



UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO-MATEMATIČKI
FAKULTET
DEPARTMAN ZA FIZIKU



Kalibracija efikasnosti detekcije HPGe detektora za in-situ gama spektrometriju

-diplomski rad-

Mentor: dr Dušan Mrđa

Kandidat: Ivana Podunavac

Novi Sad, 2018

Sadržaj

1	Uvod	1
2	Interakcija gama zračenja sa materijom	2
2.1	Fotoelektrični efekat	4
2.2	Komptonov efekat	6
2.3	Stvaranje parova	11
2.4	Atenuacija	12
3	Poluprovodnički detektori	14
3.1	Detektori zračenja	14
3.2	Poluprovodnički detektori	15
3.3	Efikasnost detektora	17
4	In-situ gama spektrometrija	21
4.1	Detektori i oprema	22
5	Monte Karlo simulacije	26
5.1	Određivanje efikasnosti	27
5.2	Geant4	29
6	Rezultati simulacija	30
6.1	Matrica zemlje	32
6.2	Matrica vode	35
6.3	Matrica betona	38
7	Zaključak	41
Prilog		44

1 Uvod

Razvoj i primena in-situ gama spektrometrijskih metoda otvaraju mogućnost za brz, detaljan i pouzdan opis distribucije radioaktivnosti na odabranom području. U poređenju sa klasičnim gama spektrometrijskim metodama, korišćenim u laboratorijskim uslovima, ovaj metod daje reprezentativnije rezultate. Razlog je mnogo veći uzorak u odnosu na laboratorijski. Pri laboratorijskim merenjima se mora voditi računa da uzorak dobro reprezentuje sredinu koja se ispituje, dok se u in-situ merenjima detektor iznosi na teren i vrše merenja. Još jedna od prednosti in-situ metoda je brzo dobijanje rezultata. Naime, laboratorijskim merenjima prethodi uzorkovanje, zatim prenos uzorka do laboratorije i tek onda merenje, dok se in-situ metodama dobija rezultat na licu mesta. Zato je jedan od bitnih delova ovih eksperimenata i poznavanje efikasnosti detekcije. Krajnji cilj upotrebe simulacija za dobijanje efikasnosti detekcije jeste da se izbegne korišćenje radioaktivnih izvora za njihovu kalibraciju. Naravno, do trenutka kada neće biti neophodna kalibracija detektora radioaktivnim izvorom neophodno je unaprediti matematičku teoriju koja stoji u pozadini, kao i računare koji vrše proračune.

U radu su prikazane i upoređene dobijene efikasnosti HPGe detektora pomoću softvera Geant4 i Genie2000 za uzorce zemlje, vode i betona.

Glava 2

Interakcija gama zračenja sa materijom

Do emisije gama zračenja dolazi kada jezgro iz pobuđenog energetskog stanja prelazi u neko niže ili osnovno energetsko stanje. Tom prilikom se emituje jedan gama foton, čija je energija jednak energetskoj razlici stanja između kojih se ovaj prelaz vrši. Jezgro se u pobuđeno energetsko stanje može dovesti putem nuklearnih reakcija, prilikom interakcije sa nanelektrisanim, nenelektrisanim česticama ili fotonima. Vrlo brzo nakon pobude jezgro silazi u osnovno stanje emisijom jednog ili više gama fotona. Izmereno je da u pobuđenom energetskom stanju jezgro može da postoji od 10^{-15} s pa sve do nekoliko hiljada godina. Jezgra koja u pobuđenom stanju mogu da žive duži period vremena (uglavnom se uzima period duži od 10^{-6} s) se nazivaju izomerima. Do emisije gama fotona može doći u još nekoliko procesa kao što su anihilacija čestice i antičestice, prilikom raspada nekih elementarnih čestica, a pojavljaju se i u kosmičkom zračenju. Energije gama zraka se kreću u opsegu $0.1 - 10$ MeV, što ujedno predstavlja red veličine energetske razlike između stanja jezgra. Talasna dužina ovakvog zračenja je $10^{-8} - 10^{-10}$ cm, što je čak 10^6 puta manje od talasne dužine vidljive svetlosti.

Gama spektroskopija je postala jedna od ključnih metoda nuklearne fizike. Da bi se jezgro što bolje istražilo neophodno je poznavanje strukture i svojstava pobuđenih stanja u koja se ono može dovesti. Za kompletan opis jezgra potrebno je poznavati energije pobuđenih nivoa, vrednosti spinova i parnosti koje jezgro poseduje u svakom od pobuđenih stanja, multipolnost emitovanog zračenja itd. Analizom spektara se mogu izvući informacije o ovim veličinama. Ova metoda se takođe koristi za određivanje koncentracije prisutnosti, kao i energije zračenja nekog radionuklida u uzorku, što je našlo primenu u ispitivanju radionuklida u prirodi, geološkim istraživanjima itd. Gama zračenje je veoma prodorno, tako da se uzorci ne moraju pripremati za merenje ni hemijski ni mehanički. Takođe, za razliku od alfa i beta zračenja, zanemarljiva je apsorpcija gama zračenja u vazduhu, kao i njegovo rasejanje, što olakšava posmatranje jer nema nikakvog skretanja, niti nestajanja fotona na putu od izvora do detektora [1, 2, 3].

Interakcija zračenja sa materijom leži u osnovi svakog eksperimenta u nuklearnoj fizici. Dva su osnovna mehanizma putem kojih zračenje interaguje sa materijalom kroz koji se prostire. To su ionizacija i ekscitacija i odvijaju se u atomskom omotaču. Ovi procesi se dešavaju pod dejstvom elektromagnetne interakcije, dok se nuklearna interakcija može očekivati tek na nivou dimenzija jezgra, dakle na redovima veličina 10^{-15} m. To znači da bi interagovale sa jezgrom pozitivno nanelektrisane čestice moraju savladati i odbojni potencijal jezgra, koji iznosi i do 30 MeV kod težih jezgara. Interakcija fotona sa jezgrom je moguća na veoma visokim energijama, kada njihova talasna dužina dostigne dimenzije jezgra. Dakle, najveći broj procesa koji se odvija između zračenja i materijala kroz koji se zračenje prostire se dešava u atomskom omotaču. U daljem radu će biti predstavljena tri osnovna procesa interakcije zračenja sa materijom: fotoelektrični efekat, Komptonov efekat i stvaranje para elektron - pozitron.

Dešavanje ova tri procesa se manifestuje slabljenjem intenziteta upadnog snopa zračenja¹. Prolazak elektromagnetskog zračenja kroz materijal se opisuje eksponencijalnim zakonom apsorpcije. Neka se snop od N gama fotona usmeri na metu debljine dx . Nakon prolaska kroz metu broj fotona koji nestaje iz snopa dN iznosi:

$$dN = -\sigma n N dx \quad (2.1)$$

gde σ predstavlja efikasni presek, kao meru verovatnoće da foton bude uklonjen iz snopa, a n broj atoma po jedinici zapremine materijala kroz koji zračenje prolazi.

Nakon integracije izraza (2.1) dobija se zakon atenuacije zračenja:

$$N = N_0 e^{-\mu x} \quad (2.2)$$

U izrazu (2.2) figuriše linearni atenuacioni koeficijent μ , koji predstavlja proizvod efikasnog preseka σ i broja atoma po jedinici zapremine materijala kroz koji zračenje prolazi.

U praksi se uglavnom koristi maseni atenuacioni koeficijent μ_m , koji se dobija kao količnik linearног atenuacionog koeficijenta i gustine materijala od kojeg je atenuator sačinjen:

$$\mu_m = \frac{\mu}{\rho} \quad (2.3)$$

On je pogodan jer ne zavisi od gustine, a samim tim ni od agregatnog stanja materijala. Linearni i maseni atenuacioni koeficijent predstavljaju meru verovatnoće interakcije zračenja sa materijalom kroz koji se prostire. Vrednosti ovih koeficijenata zavise od energije zračenja koje se prostire kroz materijal [1, 4, 5].

¹Isti opis interakcije zračenja sa materijom se može primeniti i za X zračenje.

2.1 Fotoelektrični efekat

Fotoelektrični efekat je pojava oslobođanja elektrona iz materijala pod dejstvom elektromagnetskog zračenja. Klasična elektrodinamika, tretirajući zračenje kao talase, nije imala adekvatno objašnjenje ove pojave. Albert Ajnštajn je objasnjava 1905. godine, dokazujući da se elektromagnetno zračenje može apsorbovati kao kvant elektromagnetskog zračenja. Ovaj kvant elektromagnetskog zračenja dobija naziv foton. Za ovo otkriće Ajnštajn je nagrađen Nobelovom nagradom 1921. godine. Dakle, pri prolasku zračenja kroz materiju može doći do predaje celokupne energije fotona jednom orbitalnom elektronu iz atomskog omotača. Foton tom prilikom nestaje, a elektron se udaljava od atoma sa kinetičkom energijom:

$$T = E_\gamma - B_e \quad (2.4)$$

gde E_γ predstavlja energiju fotona, a B_e vezivnu energiju elektrona.

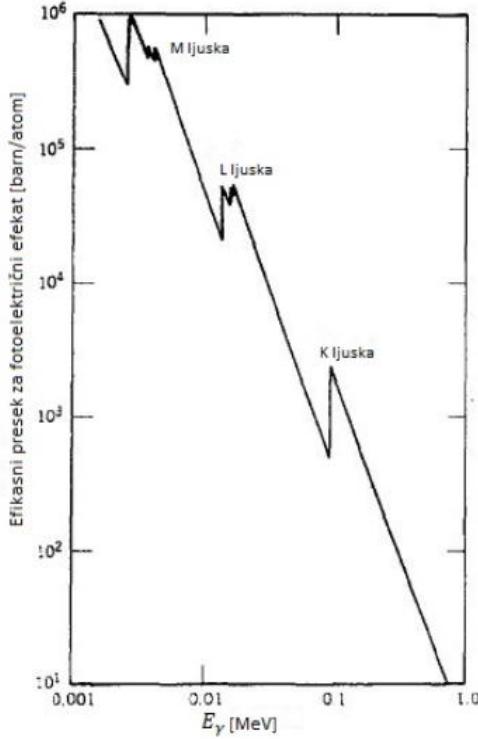
Otkidanjem elektrona ostaje atom u pobuđenom stanju. Elektron sa više ljske silazi i popunjava prazninu na kojoj se nalazio otkinuti elektron. Ovom prilikom se atom oslobođa energije pobude i dolazi do emisije karakterističnog X zračenja. X zraci dalje mogu biti apsorbovani ili interagovati sa okolinom. Proces alternativan ovom, a ujedno i manje verovatan, je emisija tzv. Oževih² elektrona. U ovom procesu ne dolazi do emisije karakterističnog X zračenja već atom direktno svoju energiju pobude predaje nekom slabije vezanom elektronu, koji takođe napušta atom.

Ukoliko se posmatra zavisnost efikasnog preseka, kao mere verovatnoće odigravanja nekog procesa, i energije fotona (slika 2.1) vidi se da sa porastom energije fotona raste i verovatnoća interakcije sa unutrašnjim ljskama atoma.

Ovi rezultati mogu delovati zbumujuće na prvi pogled s obzirom da K ljska zauzima najmanji deo prostora u atomskom omotaču. Zakoni održanja energije i impulsa pokazuju da je nemoguć fotoelektrični efekat na slobodnom elektronu. Ovaj proces se, dakle, mora odigrati u prisustvu atoma, kome se predaje određeni impuls, ali zbog svoje mnogo veće mase atom dobija samo mali deo energije. Što je manja vezivna energija elektrona u poređenju sa energijom fotona to se više elektron ponaša kao slobodan i manja je verovatnoća za fotoelektrični efekat. Ovo je razlog zašto najjače vezani elektroni doprinose najviše fotoelektričnom efektu (za gama zračenje). S druge strane, ukoliko se radi o nekoj drugoj vrsti zračenja koje ima manju energiju, veća je verovatnoća izbijanja elektrona sa spoljašnjih ljski, što je slučaj npr. kod ultraljubičastog ili vidljivog zračenja.

²Pierre Victor Auger

Kao što se može videti na slici 2.1 [4], efikasni presek za fotoelektrični efekat je prilično kompleksna funkcija energije tako da je teško pronaći neki relativno jednostavan izraz koji bi tu zavisnost dobro opisao u širokom opsegu energija.



Slika 2.1: Zavisnost efikasnog preseka fotoelektričnog efekta od energije

Zavisnost efikasnog preseka u oblasti energija koje su neznatno više od energije veze elektrona na K ljudi se može opisati funkcijom $E^{-7/2}$. Na energijama koje su znatno više od energije veze elektrona ova funkcija prelazi u E^{-1} . Efikasni presek za fotoelektrični efekat je proporcionalan petom stepenu rednog broja materijala kroz koji se zračenje prostire. Ovako brzo povećanje verovatnoće sa porastom rednog broja materijala se može objasniti činjenicom da energije veze elektrona takođe rastu sa porastom rednog broja. Tako na primer, veziva energija elektrona na K ljudi kod aluminijuma iznosi 2.5 keV, dok je kod uranijuma 116 keV. Pri analizi slike 2.1 zaključeno je da se fotoelektrični efekat odvija u najvećoj meri tamo gde su elektroni čvrsto vezani, što znači da mora postojati veoma jaka zavisnost efikasnog preseka i rednog broja materijala. Izrazi koji opisuju efikasni presek dati su izrazima (2.5) i (2.6):

$$\sigma_{fe} \propto \frac{Z^5}{E_\gamma^{7/2}} \quad E_\gamma > E_v^K \quad (2.5)$$

$$\sigma_{fe} \propto \frac{Z^5}{E_\gamma} \quad E_\gamma \gg E_v^K \quad (2.6)$$

Ukoliko dođe do fotoelektričnog efekta u aktivnoj zapremini detektora, očekivana je pojava linijskog spektra s obzirom da energija fotona odgovara razlici energija između dva stanja jezgra (slika 2.3). Međutim, pik koji se odnosi na fotoelektričnu apsorpciju poseduje širinu kao posledicu neodređenosti energetskih stanja i od karakteristika detektora. Naime, u kvantno-mehaničkom svetu svaki energetski nivo ima svoju energetsku neodređenost opisanu Hajzenbergovom relacijom $\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar$, gde Δt predstavlja vreme života nivoa, a \hbar redukovana Plankovu konstantu. Jedino osnovno energetsko stanje ne poseduje neodređenost jer je njegovo vreme života beskonačno dugo. U većini slučajeva u gama spektroskopiji širina izmerene linije primarno potiče od detektora [5, 4, 6].

2.2 Komptonov efekat

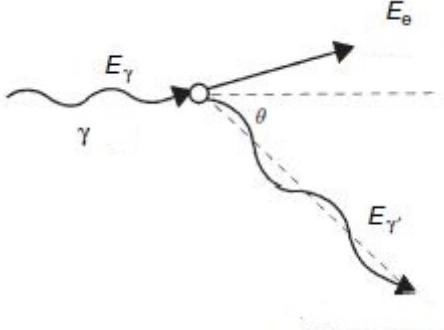
Rasejanje predstavlja proces u kome elektromagnetno zračenje skreće sa prvobitne putanje. Rasejanje može biti *koherentno*, kada ne dolazi do razmene energije pa foton sa identičnom energijom nastavljaju da se kreću i nakon interakcije, ali u drugom pravcu. Primeri koherentnog rasejanja su Tomsonovo i Rejljevo rasejanje. Rejljevo rasejanje je rasejanje fotona na celom atomu, bez razmene energije. Tomsonovo se dešava na orbitalnom elektronu kada foton ima manju energiju od energije veze. Tom prilikom foton samo skrene, najčešće za neki mali ugao, a da mu se energija ne promeni. Prostorna raspodela rasejanih fotona je proporcionalna sa funkcijom $1 + \cos^2 \theta$, što znači da je najveća verovatnoća da fotoni budu skrenuti pod uglom 0° i 180° . Efikasni presek za Tomsonovo rasejanje ne zavisi od energije upadnog fotona.

U procesu *nekoherentnog* rasejanja dolazi do promene i pravca i energije upadnog fotona. Primer za nekoherentno rasejanje je Komptonovo rasejanje. U ovoj interakciji foton energije E_γ se rasejavaju na elektronima, koji se mogu tretirati kao slobodni s obzirom da je energija fotona znatno veća od energije veze orbitalnih elektrona. Rezultat ove interakcije je foton energije E'_γ , koja je manja od energije upadnog fotona i elektron sa kinetičkom energijom T , datom izrazom (2.7).

$$T = E_\gamma - E'_\gamma = E - mc^2 \quad (2.7)$$

U izrazu E predstavlja ukupnu energiju rasejanog elektrona uključujući i njegovu masu mirovanja mc^2 .

Na slici 2.2 [9] je prikazan proces rasejanja upadnog fotona energije E_γ pod uglom θ u odnosu na upadni pravac kretanja fotona. Rasejanje se desilo na elektronu u stanju mirovanja i nakon interakcije on prima impuls p i skreće na suprotnu stranu u odnosu na foton.



Slika 2.2: Rasejanje fotona na slobodnom elektronu

Primenom zakona održanja energije i relativističke kinematike, kao i primenom kosinusne teoreme na trougao koji formiraju odgovarajući impulsi, dobija se relacija:

$$(pc)^2 = E_\gamma^2 + (E'_\gamma)^2 - 2E_\gamma E'_\gamma \cos \theta = E^2 - m^2 c^4 \quad (2.8)$$

Nakon eliminisanja E iz jednačina (2.7) i (2.8) može se izraziti energija rasejanog fotona:

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{mc^2}(1 - \cos \theta)} \quad (2.9)$$

Energija rasejanog fotona, data jednačinom (2.9), zavisi od ugla rasejanja fotona i ima minimalnu vrednost za $\theta = 180^\circ$, a maksimalnu za $\theta = 0^\circ$. To znači da je za male uglove skretanja energija rasejanog fotona približno jednaka energiji upadnog fotona. Najmanju energiju ima foton koji se rasejao unazad tj. pod uglom od 0° . Za visoke energije upadnog fotona, tj. kada je energija fotona mnogo veća od energije mirovanja elektrona (što u imenici izraza (2.9) ukazuje da se može zanemariti jedinica u odnosu na drugi član) energija rasejanog fotona se može predstaviti kao:

$$E'_\gamma \approx \frac{E_\gamma}{1 - \cos \theta} \quad (2.10)$$

Prema izrazu (2.10) najmanju energiju će imati fotoni rasejani unazad i ona će biti približno jednaka polovini energije upadnog fotona.

Kompton je u svojim eksperimentima ustanovio i da razlika talasnih dužina upadnog i rasejanog fotona na određenom uglu uopšte ne zavisi ni od energije fotona koju je imao pre interakcije, kao ni od rednog broja materijala na kojem se rasejanje vrši. Iz izraza (2.9) se može izraziti razlika talasnih dužina fotona nakon i pre rasejanja i za njihovu razliku se dobija:

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \Lambda(1 - \cos\theta) = 2\Lambda \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (2.11)$$

gde je λ talasna dužina rasejanog fotona, λ_0 talasna dužina upadnog fotona, a Λ se naziva Komptonova talasna dužina elektrona i računa se kao:

$$\Lambda = \frac{h}{m_e c} = 2.42 \cdot 10^{-12} \text{m} \quad (2.12)$$

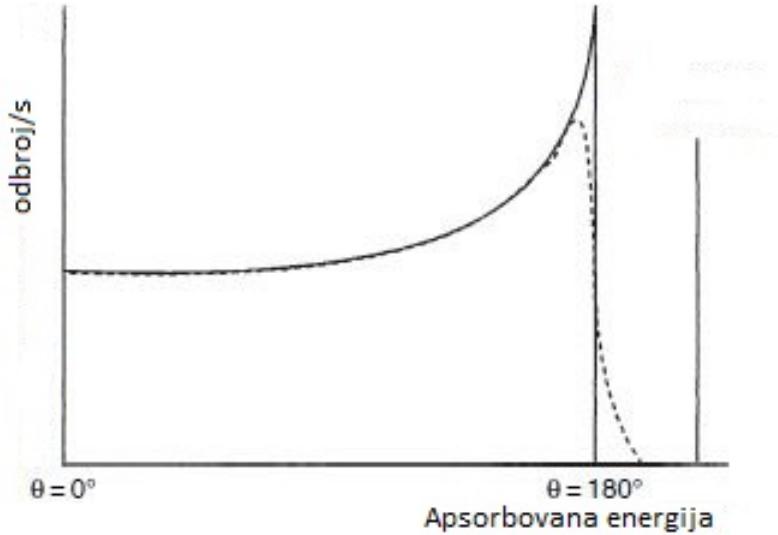
Iz izraza (2.11) se može videti da razlika talasnih dužina fotona pre i nakon rasejanja zavisi samo od ugla rasejanja fotona. U interakciji foton predaje deo svoje energije elektronu, tako da iz interakcije izlazi sa manjom energijom tj. većom talasnom dužinom. U odnosu na početnu talasnu dužinu, talasna dužina fotona nakon interakcije je veća za iznos $\Delta\lambda$. Kako ova razlika ne zavisi od energije upadnog fotona, treba primetiti će biti jednaka i za gama zračenje i za bilo koje drugo elektromagnetsko zračenje. Kod vidljive svetlosti, talasne dužine su toliko velike da povećanje za iznos $\Delta\lambda$ nije primetno. Kod gama i X zračenja povećanje talasne dužine je istog reda veličine kao i sama talasna dužina upadnog fotona i lako se može primetiti. Iz tog razloga nekoherenčno rasejanje nije moglo biti primećeno na vidljivoj svetlosti. Otkriveno je tek prilikom izučavanja svojstava gama zračenja.

Prilikom detekcije i spektroskopije gama (ili X zračenja) ako foton doživi Komptonov efekat u aktivnoj zapremini detektora, detektuje se samo onaj iznos energije koju je dobio elektron. Foton sa određenom verovatnoćom napusti detektor i u njegovoj zapremini ostavi samo deo svoje energije. Iz tog razloga je dobro znati i koliku energiju može dobiti elektron u jednoj ovakvoj interakciji. Ta energija je data izrazom:

$$E_e = E_\gamma \frac{\frac{E_\gamma}{m_e c^2} (1 - \cos\theta)}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2} (1 - \cos\theta)} \quad (2.13)$$

Maksimalan iznos energije elektron će dobiti u slučaju kada je foton rasejan pod uglom 180° . Radi jednostavnosti u teoriji je pretpostavljeno da se rasejanje fotona vrši na slobodnom elektronu. U realnom slučaju je mnogo verovatnije da je elektron vezan u atomskom omotaču i pri računu se mora uzeti u obzir i njegova vezivna energija.

Većina interakcija se odvija na spoljašnjim, slabije vezanim elektronima, pa je i njihova vezivna energija zanemarljivo mala u odnosu na energiju gama fotona (nekoliko eV u odnosu na energiju zračenja od nekoliko MeV). Uračunavanjem i vezivne energije elektrona dobija se teorijska distribucija elektrona po energijama. Kao što je rečeno maksimalnu energiju će imati elektron rasejan pod uglom 180° . Ovaj deo grafika se naziva komptonska ivica, slika 2.3 [9].



Slika 2.3: Teorijska distribucija elektrona za komptonsku i fotoelektričnu interakciju u detektoru

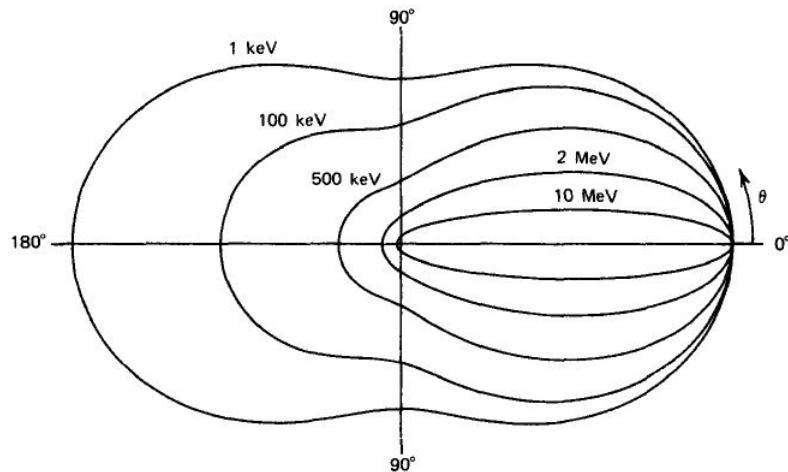
Zbog ograničene rezolucije³ detektora, oštra komptonska ivica teorijske raspodele u spektru je razmazana, a maksimalan odbroj je nešto ispod energije date jednačinom (2.13) izračunatom za ivicu. Rasejni foton može opet da interaguje u kristalu. Ako interaguje preko fotoelektričnog efekta, ukupan impuls (komptonski elektron plus fotoelektron) doprinosi vrhu ukupne energije. U slučaju da se rasejni foton ponovo komptonski raseje i "pobegne" iz detektora, impuls se pojavljuje na proizvoljnem mestu u kontinuumu ispod pika totalne apsorpcije (pika koji nastaje fotoelektričnim efektom). Ovakvi komptonski događaji stvaraju razliku između merenog spektra i teorijske distribucije.

³Energetska rezolucija predstavlja sposobnost detektora da razlikuje dva fotona bliskih energija.

Izraz za diferencijalni efikasni presek $\frac{d\sigma}{d\Omega}$, kao verovatnoću rasejanja fotona na elektronu pod određenim uglom, izveli su Klajn i Nišina.⁴

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = Zr_e^2 \left(\frac{1}{1 + \alpha(1 - \cos \theta)} \right)^2 \left(\frac{1 + \cos^2 \theta}{2} \right) \left(1 + \frac{\alpha^2(1 - \cos \theta)^2}{(1 + \cos^2 \theta)[1 + \alpha(1 - \cos \theta)]} \right) \quad (2.14)$$

gde je $\alpha = \frac{E_\gamma}{m_e c^2}$, a r_e klasičan radijus elektrona dat relacijom $r_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m_e c^2}$. Ugaona distribucija rasejanih gama fotona predstavljenja je na slici 2.4.



Slika 2.4: Ugaona distribucija rasejanih fotona za različite energije upadnih fotona

Na slici 2.4 [4] se vidi da je za male energije verovatnoća rasejanja fotona simetrična tj. jednaka je verovatnoća da će foton biti rasejan unapred kao i unazad. Sa porastom energije upadnog fotona ugaona raspodela rasejanih fotona postaje sve više usmerena prema napred tačnije rečeno u pravcu i smeru kretanja upadnog fotona, da bi za visoke energije bio slučaj da su gotovo svi fotoni nakon rasejanja usmereni ka napred. Integracijom izraza (2.14) po $d\Omega$ može se dobiti ukupan efikasni presek za Komptonovo rasejanje. U procesu Komptonovog rasejanja rasejani elektron se može zaustaviti u materijalu ili ga sa određenom verovatnoćom napustiti. Prvi proces predstavlja Komptonovu apsorpciju, a drugi Komptonovo rasejanje. Ukupan efikasni presek za Komptonov efekat se predstavlja kao zbir preseka za ova dva ishoda:

$$\sigma_c = \sigma_s + \sigma_a \quad (2.15)$$

⁴Oskar Klein i Yoshio Nishina

Zavisnost ukupnog efikasnog preseka od rednog broja materijala Z i energije upadnog fotona E :

$$\sigma_c \sim \frac{Z}{E} \quad (2.16)$$

Dakle, i verovatnoća Komptonovog efekta se smanjuje sa porastom energije fotona, ali u mnogo manjoj meri nego što je to bio slučaj sa fotoelektričnim efektom. Treba primetiti i slabiju zavisnost od rednog broja materijala nego kod fotoelektričnog efekta [3, 4, 5, 6, 9].

2.3 Stvaranje parova

Za gama zrake energija iznad nekoliko MeV glavni mehanizam interakcije sa materijom je stvaranje parova. Postoji energetski prag za ovu interakciju. Naime, da bi došlo do stvaranja para elektron - pozitron, energija fotona ne sme biti manja od dvostrukе energije mirovanja elektrona, $2m_e c^2 = 1.022$ MeV. Proces stvaranja para bez prisustva teškog tela se ne može desiti jer bi na taj način bio narušen zakon održanja impulsa, slično kao kod fotoelektričnog efekta. To znači da mora postojati nekakva zavisnost verovatnoće od Z . Najčešći je slučaj da do stvaranja para dolazi u Kulonovom polju jezgra. Dokazano je da se ovaj proces dešava na rastojanju Λ (Komptonova talasna dužina elektrona) od jezgra. Posredstvom Kulonovog polja jezgru bude predat određeni iznos impulsa, a zbog velike razlike u masi između jezgra i elektrona, energija koju dobije jezgro je zanemarljivo mala. Iz tog razloga je prag za odigravanje ovog procesa, kao što je rečeno, jednak dvostrukoj masi mirovanja elektrona, a ostatak odnesu elektron i pozitron u vidu kinetičke energije:

$$E_\gamma = T_+ + T_- + 2m_e c^2 \quad (2.17)$$

gde su T_+ i T_- kinetičke energije pozitrona i elektrona. Ove čestice dalje nastavljaju da se kreću kroz sredinu i u slučaju da imaju dovoljno visoku energiju mogu vršiti jonizaciju. Po gubitku energije pozitron biva privučen od strane elektrona i u procesu anihilacije obe čestice nestaju uz emisiju dva gama fotona od 511 keV. Fotoni se emituju pod uglom od 180° , čime je nepovređen zakon održanja impulsa. Izraz za efikasnji presek u energetskom intervalu od praga pa sve do orijentaciono $1000 m_e c^2$ je dat izrazom (2.18).

$$\sigma_{par} \sim Z^2 \ln \frac{E_\gamma}{m_e c^2} \quad (2.18)$$

Na višim energijama efikasnji presek za stvaranje parova lagano poprima konstantnu vrednost:

$$\sigma_{par} \approx 0.08 \cdot Z^2 \cdot r_e^2 \quad (2.19)$$

gde je r_e klasičan radijus elektrona.

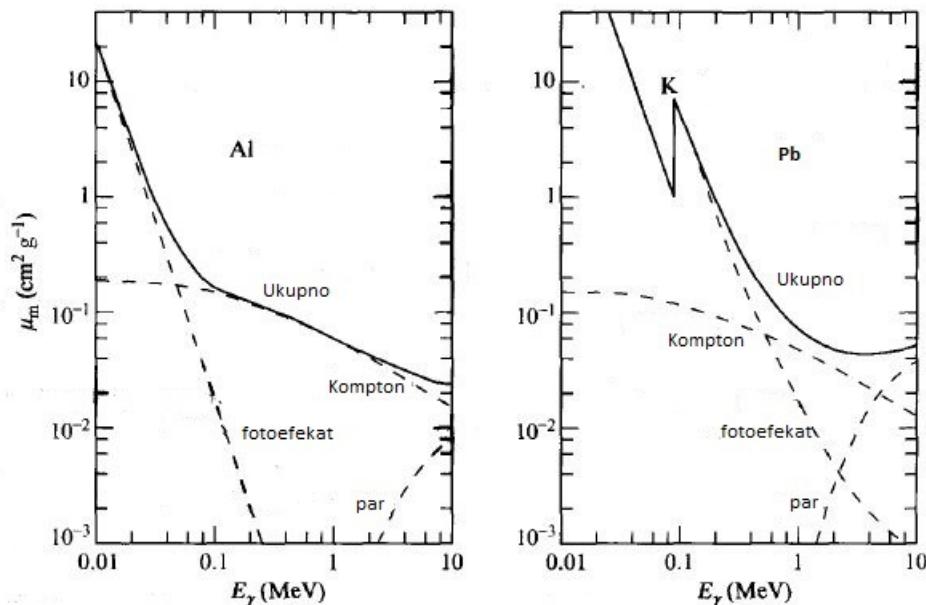
Može se primetiti na osnovu jednačina (2.18) i (2.19) da verovatnoća za stvaranje parova, za razliku od fotoelektričnog i Komptonovog efekta, raste sa porastom energije do određene vrednosti, da bi nakon toga daljim porastom energije imala konstantnu vrednost. U spektru se kreacija para detektuje preko detekcije pika od 511 keV.

2.4 Atenuacija

Navedena tri procesa izazivaju atenuaciju zračenja pri prolasku kroz materijal. Fotoni koji su učestvovali u fotoelektričnom efektu ili u procesu stvaranja parova nestaju, dok komptonski rasejani fotoni skreću sa prvobitne putanje. Ukupan efikasni presek sadrži doprinose sva tri procesa:

$$\sigma = \sigma_{fe} + Z\sigma_c + \sigma_{par} \quad (2.20)$$

U izrazu (2.20) su dati atomski efikasni preseci za fotoelektrični efekat i produkciju para, σ_{fe} i σ_{par} , dok je za Komptonov efekat dat efikasni presek za jedan elektron, σ_c .

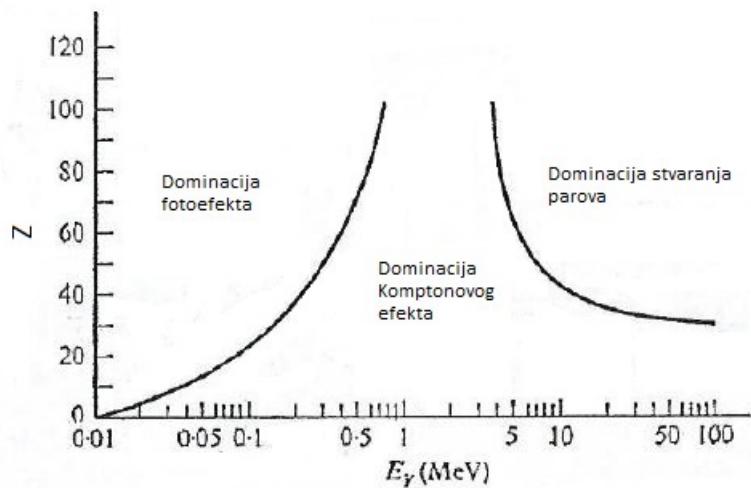


Slika 2.5: Zavisnost masenog atenuacionog koeficijenta od energije za različite elemente, aluminijum ($Z=13$) i olovo ($Z=82$)

Maseni atenuacioni koeficijent, kao što je rečeno, predstavlja meru verovatnoće interakcije gama zračenja sa materijalom. Zavisi od rednog broja materijala i od energije gama fotona. Slika 2.5 [4] pokazuje udeo pojedinačnih interakcija za određeni materijal u zavisnosti od energije fotona.

Može se primetiti da za aluminijum dominantan doprinos ima fotoelektrični efekat samo na niskim energijama, dok je kod olova taj doprinos dominantan i na energijama od nekoliko stotina keV. Udeo Komptonovog efekta se ne razlikuje značajno između olova i aluminijuma, a stvaranje para u oba slučaja je dominantan proces na visokim energijama.

Na slici 2.6 [4] su prikazane oblasti dominantnih efekata atenuacije zračenja u zavisnosti od rednog broja materijala i energije zračenja. Kao što je već rečeno, na niskim energijama dominantan doprinos ima fotoelektrični efekat, a kod atenuatora veoma visokog atomskog broja dominantan udio fotoelektričnog efekta je na energijama koje su reda veličine nekoliko stotina keV.



Slika 2.6: Oblasti E i Z u kojima dominiraju pojedini efekti atenuacije

Komptonov efekat je dominantan mehanizam i na veoma niskim i na veoma visokim energijama, ali samo u slučaju kada se atenuacija vrši u materijalima jako niskog atomskog broja. Mehanizam stvaranja parova dominira na visokim energijama. Sa slike 2.6 se mogu izvesti zaključci koji će efekat atenuacije dominirati u različitim materijalima i prema tome napraviti zaštitu od određene vrste zračenja [1, 4, 5].

Glava 3

Poluprovodnički detektori

3.1 Detektori zračenja

Prolazak zračenja kroz detektor je u osnovi isti za sve vrste detektora. Naime, zračenje ulazi u detektor, odvija se interakcija zračenja sa atomima detektorskog materijala i dolazi do oslobođanja velikog broja niskoenergetskih elektrona atoma detektora. Ti elektroni formiraju naponski ili strujni signal koji se analizira pomoću odgovarajuće elektronike. Izbor materijala koji se koristi za detekciju zračenja zavisi od vrste zračenja koje se detektuje. Za α čestice nastale iz radioaktivnog raspada ili za nanelektrisane čestice nastale u nuklearnim reakcijama na niskim energijama (reda veličine MeV), veoma tanki detektori su dovoljni da zaustave zračenje obzirom na mali domet ovih čestica u čvrstim telima. Maksimalan domet za α i nanelektrisane čestice je reda veličine $100\ \mu\text{m}$. Za elektrone koji su emitovani u β raspadu debljina detektora koja je dovoljna da zaustavi zračenje iznosi $0.1 - 1\ \text{mm}$, dok za gama zračenje nekad i debljina od $5\ \text{cm}$ nije dovoljna.

Da bi se ukazalo samo na prisustvo zračenja koristi se Gajger - Milerov brojač. Kod ovog detektora svako upadno zračenje daje isti rezultat, tako da se samo može detektovati prisustvo zračenja. Da bi se izmerila energija zračenja biraju se detektori kod kojih je amplituda izlaznog signala proporcionalna energiji zračenja. Kod ovih detektora je bitno odabrati materijal kod kojeg će broj oslobođenih elektrona unutar detektora biti velik, tako da statističke fluktuacije nemaju uticaj na sposobnost detektora da odredi energiju. Da bi se odredila neka karakteristična vremena emitovanja zračenja neophodno je odabrati detektor u kome se elektroni brzo mogu pretvoriti u signal.

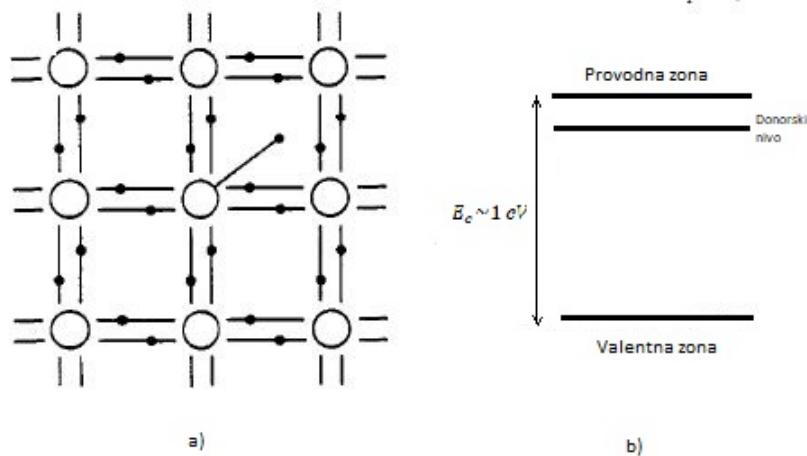
Kao rezultat nuklearnih reakcija mogu nastati različite vrste čestica. Da bi se odredio tip čestice koja nastaje, neophodno je odabrati materijal u kome će masa ili nanelektrisanje čestice ostaviti prepoznatljiv trag. Dalje, ukoliko se očekuje veliki broj vremenski bliskih događaja mora se odabrati detektor koji će vrlo brzo biti spremjan za narednu detekciju. Za veoma mali broj događaja potrebno je fokusirati se na detekciju svakog događaja i izdvajanje u odnosu na fonsko zračenje.

Konačno, ukoliko je potrebno odrediti trajektoriju čestice potreban je detektor u kome će čestica ostaviti vidljiv trag svog kretanja. Nijedan detektor ne zadovoljava sve ove uslove, tako da se za svaku namenu bira odgovarajući.

3.2 Poluprovodnički detektori

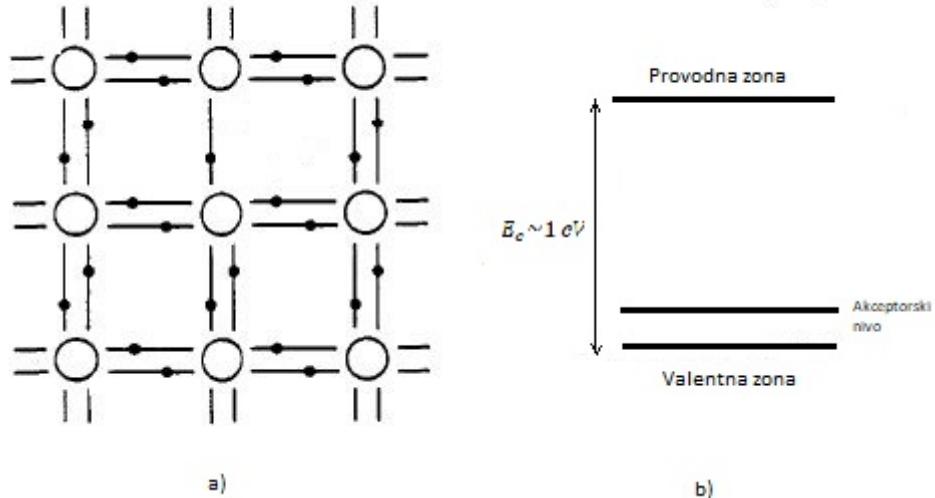
Za poluprovodničke detektore se koriste čvrsti poluprovodnički materijali (Ge i Si), koji formiraju kristale u kojima 4-valentni atomi formiraju četiri kovalentne veze sa svojim susedima. Svi valentni elektroni učestvuju u kovalentnim vezama i struktura poluprovodnika pokazuje popunjene valence i prazna provodna mesta. Razlika između izolatora i poluprovodnika je u širini energetskog procepa između valentne i provodne zone, koja je kod izolatora 5 eV, a kod poluprovodnika 1 eV. Na sobnoj temperaturi mali broj elektrona (1 na svakih 10^9) je termalno ekscitovan. Tom prilikom elektron iz valentne prelazi u provodnu zonu ostavljući valentnu vezu poznatu kao šupljina. Elektron iz susednog atoma popunjava šupljinu (u tom procesu se stvara nova šupljina), proces se dalje ponavlja i stiče se utisak kretanja šupljine kroz kristal.

Da bi se kontrolisao proces provodljivosti dodaju se male količine atoma primesa. Primese mogu biti atomi sa valencijom tri ili pet. U slučaju 5-valentnih atoma primesa (P, As, Sb) četiri elektrona formiraju kovalentnu vezu sa susedima, a peti elektron se kreće kroz rešetku i formira donorski nivo ispod provodne zone. Peti elektron u kristalu Ge postaje slobodan ako mu se dovede iznos energije 0.01 eV, dok je kod Si ova energija 0.05 eV. To znači da su provodna svojstva poluprovodnika sa petovalentnim primesama znatno poboljšana na račun slabo vezanih elektrona kojima je potrebna jako mala energija da bi prešli u provodnu zonu. Kako ovi poluprovodnici imaju višak negativnih nanelektrisanja nazivaju se n-tip poluprovodnika, slika 3.1 [1].



Slika 3.1: N - tip poluprovodnika a) kristalna struktura sa primesnim 5-valentnim atomom b) donorski nivo odmah ispod provodne zone

Ukoliko se u procesu dopiranja koriste 3-valentni atomi (B, Ga, In), javlja se višak šupljina u kristalu i dolazi do formiranja akceptorskog nivoa odmah iznad valentne zone. Kako u ovom tipu poluprovodnika postoji višak pozitivnog nanelektrisanja nazivaju se p - tip poluprovodnika, slika 3.2 [1].



Slika 3.2: P - tip poluprovodnika a) kristalna struktura sa primesnim 3-valentnim atomom b) akceptorski nivo odmah iznad valentne zone

Važno je imati u vidu da se n i p - tip odnose na znak nanelektrisanja koje će formirati signal, dok su sami poluprovodnički materijali u celini elektroneutralni. Kada dodu u kontakt p i n - tip poluprovodnika, elektroni iz n - tipa difunduju kroz spoj u p - tip i rekombinuju se sa šupljinama. U slučaju n - tipa poluprovodnika kada se otkine peti elektron ostaje pozitivan jon, dok kod p - tipa analogno ostaje negativan jon. Dakle, difuzija elektrona iz n - tipa ostavlja iza sebe jonizovana fiksirana donorska mesta, dok difuzija šupljina iz p - tipa ostavlja negativno nanelektrisana fiksirana akceptorska mesta. Ova nanelektrisanja, međusobno privučena električnim poljem, formiraju sloj prostornog nanelektrisanja na spoju. Ovako nastalo polje će dalje sprečavati difundovanje glavnih nosilaca nanelektrisanja. Ukoliko zračenje uđe u sloj prostornog nanelektrisanja i stvoriti par elektron - šupljina, elektroni i šupljine će se kretati u suprotnim smerovima. Dovoljno je postaviti elektrode na krajeve ovog spoja i na taj način formirati signal čija je amplituda proporcionalna energiji zračenja [1, 5].

3.3 Efikasnost detektora

Svi detektori zračenja će u principu dovesti do stvaranja izlaznog signala za svaki foton zračenja koji interaguje sa njim u okviru aktivne zapreminе. Za α i β čestice interakcija sa aktivnom zapreminom detektora je u formi ionizacije ili ekscitacije i dešava se po ulasku čestice u aktivnu zapreminu. Od materijala aktivne zapremine detektora se očekuje da je moguće formirati dovoljan broj jonskih parova kada upadna čestica pređe mali deo puta u odnosu na njen domet, tako da se obezbedi dovoljno visok izlazni signal. Dakle, za α i β čestice je lako napraviti detektor koji će detektovati svaku česticu koja uđe u njegovu aktivnu zapreminu. Pod ovim uslovima se kaže da je efikasnost detekcije 100%. S druge strane, nenaelektrisano zračenje kao što je gama ili neutronsko mora da pretrpi značajnu interakciju u detektoru pre nego što je detekcija moguća. Kako ovo zračenje može preći velike razdaljine bez interakcije, detektori uvek imaju manju efikasnost od 100%. Tada je neophodno imati preciznu procenu efikasnosti detektora u cilju povezivanja broja izbrojanih čestica i broja upadnih čestica.

Apsolutna efikasnost se definiše kao odnos broja detektovanih čestica i broja emitovanih čestica iz izvora. Funkcija je verovatnoće za interakciju unutar detektora i geometrije merenja (primarno od rastojanja između izvora i detektora).

Sopstvena efikasnost predstavlja odnos odbroja u spektru prema broju zraka koji padnu na detektor. Može se još reći da je to verovatnoća da se čestica koja je dospela do detektora registruje pod pikom totalne apsorpcije.

Geometrijska efikasnost se definiše kao odnos broja čestica koje padnu na detektor i ukupnog broja čestica koje izvor emituje. Ukoliko se zračenje emituje izotropno, geometrijska efikasnost se može predstaviti kao odnos prostornog ugla Ω pod kojim čestice iz izvora padaju na detektor i ukupnog prostornog ugla od 4π steradijana.

U gama spektrometriji se definišu i:

Relativna efikasnost kao nominalna performansa detektora koja predstavlja odnos efikasnosti detekcije gama zraka od 1332 keV iz ^{60}Co prema efikasnosti standardnog scintilacionog detektora sa kristalom NaI(Tl) veličine 3 x 3".

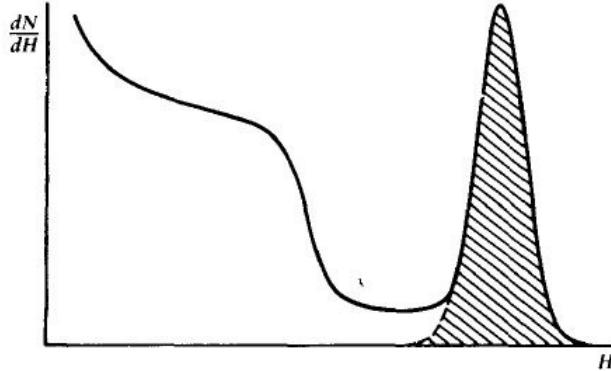
Apsolutna efikasnost vrha ukupne energije kao odnos površine vrha ukupne energije u merenom spektru prema broju gama zraka emitovanih iz izvora. Iz nje se određuje aktivnost radionuklida u izvoru, a ona, pored ostalog, zavisi i od geometrijske postavke izvor - detektor.

Kod izotropnih izvora geometrijska efikasnost se može predstaviti kao odnos prostornog ugla Ω pod kojim čestice iz izvora padaju na detektor i ukupnog prostornog ugla od 4π steradijana. Ukupna fotopik efikasnost se može izračunati kao proizvod sopstvene i geometrijske efikasnosti:

$$\varepsilon = \varepsilon_s \frac{\Omega}{4\pi} \quad (3.1)$$

gde je Ω prostorni ugao pod kojim zračenje pada na detektor. Na ovaj način se računa efikasnost za tačkaste izvore. Verovatnoća interakcije unutar detektora je opisana efikasnim presekom upadnog zračenja i materijala detektora.

Mnogo je pogodnije tabelirati vrednosti sopstvene nego apsolutne efikasnosti jer je zavisnost od geometrije merenja mnogo blaža. Sopstvena efikasnost detektora uglavnom primarno zavisi od materijala, energije zračenja i debljine detektora u pravcu upadnog zračenja. Blaga zavisnost od rastojanja između izvora i detektora postoji jer se srednja dužina puta zračenja kroz detektor menja sa ovim rastojanjem. Za nanelektrisane čestice sopstvena efikasnost je generalno dobra za većinu detektora s obzirom da one vrše jonizaciju sredine, što pojednostavljuje proces detekcije. Pomenuta fotopik efikasnost podrazumeva uračunavanje samo interakcija koje ostavljaju celokupnu energiju upadnog fotona. Na spektru se ovi događaji evidentiraju preko pika koji predstavlja najviši deo spektra. Broj događaja gde je celokupna energija fotona predata detektoru može se dobiti integraljenjem površine ispod pika, osenčene na slici 3.3 [8].



Slika 3.3: Primer pika totalne apsorpcije u spektru gama zračenja. Na apcisi je dat broj kanala detektora, a na ordinati odbroj detektora po kanalu

U eksperimentima je pogodnije koristiti fotopik efikasnost jer broj događaja gde je celokupna energija fotona predata detektoru nije osetljiv na neke perturbacione efekte kao što su šumovi ili rasejanje na okolnim objektima.

Detektor sa poznatom efikasnošću se može koristiti za merenje aktivnosti radioaktivnog izvora. Neka je detektor sa sopstvenom fotopik efikasnošću ε_{ip} detektovao N događaja ispod pika totalne apsorpcije u spektru. Radi jednostavnosti pretpostavlja se da izvor emituje zračenje izotropno i da se ne dešava atenuacija u prostoru između izvora i detektora. Iz definicije sopstvene fotopik efikasnosti broj kvanata zračenja S emitovan iz izvora u periodu merenja je dat sa:

$$S = N \frac{4\pi}{\varepsilon_{ip} \Omega} \quad (3.2)$$

gde je Ω prostorni ugao u steradijanima pod kojim se vidi detektor iz pozicije izvora. Prostorni ugao je definisan kao integral po površini detektora, koja se nalazi naspram izvora:

$$\Omega = \int_A \frac{\cos \alpha}{r^2} dA \quad (3.3)$$

gde je r rastojanje između izvora i elementa površine dA , a ugao α ugao između normale na površinu i pravca izvora (slika 3.4a [8]). Ukoliko zapremina izvora nije zanemarljiva, vrši se druga integracija po celoj zapremini izvora. Za tačkasti izvor koji se nalazi duž ose cilindričnog detektora kružnog poprečnog preseka Ω je dato sa:

$$\Omega = 2\pi \left(1 - \frac{d}{\sqrt{d^2 + a^2}} \right) \quad (3.4)$$

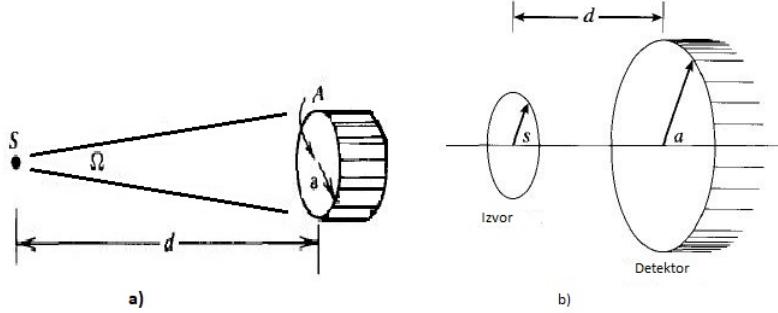
gde je d rastojanje između izvora i detektora, a poluprečnik detektora.

Za $d \gg a$ prostorni ugao se svodi na odnos površine detektora A i kvadrata rastojanja:

$$\Omega \cong \frac{A}{d^2} = \frac{a^2 \pi}{d^2} \quad (3.5)$$

U malo složenijem slučaju izvor oblika diska izotropno emituje zračenje (slika 3.4b [8]). Neka se izvor nalazi na istoj pravoj kao i centar detektora. Ako se pri stalnom rastojanju između izvora i detektora radioaktivni materijal izvora raspoređuje po nekoj konačnoj zapremini intenzitet gama zraka opada na mestu detektora. Za izvore konačne zapremine izračunavanje prostornog ugla se komplikuje time što svaka tačka u izvoru ima drugačiji pogled na detektor i stoga različito doprinosi ukupnom intenzitetu gama zraka. Za izvore u obliku tankog diska izvedene su približne jednačine i objavljene su tabele faktora kojima se može korigovati aktivnost rasprostranjenog izvora u odnosu na ekvivalentni tačkasti izvor. Za prostorne izvore integracija je komplikovanija i ne može se svesti na jednostavan izraz za izračunavanje geometrijskog korekcionog faktora. U praksi većina laboratorijskih radi sa malim brojem standardizovanih geometrija uzorka.

Najjednostavniji način kako da se uspostave relacije između uzoraka raznih geometrija je preko empirijskih faktora određenih eksperimentalno. Mora se imati u vidu da se ovakvi faktori moraju odrediti za svaku energiju gama zraka za svaki nuklid posebno.



Slika 3.4: a) Tačkasti izvor i prostorni ugao Ω koji detektor vidi; b) Izvor oblika diska i detektor na rastojanju d

Može se pokazati da se efektivni prostorni ugao preko površine izvora može dobiti rešavajući integral:

$$\Omega = \frac{4\pi a}{s} \int_0^\infty \frac{e^{-dk} J_1(sk) J_1(ak)}{k} dk \quad (3.6)$$

gde su $J_1(x)$ Beselove funkcije, a s dimenzije izvora. Ovaj integral nema analitičko rešenje, pa se za njegovo rešavanje koriste numeričke tehnikе. Aproksimativno rešenje je dato izrazom (3.7).

$$\Omega \approx 2\pi \left[1 - \frac{1}{(1+\beta)^{1/2}} - \frac{3}{8} \frac{\alpha\beta}{(1+\beta)^{5/2}} + \alpha^2[F1] - \alpha^3[F2] \right] \quad (3.7)$$

$$F1 = \frac{5}{16} \frac{\beta}{(1+\beta)^{7/2}} - \frac{35}{16} \frac{\beta^2}{(1+\beta)^{9/2}} \quad (3.8)$$

$$F2 = \frac{35}{128} \frac{\beta}{(1+\beta)^{9/2}} - \frac{315}{256} \frac{\beta^2}{(1+\beta)^{11/2}} + \frac{1155}{1024} \frac{\beta^3}{(1+\beta)^{13/2}} \quad (3.9)$$

gde su $\alpha \equiv \left(\frac{a}{d}\right)^2$ i $\beta \equiv \left(\frac{s}{d}\right)^2$. Ova aproksimacija daje dobre rezultate za širok opseg dimenzija. Počinje da odstupa kada dimenzije detektora postanu velike u poređenju sa rastojanjem.

Cela gore navedena priča važi i u obrnutom slučaju kada je poznata aktivnost radioaktivnog izvora, a potrebno je odrediti efikasnost detekcije [6, 7, 8].

Glava 4

In-situ gama spektrometrija

Sve masovnija upotreba radioaktivnih izotopa u industriji i medicini, kao i u nuklearnoj energetici povećava opasnost od radioaktivnog zagađenja prirode. Kako donji prag štetnog dejstva jonizujućeg zračenja nije ustanovljen, neophodno je da se i najmanje promene aktivnosti radionuklida u prirodi blagovremeno registruju. Ovakve promene se mogu detektovati samo pomoću izuzetno osetljivih instrumenata, pa se za merenje aktivnosti radionuklida u uzorcima iz okoline najviše koristi gama spektrometrija sa poluprovodničkim detektorima, koja omogućuje istovremenu identifikaciju i kvantitativno određivanje svih gama emitera. Merenja ovakve vrste zahtevaju dobro poznavanje efikasnosti detektora za uzorke velike zapremine i adekvatnu zaštitu detektora od zračenja okoline, da bi u merenju učestvovalo samo zračenje koje potiče od uzorka. Mogu se razlikovati tri različita porekla prirodnih radionuklida - primordijalni, produkti raspada i kosmički radionuklidi.

Primordijalni radionuklidi su prisutni u Zemljinoj kori od njenog nastanka. Imaju dug period poluraspada ($10^5 - 10^9$ godina) i predstavljaju značajan izvor prirodnog radioaktivnog zračenja zbog učešća u životnim procesima. Jedan od primera je izotop ^{40}K .

Radionuklidi koji nastaju pri radioaktivnom raspadu pripadaju jednom od tri radioaktivna niza: uranijumovom (rodonačelnik ^{238}U), torijumovom (rodonačelnik ^{232}Th) i uranijum - aktinijumovom nizu (rodonačelnik ^{235}U).

Kosmički radionuklidi vode poreklo iz kosmičkog zračenja i neki od najprisutnijih su izotopi ^{14}C i ^{3}H .

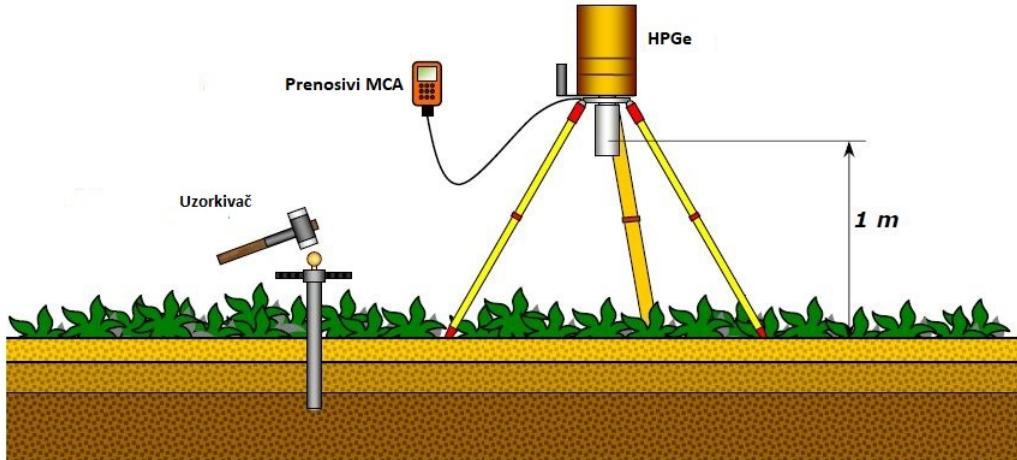
U prošlom veku je došlo je do značajnijeg porasta zračenja iz ljudskih izvora, primarno iz atmosferskog testiranja nuklearnog oružja i iz nuklearnih reaktora. Na svetskom nivou prosečna izloženost zračenja ljudske vrste iz ljudskih izvora je reda veličine manja od doze iz prirodne radioaktivnosti, ali na regionalnom nivou te doze mogu biti veoma visoke.

Zračenje radioaktivnih izvora iz nenarušene prirodne okoline se obično podrazumeva za nulti nivo od koga se onda računaju doprinosi iz drugih izvora.

Bitna tehnika za određivanje aktivnosti nekog uzorka je in-situ gama spektrometrija. Germanijumski HPGe¹ detektori su vrlo često izbor za ovu tehniku merenja zbog dobre energetske rezolucije. Za određivanje prostorne distribucije radionuklida na terenu, bez uzimanja i pripremanja uzorka, koriste se mobilni (prenosni) gama spektrometri. Detektor se prilikom merenja može premeštati sa lokacije na lokaciju, na otvorenom prostoru se snimanje spektra vrši stacionarno, a postoje i varijante snimanja iz letelice tokom preletanja neke teritorije. Za poslednji vid merenja su potrebni detektori velike efikasnosti.

4.1 Detektori i oprema

Za in-situ gama spektrometriju se dominantno koriste dve vrste detektora: scintilacioni NaI(Tl) i poluprovodnički HPGe. Oba tipa detektora se mogu povezati sa multikanalnim analizatorom (MCA) koji obrađuje signale iz detektora. Tipična postavka za in-situ merenja data je na slici 4.1 [10].



Slika 4.1: Eksperimentalna postavka za in-situ merenja

Detektor je postavljen na stativ, okrenut prema tlu (koje u ovom slučaju predstavlja uzorak) i nalazi se na visini od 1 m. Detektor se postavlja po mogućnosti na ravnu površinu i bira se deo tla koji se ne razlikuje od okoline u kojoj se nalazi. Ukoliko je tlo hrapavo, veći doprinos merenju daju ispušteni delovi tla u odnosu na udubljene. Na slici 4.1 je prikazan i tzv. uzorkivač koji služi za analizu distribucije radionuklida u uzorku. Dobijeni energetski spektar daje informaciju o raspodeli ostavljene energije u aktivnoj zapremini detektora. Da bi se kvantifikovala aktivnost svakog radionuklida potrebno je poznavanje efikasnosti detektora.

¹High Purity Germanium detector

Izraz za apsolutnu efikasnost za in-situ merenja predložen je od strane grupe naučnika, Becka, De Kampa i Gogolaka². Ova relacija je široko prihvaćena i preporučena od strane ICRU (*International Commission on Radiation Units and Measurements*).

$$\frac{N}{A_s} = \frac{N}{N_0} \frac{N_0}{\phi} \frac{\phi}{A_s} \quad (4.1)$$

Svaki od kalibracionih faktora u izrazu (4.1) se posebno određuje.

- $\frac{N}{A_s}$ predstavlja odnos odbroja detektora za pik totalne apsorpcije na energiji gama fotona specifičnoj za radionuklid i aktivnosti nataloženog uzorka po jedinici površine, tzv. in-situ efikasnost. Da bi se odredila in-situ efikasnost neophodno je proceniti faktore koji figurišu u izrazu (4.1). Prva dva faktora zavise od detektora koji se koristi i eksperimentalno se određuju, a treći se može teorijski proceniti. U opštem slučaju efikasnost je kompleksna funkcija koja zavisi od dosta faktora (oblik i veličina kristala, način montiranja detektora, kućišta...). Procene ovih faktora treba da obezbedi proizvođač, a zatim se oni koriste kao podaci za kodove za određivanje efikasnosti detektora kao funkcije energije. Eksperimentalno se efikasnost detektora određuje koristeći kalibracione izvore. Jedno od standarnih kalibracionih merenja je relativno merenje efikasnosti na energiji 1332 keV za germanijumski detektor u odnosu na 3x3" scintilacioni NaI(Tl) detektor. Ovo merenje se vrši pomoću tačkastog izvora ^{60}Co koji se nalazi na rastojanju 25 cm od detektora. Za potrebe in-situ gama spektrometrije značajno je odrediti odnos odbroja za pik totalne apsorpcije i jediničnog fluksa gama fotona koji su usmereni ka detektoru paralelno osi simetrije detektora. Da bi na detektor padali približno paralelni zraci, neophodno je da je rastojanje između detektora i izvora između jednog i dva metra za detektore veličine nekoliko centimetara. Odbroj pikata totalne apsorpcije se nekad odnosi i na površinu ispod pikata i predstavlja sumu svih odbroja duž zahvaćenih kanala koji predstavljaju pik u spektru od kojih se oduzmu odbroji površine koja predstavlja kontinuum koji se odnosi najčešće na fonsko zračenje. Programi za analiziranje spektara omogućavaju korisniku da označi deo spektra koji ga interesuje i na taj način dobije informaciju o površini ispod pikata. Uglavnom se od tri do pet kanala sa obe strane pikata koriste za određivanje nivoa fonskog zračenja.

²Beck, DeCampo, Gogolak

- $\frac{N}{N_0}$ - ugaoni korekcionii faktor

Neophodno je uračunati i ovaj faktor u ukupnu efikasnost detekcije jer cilindrični germanijumski detektori u opštem slučaju nemaju izotropnu osetljivost za gama zrake koji upadaju pod različitim uglovima. Kako ugaona distribucija fotona zavisi od energije izvora i distribucije radionuklida u uzorku, $\frac{N}{N_0}$ nema konstantnu vrednost. Vrednost ovog faktora za određenu energiju i distribuciju radionuklida se računa iz izraza (4.2).

$$\frac{N}{N_0} = \frac{\int R(\theta)\phi(\theta)d\theta}{\int \phi(\theta)d\theta} \quad (4.2)$$

gde $R(\theta)$ predstavlja odnos odbroja za fotone koji ulaze u detektor pod uglom θ i odbroja za fotone koji upadaju normalno na površinu detektora. $\phi(\theta)$ predstavlja fluks gama zraka energije E koji upada pod uglom θ . U cilju dobijanja vrednosti $R(\theta)$ mereni su odbroji tačkastih izvora različitih energija i za različite uglove pri fiksnom rastojanju između izvora i detektora. Dovoljno je izvesti merenja na intervalima od 15° da bi se mogla odrediti zavisnost. Vrednosti fluksa gama zraka u zavisnosti od ugla θ se mogu koristiti iz prethodno izmerenih flukseva za različite energije i uglove. Tada se može proceniti faktor $\frac{N}{N_0}$ pomoću relacije (4.2).

Ispostavlja se da je idealna orientacija prenosnih detektora usmerena ka tlu, kao što se može videti na slici 4.1. U ovakvoj geometriji gama fotoni padaju na detektor pod uglovima između $0^\circ - 90^\circ$ ukoliko se sa 0° označi normala na površinu detektora.

- $\frac{N_0}{\phi}$ - sopstvena efikasnost detektora za fotone koji padaju normalno na površinu detektora.

Za određivanje ovog faktora koristi se poznati izvor na rastojanju 1 m od detektora da bi se postigao približno paralelan snop zraka. Ovaj faktor se određuje za različite vrednosti energija i kao rezultat se dobija zavisnost sopstvene efikasnosti detektora od energije fotona koji padaju na površinu detektora po uglom od 0° .

- $\frac{\phi}{A_s}$ - upadni fluks zračenja po jedinici aktivnosti uzorka

Ovaj faktor ne zavisi od detektora već od sastava, gustine, distribucije radionuklida u uzorku kao i atenuacije fotona u vazduhu. Ovaj faktor zavisi i od toga koliko duboko u tlo su radionuklidi migrirali. Vrednosti ovog faktora su određene za veliki broj gama emitera u prirodi.

Postoji nekoliko modela koji opisuju kako se menja distribucija aktivnosti sa dubinom. Eksponencijalni model opisuje distribuciju opisanu sledećim izrazom:

$$S(z) = S_0 e^{-\alpha z} \quad (4.3)$$

gde je $S(z)$ aktivnost na dubini z , S_0 aktivnost na površini, a α^{-1} tzv. relaksaciona dubina. Promena aktivnosti uzorka sa dubinom se najčešće određuje uzorkovanjem. Uložen je veliki trud naučnika za pronalaženje načina za procenu ove distribucije bez uzimanja uzorka. Jedan od načina je na osnovu odnosa rasejanog i nerasejanog fotonskog fluksa. Ovaj odnos je procenjen poređenjem odbroja pika totalne apsorpcije sa odbrojem između komptonskog kontinuuma i pika totalne apsorpcije. Iz ovog odnosa se može zaključiti debljina uzorka. Takođe, dubina uzorka se može proceniti preko relativne atenuacije gama linija istog nuklida. U ovom slučaju je neophodno da nuklid emituje najmanje dva različita gama fotona na velikim energetskim intervalima [7, 10, 11, 12].

Glava 5

Monte Karlo simulacije

Monte Karlo je numerički metod rešavanja složenih matematičkih, fizičkih i statističkih problema pomoću slučajnog izbora uzorka. Osnovna ideja Monte Karlo metoda je konstruisanje stohastičkog modela koji je u saglasnosti sa stvarnim problemom ili je direktna simulacija problema. U oba slučaja se vrši veliki broj računarskih eksperimenata i na kraju sprovodi njihova statistička analiza. Prednost metode je to što se mogu rešavati složeni matematički problemi koji nisu analitički rešivi, a nedostatak je veliki broj računarskih eksperimenata potrebnih da bi se postigla zahtevana tačnost eksperimenta.

Monte Karlo metode su počele da se razvijaju za potrebe projekta *Manhattan* u okviru kog su vršene simulacije difuzije neutrona kroz fisioni materijal. Metod je dobio ime po poznatom kockarskom gradu u Monaku, obzirom na generisanje slučajnih brojeva u ruletu i drugim kockarskim igrama. Iz neutronske fizike, Monte Karlo metod vremenom ulazi u druge oblasti nauke i tehnike u kojima dominira stohastička priroda procesa (kvantna hromodinamika, statistička fizika, atomska fizika, meteorologija, elektronika, aerodinamika, robotika itd.). Uloga Monte Karlo simulacija je naglo dobila na značaju razvojem moćnih računara. Tako se zajedno sa teorijom i eksperimentom, metod simulacija ravnopravno koristi pri rešavanju problema. Monte Karlo metod se temelji na stohastici prirodnih procesa čija su stanja određena zakonima verovatnoće. Jedan od značajnih segmenata ovog metoda je generisanja slučajnih brojeva. Kako uspešnost primene ove metode jako zavisi od kvaliteta upotrebljenih slučajnih brojeva, velika pažnja se posvećuje matematičkim algoritmima za njihovo generisanje.

5.1 Određivanje efikasnosti

Iako se efikasnost detektorskog sistema mora odrediti eksperimentalno korisno je razmotriti informacije koje se mogu dobiti iz pokušaja izračunavanja efikasnosti. Kao što je rečeno, za male vrednosti energije fotona preovlađuje fotoelektrični efekat u materijalu detektora i može se izračunati energijska zavisnost kao proizvod verovatnoća da foton stigne do detektora i verovatnoće da bude apsorbovan. Pretpostavljajući da fotoni upadaju normalno na površinu detektora, sopstvena efikasnost Ge detektora se može aproksimirati u regionu do 70 keV jednačinom:

$$\varepsilon_{in} = 1 - e^{-\mu d} \quad (5.1)$$

gde je μ linearni atenuacioni koeficijent germanijuma, a d debljina detektora. Ovde se prepostavlja da foton ili prolazi kroz detektor bez interakcije ili događaj doprinosi piku totalne apsorpcije. Delovi detektora koji učestvuju u atenuaciji zračenja mogu se uzeti u obzir preko faktora koji se izračunavaju iz odgovarajućih atenuacionih koeficijenata i debljina slojeva. Na višim energijama višestruki događaji komptonskih rasejanja i proizvodnje parova doprinose piku totalne apsorpcije tako da se ne može više primeniti relacija (5.1). Do sada nije izvedena analitička funkcija zasnovana na fizičkim procesima u detektoru koja bi na zadovoljavajući način opisala energetsku zavisnost efikasnosti pika totalne apsorpcije ukupne energije iznad 100 keV. Predloženo je nekoliko poluempijskih izraza za efikasnost koji se zasnivaju na presecima za fotoelektrični efekat, Komptonov efekat i efekat proizvodnje parova, ali nijedan od modela ne obećava eliminaciju potrebe za eksperimentalnim određivanjem efikasnosti. Mnogo perspektivniji prilaz izračunavanju efikasnosti je metod Monte Karlo simulacija. Svaki foton se prati na svom putu od emisije u nekoj tački izvora, kroz materijal izvora, do detekora i u detektoru. Foton interaguje fotoelektričnom apsorpcijom, komptonskim rasejanjem ili proizvodnjom parova, a stvaraju se elektroni, pozitroni i sekundarni fotonii. Ove čestice i sekundarni fotonii se takođe prate kroz detektor. Da bi se odredio rezultat interakcije, u svakoj tački interakcije se koristi verovatnoća svakog mogućeg tipa interakcije i svaki mogući ugao rasejanja.

Prateći sve događaje do njihovog krajnog stadijuma, moguće je izračunati kompletну spektralnu raspodelu. Ova raspodela ne uključuje statističko širenje ni efekte zračenja rasejanog u detektor iz okolnih materijala. U ulazne informacije neophodne za Monte Karlo postupak spadaju:

- dimenzije izvora i rastojanje do detektora;
- dimenzije kućišta detektora i osetljivih i neosetljivih zona detektora;
- elementarni sastav i gustina svih materijala kroz koje prolaze fotoni;
- atenuacioni koeficijenti za fotone za sve materijale;

- preseci za različite interakcije fotona u materijalu detektora u funkciji energije i ugla rasejanja;
- informacije o transportu elektrona i pozitrona kroz materijal detektora.

Rezultati Monte Karlo simulacija slažu se sa merenim vrednostima za odgovarajuće konfiguracije, u najboljim slučajevima do $\pm 5\%$. Nesigurnost eksperimentalnih vrednosti je obično mnogo manja od 5% tako da se ove razlike mogu pripisati sistematskim greškama ili nesigurnostima izračunavanja. Ovaj nivo odstupanja je razuman i ima tri glavna razloga.

Prvo, postoji ograničenje zbog statistike. Program Monte Karlo koji simulira realan fizički proces gubitaka energije u kristalu detektora zahteva značajno vreme za izračunavanje po svakoj tački interakcije i obradu vrlo velikog broja događaja ako se traži mala statistička nesigurnost rezultata.

Drugo, sam realni detektor predstavlja ograničenje zbog toga što postoje primetne nesigurnosti u obliku i veličini osetljive zapremine. Proizvođači detektora daju ove podatke, ali oni često nisu dovoljno tačni.

Treće, postoji fizičko ograničenje verovatnoće interakcije i ugaone distribucije fotona i elektrona. Na primer, tablični atenuacioni koeficijenti za fotone imaju nesigurnost od 2% do 5% i tako prouzrokuju sistematsku grešku u prostornoj raspodeli prenosa energije. Nesigurnosti preseka pojedinačnih efekata (fotoelektrični efekat, Komptonov efekat, proizvodnja para) je još veća. Takođe postoje nesigurnosti vezane za transport elektrona i pozitrona. Teško je proceniti kako sve ove nesigurnosti utiču na konačan rezultat.

Uz sve ove probleme izlazi da izračunavanja efikasnosti danas imaju ograničenu primenljivost kod dobijanja tačnih vrednosti apsolutne efikasnosti. Ipak, ova izračunavanja se mogu korisno upotrebiti za dobijanje relativnih efikasnosti zato što nesigurnosti u interakcionim parametrima i geometrijskim ulaznim podacima imaju malo uticaj na relativne vrednosti, gde će dominirati statistička nesigurnost Monte Karlo metoda. Rezultati izračunavanja mogu dosta pomoći u interpolaciji i ekstrapolaciji eksperimentalnih tačaka. Sa povećanjem preciznosti u poznavanju dimenzija osetljive oblasti kod savremenih detektora, poboljšanim tabličnim vrednostima fizičkih parametara i povećanjem brzine računara, potreba za eksperimentalnom kalibracijom detektora će se u budućnosti postepeno smanjivati [6, 13].

5.2 Geant4

Geant4 softver je programski paket baziran na Monte Karlo metodu. Razvijen je za potrebe CERNa 1993. godine. Ovaj softver koristi programski jezik C++ za simulacije raznih događaja, a takođe omogućava i njihovu vizualizaciju. Program koji vrši simulacije mora da sadrži informacije o konstrukciji detektora, fizičkim procesima koji se dešavaju u simulaciji, česticama koje nastaju i drugim informacijama koje su bitne za fizički proces koji se opisuje.

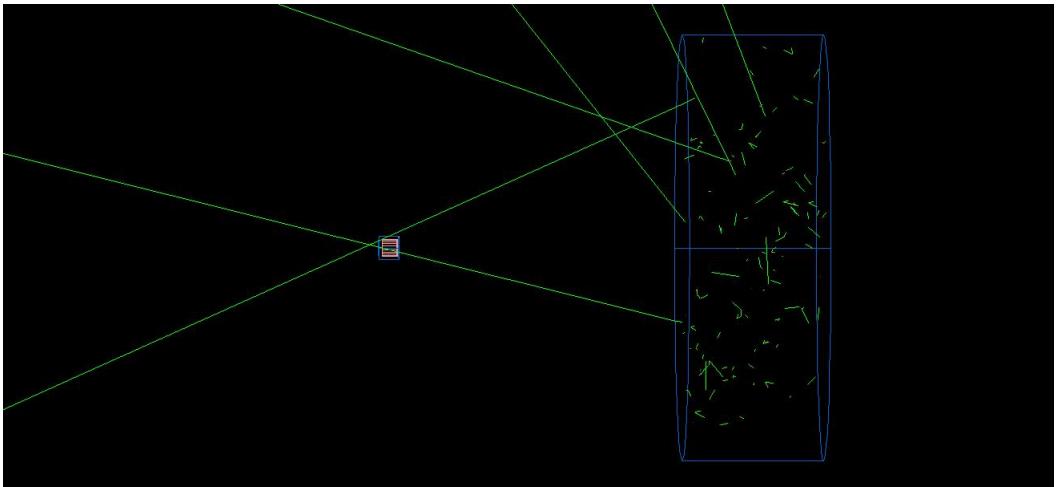
- Za opis detektora koji se koristi u "eksperimentu" potrebno je poznavati njegovu geometriju, materijale koji su korišćeni za njegovu proizvodnju, kao i poznavanje konstrukcije detektora i njegove osetljive zapremine. Za dodatan opis materijala u kom se dešava interakcija se koriste i informacije o njegovoj gustini, temperaturi, agregatnom stanju, pritisku itd.
- Za simulacije se definišu vrste čestica koje se koriste, svi fizički procesi koji se dešavaju, kao i dometi čestica u materijalu detektora. Geant4 omogućava korišćenje leptona, mezona, bariona, bozona, jona, kao i kratkoživećih čestica. Njima se mogu pridružiti i njihove osobine kao što su masa, naelektrisanje, spin itd.
- Fizički procesi koji se dešavaju unutar detektora opisuju interakciju čestice i materijala. Geant4 omogućava elektromagnete, hadronske, transportne interakacije, kao i procese raspada, optičke interakcije itd. Za polazne čestice se definišu impuls i pozicija, a zatim se koriste različiti generatori slučajnih veličina i distribucije verovatnoće po kojima se njihova emisija dešava. Neki od njih su dati kao primer u prilogu rada [14].

Glava 6

Rezultati simulacija

U radu su korišćeni softveri Geant4 i Genie2000 za dobijanje efikasnosti detekcije u zavisnosti od energije upadnih čestica za tri različita uzorka - zemlju, vodu i beton.

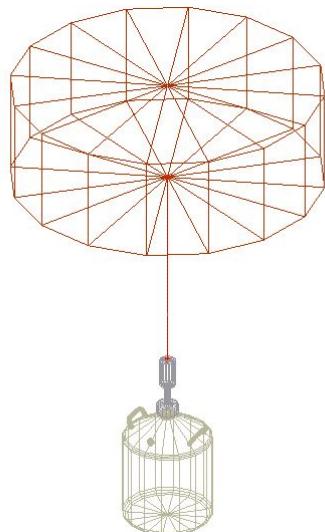
Za Monte Karlo simulacije korišćen je Geant4 softver. Simulacije su vršene za izvor oblika cilindra visine 0.5 m i prečnika 1.5 m na rastojanju 1 m od detektora. Pre pokretanja simulacije biran je odgovarajući broj fotona, tako da greška za dobijenu efikasnost detekcije ne bude veća od 10% njene vrednosti. Simulacije su ponavljane za različite vrednosti energija upadnih fotona. Radi kraćeg trajanja simulacija vršena je emisija fotona u prostorni ugao od 2π steradijana, a dobijene efikasnosti su jednostavno preračunate za izotropnu raspodelu od 4π steradijana.



Slika 6.1: Detektor i izvor oblika cilindra na međusobnom rastojanju od 1 m. Na slici samo dva fotona pogadaju detektor [HepRAp]

Emisija fotona u 2π steradijana je dozvoljena jer detektor vidi samo one fotone koji zahvataju ugao $0^\circ - 90^\circ$ sa njim, ukoliko se za 0° uzme pravac koji prolazi kroz osu simetrije izvora i detektora. Jednostavnije rečeno detektor može da detektuje samo one fotone koje izvor ka njemu emituje, što se vidi sa slike 6.1.

Za poređenje sa rezultatima softvera Geant4, korišćen je softver Genie2000. ISOCS¹/LabSOCS² je ugrađen u softver Genie2000 i radi koristeći MCNP³ kod. Softver koristi numeričke integracije i modeliranje sistema na bazi "vokselizacije" - aktivna zapremina detektora se podeli na elementarne zapremine (voksele). Ukupna efikasnost detekcije se dobija numeričkom integracijom po svim vokselima za detektor. Ovaj softver daje mnogo brže rezultate nego Geant4. Na osnovu unetih dimenzija uzorka i detektora, njihovog rastojanja, kao i sastava uzorka program daje vrednosti efikasnosti detekcije za različite energije upadnih fotona. Dobijeni rezultati pokrivaju širok interval energija na osnovu spektra koji program koristi za energije na kojima se računa efikasnost. Naravno, i u ovom slučaju je detektor oblika cilindra visine 0.5 m, prečnika 1.5 m i nalazi se na rastojanju 1 m od izvora. Za prečnik detektora je odabранo 60 mm. Postavka eksperimenta je data na slici 6.2 [16].



Slika 6.2: Uzorak u obliku cilindra na rastojanju 1 m od detektora. [Geometry Composer]

Poređenja rezultata softvera Geant4 i Genie2000 vršena su za bliske vrednosti energija. U okviru pregleda rezultata dat je sastav korišćenog uzorka, rezultati efikasnosti dobijeni softverima Geant4 i Genie2000 i njihovo relativno odstupanje. Najbolja provera ispravnosti ovih rezultata kao i provera koji od ova dva softvera daje bolje rezultate je eksperimentalno određivanje efikasnosti detekcije i poređenje sa kompjuterski dobijenim rezultatima.

Svi grafici dati u pregledu rezultata su crtani u programu Mathematica, a fitovanje podataka je radeno u programu TableCurve2D.

¹In Situ Object Calibration Software

²Laboratory Sourceless Object Calibration Software

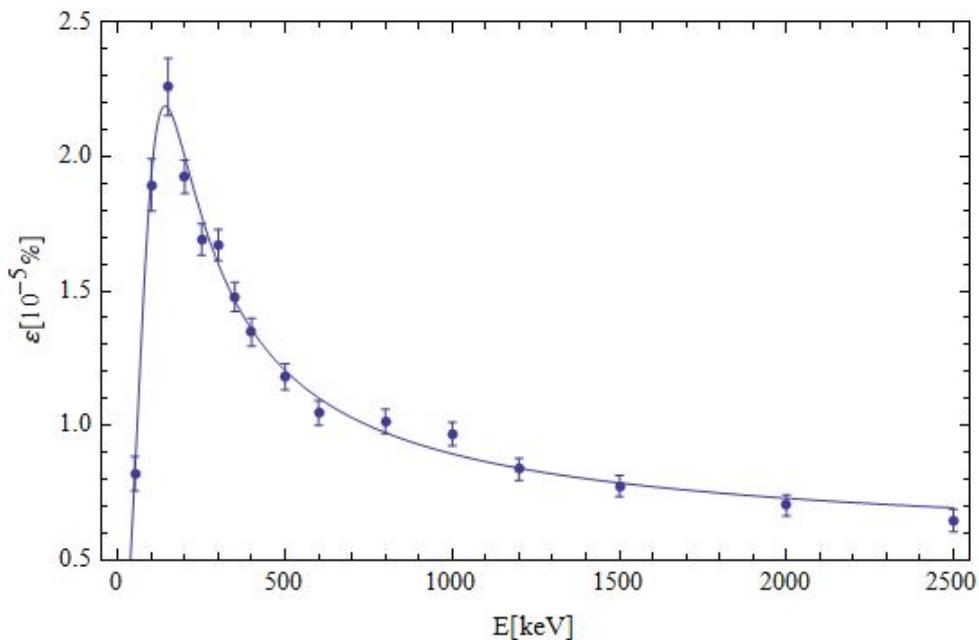
³Monte Carlo N-Particle Transport Code

6.1 Matrica zemlje

Sastav zemljišta korišćenog u simulacijama:

O	Si	Al	Fe	C	Ca	K	Na	Mg	N	$\rho \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right]$
47%	35%	8%	3.9%	2.1%	1.4%	1.3%	0.6%	0.6%	0.1%	1.046

Rezultati su predstavljeni grafički za oba softvera, a poređenje dobijenih vrednosti je vršeno tabelarno.



Grafik 1: Zavisnost efikasnosti detektora od energije fotona za matricu zemlje dobijena pomoću softvera Geant4

Kriva kojom je opisana zavisnost efikasnosti od energije:

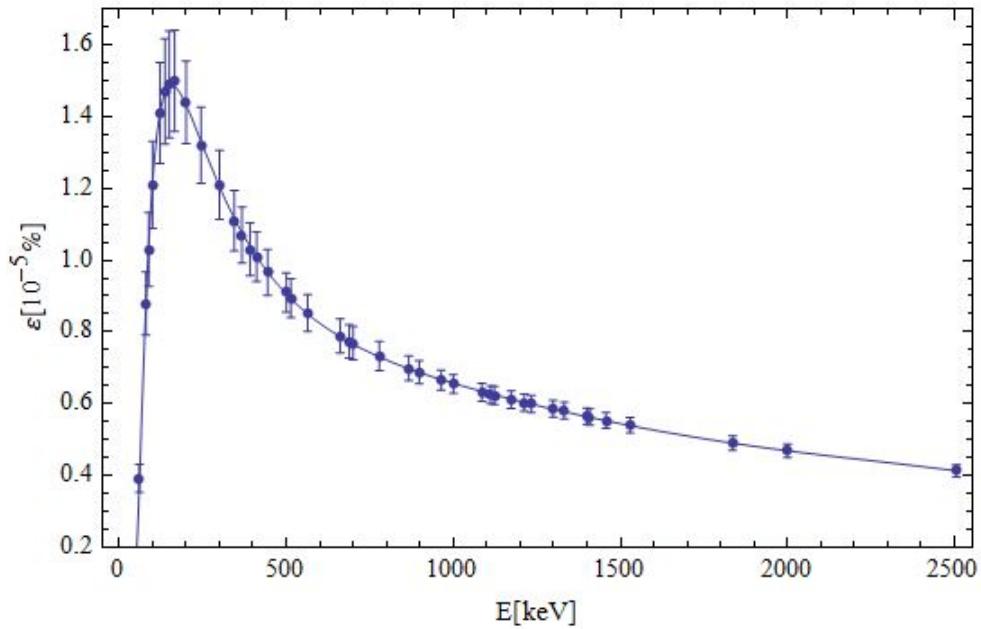
$$f(E) = \frac{1}{a + \frac{b}{E^{0.5}} + \frac{c}{E}} \quad (6.1)$$

a odgovarajući parametri:

$$a = 2.1545721;$$

$$b = -40.320205;$$

$$c = 239.40736;$$



Grafik 2: Zavisnost efikasnosti detektora od energije fotona za matricu zemlje dobijena pomoću softvera Genie2000

Kriva efikasnosti i odgovarajući parametri za rezultate dobijene softverom Genie2000:

$$f(E) = a + bE + \frac{c}{E} + dE^2 + \frac{e}{E^2} + fE^3 + \frac{g}{E^3} + hE^4 + \frac{i}{E^4} \quad (6.2)$$

$$a = -1.0910903;$$

$$b = 0.0020631413;$$

$$c = 805.50201;$$

$$d = -1.447318 \cdot 10^{-6};$$

$$e = -92343.13;$$

$$f = 4.75078 \cdot 10^{-10};$$

$$g = 3851828.1;$$

$$h = -5.9860191 \cdot 10^{-14};$$

$$i = -55247800;$$

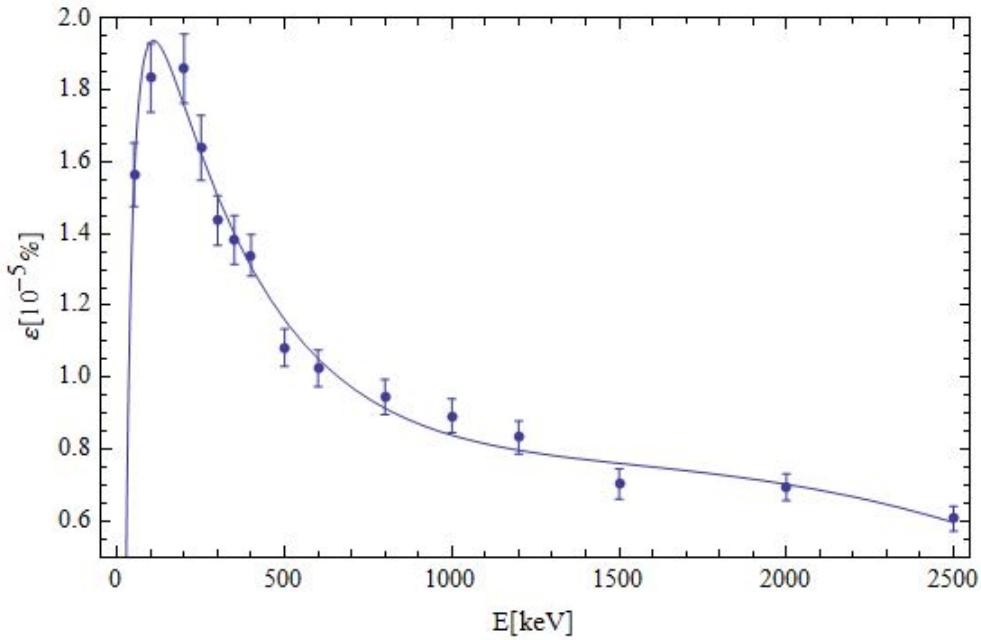
Tabela 6.1: Poređenje rezultata dobijene efikasnosti korišćenjem softvera Geant4 i Genie2000 za matricu zemlje

Geant4			Genie2000			
$E[\text{keV}]$	$\varepsilon[10^{-5}\%]$	$\sigma(\varepsilon)[10^{-5}\%]$	$E[\text{keV}]$	$\varepsilon[10^{-5}\%]$	$\sigma(\varepsilon)[10^{-5}\%]$	$\delta(\varepsilon)[\%]$
100	1.895000	0.097340	100	1.210000	0.121000	36.15
150	2.260000	0.106301	150	1.490000	0.149000	34.07
200	1.926000	0.062064	200	1.440000	0.115000	25.23
300	1.672000	0.057827	300	1.210000	0.096400	27.63
500	1.180000	0.048580	500	0.910000	0.054600	22.28
1000	0.968000	0.044000	1000	0.655000	0.026200	32.33
1200	0.836000	0.040890	1212.48	0.603000	0.024100	27.87
2000	0.702174	0.039070	2000	0.469000	0.018800	33.21
2500	0.645946	0.041782	2505.91	0.413000	0.016500	36.06

Poređenja su vršena za iste vrednosti energija fotona. Kao mera razlikovanja dobijenih rezultata dato je relativno odstupanje $\delta(\varepsilon)$. Kao što se može videti iz tabele 6.1 ove vrednosti za različite energije dostižu i do 36%.

6.2 Matrica vode

Sastav vode je opšte poznat, kao i njena gustina $\rho = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Dobijeni rezultati za matricu vode dati su na sledećim graficima:



Grafik 3: Zavisnost efikasnosti detektora od energije fotona za matricu vode dobijena pomoću softvera Geant4

Kriva efikasnosti je data izrazom (6.3).

$$f(E) = a + bE + c(\ln E)^2 + \frac{dE}{\ln x} + e \ln E \quad (6.3)$$

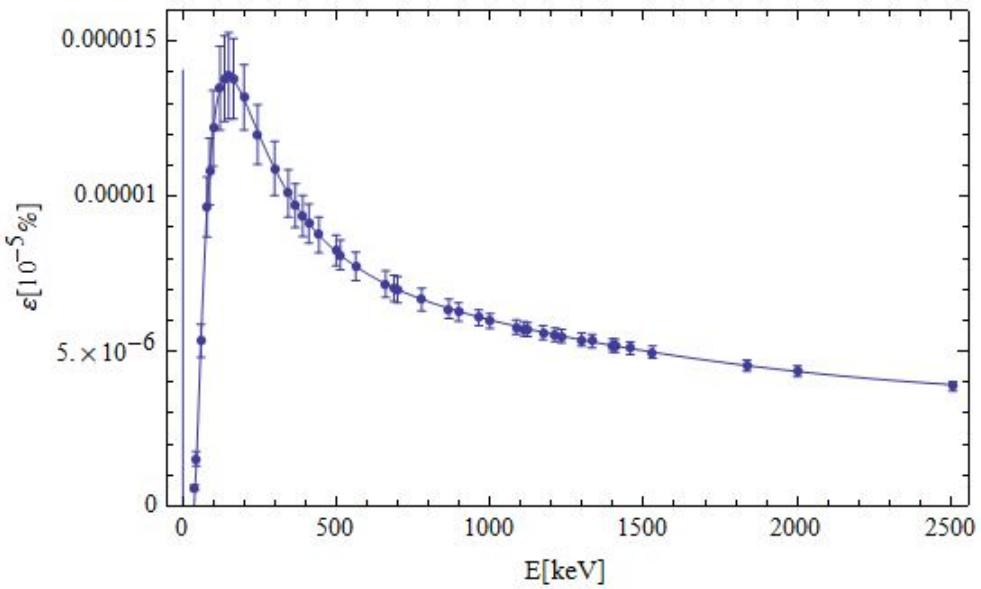
$$a = -19.631218;$$

$$b = -0.032208344;$$

$$c = -1.3164112;$$

$$d = 0.32475693;$$

$$e = 9.9135221;$$



Grafik 4: Zavisnost efikasnosti detektora od energije fotona za matricu vode dobijena pomoću softvera Genie2000

Kriva efikasnosti je data izrazom (6.4).

$$f(E) = a + \frac{b}{\ln E} + \frac{c}{(\ln E)^2} + \frac{d}{(\ln E)^3} + \frac{e}{(\ln E)^4} + \frac{f}{(\ln E)^5} + \frac{g}{(\ln E)^6} + \frac{h}{(\ln E)^7} + \frac{i}{(\ln E)^8} + \frac{j}{(\ln E)^9} \quad (6.4)$$

$$a = 0.06056482;$$

$$b = -2.8288395;$$

$$c = 57.857994;$$

$$d = -680.09662;$$

$$e = 5064.2971;$$

$$f = -24786.161;$$

$$g = 79796.088;$$

$$h = -163114.94;$$

$$i = 192338.56;$$

$$j = -99802.349;$$

Tabela 6.2: Poređenje rezultata dobijene efikasnosti korišćenjem softvera Geant4 i Genie2000 za matricu vode

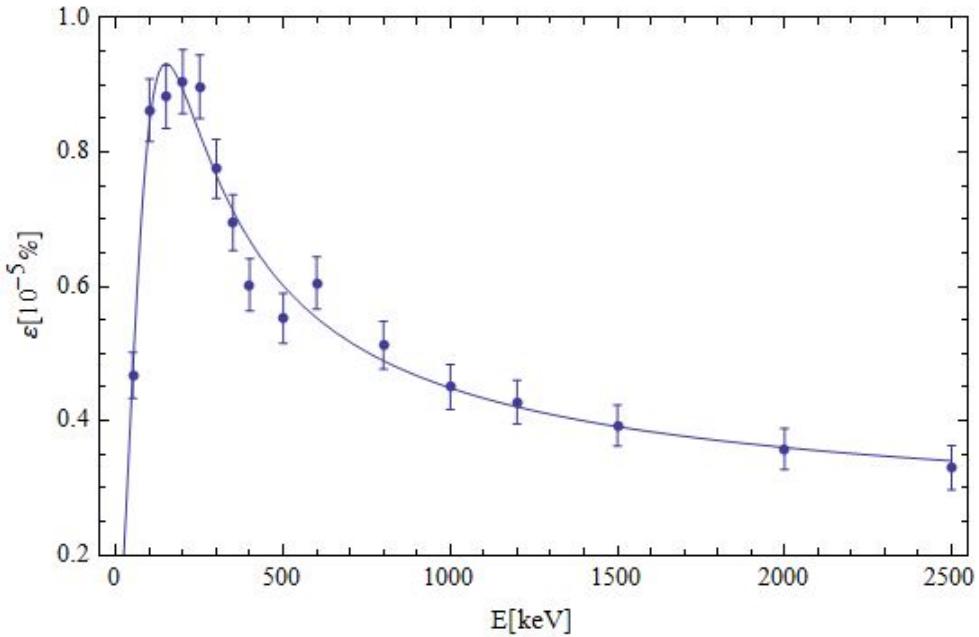
Geant4			Genie2000			
$E[\text{keV}]$	$\varepsilon[10^{-5}\%]$	$\sigma(\varepsilon)[10^{-5}\%]$	$E[\text{keV}]$	$\varepsilon[10^{-5}\%]$	$\sigma(\varepsilon)[10^{-5}\%]$	$\delta(\varepsilon)[\%]$
100	1.835000	0.095786	100	1.220000	0.122000	33.51
150	1.935000	0.098362	150	1.390000	0.139000	28.17
200	1.860000	0.096437	200	1.320000	0.105000	29.03
300	1.436667	0.069202	300	1.090000	0.008740	24.13
500	1.082500	0.052022	500	0.825000	0.004950	23.79
1000	0.892500	0.047236	1000	0.598000	0.002390	33.00
1200	0.832500	0.045621	1212.48	0.553000	0.022100	29.36
2000	0.694000	0.037256	2000	0.436000	0.001740	37.18
2500	0.606000	0.034814	2505.91	0.387000	0.001550	36.14

Kao i u slučaju matrice zemlje i ovde razlika između rezultata različitih softvera ide do 37%.

6.3 Matrica betona

U sastav matrice betona koja se koristi u simulacijama ulaze:

H	C	O	Na	Mg	Al	Si	K	Ca	Fe	$\rho \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right]$
1%	0.1%	52.9%	1.6%	0.2%	3.39%	3.37%	1.3%	4.4%	1.4%	2.3



Grafik 5: Zavisnost efikasnosti detektora od energije fotona za matricu betona dobijena pomoću softvera Geant4

Kriva efikasnosti je data izrazom (6.5).

$$f(E) = \frac{a + cE^{0.5} + eE}{1 + bE^{0.5} + dE} \quad (6.5)$$

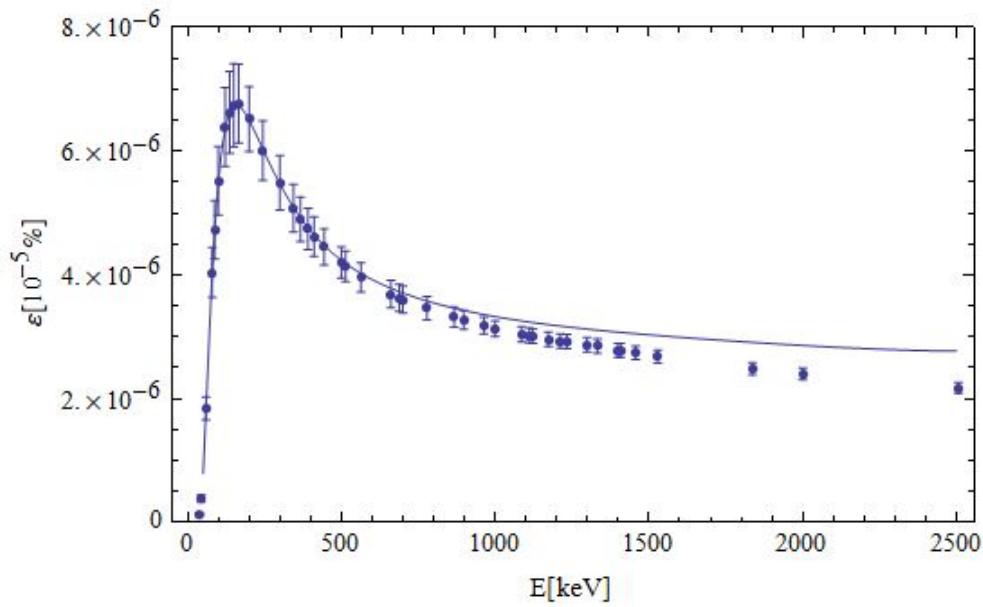
$$a = -0.0019612143;$$

$$b = -0.15156937;$$

$$c = 0.011442489;$$

$$d = 0.0086513894;$$

$$e = 0.0018203094;$$



Grafik 6: Zavisnost efikasnosti detektora od energije fotona za matricu betona dobijena pomoću softvera Genie2000

Kriva efikasnosti je data izrazom (6.6).

$$f(E) = a + b \ln E + c(\ln E)^2 + d(\ln E)^3 + e(\ln E)^4 + f(\ln E)^5 + g(\ln E)^6 + h(\ln E)^7 + i(\ln E)^8 + j(\ln E)^9 \quad (6.6)$$

$$a = -0.074194784;$$

$$b = 0.12286509;$$

$$c = -0.089051355;$$

$$d = 0.037098908;$$

$$e = -0.0097984149;$$

$$f = 0.0017031644;$$

$$g = -0.00019503729;$$

$$h = 1.4203099 \cdot 10^{-5};$$

$$i = -5.9739436 \cdot 10^{-7};$$

$$j = 1.1066729 \cdot 10^{-8};$$

Tabela 6.3: Poređenje rezultata dobijene efikasnosti korišćenjem softvera Geant4 i Genie2000 za matricu betona

Geant4			Genie2000			
$E[\text{keV}]$	$\varepsilon[10^{-5}\%]$	$\sigma(\varepsilon)[10^{-5}\%]$	$E[\text{keV}]$	$\varepsilon[10^{-5}\%]$	$\sigma(\varepsilon)[10^{-5}\%]$	$\delta(\varepsilon)[\%]$
100	0.862500	0.046435	100	0.55200	0.0552	36
150	0.882500	0.046971	150	0.674000	0.067400	23.63
200	0.905000	0.047566	200	0.652000	0.0522	27.96
300	0.775000	0.044017	300	0.549000	0.043900	29.16
500	0.552500	0.037165	500	0.420000	0.025200	23.98
1000	0.450000	0.033541	1000	0.313000	0.012500	30.44
1200	0.427500	0.032692	1212.48	0.293000	0.011700	31.46
2000	0.357895	0.030689	2000	0.240000	0.009590	32.94
2500	0.330000	0.033166	2505.91	0.217000	0.008680	34.24

I u slučaju matrice betona relativno odstupanje se kreće i do 36%.

7 Zaključak

Primenom softvera Geant4 i Genie2000 nađene su krive efikasnosti detekcije HPGe detektora za in-situ gama spektrometriju, za tri različita uzorka - zemlju, vodu i beton. Analizom rezultata dobijeno je relativno odstupanje efikasnosti detekcije primenom ova dva softvera. Vrednosti relativnih odstupanja su slične za sva tri uzorka - zemlju, vodu i beton što znači da rezultati efikasnosti dobijeni pomoću softvera ne zavise od gustine i sastava materijala uzorka, tj. ovi softveri jednako dobro rade za različite uzorke. To omogućava njihovu široku primenu.

Za sva tri uzorka, vrednosti relativnih odstupanja opadaju u intervalu energija 100 – 500 keV do blizu 20%, a dalje rastu sa porastom energije fotona i do 36%. Ova razlika u in-situ gama spektrometrijskim merenjima nije velika. Naime, oba softvera za efikasnost detekcije na određenoj energiji daju i vrednost greške. Pri radu u softveru Geant4, u Monte Karlo simulacijama biran je broj fotona tako da greška za efikasnost detekcije na određenoj energiji iznosi manje od 10%, dok greške za dobijene efikasnosti pomoću softvera Genie2000 dostižu i veće vrednosti. Ove nesigurnosti rezultata se razlikuju na određenim energijama fotona jer svaki od softvera ima drugačiji način određivanja efikasnosti. Kao što je rečeno, Geant4 softver u Monte Karlo simulacijama prati život svakog fotona koji polazi iz uzorka, dok softver Genie2000 određuje efikasnost detekcije integracijom po svim vokselima.

Dakle, pri poređenju vrednosti dobijenih pomoću oba softvera može se govoriti samo o tome na kojim energijama fotona postoji veća sigurnost da će se dobijene vrednosti dobiti i eksperimentalnim putem. Naravno, to je ujedno i pokazatelj koliko dobro primenjene metode opisuju eksperimentalne rezultate.

Krajnji cilj razvoja ovih softvera jeste izbegavanje korišćenja kalibracionih izvora. Do tada je neophodno usavršiti matematički opis fizičkih procesa, kao i tehnologiju pomoću koje se vrše simulacije.

Literatura

- [1] K.S.Krane, *Introductory nuclear physics*, Oregon State University, Canada (1988)
- [2] M.Krmar, *Odabрана poglavља iz nuklearne fizike*, neautorizovana skripta
- [3] *Guidelines for radioelement mapping using gamma ray spectrometry data*, International Atomic Energy Agency (2003)
- [4] J.Lilley, *Nuclear Physics - Principles and Applications*, Wiley (2001)
- [5] M.Krmar, *Uvod u nuklearnu fiziku*, Univerzitet u Novom Sadu, Prirodno - matematički fakultet, Departman za fiziku, Novi Sad (2013)
- [6] J.Slivka, I.Bikit, M.Vesković, Lj.Čonkić, *Gama spektrometrija - specijalne metode i primene*, Univerzitet u Novom Sadu, Prirodno - matematički fakultet, Novi Sad (2000)
- [7] J.Boson, *Improving accuracy of in situ gamma-ray spectrometry*, Department of Radiation Sciences, Radiation Physics, Umea University, Sweden (2008)
- [8] G.F.Knoll, *Radiation Detection and Measurement*, University of Michigan (2000)
- [9] G.Gilmore, *Practical Gamma - ray spectrometry - 2nd Edition*, Nuclear Training Services Ltd Warrington, UK (2008)
- [10] H.L.Seck, J.DeCampo, C.Gogolak, *In situ Ge(Li) and Nal(Tl) Gamma-ray Spectrometry*, Health and Safety Laboratory (AEC), USAEC Report HASL- 258., New York (1972)
- [11] G.Balea, *Detector calibration for in-situ gamma ray spectrometry*, Romanian Journal of Physics; [2002, ISSN 1221-146X; Worldcat; v. 47(5-6); p. 577-583]
- [12] I.K.Helfer, K.M.Miller, *Calibration factors for Ge detectors used for field spectrometry*, Health Physics [01 Jul 1988, 55(1):15-29]
- [13] S.Savović, *Osnovi Monte-Carlo metoda sa primerima primene u nuklearnoj fizici*, Prirodno - matematički fakultet, Kragujevac (2003)

- [14] Geant4 Collaboration, *Geant4 User's Guide for Application Developers*, (2011)
- [15] D.Mrđa, K. Bikit, S. Forkapić, I.Bikit, J.Slivka, J.Hansman, *Improvement of in-situ gamma spectrometry methods by Monte-Carlo simulations*, Journal of Environmental Radioactivity [Volume 188, August 2018, Pages 23-29]
- [16] R.Venkataraman, D.Nakazawa, *The Role of Mathematical Methods in Efficiency Calibration and Uncertainty Estimation in Gamma Based Non-Destructive Assay - 12311*, Canberra Industries, 800 Research Parkway, Meriden, CT 06450

Prilog

Slučajni brojevi

Kao što je rečeno, tačnost Monte Karlo proračuna jako zavisi od osobina generisanih slučajnih brojeva. Generator slučajnih brojeva daje niz slučajnih brojeva sa određenom verovatnoćom koja je opisana funkcijom distribucije verovatnoće. Postoje tri različite vrste slučajnih brojeva:

1) Pravi slučajni brojevi

Ovi brojevi su slučajni u statističkom smislu. Nisu predvidivi i ne ponavljaju se sekvene unutar niza. Pravi slučajni brojevi se mogu koristiti za opis slučajnih fizičkih veličina kao što su radioaktivni raspad, termički šumovi u elektronskim uređajima, pojava kosmičkih čestica itd.

- **Generisanje slučajnih brojeva pomoću radioaktivnog izvora**

Vrši se brojanjem radioaktivnih raspada u konstantnom vremenskom intervalu Δt . Bitovi binarnog slučajnog broja se dobijaju na sledeći način: ako se u intervalu Δt pojavi paran broj raspada dobija se bit 1, a ako se pojavi neparan broj raspada dobija se bit 0. Tako se dobija niz slučajnih bitova, ali verovatnoća njihovog pojavljivanja nije ista:

$$P(0) \neq P(1) \neq \frac{1}{2}, \quad P(0) = p \quad \text{i} \quad P(1) = 1 - p$$

Ova razlika u verovatnoći se može korigovati na sledeći način:

Uzimaju se dva susedna bita po vremenu pojavljivanja, b_{2i} i b_{2i+1} , koji formiraju par bitova. Selekcija bitova binarnih brojeva se vrši na sledeći način:

1. Ako je $b_{2i} \neq b_{2i+1}$ prelazi se na sledeći par bitova na kome se vrši ista provera.
2. Ako je $b_{2i} = b_{2i+1}$ uzima se b_{2i} kao sledeći bit korigovanog slučajnog broja i vrši se ponovo provera 1.

Koristeći ovaj metod gubi se oko 75% bitova, ali je verovatnoća za bit 0 i 1 ista.

2) Pseudoslučajni brojevi

Pseudoslučajni brojevi se generišu koristeći numeričke algoritme, tako da je niz dobijenih brojeva predvidiv. Većina algoritama ima formu:

$$x_{n+1} = f(x_n)$$

Funkcija f mora biti pažljivo odabrana pri konstrukciji generatora. Neke od metoda generisanja pseudoslučajnih brojeva:

- **Fon Nojmanov⁴ generator**

Ovaj generator uzima proizvoljan broj sa četiri decimalna mesta npr. $\gamma_0 = 0.1234$, izračuna kvadrat tog broja $\gamma_0^2 = 0.01522756$ i uzima poslednje četiri susedne cifre iz sredine decimalnog broja $\gamma_1 = 0.5227$. Zatim se ponavlja postupak.

- **Linearni kongruentni generator**

Ovaj generator se zasniva na sledećoj proceduri:

$$K_{i+1} = (lK_i + m) \bmod n, \quad i = 1, 2, \dots$$

gde su l, m i n konstante koje treba vrlo pažljivo odabratи. Ova rekurzivna relacija daje uvek isti niz prirodnih brojeva K_1, K_2, \dots, K_n čije su vrednosti između 0 i $n - 1$ (modul n je neki vrlo velik prirodan broj). Računa se $lK_i + m$, pa se ostatak pri celobrojnom deljenju sa n pridruži broju K_{i+1} .

Na primer za $l = 1366$, $m = 150889$, $n = 714025$ i $K_1 = 1$ dobija se niz vrednosti: $K_2 = 152255$, $K_3 = 349944$, $K_4 = 491668$, $K_5 = 585877$ itd. Ako su konstante l , m i n dobro izabrane, period niza biće maksimalne dužine n . Na ovaj način polazeći od datog prirodnog broja K_i (gde je i između 0 i $n - 1$) dobija se uvek isti niz brojeva.

- **Generator R250**

Generator R250 je konstruisan iz 1-bitnog generatora čiji se rad zasniva na sledećoj jednačini:

$$K_i = (l_1 K_{i-1} + l_2 K_{i-2} + \dots + l_{p-1} K_{i-p+1} + K_{i-p}) \bmod 2$$

koja se primenjuje na svaki bit. Maksimalan period ove sekvene je 2^{p-1} gde je $p = 250$. Ovaj generator ima jako dug period (vreme posle kog se ponavlja sekvenca), 2^{249} .

⁴J.von Neumann

- **Fibonačijev generator**

Može se realizovati na dva načina. Prvi od njih se zasniva na sledećoj proceduri:

$$K_i = (K_{i-j} + K_{i-k}) \bmod n$$

Pri pažljivom izboru vrednosti j, k i n period ovog generatora može biti do $n^k - 1$. Drugi način umesto mod n koristi odgovarajuću binarnu operaciju. Pokretanje procesa se vrši pomoću slučajnih brojeva K_1, K_2, \dots, K_k . Ovaj način generisanja slučajnih brojeva se zasniva na sledećoj proceduri:

$$K_i = (K_{i-j} \circ K_{i-k})$$

gde je \circ binarni operator, pri čemu je $0 \leq K_i \leq n - 1$ i $0 < j < k < i$.

3) Kvazi-slučajni brojevi

Postoje kvazi-slučajni brojevi kod kojih je razlika između dva suseda konstantna. Iako je korelacija u tom slučaju očigledna, dobijeni slučajni brojevi imaju uniformniju raspodelu od pravih slučajnih brojeva. Pri korišćenju pravih slučajnih brojeva greška dobijenog rezultata je $\sim 1/\sqrt{N}$, dok je pri korišćenju kvazi-slučajnih brojeva greška manja i $\sim 1/N$, gde je N broj simulacija. Primer generatora kvazi-slučajnih brojeva je:

- **Ričtmajerova⁵ formula.**

Vrednost i -tog slučajnog broja generisanog pomoću j -og generatora izračunava se pomoću izraza:

$$r_{ij} = i S_j \bmod 1$$

gde je S_j kvadratni koren j -og prostog broja. Razlika između dva uzastopna kvazi-slučajna broja je S_j . Na taj način je uspostavljena stroga korelacija između generisanih brojeva.

⁵Robert D. Richtmyer

Transformacije raspodela slučajnih brojeva

Metod inverzne funkcije

Vrednosti slučajne promenljive koja ima proizvoljnu raspodelu verovatnoće se mogu generisati koristeći slučajne brojeve koji imaju uniformnu raspodelu verovatnoće. Uniformni slučajan broj u se transformiše u slučajan broj ξ čija je gustina raspodele verovatnoće $f(x)$. Prepostavimo da funkcija gustine raspodele verovatnoće $f(x)$, slučajne promenljive ξ , može imati bilo koju vrednost iz intervala (a, b) . Funkcija kumulativne raspodele data je izrazom:

$$F(x) = \int_a^x f(x') dx'$$

Osobine funkcije kumulativne raspodele su: $F(a) = 0$, $F(b) = 1$, $F'(x) = f(x) > 0$. To je monotono rastuća funkcija tj. $F(x_1) < F(x_2)$, ako je $x_1 < x_2$. Koristeći generator uniformnih slučajnih brojeva vrednost slučajne promenljive ξ se može odrediti pomoću izraza:

$$F(x) = \int_a^x f(x') dx' = u$$

odakle se dobija:

$$x = F^{-1}(u)$$

gde je u uniformni slučajan broj iz intervala $(0, 1)$. Ovaj metod je veoma jednostavan i efikasan i koristi se uvek kada je moguće izračunati funkciju $F(x)$. S obzirom da se u praksi veoma često javljaju složene funkcije gustine raspodele, pribegava se upotrebi numeričkih metoda za integraciju gornjeg izraza. Numeričke metode su naročito neizbežne kada gustina raspodele verovatnoće zavisi od više slučajnih veličina.

Metod supstitucije

Gustina raspodele $f(x)$ slučajne promenljive ξ često ima više članova jer je dobijena aproksimacijom eksperimentalnih podataka ili je gustina raspodele radi primene ovog metoda razvijena u oblik zbira funkcija i najčešće ima oblik $f(x) = Aq(x) + Br(x) + Cs(x) + \dots$ Metod supstitucije se sastoji u tome da se prvo nađu težinski doprinosi svakog od sabiraka gustine verovatnoće $f(x)$, a zatim slučajnim odabirom odredi koji sabirak ima zadatu verovatnoću. Iz tog sabirka se bira slučajna veličina metodom inverzne funkcije. Metod supstitucije se pokazao kao veoma efikasan, posebno u slučaju kada se gustina raspodele aproksimira sa nekoliko Gausovih funkcija.

Metod stacionarnih raspodela lanaca Markova

Vektor $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ se naziva *vektor verovatnoće* ako su njegove komponente nenegativne i ako je njihov zbir jednak jedinici. Primer vektora verovatnoće je vektor:

$$p = \left(\frac{1}{4}, 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{4} \right)$$

Kvadratna matrica $P = [p_{ij}]$ se naziva *stohastička matrica* ako je svaka njena vrsta vektor verovatnoće, odnosno ako je svaki član matrice P nenegativan, a zbir članova u svakoj vrsti jednak jedinici. Primer stohastičke matrice:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1/3 & 0 & 2/3 \\ 1/2 & 1/3 & 1/6 \end{bmatrix}$$

Ako su P i Q stohastičke matrice, onda je i njihov proizvod stohastička matrica. Zbog toga su i svi stepeni stohastičke matrice P : $P^2, P^3, \dots, P^n, \dots$ takođe stohastičke matrice. Stanje fizičkog sistema X u trenutku n se označava sa X_n . Sistem se u svakom trenutku može naći u jednom od stanja $x_1, x_2, \dots, x_k, \dots$ pri čemu broj stanja može biti konačan ili prebrojivo beskonačan. Niz stanja fizičkog sistema X_1, X_2, \dots formira lanac Markova, ako verovatnoća da se sistem u trenutku $(n+1)$ nađe u jednom od stanja zavisi samo od stanja sistema u trenutku n , a ne zavisi od ponašanja sistema pre trenutka n . Ukoliko je funkcija gustine raspodele verovatnoće stacionarne raspodele lanca Markova, tada korelisani uzorci iz ove raspodele mogu da se generišu simulacijom lanca Markova. On služi kao osnova određenih algoritama za generisanje slučajnih brojeva. Elementi lanca Markova se biraju tako da formiraju nov lanac sa željenom stacionarnom raspodelom [13].

**UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET
KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA**

Redni broj:

RBR

Identifikacioni broj:

IBR

Tip dokumentacije:

Monografska dokumentacija

TD

Tip zapisa:

Tekstualni štampani materijal

TZ

Vrsta rada:

Diplomski rad

VR

Autor:

Ivana Podunavac

AU

Mentor:

dr Dušan Mrđa

MN

Naslov rada:

Kalibracija efikasnosti detekcije HPGe detektora za
in-situ gama spektrometriju

NR

Jezik publikacije:

srpski (latinica)

JP

Jezik izvoda:

srpski/engleski

JI

Zemlja publikovanja:

Republika Srbija

ZP

Uže geografsko područje:

Vojvodina

UGP

Godina:

2018

GO

Izdavač:

Autorski reprint

IZ

Mesto i adresa:

Prirodno-matematički fakultet,
Trg Dositeja Obradovica 4,
Novi Sad

MA

Fizički opis rada:

7 poglavlja / 50 strana / 16 literaturnih citata /
3 tabele / 13 slika / 6 grafika

FO*Naučna oblast:*

Fizika

NO*Naučna disciplina:*

Nuklearna fizika

ND*Predmetna odrednica/ ključne reči:*Monte Karlo simulacije, Geant4, Genie2000,
kalibracija efikasnosti detekcije**PO****UDK***Čuva se:*

Biblioteka Departmana za fiziku, PMF-a u Novom Sadu

CU*Važna napomena:* Nema**VN***Izvod:*U radu su dobijene efikasnosti detekcije HPGe detektora
pomocu softvera Geant4 i Genie2000 i upoređeni
dobijeni rezultati efikasnosti detekcije.**IZ***Datum prihvatanja teme:*

24.9.2018.

DP*Datum odbrane:*

28.9.2018.

DO*Članovi komisije:***KO***Predsednik:*

dr Igor Savic, vanredni profesor

Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu

Član:

dr Jovana Nikolov, docent

Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu

Mentor:

dr Dušan Mrđa, redovan profesor

Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu

UNIVERSITY OF NOVI SAD
FACULTY OF SCIENCES
KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number:

ANO

Identification number:

INO

Document type: Monograph publication

DT

Type of record: Textual printed material

TR

Content code: Final paper

CC

Author: Ivana Podunavac

AU

Mentor: Dr Dušan Mrđa

MN

Title: Calibration of detection efficiency of HPGe detector for
in-situ gamma spectrometry

TI

Language of text: Serbian (Latin)

LT

Language of abstract: English

LA

Country of publication: Republic of Serbia

CP

Locality of publication: Vojvodina

LP

Publication year: 2018

PY

Publisher: Author's reprint

PU

Publication place: Faculty of Sciences, Trg Dositeja Obradovica 4, Novi Sad

PP

Physical description: 7/50/16/3/13/6

PD

Scientific field: Physics

SF

<i>Scientific discipline:</i>	Nuclear physics
SD	
<i>Subject/ Key words:</i>	Monte Carlo simulations, Geant4, Genie2000, calibration of detector efficiency
SKW	
<i>Holding data:</i>	Library of Department of Physics, Trg Dositeja Obradovica 4
HD	
<i>Note:</i>	None
N	
<i>Abstract:</i>	In this paper, two software Geant4 and Genie2000 are used for getting efficiency of HPGe detector for in-situ gamma spectrometry. Results are presented and compared in this paper.
AB	
<i>Accepted by the Scientific Board:</i>	24.9.2018.
ASB	
<i>Defended on:</i>	28.9.2018.
DE	
<i>Thesis defend board:</i>	
<i>President:</i>	Dr Igor Savic, associate professor, Faculty of Sciences, Novi Sad
<i>Member:</i>	Dr Jovana Nikolov, assistant professor Faculty of Sciences, Novi Sad
<i>Mentor:</i>	Dr Dušan Mrđa, full professor, Faculty of Sciences, Novi Sad
DB	