



UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET
DEPARTMAN ZA FIZIKU



AHARONOV-BOMOV EFEKAT

- DIPLOMSKI RAD -

Mentor: Prof. dr Milan Pantić

Kandidat: Trupac Igor

Novi Sad, 2012

SADRŽAJ

SADRŽAJ	2
UVOD	3
GLAVA 1	5
1.1 Teorijski uvod.....	5
1.2 Maksimalne jednačine i vektorski potencijal	6
1.3 Vektorski potencijal i magnetno polje.....	7
1.4 Beskonačno dugačak solenoid.....	9
1.5 Šredingerova jednačina za česticu u elektromagnetnom polju	12
1.6 Kalibraciona transformacija talasne funkcije	14
GLAVA 2	17
2.1 Magnetni Aharonov-Bomov efekat.....	17
2.2 Električni Aharonov-Bomov efekat	23
2.3 Fazno pomeranje talasne funkcije	25
2.4 Aharonov-Bomov efekat i superprovodnici	26
2.5 Čambersov eksperiment	27
2.6 Eksperiment Melenšteta i Bajha.....	29
2.7 Eksperiment sa toroidalnim magnetom.....	31
2.8 Eksperiment za dokazivanje nepostojanja sile koja deluje na fazno pomeranje.....	34
2.9 Primena Aharonov-Bomovog efekta u praksi	35
ZAKLJUČAK	38
LITERATURA	39
PREGLED SLIKA	40
BIOGRAFIJA.....	41

UVOD

Aharonov-Bomov efekt je kvantno mehanički fenomen u kome spoljašnje elektromagnetno polje deluje na naelektrisanu česticu, uprkos tome što se ona nalazi u prostoru gde je električno i magnetno polje jednako nuli, međutim nisu jednaki nuli skalarni i/ili vektorski potencijal elektromagnetnog polja. Ovaj efekt se uočava i kod magnetnog i kod električnog polja, međutim uticaj magnetnog polja je lakše eksperimentalno izvesti te je stoga on registrovan, u toku 1960. godine, najpre kod njega. Teorijski su 1959. godine ovaj efekt predvideli dvojica naučnika Jakir Aharonov (Jakir Aharonov) i Dejvid Bom (David Bohm)¹. Oni su objavili rad u *Physical Review*, vrhunskom međunarodnom časopisu iz fizike, pod nazivom: „Značaj elektromagnetnih potencijala u kvantnoj mehanici“. Oni su pokazali da postoji tesna veza sa fundamentalnim osnovama kvantne mehanike. Naime, iz kvantne mehanike znamo da je stanje kvantnog sistema opisano jednim vektorom stanja koji je definisan sa tačnošću do konstantnog faznog faktora. To znači da se faze svih vektora stanja mogu istovremeno promeniti za isti iznos, bez ikakvih opservabilnih posledica, ali i da su relativne faze tih stanja značajne pošto utiču, kao što ćemo videti kasnije, na pomak interferencione slike. Dakle, opštu fazu talasne funkcije u kvantnoj mehanici nije moguće izmeriti. Međutim, iz efekta Aharonova i Boma je jasno da se može meriti relativna faza dve talasne funkcije (dva snopa elektrona koji prolaze kroz prvi odnosno drugi otvor). Ovaj efekt ukazuje i na činjenicu da se ne može zaobići kompleksna priroda talasne funkcije.

Njihova istraživanja su privukla naročitu pažnju na uloge elektromagnetnih potencijala u kvantnoj teoriji. Mogućnost efekta formalno je uslovljena time što Šredingerova (Schrödinger) jednačina za talasnu funkciju slobodne naelektrisane čestice u elektromagnetnom polju sadrži potencijal toga polja. On definiše fazu talasne funkcije i pri pogodnoj geometriji eksperimenta dovodi do uočljivog interferencionog efekta čak pri odsustvu direktnog polja sile koje deluje na česticu. Ovaj efekt ne zavisi od izbora kalibracije potencijala i uslovljen je postojanjem razlike faza duž različitih mogućih putanja naelektrisane čestice. Ova teorija je već bila prisutna od početka pojave kvantne mehanike 1926. godine, ali niko nije pridavao značaj tome. Činjenica je da se vektorski potencijal pojavljuje u talasnoj funkciji (zato što ulazi u Hamiltonijan odnosno Šredingerovu jednačinu) već od prvih dana kvantne mehanike. Ovaj potencijal se ne može zameniti sa magnetnim poljem na jednostavan način kako su to neki pokušali. Naučnici su govorili da vektorski potencijal nema fizički značaj i da su jedino magnetno i električno polje dominantni u kvantnoj mehanici. Čudno je da se do 1959. godine niko nije setio da protumači ovu činjenicu ili da izvrši neki eksperiment. Te godine Aharonov i Bom su predložili teoriju koji je i nazvana po njima. Njihova teorija uspešno je objasnila navedeni kvantno-mehanički efekt. Ovaj fenomen se mnogim fizičarima nije dopao, jer se po njemu fizičke veličine u elektrodinamici ne prenose Maksvelovim poljima nego odgovarajućim potencijalima.

Godinu dana nakon objave njihove teorije Robert G. Čambers (Robert G. Chambers) je uspešno izvršio difrakcioni eksperiment koji je potvrdio ispravnost ovog fenomena. U zadnjih trideset godina veliki broj naučnika sa više od 300 objavljenih članaka u časopisima, želeli su da dokažu pogrešnost

¹ Ovaj efekt su najpre predvideli Erenberg (W. Ehrenberg) i Sidei (R.E. Siday) 1949. godine. Međutim, navedeni efekt su ponovo teorijski predvideli i objasnili Aharonov i Bom i efekt nosi ime u njihovu čast.

ovog efekta i teorijski i eksperimentalno. Proračuni koji su izvedeni na osnovu kvantne mehanike, tumačili su da Aharonov- Bomov efekat ne postoji u teoriji, i da su naučnici Aharonov i Bom pogrešili pri postuliranju ovog efekta. Erenfestova (Paul Ehrenfest) teorema pokazuje da bez postojanja sile, čestica ili talasni paket ne može da skrene sa svoje prvobitne putanje. Svi pokušaji da se dokaže suprotno predviđanjma ovog efekta bili su neuspešni. Oni su, takođe, bili razjašnjeni od strane Aharonova i Boma ali i drugih naučnika koji su podržavali ovaj fenomen i bavili se njime.

U proteklim godinama izvršeni su novi i precizni eksperimenti koji su dokazali ispravnost ovog efekta. Kvantovanje fluksa u superprovodniku i Džozefsonovom (Josephson) čvoru su eksperimentalni dokaz postojanja Aharonov-Bomovog efekta. U današnje vreme naučnici su saglasni da su eksperimenti potvrdili Aharonov-Bomov efekat, koji je kao takav već ušao u mnoge moderne kurseve standardne kvantne mehanike. Aharonov-Bomov efekat ima i praktičnu upotrebu, tj. iskorišćen je u jednom eksperimentu za merenje naelektrisanja neutrona. Pomoću ovog efekta otkrivena je struktura fluksa linija magnetnog polja kao i njihova kvantizacija u superprovodniku. Takođe se koristi za konstruisanje magnetometra za merenje ekstremno male promene magnetnog fluksa.

U ovom diplomskom radu opisana je elementarna teorija ovog efekta. Takođe su obrađeni neki eksperimenti koji potvrđuju navedeni efekat. U glavi 1 data je teorija Aharonov-Bomovog efekta kao i način na koji se ovaj pojam uvodi u kvantnu mehaniku. Najpre se razmatraju elektromagnetni potencijali, zatim se nalazi polje beskonačno dugog cilindra i solenoida i nalazi se Šredingerova jednačina u elektromagnetnom polju. U glavi 2 su opisani eksperimenti koji potvrđuju ovaj efekat. Tu spadaju Čambersov, Melenštet i Bajhov (Möllenstedt and Bayh) difrakcioni eksperimenti i eksperiment sa toroidalnim magnetom.

GLAVA 1

1.1 Teorijski uvod

U klasičnoj fizici sila koja deluje na naelektrisanu česticu naelektrisanje q u elektromagnetnom polju, data je Lorencovom (Lorentz) formulom

(1)

gde su E i B električno polje i magnetna indukcija (magnetno polje). Električno i magnetno polje je određeno sistemom Maksvelovih (Maxwell) jednačina, što će biti opisano u sledećem poglavlju. Opisivanje elektromagnetnih fenomena može se pojednostaviti uvođenjem elektromagnetnih potencijala A i ϕ . Oni su dati sledećim relacijama

(2)

Za opisivanje električnog i magnetnog polja u formi potencijala potrebne su četiri komponente (jedna za skalarno polje i tri komponente vektorskog polja). Kao što je poznato veličine A i ϕ ne određuju jednoznačno elektromagnetno polje. Oni se menjaju pri kalibracionim (gradijentnim ili gejdž (Gauge)) transformacijama u odnosu na koje su A i ϕ invarijantni. Sa tim obično se uzima da Lorencova sila predstavlja jedinstveno fizičko dejstvo elektromagnetnog polja na naelektrisanje i pri tome poslednja deluje samo u oblastima gde su E ili B različiti od nule. Do početka 20. veka potencijale su smatrali samo kao pomoćno matematičko sredstvo za opisivanje elektromagnetnog polja i da se pomoću njih pojednostavljaju računi, te da nisu merljivi i da nemaju nikakav fizički smisao.

Sa nastankom kvantne mehanike početkom 20. veka, ovu stavku stavili su pod znak pitanja, jer osnovna Šredingerova jednačina ne sadrži polja nego potencijale. Postavilo se pitanje da li da se za opisivanje elektromagnetnog polja koristi električno i magnetno polje, ili vektorski i skalarni potencijal. Godine 1959. Jakir Aharonov i njegov mentor Dejvid Bom predložili su eksperiment koji bi rešio ovaj problem. Osnovu ovog eksperimenta predstavlja pomeranje faze talasne funkcije pripisane čestici koja prolazi kroz prostor gde ne postoji elektromagnetno polje već samo potencijali. Ispostavilo se da vektorski potencijal ima dublji fizički smisao nego što se to smatralo ranije. Ovaj fenomen je nazvan Aharonov-Bomov efekat.

Prvo ćemo posmatrati elektromagnetne potencijale i njihovu osobinu tj. gejdž transformaciju odnosno kalibracionu invarijantnost.

1.2 Maksvelove jednačine i vektorski potencijal

1861. godine engleski fizičar Maksvel je napisao četiri parcijalne differencijalne jednačine koji predstavljaju osnovu klasične elektrodinamike. One u potpunosti opisuju elektromagnetno polje. U vakuumu ove jednačine glase:

$$\text{---} \quad (3)$$

$$(4)$$

$$\text{---} \quad (5)$$

$$\text{---} \quad (6)$$

Ovo su poznate Maksvelove jednačine i one uspostavljaju vezu i odnos između električnog i magnetnog polja (\mathbf{i}) i gustine električne struje \mathbf{j} i gustine naelektrisanja ρ . Ako posmatramo jednačinu (4) vidimo da je magnetno polje bezizvorno, tj. linije magnetnog polja su uvek zatvorene i nemaju izvora ni ponora. Ovo znači da korišćenjem Helmholtzove (Helmholtz) teoreme magnetno polje možemo izraziti u formi:

$$(7)$$

Eksplicitno, komponente ovog polja su:

$$\text{---} \quad \text{---} \quad (8)$$

$$\text{---} \quad \text{---} \quad (9)$$

$$\text{---} \quad \text{---} \quad (10)$$

Divergencija rotora nekog vektora identički je jednaka nuli, tako da zamenom u jednačinu (4) dobijamo

$$(11)$$

Gore uvedeni vektor je takozvani *vektorski potencijal*.

Možemo učiniti istu stvar i sa trećom Maksvelovom jednačinom (jednačina (5)). Ako napišemo električno polje u formi:

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi - \dot{\mathbf{A}} \quad (12)$$

Ovde je ϕ proizvoljna skalarna funkcija i predstavlja skalarni potencijal električnog polja. Upotrebom jednačine (7) za magnetno polje, uvek je zadovoljena jednačina (5).

Vidi se da ako električno i magnetno polje izrazimo na gornji način, dve Maksvelove jednačine su automatski zadovoljene, tj. broj jednačina se smanjuje na polovinu. Koristimo ostale dve Maksvelove jednačine da bismo odredili odnos između potencijala i izvora elektromagnetnog polja. Sada možemo sve elektromagnetne fenomene opisati pomoću potencijala. Rad sa potencijalima je mnogo jednostavniji nego sa poljima. Ako bismo hteli izračunati silu koja deluje na naelektrisanu česticu koristimo Lorencov izraz za silu (jednačina (1)), a za određivanje polja jednačine (7) i (12).

1.3 Vektorski potencijal i magnetno polje

Sada ćemo u slučaju nekih jednostavnih geometrija naći magnetno polje i odgovarajući vektorski potencijal. Najpre ćemo posmatrati homogeno magnetno polje koje je usmereno u pravcu z-ose, onda možemo pisati:

$$\mathbf{B} = B_0 \mathbf{e}_z \quad (13)$$

$$\mathbf{A} = A_0 \mathbf{e}_\phi \quad (14)$$

$$\phi = \phi_0 \cos(\phi) \quad (15)$$

Rešenje ovih jednačina može da bude:

$$\mathbf{A} = \frac{B_0}{2} r^2 \mathbf{e}_\phi, \quad \phi = \frac{B_0}{2} r^2 \cos(\phi) \quad (16)$$

Ali takođe može se prihvatiti i sledeće:

$$\mathbf{A} = \frac{B_0}{2} r^2 \mathbf{e}_\phi, \quad \phi = \frac{B_0}{2} r^2 \sin(\phi) \quad (17)$$

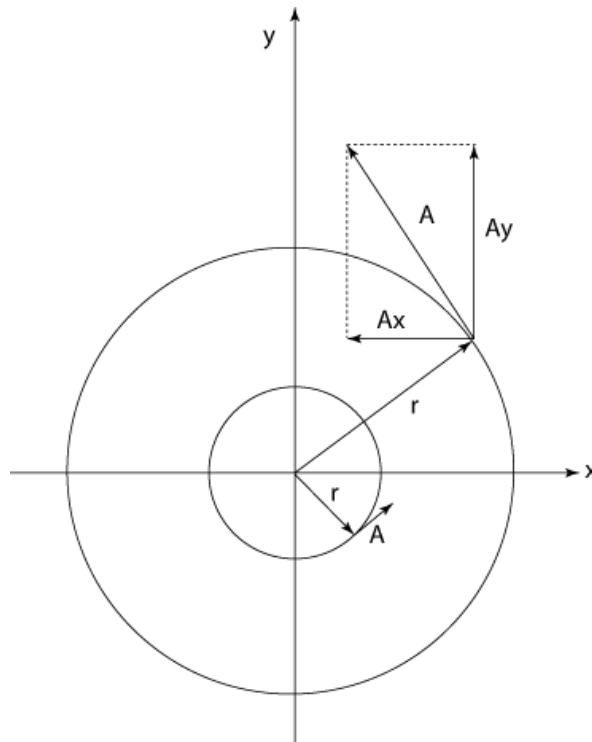
Rešenje može biti i njihova linearna kombinacija:

(18)

Iz poslednje jednačine vidimo da je x -komponenta proporcionalna $-y$ koordinati, a y -komponenta je proporcionalna $+x$ koordinati. Vektor \vec{A} mora da bude pod pravim uglom u odnosu na vektor položaja tačke \vec{r} . Ustvari, vektorski potencijal možemo napisati kao:

(19)

gde je r rastojanje od z -ose i jednako je veličini $\sqrt{x^2 + y^2}$.



Slika 1 - Homogeno magnetno polje u pravcu z -ose odgovara vektorskom potencijalu koji rotira oko z -ose

S druge strane, vektorski potencijal za homogeno polje može se dobiti i na sledeći način: Cirkulacija vektora \vec{A} po zatvorenoj putanji C može se odrediti pomoću površinskog integral korišćenjem Stoksove (Stokes) teoreme:

(20)

Integral na desnoj strani jednak je fluksu magnetnog polja kroz površ S koju obavića kontura :

(21)

Cirkulacija vektorskog potencijala oko neke zatvorene putanje jednaka je magnetnom fluksu kroz tu površinu.

Ako uzmemo krug poluprećnika r , magnetni fluks kroz ovaj krug će biti:

(22)

Linijski integral na levoj strani jednaćine (21) jednak je

(23)

Nakon toga dobijamo da je:

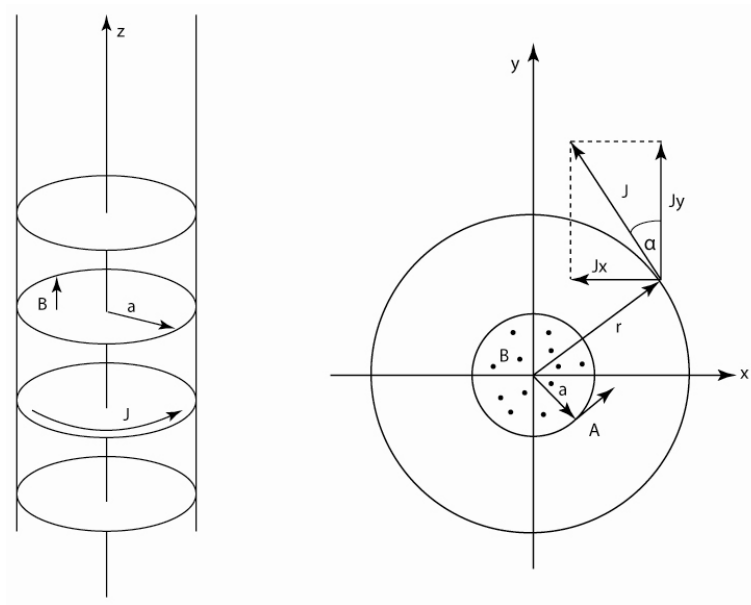
$$\int_C \nabla \phi \cdot d\mathbf{l} = - \int_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} \quad (24)$$

U ovom primeru izračunali smo vektorski potencijal iz magnetnog polja. U nekim situacijama jednostavnije je rešiti vektorski potencijal i nakon toga odrediti magnetno polje.

1.4 Beskonaćno dugaćak solenoid

Ako posmatramo beskonaćno dugaćak solenoid od n navoja kroz koji protiće struja površinske gustine K (jaćina struje po jedinici površine preseka provodnika), komponente površinske gustine struje (videti sliku 2) su:

(25)



Slika 2 - Beskonačno dugačak solenoid sa gustinom površinske struje

Neka je magnetno polje u solenoidu usmereno u pravcu z-ose, tada će vektorski potencijal biti aksijalno simetričan tj. biće isti kao i struja koja protiče kroz solenoid. Mi želimo da nađemo vektorski potencijal van beskonačno dugačkog solenoida (gde je magnetno polje jednako nuli). Da bismo ga našli postupamo na sledeći način. Naime, magnetno polje određeno je strujama:

$$\text{—} \tag{26}$$

tako da možemo zaključiti da je i vektorski potencijal određen istim strujama. Da bismo to izveli iskoristićemo jednačinu (7), tako da dobijamo da je:

$$\text{—} \tag{27}$$

Relaciju možemo da napišemo u formi

$$\tag{28}$$

Kako je , gornju jednačinu možemo da zapišemo na sledeći način:

(29)

Ovo je poznata D'Alambertova jednačina za vektorski potencijal u slučaju statičkog polja. Analognu jednačinu zadovoljava i odgovarajući skalarni potencijal (tzv. Poissonova jednačina). Komponente vektorskog potencijala, prema jednačini (29), su rešenja jednačina:

(30)

Da bismo odredili vektorski potencijal van dugačkog solenoida (i -komponente), primetimo da je ovaj rezultat isti kao i elektrostatički potencijal van beskonačno dugog cilindra koji je naelektrisan sa površinskim naelektrisanjem σ , odnosno ρ , gde su i i ρ . Rešavajući Poissonovu jednačinu u ovom slučaju dobija se da je skalarni potencijal za prvu raspodelu površinskog naelektrisanja proporcionalan

(31)

Analogno se postupa u slučaju y -komponente površinske gustine naelektrisanja. Tako konačno dobijamo da su tražene komponente vektorskog potencijala van solenoida date sledećim izrazima:

(32)

(33)

gde je K konstanta koja će kasnije biti određena, a μ_0 .

Komponenta struje duž z -ose je I , dok je komponenta vektorskog polja A_z takođe jednaka nuli. Dakle, očigledno je da su komponente magnetnog polja van solenoida jednake nuli, tj. možemo pisati:

(34)

Prema tome, magnetno polje van solenoida jednako je nuli, a pokazali smo da postoji vektorski potencijal van solenoida koji rotira oko z -ose. Pošto je $A_z = 0$, odavde dobijamo konačan izraz za vektorski potencijal idealnog solenoida poluprečnika a :

$$- \quad (35)$$

gde je \hat{e}_ϕ - azimutalni jedinični vektor u cilindričnim (polarnim) koordinatama.

Sada ćemo proveriti ovaj naš rezultat na drugi način. Naime, uzmimo cirkulaciju vektorskog potencijala duž kružnice poluprečnika r sa centrom na osi solenoida. Tada, na osnovu jednačine (20), cirkulacija je jednaka $-\frac{1}{r} \int \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}$. Odavde vidimo da cirkulacija ne zavisi od veličine r , što je i za očekivati jer magnetno polje van solenoida ne postoji (jednako je nuli) pa je fluks kroz posmatranu konturu prosto veličina magnetnog polja unutar solenoida pomnožena sa površinom poprečnog preseka solenoida πr^2 , ili:

$$\oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I \pi r^2 / r \quad (36)$$

Prema tome, veličina cirkulacije vektorskog potencijala jednaka je magnetnom fluksu unutar solenoida:

$$\oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I \pi r^2 \quad (37)$$

Iz ovog izraza možemo da odredimo nepoznatu konstantu K i ona je u ovom slučaju jednaka:

$$K = \mu_0 I \pi r \quad (38)$$

Vektorski potencijal van solenoida uvek je normalna na vektor \hat{e}_ϕ , a njegov intenzitet dat je izrazom:

$$A = \frac{\mu_0 I r^2}{2r} \hat{e}_\phi \quad (39)$$

Vidimo da je vektorski potencijal proporcionalan jačini struje I i kvadratu poluprečnika cilindra r^2 , a obrnuto srazmeran rastojanju od ose cilindra $1/r$.

1.5 Šredingerova jednačina za česticu u elektromagnetnom polju

Prelaz sa klasične na kvantnu mehaniku dovodi do promene u nekim važnim konceptima fizike. Poseban značaj u klasičnoj mehanici ima sila. Njenu ulogu u kvantnoj mehanici preuzimaju sada energija i impuls. U kvantnoj mehanici, umesto kretanja čestica, posmatramo amplitudu verovatnoće koja se menja u prostoru i vremenu. U ove amplitude ulazi talasna dužina koja je povezana sa impulsom

i frekvencija koja je vezana sa energijom. Impuls i energija igraju glavnu ulogu u kvantnoj mehanici i određuju fazu talasne funkcije i zbog toga su oni važni u kvantnoj mehanici.

Ako posmatramo kretanje naelektrisane čestice u elektromagnetnom polju Lorencova sila koja deluje na naelektrisanu česticu naelektrisanje e je:

(40)

Prema tome, da bismo mogli da opišemo naelektrisanu česticu koja se kreće kroz prostor tokom vremena, potrebno je poznavati jačinu električnog i magnetnog polja u svakoj tački trajektorije.

U klasičnoj elektrodinamici jačina električnog i magnetnog polja (u CGS sistemu uobičajenom u kvantnoj mehanici) se može izraziti odgovarajućim vektorskim potencijalima i Kulonovog potencijala :

(41)

(42)

Ovi potencijali u klasičnoj elektrodinamici nemaju fizičku interpretaciju i nisu opservabilne veličine.

U kvantnoj mehanici pojam sile nema punog značaja. Da bismo opisali neki sistem neophodno je da se reši Šredingerova jednačina u koju ulazi Hamiltonijan sistema. Hamiltonova funkcija nerelativističke naelektrisane čestice u elektromagnetnom polju koje je izraženo pomoću potencijala elektromagnetnog polja i φ , dat je na sledeći način:

(43)

— —

Impuls je zamenjen članom $-$, i ova zamena je kalibraciono (gejdž) invarijantna. Hamiltonov kanonski impuls je suma kinetičkog impulsa m i člana $-$ koji potiče od vektorskog potencijala.

Tako će biti :

(44)

-

Prelaz na kvantnu mehaniku je dobijen zamenom kanonskog impulsa sa $-$. Tako dobijamo Hamiltonijan:

(45)

— — —

$$\dots \dots \dots \quad (46)$$

$$\dots \dots \dots \quad (47)$$

Uzimajući u obzir kulonovsku kalibraciju \dots , te imajući u vidu da operator \dots deluje na talasnu funkciju ψ (dakle, \dots), dobijamo :

$$\dots \dots \dots \quad (48)$$

$$\dots \dots \dots \quad (49)$$

Operator \dots opisuje kretanje čestice u prostoru bez magnetnog polja. Treći član u gornjoj jednačini zavisi samo od vektorskog potencijala \mathbf{A} i u slučaju slabijih polja može se odbaciti.

Stanje čestice u kvantnoj mehanici u elektromagnetnom polju opisano je Šredingerovom jednačinom:

$$\dots \dots \dots \quad (50)$$

Talasna funkcija ψ direktno zavisi od potencijala ϕ i \mathbf{A} i indirektno od polja \mathbf{E} i \mathbf{B} . Kada polja nestanu, talasna funkcija ψ je pod uticajem potencijala.

1.6 Kalibraciona transformacija talasne funkcije

Elektromagnetni potencijali imaju još jednu važnu osobinu. Ako umesto skalarnog i vektorskog potencijala ϕ i \mathbf{A} uzimamo:

$$\dots \dots \dots \quad (51)$$

$$\dots \dots \dots \quad (52)$$

gde je χ proizvoljna skalarna funkcija koja zavisi od prostornih koordinata i vremena.

Nadalje pokazaćemo da novi potencijali ψ_+ i ψ_- odgovaraju istom električnom i magnetnom polju kao i stari ψ_+ i ψ_- . Ovo se može dokazati na sledeći način. Naime, pogledajmo čemu je jednak rotor od izraza (51). Dakle

(53)

Kako je ψ_+ , dobijamo:

(54)

Transformacija korišćena u jednačini (51) i (52) se naziva kalibraciona (ili gejdž) transformacija, a funkcija ψ_+ je gejdž funkcija. Maksvelove jednačine možemo zadovoljiti sa raznim potencijalima, i kažemo da su Maksvelove jednačine kalibraciono invarijantne.

Gejdž invarijantnost takođe važi i za Šredingerovu jednačinu:

(55)

Ako uzmemo da je:

(56)

ψ_+ i ψ_- se razlikuje samo po faznom faktoru $e^{i\alpha}$.

Množenjem jednačine (56) sa leve strane faktorom $e^{-i\alpha}$ i korišćenjem identiteta:

(57)

dovodi do sledeće jednačine:

(58)

Konačno dobijamo:

GLAVA 2

1959. godine Jakir Aharonov i Dejvid Bohm su postulirali fenomen, koji je bio nazvan Aharonov-Bomov efekat ili samo AB efekat. Ovaj fenomen opisuje kako na kretanje elektrona utiče neka sila na mestu gde ni ne postoji magnetno polje. Mnogi fizičari su smatrali da se ovaj efekat ne može izmeriti i da je, isto kao i potencijal, samo matematička apstrakcija. Potrebno je bilo da se izvede neki eksperiment koji bi potvrio postojanje ovog efekta. Godinu dana nakon objavljivanja njihove teorije, 1960. godine Čambers izvršio je interferencijski eksperiment koji je potvrdio tačnost ovog fenomena. U narednim godinama vršeni su sve precizniji eksperimenti. Svi oni su potvrdili postojanje navedenog efekta.

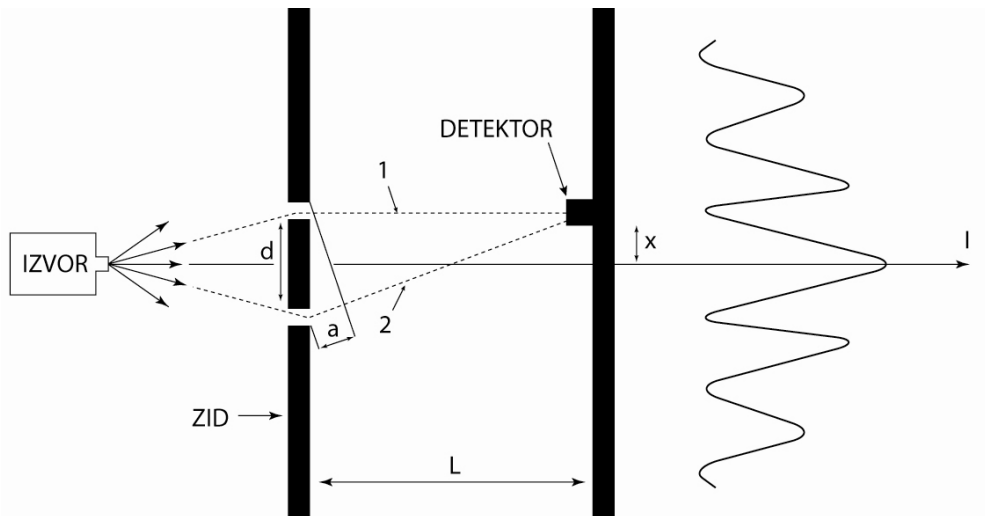
Sušтина ovog efekta sastoji se u tome da na kretanje elektrona deluje vektorski potencijal što se u eksperimentima manifestuje kao fazno pomeranje interferencijske slike. AB efekat je postuliran u okvirima kvantne mehanike, i njihova teorija se bazira na tome da postojanje vektorskog potencijala, i njegov uticaj na kretanje elektrona izaziva fazno pomeranje interferencijske slike .

U ovom poglavlju razmatraćemo eksperimente koji su izvršeni da se potvrdi ispravnost ovog fenomena. Tu spada električni i magnetni AB efekat, R.G Čambersov eksperiment , Melenštet-Bajhfov eksperiment i eksperiment korišćenjem superprovodnog toroidalnog magneta.

2.1 Magnetni Aharonov-Bomov efekat

Da bismo dokazali delovanje vektorskog potencijala na kretanje čestice (elektrona) oslonićemo se na poznati difrakcioni eksperiment sa dva otvora.

Elektroni, koji se emituju iz izvora imaju približno istu energiju, i putuju prema zidu koji ima dva mala otvora. Iza ovog otvora nalazi se zastor na kome se nalazi pokretni detektor koji registruje prispele elektrone odnosno on meri frekvenciju sa kojom elektroni padaju u detektor. Ovaj detektor se nalazi na rastojanju x od ose simetrije. Intenzitet odnosno frekvencija prispeća elektrona proporcionalna je verovatnoći da elektron, koji se emituje iz izvora, stigne do detektora na ovoj poziciji. Ova verovatnoća ima složenu raspodelu i prikazana je na slici 3. Ona se objašnjava interferencijom dveju amplituda koje dolaze od dva otvora. Interferencija talasa, pripisanih ovim elektronima, zavisi od fazne razlike.



Slika 3 - Interferencijski eksperiment sa elektronima

Ako su ove amplitude A_1 i A_2 , tada će fazna razlika koja određuje interferencionu sliku biti jednaka $\Delta\phi$. Ako je rastojanje između ekrana (detektora) i otvora jednako L , a razlika između dužine putanje koju prelaze elektroni iz ova dva otvora a , tada fazna razlika ovih talasa iznosi:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi a L}{\lambda} \quad (61)$$

gde λ - predstavlja de Brojevu talasnu dužinu talasa pripisanog elektronu. Pretpostavimo da je $\lambda \ll L$, onda možemo pisati da je :

$$\Delta\phi \approx \frac{2\pi a L}{\lambda} \quad (62)$$

a fazna razlika će biti

$$\Delta\phi \approx \frac{2\pi a L}{\lambda} \quad (63)$$

Kada je $\Delta\phi = 0$ tada je i I i talasi su u fazi, a verovatnoća ima maksimalnu vrednost. Kada je $\Delta\phi = \pi$ talasi su u protivfazi i verovatnoća ima minimalnu vrednost jer se talasi poništavaju. Dakle, raspodela intenziteta (frekvencije dolazaka) elektrona ima istu formu kao da potiče od običnih talasa.

Mi želimo da formulišemo zakon koji u kvantnoj mehanici zamenjuje zakon Lorencove sile. On će definisati ponašanje kvantnih mikročestica u elektromagnetnom polju. Sada ćemo da vidimo kako prisustvo magnetnog polja dovodi do faznog pomeranja. Promena faze pod uticajem magnetnog polja (preko vektorskog potencijala) jednaka je linijskom integralu ovog polja po putanji čestice, tj.

$$- \tag{64}$$

gde je r - trajektorija elektrona, a e - naelektrisanje elektrona.

Ako je magnetno polje jednako nuli, tada bismo uočili (izmerili) neku određenu fazu ϕ . Ako postoji magnetno polje, tada će se faza povećati za integral $\Delta\phi$ -

Isto tako, u prisustvu električnog polja takođe dolazi do faznog pomeranja koje je u ovom slučaju jednak negativnoj vrednosti integrala po vremenu skalarnog potencijala:

$$- \tag{65}$$

Ova dva izraza daju promenu faze ne samo za statičko, već i za dinamičko elektromagnetno polje. Ovo je zakon koji zapravo zamenjuje formula za Lorencovu silu

(66)

Pretpostavimo najpre da u difrakcionom eksperimentu postoji samo statičko magnetno polje. Naš zadatak jer da saznamo sa kakvom fazom dolaze dva talasa na zastor koji prolaze kroz ova dva otvora. Ako sa ϕ_1 označimo fazu talasa duž prve trajektorije u prisustvu polja (označimo je sa 1), a ϕ_2 fazu koja odgovara istom otvoru bez prisustva magnetnog polja ($B = 0$), tada možemo pisati:

$$- \tag{67}$$

Slično, faza koja odgovara elektronima koji prolaze kroz otvor 2 će biti:

$$- \tag{68}$$

Interferencija ovih talasa na detektoru zavisi od razlike ovih faza:

$$- \tag{69}$$

Razliku faza u odsustvu polja - ćemo označiti sa $\Delta\phi$, a razliku dva integrala duž putanja 1 i 2 možemo napisati kao integral po nekoj zatvorenoj putanji (1-2). Dakle, možemo pisati:

$$\Delta\phi = \oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} - \oint_C \mathbf{A}' \cdot d\mathbf{l} \quad (70)$$

Ova jednačina nam pokazuje kako se pod dejstvom magnetnog polja menja kretanje elektrona. Pomoću ove formule možemo odrediti poziciju interferencionog maksimuma i minimuma na zastoru odnosno našem detektoru.

Već smo videli da se vektorski potencijal \mathbf{A} , ne menja ako se doda gradijent neke proizvoljne skalarne funkcije $\nabla\chi$, tj. fazno pomeranje ostaje nepromenjeno nakon kalibracione transformacije.

U tom slučaju gornji integral postaje:

$$\Delta\phi = \oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} - \oint_C \mathbf{A}' \cdot d\mathbf{l} \quad (71)$$

Poslednji integral po zatvorenoj putanji, prema Stoksovoj teoremi, jednak je nuli. Dakle, vektorski potencijal \mathbf{A} i \mathbf{A}' daju istu faznu razliku i proizvode isti kvantno-mehanički interferencioni efekat. U klasičnoj i u kvantnoj teoriji bitan je samo rotor vektora \mathbf{A} i ma koja funkcija rotora $\nabla \times \mathbf{A}$ daje ispravne rezultate.

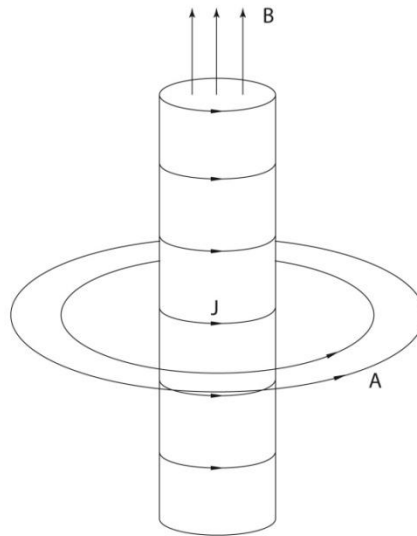
Linijski integral vektorskog potencijala po nekoj zatvorenoj putanji jednak je fluksu magnetnog polja kroz površ oivičenu ovom konturom, tako da se poslednja jednačina može zapisati u obliku:

$$\Delta\phi = \oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} - \oint_C \mathbf{A}' \cdot d\mathbf{l} = \oint_C (\mathbf{A} - \mathbf{A}') \cdot d\mathbf{l} = \oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} - \oint_C \mathbf{A}' \cdot d\mathbf{l} \quad (72)$$

gde je Φ - fluks kroz zatvorenu konturu (1-2). Ovaj rezultat možemo da izrazimo u zavisnosti od magnetnog polja \mathbf{B} isto kao i u zavisnosti od rotora $\nabla \times \mathbf{A}$.

Sada se nameće veoma važno pitanje, naime, od ova dva polja koje je pravo polje i koje deluje na neku česticu. Pomislili bismo da je to magnetno polje \mathbf{B} , ali uskoro ćemo videti da u kvantnoj mehanici i vektorsko polje \mathbf{A} , odnosno vektorski potencijal magnetnog polja, može fizički da utiče na neku česticu, tj. na elektron u našem slučaju.

Kod beskonačno dugačkog solenoida kroz koju protiče struja jačine I , magnetno polje postoji samo unutar ovog solenoida, a vektorsko polje \mathbf{A} postoji sa spoljašnje strane, kako je prikazano na sledećoj slici.

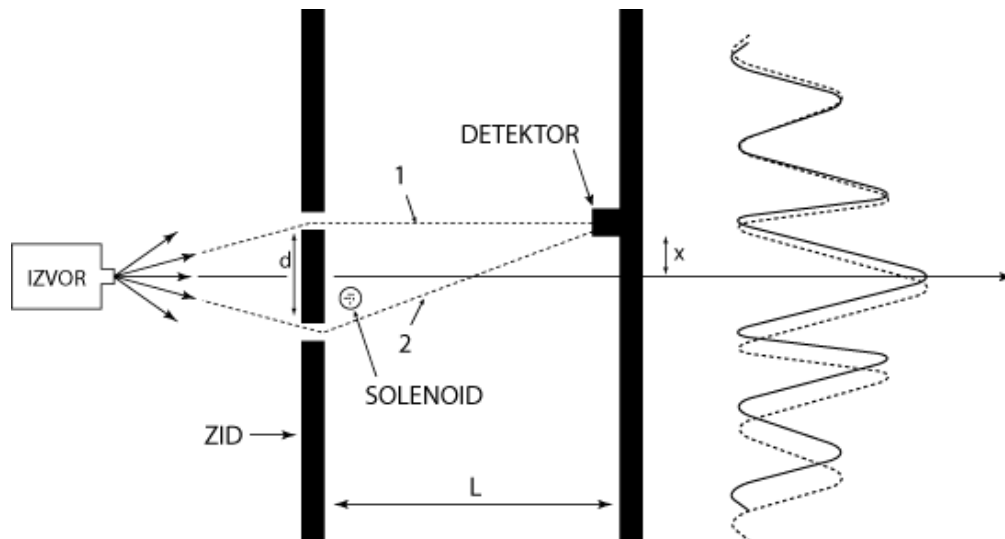


Slika 4 - Magnetno polje i vektorki potencijal beskonačno dugačkog solenoida

Ako bismo koncipirali eksperiment tako da se elektroni nađu u oblasti van solenoida (gde postoji samo vektorsko polje \mathbf{A} , dok je magnetno polje jednako nuli), za očekivati je da bismo imali neki uticaj vektorskog polja na stanje odnosno, kretanje elektrona kako to predviđa formula (70).

U klasičnoj fizici ovo je nemoguće jer, kao što znamo, sila zavisi samo od magnetnog polja \mathbf{B} . U kvantnoj mehanici obilaskom oko solenoida može se detektovati magnetno polje koji postoji unutar solenoida, bez toga da mu se bitno približimo.

Dakle, postavimo sada jako dugačak solenoid malog prečnika iza dva otvora kao na slici 5.



Slika 5. - Dugačak solenoid postavljen iza otvora u difrakcionom eksperimentu

Pretpostavimo da je prečnik solenoida mnogo manji od rastojanja d između dva otvora. U ovim okolnostima difrakcija elektrona kroz otvor daje zanemarljivu malu verovatnoću nalaženja elektrona u blizini solenoida.

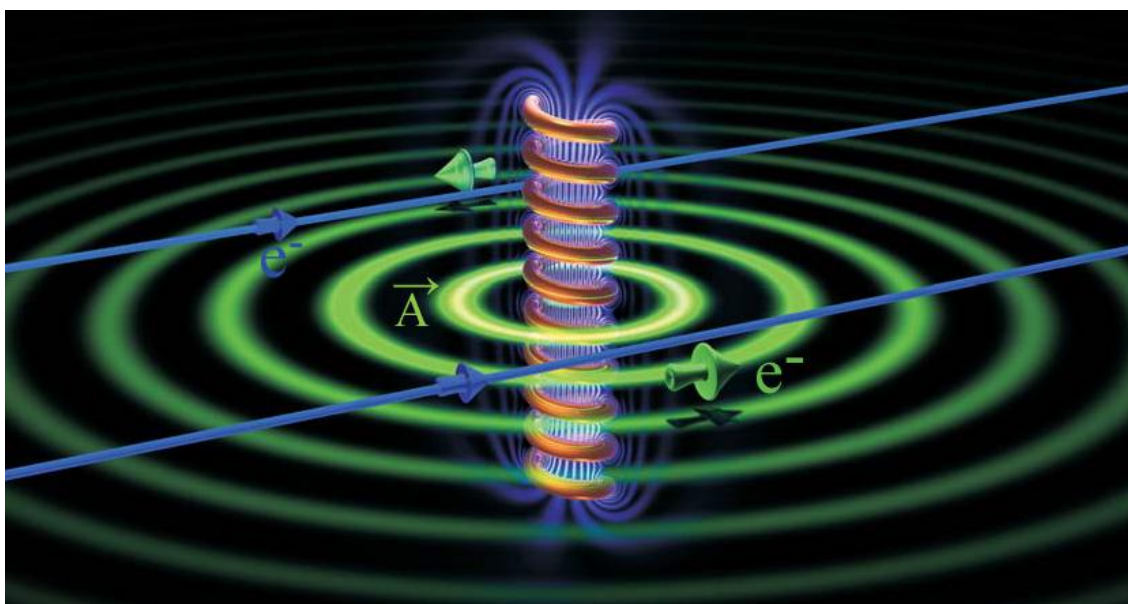
Ako u ovom eksperimentu ne propuštamo struju kroz solenoid, nećemo imati ni \vec{B} ni \vec{A} polje, i interferenciona slika na zastoru se neće promeniti. Međutim, ako propustimo struju kroz solenoid, tada se formira magnetno polje \vec{B} unutar solenoida, dok je van solenoida ono jednako nuli. Međutim, vektorski potencijal \vec{A} , kao što smo videli, postoji van solenoida. Ovo dovodi do pojave fazne razlike koja je proporcionalna cirkulaciji vektora \vec{A} van solenoida, što rezultuje pomeranje interferencijske slike za određenu vrednost ϕ . Maksimum intenziteta će biti na mestu gde je fazna razlika između dva talasa jednaka nuli. Iz formule (70) i (63), dobijamo:

$$\dots \dots \dots \quad (73)$$

ili

$$\dots \dots \dots \quad (74)$$

Ovo je rezultat koji u krajnjoj liniji predskazuje kvantna mehanika. Tačnost ovog vrlo teško izvodljivog eksperimenta je potvrđena u nedavnim eksperimentima.



Slika 6. - Ilustracija magnetnog Aharonov-Bomovog efekta

Zbog male talasne dužine elektrona, otvori treba da budu vrlo blizu jedan drugom. Takođe je potreban ekstremno tanak (mali) solenoid. U nekim okolnostima kristali gvožđa rastu u vrlo dugačkim mikroskopski tankim vlaknima, takozvanim *viskerima*. Kada se ovi gvozdeni viskeri namagnetišu, oni se ponašaju kao mali solenoidi. Upravo su ovakva vlakna korišćena u nekim eksperimentima. Ovaj interferencijski eksperiment izveden sa postavljenim viskerima između dva otvora daje rezultate koji su saglasni sa teoriskim predviđanjima.

2.2 Električni Aharonov-Bomov efekat

Kada se govori o Aharonov-Bomovom efektu, obično se misli na fenomen opisan u poglavlju 2.1. U slučaju magnetnog polja fazno pomeranje faze talasne funkcije se javlja usled vektorskog potencijala. Međutim, postoji još jedan fenomen, takozvani električni Aharonov-Bomov efekat. Kod njega se čestice koje prolaze kroz oblast gde je električno polje jednako nuli, javlja fazno pomeranje talasne funkcije i to usled skalarnog potencijala Φ koji je različit od nule.

Talasna funkcija čija je energija E , evoluira u toku vremena po zakonu :

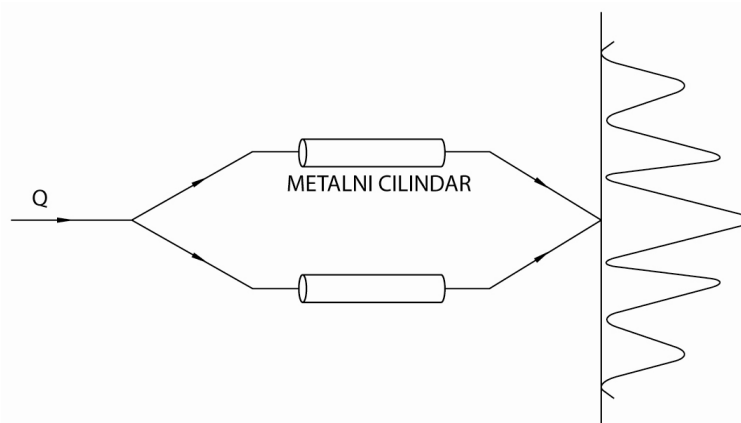
$$— \tag{75}$$

Ako stavimo da je dobijamo da je :

$$— \tag{76}$$

Vidimo da jednačine (56) i (76) imaju istu formu. Razlika je samo što se u prvom izrazu integracija vektorskog potencijala vrši po nekoj putanji u prostoru, dok u drugom slučaju integracija skalarnog potencijala se vrši po vremenu. U električnom Aharonov-Bomovom efektu snop elektrona prolazi u prostoru sa različitim skalarnim potencijalom, što svakako dovodi do fazne razlike.

Električni Aharonov-Bomov efekat može se izvesti u formi kao na slici:



Slika 7 - Šematski prikaz električnog Aharonov-Bomovog efekta

Svaki snop prolazi kroz cilindar različite provodljivosti. Takođe, ovi cilindri su na različitim potencijalima V_1 i V_2 . Takođe je važno da su cilindri dovoljno dugački kako bi polje unutar bilo jednako nuli, a potencijal konstantan. Ako su potencijali cilindra različiti, fazna razlika snopova će biti:

$$(77)$$

gde je V potencijalna razlika između cilindra, a t je vreme potrebno da elektron pređe kroz cilindre.

Rezultat eksperimenta u ovom slučaju bi bio sličan kao i kod magnetnog Aharonov-Bomovog efekta, tj. pruge bi bile pomerene u interferencijskoj slici.

Kod električnog Aharonov-Bohmovog efekta imamo dva tipa eksperimenta. U prvoj (stabilno stanje) verziji elektroni prolaze kroz električno polje, koje je prisutno i na početku i na kraju cilindra. U drugoj (pulsirajućoj) verziji punjenje i pražnjenje metalnih cilindra se odvija dok su elektron talasni paketi u potpunosti zaštićeni u unutrašnjosti cilindra.

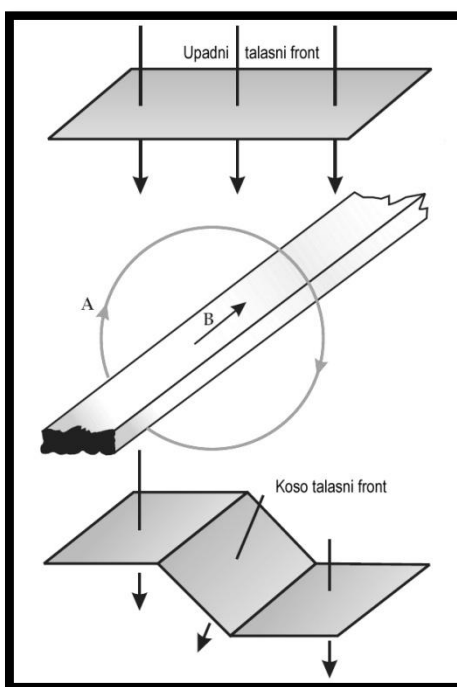
Eksperiment u verziji sa stabilnim stanjem izveli su 1985. godine naučnici Đorđo Meteući (Giorgio Matteucci) i Đulio Pozi (Giulio Pozzi) na fakultetu u Bolonji. Mala dimenzija elektron interferometra omogućila je njegovo korišćenje umesto metalnih cilindra. Naučnici su propuštali elektrone preko bimetalne žice tako naelektrisane da formiraju linearno dipolno polje. U ovoj postavci električno polje nije delovalo nikakvom silom na elektrone. Očekivano fazno pomeranje usled električnog Aharonov-Bomovog efekta pri prolasku elektrona na jednom kraju dipolnog polja imao je suprotan znak onome na drugom kraju. Njihov eksperiment se razmatralo kao demonstracija takozvanog II tipa Aharonov-Bomovog efekta. U I tip ovog efekta spadaju eksperimenti gde snop čestica ne prolazi kroz prostor u kojem postoji električno i magnetno polje.

Glavni problem kod električnog Aharonov-Bomovog efekta je teško izvođenje ovog eksperimenta. Interpretacija rezultata je mnogo teža, pošto ne možemo da postignemo situaciju u kojoj elektroni ne prolaze kroz električno polje, koji je prisutano i na početku i na kraju cilindra. U slučaju

magnetnog Aharonov-Bomovog efekta, polje se lako može lokalizovati te koristimo ovaj tip eksperimenta da bi izmerili veličinu ovog efekta.

2.3 Fazno pomeranje talasne funkcije

U sledećem primeru posmatramo fazno pomeranje talasne funkcije kod Aharonov-Bomovog efekta. Na slici broj 8, prikazan je fazno konstantan talasni front (koherentan elektronski snop) koji prolazi kroz i pored homogeno namagnetisane šipke.



Slika 8 – Fazno pomeranje talasne funkcije

Elektroni koji prolaze kroz šipku biće skrenuti sa svoje putanje usled Lorencove sile, i taj deo talasnog fronta je koso pomeren. Delovi talasnog fronta koji prolaze pored namagnetisane šipke neće biti koso pomereni. Kontinualnost zahteva da ova tri dela faznog fronta ostaju susedni. Deo talasnog fronta pri kraju biće pomeren duž pravca upadnog snopa, što podrazumeva odgovarajuće fazno pomeranje talasnog fronta.

Fazno pomeranje izračunato po delovanju Lorencove sile je isto sa predviđenim Aharonov-Bomovom efektom usled delovanja vektorskog potencijala koji rotira oko namagnetisane šipke. Iz ovog mogli bismo očekivati da se Aharonov-Bomov fazno pomeranje javlja u situacijama gde će putanja

naelektrisane čestice biti skrenuta usled delovanja magnetnog polja. Interesantnost ovog efekta je da se ovo fazno pomeranje dešava u slučajevima gde nema skretanja neelektrisanih čestica sa svojih putanja.

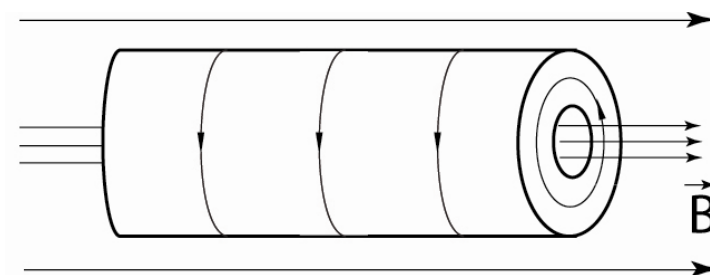
2.4 Aharonov-Bomov efekat i superprovodnici

Za superprovodnike je karakteristična vrlo mala otpornost (može se smatrati da je otpor praktično jednak nuli) i jedna takođe veoma važna osobina, takozvani Majsnerov efekat. Ovaj efekat se sastoji u tome da magnetno polje biva istisnuto iz superprovodnika ako se on ohladi ispod kritične temperature i ako se nalazi u magnetnom polju čija je jačina ispod neke kritične () vrednosti. Superprovodnici II vrste imaju osobinu da pri vrlo jakim spoljašnjim magnetnim poljima magnetno polje ipak prodire unutar superprovodnika u formi tankih linija, takozvanih *fluxona* ili *vorteksa*. Ove linije, odnosno vorteksi, imaju interesantnu osobinu da im je magnetni fluks kvantovan i iznosi:

$$\Phi = n \cdot \frac{h c}{4 \pi e m c} \cdot \frac{h c}{4 \pi e m c} \quad (78)$$

gde je Φ naelektrisanje elektrona.

Kvantovanje fluksa u superprovodnicima su prvi put direktno demonstrirali 1961. godine B.S. Diver (B.S. Deaver) i W.M. Ferbank (W.M. Fairbank) i nezavisno od njih R. Dol (R. Doll) i M. Nabaer (M. Nabauer). Oni su merili magnetni fluks kroz šuplji cilindar od superprovodnog kalaja u spoljašnjem magnetnom polju usmerenom duž ose cilindra, kao na donjoj slici.



Slika 9 - Kvantizacija magnetnog fluksa kod superprovodnika

Superprovodni cilindar velike debljine u odnosu na λ propušta magnetni fluks samo u kvantima elementarnog magnetnog fluksa. Nađeno je da se fluks kroz cilindar menja u skokovima, uzimajući cele vrednosti:

$$\Phi = n \cdot \frac{h c}{4 \pi e m c} \cdot \frac{h c}{4 \pi e m c} \quad (79)$$

gde je , a —

Vidi se da dobijemo tačan rezultat ako uzmemo da je , što znači da naelektrisanje čestice u superprovodniku ima dvostruku vrednost naelektrisanja elektrona. Ovo se može razjasniti postojanjem Kuperovih elektronskih parova, tj. entiteta koji se sastoje od dva vezana elektrona.

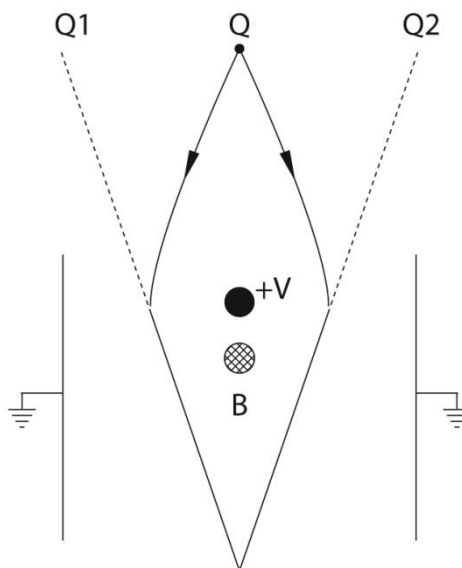
Za eksperimentalno potvrđivanje ovakve hipoteze bili su potrebni veoma osetljivi magnetometri. Merenje je uspelo primenom uređaja na bazi konvencionalnih superprovodnika, pre svega zahvaljujući upotrebi superprovodnog kvantnog interferometra (Skvid-a, videti glavu 2.9). Ovde se fluks menjao u skokovima kako to predviđa jednačina (79), što ustvari služi kao dokaz da je .

Kvantizacija magnetnog fluksa je od velikog značaja za razumevanje mnogih pojava vezanih za prodiranje magnetnog polja u superprovodnike. Takođe je važna osobina za objašnjenje eksperimentalnih rezultata kod merenja Aharonov-Bomovog efekta na niskim temperaturama.

2.5 Čambersov eksperiment

Robert.G.Čambers je 1960. godine izvršio interferencioni eksperiment koji se pretežno fokusirao na Aharonov-Bomov efekat. Problem u eksperimentu je bio da se razdvoji snop elektrona na odgovarajuće rastojanje. Ovo razdvajanje je trebalo da dostigne vrednost kod kojeg se može ubaciti magnet između dva snopa. Kod njegovog eksperimenta umesto dva otvora korišćena je biprizma da bi se postigao što veći intenzitet interferencije.

Šema ovog eksperimenta prikazana je na donjoj slici:



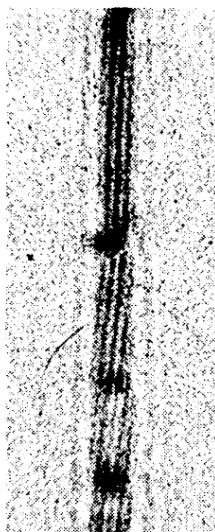
Slika 10 - Čambersov difrakcioni eksperiment sa metalnim viskerom

Snop elektrona proizveden je pomoću elektronskog mikroskopa. Pripadna talasna dužina elektrona je bila manja od 1nm, što je mnogo manje od veličine solenoida tako da se difrakcija može zanemariti. Snop se razdvaja pomoću elektrostatičke biprizme koja se sastoji od aluminiranog kvarcnog vlakna i dve uzemljene metalne ploče. Priključenjem pozitivnog napona oko +10 V na vlakno, elektroni koji prolaze sa obe strane budu privlačeni prema centru. Snopovi se preklapaju i tako formiraju interfencionu sliku. Interferencione linije su paralelne vlaknu. Da bi se postigao Aharonov-Bomov efekat, umesto solenoida (teško je se da napravi tako mali solenoid), Čambers je koristio takozvani metalni visker (tanki kristali koji se ponašaju kao solenoid) koji je širok 1 μm i dugačak 0.5 μm . Postavljanjem ovog viskera u senku iza vlakna (gde ne prolazi elektron) interferencione linije će se pomeriti kao na sledećoj slici.



Slika 11 - Pomeranje interferencionih linija

Eksperimentalni rezultati su pokazale sledeće:



Slika 12 - Interferencijska slika dobijena pomoću metalnog viskera

Na ovom rezultatu se lepo vidi da su pruge pomerene u vertikalnom pravcu, što je u skladu sa predviđanjima. Ovo ujedno predstavlja dokaz za postojanje Aharonov-Bomovog efekta.

Uprkos ovom rezultatu, neki naučnici su se suprostavili ovome i tvrdili su da je pomeranje interfencione pruge nije posledica vektorskog potencijala. Fluks metalnog viskera opada i očigledno je da magnetno polje izlazi na krajevima ovog viskera u oblasti gde elektroni prolaze. Mnogi su mislili da je posmatrani efekat upravo posledica interakcije elektrona sa ovim magnetnim poljem.

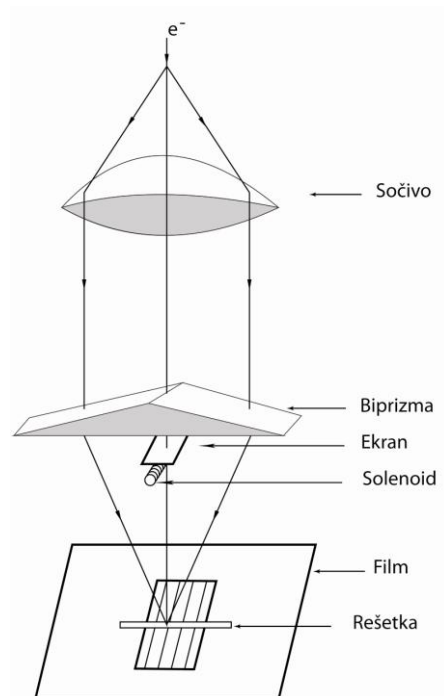
Potrebno je bilo da se izvedu novi i precizniji eksperimenti kako bi se dokazala ispravnost Aharonov-Bomovog efekta.

2.6 Eksperiment Melenšteta i Bajha

Eksperimenti koji su bili izvedeni do tada nisu bili dovoljni da dokažu u potpunosti delovanje vektorskog potencijala jer su neki sumnjali da je pomeranje interferencijske slike usled delovanja magnetnog polja.

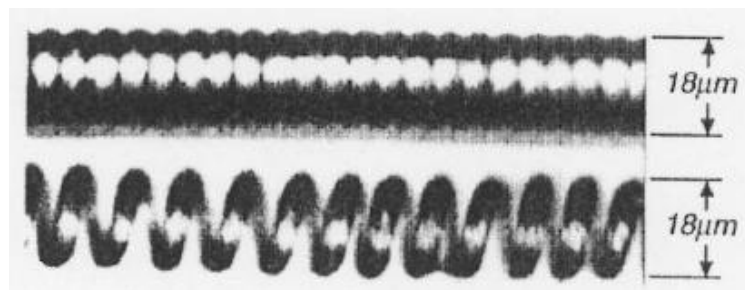
1962. godine u Tibingenu Melenštet i Bajh su izveli eksperiment koji je imao za cilj da potvrdi teorijska predviđanja postojanja Aharonov-Bomovog efekta usled vektorskog potencijala.

Šematski prikaz uređaja kojeg su oni koristili prikazan je na slici 13:



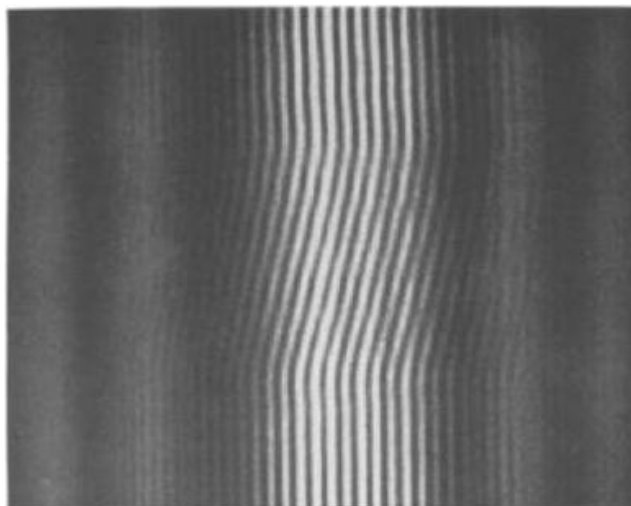
Slika 13 - Melenštet i Bajh-ov eksperiment

Snop elektrona je razdeljen na dva dela pomoću biprizme na rastojanje od $60 \mu\text{m}$. Ekstremno tanak solenoid je postavljen između dva snopa elektrona (solenoid je bio 5mm dugačak i imao je prečnik od $7 \mu\text{m}$).



Slika 14 - Tanak volframov solenoid koji je korišćen u ovom eksperimentu

Pomoću veoma tankog solenoida očekuje se veoma oštra rezultujuća interferenciona slika. Ako se kroz solenoid propusti električna struja i ako se ona povećava, dobijaju se interferencione linije koje su pomerene lateralno, dok je oblast cele interferencione slike ostala nepromenjena. Da bi ovo uspešno snimili, fotografisan je samo jedan deo interferencione slike koji prolazi kroz mali otvor, a koji je normalan na pravac interferencione linije (kao na slici 15).



Slika 15 - Pomeranje interferencijske linije

Ako kroz solenoid ne teče struja, interferencione pruge su prave kao na donjem delu slike. Sa povećanjem struje kroz solenoid interferencione pruge će biti nagnute (srednji deo slike). Prestankom struje kroz solenoid, interferencione pruge se ne vraćaju u prvobitan položaj već ostaju pomerenе kao na gornjem delu slike. Ovo predstavlja dokaz postojanja Aharonov-Bomovog efekta. Pomerene interferencione linije bile su u skladu sa teorijskim predviđanjima ovog efekta.

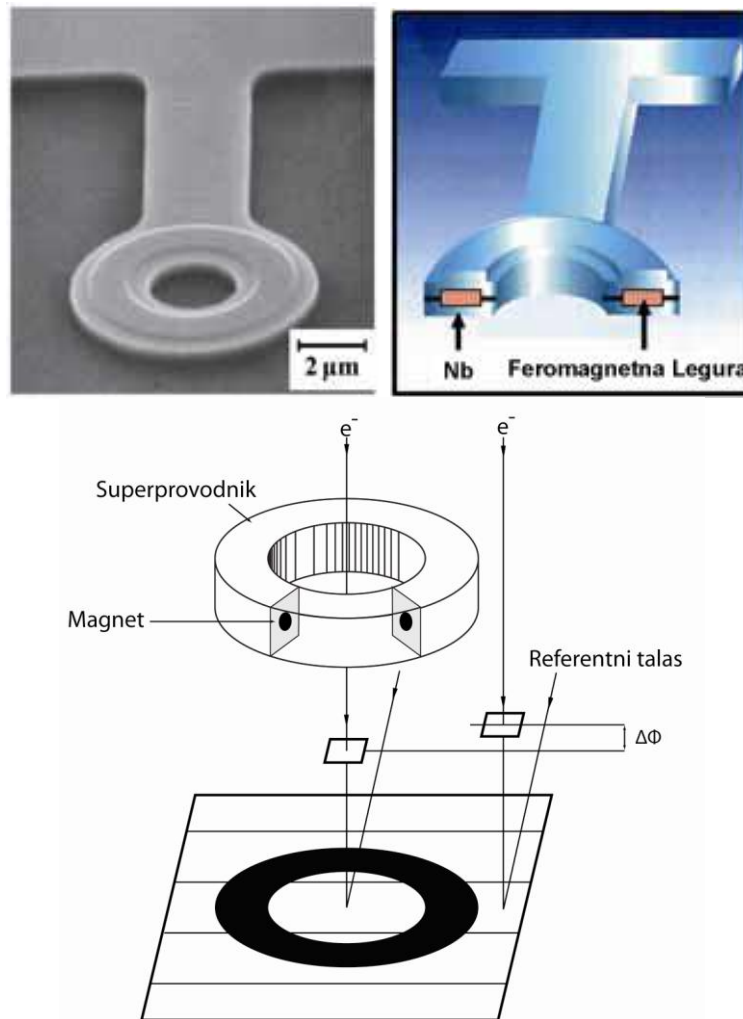
2.7 Eksperiment sa toroidalnim magnetom

Magnetno polje van solenoida je zanemarljivo malo kod Melenštet Bajh-ovog eksperimenta i posmatrano fazno pomeranje bilo je u skladu sa teorijom vektorskog potencijala. Ipak, neki skeptičari pretpostavljali su da se fazno pomeranje javlja zbog postojanja prisutnog veoma slabog magnetnog polja. Da bi se ovo polje na neki način kompenzovalo bilo je potrebno da se izvedu novi i moderniji eksperimenti.

U tom smislu je 1986. godine japanski naučnik Tonomura u Hitačijeovoj laboratoriji izveo jedan novi eksperiment u kojem je koristio toroidalni magnet.

Kod solenoida magnetno polje nikad nije apsolutno jednak nuli, jer su magnetne linije uvek zatvorene i povezuju magnetne polove. Magnetno polje van solenoida se smanjuje sa povećanjem njegove dužine. Kada bismo imali beskonačno dugačak solenoid, onda bi magnetno polje bilo jednako nuli, što je u praksi veoma teško, gotov nemoguće postići. Kod toroidalnog magneta severni i južni polovi se dodiruju, a linije magnetnog polja su kružne tako da teorijski možemo postići polje koje je spolja jednako nuli.

Da bi se što više smanjila verovatnoća izlaska magnetnog polja u okolinu, toroidalni magnet je previjen sa Nb koji je u superprovodnom stanju na temperaturi T_c i ispod. Zbog Majnsnerovog (Meissner) efekta magnetno polje ne može da prodire u superprovodnik i njegova jačina van magneta praktično jednaka je nuli. Ova cela struktura je još previjena sa slojem bakra koji je imao ulogu da zaštiti superprovodnik od elektrona. Šema uređaja je predstavljena na sledećim slikama:

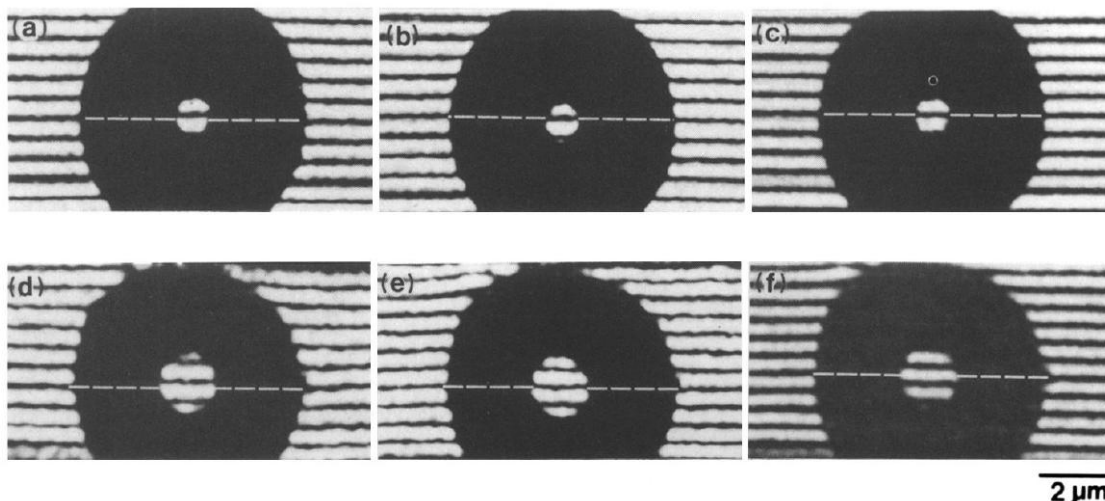


Slika 16 - Šema eksperimenta sa toroidalnim magnetom

Jedan deo elektronskog snopa prolazi kroz rupu u toroidalnom magnetu i zajedno sa referentim snopom formira zatvorene krugove oko magnetnog fluksa koji izaziva fazno pomeranje. Drugi deo elektronskog snopa koji ne prelazi preko toroidalnog magneta meša se sa referentim snopom ali bez faznog pomeranja tako da tu sliku možemo koristiti kao referentnu. Upotrebom biprizme ova dva snopa se zajednički projektuju na filmsku ravan.

Toroidalni magnet je napravljen od ferromagnetne legure. Magnetizacija legure i magnetni fluks rastu sa smanjenjem temperature. U ovom eksperimentu fazno pomeranje posmatrano je u funkciji smanjivanja temperature magneta i to sa sobne temperatura na 5 K.

Interferenciona slika različitih magneta na temperaturama od 15K i 5K je data kao na sledećoj slici :



Slika 17 - Interferenciona slika sa toroidalnim magnetom

U prvoj vrsti na gornjoj slici (a,b i c slika) fluks je kvantovan sa parnim brojem n , a u vrsti ispod nje (d,e i f slika) fluks je kvantovan sa neparnim brojem n na temperaturi .

U prvoj koloni imamo snimljenu interferencionu sliku na temperaturi od 15K. Na ovoj temperaturi Nb nije u superprovodnom stanju i zbog toga magnetni fluks može imati bilo koju vrednost, a fazno pomeranje može biti proizvoljno. Magnetni fluks u toroidu je kvantovan i iznosi: $\Phi = n \frac{h c}{4 e} B$. Ovo znači da je i fazno pomeranje elektrona takođe kvantovano:

$$\Delta \phi = \frac{2 \pi}{\lambda} \Delta r = \frac{2 \pi}{\lambda} \frac{h c}{4 e} B \Delta r \quad (80)$$

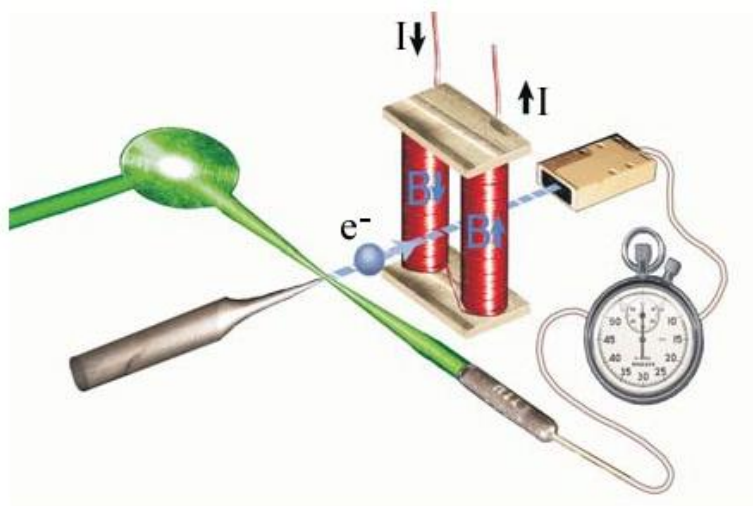
Ovakva kvantizacija znači da interferenciona slika može biti pomerena za pola pruga ako je n neparano, i ne biva pomerena ako je n paran broj. U drugoj koloni imamo rezultate snimljene na temperturi od 5K sa dvostrukim faznim pojačanjem. U trećoj koloni imamo snimak na temperaturi od 5K. Na gornjoj slici se vidi da je fazno pomeranje jednak nuli a na donjoj iznosi $\frac{\pi}{2}$.

Ekperiment pokazuje da se fazno pomeranje elektronskog snopa javlja i kada je magnetno polje van magneta jednako nuli. To dokazuje ispravnost Aharonov-Bomovog efekta, tj. da na elektrone deluje vektorski potencijal, a ne magnetno polje.

2.8 Ekperiment za dokazivanje nepostojanja sile koja deluje na fazno pomeranje

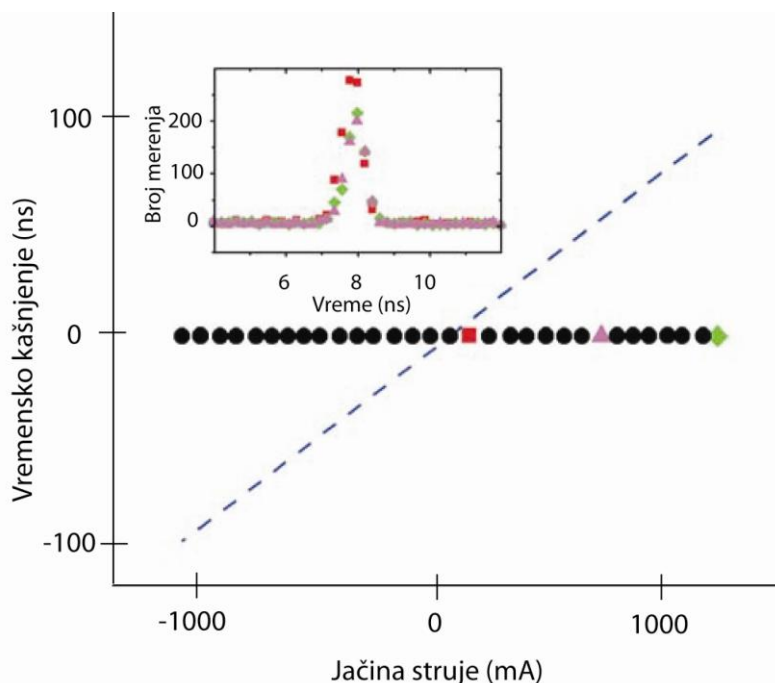
U ovom poglavlju opisujemo još jedan ekperiment koji omogućuje dokazivanje nepostojanja Lorencove sile koja deluje na kretanje elektrona kod magnetnog Aharonov-Bomovog efekta.

Neki skeptičari su mislili da je fazno pomeranje interferencijske slike kod ovog ekperimenta usled delovanja Lorencove sile. U potrazi za postojanje ove sile koristi se sledeći ekperiment :



Slika 18 – Šema ekperimenta za merenje vremena kretanja elektrona

Elektroni su propušteni kroz otvor između dva solenoida gde ne postoji ni električno ni magnetno polje. Merenjem vremena potrebnog da bi elektroni prelazili do detektora omogućuje otkrivanje postojanja Lorencove sile. Ako kroz solenoide ne teče struja, izmereno vreme koje je potrebno za prelazak te daljine je 8ns. Propuštanjem struje kroz solenoid, pojaviće se magnetno polje unutar i vektorski potencijal van solenoida. Ako bi postojala neka sila van solenoida koja bi imala neki uticaj na kretanje elektrona to bi se manifestovalo kao skretanje elektrona sa pravolinijske putanje i to znači da bi se vreme koje je potrebno da elektroni stignu do detektora, promenilo. Međutim rezultati ovog ekperimenta pokazuju da se vreme kretanja elektrona do detektora nije promenilo posle propuštanja a ni posle promene jačine struje kroz solenoide. Na slici broj 19 je grafikon koji nam pokazuje rezultate ovog ekperimenta.



Slika 19 – Rezultati izmerenih vremena kašnjenja u funkciji od jačine struje

Isprekidana dijagonalna linija nam pokazuje kako bi se menjalo vreme potrebno elektronima da pređu određenu daljinu sa promenom jačine struje propuštene kroz solenoid u slučaju ako bi postojala Lorencova sila. Međutim, ispostavilo se da vreme koje je potrebno elektronima da pređu tu daljinu nije menjalo promenom jačine struje kroz solenoide. Ovi rezultati dokazuju da na elektrone ne deluje nikakva sila kada prolaze pored dugačkog solenoida. Znači, promena faze interferencione slike se javlja usled vektorskog potencijala, kako je to predviđeno Aharonov-Bomovim efektom.

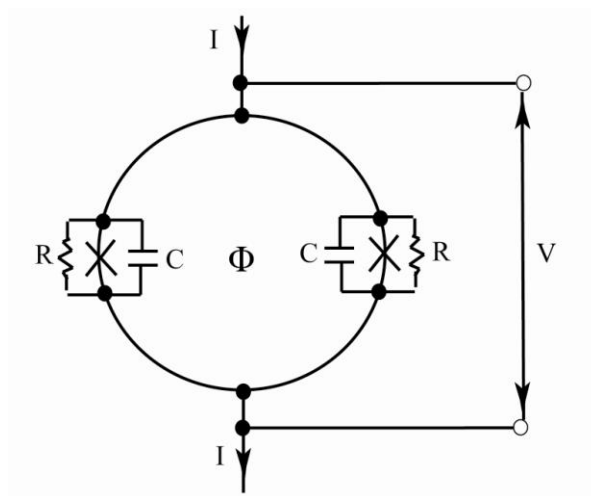
2.9 Primena Aharonov-Bomovog efekta u praksi

Korišćenje Aharonov-Bomovog efekta omogućuje nam merenje ekstremno male promene magnetnog fluksa. Napredovanjem tehnologije 1964. godine Robert Jaklević, Džon J. Lambe (John J. Lambe), Džejms Mercereo (James Mercereau) i Arnold Silver konstruisali su vrlo precizan magnetometar, takozvani *skvid-superprovodni kvantni interferometar* (SQUID - Superconducting Quantum Interference Device). Pomoću ovog instrumenta omogućeno je merenje vrlo male promene vrednosti magnetnog fluksa.

Osnovni princip rada Skvida zasnovan je na tunelovanju, tj. kvantno-mehaničkom efektu koji u superprovodnicima stvara Džozefsonov efekat. Ovaj uređaj sastoji se od superprovodnih petlji koje sadrže Džozefsonove spojeve. Džozefsonov spoj ili most je struktura koju čine dva superprovodnika

razdvojena veoma tankim ne-superprovodnim slojem. Ova dva superprovodnika slabo su vezana, a tanki nesuperprovodni sloj (između dva superprovodna sloja) predstavlja potencijalnu barijeru kroz koju superprovodni parovi elektrona tuneluju.

Jednosmerna struja u Džozefsonovom spoju je vrlo osetljiva na primenjeno magnetno polje. Razlog za ovo je da se u slučaju kada se magnetni fluks nalazi između dva Džozefsonovog spoja, javlja fazno pomeranje. Ovo pomeranje manifestuje se kao promena vrednosti jačine struje u jednosmernom Džozefsonov efektu. Ova pojava je poznata kao kvantna interferencija i uređaji u kojima se primenjuje zovu se superprovodni kvantni interferometri, skraćeno - Skvid.



Slika 20 – Šema Skvid-a

Šema kvantnog interferometra prikazana je na gornjoj slici, gde je Džozefsonov spoj označen sa X .

Dva identična Džozefsonova spoja vezana su tako da formiraju jedno zatvoreno električno kolo. Kroz ovo kolo propušta se jednosmerna struja gustine . Kada je magnetno polje prisutno, integraljenjem oko ove petlje dovodi do faznog pomeranja koje je proporcionalno magnetnom fluksu.

$$(81)$$

- je kvant fluksa i ima vrednost koja je data jednačinom (78).

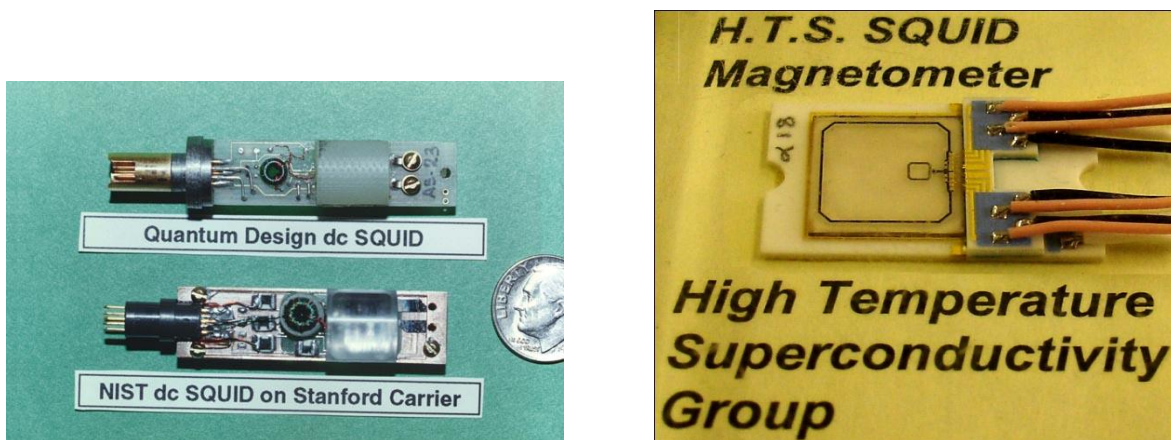
Prolazak magnetnog fluksa kroz ovu petlju indukuje struju u električnom kolu, čija je ukupna jačina jednaka:

$$(82)$$

gde je - fazna razlika talasnih funkcija u dva spoja.

Ova dodatna struja generiše napon kroz uređaj, koji nam omogućuje detektovanje čak i jednog kvanta magnetnog fluksa u laboratorijskim okolnostima. U konvencionalnim Skvid-ovima termalne fluktuacije određuju nivo šuma, i da bismo postigli što veću osetljivost uređaj treba da bude na radnoj temperaturi bliskoj apsolutnoj nuli.

Pomoću skvid-a određuju se sve veličine koje se mogu svesti na merenje magnetnog fluksa čiji kvant iznosi: . Osim magnetnog fluksa mogu se meriti i veoma male varijacije električnog napona i veoma male promene intenziteta magnetne indukcije . Ova preciznost koja više od milion puta nadmašuje klasične magnetometre, veoma je bitna pri merenju i analizi vrlo slabih signala, npr. biofizičkih (u okolini čovečjeg mozga) ili geoloških – u okolini naftnosnih nalazišta. Ovi uređaji takođe uspešno se koriste i za detektovanje korozije. Ekstremno male struje koje se javljaju kod korozije proizvode veoma slabo magnetno polje koje se može detektovati Skvid-om.



Slika 21 – Skvid uređaj

Razvoj tehnologije visokotemperaturskih superprovodnika (HTSC) omogućilo je komercijalnu upotrebu takozvanih HTSC skvid uređaja na bazi , koji se hlade tečnim azotom i tako je omogućen njihov rad na temperaturi od 77K.

ZAKLJUČAK

Glavni cilj ovog diplomskog rada je da pokaže da u kvantnoj mehanici vektorski potencijal ima veći značaj nego elektromagnetno polje. Aharonov-Bomov efekat je fenomen koji se ne može opisati niti objasniti u okviru klasične mehanike, već se rešenje mora potražiti samo u kvantnoj mehanici. Ovaj efekat je potvrđen sa više eksperimenata od strane različitih istraživačkih grupa u svetu i postojanje ovog efekta je prihvaćeno u širokim naučnim krugovima. Ipak neki fizičari tvrde da ovaj efekat nije čisto kvantno mehanički, nego da je posledica sila koja deluju na elektrone koji prolaze kroz magnetno polje. Ovaj problem će biti potvrđen daljim eksperimentima.

U kvantnoj mehanici, vektorski i skalarni potencijali su osnovne fizičke veličine koje ulaze u odgovarajuće jednačine, dok se veličine \mathbf{A} i ϕ polako povlače iz moderne fizike i zamenjuju se vektorskim i skalarnim potencijalima.

U svakom slučaju možemo zaključiti da elektromagnetna interakcija postoji i u prostoru gde je električno i magnetno polje jednako nuli, baš kako pokazuje Aharonov-Bomov efekat koji zaista postoji i eksperimentalno je potvrđen. Dakle, kao što vidimo iz ovog rada, zakoni kvantne mehanike odnosno kvantomehanički efekti se ponekad protive našoj intuiciji: Nije ni čudo što je ugledni međunarodni naučni časopis *New Scientist*, proglasio Aharonov-Bomov efekat kao jedan od “sedam čuda u kvantnom svetu”.

LITERATURA

- [1] Đ. Mušicki: Uvod u teorijsku fiziku II, Zavod za izdavanje udžbenike, Beograd, 1965
- [2] W. Greiner and D. A. Bromley, Quantum Mechanics - An introduction, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, New York, 2000
- [3] R.P. Feynman, R.B. Leighton and M. Sands, The Feynman lectures on physics, California Institute of technology, 1964
- [4] W. Greiner and D. A. Bromley, Quantum Mechanics – Special Chapters, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1997
- [5] F. Schwabl, Quantum mechanics, Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2007
- [6] M. Peshkin and A. Tonomura, The Aharonov-Bohm effect , Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1989
- [7] P.W. Hawkes and E. Kasper, Principles of electron optics , Academic press Limited , 1996
- [8] G. Tamás, Kvantummechanika, Typotext elektronikus kiadó KFT, 2011
- [9] N. Károly, Kvantummechanika, Nemzeti Tankönyvkiadó Rt, Budapest, 1994
- [10] Y. Aharonov and D. Bohm, Significance of electromagnetic potentials in the quantum theory, Physical Review **115**, 485, 1959
- [11] H. Batelaan and A. Tonomura, The Aharonov Bohm effect: Variations on a subtle theme, Physics Today, **62**(9), 38, 2009
- [12] J. Hamilton, Aharonov-Bohm and other Cyclic phenomena, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1997
- [13] E. du Trémolet de Lacheisserie, D. Gignoux, and M. Schlenker (editors), Magnetism: Materials and Applications, Springer 2005
- [14] T.P. Sheahen, Introduction to High-Temperature Superconductivity, Kluwer Academic Publishers, New York, 2002

PREGLED SLIKA

Slika 1 - Homogeno magnetno polje u pravcu z-ose odgovara vektorskom potencijalu koji rotira oko z-ose	8
Slika 2 - Beskonačno dugačak solenoid sa gustom površinske struje	10
Slika 3 - Interferencioni eksperiment sa elektronima.....	18
Slika 4 - Magnetno polje i vektorski potencijal beskonačno dugačkog solenoida.....	21
Slika 5 - Dugačak solenoid postavljen iza otvora u difrakcionom eksperimentu	21
Slika 6 – Ilustracija magnetnog Aharonov-Bomovog efekta	22
Slika 7 - Šematski prikaz električnog Aharonov-Bomovog efekta.....	24
Slika 8 – Fazno pomeranje talasne funkcije	25
Slika 9 - Kvantizacija magnetnog fluksa kod superprovodnika.....	26
Slika 10 - Čambersov difrakcioni eksperiment sa metalnim viskerom.....	27
Slika 11 - Pomeranje interferencionih linija.....	28
Slika 12 - Interferencijska slika dobijena pomoću metalnog viskera.....	29
Slika 13 - Melenštet i Bajh-ov eksperiment	30
Slika 14 - Tanak volframov solenoid koji je korišćen u ovom eksperimentu	30
Slika 15 - Pomeranje interferencijske linije	31
Slika 16 - Šema eksperimenta sa toroidalnim magnetom	32
Slika 17 - Interferencionna slika sa toroidalnim magnetom.....	33
Slika 18 – Šema eksperimenta za merenje vremena kretanja elektrona.....	34
Slika 19 – Rezultati izmerenih vremena u funkciji od jačine struje.....	35
Slika 20 – Šema Skvid-a	36
Slika 21 – Skvid uređaj	37

BIOGRAFIJA



Trupac Igor

Rođen sam 3.4.1982. godine u Senti. Završio sam osnovnu školu „Kizur Ištvan” u Subotici, a 2001. godine završio sam srednju muzičku školu. Nakon srednje škole 2001. godine upisao sam Prirodno-matematički fakultet u Novom Sadu, smer diplomirani fizičar.

UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET

KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA

Redni broj :	
RBR	
Identifikacioni broj :	
IBR	
Tip dokumentacije :	Monografska dokumentacija
TD	
Tip zapisa:	Tekstualni štampani materijal
TZ	
Vrsta rada:	Diplomski rad
VR	
Autor:	Trupac Igor
AU	
Mentor:	Dr Milan Pantić, redovni profesor
MN	
Naslov rada:	Aharonov-Bomov efekat
NR	
Jezik publikacije:	srpski (latinica)
JP	
Jezik izvoda:	srpski/engleski
JI	
Zemlja publikovanja:	Srbija
ZP	
Uže geografsko područje:	Vojvodina
UGP	
Godina:	2012
GO	
Izdavač:	Autorski reprint
IZ	
Mesto i adresa:	Prirodno-matematički fakultet, Trg Dositelja Obradovića 4, Novi Sad
MA	
Fizički opis rada:	
FO	
Naučna oblast:	Fizika
NO	
Naučna disciplina:	Teorijska fizika
ND	
Predmetna odrednica/ključne reči:	Aharonov-Bomov efekat, vektorski potencijal,

PO
UDK

talasna funkcija, Šredingerova jednačina,
elektromagnetno polje, fazni pomak

Čuva se:

Biblioteka Departmana za fiziku, PMF-a u Novom Sadu

ČU

Važna napomena:

Nema

VN

Izvod:

IZ

Aharonov Bomov fenomen je kvantno mehanički efekat koji pokazuje da vektorski potencijal deluje na kretanje naelektrisane čestice u prostoru gde ne postoji ni električno ni magnetno polje. Dokazivanje postojanja ovog efekta vrši se pomoću Čambersonov, Melenštet Bajhov eksperimenta, kao i eksperimenta sa toroidalnim magnetom. Ovaj fenomen se koristi u današnjim modernim uređajima za veoma precizna merenja jačine magnetnog polja.

Datum prihvatanja teme od NN veća:

DP

Datum odbrane:

DO

Članovi komisije:

KO

Predsednik:

Dr Darko Kapor, redovni profesor PMF

član:

Dr Milan Pantić, redovni profesor PMF

član:

Dr Miodrag Krmar, vanredni profesor PMF

UNIVERSITY OF NOVI SAD
FACULTY OF SCIENCE AND MATHEMATICS

KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number:

ANO

Identification number:

INO

Document type:

Monograph publication

DT

Type of record:

Textual printed material

TR

Content code:

Final paper

CC

Author:

Trupac Igor

AU

Mentor/comentor:

Dr Milan Pantić, Ph.D

MN

Title:

Aharonov-Bohm effect

TI

Language of text:

Serbian (latin)

LT

Language of abstract:

English

LA

Country of publication :

Serbia

CP

Locality of publication :

Vojvodina

LP

Publication year:

2012

PY

Publisher:

Author's reprint

PU

Publication place:

Faculty of Science and Mathematics, Trg Dositejja Obradovića 4,
Novi Sad**PP**

Physical description:

PD

Scientific field:

Physics

SF

Scientific discipline:

Theoretical Physics

SD

Subject/Key words:

Aharonov-Bohm effect, vector potential, wave function,

SKW
UC

Schrödinger equation, Electromagnetic field, phase shift

Holding data:

HD

Library of Department of Physics, Trg Dositeља Obradovića 4
Novi Sad

Note:

N

None

Abstract:

AB

Aharonov-Bohm effect is a quantum mechanical phenomenon. It shows that the vector potential is affecting the motion of the charged particle in the region of space where there is no electrical or magnetic field present. Various experiments like Chambers, Mollenstedt/Bayh and toroidal magnet serve as an experimental proof of the existence of this phenomenon. This effect can be practically used in modern devices for precise measurement of magnetic field.

Accepted by the Scientific Board:

ASB

Defended on:

DE

Thesis defend board:

DB

President:

Dr Darko Kapor, Full Professor

Member:

Dr Milan Pantić, Full Professor

Member:

Dr Miodrag Krmar, Associate Professor