D-361

UNIVERZITET U NOVOM SADU

PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET

INSTITUT ZA FIZIKU

Ivan Lomen

Određivanje parametara plazme korišćenjem Saha jednačine

-diplomski rad-

Novi Sad, 1997.

SADRŽAJ

UVOD

Kondenzovano stanje, tečnost i gas predstavljaju uobičajena agregatna stanja u kojima se javlja materija na Zemlji. Svako od ovih stanja se karakteriše određenim stepenom unutrašnje uređenosti, što nameće ograničenja u pogledu energije koju jedna čestica može imati. Kod gasa je srednja energija po čestici reda veličine nekoliko desetih delova elektron-volta do 1 eV. Ako se gasu povećava temperatura, tj. dalje se dovodi energija, i srednja energija po čestici postane reda veličine 10 eV, dolazi do pojave novog agregatnog stanja - gasne plazme. Termin "plazma" je prvi upotrebio Langmuir 1929. godine. Povećanjem temperature gasa-dovođenjem energije, njegove čestice imaju povećanu srednju brzinu, i sudaraju se sa sve većim energijama. Pored elastičnih sudara koji su prisutni i u običnom gasu, počinju se javljati i neelastični sudari, među kojima je najznačajnija jonizacija gasnih atoma. To je proces pri kome u sudaru između dva atoma dolazi do otkidanja elektrona iz elektronskog omotača jednog od njih. Za ovo je potrebno da energija bar jednog od ovih atoma bude veća od energije jonizacije. To je energija koju je potrebno dovesti atomskom omotaču da bi se jedan njegov elektron (obično valentni elektron) oslobodio svih unutaratomskih interakcija i udaljio od jezgra u beskonačnost. Znači da se u gasnoj plazmi jedan deo čestica nalazi u jonizovanom stanju.

Osnovna razlika između neutralnog gasa i gasne plazme je u tome, što je u plazmi prisutno i značajno unutrašnje elektromagnetno polje. Posredstvom ovog polja koje potiče od svih naelektrisanih čestica plazme zajedno, svaka pojedinačna čestica istovremeno interaguje sa svim ostalim česticama. Ovaj tip interakcije se zove kolektivna interakcija. Znači da je sistem naelektrisanih čestica, po definiciji, plazma samo ako se njegovo fizičko ponašanje određuje kolektivnom interakcijom zasnovanom na Coulombovim silama.

U zemaljskim uslovima plazma predstavlja retku formu postojanja materije (munja, severna svetlost, jonosfera...). U vasioni je to dominantno agregatno stanje. Ceni se da je preko 90 % celokupne materije vasione u stanju plazme, delom kao stelarna plazma a delom u obliku interstelarnog gasa:

- interstelarni gas se odlikuje veoma malom gustinom (ne više od 1 čestice po cm^3) i niskom temperaturom,
- stelarna plazma se odlikuje velikom gustinom i visokom temperaturom (u unutrašnjosti zvezde i do nekoliko stotina miliona stepeni).

U okolini Zemlje nailazimo na oblasti ispunjene plazmom. U gornjim slojevima atmosfere postoji jonosfera, koja nastaje fotojonizacijom razređenih gasova gornje atmosfere ultraljubičastim zračenjem sa Sunca. Na znatno većim udaljenostima od Zemlje nego jonosfera, nalaze se Van Allen-ovi radijacioni pojasi Zemlje, sastavljeni od naelektrisanih čestica kosmičkog porekla zarobljenih Zemljinim magnetnim poljem.

Elementarni procesi u plazmi koji se odigravaju posredstvom sudara među česticama su:

- ekscitacija,
- jonizacija,
- zahvat elektrona i izmena naelektrisanja.

U laboratoriji se najčešće plazma dobija korišćenjem električnih pražnjenja u gasovima.

U ovom radu su računati osnovni parametri plazme-elektronska koncentracija i temperatura čisto argonske i argon-vodonične plazme. Račun je izveden pomoću Saha-Eggertove jednačine (ili kraće formule Saha), sa i bez popravke na energiju jonizacije. Ova popravka se uvodi zbog uzajamnih interakcija čestice plazme. Rezultati računa su upoređeni sa ranije dobijenim eksperimentalnim metodama [7].

Ovaj rad osim uvoda i zaključka sadrži četiri glave.

U prvoj glavi su opisani osnovni parametri plazmenog stanja. Zatim je definisan stepen jonizacije. Za računanje stepena jonizacije je potrebno poznavati princip detaljne ravnoteže koji je dalje opisan, kao i opšti oblik Saha-Eggertove jednačine i particione funkcije.

U drugoj glavi su data odstupanja od termodinamičke ravnoteže plazme. Opisani su i modeli plazme (lokalna termodinamička ravnoteža, parcijalna lokalna termodinamička ravnoteža i koronalni model).

U trećoj glavi je dato određivanje koncentracije elektrona iz Saha-Eggertove jednačine u opštem slučaju i to za plazmu sa jednom vrstom atoma (sa i bez popravke na energiju jonizacije) i za plazmu sa dve vrste atoma (sa i bez popravke na energiju jonizacije).

U četvrtom poglavlju je data primena Saha-Eggertove jednačine na računanje parametara čisto argonske plazme i argon-vodonične plazme.

GLAVA 1

1.1. PARAMETRI PLAZME

Pod osnovnim parametrima plazme podrazumevaju se temperatura i koncentracija čestica. Poznavati sastav plazme znači kvantitativno poznavati sve vrste čestica koje se u njoj javljaju. Ako sa A označimo hemijski simbol gasa u kome je formirana plazma, onda se u toj plazmi osim elektrona mogu naći i razne vrste teških čestica (naprimer molekuli A_2, atomi A, ekscitirani atomi A*, itd.). Pojedine vrste čestica koje ulaze u sastav plazme se zovu komponente.

Sastav plazme se karakteriše koncentracijama n_i (brojevima čestica po jedinici zapremine) i temperaturama T_i njenih pojedinih komponenata. Indeksom i označavamo pojedine vrste čestica. Sa e_i i m_i ćemo označavati naelektrisanje i masu jedne čestice vrste i. Sa $n = \sum_i n_i$ označimo ukupan broj čestica po jedinici zapremine a $d = n^{-1/3}$ će biti srednje rastojanje izmedu bilo koje dve čestice plazme.

Temperature T_i svih komponenata jedne plazme ne moraju biti nužno jednake, ali ako su jednake i ako ne postoje nikakvi gradijenti temperatura i koncentracija, kažemo da je plazma termodinamički ravnotežna. Ukoliko su sve temperature T_i medusobno jednake u svakoj tački oblasti koju zauzima plazma, ali postoje gradijenti temperature (razlike u temperaturi od tačke do tačke), kažemo da je plazma izotermna. Ako su temperature pojedinih komponenata različite čak i u istoj tački, govorimo o neizotermnoj plazmi.

Postoji i podela na niskotemperaturne plazme (do 10^5 K) i visokotemperaturne plazme (od 10^6 K). U prirodi se sreću primeri i niskotemperaturne i visokotemperaturne plazme (jonosfera, munja su tipični predstavnici niskotemperaturne plazme, dok se stelarna plazma klasifikuje u visokotemperaturnu).

1.2. PRINCIP DETALJNE RAVNOTEŽE

1.2.1. Stepen jonizacije

Stepen jonizacije X se definiše kao odnos izmedu broja jonizovanih atoma po jedinici zapremine i broja prvobitno prisutnih neutralnih atoma u istoj jedinici zapremine. U najjednostavnijem slučaju kada se plazma sastoji od atoma A, njegovih jednostruko pozitivno naelektrisanih jona A^+ i elektrona, stepen jonizacije je [1]:

$$X = \frac{n_A^+}{n_A^0} \tag{1}$$

n_A^+ - koncentracija jona, tj.broj jona po jedinici zapremine,

n_A^0 - koncentracija neutralnih atoma pre jonizacionih procesa.

Koncentracija neutralnih atoma n_A u stanju sa stepenom jonizacije X je:

$$n_A = n_A^0 - n_A^+ = n_A^0(1-X) \tag{2}$$

Stepen jonizacije je neimenovan broj koji može varirati od nule (neutralni gas) do jedinice (potpuno jonizovana plazma). Ako je $X \leq 10^{-4}$, kažemo da je plazma slabo jonizovana, a ako je $X \geq 10^{-1}$, govorimo o jako jonizovanoj plazmi . Izmedu ova dva ekstrema nalazi se široka oblast plazmi intermedijarnog stepena jonizacije.

1.2.2. Princip detaljne ravnoteže

Za izračunavanje stepena jonizacije treba poznavati konkretne uslove pod kojima se kod date plazme uspostavlja stanje jonizaciono-rekombinacione ravnoteže. To je stanje u kome su brzine jonizacije i rekombinacije jednake.

Ako se plazma sastoji samo od jedne vrste neutralnih atoma A, jednostruko pozitivno naelektrisanih jona A^+ i elektrona E, u obzir dolaze sledeći procesi :

$A + A \longleftrightarrow A^+ + E + A$ (termalna jonizacija i rekombinacija)

$A + h\nu \longleftrightarrow A^+ + E$ (fotojonizacija i radijativna rekombinacija)

$A + E \longleftrightarrow A^+ + E + E$ (jonizacija elektronskim sudarom i ternerna rekombinacija)

Prema principu detaljne ravnoteže svaki mikroskopski proces koji je moguć u nekom fizičkom sistemu ima svoj a priori jednako verovatan inverzni proces, i stanje termodinamičke ravnoteže se postiže tek onda kad brzina svakog mikroprocesa ponaosob postane jednaka brzini korespondentnog inverznog procesa.

Za posmatrani slučaj, da bi nastupilo stanje termodinamičke ravnoteže, moraju istovremeno biti brzine jonizacije jednake brzinama rekombinacije. Sva ova tri zahteva dovode do istog uslova oblika:

$$\frac{n_e n_A^+}{n_A} = K(T) \qquad \text{ili} \qquad \frac{X^2}{1-X} n_A^0 = K(T) \tag{3}$$

gde $K(T)$ zavisi samo od temperature i atomskih konstanti učesnika reakcija.

Uvodeći pritisak plazme u obliku:

$$p = k_B T(n_e + \sum_{z,i} n_i^z) \tag{4}$$

gde je sa i označena vrsta čestica, k_B je Bolcmanova konstanta a z pokazuje koliko je puta atom jonizovan, i imajući u vidu da je $n_A^+ = n_e$:

$$p = (n_A + n_A^+ + n_e)k_B T = (1+X)n_A^0 k_B T \tag{5}$$

možemo gornju relaciju napisati u obliku:

$$\frac{X^2}{1-X^2}\frac{p}{k_B T} = K(T) \tag{6}$$

Ovaj rezultat pokazuje kako stepen jonizacije u stanju termodinamičke ravnoteže zavisi od pritiska i temperature plazme. U termodinamičkoj ravnoteži, raspodela čestica prema iznosu njihove energije je data Bolcmanovom raspodelom:

$$\frac{n_n}{n_m} = \frac{g_n}{g_m}\frac{\exp\left\{-E_n / k_B T\right\}}{\exp\left\{-E_m / k_B T\right\}} \tag{7}$$

gde su E_n i E_m energijski nivoi, n_n i n_m koncentracije čestica u datim energijskim stanjima, a g_n i g_m su odgovarajuće statističke težine.

U slučaju jonizacije ova ravnotežna jednačina vodi u Saha-Eggert-ovu jednačinu:

$$\frac{n_z}{n_{z-1}} = \frac{U_z}{U_{z-1}} 2 \frac{(2\pi m)^{3/2}(k_B T)^{5/2}}{h^3} \exp\left\{\frac{W_{z-1}}{k_B T}\right\} \tag{8}$$

z karakteriše stanje jonizacije (z=1 neutralni atomi, z=2 jednostruko jonizovani atomi...), p_e je pritisak, W_{z-1} je energija jonizacije, h je Planckova konstanta i U_z, U_{z-1} su particione funkcije.

1.3. PARTICIONE FUNKCIJE

Prema stavovima statističke fizike, particione funkcije (statističke sume) elektronskih ekscitacija su oblika:

$$z_{el} = \sum_{s=0}^{\infty} g_s \exp\left\{-\frac{\varepsilon_s}{k_B T}\right\} \tag{9}$$

gde su g_S multipliciteti stanja atomskog omotača sa glavnim kvantnim brojem s (tj. sa energijom ε_s). Kada se radi o atomu ili jonu koji se nalazi u plazmi (kada se može ekscitirati samo nekoliko prvih energetskih nivoa kojima odgovaraju glavni kvantni brojevi manji od neke kritične vrednosti $s*$), suma (9) postaje konačna. Maksimalno moguć glavni kvantni broj $s*$ se dobija kao manje rešenje sledećih jednačina:

$$|\varepsilon_{s*}| = k_B T \ , \ a_{s*} = n^{-1/3} \tag{10}$$

gde je n ukupan broj čestica plazme po jedinici plazme, a a_S je radijus Bohr-ove orbite koja pripada kvantnom broju s. Prva od jednačina (10) izrazava fizički uslov da u atomu, odnosno jonu u plazmi ne mogu postojati energetski nivoi sa energijom manjom od srednje energije termalnog kretanja čestica. Ukoliko bi se dogodilo da dođe do pobuđenja elektrona na tako visok nivo da je $|\varepsilon_s| \langle k_B T$, takav elektron bi vrlo brzo bio otkinut usled sudara. Druga jednačina izražava uslov da radijus orbite elektrona u ekscitiranom stanju ne može biti veći od srednjeg rastojanja medu česticama plazme. Elektron koji bi bio pobuđen na tako visok nivo da bi mu radijus orbite postao veći od spomenutog rastojanja, morao bi takode odmah biti otkinut u sudarima. $s*$ obično nije veliki broj; najčešće izmedu 3 i 5.

GLAVA 2

2.1. ODSTUPANJA OD TERMODINAMIČKE RAVNOTEŽE

Stanje potpune termodinamičke ravnoteže plazme u laboratorijskim uslovima se retko može postići. Takvo stanje postoji naprimer u unutrašnjosti zvezda. Za spektroskopsku analizu se koristi linijsko zračenje koje dolazi iz plazme, tako da više ne može biti reči o termodinamičkoj ravnoteži. Međutim, ispitivanje ovakve neravnotežne plazme bi zahtevalo složene teorijske i numeričke proračune, tako da se vrše aproksimacije i uvode se modeli plazme. Pri uvođenju ovih modela uvedemo dve pretpostavke:

1. modeli će opisivati homogenu plazmu,
2. važiće Maksvelova raspodela brzina elektrona:

$$dN_v = 4\pi N_e \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \exp\left\{ -\frac{mv^2}{2k_B T} \right\} \tag{11}$$

Opisani modeli plazme zajedno sa prostornim modelom formiraju kompletni model plazme.

2.2. MODELI PLAZME

2.2.1. Lokalna termodinamička ravnoteža

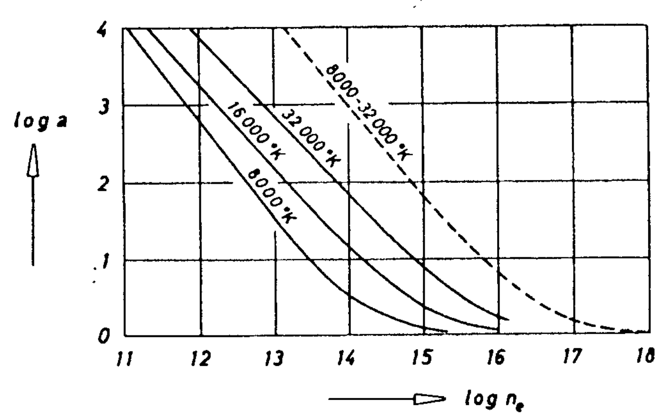
Stanje plazme koje se često javlja i blisko je termodinamičkoj ravnoteži je stanje lokalne termodinamičke ravnoteže (skraćeno LTR). Ovakvo stanje plazme se najčešće sreće kod laboratorijski dobijenih plazmi. Ako su koncentracije čestica (naročito elektrona) visoke, sudarni procesi u plazmi su dominirajući. Kod plazme u kojoj je samo slabo narušen princip detaljne ravnoteže, stanja u kome su brzine jonizacije i rekombinacije jednake (vidi 1.2.) i temperatura čestica je jednaka temperaturi elektrona, postignuto je stanje lokalne termodinamičke ravnoteže, J.Richter [2].

Teoretski su ispitivani uslovi pod kojima se javlja stanje lokalne termodinamičke ravnoteže u plazmi - Bates, Kingston, McWhirter [3]. U literaturi je rešen sistem jednačina za vodoničnu plazmu, sa datom elektronskom temperaturom T_e, i koncentracijom elektrona $n_e = n_P$ (P-oznaka za proton). Svaka jednačina opisuje popunjavanje i napuštanje jednog vodonikovog nivoa:

$$\begin{aligned}\frac{dn_k}{dt} &= -n_k \sum_{i\langle k} A_{ki} + \sum_{i\langle k} n_i A_{ik} + n_e^2 \alpha - n_k n_e S + n_e^3 Q + \\ &+ n_e \sum_i n_i \left(K_{i<k} + K_{i>k}\right) - n_e n_k \sum_i \left(K_{k<i} + K_{k>i}\right)\end{aligned} \tag{12}$$

gde k uzima vrednosti od 1 (osnovni nivo) do beskonačnosti. Rešenje ove jednačine (12) daje broj popunjenosti nivoa vodonika kao funkciju T_e i n_e.

Nekoliko rezultata ovih proračuna je prikazano na slici 1. Sa *a* je označena popunjenost osnovnog nivoa, T_e je parametar.



Slika 1.

Sa slike se vidi da je lokalna termodinamička ravnoteža postignuta za elektronske koncentracije veće od 10^{18} cm^{-3}, nezavisno od temperature elektrona u intervalu od 8000K do 64000K.

Korišćenje ovih proračuna na komplikovanije atome nije moguće zbog povećanog broja reakcionih procesa i slabo poznatih koeficijenata. Dozvoljeno je transformisati jednačine (12) za druge atome samo ako oni imaju nivoe slične vodoniku.

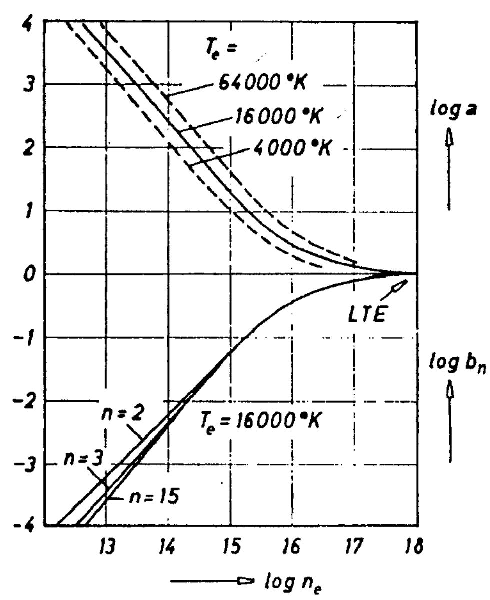
Griem [4] je sve ovo uzeo u obzir i dobio je kriterijum za lokalnu termodinamičku ravnotežu:

$$n_e \geq 10^{12} T_e^{1/2} \left(E_k - E_i\right)^3 cm^{-3} \tag{13}$$

gde je T_e u kelvinima (K), a $E_k - E_i$ u elektron-voltima (eV). Na atmosferskom ili višim pritiscima, kod lučnog pražnjenja gubici na zračenju nisu veliki i postignuto je stanje lokalne termodinamičke ravnoteže (napr. kod luka na atmosferskom pritisku, sa strujom jačine 10A, u argonu).

2.2.2. Parcijalna lokalna termodinamička ravnoteža

McWhirter i Hearn [5] su pokazali da je u širokom intervalu elektronskih koncentracija je zadovoljen princip detaljne ravnoteže (vidi 1.2.) za sve sudarne procese, ne računajući atome u osnovnom stanju. Oni su rešili sistem jednačina (12) za široki opseg T_e i n_e. Proračuni su vršeni za vodonik i vodoniku slične atome kao što su He^+ i Li^{++}. Deo rezultata je prikazan na slici 2:



Slika 2.

Veličine a i b_n na slici, su definisane sledećim relacijama:

$$a = \frac{n_1}{n_1^*} \, , \; b_n = \frac{n_n / n_1}{n_n^* / n_1^*} \tag{14}$$

Indeks označava kvantni broj nivoa, simbol * označava LTR koncentracije dobijene iz T_e i n_e(a=1 znači LTR, lokalnu termodinamičku ravnotežu). Ovakva relativna popunjenost pobuđenih nivoa se pokorava Bolcmanovoj raspodeli:

$$\frac{n_n}{n_m} = \exp\left\{\frac{E_n - E_m}{k_B T}\right\} \tag{15}$$

Ovakvo stanje plazme se naziva parcijalna lokalna termodinamička ravnoteža (skraćeno PLTR). Za ovakvo stanje se vidi sa slike 2 da je $ab_n = 1$. Bolcmanova formula će biti:

$$\frac{n_n}{n_0} \approx \frac{n_n}{n_1} = \frac{1}{a}\frac{g_n}{g_1}\exp\left\{-\frac{E_n}{k_B T}\right\} \tag{16}$$

Za plazmu sastavljenu od više hemijskih elemenata, ekscitacija i jonizacija se može opisati pomoću formule (16), pri čemu se veličina a menja u zavisnosti od elementa i stanja jonizacije.

Koncentraciju elektrona potrebnu za dobijanje PLTR je izračunao Griem [4]:

$$n_e \geq 7 \times 10^{18} \frac{z^6}{n^{17/2}}\left(\frac{k_B T_e}{W_{ion}}\right)^{1/2} cm^{-3} \tag{17}$$

gde je n glavni kvantni broj najnižeg nivoa sadržanog u PLTR.

2.2.3. Koronalni model

Ako su koncentracije atoma i elektrona jako male, pobuđeni atomi će spontano emitovati fotone i jonizovani atomi će biti rekombinovani radijativnom rekombinacijom. Tada je uspostavljeno koronalno stanje plazme. U ovom stanju se atomi ne pobuđuju (niti rekombinuju) sudarima. Koronalno stanje plazme je opisano koronalnom jednačinom:

$$\frac{n_z}{n_{z-1}} = S_{z-1,1}(T_e) \div \alpha_{z,1}(T_e) \tag{18}$$

Desna strana ove jednačine zavisi od vrste atoma ili jona. McWhirter [6] je analizirao jednačinu (18) i dobio je sledeći oblik za vodonične jone:

$$\frac{n_z}{n_{z-1}} = 1.3 \times 10^8 \left(\frac{k_B T_e}{W_{ion}}\right)^{3/4} \frac{1}{W^2}\exp\left\{-\frac{W_{ion}}{k_B T_e}\right\} \tag{19}$$

gde je W u elektron-voltima (eV). Procenjena tačnost za n_z/n_{z-1} se računa oko ± 50 %.

Ovim nije napravljen kompletan pregled plazmenih modela. Detaljnije analize kao i vremenski zavisna stanja se mogu naći u radu McWhirtera [6].

GLAVA 3

3.1. MAKROSKOPSKA KVAZINEUTRALNOST

Posledica postojanja kolektivne interakcije prouzrokovane elektromagnetnim silama je tendencija plazme ka električnoj neutralnosti, tj. stanju u kome je zapreminska gustina naelektrisanja jednaka nuli. Ova tendencija se ispoljava uvek kada se razmatraju dovoljno velike zapremine plazme i dovoljno veliki intervali vremena, i naziva se makroskopska kvazineutralnost.

Posmatrajmo plazmu koja ima n elektrona i n pozitivnih jona po jedinici zapremine. Pretpostavimo da je plazma izotermna i da je njena temperatura T, tako da je srednja energija termalnog kretanja reda veličine $k_B T$ po čestici. Maksimalan radijus R_D sfere iz koje bi mogli izaći svi elektroni, možemo naći iz uslova $e\varphi(R_D) = k_B T$, pri čemu je $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R}$ potencijal na površini sfere.

$$\varphi(R_D) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{en\frac{4}{3}\pi R_D^3}{R_D} = \frac{1}{3\varepsilon_0} enR_D^2 \tag{20}$$

sledi:

$$R_D = \sqrt{3}\sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_B T}{e^2 n}} \tag{21}$$

Odbacimo nebitan faktor $\sqrt{3}$ i dobijemo jednu karaktersitičnu plazmenu dužinu:

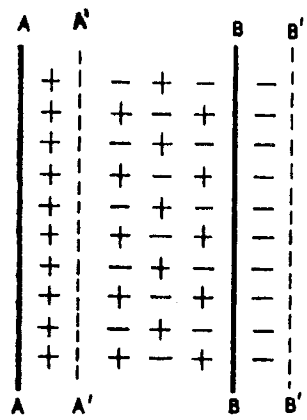
$$r_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_B T}{e^2 n}} \tag{22}$$

koja se naziva Debye-ev radijus plazme. On daje red veličine one sfere (Debye-eva sfera) iz koje bi usled termalnog kretanja mogle izaći sve čestice jednog znaka naelektrisanja pri datoj koncentraciji n i datoj temperaturi plazme T. O elektroneutralnosti plazme se može govoriti jedino ako se imaju u vidu zapremine čije su linearne dimenzije znatno veće od Debye-evog radijusa te plazme.

3.2. PLAZMENE OSCILACIJE

Plazmene oscilacije su pojava u plazmi kojom plazma teži da ostvari makroskopsku kvazineutralnost. Pretpostavimo da je iz jedne male sfere (čiji je radijus znatno veći od efektnog Debye-evog radijusa posmatrane plazme) izašao izvestan broj elektrona. U unutrašnjosti sfere onda postoji pozitivno prostorno naelektrisanje. Usled jakog elektrostatičkog polja, koje se tada javlja u blizini sfere, izašli elektroni će se na izvesnom rastojanju od nje zaustaviti i počeće se vraćati. Kretaće se prema centru oko koga se ubrzo formira oblast sa viškom negativnog naelektrisanja. Elektroni će ponovo izlaziti, proces se ponavlja i tako nastaju elektronske plazmene oscilacije.

Frekvenciju elektronskih plazmenih oscilacija možemo dobiti analiziranjem situacije prikazane na slici 3:



Slika 3.

Posmatrajmo sloj plazme između dve bliske paralelne ravni AA i BB. Pretpostavimo da su elektroni krenuli nadesno i obrazovali tanak sloj sa negativnim prostornim naelektrisanjem BBB'B' debljine x. S druge strane uočenog sloja se obrazovao sloj AAA'A' iste debljine x, ali sa pozitivnim naelektrisanjem. Ceo uočeni sloj se ponaša kao jedan pločasti kondenzator. Električno polje između njegovih ploča je:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \tag{23}$$

gde je $\sigma = en_e x$ površinska gustina naelektrisanja a n_e je broj elektrona po jedinici zapremine. Na svaki elektron u sloju BBB'B' deluje sila $F = -eE$ tako da se kretanje odvija prema diferencijalnoj jednačini:

$$m_e \ddot{x} = -eE = -\frac{1}{\varepsilon_0} e^2 n_e x$$

$$\ddot{x} + \frac{e^2 n_e}{\varepsilon_0 m_e} x = 0 \tag{24}$$

Ova difercijalna jednačina opisuje harmonijsko oscilovanje. Frekvencija ove oscilacije zavisi samo od koncentracije elektrona:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{e^2 n_e}{\varepsilon_0 m_e}} \tag{25}$$

i naziva se elektronska plazmena frekvencija. Makroskopska kvazineutralnost plazme će se ispoljiti jedino u vremenskim intervalima znatno većim od perioda plazmenih oscilacija.

3.3. SAHA JEDNAČINA ZA JEDNU VRSTU ČESTICA PRISUTNIH U PLAZMI

3.3.1. Saha jednačina bez popravke na energiju jonizacije

Pritisak i temperatura određuju brzine jonizacionih i rekombinacionih procesa i time utiču na koncentracije svih vrsta čestica u stanju uspostavljene ravnoteže. Sastav plazme pod datim uslovima možemo izračunati za slabo neidealnu plazmu. Slabo neidealnu plazmu smo definisali kao plazmu koja je u stanju termodinamičke ravnoteže i kod koje se u Debye-evoj sferi nalazi veliki broj naelektrisanih čestica. Polazna tačka kod B.Milića[1] za ovo izračunavanje je činjenica da slobodna energija izolovanog sistema u stanju termodinamičke ravnoteže ima minimum.

Statistička suma idealnog gasa sa s vrsta čestica je data izrazom:

$$Z_{id} = \prod_{\alpha=1}^{s} z_{id}^{\alpha} \tag{26}$$

gde je z_{id}^{α} statistička suma podsistema koji se sastoji samo od N_α neinteragujućih čestica vrste α . Ako se sa z_α označi statistička suma jedne čestice vrste α , onda je:

$$z_{id}^{\alpha} = \frac{(z_{\alpha})^{N_{\alpha}}}{N_{\alpha}!}, \qquad N = \sum_{\alpha=1}^{s} N_{\alpha} \tag{27}$$

Način na koji se određuje zavisnost sastava plazme od pritiska i temperature biće prikazan na jednostavnom slučaju plazme koja se sastoji od samo jedne vrste neutralnih atoma A, pripadajućih jednostruko naelektrisanih pozitivnih jona $A+$ i elektrona e. Statistička suma u tom slučaju je:

$$Z_{id} = \frac{(z_A)^{N_A}}{N_A!} \frac{(z_{A+})^{N_{A+}}}{N_{A+}!} \frac{(z_e)^{N_e}}{N_e!} \tag{28}$$

Iz termodinamike je poznato da je slobodna energija sistema od N čestica na temperaturi T za koje važi Gibbsova statistika data sa:

$$F_{id} = -k_B T \ln Z_{id} \tag{29}$$

Odavde sledi:

$$F_{id} = -k_B T \ln\left(\prod_{\alpha=1}^{s} z_{id}^{\alpha}\right) = -k_B T \sum_{\alpha=1}^{s} \ln\left(z_{id}^{\alpha}\right) =$$
$$= -k_B T \sum_{\alpha=1}^{s} \left[N_{\alpha} \ln(z_{\alpha}) - \ln(N_{\alpha}!)\right]$$

Pošto je Stirlingova formula za faktorijele $N! \approx N \exp(-N)$, dobijamo $\ln N! \approx N(\ln N - 1)$, te je:

$$\begin{aligned} F_{id} &= -k_B T \sum_{\alpha=1}^{s} \left[N_{\alpha} \ln(z_{\alpha}) - N_{\alpha}(\ln N_{\alpha} - 1)\right] = \\ &= -k_B T \sum_{\alpha=1}^{s} N_{\alpha}\left[\ln(z_{\alpha}) - \ln N_{\alpha} + 1\right] = \\ &= -k_B T \sum_{\alpha=1}^{s} N_{\alpha}\left[\ln(z_{\alpha}) - \ln N_{\alpha}\right] - k_B T \sum_{\alpha=1}^{s} N_{\alpha} = \\ &= -k_B T N - k_B T \sum_{\alpha=1}^{s} N_{\alpha} \ln \frac{z_{\alpha}}{N_{\alpha}} \end{aligned} \tag{30}$$

Za naš slučaj:

$$F_{id} = -k_B T\left[N_A \ln \frac{z_A}{N_A} + N_{A+} \ln \frac{z_{A+}}{N_{A+}} + N_e \ln \frac{z_e}{N_e} + N_A + N_{A+} + N_e\right] \tag{31}$$

Uslov minimuma slobodne energije u stanju termodinamičke ravnoteže se može opisati kao $\delta(F_{id})_{V,T} = 0$,što znači da se pri variranju zapremina sistema i temperatura ne menjaju, već se variraju samo brojevi čestica pojedinih vrsta.

$$\delta(F_{id})_{V,T} = -k_B T \delta N - k_B T \sum_{\alpha=1}^{s} \left\{ \ln \frac{z_\alpha}{N_\alpha} \delta N_\alpha - \delta N_\alpha \right\} =$$

$$= -k_B T \sum_{\alpha=1}^{s} \ln \frac{z_\alpha}{N_\alpha} \delta N_\alpha = 0 \qquad (32)$$

Važi dakle:

$$\sum_{\alpha=1}^{s} \ln\left(\frac{z_\alpha}{N_\alpha}\right) \delta N_\alpha = 0 \qquad (33)$$

Ukupan broj čestica se ne menja:

$$\delta N = \sum_{\alpha=1}^{s} \delta N_\alpha = 0 \qquad (34)$$

Mora da važi zakon održanja teških čestica:

$$N_0 = \sum_{\alpha=1}^{s} N_\alpha = const \qquad (35)$$

U našem slučaju na osnovu jednačine (33):

$$\left(\ln \frac{z_A}{N_A}\right) \delta N_A + \left(\ln \frac{z_{A+}}{N_{A+}}\right) \delta N_{A+} + \left(\ln \frac{z_e}{N_e}\right) \delta N_e = 0 \qquad (36)$$

Varijacije $\delta N_A, \delta N_{A+}, \delta N_e$ brojeva čestica nisu međusobno nezavisne, jer su vezane uslovima konstantnosti broja teških čestica i konzervacije naelektrisanja. Ovi uslovi za razmatranu plazmu glase:

$$N_A + N_{A+} = N_A^0 , \qquad N_{A+} = N_e \qquad (37)$$

pri čemu N_A^0 označava prvobitno prisutan broj neutralnih atoma. Variranjem ovih jednačina dobijamo:

$$\delta N_A = -\delta N_{A+} , \ \delta N_{A+} = \delta N_e \qquad (38)$$

Relacija (36) sada dobija oblik:

$$\left[-\left(\ln\frac{z_A}{N_A}\right)+\left(\ln\frac{z_{A+}}{N_{A+}}\right)+\left(\ln\frac{z_e}{N_e}\right)\right]\delta N_e = 0 \tag{39}$$

Da bi ovaj uslov bio zadovoljen, izraz u srednjoj zagradi mora biti jednak nuli:

$$-\ln\frac{z_A}{N_A}+\ln\frac{z_{A+}}{N_{A+}}+\ln\frac{z_e}{N_e}=0 \tag{40}$$

Sledi da je:

$$\frac{N_{A+}N_e}{N_A}=\frac{z_{A+}z_e}{z_A} \tag{41}$$

Uvođenjem srednjih koncentracija ($n = N/V$), gde je V zapremina sistema:

$$\frac{n_{A+}n_e}{n_A}=\frac{1}{V}\frac{z_{A+}z_e}{z_A} \tag{42}$$

Ovaj rezultat je poznat kao zakon dejstva masa. Sada još treba napisati konkretne izraze za statističke sume koje se pojavljuju na desnoj strani jednačine (3).

Statističke sume z_A i z_{A+} atoma i jona su određene njihovim translatornim, rotacionim i oscilatornim kretanjima a takođe i ekscitacijom njihovih elektronskih omotača:

$$\begin{aligned} z_A &= z_A^{tr} z_A^{rot} z_A^{osc} z_A^{el} \\ z_{A+} &= z_{A+}^{tr} z_{A+}^{rot} z_{A+}^{osc} z_{A+}^{el} \end{aligned} \tag{43}$$

Ako uzmemo da je razlika u masi između atoma i jona vrlo mala, onda je:

$$z_{A+}^{tr} \approx z_A^{tr}\ ,\ z_{A+}^{rot} \approx z_A^{rot}\ ,\ z_{A+}^{osc} \approx z_A^{osc} \tag{44}$$

Zbog toga će odnos statističkih suma jona i atoma, koji se pojavljuje u jednačini (42) biti vrlo približno jednak odnosu statističkih suma njihovih elektronskih ekscitacija z_{A+}^{el} / z_A^{el}. Aproksimativni izrazi za njih su:

$$\begin{aligned} z_A^{el} &\approx g_{0A}\exp\left\{-\frac{\varepsilon_{0A}}{k_B T}\right\} \\ z_{A+}^{el} &\approx g_{0A+}\exp\left\{-\frac{\varepsilon_{0A+}}{k_B T}\right\} \end{aligned} \tag{45}$$

gde su g_{0A} i g_{0A+} multipliciteti osnovnih stanja elektronskih omotača neutralnog atoma i odgovarajućeg jona, dok su ε_{0A} i ε_{0A+} korespondentne energije. Odnos veličina (45) je približno jednak:

$$\frac{z_{A+}^{el}}{z_A^{el}} \approx \frac{g_{0A+}\exp\left\{-\dfrac{\varepsilon_{0A+}}{k_BT}\right\}}{g_{0A}\exp\left\{-\dfrac{\varepsilon_{0A}}{k_BT}\right\}} = \frac{g_{0A+}}{g_{0A}}\exp\left\{-\frac{\varepsilon_{0A+}-\varepsilon_{0A}}{k_BT}\right\} = \frac{g_{0A+}}{g_{0A}}\exp\left\{-\frac{W}{k_BT}\right\} \qquad (46)$$

jer razlika $\varepsilon_{0A+} - \varepsilon_{0A}$ predstavlja energiju jonizacije W.

Statistička suma (particiona funkcija) elektrona ima samo translatorni faktor i on iznosi:

$$z_e = z_e^{tr} = 2V\left(\frac{2\pi m_e k_B T}{h^2}\right)^{3/2} \qquad (47)$$

pri čemu faktor *2* potiče od dve moguće orijentacije spina.

Uzimajući u obzir zadnje dve jednačine (46) i (47), zakonu dejstva masa (42) možemo dati oblik:

$$\frac{n_{A+}n_e}{n_A} = 2\left(\frac{2\pi m_e k_B T}{h^2}\right)^{3/2}\frac{g_{0A+}}{g_{0A}}\exp\left\{-\frac{W}{k_BT}\right\} \qquad (48)$$

Upoređivanjem ove relacije sa jednačinama (3) i (6) u glavi 1, koje su izvedene na osnovu principa detaljne ravnoteže, vidimo kakav oblik treba da ima funkcija K(T) kod slabo neidealne plazme u stanju termodinamičke ravnoteže i možemo definitivno pisati:

$$\frac{X^2}{1-X^2}p = 2\left(\frac{2\pi m_e}{h^2}\right)^{3/2}(k_BT)^{5/2}\frac{g_{0A+}}{g_{0A}}\exp\left\{-\frac{W}{k_BT}\right\} \qquad (49)$$

Ova jednačina je u literaturi o fizici plazme poznata kao formula Saha (ili Saha-Eggert - ova jednačina).

Upoređivanjem eksperimentalno merenih stepena jonizacije sa onim koje pri istom pritisku i istoj temperaturi predviđa formula Saha, utvrđeno je da se rezultati dobro slažu jedino pri vrlo malim stepenima jonizacije ($X \langle 10^{-4}$). Sa porastom stepena jonizacije zapaža se sve veće i veće neslaganje i formula Saha po pravilu daje manji stepen jonizacije od onog koji se konstatuje merenjem.

3.3.2. Saha jednačina sa popravkom na energiju jonizacije

Unutrašnja energija posmatrane plazme, B.Milić [1]:

$$U = U_{id} + U_{\mathrm{int}} \tag{50}$$

gde je U_{id} unutrašnja energija hipotetičnog idealnog gasa sastavljenog od istih čestica kao i posmatrana plazma a U_{int} je:

$$U_{\mathrm{int}} = -\frac{Vk_B T}{8\pi r_D^3} \tag{51}$$

gde je:

$$\frac{1}{r_D} = \sqrt{\sum_\beta \frac{1}{r_{D\beta}^2}} = \sqrt{\sum_\beta \frac{q_\beta^2 n_\beta}{\varepsilon_0 k_B T}} \tag{52}$$

Slobodna energija:

$$F = F_{id} + \frac{2}{3} U_{\mathrm{int}} \tag{53}$$

F_{id} je slobodna energija spomenutog hipotetičnog gasa sastavljenog od istih čestica kao i posmatrana plazma. Varijacija slobodne energije:

$$\delta(F)_{V,T} = \delta(F_{id})_{V,T} + \frac{2}{3}\delta(U_{\mathrm{int}})_{V,T} \tag{54}$$

Uslov minimuma je $\delta(F)_{V,T} = 0$, odakle sledi:

$$\delta(F_{id})_{V,T} = -\frac{2}{3}\delta(U_{\mathrm{int}})_{V,T} \tag{55}$$

Sada treba naći $\delta(U_{\mathrm{int}})$ na osnovu jednačine (51):

$$\delta(U_{\mathrm{int}})_{V,T} = -\frac{Vk_B T}{8\pi}\delta\left(\frac{1}{r_D^3}\right) = \frac{3Vk_B T}{8\pi}\frac{\delta(r_D)_{V,T}}{r_D^4}$$

Na osnovu (52):

$$\delta(r_D)_{V,T} = \delta\left(\left[\sum_\beta \frac{q_\beta^2 n_\beta}{\varepsilon_0 k_B T}\right]^{-\frac{1}{2}}\right)_{V,T} = -\frac{1}{2}\left[\sum_\beta \frac{q_\beta^2 n_\beta}{\varepsilon_0 k_B T}\right]^{-\frac{3}{2}} \delta\left(\sum_\beta \frac{q_\beta^2 n_\beta}{\varepsilon_0 k_\beta T}\right)_{V,T} =$$

$$= -\frac{1}{2} r_D^3 \sum_\beta \frac{q_\beta^2 \delta n_\beta}{\varepsilon_0 k_B T}$$

Odavde sledi:

$$\delta(U_{\text{int}})_{V,T} = -\frac{3}{16\pi}\frac{V k_B T}{r_D}\sum_\beta \frac{q_\beta^2 \delta n_\beta}{\varepsilon_0 k_B T} = -\frac{3}{4}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_D}\sum_\beta q_\beta^2 \delta N_\beta \tag{56}$$

U našem slučaju plazme koja se sastoji od samo jedne vrste neutralnih atoma A, pripadajućih jednostruko naelektrisanih pozitivnih jona $A+$ i elektrona e, imamo:

$$q_\beta = A, A+, e \qquad q_A = 0 \qquad q_{A+} = q_e = e \tag{57}$$

$$\delta(U_{\text{int}})_{V,T} = -\frac{3}{4}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_D}\delta(N_{A+} + N_e) \tag{58}$$

Pošto je $N_{A+} = N_e^{(A)}$ i $N_e = N_e^{(A)} = N_{A+}$, sledi da je $\delta(N_{A+} + N_e) = 2\delta N_e$.

Jednačina (58) postaje:

$$\delta(U_{\text{int}})_{V,T} = -\frac{3}{4}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sqrt{2}e\sqrt{n_e}}{\sqrt{\varepsilon_0 k_B T}} 2\delta N_e$$

a jednačina (55) postaje:

$$\delta(F_{id})_{V,T} = \frac{\sqrt{2}e^3\sqrt{n_e}}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{\varepsilon_0 k_B T}}\delta N_e \tag{59}$$

Ovu jednačinu izjednačimo sa jednačinom (32):

$$-k_B T\sum_{\alpha=1}^{s}\left\{\ln z_\alpha - \ln N_\alpha\right\}\delta N_\alpha = \Psi(T)\sqrt{n_e}\,\delta N_e$$

gde je:

$$\Psi(T) = \frac{\sqrt{2}e^3}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{\varepsilon_0 k_B T}}$$

Za naš slučaj sledi:

$$-k_B T\left\{\ln\left(\frac{z_A}{N_A}\right)\delta N_A + \ln\left(\frac{z_{A+}}{N_{A+}}\right)\delta N_{A+} + \ln\left(\frac{z_e}{N_e}\right)\delta N_e\right\} = \Psi(T)\sqrt{n_e}\,\delta N_e$$

$$\frac{N_{A+}N_e}{N_A} = \frac{z_{A+}z_e}{z_A}\exp\left\{\frac{\Psi(T)\sqrt{n_e}}{k_B T}\right\} \tag{60}$$

i dobijemo Saha jednačinu:

$$\frac{n_{A+}n_e}{n_A} = 2\left(\frac{2\pi m_e k_B T}{h^2}\right)^{3/2}\frac{z_{A+}(T)}{z_A(T)}\exp\left\{-\frac{W-\Delta W}{k_B T}\right\} \tag{61}$$

gde je:

$$\Delta W = \Psi(T)\sqrt{n_e} = \frac{\sqrt{2}e^3}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{\varepsilon_0 k_B T}}\sqrt{n_e} \tag{62}$$

Ovaj izraz (62) se naziva popravka na energiju jonizacije. Odavde sledi:

$$\frac{X^2}{1-X^2}p = 2\left(\frac{2\pi m_e}{h^2}\right)^{3/2}\left(k_B T\right)^{5/2}\frac{z_{A+}(T)}{z_A(T)}\exp\left\{-\frac{W-\Delta W}{k_B T}\right\} \tag{63}$$

ovo je Saha jednačina sa popravkom na energiju jonizacije za jednu vrstu čestica prisutnih u plazmi. Ova ideja da se formula Saha koriguje time što će se tražiti izraz za smanjenje energije jonizacije atoma plazme usled interakcije sa okolnim česticama, pokazala se kao uspešna. Poslednjih godina je u literaturi predložen veliki broj različitih korekcionih formula, sa namerom da se opiše i plazma koja nije slabo idealna.

3.4. SAHA JEDNAČINA ZA DVE VRSTE ČESTICA PRISUTNIH U PLAZMI

Mešavina dve vrste čestica A i B je tipa A + B_2. Ona se uvodi u lučno pražnjenje na temperaturama koje su iznad temperature disocijacije(T_{dis}) molekula B_2.

Pre disocijacije ($T\langle\ T_{dis}$) ukupan broj neutralnih atoma B_2 i atoma A po jedinici zapremine je:

$$n_o^* = n_{B_2}^0 + n_A^0 \tag{64}$$

gde se sa $n_{B_2}^0$ i n_A^0 označavaju koncentracije neutralnih molekula B_2 i neutralnih atoma A. Iz poznatih odnosa u mešavini se zna da je:

$$\frac{n_A^0}{n_{B_2}^0} = \alpha \tag{65}$$

tako da se koncentracija neutrala (pre disocijacije) svake vrste može izraziti preko ukupne koncentracije neutrala kao:

$$n_{B_2}^0 = \frac{1}{1+\alpha} n_0^*$$

$$n_A^0 = \alpha n_{B_2}^0 = \frac{\alpha}{1+\alpha} n_0^*$$

gde je:

$$n_0^* = \frac{p_{atm}}{k_B T} \tag{66}$$

Nakon disocijacije ($T \rangle T_{dis}$) imamo sledeće vrste čestica: elektrone e, molekule B_2, neutralne atome B, neutralne atome A, jednostruko naelektrisane pozitivne jone B^+, jednostruko naelektrisane pozitivne jone A^+. Za nas su interesantne temperature $T \rangle\rangle T_{dis}$ pri kojima su svi (preko 99%) molekuli B_2 disosovani, tako da u sistemu imamo neutrale samo atomskog porekla A i B. Za temperature $T \rangle\rangle T_{dis}$ možemo pisati:

$$n_0 = n_B^0 + n_A^0 \tag{67}$$

gde je n_0 koncentracija neutralnih čestica pre disocijacije, n_B^0 koncentracija neutralnih atoma vrste B ($n_B^0 = 2n_{B_2}^0$), n_A^0 koncentracija neutralnih atoma vrste A koja se nije promenila. Odnos neutrala različitih vrsta je:

$$\frac{n_A^0}{n_B^0} = \frac{n_A^0}{2n_{B_2}^0} = \frac{\alpha}{2} \tag{68}$$

tako da je:

$$n_B^0 = \frac{1}{1+\frac{\alpha}{2}} n_0$$

$$n_A^0 = \frac{\frac{\alpha}{2}}{1+\frac{\alpha}{2}} n_0$$

gde je:

$$n_0 = \frac{p_{atm}}{k_B T} \tag{69}$$

Znači, ako se zanemari dvostruka jonizacija , u sistemu koji se nalazi na temperaturi $T \rangle T_{ion}$ postoje sledeće vrste čestica: elektrone e, neutralne atome B, neutralne atome A, jednostruko naelektrisane pozitivne jone B^+, jednostruko naelektrisane pozitivne jone A^+. Jednačine Saha - Eggerta slede iz principa detaljne ravnoteže (vidi 1.2.) kada sistem od N čestica teži da održi stanje sa minimalnom unutrašnjom energijom.

3.4.1. Saha jednačina bez popravke na energiju jonizacije

Na osnovu razmatranja u (3.3.1.), jednačina od (26) do (35) sledi:

$$\begin{aligned} &\ln\left(\frac{z_e}{N_e}\right)\delta N_e + \ln\left(\frac{z_B}{N_B}\right)\delta N_B + \ln\left(\frac{z_{B+}}{N_{B+}}\right)\delta N_{B+} + \\ &+\ln\left(\frac{z_A}{N_A}\right)\delta N_A + \ln\left(\frac{z_{A+}}{N_{A+}}\right)\delta N_{A+} = 0 \end{aligned} \tag{70}$$

$$N_e = N_{A+} + N_{B+}\ , \ \delta N_e = \delta N_{A+} + \delta N_{B+} \tag{71}$$

Mora da važi i zakon održanja početnog broja teških čestica svake pojedine vrste, odnosno:

$$N_A^0 = N_A + N_{A+} \qquad \delta N_{A+} = -\delta N_A \tag{72}$$

$$N_B^0 = N_B + N_{B+} \qquad \delta N_{B+} = -\delta N_B \tag{73}$$

Jednačina (70) nakon uvrštavanja (72) i (73) postaje:

$$\ln\left(\frac{z_e}{N_e}\right)\delta N_e + \left\{\ln\left(\frac{z_{B+}}{N_{B+}}\right) - \ln\left(\frac{z_B}{N_B}\right)\right\}\delta N_{B+} + \\ +\left\{\ln\left(\frac{z_{A+}}{N_{A+}}\right) - \ln\left(\frac{z_A}{N_A}\right)\right\}\delta N_{A+} = 0 \tag{74}$$

Ako se δN_{B+} izrazi iz (71) preko δN_e i δN_{A+} dobija se:

$\delta N_{B+} = \delta N_e - \delta N_{A+}$

te se ovo uvrsti u (74) i imamo:

$$\left\{\ln\left(\frac{z_e}{N_e}\right) + \ln\left(\frac{z_{B+}}{N_{B+}}\right) - \ln\left(\frac{z_B}{N_B}\right)\right\}\delta N_e + \\ +\left\{\ln\left(\frac{z_{A+}}{N_{A+}}\right) + \ln\left(\frac{z_B}{N_B}\right) - \ln\left(\frac{z_A}{N_A}\right) - \ln\left(\frac{z_{B+}}{N_{B+}}\right)\right\}\delta N_{A+} = 0 \tag{75}$$

Ovo važi samo ako je:

$$\frac{z_e}{N_e}\frac{z_{B+}}{N_{B+}}\frac{N_B}{z_B} = 1 \qquad \text{i} \qquad \frac{z_{A+}z_B}{N_{A+}N_B}\frac{N_A}{z_A}\frac{N_{B+}}{z_{B+}} = 1$$

Iz prve jednakosti sledi da je:

$$\frac{N_e N_{B+}}{N_B} = \frac{z_e z_{B+}}{z_B} \tag{76}$$

dok iz druge sledi:

$$\frac{N_e N_{A+}}{N_A} = \frac{z_e z_{A+}}{z_A} \tag{77}$$

Zakon dejstva mase će, slično (48), imati oblik:

$$\frac{z_e z_{A+}}{z_A} \approx 2V\left(\frac{2\pi m_e k_B T}{h^2}\right)^{3/2} \frac{z_{A+}^{el}(T)}{z_A^{el}(T)} \exp\left\{-\frac{W^{(A)}}{k_B T}\right\} \tag{78}$$

$$\frac{z_e z_{B+}}{z_B} \approx 2V\left(\frac{2\pi m_e k_B T}{h^2}\right)^{3/2} \frac{z_{B+}^{el}(T)}{z_B^{el}(T)} \exp\left\{-\frac{W^{(B)}}{k_B T}\right\} \tag{79}$$

Uvođenjem koncentracija ($n = N/V$) za (76) i (77) dobijamo:

$$\frac{n_e n_{A+}}{n_A} \approx 2\left(\frac{2\pi m_e k_B T}{h^2}\right)^{3/2} \frac{z_{A+}^{el}(T)}{z_A^{el}(T)} \exp\left\{-\frac{W^{(A)}}{k_B T}\right\} = f_A(T) \tag{80}$$

$$\frac{n_e n_{B+}}{n_B} \approx 2\left(\frac{2\pi m_e k_B T}{h^2}\right)^{3/2} \frac{z_{B+}^{el}(T)}{z_B^{el}(T)} \exp\left\{-\frac{W^{(B)}}{k_B T}\right\} = f_B(T) \tag{81}$$

Sa uvođenjem stepena jonizacije:

$$X_A = \frac{n_{A+}}{n_A^0} \quad \text{i} \quad X_B = \frac{n_{B+}}{n_B^0}$$

gornje jednačine postaju:

$$\frac{\left(\frac{\alpha}{2}X_A + X_B\right)X_B}{\left(1 - X_B\right)} = \frac{\left(1+\frac{\alpha}{2}\right)}{n_0} f_B(T) \quad \text{i} \quad \frac{\left(\frac{\alpha}{2}X_A + X_B\right)X_A}{\left(1 - X_A\right)} = \frac{\left(1+\frac{\alpha}{2}\right)}{n_0} f_A(T)$$

Dakle konačno se dobija:

$$\frac{n_e X_A}{1 - X_A} = f_A(T) \tag{82}$$

$$\frac{n_e X_B}{1 - X_B} = f_B(T) \tag{83}$$

$$n_e = \frac{n_0}{1+\frac{\alpha}{2}}\left(\frac{\alpha}{2}X_A + X_B\right) \tag{84}$$

Deljenjem (83) sa (82) i uvođenjem veličine $\varphi(T) = \frac{f_B(T)}{f_A(T)}$ dobija se da je:

$$X_A = \frac{X_B}{\varphi + (1-\varphi)X_B} \tag{85}$$

tako da se sada elektronska koncentracija n_e može izraziti kao:

$$n_e = \frac{n_0}{1+\frac{\alpha}{2}} \frac{\left(\frac{\alpha}{2}+\varphi+(1-\varphi)X_B\right)X_B}{\varphi+(1-\varphi)X_B} \tag{86}$$

Unošenjem (86) u (83) dobija se kubna jednačina po X_B:

$$(1-\varphi)X_B^3 + \left[\frac{\alpha}{2}+\varphi+(1-\varphi)\xi\right]X_B^2 + (2\varphi-1)\xi X_B - \xi\varphi = 0 \tag{87}$$

gde je:

$$\xi = \frac{2}{\alpha} \frac{\left(1+\frac{\alpha}{2}\right)f_B(T)}{p_{atm}} k_B T \tag{88}$$

$$\varphi(T) = \frac{z_{B+}^{el}(T)}{z_{A+}^{el}(T)} \frac{z_B^{el}(T)}{z_A^{el}(T)} \exp\left\{\frac{W^{(A)}-W^{(B)}}{k_B T}\right\} \tag{89}$$

Uvode se koeficijenti:

$$A = (1-\varphi)$$
$$B = \frac{\alpha}{2}+\varphi+(1-\varphi)\xi$$
$$C = \xi(2\varphi-1)$$
$$D = -\xi\varphi$$

Kubna jednačina (87) dobija oblik:

$$AX_B^3 + BX_B^2 + CX_B + D = 0 \tag{90}$$

Računanjem koeficijenata A,B,C,D i rešavanjem kubne jednačine (90), dobijemo X_B, i pomoću jednačine (86) nađemo elektronsku koncentraciju n_e.

3.4.2. Saha jednačina sa popravkom na energiju jonizacije

U našem slučaju mešavine imamo sledeće vrste čestica: elektrone e, neutralne atome B, neutralne atome A, jednostruko naelektrisane pozitivne jone B^+, jednostruko naelektrisane pozitivne jone A^+ i važi:

$$\delta\left(U_{\text{int}}\right)_{V,T} = -\frac{3}{4}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_D}\delta\left(N_{A+} + N_{B+} + N_e\right) \tag{91}$$
$$= -\frac{3}{4}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sqrt{2}e\sqrt{n_e}}{\sqrt{\varepsilon_0 k_B T}}2\delta N_e$$

odnosno:

$$\delta\left(F_{id}\right)_{V,T} = \frac{\sqrt{2}e^3\sqrt{n_e}}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{\varepsilon_0 k_B T}}\delta N_e \tag{92}$$

Koristeći nađeni izraz za $\delta\left(F_{id}\right)_{V,T}$:

$$-k_B T\sum_{\alpha=1}^{5}\left\{\ln z_\alpha - \ln N_\alpha\right\}\delta N_\alpha = \Psi(T)\sqrt{n_e}\delta N_e \tag{93}$$

gde je:

$$\Psi(T) = \frac{\sqrt{2}e^3}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{\varepsilon_0 k_B T}} \tag{94}$$

Ako se (93) eksplicitno napiše, dobija se:

$$-k_B T\left\{\left(\ln\frac{z_A}{N_A}\right)\delta N_A + \left(\ln\frac{z_B}{N_B}\right)\delta N_B + \left(\ln\frac{z_{A+}}{N_{A+}}\right)\delta N_{A+} + \left(\ln\frac{z_{B+}}{N_{B+}}\right)\delta N_{B+} + \ln\left(\frac{z_e}{N_e}\right)\delta N_e\right\} =$$
$$= \Psi(T)\sqrt{n_e}\delta N_e \tag{95}$$

Koristeći zakone održanja naelektrisanja i broja teških čestica dobijemo:

$$\left\{\ln\left(\frac{z_e z_{B+} N_B}{N_e N_{B+} z_B}\right) + \frac{\Psi(T)\sqrt{n_e}}{k_B T}\right\}\delta N_e + \left\{\ln\left(\frac{z_{A+} z_B N_A N_{B+}}{N_{A+} N_B z_A z_{B+}}\right)\right\}\delta N_{A+} = 0 \tag{96}$$

Odavde sledi:

$$\frac{N_e N_{A+}}{N_A} = \frac{z_e z_{A+}}{z_A}\exp\left\{\frac{\Psi(T)\sqrt{n_e}}{k_B T}\right\} \tag{97}$$

$$\frac{N_e N_{B+}}{N_B} = \frac{z_e z_{B+}}{z_B} \exp\left\{\frac{\Psi(T)\sqrt{n_e}}{k_B T}\right\} \tag{98}$$

i na kraju dobijamo Saha jednačine za smešu uz korekciju na energiju jonizacije:

$$\frac{n_e n_{A+}}{n_A} \approx 2\left(\frac{2\pi m_e k_B T}{h^2}\right)^{3/2} \frac{z_{A+}^{el}(T)}{z_A^{el}(T)} \exp\left\{-\frac{W^{(A)} - \Delta W}{k_B T}\right\} = f_A(T) \tag{99}$$

$$\frac{n_e n_{B+}}{n_A} \approx 2\left(\frac{2\pi m_e k_B T}{h^2}\right)^{3/2} \frac{z_{B+}^{el}(T)}{z_B^{el}(T)} \exp\left\{-\frac{W^{(B)} - \Delta W}{k_B T}\right\} = f_B(T) \tag{100}$$

Pošto ΔW zavisi od elektronske koncentracije n_e, sistem jednačina (99) i (100) je spregnut te se mora rešavati iteraciono:

a) za datu temperaturu i početnu koncentraciju (koja se uzima iz slučaja kada nema interakcije) odrede se koeficijenti u jednačini (90) i ista se rešava. Odabere se rešenje $0\langle X_B^{(1)}\langle 1$ i izračuna se $n_e^{(1)}$ iz (86). Sada se ponovi postupak, ali se koeficijenti računaju sa $n_e^{(1)}$. Rezultat nam daje $X_B^{(2)}$ pomoću kojeg nalazimo $n_e^{(2)}$ iz (86). Postupak se ponavlja sve dok se ne postigne zadovoljavajuća tačnost.

b) sada se promeni temperatura i ponovi ceo iteracioni proces pod a).

GLAVA 4

4.1. PRIMENA SAHA JEDNAČINE NA RAČUNANJE PARAMETARA ČISTO ARGONSKE PLAZME

4.1.1. Saha jednačina bez popravke na energiju jonizacije

Stabilisani električni luk koji radi u atmosferi argona pod atmosferskim pritiskom, a koji je korišćen kao izvor plazme, zadovoljava uslove lokalne termodinamičke ravnoteže (vidi 2.2.1.) i jednačina Saha će biti oblika (49):

$$\frac{X^2}{1-X^2}p = 2\left(\frac{2\pi m_e}{h^2}\right)^{3/2}\left(k_B T\right)^{5/2}\frac{z_{Ar}^+(T)}{z_{Ar}(T)}\exp\left\{-\frac{W}{k_B T}\right\}$$

pri čemu će stepen jonizacije na osnovu (1) biti:

$$X = \frac{n_{Ar}^+}{n_{Ar}^0}$$

gde je n_{Ar}^+ koncentracija jednostruko jonizovanih pozitivnih jona argona a n_{Ar}^0 koncentracija neutralnih atoma argona pre jonizacionih procesa. Pošto je $n_{Ar}^+ = n_e$, koncentraciju elektrona računamo po:

$$n_e = n_{Ar}^0 X$$

Particione funkcije $z^{+}_{Ar}(T), z_{Ar}(T)$ su uzete iz Shumakerovog rada[7]. Temperaturni opseg je od 8000K do 12000K. Koncentraciju neutralnih atoma argona za određenu temperaturu T dobijamo iz:

$$n^{0}_{Ar} = \frac{p_{atm}}{k_B T}$$

Korišćene su sledeće konstante:

$p_{atm} = 101325 Pa$ (atmosferski pritisak)

$k_B = 1.38 \times 10^{-23} \frac{J}{K}$ (Bolcmanova konstanta)

$W^{Ar} = 15.755 eV$ (energija jonizacije argona)

$h = 6.6256 \times 10^{-34} Js$ (Plankova konstanta)

$m_e = 9.1 \times 10^{-31}\ kg$ (masa elektrona)

Rezultati proračuna elektronske koncentracije čisto argonske plazme u zavisnosti od temperature iz Saha jednačine, su date u sledećoj tabeli:

Tabela 1.

T(K)	n_e (x $10^{21} m^{-3}$)
8000	1.44412
8500	2.87502
9000	5.30203
9500	9.16334
10000	14.97343
10500	23.30022
11000	34.71459
11500	49.73181
12000	68.72164

Proračuni su vršeni računarom pomoću programa MATHEMATICA [9].

4.1.2. Saha jednačina sa popravkom na energiju jonizacije

Ako Saha jednačinu korigujemo tako što uvodimo izraz za smanjenje energije jonizacije atoma plazme usled interakcije sa okolnim česticama, dobijemo izraz (63):

$$\frac{X^2}{1-X^2} p = 2\left(\frac{2\pi m_e}{h^2}\right)^{3/2} \left(k_B T\right)^{5/2} \frac{z^{+}_{Ar}(T)}{z_{Ar}(T)} \exp\left\{-\frac{W-\Delta W}{k_B T}\right\}$$

pri čemu je smanjenje energije jonizacije izraz (62):

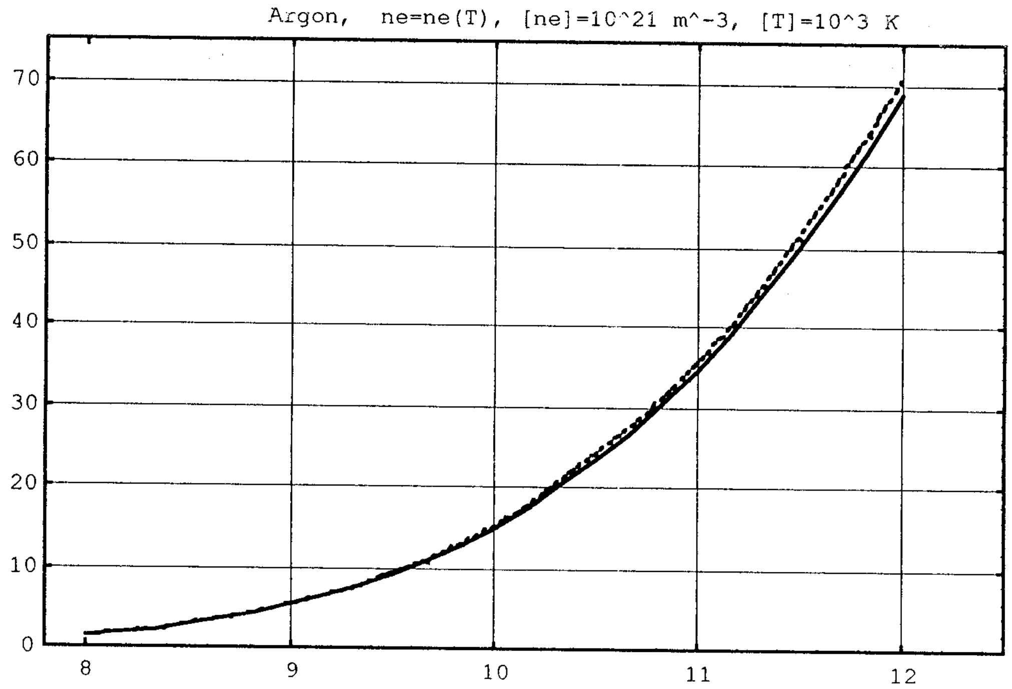
$$\Delta W = \frac{\sqrt{2}e^3}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{\varepsilon_0 k_B T}}\sqrt{n_e}$$

Proračun je vršen uz iste uslove kao i bez popravke. Rezultati proračuna elektronske koncentracije čisto argonske plazme iz Saha jednačine sa popravkom na energiju jonizacije, u zavisnosti od temperature, su takođe dobijeni računarom:

Tabela 2.

T(K)	n_e (x 10^{21}m^{-3})
8000	1.45736
8500	2.90904
9000	5.38034
9500	9.32745
10000	15.29046
10500	23.87012
11000	35.67435
11500	51.25340
12000	70.99918

Grafički prikaz zavisnosti elektronske koncentracije od temperature za čisto argonsku plazmu su date sledećim grafikom:



Slika 3.

pri čemu je punom linijom označena zavisnost bez uračunate popravke, a isprekidanom linijom zavisnost sa popravkom na energiju jonizacije. Vidimo da se razmimoilaženje povećava sa povećanjem elektronske koncentracije.

Takođe, ako uporedimo računske rezultate ovog rada za elektronske koncentracije sa eksperimentalno dobijenim podacima u Shumakerovom radu [7]:

Tabela 3.

T(K)	$n_{erač}$ $(x10^{21}m^{-3})$	n_{esh} $(x10^{21}m^{-3})$
8000	1.45736	1.453
8500	2.90904	2.898
9000	5.38034	5.352
9500	9.32745	9.254
10000	15.29046	15.11
10500	23.87012	23.42
11000	35.67435	34.66
11500	51.25340	49.10
12000	70.99918	66.72

vidi se dobro slaganje sa povećanim odstupanjima kod većih elektronskih koncentracija.

4.2. PRIMENA SAHA JEDNAČINE NA RAČUNANJE PARAMETARA ARGON-VODONIČNE PLAZME

Argon vodoničnu plazmu možemo dobiti u kontinualnom lučnom pražnjenju, pri čemu je procentni odnos sledeći:

Argon (Ar) 99%
Vodonik (H_2)........1%

4.2.1. Saha jednačina bez popravke na energiju jonizacije

Particione funkcije za argon i vodonik ($z_{Ar}(T), z_{Ar}^{+}(T), z_H(T), z_H^{+}(T)$) nađemo iz tabela [8]. Za datu mešavinu važi odnos:

$$\alpha = \frac{n_{Ar}^0}{n_{H_2}^0}$$

gde su n_{Ar}^{o} koncentracije neutralnih atoma argona a n_{H2}^{0} koncentracije neutralnih molekula vodonika. Funkcija $f_H(T)$ je definisana kao u jednačini (83):

$$f_H(T) = \frac{n_e X_H}{1 - X_H}$$

Ostali podaci su:

$W^{Ar} = 15.755 eV$ (energija jonizacije za argon)
$W^{H} = 13.595 eV$ (energija jonizacije za vodonik)
$p_{atm} = 101325 Pa$ (atmosferski pritisak)
$k_B = 1.38 \times 10^{-23} \frac{J}{K}$ (Bolcmanova konstanta)
$h = 6.6256 \times 10^{-34} Js$ (Plankova konstanta)
$m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg (masa elektrona)

Iz ovih podataka možemo naći funkcije (88) i (89):

$$\xi = \frac{2}{\alpha}\frac{\left(1+\frac{\alpha}{2}\right)f_H(T)}{p_{atm}}k_B T$$

$$\varphi(T) = \frac{z_H^+(T)}{z_{Ar}^+(T)}\frac{z_H(T)}{z_{Ar}(T)}\exp\left\{\frac{W^{Ar}-W^H}{k_B T}\right\}$$

Izračunamo koeficijente:

$$A = 1-\varphi$$
$$B = \frac{\alpha}{2}+\varphi+(1-\varphi)\xi$$
$$C = \xi(2\varphi-1)$$
$$D = -\xi\varphi$$

Rešimo kubnu jednačinu (90) i dobijemo X_H, i konačno dobijamo elektronsku koncentraciju na osnovu jednačine (86):

$$n_e = \frac{n_0}{1+\frac{\alpha}{2}}\frac{\left(\frac{\alpha}{2}+\varphi+(1-\varphi)X_H\right)X_H}{\varphi+(1-\varphi)X_H}$$

gde je n_0 početna koncentracija:

$$n_0 = \frac{p_{atm}}{k_B T}$$

Proračuni su vršeni računarom pomoću programa MATHEMATICA[9], a rezultate prikažemo tabelarno i grafički. Znači zavisnost elektronske koncentracije od temperature za plazmu koja se sastoji od smeše argona i vodonika bez smanjenja energije jonizacije:

Tabela 4.

T(K)	n_e (x $10^{21}m^{-3}$)
8000	1.45928
8500	2.89517
9000	5.32541
9500	9.18556
10000	14.98657
10500	23.29210
11000	34.66845
11500	49.62589
12000	68.52998

4.2.2. Saha jednačina sa popravkom na energiju jonizacije

Postupak računa je izveden u opštem slučaju (vidi 3.4.2.). Za argon-vodoničnu plazmu dobijemo sledeći oblik Saha jednačina:

$$\frac{n_e n_{Ar+}}{n_{Ar}} \approx 2\left(\frac{2\pi m_e k_B T}{h^2}\right)^{3/2} \frac{z_{Ar}^+(T)}{z_{Ar}(T)} \exp\left\{-\frac{W^{Ar} - \Delta W}{k_B T}\right\} = f_{Ar}(T)$$

$$\frac{n_e n_{H+}}{n_H} \approx 2\left(\frac{2\pi m_e k_B T}{h^2}\right)^{3/2} \frac{z_H^+(T)}{z_H(T)} \exp\left\{-\frac{W^H - \Delta W}{k_B T}\right\} = f_H(T)$$

pri čemu je popravka na energiju jonizacije:

$$\Delta W = \Psi(T)\sqrt{n_e} = \frac{\sqrt{2}e^3}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{\varepsilon_0 k_B T}}\sqrt{n_e}$$

Koristimo opisani iteracioni postupak, uz poznate podatke:

$W^{Ar} = 15.755 eV$ (energija jonizacije za argon)
$W^H = 13.595 eV$ (energija jonizacije za vodonik)
$p_{atm} = 101325 Pa$ (atmosferski pritisak)
$k_B = 1.38 \times 10^{-23} \frac{J}{K}$ (Bolcmanova konstanta)
$h = 6.6256 \times 10^{-34} Js$ (Plankova konstanta)

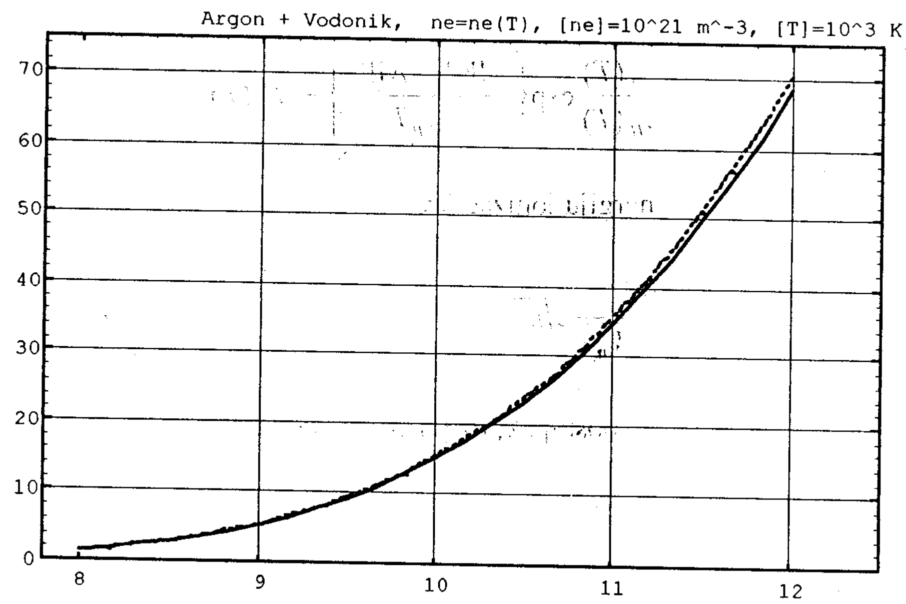
$m_e = 9.1 \times 10^{31}$ kg (masa elektrona)

Zbog odgovarajuće tačnosti, iteracioni postupak se radi do četvrte aproksimacije. I ovaj proračun se radi računarom. Rezultati proračuna, tj. zavisnost elektronske koncentracije od temperature za argonsko-vodoničnu plazmu, uz popravku na energiju jonizacije, su dati u sledećoj tabeli:

Tabela 5.

T(K)	n_e (x $10^{21}m^{-3}$)
8000	1.47273
8500	2.92955
9000	5.40424
9500	9.35025
10000	15.30403
10500	23.86170
11000	35.62632
11500	51.14267
12000	70.79817

Sada grafički prikažemo zavisnost elektronske koncentracije od temperature argon-vodonične plazme od temperature u oba slučaja, pri čemu je punom linijom slučaj bez popravke a isprekidanom linijom slučaj sa popravkom na energiju jonizacije:



Slika 5.

ZAKLJUČAK

U ovom radu su predstavljeni postupak i rezultati računanja osnovnih parametara plazme (elektronske koncentracije i temperature) pomoću Saha-Eggertove jednačine za čisto argonsku i argon vodoničnu plazmu (sa i bez popravke na energiju jonizacije usled interakcije sa okolnim česticama). Račun je vršen uz pomoć računara, programskim paketom MATHEMATICA [9].

Za slučajeve čisto argonske plazme je uzet temperaturni interval od 8000K do 12000K, pri atmosferskom pritisku. Particione funkcije z_{Ar}^{+} (T) i z_{Ar} (T) su uzete iz Shumaker-ovog rada [7]. Iz rezultata za elektronsku koncentraciju plazme u oba slučaja (sa i bez popravke na energiju jonizacije usled interakcije sa okolnim česticama) se vidi da je slaganje dobro na temperaturama do oko 9000K. Iznad te temperature se povećava razmimoilaženje za slučajeve sa i bez popravke za energiju jonizacije.

Za slučajeve argon vodonične plazme (99% argona i 1% vodonika) je takođe uzet temperaturni interval od 8000K do 12000K, pri atmosferskom pritisku. Particione funkcije z_{Ar}^{+} (T) , z_{Ar} (T), z_{H}^{+} (T), z_{H} (T) nađemo iz tabela [8]. U slučaju uzimanja popravke na energiju jonizacije računa se iteracionim postupkom i zaustavljamo se na četvrtoj aproksimaciji. Na osnovu rezultata za argon-vodoničnu plazmu u oba slučaja (sa i bez popravke na energiju jonizacije usled interakcije sa okolnim česticama) se vidi da je slaganje dobro na temperaturama do oko 9000K. Iznad te temperature se povećava razmimoilaženje za slučajeve sa i bez popravke za energiju jonizacije.

Na osnovu ovih analiza dobijanja elektronske koncentracije čisto argonske i argon-vodonične plazme, zaključujemo da se na osnovu poznate temperature i pritiska na relativno jednostavan način pomoću Saha-Eggertove jednačine može dobiti elektronska koncentracija plazme sa zadovoljavajućom tačnošću, kao i činjenica da se popravka na energiju jonizacije može zanemariti za niže plazmene temperature.

REFERENCE

1. B. Milić, *Osnove fizike gasne plazme* (Naučna knjiga, Beograd, 1977).
2. J. Richter, in *Plasma diagnostics*, ed. W. Lochte-Holtgreven (North Holland Publishing Company, Amsterdam, 1968).
3. Bates, Kingston, Mc Whirter, in *Plasma diagnostics*, ed. W. Lochte-Holtgreven (North Holland Publishing Company, Amsterdam, 1968).
4. Griem, in *Plasma diagnostics*, ed. W. Lochte-Holtgreven (North Holland Publishing Company, Amsterdam, 1968).
5. Mc Whirter, Hearn, in *Plasma diagnostics*, ed. W. Lochte-Holtgreven (North Holland Publishing Company, Amsterdam, 1968).
6. Mc Whirter, in *Plasma diagnostics*, ed. W. Lochte-Holtgreven (North Holland Publishing Company, Amsterdam, 1968).
7. J.B. Shumaker Jr., C.H. Popenoe, *J. of Research of NBS, Phys. and Chem.*, 69A, 495(1965).
8. Dr. H. W. Drawin, Dr. P. Felenbok, *Data for plasmas in local thermodynamic equilibrium* (Gauthier-Villars, Paris, 1965).
9. Stephen Wolfram, *The Mathematica book*, 3rd. ed. (Wolfram Media/Cambridge University Press, 1996).

UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET
KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA

- Redni broj:
  RBR
- Identifikacioni broj:
  IBR
- Tip dokumentacije: *Monografska dokumentacija*
  TD
- Tip zapisa: *Tekstualni štampani materijal*
  TZ
- Vrsta rada: *Diplomski rad*
  VR
- Autor: *Ivan Lomen, br. dos. 73/89*
  AU
- Mentor: *Dr Zoran Mijatović, docent PMF Novi Sad*
  MN
- Naslov rada: *Određivanje parametara plazme korišćenjem Saha jednačine*
  NR
- Jezik publikacije: *Srpski (latinica)*
  JP
- Jezik izvoda: *Srpski*
  JI
- Zemlja publikovanja: *Jugoslavija*
  ZP
- Uže geografsko područje: *Vojvodina*
  UGP
- Godina: *1997.*
  GO
- Izdavač: *Autorski reprint*
  IZ
- Mesto i adresa: *Prirodno-matematički fakultet, Trg Dositeja Obradovića 4, 21000 Novi Sad*
  MA
- Fizički opis rada: *(5/38/9/5/1/4/0)*
  FO
- Naučna oblast: *Fizika*
  NO
- Naučna disciplina: *Fizika plazme*
  ND
- Predmetna odrednica/ključne reči: *Dijagnostika plazme, parametri plazme, Saha jednačina*
  PO
- Čuva se: *Biblioteka Instituta za fiziku, PMF Novi Sad*
  ČU
- Važna napomena: *Nema*
  VN
- Izvod: *U radu je opisano određivanje parametara(temperature i elektronske koncentracije) čisto argonske i argon-vodonične plazme, sa i bez popravke na energiju jonizacije*
  IZ
- Datum prihvatanja teme od strane Veća: 11.09.1997.
  DP
- Datum odbrane:
  DO
- Članovi komisije:
  Predsednik:
  Dr. Ljiljana Mašković, vanredni profesor, PMF, Novi Sad
  Članovi:
  Dr. Radomir Kobilarov, vanr. profesor, PMF, Novi Sad
  Dr. Zoran Mijatović, doc., PMF, Novi Sad
  KO