0,5Hz. Šema kola za propremu kontrolnog napona centralne frekvencije je prikazana na slici 21.2.1.



Slika 21.2.1 Kolo za pripremu kontrolnog napona  
centralne frekvencije filtra

Sa slike se vidi da je

$$V_a = R_{1a} \cdot I_{oa}, \quad (21.2.3)$$

a

$$V_b = R_{1b} \cdot I_{ob}. \quad (21.2.4)$$

Imajuci u vidu izraz (21.1.3), sledi da je

$$V_a = R_{1a} \cdot 1,5 \text{mA} \cdot \frac{X_a}{256}, \quad (21.2.5)$$

i

$$V_b = R_{1b} \cdot 1,5 \text{mA} \cdot \frac{X_b}{256}. \quad (21.2.6)$$

Dovodenjem ova dva napona na invertujući sabirač se dobija da je napon na izlazu operacionog pojačavača C (ovaj napon nije naznačen)

$$V_c = - \frac{1,5 \text{mA} \cdot R_9}{256} \cdot \left( \frac{R_{1a}}{R_{2a}} \cdot X_a + \frac{R_{1b}}{R_{2b}} \cdot X_b \right). \quad (21.2.7)$$

Na osnovu ranije rečenog, treba da bude ispunjen uslov

$$\frac{R_{1a}}{R_{2a}} = 256 \cdot \frac{R_{1b}}{R_{2b}} . \quad (21.2.8)$$

Uz  $R_3 = R_{2a} = 1\text{k}\Omega$  i  $R_{1a} = 5\text{k}\Omega$  je

$$R_{2b} = 51,2 \cdot R_{1b} . \quad (21.2.9)$$

Za  $R_{2b} = 270\text{k}\Omega$  je  $R_{1b} = 5,27\text{k}\Omega$ . Otpornici  $R_{1a}$  i  $R_{1b}$  su realizovani otpornikom otpornosti  $4,7\text{k}\Omega$ , kome je redno vezan trimer potencijometar od  $1\text{k}\Omega$ . Ovako se mogu fino podešiti tražene vrednosti otpora.

Sada je napon

$$V_c = 114\mu\text{V} \cdot \left[ 256 \cdot X_a + X_a \right] . \quad (21.2.10)$$

Napon  $V_c$  se kreće u opsegu  $[0; 7,5\text{V}]$ .

Kod nižih frekvencija, rezolucija od  $0,5\text{Hz}$  nije dovoljna. Zbog toga se frekventni opseg deli na dva dela: od 0 do  $199,9\text{Hz}$ , gde je rezolucija  $5 \cdot 10^{-3}\text{Hz}$ , i od  $200\text{Hz}$  do  $30000\text{Hz}$ , gde je rezolucija  $0,5\text{Hz}$ . I u prvom, i u drugom delu frekventnog opsega se može uprogramirati maksimalni napon  $V_c = 7,5\text{V}$ , a relejom Ry1 se ovaj napon može deliti sa 100. Tako se, u donjem delu skale, može postići maksimalna frekvencija od  $327,68\text{Hz}$ , a u gornjem  $32,768\text{kHz}$ . Do  $199,9\text{Hz}$  se rele programirano drži uključenim, i napon

$$V_3 = 0,01 \cdot V_c , \quad (21.2.11)$$

dok je za frekvencije od  $200\text{Hz}$  rele isključen, i

$$V_3 = V_c . \quad (21.2.12)$$

Napon  $V_3$  se dovodi na neinvertujući ulaz operacionog pojačavača D. Za njega važi da je

$$V_\omega = R_5 \cdot I_5 + V_3 , \quad (21.2.13)$$

pri čemu je

$$I_5 = - I_4 . \quad (21.2.14)$$

Istovremeno je

$$V_k = R \cdot I_4 + V_3 . \quad (21.2.15)$$

Iz ovih jednačina sledi da je

$$V_\omega = \left( 1 + \frac{R_5}{R} \right) \cdot V_3 - \frac{R_5}{R} \cdot V_k . \quad (21.2.16)$$

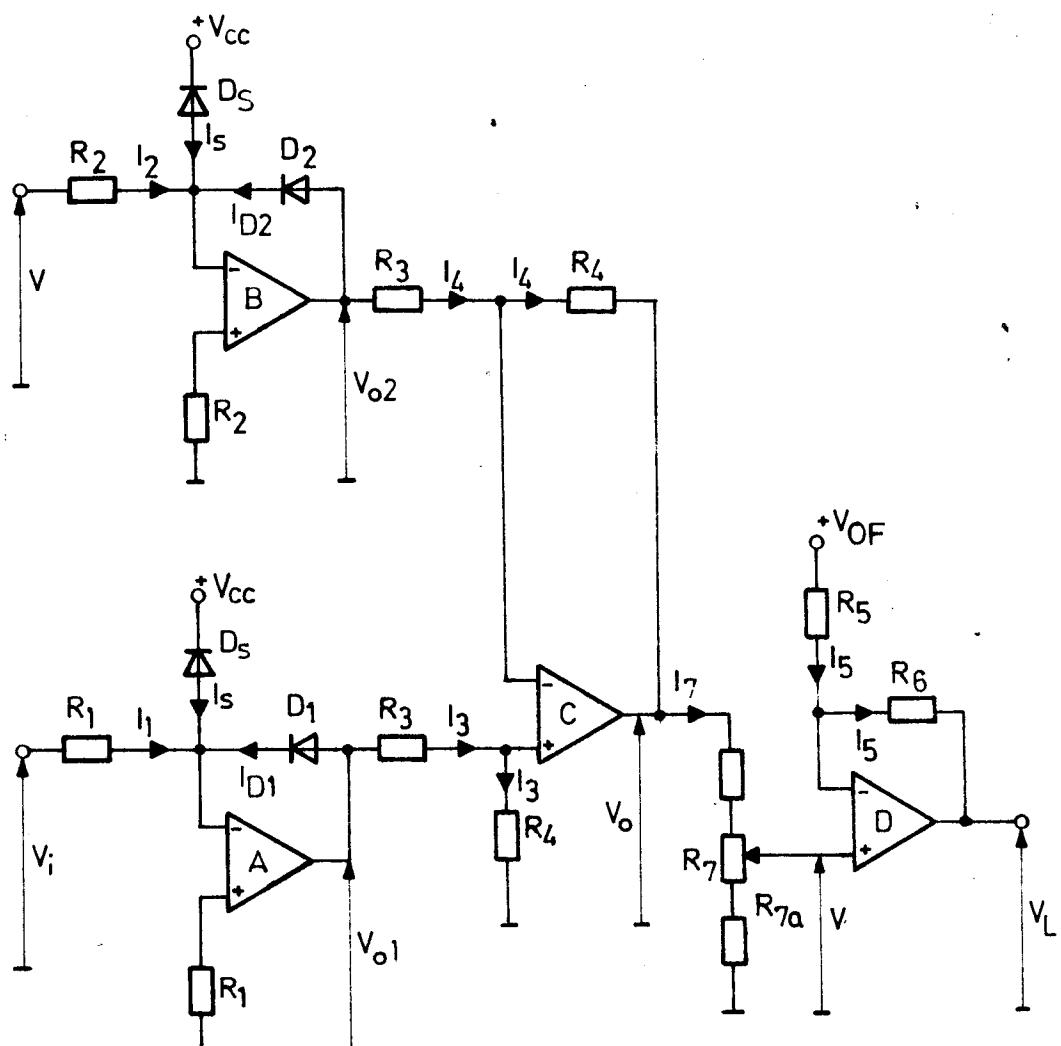
i, uz  $R_5 = 1\text{k}\Omega$  i  $R = 10\text{k}\Omega$  je

$$V_\omega = 1,1 \cdot V_a - 0,1 \cdot V_k .$$

©21.2.17

Napon  $V_\omega$  se vodi na upravljačku liniju filtra FCV, kao i na logaritamski pojačavač za pisač, čime se ostvaruje mogućnost dobijanja logaritamske frekventne skale. Izlazni napon sa logaritamskog pojačavača se dalje vodi na BNC priključak na zadnjoj strani analizatora.

Šema logaritamskog pojačavača je data na slici 21.2.2.



Slika 21.2.2 Logaritamski pojačavač

Sa slike se vidi da je

$$I_{D2} = I_s + I_2 ,$$

©21.2.17

gde je

$$I_2 = \frac{V}{R_2} ,$$

(21.2.18)

$$I_{D2} = I_s \cdot \left( e^{\frac{q \cdot V_{o2}}{kT}} - 1 \right) .$$

(21.2.19)

Odavde je

$$\frac{V}{R_2} = I_s \cdot e^{\frac{q \cdot V_{o2}}{kT}} ,$$

(21.2.20)

$$V_{o2} = \frac{k \cdot T}{q} \cdot \ln \frac{V}{R_2 \cdot I_s} .$$

(21.2.21)

Na sličan način je

$$V_{o1} = \frac{k \cdot T}{q} \cdot \ln \frac{V_i}{R_1 \cdot I_s} .$$

(21.2.21)

Ova dva napona se dovode na ulaz diferencijalnog pojačavača, na čije izlazu vlasti napon

$$V_o = \frac{R_4}{R_3} \cdot \left( V_{o1} - V_{o2} \right) ,$$

(21.2.22)

dok je napon

$$V_7 = \frac{R_{7a}}{R_7} \cdot \frac{R_4}{R_3} \cdot \left( V_{o1} - V_{o2} \right) .$$

(21.2.23)

Prema izrazima za napone  $V_{o1}$  i  $V_{o2}$  je napon

$$V_7 = \frac{R_{7a}}{R_7} \cdot \frac{R_4}{R_3} \cdot \frac{k \cdot T}{q} \cdot \ln \frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{V_i}{V} .$$

(21.2.24)

Napon na izlazu logaritamskog pojačavača

$$V_L = \left( 1 + \frac{R_6}{R_5} \right) \cdot V_7 - \frac{R_6}{R_5} \cdot V_{OF} .$$

(21.2.25)

Iz izraza (21.2.24) i (21.2.25) sledi da je

$$V_L = \left( 1 + \frac{R_6}{R_5} \right) \cdot \frac{R_{7a}}{R_7} \cdot \frac{R_4}{R_3} \cdot \frac{k \cdot T}{q} \cdot \ln \frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{V_i}{V} - \frac{R_6}{R_5} \cdot V_{OF} .$$

(21.2.26)

U slučaju da je  $R_5 = R_6$ ,

$$V_L = 2 \cdot \frac{R_{7a}}{R_7} \cdot \frac{R_4}{R_3} \cdot \frac{k \cdot T}{q} \cdot \ln \frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{V_i}{V} - V_{OF} .$$

(21.2.26)

Neka je za obuhvatanje opsega ulaznog napona od jedne dekade promena izlaznog napona  $\Delta V_L = 2V$ . Tada treba da je

$$2,3.2 \cdot \frac{R_{7a}}{R_7} \cdot \frac{R_4}{R_3} \cdot \frac{k \cdot T}{q} = 1 , \quad (21.2.27)$$

odakle je, pri temperaturi od  $T=300K$  i vrednostima  $R_g = 4,7k\Omega$  i  $R_4 = 150k\Omega$ ,

$$R_{7a} = 0,527 \cdot R_7 . \quad (21.2.28)$$

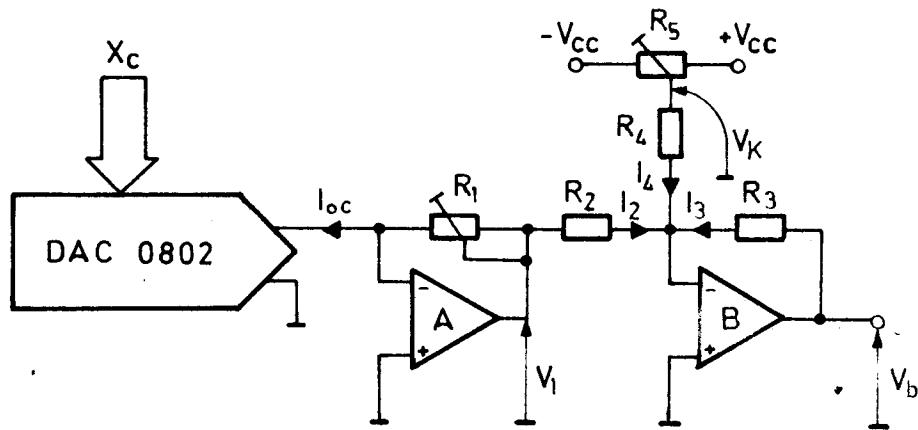
Otpornik  $R_7$  je realizovan kao trimer-potenciometar od  $25k\Omega$ , koji je rednos vezan sa otpornicima od  $15k\Omega$  i  $22k\Omega$ . Na taj način se može postići ispunjenje uslova (21.2.28).

Opisanim logaritamskim pojačavačem je moguće postići logaritamsku karakteristiku u opsegu ulaznog napona od najviše tri dekade. Proširenje opsega karakteristike se postiže dodavanjem referentnog napona  $V_{OF}$  pri prelasku sa donjeg dela frekventnog opsega na gornji. Ovo dodavanje se sinhrono vrši sa preklapanjem frekventnog opsega uključenjem releja  $Ry_1$ .

Vrednost napona  $V_{REF}$  je  $2,5V$ .

### 21.3 Kolo za pripremu kontrolnog napona širine propusnog opsega

Šemu kola za pripremu kontrolnog napona širine propusnog opsega prikazuje slika 21.3.1.



Slika 21.3.1 Šema kola za pripremu kontrolnog napona širine propusnog opsega

Prema slici je

$$V_1 = R_1 I_{oc}, \quad (21.3.1)$$

gde je

$$I_{oc} = \frac{X_c}{256} \cdot I_{REF}. \quad (21.3.2)$$

Sa slike se takođe vidi da je

$$I_3 = -I_2 - I_4, \quad (21.3.3)$$

gde su

$$I_3 = \frac{V_b}{R_3}, \quad (21.3.4)$$

$$I_2 = \frac{V_1}{R_2}, \quad (21.3.5)$$

$$I_4 = \frac{V_k}{R_4}. \quad (21.3.6)$$

Prema ovim jednačinama je

$$V_b = -\frac{R_1 \cdot R_3}{R_2} \cdot \frac{X_c}{256} \cdot I_{REF} - \frac{R_3}{R_4} \cdot V_k. \quad (21.3.7)$$

Naponom  $V_k$  se može kompenzovati ukupni offset kola.

Neka je binarna vrednost  $X_c$  tri puta manja od stostrukе vrednosti relativne širine propusnog opsega. Tada je

$$V_b = -\frac{R_1 \cdot R_3}{R_2} \cdot \frac{b}{0,768} \cdot I_{REF} - \frac{R_3}{R_4} \cdot V_k. \quad (21.3.7)$$

#### 21.4 Generatori programišućih struja

Na slici 21.4.1 su prikazani naponski kontrolisani strujni generatori, kojima se priprema programišuća struja za kontrolu vrednosti centralne frekvencije i relativne širine propusnog opsega filtra.

kako se vidi u poglavlju 19.2, za postizanje centralne frekvencije od  $\omega_0 = 2\pi \cdot 30\text{kHz}$  je potrebna jačina programišuće struje od 3mA. Ova jačina struje treba da zavisi od napona  $V_\omega$ , čija je jednačina data izrazom (21.2.7). Napon  $V_\omega$  za pomenutu vrednost frek-

vencije treba da ima vrednost

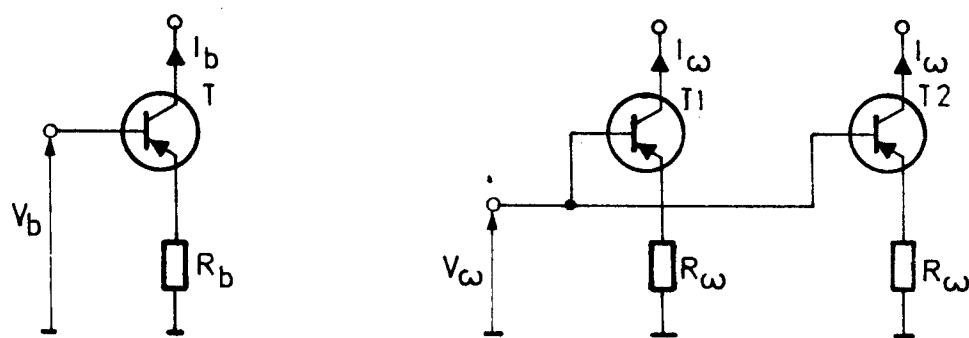
$$V_b = 114 \mu V \cdot 60000 \\ = 6,84 V$$

(21.4.1)

Napon  $V_\omega$ , prema izrazu (21.2.17), treba da ima vrednost

$$V_\omega = 1,1 \cdot 6,84 V - 0,1 \cdot V_k \\ = 7,52 V - 0,1 V_k$$

(21.4.2)



Slika 21.4.1 Generatori programišućih struja

Prema slici 21.4.1 se vidi da je

$$V_\omega = 0,7 V + R_\omega \cdot I_\omega ,$$

i, ako se izabere da je

$$0,1 \cdot V_k = 0,7 V ,$$

(21.4.4)

dobija se da je

$$I_\omega = \frac{V_\omega}{R_\omega} .$$

(21.4.5)

Iz navedenih vrednosti jačine programišuće struje i kompenzovane vrednosti napona  $V_\omega$  se dobija da je

$$R_\omega = \frac{7,52 V}{3 mA} = 2,5 k\Omega .$$

(21.4.6)

Vrednost relativne širine propusnog opsega od 70,7% se postiže pri jačini programišuće struje od 2mA, kako je to postavljeno u poglavljiju 19.2. Sa slike 21.4.1 se vidi da je jačina programišuće struje

$$I_b = \frac{V_b - 0,7 V}{R_b} .$$

(21.4.7)

Ako se izabere da je

$$\frac{R_3}{R_4} \cdot V_k = 0,7V , \quad (21.4.8)$$

izvrsice se kompenzacija napona na sekciji baza-emiter tranzistora, i jačina programisuce struje će biti

$$I_b = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2 \cdot R_b} \cdot \frac{b}{0,768} \cdot I_{REF} . \quad (21.4.9)$$

Imajući u vidu da je jačina referentne struje jednaka 1,5mA, odabrane su veličine otpornika, koje su navedene na šemci.

## GLAVA 22

### KONTROLNA JEDINICA VIBROMETRA

#### 22.1 Namena jedinice

Pomoću ove jedinice se upravlja vibrometrom. Sadrži izvor kontrolnih napona za upravljanje vremenom usrednjavanja, pojačanjem pojačavača nanelektrisanja i prelomnim frekvencijama filtara propusnika viših i nižih frekvencija. Takođe generiše impuse za brisanje detektora vršne vrednosti i analogne memorije, impulse za izbor vrste detektora napona, integratora i promenu grupe opsega pojačavača nanelektrisanje.

Ovo su, u stvari, bili izlazi. osim njih, jedinica ima i ulaze pomoću kojih očitava stanje na detektoru preopterećenja i kontroliše da li je A/D konvertor izvršio konverziju.

#### 22.2 Rad jedinice

Pojačavač magistrale podataka IC4 74LS244 pojačava ulaze sa magistralne podataka i odvaja ih od nje kada jedinica nije prozvana. Isto tako i pojačavača IC3 74LS244 odvaja od magistrale podataka izlaze sa detektora preopterećenja i A/D konvertora.

Memorijs IC5 i IC6 74LS373 pamte podatke kojima mikroprocesor upravlja vibrometrom tokom vremena kada jedinica nije prozvana. Logičke kapije IC1 i IC2 vrše dekodiranje adrese za pojedina kola u jedinici.

Jedinica se proziva aktivnim (niskim) stanjem na liniji Č7. Kada se jedinica prozove, podacima, koji se upisuju u memoriju IC5, se upravlja vremenom usrednjavanja, donjom i gornjom graničnom frekvencijom vibrometa i pojačanjem pojačavača nanelektrisanja.

Kolo CD 4051 predstavlja osmopolni jednostruki analogni preklopnik, koji, u zavisnosti od kombinacije stanja na kontrolnim ulazima A0-A2 uključuje jedan od osam preklopnika, čime se na izlaz

Z dovodi napon sa jednog od osam ulaza Y0-Y7, koji su određeni položajima klizača potenciometara P1-P8.

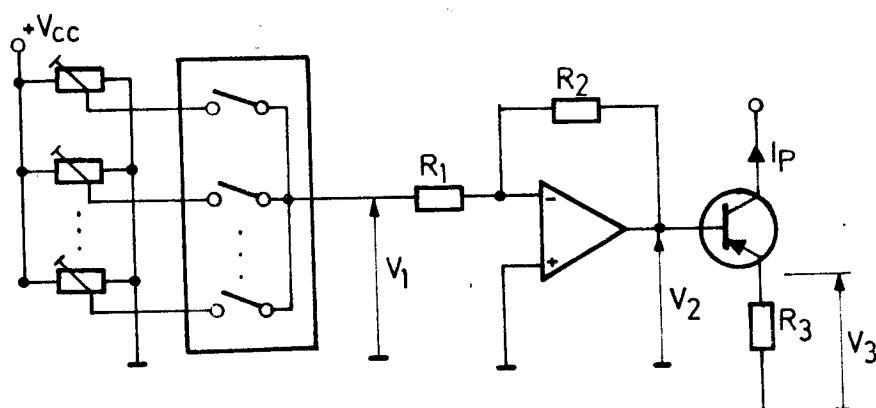
Kola CD 4052 predstavljaju dvostruki četvoropolni analogni preklopnik, koji, u zavisnosti od kombinacije stanja na kontrolnim ulazima A0 i A1, uključuje jedan od ulaza YOA-Y3A na izlaz ZA, i jedan od ulaza YOB-Y3B na izlaz ZB.

Kod analognog preklopnika IC8, kojim se uključuje kontrolni napon za gornju graničnu frekvenciju, i kod preklopnika IC9, koji uključuje kontrolni napon za donju graničnu frekvenciju vibrometra, je iskorišćena samo polovina preklopnika, dok je kod preklopnika sa IC10, kojim se upravlja kontrolnim naponom za pojačavač nadelektrisanja, se koriste obe grupe preklopnika. Ovde se generiše i kontrolni napon pojačanja i offset napon za logaritamski pojačavač. Ovaj napon se dobija sabiranjem dva napona od kojih jedan služi za pomeranje pisača pri promeni podopsega u grupi, dok drugi služi za pomeranje pisača pri promeni podgrupe.

Prema ovome, postoje dve vrste kontrolnih kola. Sledi izvođenje njihovih jednačina.

#### a) kontrolno kolo prve vrste

Šema ovog kola je prikazana na slici 22.2.1.



Slika 22.2.1 Šema kontrolnog kola prve vrste

Sa slike se vidi da je

$$V_2 = - \frac{R_2}{R_1} \cdot V_1 , \quad (22.2.1)$$

gde je  $V_1$  napon, koji je postavljen položajem klizača izabranog potenciometra. Vrednost ovog napona se kreće od OV do +5V.

Kako je

$$V_2 = V_3 - 0,7V , \quad (22.2.2)$$

$$V_3 = - R_3 \cdot I_p , \quad (22.2.3)$$

to je

$$I_p = \frac{R_2}{R_1 \cdot R_3} \cdot V_1 - \frac{0,7V}{R_3} . \quad (22.2.4)$$

Za kontrolni napon pojačavača nanelektrisanja, koji je unutar vrednosti od 5V, je  $R_1 = 2,2 \cdot R_2$ , te je

$$I_{p1} = 2,2 \cdot \frac{V_1}{R_3} - \frac{0,7V}{R_3} . \quad (22.2.5)$$

Uz vrednost otpornika  $R_3 = 3,9k\Omega$ , vrednost napona za pojedine opsege je

$$\begin{array}{lll} a_1 \Rightarrow I_{p1} = 20\mu A & \Rightarrow V_1 = 0,74V \\ a_2 \Rightarrow I_{p1} = 200\mu A & \Rightarrow V_1 = 1,05V \\ a_3 \Rightarrow I_{p1} = 2mA & \Rightarrow V_1 = 4,25V \end{array}$$

Za kontrolni napon donje granične frekvencije je, uz  $R_3 = 2,7k\Omega$ ,

$$\begin{array}{lll} \omega_o = 2 \cdot \pi \cdot 1Hz & \Rightarrow I_p = 31,4\mu A & \Rightarrow V_1 = 0,74V \\ \omega_o = 2 \cdot \pi \cdot 3Hz & \Rightarrow I_p = 94,2\mu A & \Rightarrow V_1 = 0,82V \\ \omega_o = 2 \cdot \pi \cdot 10Hz & \Rightarrow I_p = 0,31mA & \Rightarrow V_1 = 1,08V \\ \omega_o = 2 \cdot \pi \cdot 30Hz & \Rightarrow I_p = 0,94mA & \Rightarrow V_1 = 1,85V \end{array}$$

Za kontrolni napon donje granične frekvencije je, uz  $R_3 = 5,6k\Omega$ ,

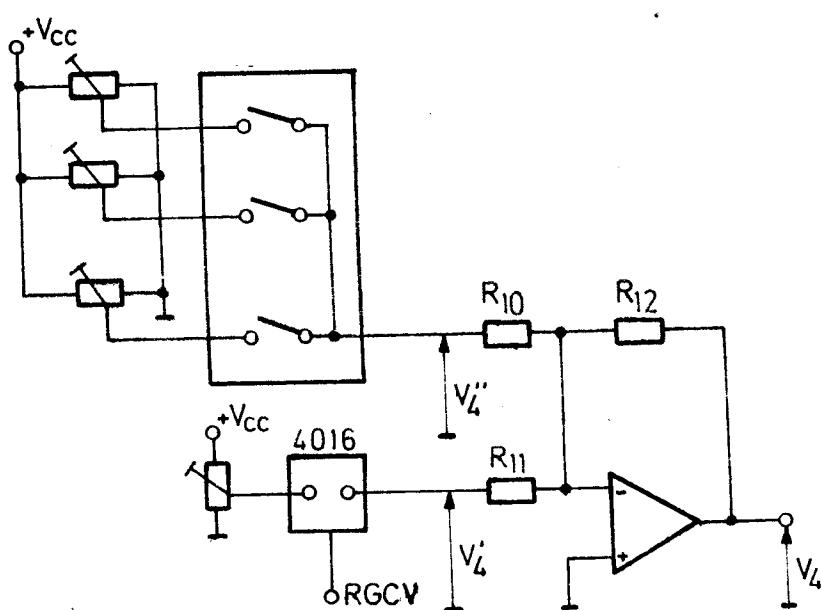
$$\begin{array}{lll} \omega_o = 2 \cdot \pi \cdot 1kHz & \Rightarrow I_p = 31,4\mu A & \Rightarrow V_1 = 0,78V \\ \omega_o = 2 \cdot \pi \cdot 3kHz & \Rightarrow I_p = 94,2\mu A & \Rightarrow V_1 = 0,94V \\ \omega_o = 2 \cdot \pi \cdot 10kHz & \Rightarrow I_p = 0,31mA & \Rightarrow V_1 = 1,49V \\ \omega_o = 2 \cdot \pi \cdot 30kHz & \Rightarrow I_p = 0,94mA & \Rightarrow V_1 = 3,09V \end{array}$$

Za kontrolni napon vremena usrednjavanja je, uz  $R_g = 8,2\text{k}\Omega$ ,

$T=0,1\text{s}$	$\Rightarrow I_{p4} = 1,0\text{mA}$	$\Rightarrow V_4 = 4,43\text{V}$
$T=0,3\text{s}$	$\Rightarrow I_{p4} = 0,33\text{mA}$	$\Rightarrow V_4 = 1,93\text{V}$
$T=1,0\text{s}$	$\Rightarrow I_{p4} = 0,1\text{mA}$	$\Rightarrow V_4 = 1,07\text{V}$
$T=3,0\text{s}$	$\Rightarrow I_{p4} = 33\mu\text{A}$	$\Rightarrow V_4 = 0,82\text{V}$
$T=10\text{s}$	$\Rightarrow I_{p4} = 10\mu\text{A}$	$\Rightarrow V_4 = 0,74\text{V}$
$T=30\text{s}$	$\Rightarrow I_{p4} = 3,3\mu\text{A}$	$\Rightarrow V_4 = 0,71\text{V}$
$T=100\text{s}$	$\Rightarrow I_{p4} = 1,0\mu\text{A}$	$\Rightarrow V_4 = 0,703\text{V}$
$T=300\text{s}$	$\Rightarrow I_{p4} = 0,33\mu\text{A}$	$\Rightarrow V_4 = 0,701\text{V}$

### b) kontrolno kolo druge vrste

Sema ovog kola je prikazana na slici 22.2.2.



Slika 22.2.2 Sema kontrolnog kola druge vrste

Operacioni pojačavač sa slike 22.2.2 predstavlja invertujući sabirac za koji važi da je

$$V_4 = - \frac{R_{12}}{R_{11}} \cdot V_4' - \frac{R_{12}}{R_{10}} \cdot V_4'' \quad (22.2.6)$$

Napona  $V_4''$  je određen položajem klizača izabranog trimera potenciometra. Njegova vrednost se nalazi u opsegu od OV do vrednosti napona  $V_{cc}$ .

Ako se kontrolnim naponom za promenu grupe opsega pojačavača na elektrisanja RGCV uključi posebni potenciometar pomocu analognog prekidača CD 4016, naponu  $V_4'$  se dodaje napon  $V_4''$ , koji je pri-sutan na njegovom klizaču. Pod uslovom, da je  $R_{10} = R_{11} = R_{12}$ , je

$$V_4 = - V_4' - V_4''$$

(22.2.7)

Napon  $V_4''$  treba za svaki opseg unutar grupe da bude za 1V viši od napona  $V_4'$  za prethodni opseg. Za donja tri opsega je napona  $V_4'=0V$ , dok je za gornja dva  $V_4'=2V$ . Za prvi opseg u prvoj grupi je  $V_4''=0V$ , za drugi  $V_4''=1V$ , i za treci opseg  $V_4''=2V$ .

## GLAVA 23

### KONTROLNI SOFTVER ANALIZATORA

#### **23.1 Organizacija kontrolnog softvera**

Kontrolni softver analizatora, koji je nazvan ANITRA prema liku iz IBSENove drame "Peer Gynt", je upisan u EPROM 2716 kapacitetu 8kB. Sam program sadrži oko 4kB, dok oko 3,5kB zauzimaju tabele vrednosti centralnih frekvenčija filtra. U toku testiranja su izvršene brojne promene na programu, i trenutno važeća verzija nosi oznaku V2.0.

Program je pisan u Asembleru za mikroprocesor Z80.

Program se sastoji od glavne petlje MAIN, iz koje se, u slučaju pritiskivanja nekog od tastera, ili u slučaju zahteva za prekidom, odlazi na izvršavanje odgovarajućeg potprograma. Ovakva organizacija softvera omogućava da se za svaku funkciju analizatora napiše odgovarajući podprogram, koji se, nakon testiranja, povezuje sa ostalima.

U trenutku zahteva za maskiranim prekidom, mikroprocesor odlaže trenutne vrednosti promenljivih koje ukazuju na njegovo trenutno stanje, i prelazi na izvršavanje programa za servisiranje maskiranog prekida. U ovom programu se čita tastatura, postavljaju se odgovarajuća stanja LEDova i ažuriraju se stanja internih časovnika. Nakon obavljenog prekidnog programa, mikroprocesor čita odložene vrednosti parametara stanja, i vraca se na izvršenje programa na mesru gde je stao u trenutku zahteva za prekidom. Program za servisiranje prekida je posebna celina, i izvršava se svake pedesetinke sekunde.

## GLAVA 24

### TESTIRANJE I PROBNO MERENJE ANALIZATOROM

#### 24.1 Snimanje profila karakteristike filtra

Cilj ovog merenja je bilo testiranje ispravnosti reda analizatora.

Analizator je radio u režimu automatskog prebrisavanja. Na naponski ulaz je doveden signal frekvencije 56Hz. Prebrisavanje je vršeno od kanala frekvencije 10,07Hz do kanala frekvencije 186,1Hz brzinom prebrisavanja od 1s/kanalu. Širina propusnog opsega je iznosio 1/24 oktave. Zavisnost frekvencije od vremena prebrisavanja za ovaj filter je

$$f(t) = f(0) \cdot 1,029^{\frac{t-t_0}{T}}, \quad (24.1.1)$$

gde je  $t_0 = 0s$ .

Izlazni signal je uzet sa DC LOG izlaza, koji je invertovan, tj. na njemu postoji visok nivo kada je ulazni napon jednak nuli, a napon se smanjuje pri povećanju ulaznog napona. Invertovani napon sa ovog izlaza je srazmeran logaritmu ulaznog napona.

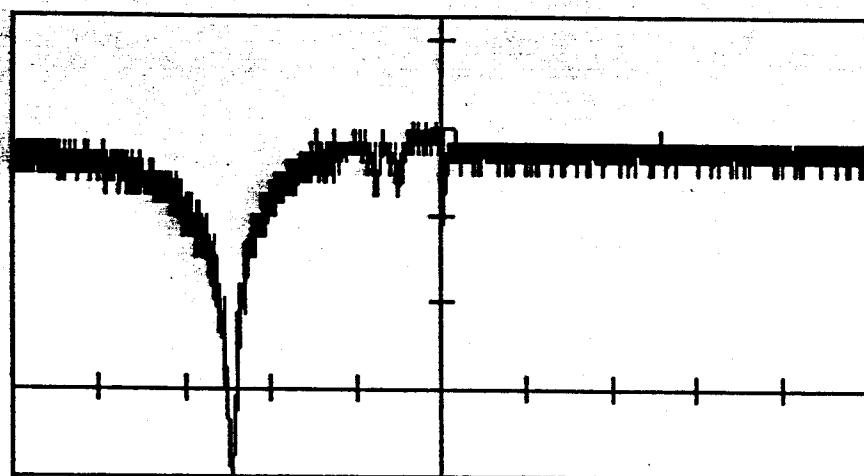
Rezultat merenja je prikazan na slici 24.1.1.

Pri merenju je vremenska baza bila 20s. Za 100s je bilo potrebno 57mm dužine, što znači da jednom milimetru odgovara 1,75s.

Maksimum nastaje na 79mm od početka grafika, tj. nakon 50,75s od početka merenja. Prema tome, maksimum krive je kod vrednosti frekvencije od 44Hz.

Ponovljena merenja su pokazala stabilan red kanala analizatora, što ukazuje na njegovu preciznost.

**deltaV= 1 (V) VBAZA= 20 (s) OFSET= .5 (V)**



Slika 24.1.1 Snimak profila karakteristike filtra

## 24.2 Frekventna analiza kvadratičnog signala

Kod ovog merenja je izvršena analiza kvadratičnog signala frekvencije 30Hz, koji je doveden na naponski ulaz.

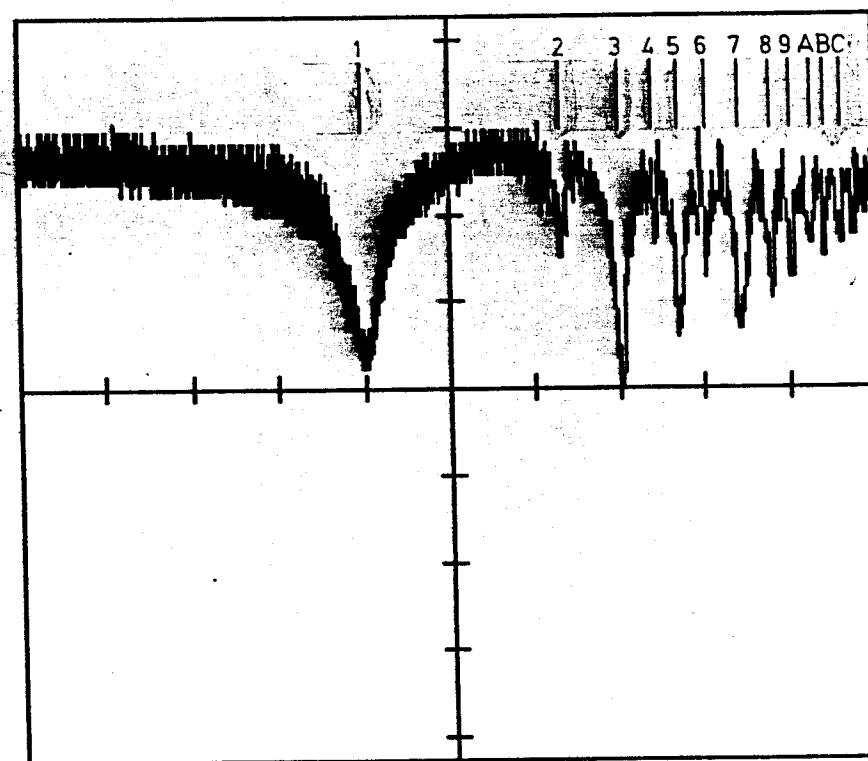
Filtar je radio u režimu automatskog prebrisavanja brzinom od 1s po kanalu od kanala frekvencije 1,12Hz do kanala frekvencije 287,0Hz, pri čemu je širina propusnog opsega bila 1/24 oktave. Rezultat merenja je prikazan na slici 24.2.1.

Jednom milimetru po vremenskoj osi odgovara 1,75s kao i u prethodnom merenju.

Rezultati merenja su prikazani u tabeli I.

Na osnovu rezultata merenja se vidi, da postoji značajno odstupanje frekvencije koju pokazuje analizator u odnosu na pravu frekvenciju filtra. Ovaj nesklad se može otkloniti pažljivijim podešavanjem kontrolnog napona filtra. Imaće, iz malog nasturanja vrednosti odnosa prave frekvencije i one, koju pokazuje displej analizatora, se može zaključiti da je preciznost frekvencije filtra zadovoljavajuća. Na fluktuacije ovog odnosa utiče digitalizacija kontrolnog napona filtra, kao i greska određivanja položaja maksimuma.

muma na grafiku.



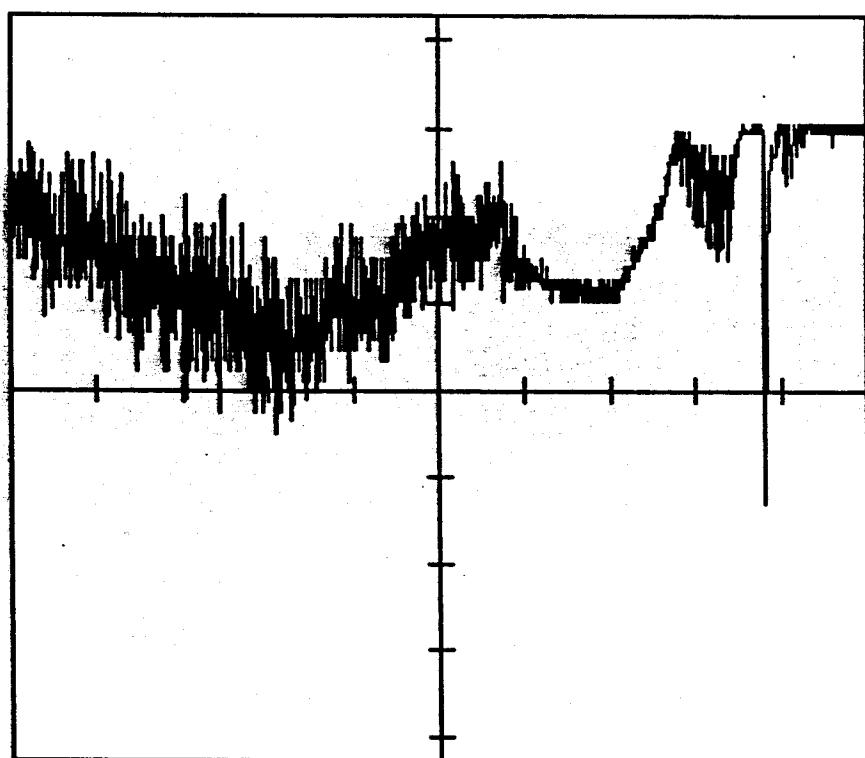
Slika 24.2.1 Analiza kvadratičnog signala

Br.	$x$ [mm]	$\Delta t$ [s]	$\Delta t$ [-]	$f_{\text{exp}}$ [Hz]	$f_{\text{theo}}$ [Hz]	$\frac{f_{\text{theo}}}{f_{\text{exp}}}$
1	45,5	79,63	9,74	10,91	30,00	2,75
2	72,0	126,00	36,67	41,07	90,00	2,19
3	80,0	140,00	54,72	61,29	150,00	2,45
4	84,0	147,00	66,84	74,86	210,00	2,81
5	88,0	154,00	81,65	91,45	270,00	2,95
6	91,5	160,13	97,29	108,93	330,00	3,03
7	96,0	168,00	121,84	136,46	390,00	2,56
8	100,0	175,00	148,83	166,69	450,00	2,70
9	103,0	180,25	172,93	193,68	510,00	2,63
A	105,5	184,63	196,00	219,52	570,00	2,60
B	107,0	187,25	211,24	236,39	630,00	2,66
C	109,5	191,63	239,42	269,15	690,00	2,57

Tabela I Pregled rezultata analize kvadratičnog signala

### 24.3 Analiza vibracija električne bušilice

Na slici 24.3.1 je prikazan spektar vibracija električne bušilice.



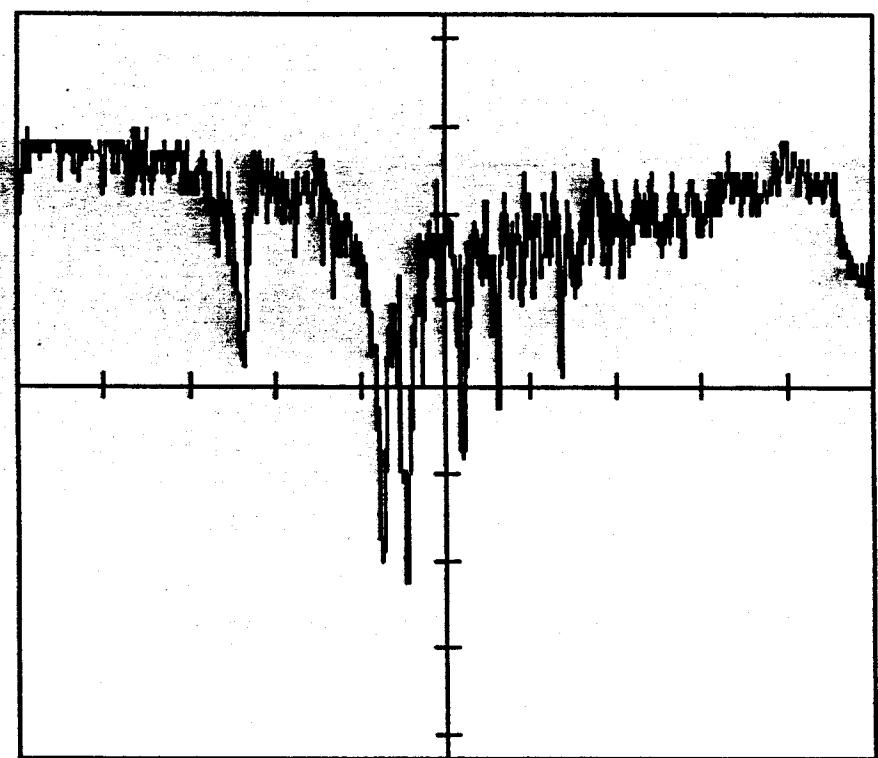
Slika 24.3.1 Spektar vibracija bušilice

Merenje je vršeno sondom pri opsegu od  $10\text{mm/s}^2$  automatskom analizom od kanala frekvencije  $101,5\text{Hz}$  do kanala frekvencije  $29,15\text{kHz}$ . Širina propusnog opsega je bila  $1/24$  oktave, a brzina prebrisavanja  $1\text{s}$  po kanalu.

U niskofrekventnom delu spektra su zapožene snažne fluktuacije. U opsegu frekvencija od oko  $2,5$  do  $8,5\text{kHz}$  je primedjen kontinuirani deo, za čije komponente se smatra da su izazvane pomenute fluktuacije zbog nedovoljno velikog vremena usrednjavanja. Na frekvenciji od  $15,11\text{kHz}$  se javlja izražena komponenta, za koju nije utvrđeno poreklo. Kako nije izvršeno merenje broja ob. taja bušilice, a nije poznata ni njena konstrukcija, više se od ovoga ne može reći o ovom merenju.

#### 24.4 Merenje vibracija vakuum pumpe

Na slici 24.4.1 je prikazan spektar vibraciјe pogonskog motora vakuum pumpe.



Slika 24.4.1 Spektar vibracija vakuum pumpe

Merenje je ubrzanje na opsegu od  $10\text{mm/s}^2$ , i vršena je analiza u opsegu od kanala frekvencije  $10,07\text{Hz}$  do kanala frekvencije  $3,064\text{kHz}$  brzinom prebrisavanja od  $1\text{s}$  po kanalu.

Motor pumpe je trifazni asinhroni motor snage  $0,5\text{kW}$ , koji je priključen na mrežni napon frekvencije  $50\text{Hz}$ . Stoga se i očekuje pojava vibracija usled debalansa rotora u okolini ove frekvencije, i njenih harmoničnih vrednosti. Kako se ne znaju konstrukpcioni detalji same pumpe, o poreklu ostalih komponenata spektra se ne može ništa pouzdano reći.

Rezultati merenja su prikazani u tabeli II.

Br.	$x$ [mm]	$f_{exp}$ [Hz]	Napomena
1	30,0	45,2	Osnovni harmonik $f_0$
2	48,5	114,0	—
3	51,8	134,4	Prvi harmonik 3 $f_0$
4	59,5	197,6	—
5	64,0	247,5	—
6	72,5	378,6	—

Tabela II Pregled rezultata merenja vibracija motora vakuum pumpe

Ovde treba napomenuti da su vrednosti frekvencije valjane, jer je nakon drugog merenja izvršena korekcija kontrolnog napona filtra.

#### 24.5 Zaključak

Premda rezultatima ovih merenja se može zaključiti da se ponudu analizatora mogu vršiti merenja sa zadovoljavajućom tačnošću, kakva se traži od instrumenta namenjenih vežbama. Stoga se može reći, da je zadatak, koji je postavljen pred autora ovog rada (izrada analizatora vibracije za potrebe vežbi) obavljen.

Kako sada sledi eksploatacija uređaja, potrebno je prikupiti podatke o njegovom ponašanju tokom dužeg vremena, te nakon analize ovih podataka isplanirati razine za njegovo poboljšanje. Kako je ovo prototip, treba biti sveštan da će nadi mnogo kritika u vezi načina realizacije nekih funkcija uređaja i nedostataka koji odavde potiču. Te kritike treba da budu osnova za dalje usavršavanje uređaja, i ako do toga dođe, bice to znak da ovaj rad nije rađen uvalud.

## ERRATA

U poglavlju 2.2, na strani stoji pogrešan izraz

$$\mathcal{F}^*(\omega) = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-j\Omega t} dt, \quad (2.2.35)$$

koji ispravno glasi:

$$\mathcal{F}^*(\omega) = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{j\Omega t} dt. \quad (2.2.35)$$

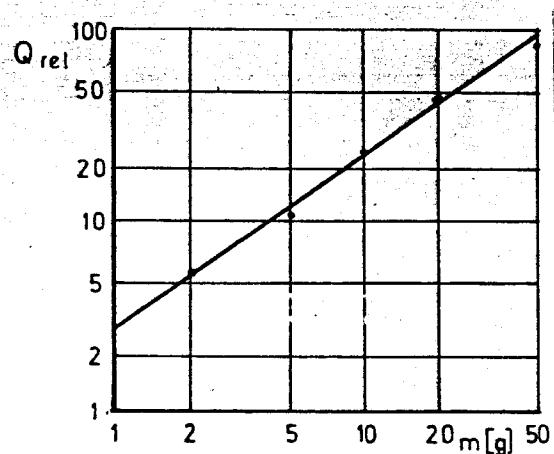
U poglavlju 5.6, na strani 80 je, greskom, izostavljen prvi deo prve rečenice, koja u celosti glasi:

Osetljivost sonde duž pravaca normalnih na glavu su se naziva poprečnom osetljivošću. Kod idealnih sondi bi ona trebala da bude jednaka nuli, ali, zbog nepravilnosti piezoelektričnog materijala i neizbalansiranosti delova, poprečna osetljivost je veća od nule.

U poglavlju 6.5, na strani 88 treba da stoji da se tri otporna  $R_s$ ,  $R_k$  i  $R_p$  zamenjuju jednim otpornikom ekvivalentnog otpora  $R_e$ , a kondenzatori kapaciteta  $C_s$ ,  $C_k$  i  $C_p$  jednim kondenzatorom ekvivalentnog kapaciteta  $C_e$ . Ovdje treba napomenuti da sa sljedećim nedostaju  $C_e$  i  $R_e$ . Razlog ovome je to, što između inverujućeg ulaza, na koji su ovi elementi priključeni, i ininvertujućeg ulaza vlada virtualni kratak spoj, te je napon na ovim elementima jednak nuli.

U poglavljiju 13.3, na strani 143 je u tekstu spomenuta slika

13.3.1 koja, međutim, nedostaje. Evo slike 13.3.1:



Slika 13.3.1 Zavisnost nadelektrisanja sonde od primjene sile

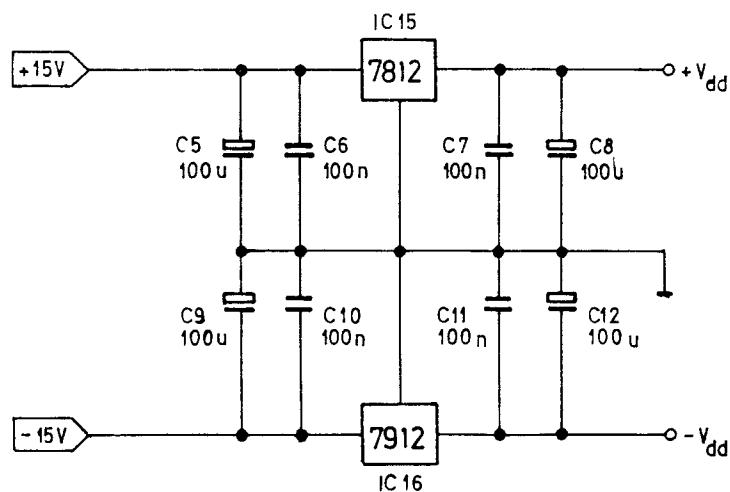
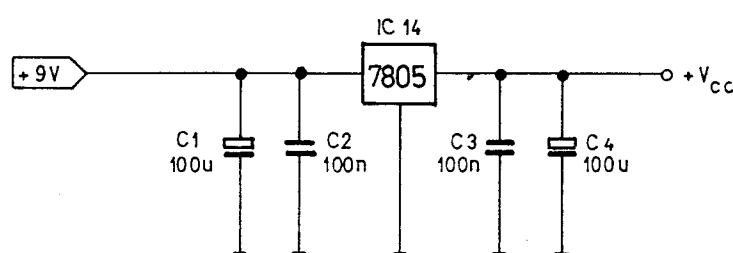
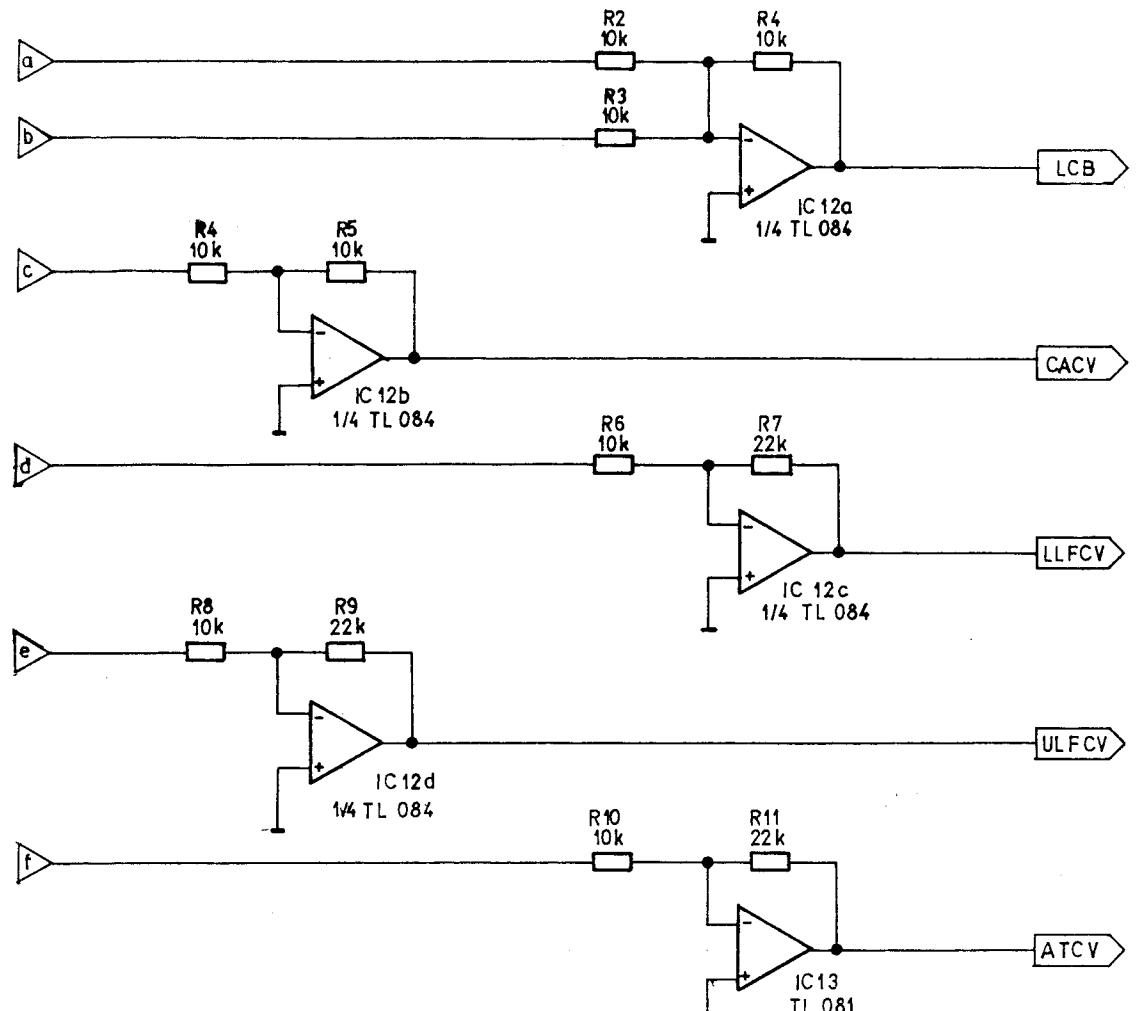
## LITERATURA:

- [1] Dr. Đorđe MUŠICKI:  
UVOD U TEORIJSKU FIZIKU, TEORIJSKA MEHANIKA, III izdanje  
Naučna knjiga, Beograd, 1980.
- [2] Volter C. HARTI, Moše F. RUBINŠTAJN:  
DINAMIKA KONSTRUKCIJA,  
BIGZ, Beograd, 1973.
- [3] Dr. Dragoslav S. MITRINović, Dr. Jovan D. KEČKIĆ:  
JEDNAČINE MATEMATIČKE FIZIKE,  
Građevinska knjiga, Beograd, 1978.
- [4] Dr. Veljko A. VUJIČIĆ:  
TEORIJA OSCILACIJA,  
Naučna knjiga, Beograd, 1977.
- [5] Radoslav HORVAT:  
ELEMENTI ANALIZE ELEKTRIČNIH KOLA,  
Građevinska knjiga, Beograd, 1980.
- [6] J. P. DEN HARTOG:  
VIBRACIJE U MASINSTVU,  
Građevinska knjiga, Beograd, 1972.
- [7] Dipl.Ing. Miodrag Đ. MIHAJLOVIĆ:  
ELEKTRONSKI MIZIČKI INSTRUMENTI, II izdanje,  
NIRO Tehnička knjiga, Beograd, 1981.
- [8] Dr. Milic R. STOJIĆ:  
KONTINUALNI SISTEMI AUTOMATSKOG UPRAVLJANJA, V izdanje,  
Naučna knjiga, Beograd, 1988.
- [9] Dr.Ing. Miliivoje R. SEKULIĆ:  
OSNOVI TEORIJE AUTOMATSKOG UPRAVLJANJA-SERVOMEHANIZMI ,  
II izdanje,  
Naučna knjiga, Beograd, 976.
- [10] Prof.Dr.Ing Ante ŠANTIĆ:  
ELEKTRONIČKA INSTRUMENTACIJA,  
Školska knjiga, Zagreb, 1982.
- [11] \* \* \* :  
APPLICATION OF B&K EQUIPMENT TO FREQUENCY ANALYSIS  
AND POWER SPECTRAL DENSITY MEASUREMENTS,  
Brüel&Kjaer, Naerum, 1966.
- [12] \* \* \* :  
APPLICATION OF B&K EQUIPMENT TO FREQUENCY ANALYSIS,  
Brüel&Kjaer, Naerum, 1977.
- [13] Dipl.Ing. Jens T. BROCH:  
APPLICATION OF B&K EQUIPMENT TO MECHANICAL VIBRATION  
AND SHOCK MEASUREMENTS,  
Brüel&Kjaer, Naerum, 1966.

- [14] Mr. Dragan M. PANTIĆ, Dipl.Ing. Janko S. PEŠIĆ:  
PRIMENA LINEARNIH INTEGRISANIH KOLA, III izdanje,  
NIRO Tehnička knjiga, Beograd, 1981.
- [15] Dr. Slobodan RIBARIĆ:  
ARHITEKTURA MIKROPROCESORA, III izdanje,  
Tehnička knjiga, Zagreb, 1988.
- [16] Dipl.Ing Dušan SIMIĆ:  
ELEKTRONSKI ANALOGNI RAČUNAR - UVOD U TEHNIKU  
SIMULIRANJA, IV izdanje,  
Naučna knjiga, Beograd, 1987.
- [17] \* \* \* :  
INTEGRIERTE LINEAR UND INTERFACE-SCHALTUNGEN,  
Texas Instruments Deutschland GmbH, 1979.

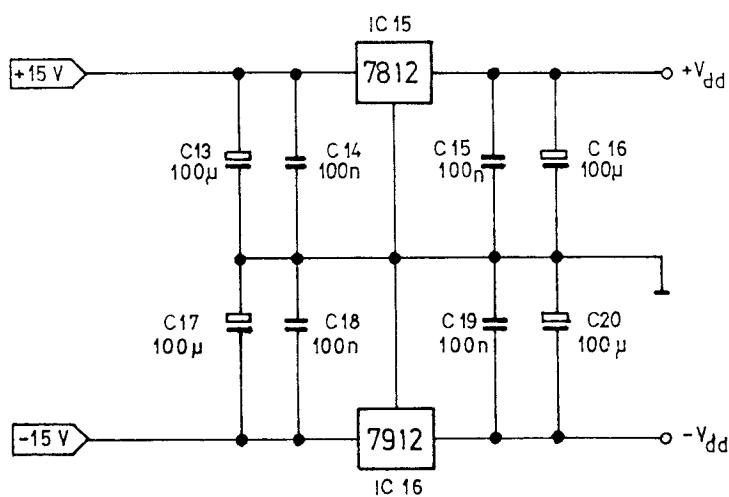
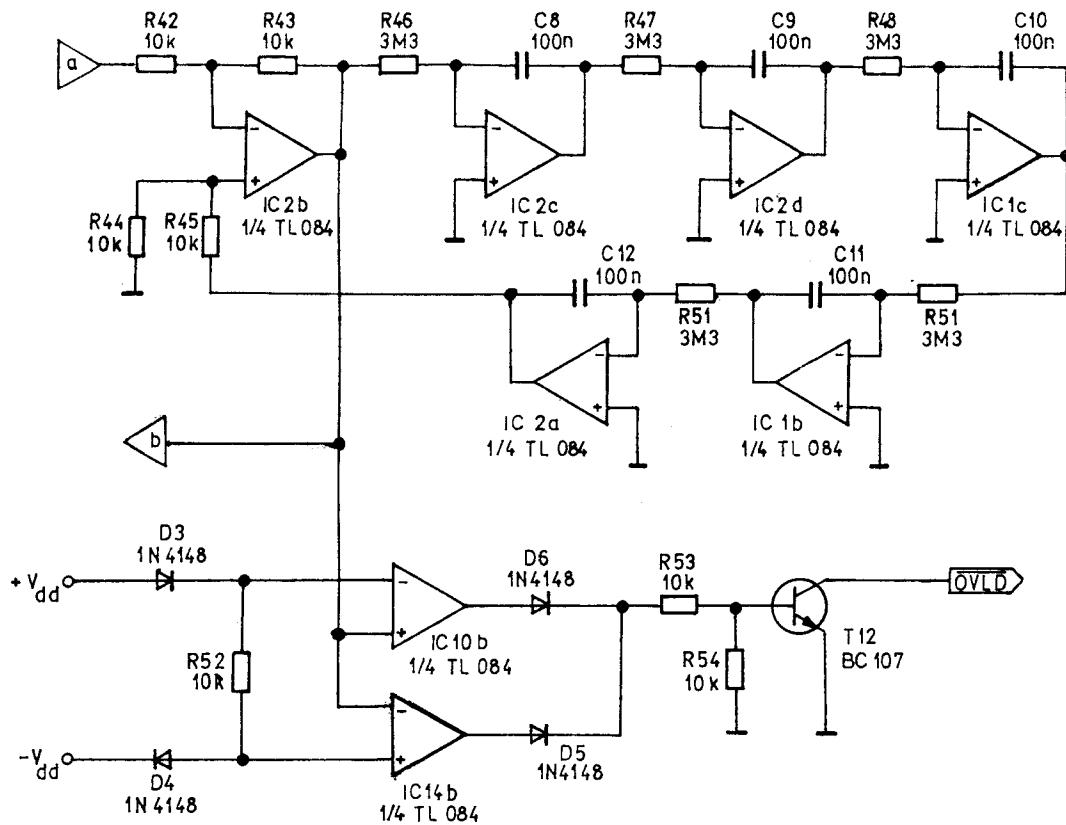


- Несовинија  
- 12/00 Управа  
- Основнији послови.  
- Радници



GND

F L E I S
KONTROLNA JEDINICA VIBROMETRA
FJ 07041990
07.04.1990
List 2 od 2



GND

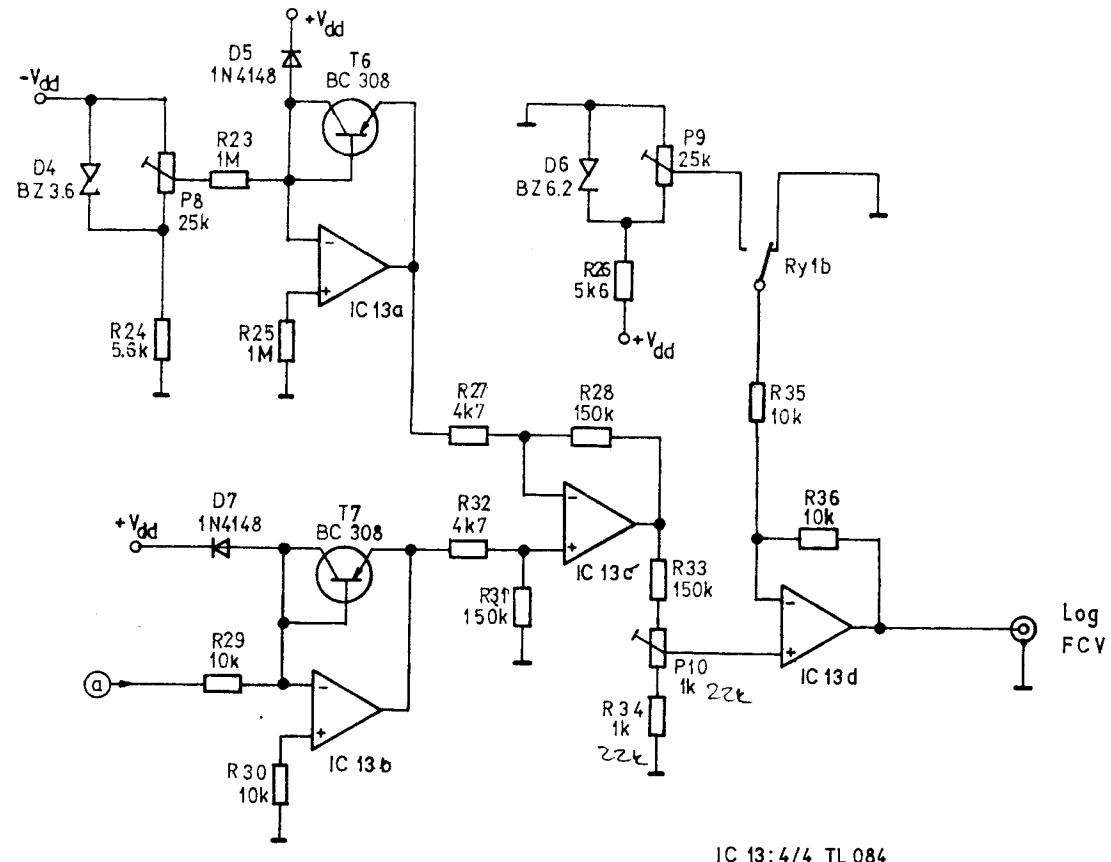
F L E I S

NAPONSKI KONTROLISAN FILTAR

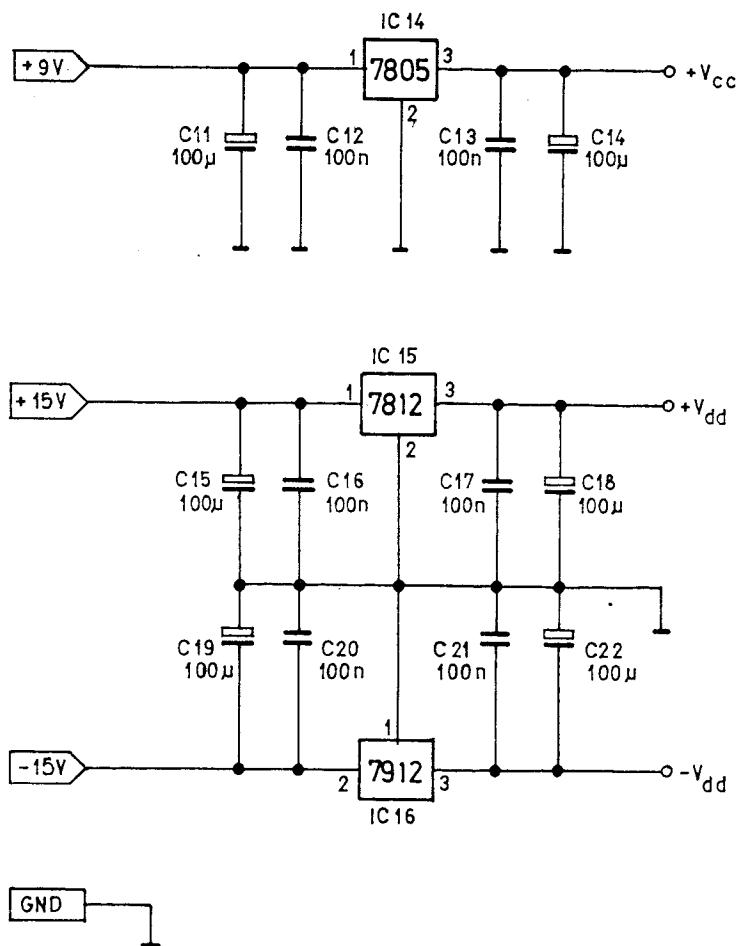
FJ 05021990

18.01.1990.

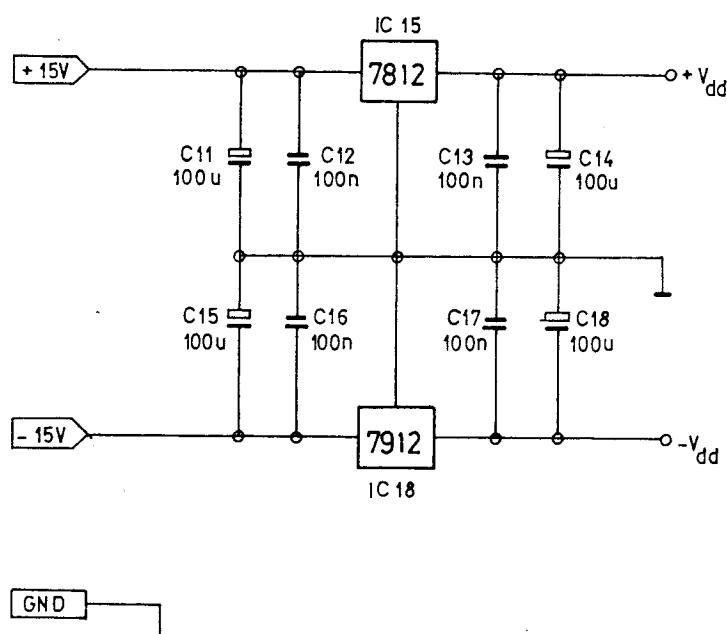
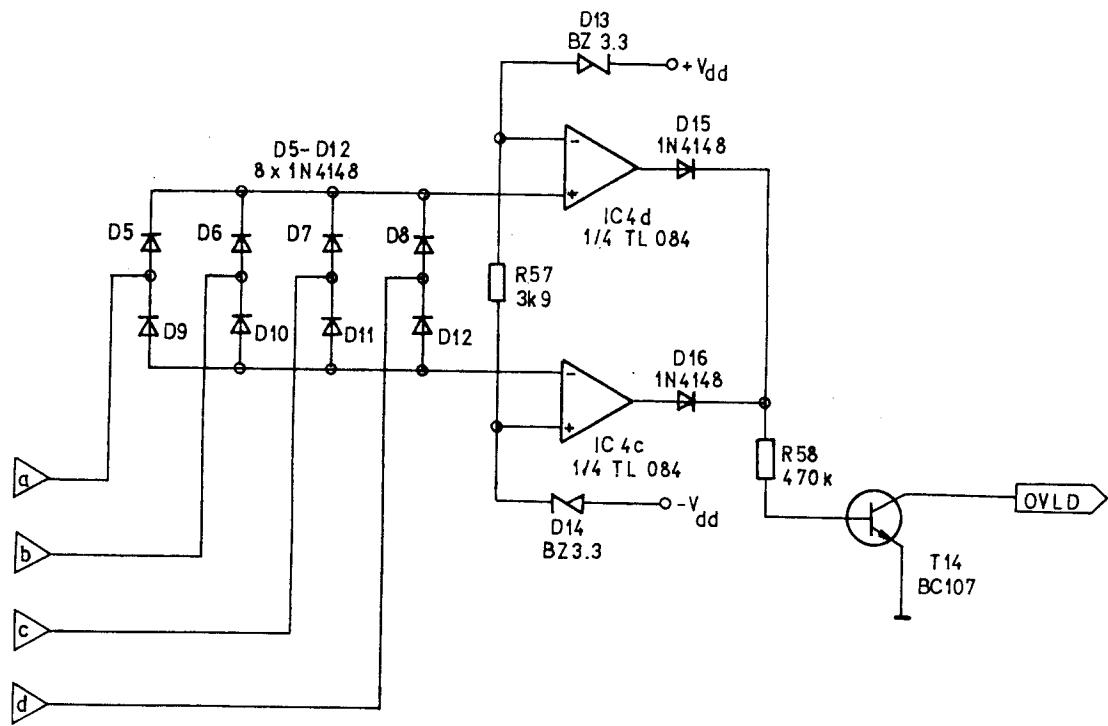
List 2. od 2



IC 13:4/4 TL 084



F	L	E	I	S
KONTROLNA JEDINICA FILTRA				
FJ 12021990				
23.01.1990.		List 2 od 2		



F	L	E	I	S
UOBLIČAVAČ ULAZNOG SIGNALA				
FJ 03031990				
03	03	1000		
list	2	ad	2	