УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ
ПРИРОДНО – МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ
ДЕПАРТМАН ЗА ФИЗИКУ

Обрада теме:

Инерцијални и неинерцијални системи референције

- дипломски рад -

Ментор:
проф. др Душанка Обадовић

Кандидат:
Ивана Ранчић

Нови Сад, 2008.

Захваљујем се ментору проф. др Душанки Обадовић на предложеној теми, на стрпљењу и помоћи током израде овог дипломског рада.

Захваљујем се проф. др Дарку Капору на корисним сугестијама.

Садржај:

1. Увод

У Аутобиографији Бранислав Нушић каже:
„Мени је изгледало да је физика наука чија је задаћа да здраве појмове о познатим и јасним појавама, које ђак доноси у школу, тако збрка и компликира, да ђак, који је по здравоме разуму знао и разумевао извесну ствар, ту исту ствар, више не разуме чим му је физика објасни."

Задатак физике није то.

Назив физика потиче од грчке речи phisis (φύσις), што значи природа. Физика је наука о природи. Она проучава и описује основне особине материје и њене промене, а материја је све што постоји у природи.

Природне појаве су одувек привлачиле пажњу и будиле човекову радозналост, не само да их открије, опише и објасни него да их и практично примени.

Научно знање о природи непрестано се богати. Али, пут до научног сазнања није једноставан. Многа научна открића су резултат дугог и упорног рада многих научника из разних крајева света и различитих епоха. У учионици се не може поновити пут који су научници пратили до научног сазнања, међутим, могуће је ученицима указати на дуг и тежак историјски развој појмова (пут до сазнања) и приближити исте демонстрацијама које се врло једноставно могу извести на часу, и које би повезале искуства које су ученици стекли у свакодневици и појмове које им научно објашњава физика.

Појаве се могу приближити ученицима демонстрационим огледима. Они ће бити активни учесници и у сарадњи са наставником ће и сами моћи да уоче неке односе. Ученици ће схватити да процесе и појаве које виде свакога дана на задовољавајући начин описују и објашњавају физички закони. Све у природи се дешава у складу са законима физике. У физици постоји много лепих примера који се могу навести и тако могу учинити наставу лепом и занимљивом. Ученици морају бити активни учесници на часу. Потребно је наводити их да сами долазе до закључака, па и до дефиниција, колико год је то могуће. Проблемска ситуација по правилу успева да заинтересује ученике, уколико се добро постави проблем сви ће тражити његово решење. На тај начин ученици ће научити да критички размишљају о ставовима које им неко износи. Њихово знање неће бити последица ауторитативног излагања наставника. Знање стечено на тај начин је трајније и много лакше се примењује у пракси. Ученици тако заиста схвате појаву и формирају своје мишљење. Тако се код ученика развија научни поглед на свет. Такође, врло занимљиве приче које су везане за историјски развој појмова учиниће час још занимљивијим.

Циљ овог рада је да се прикаже тема „Инерцијални и неинерцијални системи референције" на занимљив начин. Да се изложи теорија у вези са овом темом, уз историјске податке и примере, задатке и једноставне демонстрације које се могу применити у настави - избор зависи од узраста, знања и способности ученика, њихове спремности на сарадњу и њихових интересовања. Овај рад представља покушај да се покаже лепота физике и наставног процеса, и да се укаже на могућност вођења успешне, динамичне наставе.

У раду је изложена теорија о системима референције, са кратким освртом на историјски развој појмова и на имена значајних научника који су допринели томе да данас имамо тако јасан појам о овим појавама и такво схватање истих. После кратког подсећања на незаобилазне Њутнове законе, акценат је стављен на системе референције – инерцијалне и неинерцијалне, на инерцијалне силе и појаве које се могу објаснити увођењем таквих сила. Свако мировање и кретање у природи је релативно – посматрано у односу на неко референтно тело, инерцијални референтни систем је онај у коме важи закон инерције, сваки референтни систем који се у односу на инерцијални креће равномерно праволинијски и сам је инерцијални систем. Неинерцијални систем је онај који се у односу на инерцијални креће убрзано. У оваквим системима не важи основна једначина динамике. Међутим, ако се уведе појам инерцијалне силе, основна једначина динамике важи и у неинерцијалним системима и такви системи се могу користити за решавање динамичких проблема. Многи су примери дејства инерцијалних сила, неки од њих ће бити наведени у раду. Биће указано на то да инерцијално убрзање може да се посматра као псеудогравитација.

У оквиру ове теме, посебно треба скренути пажњу ученицима на:

– разлику између центрифугалне и центрипеталне силе ~ центрипетална сила (сила везе) са нападном тачком у центру тела даје закривљеност кретању; центрифугална сила – са нападном тачком у вези, као реактивна сила центрипеталној сили којом веза делује на тело, а у неинерцијалном систему као инерцијална сила – са нападном тачком у телу,

– разлику између тежине тела и силе теже.

Затим су, после теорије, наведени примери, задаци, питања и једноставни демонстрациони огледи, пролазећи кроз које ученици формирају јасан појам о системима референције.

1.1. Методичке напомене

Настава је организовани облик поучавања (делатност наставника) и учења (делатност ученика).

Наставник у учионици мора бити предавач, организатор и мотиватор. Квалитет знања ученика зависи од тога колико је наставник успешан у свом послу. Због тога наставник мора извршити адекватну припрему за сваки час. На часу мора подсетити ученике на одговарајуће садржаје које су раније прешли и мора на конкретним примерима демонстрирати теоријске ставове и закључке.

Наставне методе могу бити вербалне, демонстрационо–илустрационе и лабораторијско–експерименталне. Приликом извођења наставних часова где су тема Системи референције могу се комбиновати: дијалог са ученицима (вербална метода) и демонстрациони огледи (демонстрационо-илустрациона метода), где ученици сами активно изводе једноставне огледе. На тај начин стечено знање је трајније и примењивије, лакше се повезује са искуством и новим знањима.

Приликом извођења демонстрационих огледа или решавања задатих проблема (у облику задатака или питања) може се организовати рад у паровима (или рад у групама). Ученици радије обављају задатке у паровима, а на тај начин се подстиче социјализација и јача се колектив који ученици граде. Ученици су друштвенији, стичу навику да сарађују, помажу другима или затраже помоћ када им је потребна, постају толерантнији и тако „уче" да са више разумевања и аргументовано воде расправе.

Наставни час чине уводни, главни и завршни део часа. Уводни део часа је уобичајено дијалог који наставник води са ученицима, са циљем да се понови градиво које је претходило оном које је предвиђено за тај час и служи за лакше праћење и боље разумевање новог градива. Затим се, после кратког теоријског увода, могу задати примери – проблемске ситуације (огледи, задаци и питања) које ће ученици решавати у паровима. Када ученици реше задате примере, различити резултати до којих су дошли могу се, опет вођењем дијалога, изложити пред целим разредом. У завршном делу часа се може поновити градиво и проверити да ли су га ученици разумели и савладали.

У зависности од узраста и предзнања ученика, као и њиховог интересовања, потребно је изабрати одговарајуће примере и демонстрације. Ниво на ком ће се дати одговарајуће објашњење одабраних огледа мора, такође, бити у складу са узрастом и раније стеченим знањем ученика.

Тема „Инерцијални и неинерцијални системи референције" се обрађује у првом разреду гимназије. Инерцијалним и неинерцијалним системима претходе Њутнови закони и проучавање појма силе. Познавање и разумевање тог градива, које претходи часовима обраде ове теме, ученицима обезбеђује потребно предзнање за успешно извођење часа. Такође, многобројна су свакодневна искуства у којима се срећемо са примерима неинерцијалних система у којима осетимо дејство инерцијалних сила.

2. Теоријски део

2.1. Системи референције

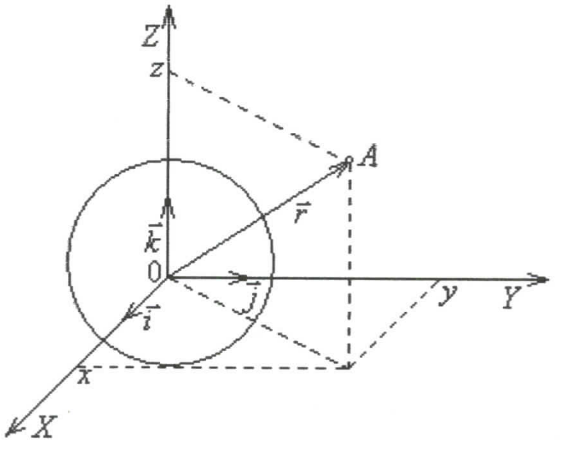
Кретање је природно стање материје, њено основно својство. Све промене које се дешавају у природи су, у ствари, кретање материје у простору и времену. Даље у раду ће термин кретање бити употребљаван за механичко кретање које ће се у овом раду посматрати и разматрати.

Кретање је мењање положаја неких тела у односу на друга.

У природи се запажају разна кретања. Мења се положај аутомобила у односу на дрвеће, брода у односу на обалу, авиона у односу на брда, положај Земље у односу на Сунце. Крећу се људи, авиони, аутомобили, птице, крећу се небеска тела, крећу се атоми и молекули, звук, светлост. Да ли се и како се неко тело креће, зависи од тога у односу на које тело се одређује његов положај. Путник који седи у возу мирује у односу на воз, али се у односу на железничку пругу креће заједно са возом, у односу на неки аутомобил у покрету то кретање ће бити другачије. У томе се састоји релативност кретања. ***Свако мировање и кретање у природи је релативно.***

Референтно тело или упоредно тело је тело у односу на које се положај, односно промена положаја, тела чије кретање посматрамо одређује.

Значи, положај материјалне тачке у простору може бити одређен само у односу на неко друго тело узето као референтно (тело упоређивања). У свакој тачки референтног тела 0 могу се повући три оријентисана правца, на пример, $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, који не леже у једној равни а секу се у посматраној тачки. Ова три оријентисана правца представљају координатни систем, а њихова тачка пресека 0 почетак тог координатног система (слика 2.1).



Слика 2.1. Референтни систем

Постоје разни координатни системи: поларни, сферни, цилиндрични, генералисани, правоугли и други. Најчешће се користи десни Декартов (René Descartes, 1596 – 1650) правоугли координатни систем.

Положај материјалне тачке у односу на координатни почетак 0 одређује се или помоћу њених координата x, y, z у изабраном координатном систему или помоћу њеног вектора положаја $\vec{r} = 0\vec{A}$ (слика 2.1). Вектор положаја $\vec{r}$ може се разложити на компоненте дуж оса X, Y, Z, које су одређене ортовима (јединичним векторима) $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, па се добија:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \tag{2.1}$$

где су x, y, z пројекције вектора положаја $\vec{r}$ на осе X, Y, Z.

Координатни систем са референтним телом којем је придружен назива се систем референције или референтни систем.

РЕФЕРЕНТНИ СИСТЕМ = РЕФЕРЕНТНО ТЕЛО + КООРДИНАТНИ СИСТЕМ

Под системом референције се подразумева координатни систем који служи за одређивање положаја честица у простору, али за тај систем је још везан часовник, који служи за одређивање времена.

При кретању тело пролази кроз низ тачака и заузима различите положаје. Линија која спаја положаје кроз које тело пролази при кретању назива се путања или трајекторија. Путања је линија коју материјална тачка описује у току кретања. (Материјална тачка је геометријска тачка којој је придружена маса, а представља тело чији се облик и димензије у датом кретању могу занемарити.) Повлачењем оловке по папиру добија се путања коју описује њен врх. Разлику између појединих кретања изражава физичка величина – брзина. Свака брзина се мери у односу на неко референтно тело. Исто кретање у односу на различита референтна тела има различите брзине. Брзина кретања тела је релативна. Дакле, и облик путање и брзина тела зависе од тога у ком систему референције кретање посматрамо, односно које тело смо изабрали за референтно. То се може илустровати и приближити и најмлађим узрастима ученика врло једноставним огледом, за који су потребни само лист папира и оловка (оглед 3.2.1, страна 44).

Слика 2.2. Путања тела посматрана из различитих система референције

2.2. Њутнови закони

У кинематици кретање тела се описује без узимања у обзир сила које делују на њега. Динамика је део физике који изучава кретање тела узимајући у обзир и силе које делују на њега. Повезивање основних појмова динамике (масе, импулса и силе) са кинематичким величинама (брзином и убрзањем) омогућава да се потпуније опише кретање тела.

Динамика се заснива на три закона кретања, Њутнова закона динамике (Isaac Newton, 1642 – 1727). 1687. године Њутн је у делу „Математички принципи филозофије природе“ („Philosophiae Naturalis Principia Mathematica“), или краће само „Принципи“, обухватио своју теорију гравитације и законе кретања. Тако настаје, Њутново најзначајније дело из области механике, које је значајно не само за развој ове области, већ и за развој физике и науке.

Иако се данас у част Њутна називају његовим именом, три основна закона кретања нису само његово дело.

Први закон, инерцију, тачно је дефинисао још Декарт, као своја прва два закона кретања.

Други закон је први формулисао Њутн, а он га приписује Галилеју (Galileo Galilei, 1564 – 1642), који није разматрао ни силе, ни убрзања. Оригинални II Њутнов закон био је другачији од његове данашње формулације. Њутн је рекао да је промена кретања сразмерна примењеној покретачкој сили и да се врши у смеру те примењене силе. Види се да тај његов закон, који би требало да формулише једначине кретања, нема јасну математичку форму, а њу ће добити тек педесет година касније када су Ојлер (Leonhard Paul Euler, 1707 – 1783) и Маклорен (Colin Maclaurin, 1698 – 1746) написали Њутнове једначине. Ојлер је увео инфинитезимални рачун у механику.

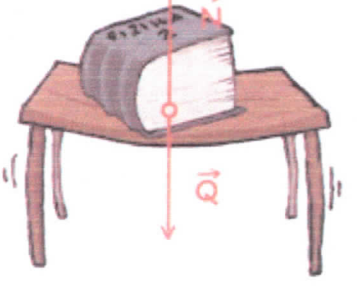
Што се тиче трећег закона, још Аристотел (Ἀριστοτέλης, 384 – 322 п.н.е.) каже да онај који потискује бива некако за узврат и сам потиснут. Да је акција једнака реакцији било је познато и пре Њутна.

2.2.1. Први Њутнов закон – закон инерције

Маса тела изражава инертна и гравитациона својства тела.

Ову физичку величину у физику је увео Њутн приликом изучавања кретања тела. Масу тела он је поистовећивао са количином материје. Значи, поистовећује материју и супстанцију (а постоји и други вид материје, а то је физичко поље) и својства супстанције своди на масу (нема речи о, на пример, наелектрисању, намагнетисању или другом).

Свако тело остаје у стању мировања или равномерног праволинијског кретања све док га неко друго тело не примора да то стање промени (односно, ако на њега не делују друга тела или се деловања других тела узајамно поништавају).

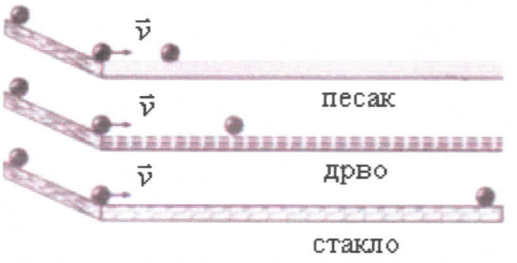


Слика 2.3. I Њутнов закон

Аристотел је кретање дефинисао као промену стања, а од Декарта је прихваћено да су мировање и равномерно кретање – стања. Видећемо да су та два стања (мировање и равномерно кретање) равноправна. Промену стања имамо тек са променом брзине, значи када имамо неко убрзање.

Појава да тела задржавају стање (релативног) мировања или равномерног праволинијског кретања назива се инерција. Инертност је својство тела које за последицу има да тела с већом масом спорије „прихватају“ промену кретања. Термин потиче од латинске речи inertia, што значи тромост. Појаву инерције открио је Галилеј у XVII веку, на тај начин што је уочио да је заустављање куглице последица деловања подлоге на тело које се по њој креће (силе трења), и отпора ваздуха. То се види на основу дужине пута који куглица пређе по преласку са стрме подлоге на хоризонталну подлогу, где је хоризонтална подлога посута песком, од дрвета, од стакла.

Ајнштајн (Albert Einstein, 1879 – 1955) је установио да маса тела није непроменљива, као што се сматрало у класичној физици, већ се увећава с повећањем брзине. Ти ефекти долазе до изражаја само када је брзина тела блиска брзини светлости у вакууму. Такође је утврдио везу масе са енергијом тела. Масу поседују и физичка поља, не само тела.



Слика 2.4. Кретање куглице дуж различитих подлога

Према I Њутновом закону у природи постоје такви системи у којима важи закон инерције. Управо ти системи референције називају се инерцијалним системима.

2.2.2. Други Њутнов закон – основни закон динамике

Сила је за Аристотела била узрок кретања. Такво тумачење појма силе одржало се до Галилеја и Њутна, који су показали да је сила узрок промене кретања, промене брзине, то јест, појаве убрзања.

Сила је квантитативна мера узајамног деловања (интеракције) тела.

Узајамно деловање тела узрокује: деформацију тела (промену облика и запремине) или промену стања кретања (појаву убрзања). Па тако сила може да се одреди статичким и динамичким методом.

Статички метод одређивања силе састоји се у мерењу промене дужине опруге услед њене еластичне деформације. Израз за силу је:

$$F = kx \tag{2.2}$$

где је k - коефицијент еластичности опруге, а x -промена њене дужине.

Сила је једнака брзини промене импулса у току времена деловања на тело:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \tag{2.3}$$

где су p - импулс, t - време.

II Њутнов закон за транслаторно кретање повезује силу и промену импулса тела у току времена, на тај начин може се динамички увести појам силе. Пошто је импулс физичка величина која се представља производом масе и брзине тела ($\vec{p} = m\vec{v}$), може се писати да је:

$$\vec{F} = \frac{\Delta(m\vec{v})}{\Delta t} = \frac{m\vec{v} - m_0\vec{v}_0}{t - t_0} \tag{2.4}$$

Под условом да се маса тела не мења у току времена $m_0 = m$:

$$\vec{F} = m\frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t - t_0} \tag{2.5}$$

односно:

$$\vec{F} = m\vec{a} \tag{2.6}$$

Сила је једнака производу масе и убрзања тела на које делује.

Други Њутнов закон је универзалан јер може да се примени на разне врсте интеракција, али је ограничен у том смислу што он не укључује природу (карактер) интеракције.

Ако на тело константе масе делује више сила $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$,..., $\vec{F}n$, онда је:

$$m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \qquad (2.7)$$

односно:

$$m\vec{a} = \vec{R} \qquad (2.8)$$

где је $\vec{R}$ - резултанта (збир свих сила које делују на једно тело).

Динамички проблеми се (у инерцијалним системима референције) решавају помоћу овог израза који представља основни закон динамике.

2.2.3. Трећи Њутнов закон – закон акције и реакције

Ако једно тело делује на друго неком силом, $\vec{F}_{12}$, онда и то друго делује на прво силом истог интензитета и правца, а супротног смера $\vec{F}_{21}$:

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} \qquad (2.9)$$

Обично се деловање датог тела на друго тело назива сила акције, а деловање другог тела на прво сила реакције.

Трећи Њутнов закон следи из узајамности деловања двају тела. Силе се услед узајамности деловања тела увек појављују у паровима (акција – реакција), настају и ишчезавају истовремено и имају исту природу. Ове силе делују на различита тела и зато се ***не могу узајамно поништити***.

Слика 2.5. III Њутнов закон

Постоји једино узајамно деловање тела, не постоји деловање само једног тела на друго. Узајамно деловање двају тела може да „пређе" у деловање једног тела на друго када је оно толико изражено да се испољавање дејства другог тела може занемарити.

Када се са неке висине камен пусти да пада на Земљу, истом силом којом Земља привлачи камен и камен привлачи Земљу. Међутим, деловање камена на Земљу се може занемарити, јер га Земља ни не „осећа", па је оправдано рећи да на тело које слободно пада делује Земљина тежа уместо да Земља и тело (камен) узајамно делују једно на друго.

2.3. Инерцијални системи референције

Концепт инерције који је развио још Галилеј, и који данас има облик II Њутновог закона, даје могућност да се помоћу њега дефинише једна класа идеализованих физичких система – инерцијални системи референције.

Уколико се кретање истог тела посматра у односу на различите системе референције оно може изгледати различито. Због тога се мора рећи у односу на који систем референције се говори о кретању и мировању у закону инерције. Пошто је тај закон добијен на основу огледа извршених на Земљи, ради се о систему везаном за Земљу. Овај закон не важи у свим, било којим, системима референције. Постоје посебне врсте система референције у којима тај закон важи, док у осталима није применљив.

Инерцијални системи референције су системи референције у којима важи закон инерције.

Друга формулација овог истог закона указује управо на особину по којој се међусобно разликују референтни системи:

Постоје системи референције у односу на које тела мирују или се крећу равномерно праволинијски када на њих не делују друга тела.

Једино експериментално се може утврдити да ли је неки систем инерцијалан. Један исти систем, иако се за неке појаве може посматрати као инерцијалан, за неке друге појаве не може се посматрати тако већ се мора узети у обзир његова неинерцијалност. Такав је, на пример, систем везан за Земљу, који се у физици најчешће користи. У том систему неинерцијалност, која је последица обртања Земље око своје осе и њеног кружног кретања око Сунца, се може запазити само веома прецизним мерењима. Уколико се посматрају кретања на Земљи која су сразмерно кратког трајања и дешавају се на малим растојањима, одступања од инерцијалности овог система, не могу се експериментално запазити. У таквим случајевима референтни систем везан за Земљу може се сматрати инерцијалним. Пример када то није тако је пример који ће касније бити размотрен – Фукоово клатно.

Уколико инерцијалност није задовољавајућа у систему везаном за Земљу, као инерцијални систем могао би се посматрати систем чији се координатни почетак поклапа са центром Земље а осе су уперене ка звездама некретницама. Прави инерцијални систем био би систем везан само за звезде некретнице. Међутим, пошто је у том систему непрактично описивати кретања тела на Земљи, он се ретко употребљава.

Ако се неко тело креће равномерно праволинијски у односу на одређени инерцијални систем, оно ће се кретати исто тако, али различитом брзином, у односу на други систем који се према првом креће равномерно праволинијски. ***Сваки систем референције који се креће равномерно праволинијски у односу на неки инерцијални систем и сам је инерцијалан.*** Дакле, инерцијалних система има неограничено много. На пример, ако Земљу сматрамо инерцијалним системом, такав ће онда бити и систем везан за воз који се креће равномерно по правој прузи, брод који плови, или авион који лети, константном брзином дуж праве линије у односу на Земљу.

Појава инерције (тежња тела да остане у стању у коме се налази) у инерцијалном систему (везаном за земљу) може се врло једноставно показати (оглед 3.2.2, страна 44).

2.4. Неинерцијални системи референције

Свако кретање се увек може посматрати у односу на неки инерцијални систем референције, али многи проблеми решавају се једноставније ако се кретање посматра из неинерцијалног референтног система.

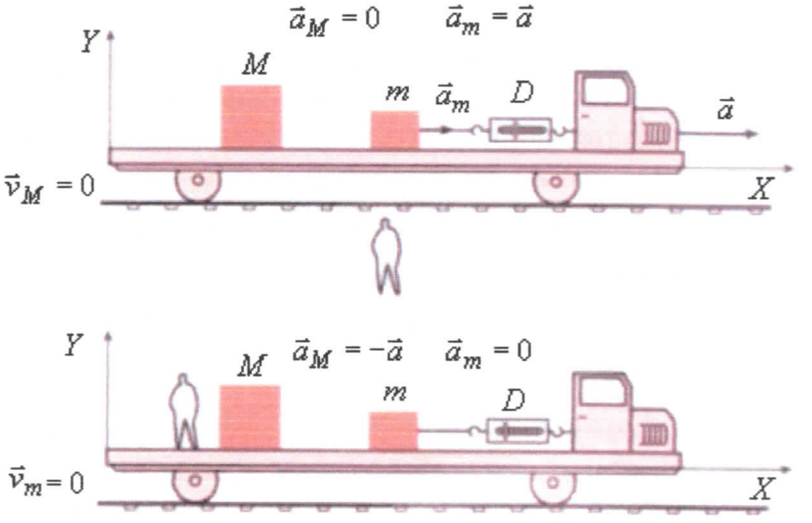
Неинерцијални референтни систем је систем референције који се у односу на неки инерцијални систем креће убрзано.

Неинерцијални системи везани су за тела која се крећу променљивим брзинама, или по криволинијским путањама. Неинерцијални системи су, на пример, аутомобил, воз, авион, ракета када убрзавају, или успоравају, као и када се крећу по закривљеним путањама.

Тела која се у односу на инерцијалне системе крећу сталном брзином, у односу на неинерцијалне системе се крећу променљивом брзином.

Како би се указало на разлике између њих, може се разматрати кретање истог тела у односу на инерцијални и неинерцијални систем референције.

Неинерцијални систем је возило које се креће по праволинијској прузи константним убрзањем $\vec{a}_0$ у односу на инерцијални систем – пругу (слика 2.6).



Слика 2.6. Инерцијалан и неинерцијалан систем

На поду возила, који је довољно гладак да се трење може занемарити, налазе се два тела чије су масе m и M. Тело масе m је преко опруге динамометра (*D*) везано за предњи део возила, док је тело масе M слободно.

Посматрач који стоји поред пруге (инерцијални референтни систем) види да се тело m креће заједно са возилом убрзањем $\vec{a}_0$, док тело M мирује (не помера се у односу на пругу). Посматрач који се налази у возилу (неинерцијални систем) види нешто сасвим супротно: тело m мирује (не помера се у односу на возило, и њега – посматрача), а тело M се креће ка задњем делу возила (убрзањем $-\vec{a}_0$), у односу на возило. Оба посматрача виде да динамометар показује силу интензитета F.

Оно што види посматрач из инерцијалног система у складу је са Њутновим законима динамике: тело m креће се убрзано убрзањем $\vec{a}_0$, јер на њега делује еластична сила $\vec{F}$ растегнуте опруге динамометра, тако да је $\vec{F} = m\vec{a}_0$, у складу са II Њутновим законом. Тело M мирује пошто на њега не делује никаква сила (између тог тела и пода нема трења), што је у сагласности са I Њутновим законом динамике (законом инерције).

За посматрача из неинерцијалног система тело M се креће убрзано, али на њега не делује никаква сила, што је супротно закону инерције. На тело m делује еластична сила $\vec{F}$ истегнуте опруге динамометра, али оно мирује за овога посматрача, што је у супротности са II Њутновим законом динамике. Разматрањем кретања у односу на системе везане за тела која ротирају или се крећу по криволинијским путањама долази се до истог закључка: ***Њутнови закони динамике не важе у неинерцијалним системима референције***. За посматраче из неинерцијалних система до промене брзине тела може доћи и када нема узајамног деловања, и обратно: узајамно деловање не мора изазивати промену брзине.

2.5. Инерцијалне силе – силе инерције

Основне поставке Њутнове механике:

1. Убрзања тела се изазивају силама,
2. Силе су условљене међусобним дејством тела,

не важе у неинерцијалним системима. Да би Њутнова механика и даље важила у механици се одрекло друге поставке да би се очувале силе у првој.

У механици неинерцијалних система убрзања се изазивају силама, које нису обавезно условљене дејством једног тела на друго. Силе које делују условљене су убрзањем посматраног (неинерцијалног) координатног система у односу на инерцијални. Настанак ових сила се не може објаснити дејством других тела. Овакве силе се називају инерцијалне силе – силе инерције.

Када се на тај начин прошири појам силе, Њутнови закони динамике постају примењиви и у неинерцијалним системима.

Инерцијална сила може се дефинисати на већ размотреном примеру неинерцијалног система – возила које се креће убрзано, убрзањем $\vec{a}_0$. На тело M не делују друга тела, а оно се у том референтном систему ипак креће убрзањем $-\vec{a}_0$. Да би II Њутнов закон важио за то кретање, на тело мора деловати сила $\vec{F}_{in} = -M\vec{a}_0$. То је сила инерције која делује на тело масе M. У односу на возило, тело масе m мирује, те на њега мора деловати, поред „реалне" еластичне силе $\vec{F}$, и сила инерције $\vec{f}_{in} = -m\vec{a}_0$ да би био задовољен закон инерције (I Њутнов закон динамике). Резултујућа сила $(\vec{F} + \vec{f}_{in})$ која делује на тело m једнака је нули (сила F је бројно једнако $m\vec{a}_0$). Сила инерције зависи од масе тела чије се кретање разматра и убрзања којим се креће неинерцијални систем референције. У односу на било који инерцијални систем, то убрзање има исту вредност.

Инерцијална сила једнака је производу масе тела чије се кретање посматра и убрзања референтног система у односу на који се то кретање описује.

Према томе, да би се I и II Њутнов закон могли примењивати и у неинерцијалним системима референције, морају се узети у обзир и силе инерције које су ***присутне само у*** таквим, ***неинерцијалним системима***.

Ако је m маса посматраног тела, $\vec{a}$ његово убрзање у односу на неинерцијални систем референције, а $\vec{F}$ резултанта свих реалних сила које на тело делују, II Њутнов закон динамике у том систему референције је:

$$\vec{F} + \vec{F}_{in} = m\vec{a} \tag{2.10}$$

где је $\vec{F}_{in}$ - инерцијална сила, која у том референтном систему делује на посматрано тело. Као што је наведено, $\vec{F}_{in} = -m\vec{a}_0$, где је $\vec{a}_0$ убрзање којим се креће неинерцијални систем. II Њутнов закон за неинерцијалне системе може се написати и као:

$$\vec{F} - m\vec{a}_0 = m\vec{a} \tag{2.11}$$

За посматраче из неинерцијалних система референције сва тела изложена су деловању инерцијалних сила. Те силе су последица убрзаног кретања референтног система, односно не потичу од узајамног деловања тела. Зато ***за неинерцијалне системе не важи закон акције и реакције*** (III Њутнов закон динамике). Посматрачи из неинерцијалних система могу открити убрзано кретање својих система на основу постојања инерцијалних сила. Мерењем инерцијалних сила такви посматрачи могу одредити убрзање којим се њихов референтни систем креће. У наведеном примеру са возилом динамометар показује интензитет инерцијалне силе па, знајући масу тела m, посматрач у том возилу може да израчуна његово убрзање. То је принцип рада брзиномера уграђених у аутомобиле, аутобусе, трамваје, возове. Инерцијалне силе у датом референтном систему саопштавају свим телима, независно од њихове масе, исто убрзање. Оно је једнако убрзању референтног система, али има супротан смер.

Инерцијалне силе су сви осетили. При наглом кочењу воза, аутобуса (који су тада, при кочењу, неинерцијални системи), путници „полећу" унапред. Са становишта путника (посматрача из неинерцијалног система), „полетање" је последица деловања инерцијалних сила. Са становишта посматрача који стоји поред пруге, пута (посматрач из инерцијалног система), „полетање" је последица инерције путника.

$v = const$

$a > 0$

$a < 0$

Слика 2.7. Равномерно, убрзано и успорено кретање система

Равномерно кружно кретање

При равномерном кружном кретању интензитет брзине $\vec{v}$ тела (материјалне тачке) је сталан, али такво кретање је убрзано јер се мења правац вектора брзине. У сваком тренутку убрзање $\vec{a}_{cp}$ усмерено је ка центру кружне путање (центрипетално убрзање), а интензитет му је:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{r} \tag{2.12}$$

где је r - полупречник кружне путање. На тело које се креће убрзањем $\vec{a}_{cp}$ делује, у складу са II Њутновим законом динамике, сила:

$$\vec{F}_{cp} = m\vec{a}_c \tag{2.13}$$

где је m - маса тела. Сила $\vec{F}_{cp}$ је истог правца и смера као убрзање $\vec{a}_{cp}$, дакле усмерена је увек ка центру кружне путање. Због тога се назива центрипетална сила. Њен интензитет је:

$$F_{cp} = \frac{mv^2}{r} \tag{2.14}$$

Центрипетална сила је усмерена ка центру кружнице и сразмерна је маси тела и квадрату брзине, а обрнуто сразмерна полупречнику кружне путање.

Центрипетално убрзање може обезбедити еластична сила растегнуте опруге причвршћене за тело, сила затезања конца, гравитациона сила (на пример, сила Земљине теже обезбеђује кружење Месеца и вештачких сателита око Земље), сила трења, магнетна или електрична сила. Свака сила, без обзира на то какве је природе, може бити центрипетална, под условом да делује увек ка истој тачки. Назив центрипетална се не односи на природу силе, већ на особину да делује ка једној истој тачки ма где се тело налазило (на латинском језику centrum=средиште, petere=тежити према).

Ако једног тренутка престане да делује центрипетална сила на тело које равномерно кружи, на основу закона инерције, брзина тела се од тог тренутка више неће мењати по правцу. Од тог тренутка надаље тело ће се кретати константном брзином $\vec{v}$, коју је имало када је престало деловање центрипеталне силе. Дакле, кретаће се равномерно праволинијски дуж тангенте на путању у тачки где је било када је сила престала да делује. Бројни примери потврђују овакав закључак (млаз блата који бацају точкови возила које се брзо креће кроз блато). О томе се посебно мора водити рачуна при пројектовању и изради делова машина који ротирају. Сваки делић чврстог тела које ротира описује кружну путању око осе ротације. Овакво кретање делића обезбеђују међумолекулске силе привлачења, односно силе еластичности. Пошто сви делићи имају исти интензитет угаоне брзине ω, а:

$$v = \omega r \tag{2.15}$$

где је v - интензитет брзине делића, а r - његово растојање од осе ротације, следи да је интензитет центрипеталне силе неопходне за овакво кретање:

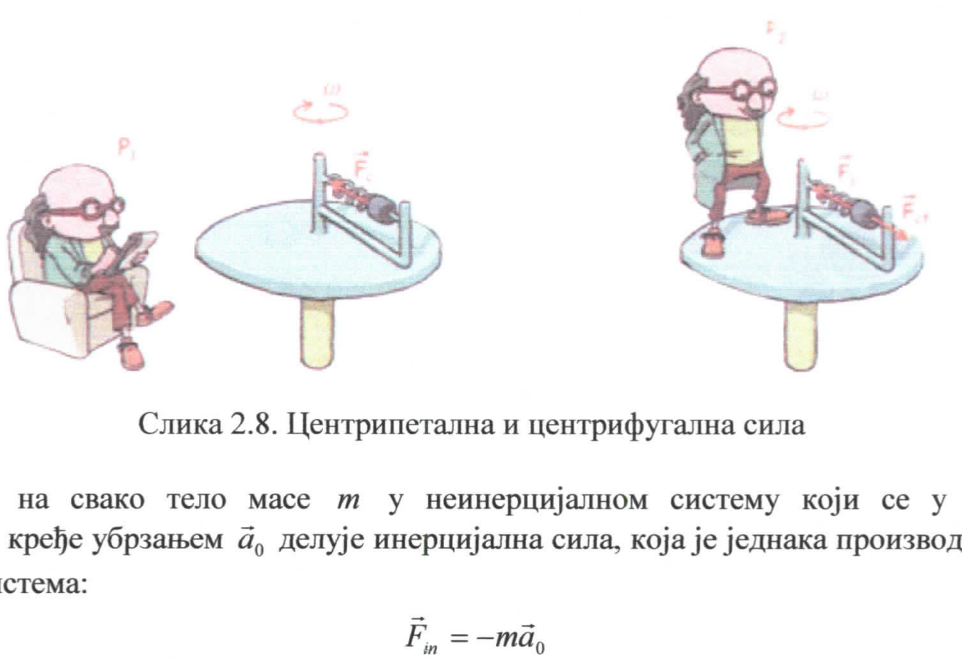
$$F_c = m\omega^2 r \tag{2.16}$$

где је m - маса делића.

Што је делић удаљенији од осе, потребна је већа сила. Повећањем угаоне брзине ротације тела може да се достигне вредност при којој је неопходна центрипетална сила већа од силе којом се привлаче делићи. Сила између делића постаје недовољна да обезбеди њихово кружно кретање, за толику вредност угаоне брзине и делићи се, и то најпре они најудаљенији од осе ротације, разлећу на све стране. Тело се распада, његови делови се разлећу великим брзинама, што може бити веома опасно (тело као да експлодира). Ова појава је од користи у центрифугама (на пример, за одвајање меда из саћа, цеђење рубља у машинама за прање).

Кружно кретање може се посматрати и из неинерцијалног референтног система који ротира истом угаоном брзином ω као тело које се креће равномерно по кружници чији је центар на оси ротације референтног система. На пример, такав је систем платформа вртешке (рингишпила), овај пример ће касније бити разматран. На свако тело које мирује у односу на ротирајући референтни систем делује, поред центрипеталне, и центрифугална сила (на латинском језику centrum=средиште, fugere=бежати), тако да је:

$$\vec{F}_{cf} = -\vec{F}_{cp} \tag{2.17}$$



Слика 2.8. Центрипетална и центрифугална сила

Пошто на свако тело масе m у неинерцијалном систему који се у односу на инерцијални креће убрзањем $\vec{a}_0$ делује инерцијална сила, која је једнака производу масе тела и убрзања система:

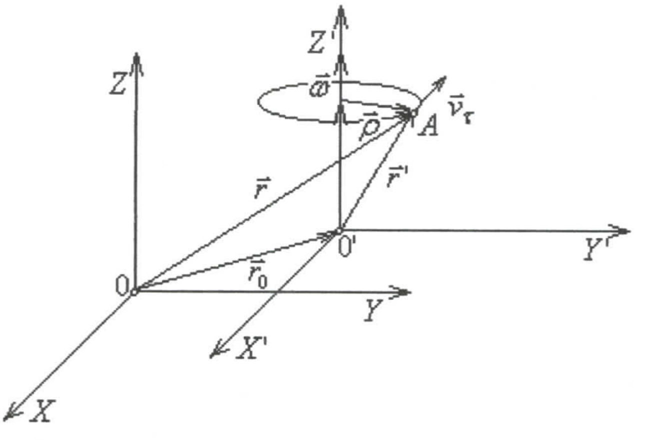
$$\vec{F}_{in} = -m\vec{a}_0 \tag{2.18}$$

Основна једначина динамике има облик:

$$m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n + \vec{F}_{in} \tag{2.19}$$

и може се користити за решавање динамичких проблема у неинерцијалним системима ако инерцијалну силу узмемо као реалну (спољашњу) силу.

Инерцијални и неинерцијални системи референције, као и инерцијалне силе, објашњени су у складу са наставним програмом за гимназију. Сада ће бити разматран општи случај и биће показано како се може доћи до израза за израчунавање инерцијалне силе. Нека неинерцијални систем O' ротира и креће се убрзано у односу на инерцијални систем O (слика 2.9).



Слика 2.9. Убрзано кретање и ротација система O' у односу на инерцијални систем O

Кретање неинерцијалног система O' у односу на O може се разложити на његове компоненте: транслаторно и ротационо.

На основу слике може се написати релација:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{r}\,' \tag{2.20}$$

где су $\vec{r}$ - вектор положаја (радијус вектор) тачке A у односу на систем O, $\vec{r}_0$ - вектор положаја координатног почетка O' у односу на O, $\vec{r}\,'$ - вектор положаја тачке A у односу на систем O',

која важи за све време кретања.

У току времена вектор $\vec{r}\,'$ мења интензитет и правац. Диференцирањем једначине (2.20) по времену добија се да је:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}\,' \tag{2.21}$$

$\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$ - апсолутна брзина тачке A у односу на O,

$\vec{v}_0 = \dfrac{d\vec{r}_0}{dt}$ - апсолутна брзина тачке O' у односу на O,

$\vec{v}\,' = \dfrac{d\vec{r}\,'}{dt}$ - релативна брзина тачке A.

Уколико се узме у обзир да тачка A ротира и да су вектори праваца дуж оса X', Y', Z' промењљиви, може се сматрати да се тачка A креће и брзином $\vec{v}_\tau$. $\vec{v}_\tau$ је брзина кретања тачке A у односу на непокретни систем, проузрокована ротацијом неинерцијалног система O', може да се напише у облику:

$$\vec{v}_\tau = \vec{\omega} \times \vec{r}\,' \tag{2.22}$$

где је $\vec{\omega}$ - угаона брзина ротације система O', па из изложеног следи да је:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}_\tau + \vec{v}\,' \tag{2.23}$$

Векторски збир:

$$\vec{v}_0 + \vec{v}_\tau = \vec{v}_p \tag{2.24}$$

се назива преносном брзином јер одређује брзину преносног кретања тачке A. Једначина (2.23) добија облик:

$$\vec{v} = \vec{v}_p + \vec{v}' \tag{2.25}$$

Апсолутна брзина тачке A једнака је векторском збиру њене преносне и релативне брзине.

Убрзање материјалне тачке у релативном кретању добија се диференцирањем једначине (2.23) по времену, водећи рачуна о једначини (2.22):

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}_0}{dt} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r}' + \vec{\omega} \times \left(\frac{d\vec{r}'}{dt}\right)_0 + \left(\frac{d\vec{v}'}{dt}\right)_0 \tag{2.26}$$

Веза између апсолутног (означеног са индексом O) и релативног (означеног са индексом O') извода неког вектора $\vec{A}$ дата је изразом:

$$\left(\frac{d\vec{A}}{dt}\right)_0 = \left(\frac{d\vec{A}}{dt}\right)_{0'} + \vec{\omega} \times \vec{r}' \tag{2.27}$$

Па је:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}_0}{dt} + \vec{\alpha} \times \vec{r}' + \vec{\omega} \times \left[\left(\frac{d\vec{r}'}{dt}\right)_{0'} + \vec{\omega} \times \vec{r}'\right] + \left(\frac{d\vec{v}'}{dt}\right)_{0'} + \vec{\omega} \times \vec{v}'$$

$$\vec{a} = \vec{a}_0 + \vec{\alpha} \times \vec{r}' + \vec{\omega} \times \vec{v}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') + \vec{a}' + \vec{\omega} \times \vec{v}'$$

односно:

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_0 + \vec{\alpha} \times \vec{r}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') + 2\vec{\omega} \times \vec{v}' \tag{2.28}$$

$\vec{\alpha}$ - вектор угаоног убрзања,
$\vec{a}$ - апсолутно убрзање,
$\vec{a}'$ - релативно убрзање.

Преносно убрзање представљено је изразом:

$$\vec{a}_0 + \vec{\alpha} \times \vec{r}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') = \vec{a}_p \tag{2.29}$$

$\vec{a}_0$ је убрзање кретања система O' у односу на систем O, а убрзање $\vec{\alpha} \times \vec{r}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}')$ проистиче као последица ротације система O'.

Израз:

$$2\vec{\omega} \times \vec{v}' = \vec{a}_C \tag{2.30}$$

назива се Кориолисово (Gaspard-Gustave de Coriolis, 1792 – 1843) убрзање и проузроковано је истовременим релативним кретањем уочене тачке и обртним кретањем неинерцијалног система.

Значи, укупно убрзање материјалне тачке A у систему O ($\vec{a}$ - апсолутно убрзање) може се записати као векторски збир релативног убрзања $\vec{a}'$, преносног убрзања $\vec{a}_p$ и Кориолисовог убрзања $\vec{a}_C$:

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_p + \vec{a}_C \tag{2.31}$$

Једначина релативног кретања се може добити ако се у основну једначину динамике, која је дата изразом (2.7), апсолутно убрзање $\vec{a}$ замени изразом (2.31). Тако се добија:

$$m(\vec{a}' + \vec{a}_p + \vec{a}_C) = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \tag{2.32}$$

Одакле се може написати диференцијална једначина релативног кретања облика:

$$m\vec{a}' = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i - m\vec{a}_p - m\vec{a}_C \qquad (2.33)$$

односно:

$$m\vec{a}' = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i - m\vec{a}_0 - m\vec{\alpha} \times \vec{r}' - m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') - 2m\vec{\omega} \times \vec{v}' \qquad (2.34)$$

Анализирањем ове једначине може се видети да се на левој страни једначине налази производ масе тела и његовог убрзања, а на десној страни су силе. Први члан $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$ обухвата све праве силе које се јављају у инерцијалним системима и које су резултат узајамног дејства тела. Као што је већ речено, ако се посматрач налази у инерцијалном систему он може да објасни кретање материјалне тачке дејством само ових сила. Али, посматрач у неинерцијалном систему, да би објаснио кретање материјалне тачке мора да уведе и неке друге (псеудо) силе (инерцијалне силе) које немају карактер правих сила. Сви остали чланови једначине (2.34) представљају инерцијалне силе. Оне немају узрок у другом телу, већ се јављају услед убрзања и ротације неинерцијалног система у односу на инерцијални.

Први члан у једначини (2.34) који представља инерцијалну силу $-m\vec{a}_0$ потиче од убрзаног кретања система O' у односу на систем O. Други члан $-m\vec{\alpha} \times \vec{r}'$ потиче од промењљивог ротационог кретања система O' у односу на осу ротације и назива се Ојлерова сила, та сила неће бити посебно разматрана. Трећи члан $-m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}')$ потиче од ротационог кретања система O' око осе ротације и назива се центрифугална сила инерције ($\vec{F}_{cf}$). Последњи члан једначине $-2m\vec{\omega} \times \vec{v}'$ потиче од истовременог ротационог кретања неинерцијалног система O' и релативног кретања материјалне тачке и назива се Кориолисова сила инерције ($\vec{F}_C$).

Инерцијалне силе:

$$-m\vec{a}_0 - m\vec{\alpha} \times \vec{r}' - m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') = \vec{F}_p \qquad (2.35)$$

се заједничким именом називају преносном силом инерције.

2.6. Особине инерцијалне силе

1. Инерцијалне силе настају као последица убрзаног или криволинијског кретања референтног система и за њих не важи III Њутнов закон.
2. Инерцијалне силе делују на тело само у неинерцијалном систему. У инерцијалним системима ових сила нема.
3. За свако тело које се налази у неинерцијалном систему инерцијалне силе су „реалне“ спољашње силе.
4. Инерцијалне силе су пропорционалне маси тела.

2.7. Примери дејства инерцијалних сила

Како би се на примерима видело какав је утицај инерцијалних сила, какав је утицај појединачних чланова који улазе у израз за укупну инерцијалну силу (2.34) на кретање тела, даље ће бити разматрани различити случајеви. Биће анализирани примери када се посматрани неинерцијални систем референције у односу на инерцијални креће убрзано праволинијски и равномерно кружно.

2.7.1. Убрзано праволинијско кретање

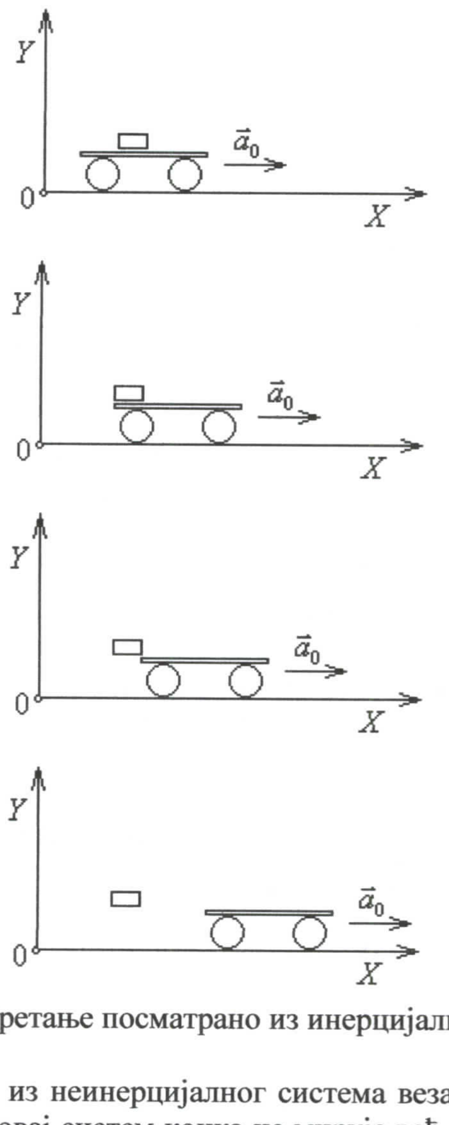
У случају праволинијског једнако промењљивог кретања система O' у односу на систем O на тела у систему O' делује инерцијална сила:

$$\vec{F}_{in} = -m\vec{a}_0 \tag{2.36}$$

За илустрацију овог кретања најчешће се користи пример колица која се крећу по шинама неким убрзањем. На примеру таквог система раније је показано дејство инерцијалне силе у неинерцијалном систему.

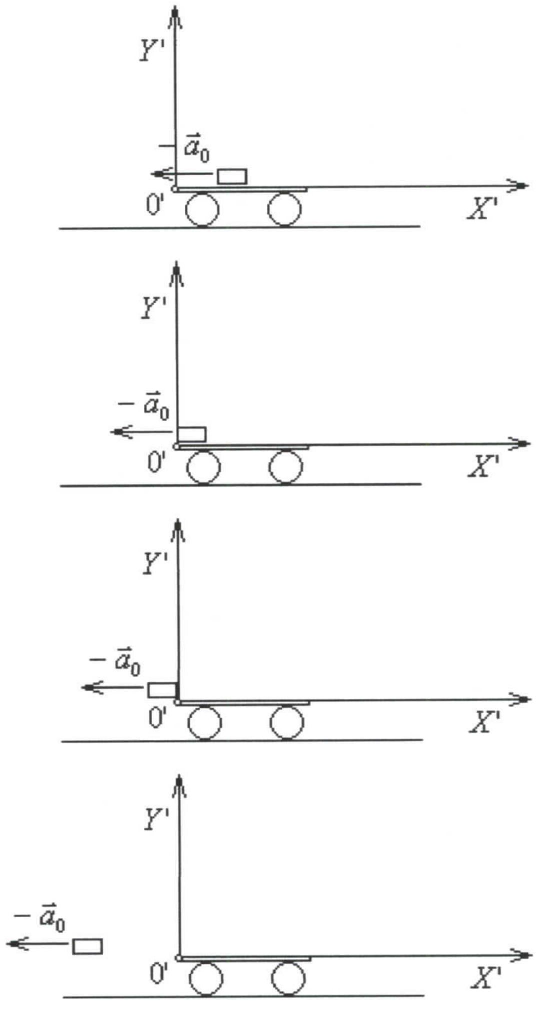
На колицима, односно непосредно изнад њих, лебди мала коцка (то је технички оствариво, а циљ је да се елиминише трење), која није никако везана њих. Посматра се шта се дешава са коцком ако се колица крећу неким убрзањем.

Ако се коцка посматра из неког инерцијалног система, на пример из система везаног за Земљу (који је за овај оглед инерцијалан) долази се до закључка да коцка мирује. То је и сасвим логично јер је кретање колица потпуно независно од коцке (слика 2.10).



Слика 2.10. Кретање посматрано из инерцијалног система

Ако се кретање посматра из неинерцијалног система везаног за колица, онда је слика сасвим другачија. У односу на овај систем коцка не мирује већ се креће убрзањем, које је по интензитету једнако оном које има неинерцијални систем у односу на инерцијални а супротног је смера ($-\vec{a}_0$) (слика 2.11).



Слика 2.11. Кретање посматрано из неинерцијалног система

Ако је у првом случају једноставно и логично објаснити мировање коцке, онда је у другом случају немогуће објаснити кретање коцке неким убрзањем ($-\vec{a}_0$) уз позивање само на основне поставке Њутнове механике. Ове поставке кажу да ако се тело креће неким убрзањем онда је нужно постојала нека сила која је изазвала то убрзање (којом је неко друго тело деловало на то посматрано). Но у овом примеру није деловало никакво друго тело. Да би се ипак описало кретање коцке у односу на неинерцијални систем, уводи се инерцијална сила (која нема карактер праве силе). Та сила је изазвала убрзање коцке. На основу свега изложеног јасно се види да се инерцијалне силе јављају услед убрзања која имају системи референције из којих се посматра кретање. Остаје још да се једначином опише ово кретање (у неинерцијалном систему). Из једначине (2.34) узимајући у обзир да је $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0$, $\alpha = 0$ и $\vec{\omega} = 0$, добија се јадначина релативног кретања коцке:

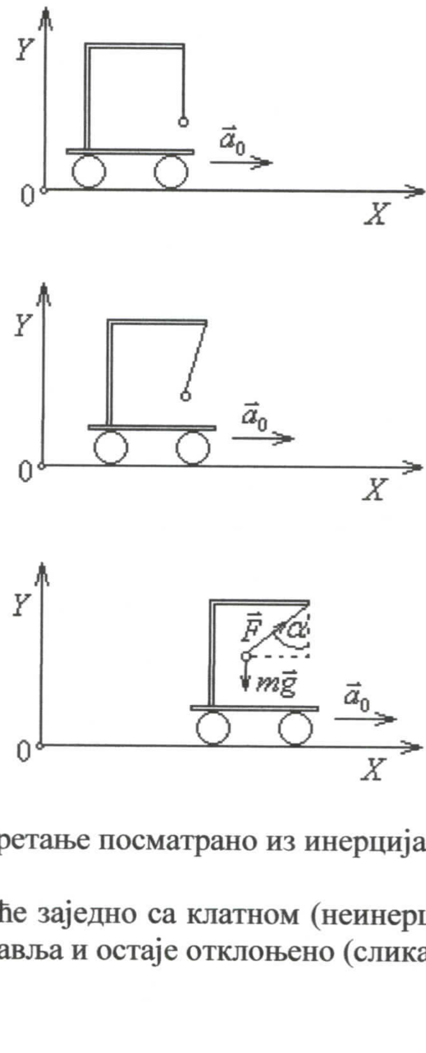
$$m\vec{a}' = -m\vec{a}_0$$

Уколико се на колица постави клатно, док колица мирују клатно мирује у вертикалном положају. Када колица почну да се крећу неким константним убрзањем, клатно ће се отклонити у страну супротну од кретања колица и остаће у том положају за све време кретања. Отклањање клатна различито објашњавају посматрач из инерцијалног и посматрач из неинерцијалног система.

За непокретног посматрача (инерцијални систем), док клатно мирује на њега делује само сила теже ($m\vec{g}$) и сила затезања конца ($\vec{F}$), обе у вертикалном правцу, и клатно је у вертикалном положају. Када колица крену она повуку и тачку вешања клатна (слика 2.12). Тада правац силе затезања престаје да буде вертикалан и хоризонтална компонента те силе $F\sin\alpha$ саопштава клатну хоризонтално убрзање. Отклон клатна се повећава све док компонента $F\sin\alpha$ не достигне вредност $m\vec{a}_0$, где је m маса клатна, а $\vec{a}_0$ убрзање колица, а затим клатно у том отклоњеном положају наставља да се креће убрзано као и колица.

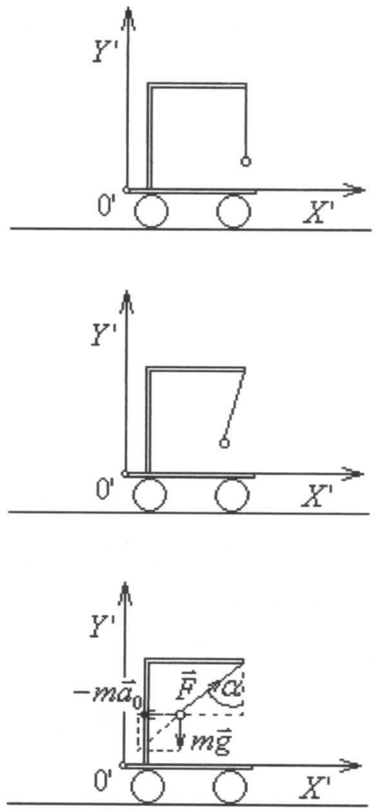
Једначина кретања клатна има облик:

$$m\vec{a}_0 = m\vec{g} + \vec{F}$$



Слика 2.12. Кретање посматрано из инерцијалног система

За посматрача који се креће заједно са клатном (неинерцијални систем), клатно добија неко убрзање, отклања се, зауставља и остаје отклоњено (слика 2.13).



Слика 2.13. Кретање посматрано из неинерцијалног система

Да би објаснио ово кретање он мора да претпостави да је на клатно деловала нека сила $-m\vec{a}_0$ (инерцијална сила) и да је она узроковала отклањање клатна. Заустављање клатна он објашњава дејством правих сила, силе теже и силе затезања. Јер што се клатно више отклања то је хоризонтална компонента силе затезања већа и у једном тренутку ће достићи вредност инерцијалне силе. Треба запазити да су хоризонтална компонента силе затезања и инерцијална сила једнаке по правцу, а супротног су смера и када се изједначе по интензитету доћи ће до мировања клатна у отклоњеном положају.

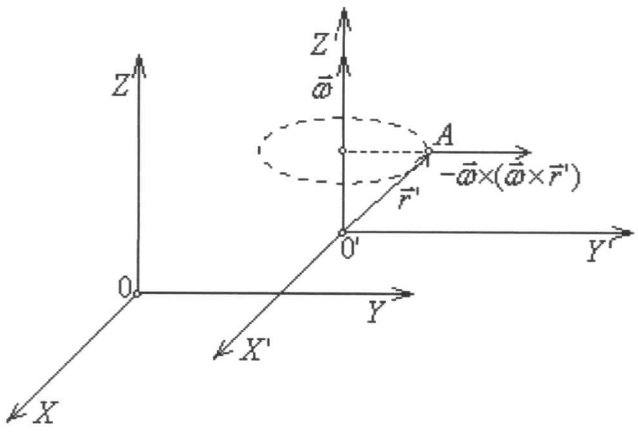
2.7.2. Ротационо кретање

2.7.2.1. Центрифугална сила инерције

У систему који ротира на тела делује центрифугална сила инерције:

$$\vec{F}_{cf} = -m\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}\,') \qquad (2.37)$$

Центрифугална сила инерције је увек усмерена од осе ротације (слика 2.14).



Слика 2.14. Ротација система O' око осе Z'

Под условом да је релативни вектор положаја $\vec{r}\,'$ стално нормалан на вектор угаоне брзине $\vec{\omega}$ ($\vec{r}\,' \perp \vec{\omega}$), $\vec{\omega} = \text{const}$, $\vec{v}_0 = 0$ и $\vec{v}\,' = 0$, развијањем израза (2.37) за $\vec{F}_{cf}$ добија се:

$$\vec{F}_{cf} = -m\vec{\omega}(\vec{\omega}\cdot\vec{r}\,') + m\vec{r}\,'(\vec{\omega}\cdot\vec{\omega}) \tag{2.38}$$

Двоструки векторски производ се рачуна као $\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c}) = \vec{b}(\vec{a}\cdot\vec{c}) - \vec{c}(\vec{a}\cdot\vec{b})$. Пошто је $-m\vec{\omega}(\vec{\omega}\cdot\vec{r}\,') = 0$, следи да је:

$$\vec{F}_{cf} = m\omega^2\vec{r}\,' \tag{2.39}$$

Центрифугална сила инерције је сразмерна маси тела и квадрату угаоне брзине и увек је усмерена од центра.

На плочи која равномерно ротира налази се материјална тачка. Она је везана канапом који је присиљава да мирује. Координатни почеци O и O' као и осе z и z' се поклапају (слика 2.15).

У том случају је $\vec{\omega} = const.$, $\vec{v}\,' = 0$, $\vec{v}_0 = 0$ и $\vec{r}\,' \perp \vec{\omega}$, па, према једначини (2.34), једначина релативног кретања добија облик:

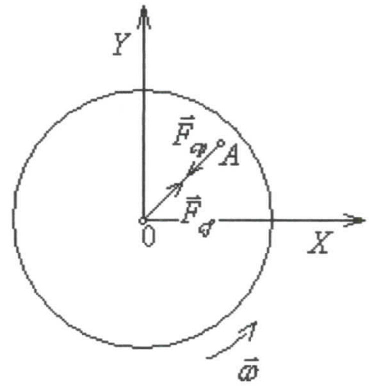
$$0 = \vec{F} - m\vec{\omega}x(\vec{\omega}\times\vec{r}\,')$$

односно:

$$0 = \vec{F} + m\omega^2\vec{r}\,'$$

Слика 2.15. Центрифугална сила у ротирајућем систему

У односу на неинерцијални систем горња једначина представља услов за равнотежу. Посматрач, материјална тачка и канап мирују. Посматрач, истина, запажа по затезању канапа тежњу материјалне тачке да се удаљи од центра. Ту тежњу он објашњава дејством неке инерцијалне силе $\vec{F}_{cf}$ (слика 2.15). Посматрач не може наћи непосредан узрок за ову силу.

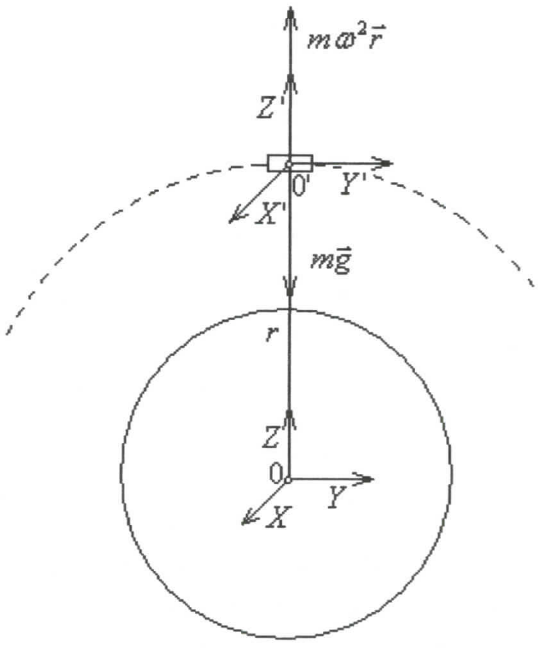


Слика 2.16. Центрипетална сила у инерцијалном систему

Посматрач из инерцијалног система кретање објашњава другачије. За њега материјална тачка не мирује већ врши једнако кружно кретање (слика 2.16). На материјалну тачку делује центрипетална сила усмерена дуж полупречника ка центру, која приморава тачку да се креће по кругу, полупречника r. Центрипетална сила је права сила и по III Њутновом закону мора да постоји и сила реакције. Она има исти правац, истог је интензитета, а супротног смера. Та сила делује на канап, усмерена је од центра и због тога се назива (реактивна) центрифугална сила. Треба одмах приметити да се ова сила разликује од инерцијалне центрифугалне силе. Једна је права сила, а друга се јавља услед убрзања и ротације система из којег се посматра кретање. Једначина кретања у инерцијалном систему је:

$$m\vec{a}_n = \vec{F}_{cp} = -m\omega^2\vec{r}$$

На космички брод, који се креће равномерно по кружној путањи око Земље (слика 2.17), делује сила $m\vec{g}$ као права сила.



Слика 2.17. Кретање космичког брода по кружној путањи око Земље

Посматрајући кретање из неинерцијалног система $X'Y'Z'$ на брод делује и центрифугална сила $\vec{F}_{cf} = m\omega^2\vec{r}$. Ако је $\vec{a}' = 0$ онда једначина релативног кретања (2.34) за овај брод има облик:

$$m\vec{a}' = m\vec{g} + m\omega^2\vec{r} = 0$$

То значи да су у равнотежи сила Земљине теже која делује на брод ($m\vec{g}$) и центрифугална сила $m\omega^2\vec{r}$. За посматрача у инерцијалном систему постоји само права сила $m\vec{g}$, која броду саопштава нормално убрзање $-\frac{v^2}{r}\vec{n}_0$ па једначина кретања у инерцијалном систему има облик:

$$m\vec{a} = m\vec{g} = -m\frac{v^2}{r}\vec{n}_0$$

Једначина која се добија уврштавањем вредности за брзину $v = r\omega$ иста је као и једначина кретања добијена посматрањем неинерцијалног система везаног за брод. То и јесте био циљ увођења инерцијалних сила. Доћи до једне апсолутне интерпретације кретања, без обзира на систем референције.

Да би се тело кретало равномерно по кружној путањи када постоји одговарајућа сила, потребно је саопштити му брзину у правцу нормалном на правац деловања те силе. Интензитет те брзине зависи, пре свега, од полупречника те путање. (огледи 3.2.3 и 3.2.4, стране 45, 46)

2.7.2.2. Кориолисова сила

На тела која се крећу у систему који ротира делује Кориолисова сила:

$$\vec{F}_C = -2m\vec{\omega}\times\vec{v}' \tag{2.40}$$

Кориолисов ефекат је добио име по Гаспару-Густаву Кориолису, француском научнику, који је појаву описао 1835. године.

На основу израза за Кориолисову силу може се приметити да ће она деловати на тело само ако се оно креће неком брзином у систему који ротира ($\vec{v}'$ је релативна брзина тела, $\vec{\omega}$ је угаона брзина система). На основу дефиниције векторског производа $|\vec{\omega}\times\vec{v}'| = \vec{\omega}\vec{v}'\sin(\vec{\omega},\vec{v}')$ следи да је $\vec{F}_C = 0$ и за $\sin(\vec{\omega},\vec{v}') = 0$, а то је тада када су $\vec{\omega}$ и $\vec{v}'$ колинеарни.

Систем везан за Земљу је неинерцијалан систем, значи да ће на сва тела на Земљиној површини деловати инерцијалне силе, и то – центрифугална инерцијална сила и Кориолисова инерцијална сила. Кориолисова сила ће деловати на тело само уколико се оно креће неком брзином по површини Земље ($\vec{v}' \neq 0$), и то тако да $\vec{\omega}$ и $\vec{v}'$ нису колинеарни, угаона брзина $\vec{\omega}$ увек постоји (то је угаона брзина Земљине ротације).

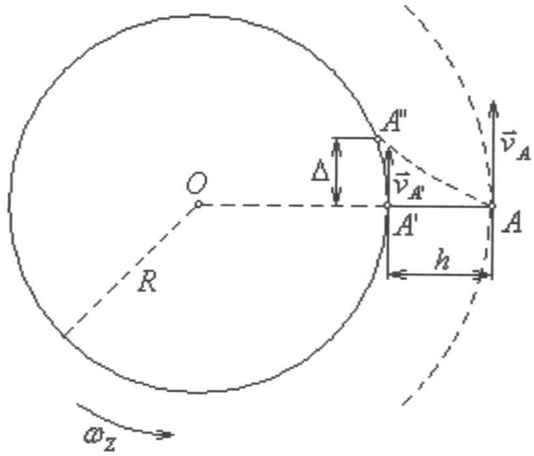
Кориолисов ефекат је одговоран за неке појаве које се уочавају на Земљи.

Из експерименталних резултата је познато да тело које слободно пада са неке висине скреће од вертикалног правца на исток. Величина скретања зависи од висине са које тело пада и географске ширине где се врши оглед. Посматрач из непокретног система види да се кретање тела које слободно пада на Земљу са висине h може разложити на две компоненте: једнако убрзано, дуж радијуса под дејством силе теже, и обртно кретање (заједно са Земљом која ротира). С обзиром на радијални правац силе теже она не утиче на интензитет линеарне брзине тела $\vec{v}_A$ у обртном кретању заједно са Земљом. За време слободног падања, тело задржава константну вредност брзине коју је имало у почетном положају A, док тачка A'

(пројекција полазне тачке A на површину Земље) има константну линеарну брзину $\vec{v}_{A'}$ која је мања од $\vec{v}_A$, јер се налази на мањем растојању од осе обртања:

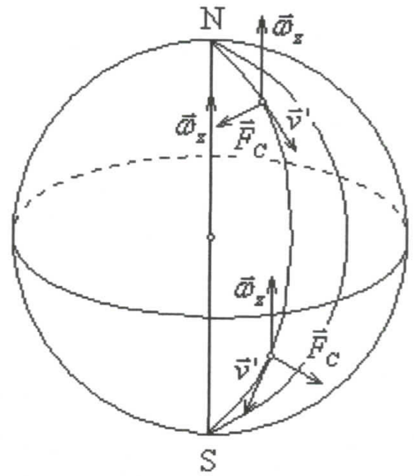
$$\vec{v}_A - \vec{v}_{A'} = \omega_Z (R+h) - \omega_Z R = \omega_Z h$$

Услед тога тачка приземљена тела A'' биће померена ка истоку за растојање Δ у односу на радијалан правац AA' (слика 2.18)



Слика 2.18. Утицај Кориолисове силе на слободно падање тела

Све реке чији је ток дуж меридијана од севера према југу на северној полусфери поткопавају више десну обалу од леве, а на јужној полусфери обрнуто (слика 2.19).

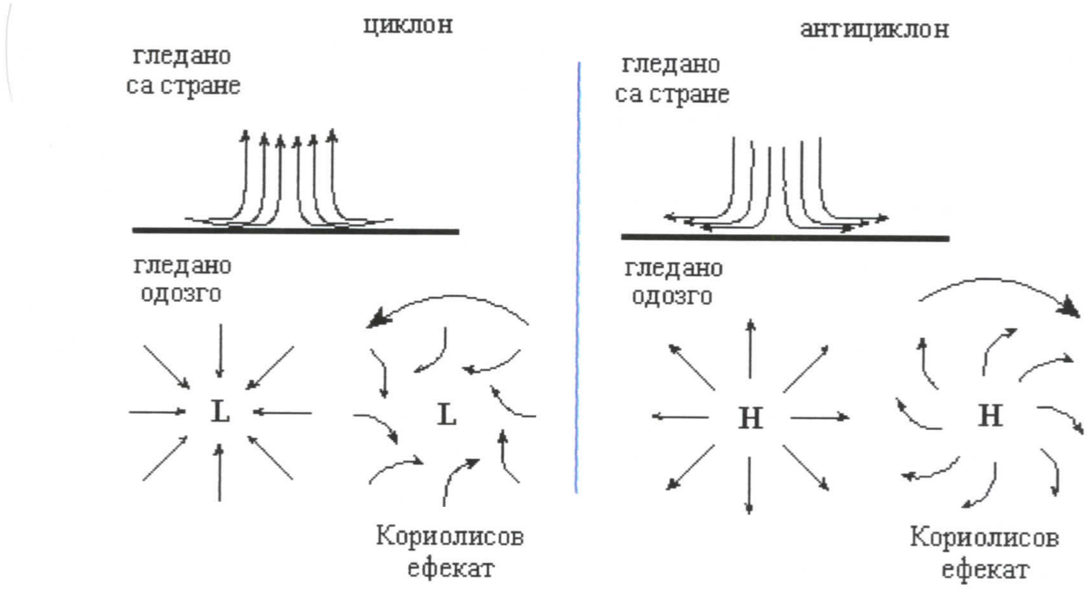


Слика 2.19. Дејство Кориолисове силе на тело које се креће дуж меридијана

Битка код Фокландских острва (која се налазе на око 50° јужне географске ширине) вођена је у Првом светском рату. Гранате са британских топова (који су били у Енглеској веома прецизно подешени), падале су око сто метара улево од немачких бродова, управо због појаве инерцијалне Кориолисове силе. Земља и посматрач се обрћу (са запада на исток) испод пројектила и то се мора узети у обзир при подешавању нишана. Корекција зависи и од географске ширине и супротног је знака на северној од оне на јужној хемисфери. Топови су били подешени за око 50° северне географске ширине, а не јужне.

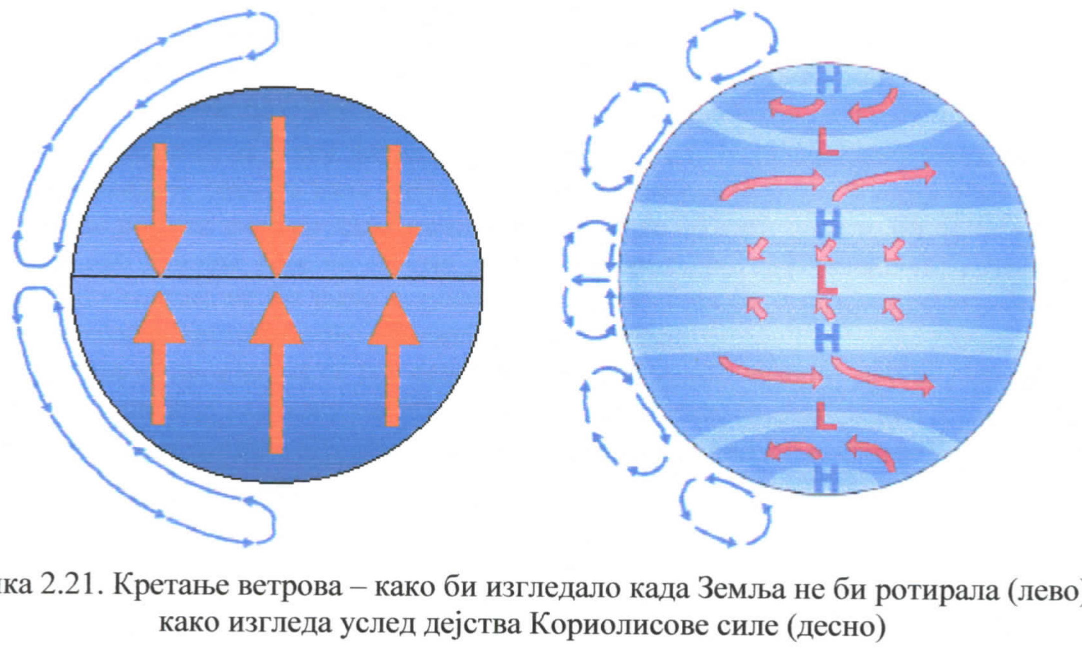
Кориолисова сила је значајна да би се објаснио правац кретања ветрова. Ветар је кретање ваздуха у односу на Земљу. Не могу се занемарити инерцијалне силе које делују на велику масу каква је Земљина атмосфера. Проучавање кретања у атмосфери се своди на проучавање кретања ваздуха у неинерцијалном координатном систему. Међутим, пошто је утицај кретања Земље око Сунца (Земљине револуције) мали на кретања у атмосфери, он се занемарује, а кретање ваздуха је одређено његовим сопственим кретањем у односу на површину Земље и Земљином ротацијом.

Хладан ваздух је тежи од топлог и креће се вертикално наниже, на тај начин се, на пример, у поларним областима формира подручје високог притиска (слика 2.20). У подручју екватора је топло и ту се формира област ниског притиска.



Слика 2.20. Правци кретања циклона – низак притисак (**l**ow) и антициклона – висок притисак (**h**igh) на северној хемисфери

Ваздушна маса струји из области високог ка области ниског притиска и скреће услед дејства Кориолисове силе, на тај начин се може објаснити правац ветрова. Када не би постојало дејство Кориолисове силе кретање ветрова би било много једноставније – ваздух би струјао праволинијски од полова до екватора (слика 2.21, лево). Услед дејства ове силе кретање ваздуха је много сложеније, разликују се три ћелије: Хадлијева (George Hadley, 1685 – 1768), Ферелова (William Ferrel, 1817 – 1891) и поларна (слика 2.21, десно).



Слика 2.21. Кретање ветрова – како би изгледало када Земља не би ротирала (лево), како изгледа услед дејства Кориолисове силе (десно)

Услед дејства Кориолисове силе, у зимском периоду године (изнад Антарктика, мај до септембра), око поларних области високог притиска настају јака струјања ваздуха која спречавају мешање атмосфере изнад поларних области са атмосфером изнад неполарних области (када прође зима опет долази до мешања ваздушних маса изнад поларних области и оних са нижом географском ширином). Сваке године се у току зимског периода изнад Антарктика, услед јако ниских температура (око $-80^\circ C$ или нижих), формирају у стратосфери облаци са кристалићима леда. Формирани облаци убрзавају реакцију разлагања фреона и других супстанци и ослобађања хлора, брома и других радикала који остају везани за кристалиће леда. У пролеће (септембар) се враћа Сунчева светлост и активира хемијске реакције на површини кристалића. У октобру атоми хлора највише уништавају озон (један атом хлора може уништити 100 000 молекула озона). Због тога је озонска рупа највећа изнад јужног пола. На северном Земљином полу због нешто умеренијих температура ова појава уништавања озонског омотача није у толикој мери изражена. Озонски омотач који штити Земљу од штетних ултраљубичастих зрака највише уништавају хлорофлуороугљеници. Људи су постали свесни штетног дејства фреона и они се више не употребљавају као раније што су.

Устаљено је мишљење да је Кориолисов ефекат одговоран за смер окретања воде која истиче из умиваоника или каде. Према овоме се вода увек окреће на једну страну на северној хемисфери, а супротан смер има на јужној хемисфери. Многи који су погрешно схватили начин деловања и размере величине Кориолисове силе тврде да се вода на северној хемисфери окреће у смеру казаљке на сату, а на јужној супротно од кретања казаљке. Ово такође значи да вода из каде на екватору отиче без кружног кретања у сливнику.

Земља се окрене за један дан, док кади треба минут да се испразни (тоалету неколико секунди), тако да је јасно да је у питању заблуда. Кориолисова сила није одговорна за смер при отицању воде у умиваонику.

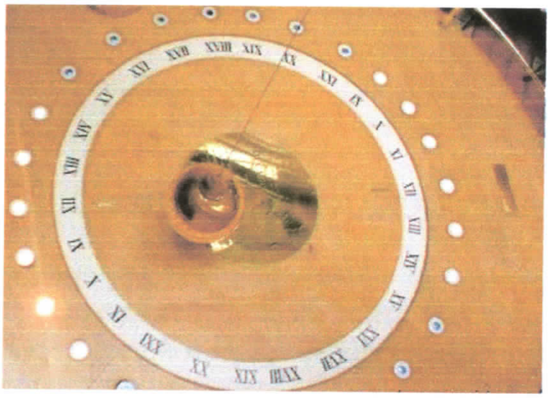
2.7.2.3. Фукоово клатно

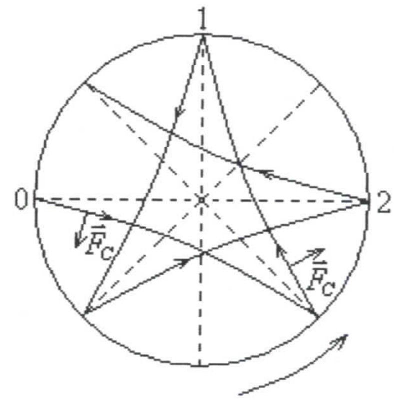
Леон Фуко (Jean Bernard Léon Foucault, 1819 – 1868) је у огледу са клатном доказао обртање Земље око њене осе. Посматрао је обртање равни осциловања клатна, које се данас у његову част назива Фукоово клатно. Прво је направио клатно дуго 2 метра са куглом тешком 5 kg, следеће клатно које је конструисао било је дуго 11 метара. 1850. године у Паризу је конструисао клатно дуго 67 метара са топовским танетом тешким 28 kg. Тело је обешено на врло дуг канап, па тако клатно има дуг период осциловања. Клатно може слободно да осцилује у свакој вертикалној равни, обртање ослонца не утиче на раван осциловања клатна. Фуко је уочио да се раван осциловања овог клатна обрће у односу на Земљу, што је била последица Земљине ротације. Уколико би се клатно поставило на северни пол Земље, раван осциловања клатна би се за један дан обрнула за пун круг (360°). Уколико би се око клатна у круг поређале домине, тако да када клатно дође до тачке где је нека домина постављена, оно је обори, а то не ремети његово даље осциловање, после 24 сата видело би се да клатно није оборило само две домине које се налазе једна насупрот друге. Клизећи по песку (уколико осциловање клатна тако не би било поремећено) врх клатна би исцртавао фигуру која може бити путања његовог кретања само уколико Земља ротира.

Раван осциловања клатна се (на северној Земљиној хемисфери) обрће у смеру казаљке на сату (гледано одозго) у односу на Земљу као координатни систем (слика 2.22, десно). Веза између угаоне брзине Земље $\vec{\omega}_Z$, угаоне брзине равни осциловања клатна $\vec{\omega}_k$ и географске ширине α места где се клатно налази дата је релацијом:

$$\omega_k = -\omega_Z \sin\alpha \tag{2.41}$$

Уколико се појава обртања равни осциловања Фукоовог клатна посматра из инерцијалног система може се лако разумети. Клатно по инерцији осцилује у истој равни, а Земља се окреће испод њега. Уколико се обртање равни осциловања посматра из неинерцијалног система везаног за Земљу, оно је последица деловања Кориолисове инерцијалне силе.





Слика 2.22. Фукоово клатно, начин на који описује путању

2.7.2.4. Вртешка

У неинерцијалном систему O' који ротира са константном угаоном брзином делује инерцијална сила:

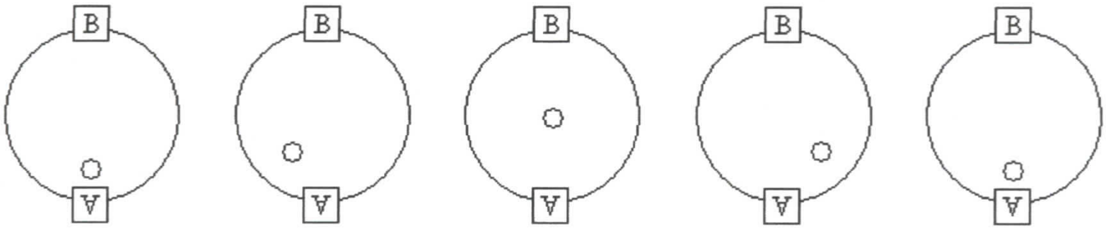
$$\vec{F}_{in} = -m\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}\,') - 2m\vec{\omega}\times\vec{v}\,' \tag{2.42}$$

На примеру вртешке може се појаснити дејство центрифугалне силе (на примеру особе која седи на платформи) и Кориолисове силе (на примеру када једна особа жели да добаци лопту особи насупрот ње).

За посматрача из неинерцијалног система (везаног за вртешку), човек који седи у столици причвршћеној за платформу вртешке се не креће (он мирује у односу на платформу), што значи да поред центрипеталне силе делује и сила инерције, која је истог интензитета али супротног смера – центрифугална сила ($\vec{F}_{cf}$). На свако тело које мирује у односу на ротирајући референтни систем делује, поред центрипеталне, и центрифугална сила, тако да је $\vec{F}_{cf} = -\vec{F}_{cp}$. Ако би се столица откачила са платформе која ротира, почела би да се креће на сложен начин у односу на платформу. Знамо да би то исто кретање столице за посматрача из инерцијалног система (човека који стоји поред вртешке) било равномерно праволинијско.

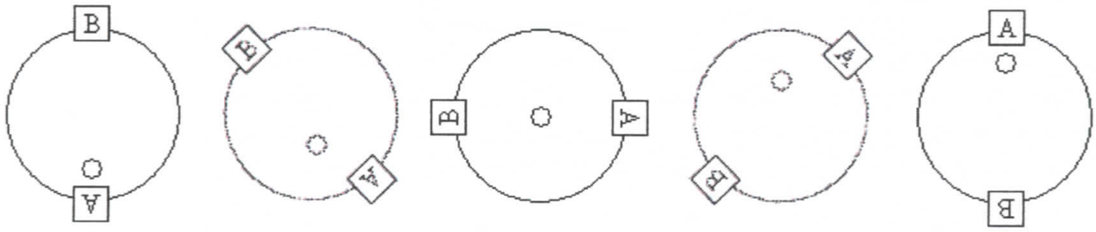
Вртешка се креће сталном угаоном брзином ($\vec{\alpha} = 0$). На њој седе две особе тачно преко пута једна у односу на другу (слика 2.23). Нека особа А баци лопту ка особи В. Логично је да се лопта праволинијски креће од особе А ка особи В. Али, уколико се региструју положаји које она заузима у односу на посматраче А и В, лопта прави чудну путању приказану на слици.

Са становишта Њутнове механике није могуће описати кретање лопте. Да би се лопта кретала тако, нужно су морале деловати силе које су је приморавале да се креће том путањом. Али у систему у коме се налазе посматрачи (А и В) не делују никакве праве силе које би изазвале то кретање. Зато се (за посматраче на вртешци) нужно уводе (фиктивне) инерцијалне силе помоћу којих се објашњава дато кретање лопте.



Слика 2.23. Кретање лопте посматрано из неинерцијалног система

Ситуација је сасвим другачија за посматрача који се не налази у датом систему већ изван њега. Он примећује да се лопта креће праволинијски, како је и очекивано, а да се цео систем, са особама A и B, креће кружно, и да заправо никакве силе не скрећу лопту са њене праволинијске путање (слика 2.24).



Слика 2.24. Кретање лопте посматрано из инерцијалног система

Можда баш овај пример врло лепо може послужити да се илуструје сва сложеност кретања која могу настати у различитим неинерцијалним системима референције.

Понекад инерцијалне силе могу дати резултате „несхватљиве“ за посматрача из неинерцијалног система.

2.8. Принцип релативности кретања

Принцип релативности кретања зове се још и Галилејев принцип релативности кретања, по Галилеју. Овај принцип нам говори о непостојању привилегованих инерцијалних система.

Када се путник налази у вагону воза, тешко му је рећи да ли се он креће или стоји у месту. Ако се кроз прозор вагона види да промичу бандере, то се може протумачити на различите начине. Може се сматрати да се стубови крећу, а воз стоји у месту. Може да се говори само о релативном кретању стубова и воза. Једина неоспорна тврдња је да постоји релативно кретање.

На основу свакодневних утисака који се стичу и размишљања о њима, налик на наведени пример, може се доћи до закључка да се посматрањем околних предмета стиче информација само о релативном кретању. На основу посматрања околних предмета посматрач не може сазнати да ли се креће он или околни предмети, или и он и они. Не постоји никакав експеримент који би путнику у возу показао да се воз креће равномерно праволинијски а да не мирује. Путницима који се налазе у возу који се креће равномерно праволинијски нису потребни никакви додатни напори да одрже равнотежу. Они стоје право као када је воз непокретан. Такође, предмет који би путник испустио пада исто као у непокретном возу. Путник исту раздаљину може да прескочи скочивши удаљ у возу који мирује и у возу који се креће равномерно праволинијски. Доскок неће бити нимало мањи ако скаче у смеру кретања воза, нити већи ако скаче у супротном смеру. Кретање билијарске или пингпонг лопте у току игре, било би исто у случају када се воз креће равномерно праволинијски и када мирује.

На броду који се креће равномерно праволинијски, без трзаја, тело пада са катарке на палубу дуж вертикале, и то за исто време као када брод мирује. Клатно се клати у истом ритму. Ове и сличне чињенице први је открио Галилеј вршећи такве експерименте на броду. Тако је показао да не постоји ниједна механичка појава која би, тиме што се дешава на други начин, омогућила да посматрач открије да ли се он и његов систем референције крећу равномерно праволинијски или мирују.

У свим инерцијалним системима референције механичке појаве се дешавају на исти начин.

Принцип релативности кретања је један од основних закона природе. На основу тога како се механичке појаве одвијају не може се утврдити разлика између система референције који се креће равномерно праволинијски и система који мирује. Ток механичких појава описују закони механике.

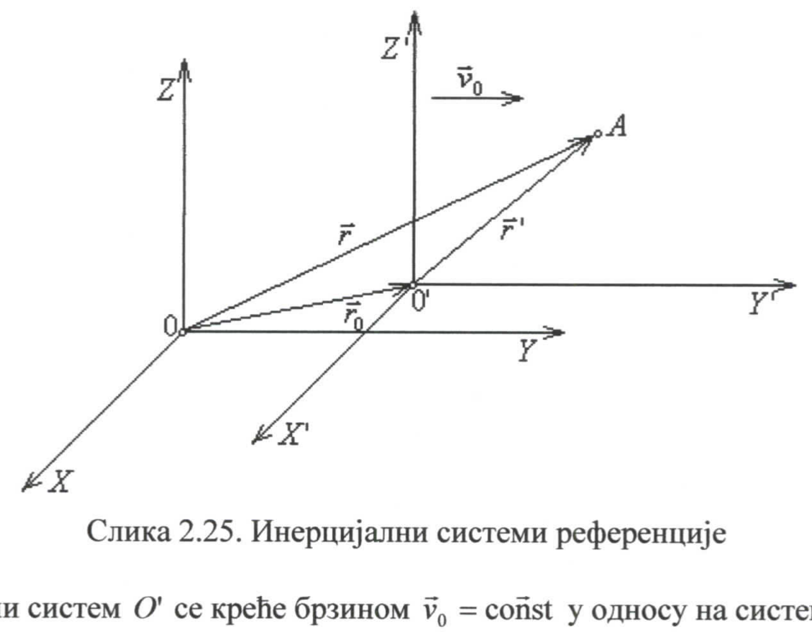
Закони механике имају исти математички облик у свим инерцијалним системима референције.

Сви инерцијални референтни системи су подједнако „добри“, они су еквивалентни (равноправни), ниједан нема предност у поређењу са осталима, јер математички облик закона механике не зависи од тога који (инерцијални) систем референције бирамо.

Независност облика закона механике од система референције (инерцијалног) је једно од основних својстава природе. Механички експерименти извршени у различитим инерцијалним системима под једнаким условима дају исте резултате. Појмови апсолутног мировања и апсолутног равномерног праволинијског кретања лишени су у механици било каквог смисла.

Ма који инерцијални систем можемо сматрати да је у миру, а да се сви остали крећу у односу на њега праволинијски и константном брзином.

Из принципа релативности такође следи да су у свим инерцијалним системима исте димензије, запремина и маса неког тела, да је једнако трајање (временски интервал) неке појаве, као и убрзање, сила. Међутим, једно исто кретање посматрано из различитих инерцијалних система неће имати једнаке све карактеристике. Биће различити положај, путања, пређени пут, брзина, импулс и кинетичка енергија.



Слика 2.25. Инерцијални системи референције

Координатни систем O' се креће брзином $\vec{v}_0 = \text{const}$ у односу на систем O.

Може се показати (не)зависност неких основних физичких величина од избора инерцијалног система. Положај тачке *A* је одређен вектором положаја:

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \tag{2.43}$$

Може се писати да је:

$$\vec{r} = \vec{r}(t)$$

у односу на координатни систем O,

$$\vec{r}' = \vec{r}'(t')$$

у односу на координатни систем O',
а положај координатног почетка O' у односу на O може се изразити јадначином:

$$\vec{r}_0 = \vec{r}_0(t)$$

Са слике се види да је:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0(t) + \vec{r}'(t) \tag{2.44}$$

Ако се претпостави да време једнако тече у системима O и O', тј. $\Delta t = \Delta t'$ или $t = t'$ (постоји само једно време у свим (нерелативистичким) инерцијалним системима), могу се написати изрази:

$$\left.\begin{array}{l} \vec{r} = \vec{v}_0 t + \vec{r}' \\ t = t' \end{array}\right\} \text{Галилејеве трансформације} \tag{2.45}$$

Диференцирањем једначине (2.44) по времену добија се:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{\vec{r}_0}{dt} + \frac{\vec{r}'}{dt}$$

односно:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}' \tag{2.46}$$

Апсолутна брзина тачке A (брзина кретања тачке A у односу на координатни систем O) $\vec{v}$ једнака је векторском збиру преносне брзине (брзине кретања система O' у односу на O) $\vec{v}_0$ и њене релативне брзине (брзине у односу на систем O') $\vec{v}'$. Ако је апсолутна брзина тачке константна, онда је и њена релативна брзина константна.

Диференцирањем једначине (2.46) по времену, имајући у виду да је $\vec{v}_0 = \text{const}$ ($\frac{d\vec{v}_0}{dt} = 0$), добија се:

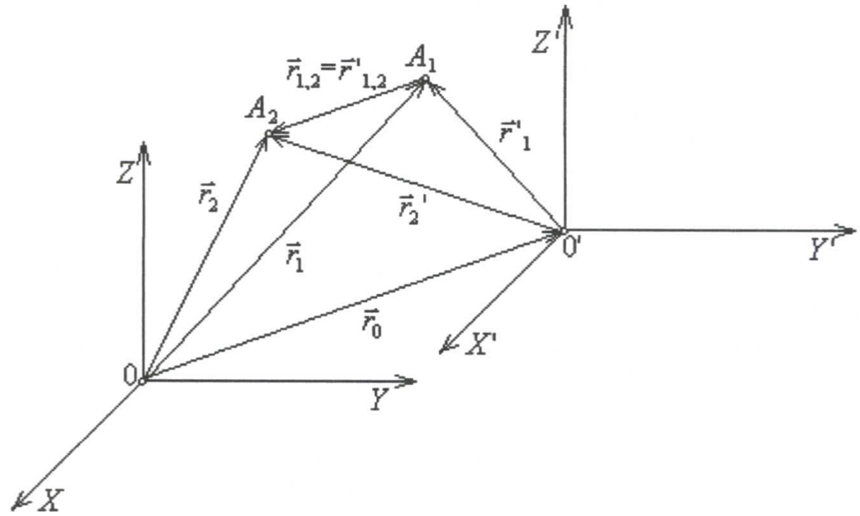
$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt}$$

односно:

$$\vec{a} = \vec{a}' \tag{2.47}$$

Убрзања посматраних тела су једнака у инерцијалним системима.

У инерцијалним системима O и O' могу се уочити две тачке, A_1 и A_2, са њиховим векторима положаја $\vec{r}_1, \vec{r}_2$ и $\vec{r}_1', \vec{r}_2'$ (слика 2.26).



Слика 2.26. Релативна растојања две тачке у различитим инерцијалним референтним системима

Пошто је:

$$\vec{r}_1 = \vec{v}_0 t + \vec{r}\,',\ \vec{r}_2 = \vec{v}_0 t + \vec{r}\,'$$

онда је:

$$\vec{r}_1 - \vec{r}_2 = \vec{r}\,'_1 - \vec{r}_2\,'$$

односно:

$$\vec{r}_{1,2} = \vec{r}\,'_{1,2} \tag{2.48}$$

Релативна растојања две тачке су, у свим инерцијалним референтним системима, у истом тренутку времена, једнака.

Диференцирањем једначине (2.48) добија се:

$$\vec{v}_{1,2} = \vec{v}\,'_{1,2} \tag{2.49}$$

Релативне брзине материјалних тачака су исте у инерцијалним системима.

Пошто је у класичној механици маса тела константна и не зависи од координатног система у коме се налази, она је непроменљива и у инерцијалним системима ($m = m'$). Сила узајамног дејства материјалних тачака је у класичној механици функција њихових релативних положаја, брзина и времена ($\vec{F} = \vec{F}(\vec{r},\vec{v},t)$). Пошто су релативна растојања, релативне брзине и време једнаки у инерцијалним системима, онда ни силе узајамног дејства неће зависити од избора инерцијалног референтног система. До истог закључка може се доћи и на други начин. Изрази за силу у инерцијалном и неинерцијалном систему референције су:

$$\vec{F} = m\vec{a}\,,\ \vec{F}' = m'\vec{a}'$$

с обзиром да је:

$$m = m' \text{ и } \vec{a} = \vec{a}'$$

следи:

$$\vec{F} = \vec{F}' \tag{2.50}$$

Галилејев принцип релативности изједначава све инерцијалне системе референције и тако појам апсолутног кретања и апсолутног простора (који Њутн још задржава) губи смисао у класичној механици. Њутново становиште критиковао је још бискуп Баркли (George Berkeley, 1685 – 1753), према Барклију свако кретање је кретање у односу на нешто. Указивање на искуство из којег се касније развио (класични) принцип релативности налази се у разматрању Ђордана Бруна (Giordano Bruno, 1548 – 1600), који наводи пример како два тела падају, једно на броду који се креће равномерно, друго на „непомичној“ површини Земље. Проширење теорије релативности учинили су Поенкаре (Jules Henri Poincaré, 1854 – 1912) и Ајнштајн. Сви су чули за Ајнштајнове теорије релативности – специјалну и општу.

2.9. Како се Васиона шири?

Ако се Васиона шири, како је на основу црвеног помака експериментално утврђено, може се поставити питање да ли то ширење изгледа исто из различитих тачака у Васиони. Да ли се ширење, да би изгледало изотропно, мора посматрати из тачке од које се све тачке удаљавају (брзином сразмерном са удаљености), или ће се из ма које тачке видети исто – да се Васиона шири на тај начин?

Посматрањем звезданог спектра у другим галаксијама откривено је да су карактеристичне линије посматраног спектра померене за исти износ ка црвеном (дуготаласном) крају спектра. Тај црвени помак се јавља услед Доплеровог (Christian Andreas Doppler, 1803 – 1853) ефекта. Доплеров ефекат је ефекат промене учесталости таласа због приближавања или удаљавања извора или пријемника таласа. Доплеров ефекат се може „чути“ уколико се, на пример, слуша звук аутомобила који се креће (приближава и удаљава) у односу на место са којег се слуша. Таласна дужина светлосних таласа се повећава, односно посматрани спектар се помера ка црвеном крају, због тога што се звезда (извор светлосних таласа) удаљава од Земље.

Величина црвеног помака је сразмерна удаљености посматране галаксије од Земље. Експериментално је показано да се што је галаксија даља, брже удаљава ($v \sim r$) – то је Хаблов (Edwin Powell Hubble, 1889 – 1953) закон, он представља једну од најважнијих експерименталних чињеница на којима је заснована слика о Васиони. Васиона се шири, удаљеност између различитих галаксија се повећава.

Фридман (Александр Александрович Фридман, 1888 – 1925) је покушао да да задовољавајући опис Васионе. Он полази од две претпоставке – да је Васиона изотропна и да је хомогена (посматра се у довољно великим размерама):

– да Васиона изгледа исто у ма ком правцу да се гледа – не постоји привилегован правац,

– да Васиона изгледа исто из ма које тачке да се посматра – не постоји привилегована тачка.

Ове претпоставке се могу илустровати врло једноставно.

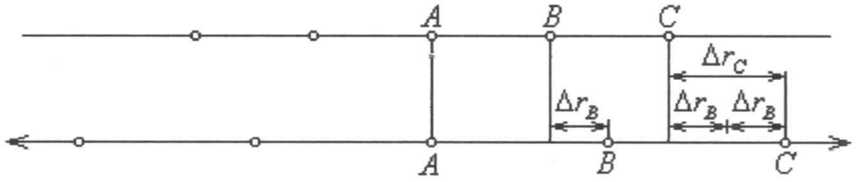
Када би се у шуми из исте тачке гледало у различитим правцима, на основу удаљености до најближег дрвета у разним правцима не би се могло рећи да шума изгледа исто у сваком правцу, међутим, ако би се сагледало дрвеће у кругу од два километра, шума би у свим правцима изгледала исто (разлике се утопе у просек).

Сазнање да се све друге галаксије удаљавају од Млечног пута (Земље) може навести на закључак да је Земља у средишту Васионе. Али, Васиона изгледа исто у сваком правцу посматрана и из сваке друге галаксије. Васиона је у тренутку Великог праска (пре око 13,7 милијарди година) била „збијена“ у тачки нулте величине из које је почела експанзија. Сада се не издваја (ни)једна тачка од које се све друге удаљавају. Било би невероватно да се Земља налази баш у тачки из које Васиона изгледа исто у свим правцима, када би у Васиони постојала само једна таква тачка (Земља није привилегована).

Овај пример је врло интересантан јер су у питању различити неинерцијални системи који су еквивалентни, што је карактеристика инерцијалних система. Може се показати да не постоји привилегована тачка за расподелу брзина $v \sim r$.

Према Фридману све галаксије се крећу, директно се удаљавајући једна од друге. Налик на балон са тачкама на површини који се постепено надувава. Како се повећава запремина балона, растојање између било које две тачке се повећава, али нема тачке која се може означити као средиште ширења. Тачке се све брже удаљавају једна од друге. На пример, ако се претпостави да се пречник балона за једну секунду удвостручи, две тачке које су биле на растојању од једног центиметра ће бити на растојању од два центиметра – њихова релативна брзина је $1\,\mathrm{cm/s}$. Пар тачака на удаљености од 10 центиметара ће се наћи на растојању од 20 центиметара – њихова релативна брзина је $10\,\mathrm{cm/s}$. Из сваке тачке изгледа као да се друге удаљују, међутим, постоје само релативне брзине којима се тачке крећу. Не постоји начин да се одреди нека (једна) тачка за коју би се могло рећи да апсолутно мирује (од које би се све друге удаљавале).

Приликом удаљавања тачака брзином $v \sim r$ из сваке тачке се „види“ да се друге удаљавају од ње као да је она средиште од које се ширење (удаљавање) одвија.



Слика 2.27. Ширење уочених колинеарних тачака које се налазе на међусобно једнаким растојањима

Ако би се уочиле колинеарне тачке (A, B, C) које се налазе на међусобно једнаким растојањима (слика 2.27), ако је $v \sim r$, онда се два пута даља тачка C (од посматране тачке A) удаљава два пута већом брзином него тачка B: $r_C = 2r_B \Rightarrow v_C = 2v_B$.

$$\Delta r_B = v_B t\,,\ \Delta r_C = v_C t \tag{2.51}$$

па је

$$\Delta r_C = 2\Delta r_B \tag{2.52}$$

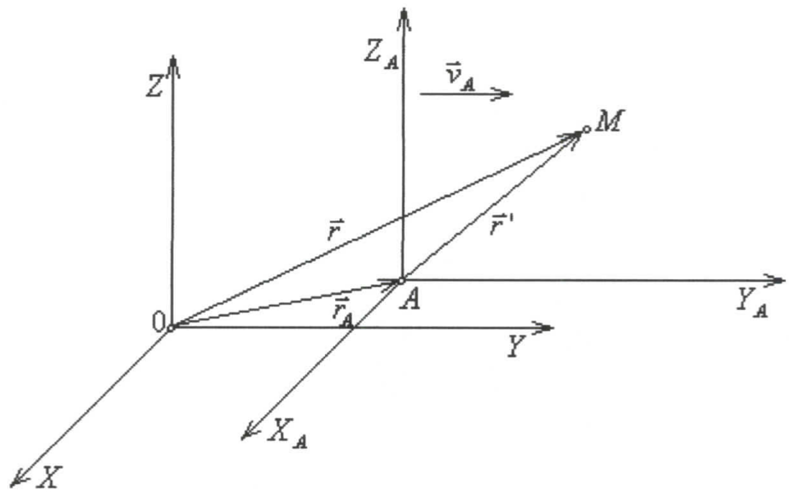
Растојање између тачке A и њој најближе означене суседне тачке B се повећало за Δr_B, а растојање између тачке A и њеног другог суседа, тачке C се повећало за двоструко веће растојање од тога, Δr_C. Растојање између најближих суседних тачака B и C се повећало за исту вредност као и растојање између најближих суседних тачака A и B.
Исто важи и ако се посматране тачке транслирају дуж правца ширења, ако се ма која друга тачка означи као тачка A. Нема привилеговане тачке. Таква је ситуација у свим правцима посматраним из неке произвољне тачке у Васиони.

Може се показати да непостојање привилеговане тачке у Васиони следи на основу Галилејевог принципа релативности.

Ако се координатни систем веже за произвољно изабрану тачку (O) у Васиони, уз претпоставку да се брзина експанзије осталих тачака повећава са растојањем по закону

$$\vec{v} = H\vec{r} \tag{2.53}$$

где је $H \neq H(r) = \mathrm{const}$ -Хаблова константа,
може се показати да је расподела брзина иста и за посматрача у неком другом систему референције везаном за произвољно изабрану тачку (A), чији је положај у систему O одређен са $\vec{r}_A$.



Слика 2.28. Системи референције са координатним почецима у тачкама O и A

Уколико се пређе у координатни систем са почетком у A који се креће брзином $\vec{v}_A$ у односу на полазни (након изведених Галилејевих трансформација) добија се за произвољну тачку M :

$$\vec{r}\,' = \vec{r} - \vec{r}_A \tag{2.54}$$

па је:

$$\vec{v}\,' = \vec{v} - \vec{v}_A = H\vec{r} - H\vec{r}_A = H\vec{r}\,' \tag{2.55}$$

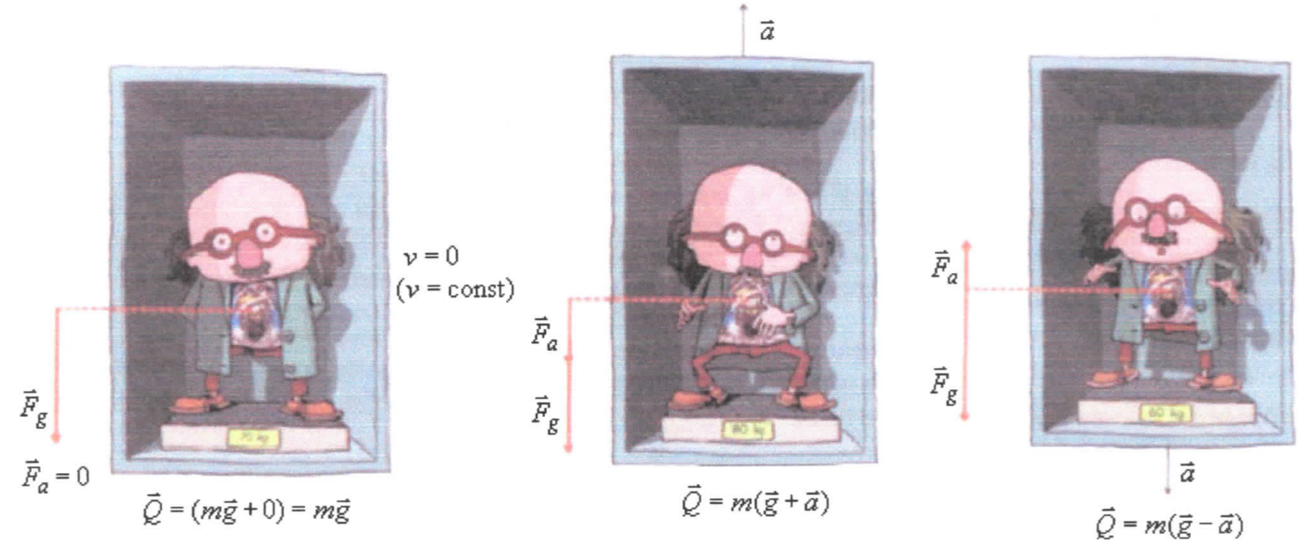
У новом систему важи исти закон расподеле брзина. Расподела (2.53) је особена управо зато што не фаворизује ниједну тачку. Посматрач везан за произвољну тачку види слику удаљавања свих осталих тачака (галаксија) које га окружују.

2.10. Земљина тежа и тежина тела

Не треба мешати силу Земљине теже и тежину тела, неправилно је користити један од ових термина као синоним за други.

ТЕЖИНА ТЕЛА $\neq$ СИЛА ТЕЖЕ

Тежина тела је сила којом тело, привучено Земљом, делује на хоризонталну подлогу или на тачку вешања. Сила теже је стална величина за дефинисану масу. Сила Земљине теже и тежина тела су истог интензитета једино када се тело налази у релативном стању мировања или се креће равномерно праволинијски.

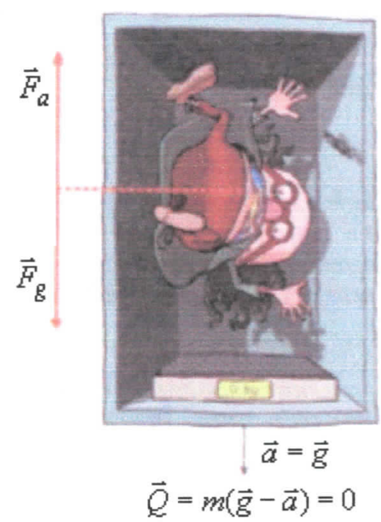


Слика 2.29. Тежина тела у лифту

Интензитет тежине тела, на пример, у лифту који се убрзано креће навише или наниже у односу на Земљу није једнак интензитету Земљине теже. Тежина тела је по природи електромагнетна (манифестује се као еластична сила), а сила Земљине теже је гравитациона сила.

Како је ефективна тежина тела $m(\vec{g} - \vec{a})$, ако је $\vec{a} = \vec{g}$ (слободан пад) онда је ефективна тежина једнака нули.

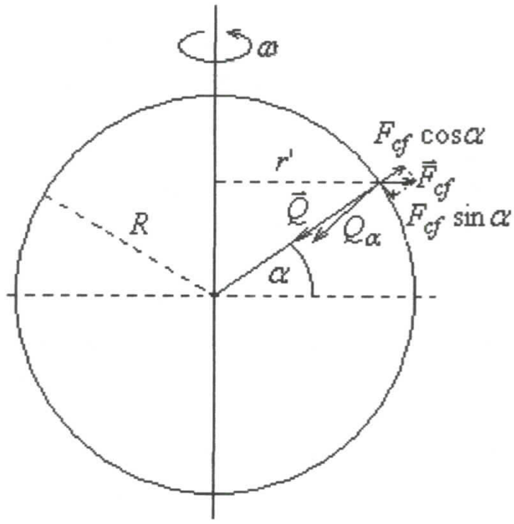
Бестежинско стање није узроковано непостојањем Земљине теже. У бестежинском стању на тело делује сила Земљине теже, а тежина тела је искључена (не постоји никакав облик деформације).



Слика 2.30. Слободан пад

Наш осећај тежине настаје када на нас делују друге силе које се супротстављају, потпуно или делимично, сили тежине.

Тежина тела због појаве центрифугалне силе, услед тога што се Земља обрће око своје осе и што је спљоштена на половима, зависи од географске ширине места на коме се тело налази, и по правцу и смеру се не поклапа потпуно с правцем и смером гравитационе силе (слика 2.31). Могу се запазити разлике у тежини (и гравитацији) када се она мери на путу од екватора према полу.



Слика 2.31. Зависност тежине тела од географске ширине

Према слици је:

$$\cos\alpha = \frac{r'}{R} \Rightarrow r' = R\cos\alpha$$

где је R - средњи полупречник Земље, α - географска ширина на којој се тело налази, r' - најкраће растојање посматране тачке од осе ротације.

Тежина тела је умањена дејством компоненте ценртифугалне силе $F_{cf}\cos\alpha$ која има исти правац али супротан смер од силе теже, и на геофрафској ширини α износи:

$$Q_\alpha = Q - F_{cf}\cos\alpha \tag{2.56}$$

уврштавањем израза за активну силу теже Q и центрифугалну силу F_{cf} добија се да је:

$$Q_\alpha = mg - m\omega_Z{}^2 r'\cos\alpha$$

односно:

$$Q_\alpha = mg(1 - \frac{\omega_Z{}^2 R}{g}\cos^2\alpha) \tag{2.57}$$

Замењивањем познатих величина добија се:

$$Q_\alpha = mg(1 - 0.004\cos^2\alpha) \tag{2.58}$$

Тежина тела је највећа на половима а најмања на екватору:

$$Q_\alpha(\alpha = 90^{\circ}) = Q_{\alpha\max}$$

$$Q_\alpha(\alpha = 0^{\circ}) = Q_{\alpha\min}$$

На тела која се налазе на половима не делује центрифугална сила инерције и у том положају сила теже и тежина тела имају исте вредности.

Компонента центрифугалне силе $F_{cf}\sin\alpha$ утиче на скретање тежине тела од радијалног правца силе теже.

2.11. Псеудогравитација

Уколико би се негде у Васиони, довољно далеко од небеских тела, налазио свемирски брод који мирује, у њему се не би осећало дејство гравитационих сила. Тела у том броду, услед одсуства гравитације, лебде. Ни на који начин не би се разазнавало шта је горе, а шта доле. Уколико тај брод почне да се креће убрзано (убрзањем $\vec{a}$), тела у њему ће и даље лебдети у односу на звезде. Део брода који се убрзава ићи ће у сусрет телима у њему, односно тела ће се убрзањем истог интензитета кретати ка том делу брода који им иде у сусрет (убрзање тела у односу на брод биће $-\vec{a}$). Сада посада брода може да стоји усправно, део брода постао је „под", постоји осећај за доле и горе. Посада брода стиче утисак да се налази у гравитационом пољу, где гравитација делује у супротном смеру од смера убрзања брода, а има исти интензитет као то убрзање. Ни на који начин они неће моћи утврдити да није у питању гравитација, сви извршени експерименти указивали би на постојање гравитационог поља. Пошто на њих заправо не делује гравитација, већ је то обмана у којој су ефекти убрзаног кретања свемирског брода замењени деловањем гравитационе силе, то дејство се може назвати псеудогравитацијом. Псеудотежину би чула регистровала као реалну тежину, а псеудогравитацију као праву гравитацију. Када би убрзање брода било $\vec{a} = 9.81\,\mathrm{m/s^2}$ све би се дешавало као на Земљи и никакав експеримент не би показао никакву разлику.

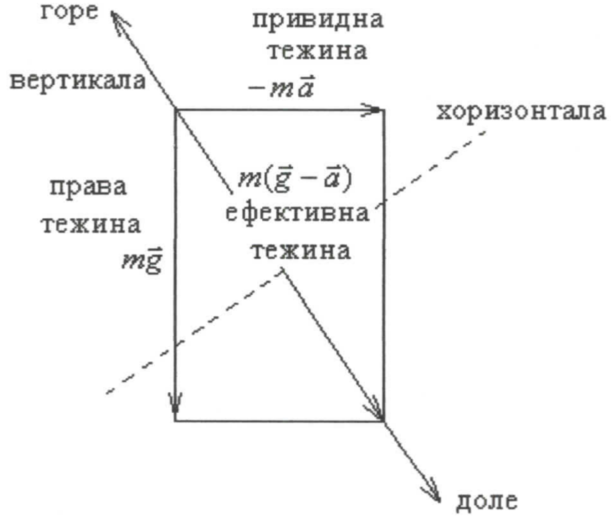
НЕИНЕРЦИЈАЛНИ СИСТЕМ ~ ИНЕРЦИЈАЛНИ СИСТЕМ У ГРАВИТАЦИОНОМ ПОЉУ

ИНЕРЦИЈАЛНО УБРЗАЊЕ ~ ПСЕУДОГРАВИТАЦИЈА

Овакав мисаони експеримент је „Ајнштајнова кутија", који на исти начин описује, на примеру посматрача у кутији која се налази у Васиони ван дејства гравитационих поља, да се гравитационе силе, локално, не разликују од инерцијалних.

Када би се свемирски брод убрзавао у простору где постоји стварна гравитација, онда би се посади чинило да је под утицајем који произилази као резултат дејства реалне гравитације и псеудогравитације. Псеудогравитација је дејство које је резултат убрзаног кретања брода (оно што би посада брода осетила када би се брод кретао на исти начин, истим убрзањем, изолован у Васиони). Сви процеси у људском телу који зависе од гравитације се одвијају као да се изменила стварна гравитација. Пример када је убрзање система (у овом случају брода) истог правца као и убрзање Земљине теже је исти као и пример кретања лифта (претходни параграф). Уколико је убрзање система истог интензитета, правца и смера као и гравитационо, онда је псеудогравитација истог интензитета и правца, а супротног смера од гравитације, и то је пример када је ефективна тежина тела једнака нули (слободан пад) (оглед 3.2.5, страна 46). Пример када би се свемирски брод кретао тако да се правац псеудогравитације не поклапа са правцем гравитације аналоган је примеру у параграфу (2.7.1.), где је посматрано клатно у систему који се креће једнако убрзано. Овакав пример се може илусровати демонстрационим огледом (оглед 3.2.6, страна 47). Стварна вертикала је увек паралелна са вектором $\vec{g}$, међутим, привидан правац горе–доле паралелан је са правцем $\vec{g} - \vec{a}$, јер се укупна тежина коју поседа осећа, и коју доживљава као реалну, рачуна као:

$$\vec{Q} = m(\vec{g} - \vec{a}) \tag{2.59}$$



Слика 2.32. Ефективна тежина и хоризонтала

Познавање тих чињеница дало је идеју да се вештачка тежина предмета у свемирској станици оствари ротацијом станице око неке осе. У том случају псеудогравитациона сила би била центрифугална сила. Постоји захтев да таква свемирска станица мора бити довољно велика. Што су мање димензије овакве станице, све јаче су изражене разлике између ефеката, које добијамо као резултат (центрифугалне) псеудогравитационе силе, и ефеката који су последица гравитационе силе. Међутим, нема довољно искуства које би указало на последице које би изазвао дуги боравак у таквој станици.

3. Обрада наставне теме: Инерцијални и неинерцијални системи референције

У оквиру наставне теме „Инерцијални и неинерцијални системи референције“ предвиђа се обрада следећих наставних јединица: инерција, референтни системи (инерцијални и неинерцијлни), инерцијалне силе (центрифугална и Кориолисова), принцип релативности кретања. Обрада наставних јединица биће реализована кроз задатке и питања и демонстрационе експерименте. Демонстрациони огледи предвиђени за обраду ове наставне теме, уводе се тако што се полази од најједноставнијих, погодних и за ученике нижих разреда основне школе.

За обраду наставне јединице инерција предвиђена су питања (1 – 3 у 3.1.4), као и демонстрациони оглед (3.2.2).

За увођење појмова везаних за референтне системе предвиђена су питања (4 – 9) и демонстрациони огледи (3.2.1 и 3.2.2).

Посебан акценат на инерцијалне силе стављен је у демонстрационим огледима (3.2.5 и 3.2.6). Да би се што боље разјаснио појам центрифугалне инерцијалне силе обрађени су задаци (3.1.1 – 3.1.3.) и питања (10 – 14) као и демонстрациони огледи (3.2.3 и 3.2.4).

3.1. Примери – задаци и питања

3.1.1. Вештачки Земљин сателит – прва космичка брзина

Коју брзину треба саопштити телу да би оно постало Земљин вештачки сателит? ($g = 9.8\,\mathrm{m/s^2}$, $R_Z = 6400\,\mathrm{km}$)

Решење:

Сила Земљине теже усмерена је увек, без обзира на то где се тело налази, ка центру Земље. Интензитет силе теже у близини површине Земље је mg, где је m маса тела а g убрзање слободног падања. Да би тело кружило око Земље у близини њене површине, полупречник његове кружне путање треба да је приближно једнак полупречнику Земље (R_Z). Па је, пошто је $F_{cp} = mg$:

$$mg = \frac{mv^2}{R_Z} \tag{3.1}$$

Одавде се добија

$$v = \sqrt{gR_Z} = 7.9\,\mathrm{km/s} \tag{3.2}$$

када се уврсте величине: $g = 9.8\,\mathrm{m/s^2}$ и $R_Z = 6400\,\mathrm{km}$. Ово је брзина којом треба лансирати тело да би постало Земљин сателит и назива се прва космичка брзина. Она не зависи од масе тела јер је сила теже, која овде има улогу центрипеталне силе, сразмерна маси тела.

3.1.2. Тежина тела на екватору

Колика је тежина тела масе $m = 100\,\mathrm{kg}$ које се налази на екватору? Полупречник Земље је $R = 6.38\cdot 10^6\,\mathrm{m}$, а $g = 9.81\,\mathrm{m/s^2}$.

Решење:

Показано је који израз даје зависност тежине тела од географске ширине, једначина (2.58). Ово је рачунски пример који показује колике су разлике у питању, биће решен коришћењем појма псеудогравитација. Ово је случај када улогу псеудогравитације има центрифугална сила, дакле, она умањи силу Земљине теже за свој износ. Добијена разлика је измерена тежина тела. Биће:

$$Q = mg - F_{cf} = m(g - \omega^2 R) \tag{3.3}$$

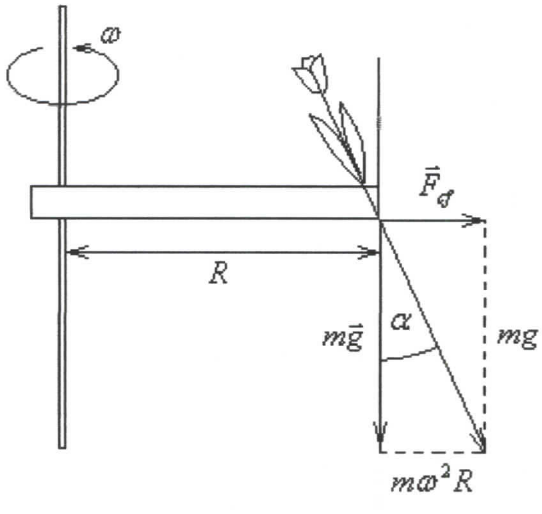
Пошто Земља ротира, ефективна гравитација на екватору је мања од стварне гравитације за износ $\omega^2 R$, где је ω угаона брзина Земље око осе ротације, која износи $\omega = 2\pi\,\mathrm{rad/dan} = 7.3 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{rad/s}$. Добија се да је $\omega^2 R = 0.034\,\mathrm{m/s^2}$. Према томе, тело од $100\mathrm{kg}$ има псеудотежину од $3.4\mathrm{N}$. Када се сила теже која делује на тело и која износи $mg = 981.3\mathrm{N}$ умањи за вредност псеудотежине, добија се да је $Q = 977.9\mathrm{N}$.

3.1.3. Како расте лала у неинерцијалном систему?

На ободу кружне плоче полупречника $R = 2\mathrm{m}$ засађене су лале. Плоча се врти угаоном брзином $\omega = 1.5\,\mathrm{rad/s}$ за све време раста. Наћи просечан угао који ће лале заклапати са вертикалом за време раста.

Решење:

У ботаници је познато да лале расту усправно. Треба да се одреди који правац је за биљку „горе“. Услед ротације система за који је везана (плоче), лала поред Земљине теже осећа и центрифугалну силу. Њихов векторски збир даје укупну „гравитациону“ силу, коју лала осети (слика 3.1).



Слика 3.1. Како расте лала у неинерцијалном систему

Управо правац ове силе биљка осети као правац „горе–доле“. Угао који ова сила заклапа са вертикалом може се израчунати на основу релације:

$$\mathrm{tg}\alpha = \omega^2 R / g \tag{3.4}$$

одатле је:

$$\alpha = \mathrm{arctg}(\omega^2 R / g) \tag{3.5}$$

Када се уврсте одговарајуће вредности добија се да је $\alpha = 24°40'$.

Дакле, лале расту ка горе и ка средишту кружне плоче, правац раста са вертикалом заклапа угао $\alpha = 24°40'$. Исти угао би заклапало клатно обешено на ивицу плоче, оно би висило према доле од средишта плоче.

3.1.4. Питања

1. Човек који трчи и спотакне се пада у смеру у коме се кретао, међутим, ако се оклизне при ходању по леду, он пада у смеру супротном кретању. Како се то објашњава?

– У првом случају ноге су му нагло заустављене, а горњи део тела по инерцији и даље се креће ка напред, па тако пада у смеру у коме се кретао. У другом случају, када се оклизне, ноге му се измакну већом брзином, а горњи део тела се по инерцији креће истом брзином као и до тада и зато пада уназад.

2. Угледавши црвено светло на семафору у истом моменту почели су да коче возач путничког аутомобила и возач теретног возила, који су се кретали истом брзином. Прво се зауставио аутомобил. Како би се то могло објаснити?

– Да би се тело које се креће зауставило потребно је неко коначно време, јер тело по инерцији тежи да задржи пређашње стање. Инертност је својство тела које за последицу има да тела с већом масом спорије „прихватају“ промену кретања.

3. Због чега је безбедније користити задње кочнице на бициклу?

– Због појаве инерције, нагло кочење предњим кочницама може изазвати превртање бицикла.

4. Како падобранац може да пада равномерно иако на њега делује Земљина тежа?

– Падобранац може да пада равномерно јер на њега поред силе теже делује и отпор ваздуха (у супротном смеру) и када је резултанта сила једнака нули кретање је равномерно.

5. По чему се разликују инерцијални системи од неинерцијалних?

– У инерцијалним системима референције важи закон инерције, промену брзине тела изазива нека сила која делује на тело, а последица је узајамног дејства тела.

6. Како се може утврдити да ли је неки систем референције инерцијалан или неинерцијалан?

– Да ли је неки систем референције инерцијалан или неинерцијалан може се утврдити на основу (не)постојања инерцијалних сила.

7. У односу на површину Земље воз се креће на исток. У ком правцу и смеру лети авион у односу на исту површину ако путник који гледа кроз прозор авиона види: а) да воз мирује; б) да се воз креће на запад; в) да се воз креће на југ?

– Авион би се морао кретати: а) на исток (истом брзином као и воз), да би путник из њега видео да воз мирује; б) на исток, већом брзином од воза, да би путник из њега видео да се воз креће на запад; в) на северо-исток, да би путник из њега видео да се воз креће на југ (компонента брзине у правцу исток–запад морала би бити истог интензитета као брзина воза.

8. У лифту који се спушта сталном брзином човек испусти неки предмет. Да ли ће тај предмет брже падати на под лифта него када би лифт мировао?

– Неће, предмет ће падати истом брзином којом би падао када би лифт мировао. Стање релативног мировања и релативног равномерног праволинијског кретања се не разликују.

9. Кретање истог тела чија је маса m посматра се из два неинерцијална система референције који се крећу убрзањима a_1 и a_2. Да ли су инерцијалне силе које у тим системима делују на тело међусобно једнаке?

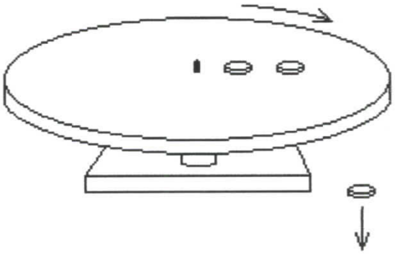
– Нису, јер инерцијалне силе рачунамо као производ масе тела и убрзања неинерцијалног система (смер инерцијалне силе је супротан од смера убрзања система).

10. Који услови треба да буду задовољени да би се тело кретало равномерно по кружној путањи?
– На тело мора деловати само центрипетална сила и оно мора имати неку почетну брзину у правцу тангенте на кружну путању коју описује.

11. При оштрењу ножа на тоцилу које се окреће великом брзином са места њиховог додира излећу усијани делићи. Где треба поставити штит да би се делићи зауставили?
– Да би се зауставили усијани делићи штит треба поставити у правцу тангенте на тоцило, са стране на коју се оно окреће, јер делићи имају брзину тог правца и тако усмерену.

12. На основу чега се у возилу без прозора може утврдити да возило скреће, да се налази у кривини?
– У возилу ће се осетити дејство инерцијалне силе усмерене на супротну страну од скретања.

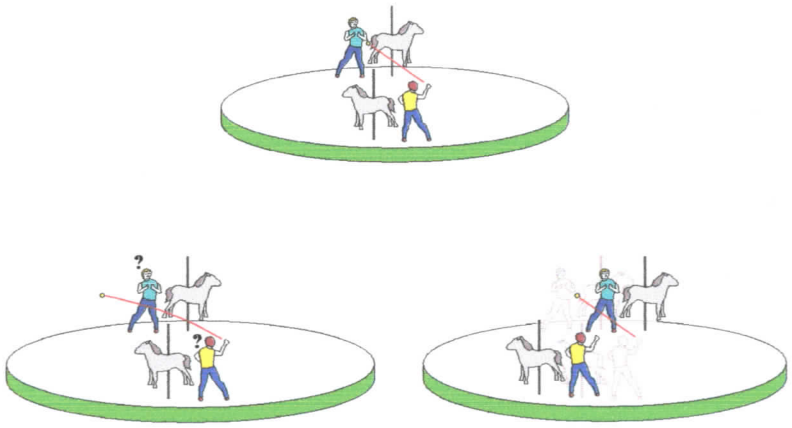
13. Уколико се на диску који ротира поређају три једнака новчића на различитим растојањима од центра диска (слика 3.2), повећавањем брзине ротације прво ће са диска слетети новчић најдаљи оц центра. Зашто?



Слика 3.2. Новчићи на ротирајућем диску

– Због тога што на новчић да би се кретао по кругу полупречника r мора деловати центрипетална сила интензитета $F_{cp} = m\omega^2 r$. Да би обезбедила кретање најдаљег новчића по кругу потребна је највећа центрипетална сила. Улогу центрипеталне силе има сила трења између диска и новчића, која је једнаког интензитета за сва три новчића. Значи да повећавањем угаоне брзине ротације сила трења најпре постаје недовољна да обезбеди кружно кретање новчића најудаљенијег од осе ротације.

14. Када на вртешци бацимо лопту право испред себе, коме смо је бацили?
– У зависности од брзине ротације вртешке, лопта ће за посматраче на њој, услед деловања Кориолисове силе, бити скренута са праволинијске путање на супротну страну од ротације. Уколико се вртешка посматра са стране види се да се лопта кретала праволинијски, али особа која је лопту бацила право испред себе, као и особа која је стајала насупрот ње су се измакли заједно са вретешком (слика 3.3).



Слика 3.3. Вртешка и „праволинијско“ кретање:
особа хоће да баци лопту особи насупрот ње (горе),
за посматрача на вртешци – лопта је скренула (доле лево),
за посматрача поред вртешке – особе су се измакле (доле десно)

3.2. Демонстрациони огледи

3.2.1. „Права“ линија

ПОЈМОВИ

кретање, путања, системи референције

ЦИЉ

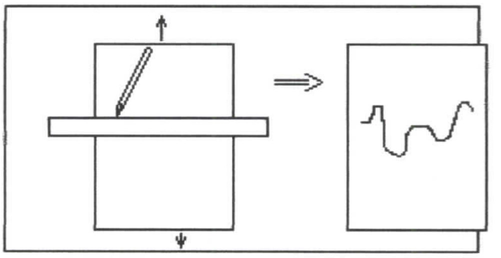
Показати да путања коју тело описује при кретању зависи од избора система референције.

ПОТРЕБАН МАТЕРИЈАЛ

-лист папира
-оловка
-дужи лењир

ПРИПРЕМА И ИЗВОЂЕЊЕ ЕКСПЕРИМЕНТА

Нацртати једну дуж (праву линију) паралелну ивици стола, док неко помера лист папира на коме се црта. Лењир треба да буде дужи да би се његови крајеви могли држати притиснути на површини стола, не на листу папира, да би се лист испод лењира могао померати (слика 3.4).



Слика 3.4. „Права“ линија

ЗАПАЖАЊЕ

Описана је нека криволинијска путања. У односу на сто кретање врха оловке је било праволинијско, а у односу на папир, као што се на основу трага оловке види, криволинијско.

ОБЈАШЊЕЊЕ

Врх оловке није исту путању описао на папиру коју је описао у односу на сто јер се лист папира у односу на сто кретао – папир и површина стола су два различита система референције.

3.2.2. Куглица и чаша

ПОЈМОВИ

кретање, инерција, инерцијални и неинерцијални систем референције

ЦИЉ

Уочити тежњу тела да остане у стању у коме се налази, када се посматра у инерцијалном систему референције.

ПОТРЕБАН МАТЕРИЈАЛ

-чаша
-куглица

ПРИПРЕМА И ИЗВОЂЕЊЕ ЕКСПЕРИМЕНТА

Ставити куглицу у чашу и положити чашу на сто (слика 3.5). Покренути чашу по површини стола са отвором окренутим напред. Затим је нагло зауставити и посматрати шта се дешава.

Слика 3.5. Закон инерције

ЗАПАЖАЊЕ

За време кретања чаше куглица се креће заједно са њом, као да је учвршћена за њено дно (мирује у чаши). Ако се чаша нагло заустави куглица ће излетети из ње и продужити да се креће у правцу ранијег кретања чаше.

ОБЈАШЊЕЊЕ

Куглица тежи да задржи стање у којем се налази, у складу са законом инерције.

3.2.3. Кружно кретање

ПОЈМОВИ

кружно кретање, инерција, центрипетална сила, центрифугална сила

ЦИЉ

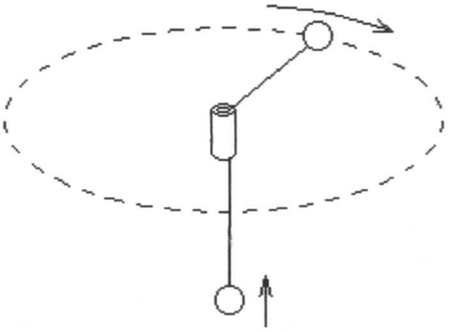
Показати да се интензитет центрипеталне силе неопходне да би се тело кретало по кружници повећава са повећањем брзине тела.

ПОТРЕБАН МАТЕРИЈАЛ

-канап
-две лоптице
-цев кроз коју канап може да прође (дуга око 10 cm)
-лепљива трака

ПРИПРЕМА И ИЗВОЂЕЊЕ ЕКСПЕРИМЕНТА

Провући канап кроз ваљак, који ће бити држач, и на његове крајеве причврстити лоптице. Узети држач и завртети једну лоптицу док друга слободно виси на другом крају канапа (слика 3.6). Вртети лоптицу брже и спорије и посматрати шта се дешава.



Слика 3.6. Кружно кретање

ЗАПАЖАЊЕ

Што се брже врти лоптица то она више повећава полупречник кружнице коју описује при ротацији и повлачи другу навише.

ОБЈАШЊЕЊЕ

На обе куглице (у инерцијалном систему референције) делују сила затезања конца и сила Земљине теже. Ако се посматра куглица која се обрће – сила затезања конца има улогу центрипеталне силе која је приморава да се креће по кружној путањи. Центрипетална сила је дата изразом $F_{cp} = m\omega^2 r$. Када се повећава угаона брзина обртања куглице (ω) повећава се интензитет центрипеталне силе неопходне да обезбеди њено кружно кретање, а пошто је сила теже која делује на доњу куглицу уравнотежавала силу затезања, куглица која се обрће, услед тога што је $T < F_{cp}$ (T -сила затезања), крећући се по инерцији повећава r. На исти начин може се објаснити то што се када се спорије обрће куглица полупречник кружнице коју она описује смањује.

3.2.4. Вода се не просипа - центрифугална сила

ПОЈМОВИ

кружно кретање, инерција, центрипетална сила, центрифугална сила

ЦИЉ

Демонстрирати кретање по кругу и указати на кретање по инерцији које би се одвијало у одсуству центрипеталне силе.

ПОТРЕБАН МАТЕРИЈАЛ

-кантица

-вода

ПРИПРЕМА И ИЗВОЂЕЊЕ ЕКСПЕРИМЕНТА

У кантицу сипати воду и завртети је тако да ротира у вертикалној равни.

Слика 3.7. Вода се не просипа

ЗАПАЖАЊЕ

Вода из кантице се не просипа ни када је она у највишој тачки окренута наопако.

ОБЈАШЊЕЊЕ

Води је саопштена брзина и центрипетална сила (убрзање). Вода би се по инерцији кретала праволинијски да не постоји центрипетална сила која је приморава да се креће по кружници. У свакој тачки на тој кружници вода има тангенцијалну брзину. Њен правац је тангента на кружницу коју описује, док кантица мења правац те брзине. Када је кантица на врху, окренута наопако, вода се и даље креће у првобитном правцу, док не буде скренута са тог правца деловањем зидова суда.

У неинерцијалном референтном систему везаном за кантицу, то што се вода не просипа може се објаснити дејством псеудогравитације (центрифугалног убрзања) која је супротно усмерена од праве гравитације, па поништава њено дејство.

3.2.5. Вода не цури - бестежинско стање

ПОЈМОВИ

слободан пад, псеудогравитација

ЦИЉ

Показати да је приликом слободног падања тела ефективна гравитација једнака нули.

ПОТРЕБАН МАТЕРИЈАЛ

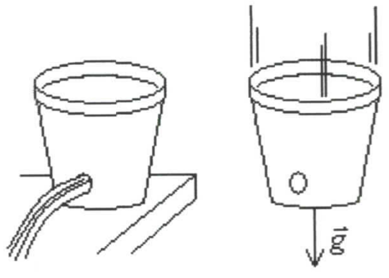
-пластична чаша

-нож

-вода

ПРИПРЕМА И ИЗВОЂЕЊЕ ЕКСПЕРИМЕНТА

Пробушити пластичну чашу при дну, затим прстом затворити отвор и сипати у њу воду. Пустити чашу да слободно пада.



Слика 3.8. Бестежинско стање

ЗАПАЖАЊЕ

Када чаша мирује вода истиче кроз направљену рупу. За време слободног падања чаше вода не цури из ње, иако је пробушена.

ОБЈАШЊЕЊЕ

Вода истиче кроз отвор при дну суда у коме се налази услед дејства силе Земљине теже на њу. Код слобадног пада поред силе теже на тела у неинерцијалном систему који пада делује и инерцијална сила, односно псеудогравитација. Она је истог интензитета, а усмерена супротно од праве гравитације и због тога је укупна (ефективна) гравитација једнака нули. Због тога вода не истиче кроз отвор док чаша слободно пада.

Брзина истицања воде кроз мали отвор дата је Торичелијевом (Evangelista Torricelli, 1608 – 1647) теоремом $v = \sqrt{2gh}$, где је h висина воденог стуба изнад отвора, а g гравитационо убрзање, пошто је у случају слободног пада ефективно гравитационо убрзање једнако нули, онда је и брзина истицања воде једнака нули – вода не истиче.

3.2.6. Акцелероскоп

КУДА ИДЕ ПЛУТАНИ ЧЕП?

ПОЈМОВИ

сила, инерцијална сила, убрзање, потисак, густина, II Њутнов закон, Архимедов закон

ЦИЉ

Помоћу плутаног чепа у води, могуће је одредити смер убрзања.

Може се направити „акцелероскоп“ којим би се у неком возилу (аутомобилу, аутобусу, возу, или броду) могло одредити да ли возило мења интензитет и смер брзине или се брзина не мења. Стање мировања и равномерног праволинијског кретања не може се разликовати, али се зна када се брзина мења и у којем смеру се та промена дешава. Пошто ће чеп у тегли показивати убрзање (акцелерацију) може се назвати акцелероскопом.

ПОТРЕБАН МАТЕРИЈАЛ

-провидна тегла са поклопцем

-плутани чеп

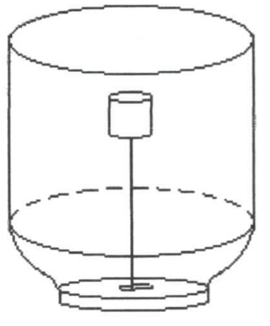
-канап

-лепљива трака

-вода

ПРИПРЕМА И ИЗВОЂЕЊЕ ЕКСПЕРИМЕНТА

Пробушити плутани чеп дуж вертикалне осе, провући канап и на једном крају завезати чвор (или на други начин причврстити плутани чеп за канап). Други крај канапа лепљивом траком причврстити за унутрашњу страну поклопца. Напунити теглу водом, добро је затворити и окренути теглу тако да чеп лебди у води (слика 3.9). Посматрати чеп и нагло покренути теглу на неку страну. Чеп ће се кретати у истом смеру као и тегла. Приликом наглог заустављања тегле, чеп се креће у супротном смеру од смера кретања тегле – уназад. Уколико се окрећемо у круг око своје осе заједно са теглом, држећи је у висини очију, чеп ће се кретати ка нашем лицу, односно ка центру кружнице.



Слика 3.9. Изглед акцелероскопа

ЗАПАЖАЊЕ

Када тегла мирује или се креће равномерно праволинијски, чеп у води се неће отклањати. Ако се мења интензитет брзине кретања тегле или њен правац (када скреће са праволинијске путање) чеп у води се отклања у смеру убрзања боце.

ОБЈАШЊЕЊЕ

На чеп који се налази у води делује сила потиска $\vec{F}_p$, на основу Архимедовог (Ἀρχιμήδης, 287 – 212 п.н.е.) закона је:

$$\vec{F}_p = -V\rho_0\vec{g} \tag{3.6}$$

где је V - запремина чепа потопљеног у воду, ρ_0 - густина воде, $\vec{g}$ - убрзање Земљине теже. На основу II Њутновог закона је:

$$\vec{F}_p = m\vec{a}_p = V\rho\vec{a}_p \tag{3.7}$$

где је ρ - густина плутаног чепа, $\vec{a}_p$ - убрзање које чепу саопштава сила потиска.

Могу се изједначити два записана израза за силу потиска (3.6) и (3.7):

$$-V\rho_0\vec{g} = V\rho\vec{a}_p$$

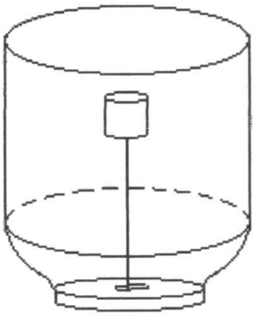
одакле је:

$$\vec{a}_p = -\frac{\rho_0}{\rho}\vec{g} \tag{3.8}$$

Ако чеп мирује (слика 3.10, лево), на њега делује сила Земљине теже, сила затезања канапа и сила потиска, и ове три силе су у равнотежи (резултујућа сила је једнака нули).

ПРИПРЕМА И ИЗВОЂЕЊЕ ЕКСПЕРИМЕНТА

Пробушити плутани чеп дуж вертикалне осе, провући канап и на једном крају завезати чвор (или на други начин причврстити плутани чеп за канап). Други крај канапа лепљивом траком причврстити за унутрашњу страну поклопца. Напунити теглу водом, добро је затворити и окренути теглу тако да чеп лебди у води (слика 3.9). Посматрати чеп и нагло покренути теглу на неку страну. Чеп ће се кретати у истом смеру као и тегла. Приликом наглог заустављања тегле, чеп се креће у супротном смеру од смера кретања тегле – уназад. Уколико се окрећемо у круг око своје осе заједно са теглом, држећи је у висини очију, чеп ће се кретати ка нашем лицу, односно ка центру кружнице.



Слика 3.9. Изглед акцелероскопа

ЗАПАЖАЊЕ

Када тегла мирује или се креће равномерно праволинијски, чеп у води се неће отклањати. Ако се мења интензитет брзине кретања тегле или њен правац (када скреће са праволинијске путање) чеп у води се отклања у смеру убрзања боце.

ОБЈАШЊЕЊЕ

На чеп који се налази у води делује сила потиска $\vec{F}_p$, на основу Архимедовог (Ἀρχιμήδης, 287 – 212 п.н.е.) закона је:

$$\vec{F}_p = -V\rho_0\vec{g} \tag{3.6}$$

где је V - запремина чепа потопљеног у воду, ρ_0 - густина воде, $\vec{g}$ - убрзање Земљине теже. На основу II Њутновог закона је:

$$\vec{F}_p = m\vec{a}_p = V\rho\vec{a}_p \tag{3.7}$$

где је ρ - густина плутаног чепа, $\vec{a}_p$ - убрзање које чепу саопштава сила потиска.

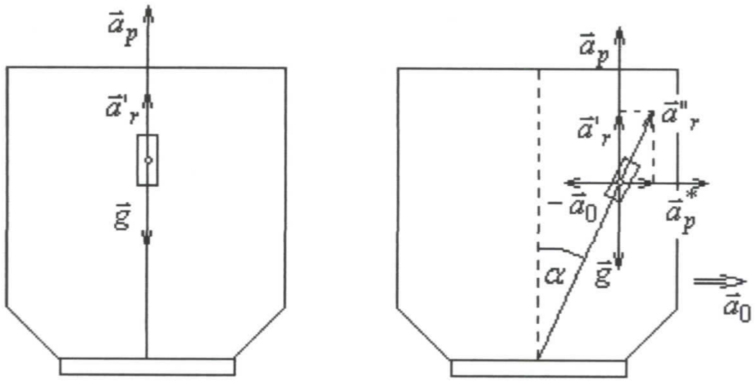
Могу се изједначити два записана израза за силу потиска (3.6) и (3.7):

$$-V\rho_0\vec{g} = V\rho\vec{a}_p$$

одакле је:

$$\vec{a}_p = -\frac{\rho_0}{\rho}\vec{g} \tag{3.8}$$

Ако чеп мирује (слика 3.10, лево), на њега делује сила Земљине теже, сила затезања канапа и сила потиска, и ове три силе су у равнотежи (резултујућа сила је једнака нули).



Слика 3.10. Инерцијални и неинерцијални систем

С обзиром да је за чеп $\rho_0 > \rho$, смер укупног убрзања, које чепу саопштавају сила теже и сила потиска, је нагоре:

$$\vec{a}'_r = \vec{g} + \vec{a}_p = \vec{g}(1 - \frac{\rho_0}{\rho}) \tag{3.9}$$

где је $\vec{a}'_r$ - резултујуће убрзање које чеп добија када тегла мирује, које не изазива кретање чепа навише, јер ту силу уравнотежава сила затезања канапа.

Ако се тегла нагло покрене (слика 3.10, десно), она ће имати неко убрзање $\vec{a}_0$ и представљаће неинерцијални систем. На сва тела у таквим системима референције, па тако и на воду, делује убрзање супротно од смера убрзања система (а истог интензитета) – инерцијално убрзање $(-\vec{a}_0)$.

На исти начин, како услед гравитације (гравитационог убрзања Земље) на чеп делује сила потиска вертикално навише, услед инерцијалног убрзања $(-\vec{a}_0)$ на чеп делује „хоризонтална сила потиска“ супротног смера од смера инерцијалног убрзања, односно усмерена исто као убрзање неинерцијалног система (поред гравитације постоји и дејство псеудогравитације). Дакле:

$$\vec{F}_p^* = -V\rho_0(-\vec{a}_0) = V\rho\vec{a}_p^* \tag{3.10}$$

одакле је убрзање које чепу саопштава „хоризонтална сила потиска“ која делује на њега:

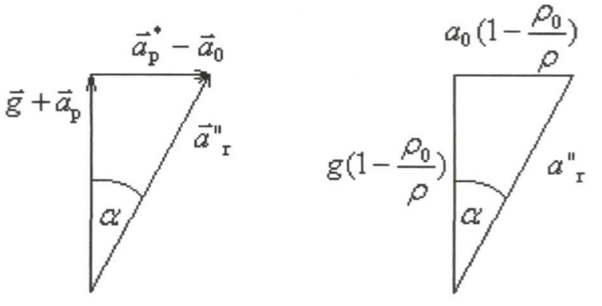
$$\vec{a}_p^* = \frac{\rho_0}{\rho}\vec{a}_0 \tag{3.11}$$

где је $\vec{a}_0$ - убрзање саопштено тегли.

Тако, ако се тегла нагло помери удесно неким убрзањем, чеп добија поред инерцијалног убрзања $(-\vec{a}_0)$ и убрзање $\vec{a}_p^*$ у супротном смеру. И у случају када се тегла креће убрзано на чеп делује навише резултујуће убрзање, које је одређено у случају када тегла мирује, које износи $\vec{a}'_r = \vec{g} + \vec{a}_p$. Укупно резултујуће убрзање је сада, када се укључи и псеудогравитација $(-\vec{a}_0)$ и сила потиска која је резултат њеног деловања и чепу саопштава убрзање $\vec{a}_p^*$:

$$\vec{a}''_r = \vec{a}'_r - \vec{a}_0 + \vec{a}_p^* \tag{3.12}$$

и заклапа угао α са вертикалом (слика 3.10, десно).
На слици 3.10, десно, може се уочити правоугли троугао:



Слика 3.11. Резултујуће убрзање

Пошто је на основу (3.11)

$$\vec{a}_p^* - \vec{a}_0 = (\frac{\rho_0}{\rho} - 1)\vec{a}_0$$

и за чеп је $\rho_0 > \rho$, смер укупног убрзања, које чепу саопштавају сила псеудотеже и сила псеудопотиска, је исти као и смер убрзања тегле. Даље се може написати да је:

$$\vec{a}_p^* - \vec{a}_0 = (\frac{\rho_0}{\rho} - 1)\vec{a}_0 = -(1 - \frac{\rho_0}{\rho})\vec{a}_0$$

где минус говори само о смеру и уколико се не говори о векторима може се изоставити (слика 3.11, десно).
На основу слике могу се написати релације:

$$\frac{g(1 - \frac{\rho_0}{\rho})}{a''_r} = \cos\alpha$$

и

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{a_0(1 - \frac{\rho_0}{\rho})}{g(1 - \frac{\rho_0}{\rho})} = \frac{a_0}{g}$$

односно:

$$a_0 = g\,\mathrm{tg}\alpha \tag{3.13}$$

Мерењем угла отклона канапа α, могло би се одредити убрзање неинерцијалног система.

Случај када тегла има неко убрзање може се урадити и тако што ће се одмах одредити укупна гравитација (збирни ефекат праве гравитације, која потиче од силе теже, и псеудогравитације):

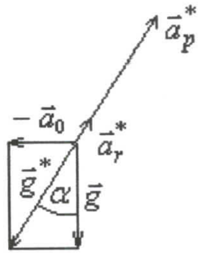
$$\vec{g}^* = \vec{g} - \vec{a}_0 \tag{3.14}$$

па је убрзање услед силе потиска која потиче од те укупне гравитације:

$$\vec{a}_p^* = -\frac{\rho_0}{\rho}\vec{g}^* = -\frac{\rho_0}{\rho}(\vec{g} - \vec{a}_0) \tag{3.15}$$

и онда је резултујуће убрзање:

$$\vec{a}_r^* = \vec{a}_p^* + \vec{g}^* \tag{3.16}$$



Слика 3.12. Резултујуће убрзање

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{a_0}{g}$$

Ово разматрање је исто као у примеру где је објашњено како расте лала у неинерцијалном систему (3.1.3).

4. Закључак

Овај рад треба да илуструје како се на занимљив начин са ученицима може обрадити тема „Инерцијални и неинерцијални системи референције". Дат је предлог наставних јединица путем којих ће тема бити обрађена. Наведени су разни примери и огледи помоћу којих се могу демонстрирати појава које се у оквиру појединих наставних јединица обрађују, а који такође доприносе и повишеном степену заинтересованости ученика.

Циљ рада је да се тема „Инерцијални и неинерцијални системи референције" обради како са теоријског, тако и са експерименталног аспекта. Часови обогаћени једноставним огледима у великој мери олакшавају увођење основних појмова из области теме која се обрађује, а такође омогућују увођење научног метода у свакодневну школску праксу. Осим што подстиче истраживачки рад и креативност ученика, овакав начин рада требало би да их увери да задатак физике није да физичке појаве „збрка и компликира", као што Бранислав Нушић каже, него да их на што једноставнији начин објасни.

Задаци наставе физике су да:

- систематски упознаје ученике са физичким појавама и законитостима,
- доприноси формирању научног погледа на свет,
- развија вештине и способности да се стечено знање из физике примени у пракси,
- оспособи ученике да самостално уочавају, истражују и решавају проблеме,
- утиче на општи психо-физички развој ученика,
- обогати животна искуства ученика и
- развијање толеранције и спремности на дијалог.

Сваки наставни процес има два основна циља: образовни (који се огледа у стицању знања и вештина на основу којих се формира поглед на свет и која представљају основу за неку практичну делатност) и васпитни (којим се развијају особине неопходне сваком члану друштвене заједнице у којој живи – одређена правила понашања). То су циљеви који би морали да се остварују на сваком наставном часу. За остварење наведених циљева неопходно је да настава физике буде комплексна, да свака тема буде равноправно обрађена са свих аспеката, како теоријског тако и експерименталног уз укључивање различитих метода и облика рада.

5. Литература

1. М. Распоповић, Физика за I разред гимназије, Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, 2005
2. Н. Чалуковић, Физика 1 – Збирка задатака и тестова за I разред гимназије, Круг, Београд, 1999
3. М. Распоповић, Д. Капор, М. Шкрињар, Физика за IV разред гимназије, Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, 1995
4. Б. Жижић, Курс опште физике – физичка механика, Београд, 1975
5. Ф. В. Сирс, Механика, таласно кретање и топлота, Научна књига, Београд, 1962
6. Д. Обадовић, Једноставни експерименти у настави физике, скрипта, Природно–математички факултет, Нови Сад, 2007
7. Предавања проф. др Б. Вујичића, Астрофизика са астрономијом, Природно–математички факултет, Нови Сад, 2006
8. Б. Вујичић, С. Ђуровић, Астрофизика са астрономијом, Универзитет у Новом Саду, Природно – математички факултет, Нови Сад, 1995
9. С. Хокинг, Краћа повест времена, Алнари, Београд, 2007
10. Р. Милер, Куда је лакше а где прецизније, Млади физичар 01/02-84 "С", Друштво физичара Србије
11. М. Распоповић, Методика наставе физике, Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, 1992
12. М. Млађеновић, Развој физике – механика и гравитација, ИРО Грађевинска књига, Београд
13. Desmond M. Burns, Simon G. G. MacDonald, Fizika za biologe i medicinare, Školska knjiga, Zagreb, 1980
14. Интернет сајтови: www.theozonehole.com, www.wikipedia.org

Кратка биографија кандидата

Ивана Ранчић, рођена 17.08.1985. године у Суботици. Завршила основну школу „Мирослав Антић“ на Палићу и гимназију „Светозар Марковић“ у Суботици. 2004. године уписала Природно–математички факултет у Новом Саду, смер професор физике.

УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ

КЉУЧНА ДОКУМЕНТАЦИЈСКА ИНФОРМАЦИЈА

Редни број: **РБР**	
Идентификациони број: **ИБР**	
Тип документације: **ТД**	Монографска документација
Тип записа: **ТЗ**	Текстуални штампани материјал
Врста рада: **ВР**	Дипломски рад
Аутор: **АУ**	Ивана Ранчић
Ментор: **МН**	др Душанка Обадовић, редовни проф.
Наслов рада: **НР**	Обрада теме: Инерцијални и неинерцијални системи референције
Језик публикације: **ЈП**	српски (ћирилица)
Језик извода: **ЈИ**	српски/енглески
Земља публиковања: **ЗП**	Република Србија
Уже географско подручје: **УГП**	Војводина
Година: **ГО**	2008
Издавач: **ИЗ**	Ауторски репринт
Место и адреса: **МА**	Природно-математички факултет, Трг Доситеја Обрадовића 4, Нови Сад
Физички опис рада: **ФО**	5/56/14/0/44/0/0
Научна област: **НО**	Физика
Научна дисциплина: **НД**	Демонстрациони експерименти у настави
Предметна одредница/кључне речи: **ПО** **УДК**	системи референције, инерцијални и неинерцијални системи, инерцијална сила, релативност
Чува се: **ЧУ**	Библиотека департмана за физику, ПМФ-а у Новом Саду
Важна напомена: **ВН**	нема
Извод: **ИЗ**	У овом раду приказана је обрада теме „Инерцијални и неинерцијални системи референције". У циљу бољег разумевања ове теме, поред теоријског објашњења, питања и примера, приказана је имплементација једноставних огледа у процес образовања.
Датум прихватања теме од НН већа: **ДП**	11.06.2008.
Датум одбране: **ДО**	20.06.2008.
Чланови комисије: **КО**	
Председник:	др Дарко Капор, редовни проф.
члан:	др Срђан Ракић, редовни проф.
члан:	др Душанка Обадовић, редовни проф.

UNIVERSITY OF NOVI SAD
FACULTY OF SCIENCE AND MATHEMATICS

KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number: **ANO**	
Identification number: **INO**	
Document type: **DT**	Monograph publication
Type of record: **TR**	Textual printed material
Content code: **CC**	Final paper
Author: **AU**	Ivana Rančić
Mentor/comentor: **MN**	Ph.D. Dušanka Obadović, full prof.
Title: **TI**	Treatment theme: Inertial and non-inertial frames of reference
Language of text: **LT**	Serbian (Cyrillic)
Language of abstract: **LA**	English
Country of publication: **CP**	Republic of Serbia
Locality of publication: **LP**	Vojvodina
Publication year: **PY**	2008
Publisher: **PU**	Author's reprint
Publication place: **PP**	Faculty of Science and Mathematics, Trg Dositeja Obradovića 4, Novi Sad
Physical description: **PD**	5/56/14/0/44/0/0
Scientific field: **SF**	Physics
Scientific discipline: **SD**	Demonstrative experiments in teaching
Subject/ Key words: **SKW** **UC**	frames of reference, inertial and non-inertial frames of reference, inertial force, relativity
Holding data: **HD**	Library of Department of Physics, Trg Dositeja Obradovića 4
Note: **N**	none
Abstract: **AB**	Theme "Inertial and non-inertial frames of reference" is treated in this work. In order to understand better this theme besides theoretical explanation, questions and examples, the implementation of simple experiments ("Hands on") into the educational process is shown.
Accepted by the Scientific Board: **ASB**	11.06.2008.
Defended on: **DE**	20.06.2008.
Thesis defend board: **DB**	
President:	Ph.D. Darko Kapor, full prof.
Member:	Ph.D. Srđan Rakić, full prof.
Member:	Ph.D. Dušanka Obadović, full prof.