

Univerzitet u Novom Sadu
Prirodno-matematički fakultet, Novi Sad
Institut za fiziku

УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ

ПРИМЉЕНО:	17 СЕП 2001
ОРГАНИЗЈЕД:	Б Р О Ј
Сељ.	3/ 329

**Interpretacija raspada protona u okviru
SO (10) modela velikog ujedinjenja**

—diplomski rad—

Dušan Zorica

u Novom Sadu, septembra 2001. g.

Sadržaj

Uvod.....	1
I. Fundamentalne čestice i interakcije	2
II. Princip kalibracione (gauge) invarijantnosti	4
1. Simetrije.....	4
2. Savremeno shvatanje kalibracione invarijantnosti	5
i. Globalna kalibraciona invarijantnost.....	5
ii. Lokalna kalibraciona invarijantnost	5
3. Spontano narušenje simetrije.....	7
III. Fundamentalne interakcije i teorija grupa	9
1. Jaka interakcija	9
2. Elektroslaba interakcija	10
IV. Modeli ujedinjenja fundamentalnih interakcija.....	13
1. Minimalni SU (5) model.....	14
i. Opšte karakteristike SU (5) modela.....	14
ii. Raspad protona u okviru SU (5) modela	16
iii. Nedostaci SU (5) modela.....	18
2. SO (10) model velikog ujedinjenja.....	19
3. Supersimetrični (SUSY) modeli velikog ujedinjenja	21
i. Opšte osobine SUSY modela	21
ii. Raspad protona u SUSY modelima	22
V. Raspad protona u eksperimentu.....	24
1. Mogući kanali raspada protona.....	24
i. Predviđanja minimalnog SU (5) modela	24
ii. Predviđanja supersimetričnog SO (10) modela	25
2. Opšti principi detekcije.....	25
i. Gvozdeni kalorimetri	26
ii. Čerenkovljevi detektori	27
3. Problemi detekcije	28
VI. Potraga za raspadom protona – Super–Kamiokande detektor	30
1. Način determinacije događaja	30
2. Kanal: $p^+ \rightarrow v_\mu^c + K^+$	32
i. $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$	32
ii. $K^+ \rightarrow \mu^+ + v_\mu$	33
3. Kanal: $p^+ \rightarrow \mu^+ + K^0$	34

i.	$K_S \rightarrow 2\pi^0$	35
ii.	$K_S \rightarrow \pi^+ + \pi^-$	36
4.	Kanal: $p^+ \rightarrow e^+ + K^0$	39
i.	$K_S \rightarrow 2\pi^0$	39
ii.	$K_S \rightarrow \pi^+ + \pi^-$	40
5.	Komentar o eksperimentu	42
VII.	Prilog I – O teoriji grupa	44
1.	Opšte definicije	44
2.	Lijeve grupe	46
VIII.	Prilog II – Veza između teorije grupa, matrične reprezentacije i fundamentalnih čestica na primeru slabe interakcije	47
1.	Eksperimentalna realnost	47
2.	SU (n) grupa	47
3.	Veza čestica – učesnica slabe interakcije i SU (2) grupe	48
	Literatura	50

Uvod

Fizika kao fundamentalna prirodna nauka pokušava da predvidi ponašanje najrazličitijih i u odnosu na druge prirodne nauke i najjednostavnijih prirodnih sistema. Pri tome se koristi matematikom, kao najpreciznijim jezikom izražavanja, odnosno matematičkim teorijama.

Fizičke teorije osim što moraju zadovoljavati osnovne zahteve logike, da bi zaista i bile prihvatljive moraju korespondirati i eksperimentalnoj realnosti, odnosno moraju zaista i davati one rezultate koji su i eksperimentalno izmereni. Tokom formiranja teorije traga se za najosnovnijim osobinama odgovornim za ponašanje proučavanog sistema. Tačnije teži se ka tome da se što veći broj pojava objasni pomoću što manjeg broja uvedenih pojmoveva, koji bi bili dovoljno opšti da se iz njih mogu izvesti svi fenomeni grupacije prirodnih pojava na koje se oni odnose.

Fizika elementarnih čestica proučava prirodu na njenom najfundamentalnijem nivou, na nivou čestica, koje grade svet kakvim ga pozajemo i njihovih interakcija. Pokazuje se da je priroda utemeljena na svega nekoliko fundamentalnih čestica i interakcija, a da postoji mogućnost i da su te interakcije svedene na samo jednu jedinu ujedinjenu interakciju. Naravno, složenost sveta; čestica i interakcija je povezana sa energijama na kojima se svet posmatra i čini se da što su energije više svet izgleda jedinstveniji i svedeniji, a što su energije niže svet je raznovrsniji i složeniji, ali ipak je posledica kombinacija osnovnih „kockica” onog prethodnog sveta, koji u tim kombinacijama i gubi neke od svojih osobina, ali neke i prenosi.

Ujedinjenje fundamentalnih interakcija izgleda da nije samo produkt naše želje da uspešno primenimo princip opisa pojava sa što manje potrebnih pojmoveva, već ima utemeljenje i u eksperimentalnoj realnosti. Dokaz da je ujedinjenje realnost se nalazi u novim pojavama, koje ono predviđa, a koje moraju biti i eksperimentalno potvrđene. Raspad protona na leptone je upravo pojava, koju predviđaju modeli ujedinjenja, a koju je moguće i eksperimentalno utvrditi. Detekcija raspada je potvrda održivosti ideje o ujedinjenju, a vreme života protona i kriterijum za prihvatanje ili odbacivanje date teorije ujedinjenja.

Prvi model ujedinjenja fundamentalnih interakcija je minimalni SU (5) model. Eksperimenti u kojima je vršena potraga za raspadom protona, projektovani su prema predviđanjima SU (5) modela i uglavnom nisu detektovani događaje, koji bi mogli odgovarati raspadu. U tim eksperimentima je postavljana donja granica na život protona, koja je bila na granici predviđanja SU (5) modela. U detektoru Super-Kamiokande (sa radom je počeo 1996.) su po prvi put registrovani i događaji, koji bi mogli odgovarati raspadu protona. Ovim projektom su postavljene i donje granice na život protona, koje ukazuju da bi se opis ujedinjenja mogao uspešnije zasnivati na drugim, komplikovanijim modelima, kao što su SO (10) ili supersimetrični SO (10). Time su i ovi modeli izašli iz okvira čistog formalizma i dobili na praktičnom, a i suštinskom značaju.



I. Fundamentalne čestice i interakcije

Fundamentalnim zovemo one subatomske čestice za koje smatramo da nemaju unutrašnju strukturu, odnosno da nisu izgrađene od nekih drugih čestica, dok su elementarne, takođe subatomske čestice, ali je dokazano da imaju unutrašnju strukturu. Dakle, može se reći da su elementarne čestice izgrađene od fundamentalnih. Elementarnih čestica ima praktično toliko koliko ima dozvoljenih kombinacija fundamentalnih čestica. Fundamentalnim česticama smatramo spinorske čestice (fermione): leptone i kvarkove; dok su sve ostale izgrađene njihovim kombinacijama. Leptoni i kvarkovi se grupišu u tri generacije, od kojih samo prva učestvuje u izgradnji sadašnjeg univerzuma. U prvoj generaciji se nalaze redom (Tabela I-1): elektronski neutrino, elektron, up-kvark i down-kvark. U drugoj: mionski neutrino, mion, charm-kvark i strange-kvark. U trećoj: tau-neutrino, tau-lepton, top-kvark i bottom-kvark. Pregled fundamentalnih čestica je dat u Tabeli I-1.

Generacija	Prva				Druga				Treća			
	lepton		kvark		lepton		kvark		lepton		kvark	
Čestica	ν_e	e^-	u	d	ν_μ	μ^-	c	s	ν_τ	τ^-	t	b
q [e]	0	-1	1/3	-2/3	0	-1	1/3	-2/3	0	-1	1/3	-2/3

Tabela I-1: Pregled fundamentalnih čestica

U izgradnji teških elementarnih čestica, koje se nazivaju hadroni, učestvuju samo kvarkovi. Pregled osnovnih grupa hadrona prve generacije je dat u Tabeli I-2.

Hadroni			
Barioni (qqq)		Mezoni (qq^c) ¹	
nukleoni	Δ -barioni	π -mezoni	ρ -mezoni
s=1/2	s=3/2	s=0	s=1

Tabela I-2: Pregled osnovnih grupa elementarnih čestica

U Tabeli I-3 su date i neke elementarne čestice, koje će često biti spominjane u radu.

U prirodi su poznate četiri osnovne vrste interakcija:

- Gravitaciona interakcija je na relativnoj skali interakcija najslabija, ali se njeno dejstvo prostire na beskonačno velike razdaljine, tj dugodometna je. Osobina tela (u daljem tekstu – naboj), zbog koje se javlja gravitacija je masa.

¹ Gornjim indeksom c se označava antičestica

- b. Elektromagnetna interakcija je na relativnoj skali interakcija za 36 redova veličine jača od gravitacione. Elektromagnetna interakcija je, takođe dugodometna, a javlja se između tela koja poseduju naboje nanelektrisanja.
- c. Slaba interakcija je na relativnoj skali interakcija za 3 reda veličine jača od elektromagnetne. Ona je izrazito kratkodometna i javlja se do 10^{-18} m. Slabom interakcijom interaguju kvarkovi i leptoni. Ako smatramo da su oni samo različite manifestacije jedne fundamentalne čestice, možemo reći da je naboje arome ono što ih čini kvarkovima i leptonima. Prema tome uzrok elektroslabe interakcije je aroma čestice.
- d. Jaka interakcija je najjača od svih ostalih interakcija, ali joj je domet svega 10^{-15} m. U jakoj interakciji učestvuju kvarkovi, a razlog leži u postojanju naboja boje.

Tabelarni pregled interakcija je dat u Tabeli I-4.

Mezoni	Pioni			Kaoni			
	π^+	π^0	π^-	K^+	K^0	\bar{K}^0	K^-
Kvark-struktura	ud^c	$1/2(uu^c - dd^c)$	du^c	us^c	ds^c	sd^c	su^c

Tabela I-3: Neke elementarne čestice

Interakcija	Relativna jačina	Domet [m]	Naboj
Gravitaciona	10^{-38}	∞	masa
Elektromagnetna	10^{-5}	∞	nanelektrisanje
Slaba	10^{-2}	10^{-18}	aromat
Jaka	1	10^{-15}	boja

Tabela I-4: Pregled fundamentalnih interakcija

Fundamentalnost ovih interakcija znači da u prirodi ne postoji interakcija koja se ne bi mogla razložiti na neku kombinaciju ovih interakcija, odnosno da su ove interakcije jedine koje postoje, a sve ostale se mogu svesti na njih.

II. Princip kalibracione (gauge) invarijantnosti

Ideja kalibracione invarijantnosti je potekla od Vajla (Weyl) [1] i [2], koji je, neuspšeno, pokušao da ujedini poznate interakcije XIX veka, gravitaciju i elektromagnetizam. Pokušao je pronaći zajedničke, geometrijske, osnove obeju interakciju inspirisan opštom teorijom relativnosti. Ideju za takav korak je našao u osobinama Maksvelovih jednačina, koje su neosetljive na izbor elektromagnetskih potencijala- A^μ do na gradijent (u prostoru Minkovskog) proizvoljne funkcije- Φ , što se i naziva kalibracionom invarijantnošću [3]:

$$A^\mu \rightarrow A'^\mu = A^\mu - \partial^\mu \Phi$$

Posle neupeha Vajl nije odustao od ideje kalibracione invarijantnosti, već ju je video, istina u promjenjenom kontekstu, i u kvantnoj mehanici u osobini da je gustina verovatnoće nalaženja kvantne čestice neosetljiva na promenu faze talasne funkcije. Isto tako je i Šredingerova jednačina invarijantna u odnosu na izbor faze- ϕ , ukoliko je $\phi=\text{const}$ [4]. Može se reći da je izbor faze potpuno proizvoljan i ne utiče na jednačine kretanja čestice:

$$-\frac{1}{2m} \Delta \Psi = i \frac{\partial \Psi}{\partial t} \quad \Psi = \Psi(x^\mu)$$
$$\Psi \rightarrow \Psi' = \Psi e^{-i\phi}$$

1. Simetrije

Termin simetrija (συμμετρού – zajedno izmereno) je preuzet iz geometrije i uopšten. Pod pojmom simetrije uopšte podrazumevamo: da neki objekat nije moguće razlikovati pre i posle izvršenih matematičkih transformacija nad njim. U geometriji je to očigledno: pre i posle izvršene transformacije rotacije nad kvadratom za $\pi/2$ oko vertikalne ose, koja prolazi kroz centar, dobija se potpuno ista slika. U fizici se simetrije mogu manifestovati tako što se pogodnim transformacijama funkcije, koja opisuje stanje fizičkog sistema (elektromagnetskih potencijala, lagranžiana, talasne funkcije) ne menja njen oblik, a ni eksperimentalno merljive fizičke veličine. Tada kažemo da je funkcija stanja sistema invarijantna u odnosu na transformaciju, odnosno poseduje simetriju.

Tako možemo reći da su Maksvelove jednačine invarijantne u odnosu na transformaciju elektromagnetskih potencijala, a Šredingerova jednačina u odnosu na promenu faze talasne funkcije.

Simetrije u fizici imaju i širi značaj. S obzirom da se fizički sistemi opisuju lagranžijanom sistemom, simetrije lagranžiana su od posebnog značaja. Primenom simetrijskih transformacija lagranžiana može se doći do zakona održanja – fundamentalnih zakona fizike. Simetrije te vrste su regulisane teoremom Emi Neter [5]. Ona daje matematičku zakonitost, po kojoj se transformacijom prostorno-vremenskih koordinata dolazi do zakona održanja: energije, impulsa i momenta impulsa. Teorema Emi Neter govori o uslovljenosti zakona održanja osobinama prostora i vremena. Neosetljivost merljivih veličina na transformacije prostorno-vremenskih koordinata u funkcijama sistema daju globalne simetrije.

Pored globalnih simetrija postoje i lokalne, koje se odnose na unutrašnju strukturu sistema. U sistem mogu ući različiti objekti, koji pokazuju neke slične osobine, koje se manifestuju kao unutrašnji stepeni slobode tog sistema. Sistem može da objedinjuje različite elementarne čestice, ipak slične po nekim osobinama. Simetrija lagranžijana sada nije u odnosu na transformacije prostorno-vremenskih koordinata, već u odnosu na transformacije unutrašnje strukture samog sistema. Dakle, transformacijama se ne vrše translacije i rotacije sistema u svetu Minkovskog, već „rotacije” u prostoru unutrašnjih koordinata sistema. To nikako ne znači da te „unutrašnje” transformacije ne zavise od prostorno-vremenskih koordinata, upravo naprotiv, zavisne su od tačke u kojoj se posmatra sistem, ali se sama transformacija položaja sistema u prostoru Minkovskog ne razmatra. Lokalne simetrije se mogu uporediti sa izborom referentnog sistema u mehanici, gde se pogodno odabranim referentnim sistemom opis pojava može znatno uprostiti. Tako i primena lokalnih simetrija daje jednostavniju interpretaciju pojave, koje su sada unutrašnji stepeni slobode sistema. Lokalne simetrije su doživele afirmaciju u fizici elementarnih čestica Jang-Milsovom teorijom [4], koja je dala mogućnost da su čestice povezane unutar nekog apstraktnog prostora. Primer je povezivanje protona i neutrona u jedan sistem, zbog toga što se u nuklearnim interakcijama oni ponašaju vrlo slično, pa smatramo da su oni samo različita reprezentacija jednog istog objekta.

Lokalne simetrijske transformacije lagranžijana sistema shvatamo kao „rotacije” u nekom apstraktnom prostoru. Izvršavanjem tih „rotacija” dobijamo elementarne čestice, koje su ujedinjene u dati sistem, tj osobine koje ih karakterišu. Za takav opis čestica najpogodnije je koristiti teoriju grupa, jer grupu čine same simetrijske transformacije, njen generator je kalibraciono polje, a čestice predstavljaju njenu reprezentaciju u nekom apstraktnom prostoru.

2. Savremeno shvatanje kalibracione invarijantnosti

i. Globalna kalibraciona invarijantnost

Gustina verovatnoće nalaženja kvantne četice je neosetljivana na transformaciju:

$$\Psi \rightarrow \Psi' = \Psi e^{-i\phi}$$

Šredingerova jednačina je takođe poseduje simetriju u odnosu na istu transformaciju, ukoliko je faza α neki broj, tj ako ne zavisi od koordinate tačke u prostoru Minkovskog. Dakle, može se reći da je kvantna teorija simetrična u odnosu na datu transformaciju. Kada transformacija nije zavisna od koordinate tačke simetrija se naziva globalna, jer se talasna funkcija transformiše na isti način u celom prostoru Minkovskog. Ona, međutim nije od posebnog značaja za fiziku elementarnih čestica.

ii. Lokalna kalibraciona invarijantnost

Faza- ϕ ne mora biti prosto broj, već može biti funkcija, a može imati tenzorski karakter. Ukoliko postoji funkcionalna zavisnost, bilo kao obična funkcija, bilo kao tenzor, faze- ϕ od tačke u prostoru Minkovskog: $\phi = \phi(x^\mu)$, tada govorimo o lokalnoj kalibracionoj invarijantnosti, jer transformacioni parametar ϕ nije isti za sve tačke prostora, već je različit za različite tačke, tj predstavlja neku funkciju. Pri datoј

transformaciji faze gustina verovatnoće i dalje ostaje nepromenjena, ali Šredingerova jednačina više nije simetrična u odnosu na transformaciju [4]:

$$\Psi \rightarrow \Psi' = \Psi e^{-i\varphi(x)}$$

Razlozi lokalne kalibracione neinvarijantnosti Šredingerove jednačine leže u činjenici da se izvod talasne funkcije i sama talasna funkcija ne transformišu na isti način, zbog zavisnosti faze- φ od tačke u prostoru Minkovskog. Da bismo i dalje ostvarili invarijantnost Šredingerove jednačine, tj. simetriju kvantne teorije, moramo uvesti interakciju. U slučaju nanelektrisane kvantne čestice interakcija je elektromagnetna, a njeni prenosioci su kvanti elektromagnetnog polja – fotoni. Šredingerova jednačina tada ostaje invarijantna u odnosu na simultane transformacije faze i elektromagnetskih potencijala:

$$\begin{aligned}\Psi &\rightarrow \Psi' = \Psi e^{-i\varphi(x)} \\ A^\mu &\rightarrow A'^\mu = A^\mu - \partial^\mu \varphi(x^\mu)\end{aligned}$$

Objedinjenje prethodnih transformacija se može postići uvođenjem kovarijantnog izvoda- D^μ , umesto običnog- ∂^μ u Šredingerovu jednačinu. Time ostvarujemo istovetnost načina transformacije i talasne funkcije i njenog izvoda, čime smo omogućili invarijantnost Šredingerove jednačine, kao i bilo koje druge jednačine zapisane preko talasne funkcije i njenih prostorno-vremenskih izvoda. Kovarijantni izvod za nanelektrisanje i elektromagnetnu interakciju je definisan relacijom:

$$D^\mu = \partial^\mu - ieA^\mu, \text{ e-elementarno nanelektrisanje}$$

Ove zaključke je moguće i uopštiti, jer Šredingerova jednačina, kao i ostale jednačine kretanja (evolucije) sistema slede iz Hamiltonovog principa najmanjeg dejstva, koji kaže da će „putanja” sistema biti određena ekstremumom Hamiltonovog dejstva-S [6]:

$$\begin{aligned}S &= \int L dt, \text{ tj} \\ \delta \int L dt &= 0, \text{ gde je } L \text{ lagranžijan sistem.}\end{aligned}$$

Fizika elementarnih čestica koristi formalizam kvantne teorije polja u kome se umesto lagranžijana posmatra gustina lagranžijana- L [7]. Gustina lagranžijana je sa sa-mim lagranžijanom povezana relacijom:

$$L = \int \mathcal{L} dV,$$

te prema tome Hamiltonov princip najmanjeg dejstva dobija oblik:

$$\delta \int dt \int \mathcal{L} dV = 0$$

Dakle, da bismo imali teoriju koja je poseduje lokalnu simetriju, gustina lagranžijana sistema mora biti lokalno kalibraciono invarijantna. Primenjujući zaključke dobijene iz diskusije Šredingerove jednačine, znamo da će gustina lagranžijana biti invarijantna samo ako uz transformaciju talasne funkcije uvedemo i kalibraciono polje, tj interakciju. S obzirom da u gustini lagranžijana figurišu: i izvodi i talasne funkcije, njegovu simetriju ostvarujemo uvođenjem kalibracionog polja preko kovarijantnog izvoda:

$$\mathcal{D}^\mu = \partial^\mu - igA^\mu,$$

gde je g – naboј interagujućih čestica, A^μ – kovarijantni vektor kalibracionog polja. Istovremeno se transformiše i talasna funkcija, u opštem slučaju nekom unitarnom transformacijom- U :

$$\Psi \rightarrow \Psi' = U\Psi$$

dok se zakon transformacije polja A^μ dobija iz uslova da se kovarijantni izvod transformiše na isti način kao i talasna funkcija:

$$\mathcal{D}'^\mu \Psi' = U(\mathcal{D}^\mu \Psi)$$

Sada postoji receptura za dobijanje lokalne kalibraciono invarijantne teorije. Lokalne kalibraciono invarijantne teorije su značajne za fiziku elementarnih čestica, jer formirajući matricu talasnih fukcija čestica – reprezentaciju simetrijske grupe – koje pokazuju neke sličnosti u ponašanju i tako ulaze u sistem i zahtevom za lokalnom kalibracionom invarijantnošću gustine lagranžijana sistema dobijamo interakciju među česticama, kao i prenosiće interakcije. Interakcija je dugodometna i prenosi se bezmasenim vektorskim bozonima. U slučaju nanelektrisanih čestica prenosioci interakcije su fotoni, koji su bozoni i nemaju masu mirovanja.

3. Spontano narušenje simetrije

Ako se napiše gustina lagranžijana sistema i ako se sprovedu transformacije u odnosu na koje on ostaje lokalno kalibraciono invarijantan, dobiju se bezmaseni vektorski bozoni kalibracionog polja, koji prenose interakciju. Nenarušena simetrija, odnosno bezmaseni prenosioci interakcije podrazumevaju dugodometne interakcije. Ovakva situacija dobro funkcioniše kod kvantne elektrodinamike, gde su prenosioci interakcije fotoni, koji zaista nemaju masu mirovanja. Međutim, kod teorija koje pretenduju da opišu izrazito kratkodometne interakcije, kao što je slaba princip lokalne kalibracione simetrije nema uspeha. Slaba interakcija je veoma kratkodometna (Tabela I-4) i iz teorije sledi da se mora prenositi masivnim kalibracionim bozonima, čija velika masa obezbeđuje kratkodometnost.

Masa prenosilaca interakcije se može generisati narušenjem simetrije. Narušenje simetrije nije samo matematički način da se isprave nedoslednosti teorije, već ima uporište i u realnosti. Da bi se neki objekti objedinili u sistem potrebno je da su im, sem onih osobina, koje se dobijaju kao unutrašnji stepeni slobode sistema, sve ostale potpuno iste. Sistem mogu činiti proton i neutron, zbog sličnosti u nuklearnim interakcijama u kojima je nanelektrisanje potpuno nebitno, ali da bi dosledno bili reprezentacije jednog istog objekta, potrebno bi bilo i da imaju iste mase. Međutim poznato je da su im mase tek približno jednake, pa je i simetrija samo približna. Kod nekih drugih objekata istog sistema razlika je još drastičnija, pa je i simetrija još manje egzaktна. Sistemi opisani gustinom lagranžijana sa narušenom simetrijom opisuju baš takve objekte.

Spontano narušenje simetrije nastupa u slučajevima kada vakuum, tj osnovno stanje gustine lagranžijana i sama gustina lagranžijana nemaju istu simetriju. Naime, zapišemo li gustinu lagranžijana na uobičajen način, kao razliku gustine kinetičke energije i potencijala i uzimajući određeni oblik potencijala sa slobodnim parametrima, možemo iz oblika potencijala odabrati osnovno stanje (vakuum), koje predstavlja

minimum gustine lagranžijana, tj potencijala. Forma potencijala je takva da postoji više mogućih vakuma. Konačnu formu potencijala dobijamo kada ga razvijemo u red oko jednog od osnovnih stanja, čime i dobijamo oblik gustine lagranžijana, potreban u teoriji. Odabirom vakuma, tj minimuma oko kojeg razvijamo potencijal, smo narušili simetriju, i sada gustina lagranžijana više ne poseduje istu simetriju kao i vakuum. Narušenjem simetrije još nismo dobili masu prenosilaca interakcije, već još jednu bezmasenu česticu – Goldstonov bozon, ali nemamo ni kalibraciono polje. Ova situacija se može podvesti pod važenje Goldstonove teoreme [8], [9]: ako egzaktna simetrija vakuma, nije istovremeno i simetrija fizičkog vakuma, onda teorija ima bezmasenu česticu nultog spina.

Sve dosada smo govorili o gustini lagranžijana i njegovoj simetriji, ali ništa o njegovoj lokalnoj kalibracionoj invarijantnosti. Dobijanje kalibracionog polja i mase prenosilaca interakcije ostvarujemo uvođenjem transformacija, koje obezbeđuju lokalnu kalibracionu invarijantnost nove gustine lagranžijana, koja ima drugu simetriju u odnosu na vakuum, koji nije kalibraciono invarijantan. Pri tome se dobijaju i nova, Higsova polja, koja, ustvari, daju masu bozonima kalibracionog polja. Ostvarivanje masivnosti bozona, prenosilaca interakcije, nazivamo Higsovim mehanizmom. Goldstonovi bozoni se gube iz teorije, jer oni samo daju slobodu za izvršenje transformacija lokalne kalibracione invarijantnosti.

III. Fundamentalne interakcije i teorija grupa

Fundamentalne čestice, koje učestvuju u određenoj vrsti interakcija, ili pokazuju neke međusobne sličnosti, želimo opisati na takav način da u tom opisu one budu objedinjene. Smatramo da te čestice čine sistem, tj jednu opšiju česticu, a da se osobine pojedinih čestica u sistemu dobijaju kao unutrašnji stepeni slobode tog sistema. Sam sistem, kao i svaki drugi opisuje se gustinom lagranžijana iz koga je moguće dobiti jednačine kretanja. U prethodnom poglavlju se moglo videti da se simetrijskim transformacijama lokalne kalibracione invarijantnosti, u odnosu na koje gustina lagranžijana ostaje invarijantna, može dobiti kalibraciono polje, kao i vektorski bozoni – prenosoci interakcije. Same simetrijske transformacije čine Lijevu grupu². Struktura i moguće reprezentacije grupe neodvojivo su povezane sa osobinama i međusobnim interakcijama čestica, koje ulaze u sistem, koji se opisuje grupom. Može se reći i drugačije; svakom smisleno načinjenom sistemu čestica odgovara određena Lijeva grupa. Naravno, ista grupa može odgovarati za više različitih sistema; tada će se sistemi razlikovati po: reprezentaciji, generatoru; odnosno po tome na šta se primenjuje grupa.

U fizici elementarnih čestica najznačajnije grupe su: SU (n) i SO (n). Generator grupe daje matricu interakcije, odnosno kalibracione bozone, a reprezentacije ovih n-dimenzionalnih grupa su povezane sa: brojem čestica u sistemu – ima ih n komada u multipletu, tj toliko kolika je i dimenzionalnost reprezentacije grupe i brojem kalibracionih bozona- n_{kb} – ima ih, za SU (n) grupe, $n_{kb}=n^2-1$, tj toliko kolika je i dimenzionalnost matrične reprezentacije interakcije.

1. Jaka interakcija

Jaka interakcija je jedna od fundamentalnih interakcija, a na relativnoj skali je najjača interakcija. U jakoj interakciji učestvuju kvarkovi svih generacija i aromata. Prvi pokušaj opisa jake interakcije je bilo uvođenje izospina, odnosno objedinjenje protona i neutrona u jedinstvenu česticu – nukleon. Proton i neutron su sada samo moguća stanja nukleona. Slično spinu, koji može imati dve vrednosti, proton je stanje sa izospinom $I=1/2$, a neutron sa $I=-1/2$. S obzirom na kvarkovsku strukturu nukleona ($p^+ \leftrightarrow uud$, $n^0 \leftrightarrow udd$), ovaj pokušaj nije ništa drugo do objedinjenje u i d kvarka. Grupa na bazi koje je bilo ostvareno ujedinjenje je SU (2). SU (2) simetrija nije značajno narušena, jer kvarkovi prve generacije imaju približno iste mase.

Posle otkrića stranog kvarka s, bilo je logično da se i on uključi u objedinjeni opis kvarkova. Grupa ovog opisa je bila SU (3). Međutim, SU (3) simetrija je značajno narušena, jer s kvark pripada drugoj generaciji kvarkova, što podrazumeva i veću masu. SU (2) i SU (3) simetrije su davale dobra predviđanja za multiplete hadrona, ali nisu ništa govorile o naboju kvarkova, kao ni o polju i prenosiocima jake interakcije.

Naboj, polje i prenosoci interakcije se mogu dobiti koristeći, takođe SU (3) grupu, ali se sada posmatra samo jedan kvark sa tri moguće vrste naboga: q_i (q -kvark, i-vrsta naboja), koji i čini jednu od mogućih reprezentacija grupe. Naboj za jaku interakciju

² O osnovnim pojmovima teorije grupe može se naći u Prilogu (§VII.).

je boja: crvena-r, zelena-g i plava-b; dakle $i \in \{r, g, b\}$. Antikvarkovi nose naboje antiboje i formiraju antitriplete.

$$\begin{pmatrix} q_r \\ q_g \\ q_b \end{pmatrix}$$

$SU(3)_C$ ³ simetrija nije egzaktno narušena, jer različita vrsta naboja ne menja masu kvarka. Zahtevom za lokalnom kalibracionom invarijantnošću dobija se kalibraciono polje i bozoni–prenosioci interakcije, koji su nazvani gluonima⁴; kao i njihove osobine. $SU(3)_C$ simetrija nije narušena, te gluoni nemaju masu. Iz dimenzije grupe se vidi da postoji osam ($3^2 - 1 = 8$) gluona, a dobija se da svaki nosi naboje i antiboje, čime se ostvaruje interakcija i između gluona. Osobina gluona, da nose naboje jake interakcije, utiče na njene sasvim specifične osobine: kratkodometnost interakcije, zarobljenost (confinement) i asimptotsku slobodu kvarkova. Navedene osobine su posledica antiekraniranja naboja kvarkova, za razliku od elektromagnetne interakcije, čiji prenosioci – fotoni ne nose naboje, te se nanelektrisanje ekranira (zaklanja). Generator $SU(3)_C$ grupe, odnosno same simetrijske transformacije se mogu predstaviti matricom kalibracionog polja:

$$G = \begin{pmatrix} g_{rr^c} & g_{rg^c} & g_{rb^c} \\ g_{gr^c} & g_{gg^c} & g_{gb^c} \\ g_{br^c} & g_{bg^c} & g_{bb^c} \end{pmatrix}$$

Teorija koja opisuje jaku interakciju je kvantna hromodinamika⁵ (QCD). U gustini lagranžijana QCD figuriše i konstanta jake interakcije α_C . Konstanta jake interakcije nije mali parametar, kao konstanta fine strukture, kod kvantne elektrodinamike (QED), te se ne može primeniti teorija perturbacija, što znatno otežava rad sa gustinom lagranžijana QCD.

2. Elektroslaba interakcija

Najzaslužniji za stvaranje teorije elektroslabe interakcije su: Glešou (Glashow), Salam (Salam) i Vajnberg (Weinberg). Elektroslaba interakcije predstavlja ujedinjenu: dugodometnu elektromagnetnu i kratkodometnu slabu interakciju. Ujedinjenje je ostvareno direktnim proizvodom grupa, kojima se opisuje svaka od ovih interakcija: $U(1)_Y$ -za elektromagnetnu i $SU(2)_L$ ⁶-za slabu interakciju. Opis interakcije je, dakle, na bazi $SU(2)_L \times U(1)_Y$ grupe, gde je $SU(2)_L$ grupa slabog izospina I, a $U(1)_Y$ grupa slabog hipernaboga Y. Relacija koja povezuje izspin, hipernaboj i nanelektrisanje je:

$$q = I + 1/2Y$$

³ C potiče od engleskog colour-boja

⁴ gluon–engleski glue-lepak

⁵ hromos–grčki χρωμα-boja

⁶ L je upotrebljeno za označavanje leve kiralnosti čestica

Prema ovoj relaciji se vidi da hipernaboj u zavisnosti od izospina ($I=1/2$ ili $I=-1/2$) može imati vrednosti: $Y_L = -1$ i $Y_D = -2$, gde se sa L označava leva, a sa D desna kiralnost.

Elektroslabom interakcijom se menjaju aromati i naelektrisanja čestica, ali nije omogućeno da se kvarkovi transformišu u leptone i obrnuto, već se menja aromat kvarka, odnosno leptona. U elektroslaboj interakciji, na niskim energijama učestvuju samo čestice leve kiralnosti (one kod kojih je projekcija spina na impuls negativna), dok čestice desne kiralnosti nisu otkrivene ni u jednom događaju izazvanom ovom interakcijom. Prepostavlja se da se slaba interakcija između čestica desne kiralnosti javlja na visokim energijama. Striktna kiralna simetrija podrazumeva nepostojanje masa čestica, što u slučaju elektroslabe interakcije nije zadovoljeno.

Nenarušena $SU(2)_L \times U(1)_Y$ simetrija podrazumeva postojanje četiri bezmasena kalibraciona bozona; tri od $SU(2)_L$ grupe ($2^2 - 1 = 3$) i jedan od $U(1)_Y$ grupe. Bozoni: W^+ , W^- , W^0 ; koji formiraju triplet nad $SU(2)_L \times U(1)_Y$ grupom od kojih prva dva menjaju i naelektrisanje i B^0 ; koji formira singlet nad $SU(2)_L \times U(1)_Y$ grupom. Interakcija posredstvom W^\pm i W^0 bozona je okarakterisana konstantom interakcije α_L , a posredstvom B^0 konstantom α_Y . U nenarušenoj $SU(2)_L \times U(1)_Y$ simetriji fermioni takođe nemaju mase. Nepostojanje masa kalibracionih bozona bi značilo dugodometnost ove interakcije, što nije slučaj u stvarnosti, kao ni to da fermioni (leptoni i kvarkovi) nemaju masu.

Međutim, simetrija $SU(2)_L \times U(1)_Y$ grupe je spontano narušena, jer u sistem ulaze i kvarkovi i leptoni, koji ne samo da imaju mase, nego se i značajno razlikuju po masama. Spontanim narušenjem simetrije se dobijaju: tri masivna kalibraciona bozona- W^\pm i W^0 ; čime se objašnjava kratkodometnost slabe interakcije i jedan bezmaseni bozon- B^0 ; koji odgovara dugodometnosti elektromagnetne interakcije. U stvarnosti W^0 i B^0 se ne registruju, već se javljaju u vidu superpozicije [7]:

$$\gamma = B^0 \cos \theta_W + W^0 \sin \theta_W$$

$$Z^0 = -B^0 \sin \theta_W + W^0 \cos \theta_W$$

Dve „nove” čestice su: bezmaseni foton (γ) i masivni Z^0 bozon, a θ_W je Vajnbergov ugao mešanja. Srećna okolnost je što Higsovim mehanizmom pored kalibracionih bozona mase dobijaju i fermioni.

Reprezentacije $SU(2)_L \times U(1)_Y$ grupe objedinjuju čestice leve kiralnosti: ili kvarkove, ili leptone iste generacije, čime je onemogućeno da se kvarkovi transformišu u leptone (i obrnuto), kao i prelazak kvarkova (leptona) iz jedne generacije u drugu. Reprezentacije su:

$$\begin{pmatrix} v_e \\ e^- \end{pmatrix}_L ; \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} v_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L ; \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} v_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L ; \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_L$$

Kalibracionim bozonima W^\pm se ostvaruju transformacije unutar dubleta (iz gornjeg člana u donji putem W^- , a obrnuto putem W^+). Neutralni Z^0 učestvuje u slabim interakcijama, gde se ne menja naelektrisanje čestica. Takvi procesi su elastična rasejanja, gde se ne menja aromat čestice tokom interakcije. Ove interakcije se opisuju neutralnim strujama, za razliku od naelektrisanih struja kojima se opisuje interakcija posredovana W^\pm bozonima.

Za fermione desne kiralnosti reprezentacije se mogu oformiti na analogan način reprezentacijama, koje odgovaraju fermionima leve kiralnosti. Ipak, postoji jedan izuzetak. Elektroslaba teorija ne predviđa postojanje elektronskog neutrina desne kiralnosti- ν_{eD} , te elektron desne kiralnosti- e^-_D obrazuje singlet [4].

Elektroslaba interakcija je opisana direktnim proizvodom grupa: $SU(2)_L \times U(1)_Y$, što ima za posledicu da postoje i dve različite konstante interakcije – α_L i α_Y . Preko njih se može izraziti Vajnbergov ugao mešanja [7]:

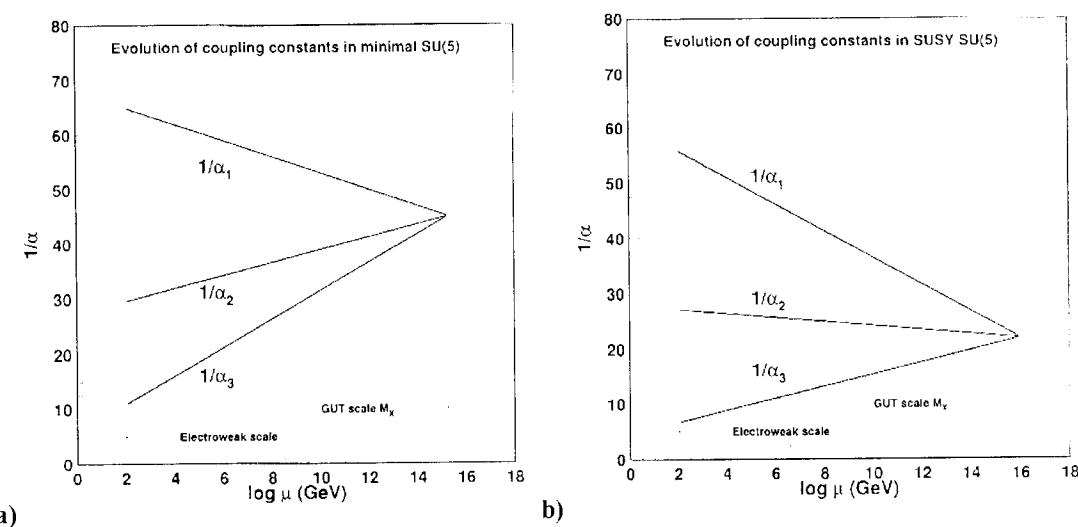
$$\operatorname{tg} \theta_W = \frac{\alpha_Y}{\alpha_L}$$

Elementarno nanelektrisanje-e se može izraziti preko konstanti interakcija: α_L i α_Y ; kao i preko Vajnbergovog ugla mešanja- θ_W i konstante interakcije- α_L [7]:

$$e = \frac{\alpha_L \cdot \alpha_Y}{\sqrt{\alpha_L^2 + \alpha_Y^2}} = \alpha_L \sin \theta_W$$

IV. Modeli ujedinjenja fundamentalnih interakcija

Opis interakcija i osobina elementarnih čestica podrazumeva njihovo posmatranje u vakuumu. Vakuum nije prazan prostor, već predstavlja more virtuelnih parova čestica-antičestica. Čestica u vakuumu interaguje sa virtuelnim parovima, preko virtuelnih prenosilaca date interakcije. Čestica se okružuje kako virtuelnim parovim, tako i virtuelnim kalibracionim bozonima, ukoliko i oni nose naboј interakcije, tako da se može reći da se oko čestica nalazi oblak parova virtuelnih čestica i antičestica. Ova pojava se naziva polarizacija vakuma. Ukoliko kalibracioni bozoni ne nose naboј javlja se ekraniranje naboјa čestice, a ukoliko ga nose naboј čestice se antiekranira.. Upravo je zato potrebno uzeti u obzir i rastojanje od čestice pri diskusiji njenih interakcija. Čestica „izgleda”, a samim tim i interaguje različitom jačinom sa drugim česticama na različitim udaljenostima od nje. Polarizacija vakuma, odnosno različita jačina interakcije na različitim rastojanjima, ima za posledicu da konstante interakcije, ustvari i nisu konstantne za istu vrstu interakcije, ostvarenu na različitim međusobnim udaljenostima između čestica. Konstante interakcija su, u ovom smislu, funkcije rastojanja od čestice izvora polja, odnosno od energije, koju treba uložiti da bi se dospelo do same čestice. Naravno, što su rastojanja manja, to su potrebne energije veće.



Slika IV-1: Zavisnost konstanti interakcija od energije za: a) Minimalni SU(5) model, b) SUSY SU(5) model

Posmatrajući zavisnost konstanti interakcija od energije primećuje se da konstanta elektromagnetne interakcije, koja je i najmanja od konstanti ostalih interakcija ($\alpha=1/137$), raste sa porastom energije kao na Slici IV-1. Ovaj rast (odnosno opadanje α^{-1}) je uslovjen time što je nanelektrisanje, recimo elektrona, ekranirano nanelektrisanjem virtuelnih pozitrona, koji su privučeni od strane elektrona, preko elektroneutralnih virtuelnih fotona, pa je ekraniranje sve manje, kako je rastojanje do čestice manje. To znači da u interakciji na manjim rastojanjima učestvuje veće nanelektrisanje. Konstante jake i slabe interakcije, koje su na uobičajenim energijama znatno veće od konstante elektromagnetne interakcije, međutim opadaju sa smanjenjem rastojanja od čestice, odnosno α^{-1} raste, Slika IV-1. To je uslovljeno karakterom ovih interakcija, postojanjem naboјa interakcije i kod njenih prenosilaca što utiče da se kod ovih interakcija javlja

antiekraniranje, odnosno asimptotska sloboda, kod jake interakcije. Upravo je to razlog da konstante interakcija opadaju sa povećanjem energije.

Posle konstatovanja ovakvih zavisnosti konstanti interakcija od energije ne čini se preteranim smatrati da postoji zajednička tačka preseka za sve interakcije, odnosno da pri dovoljno visokim energijama (malim rastojanjima) razlike između interakcija ne postoje, odnosno da su one ujedinjene u jednu interakciju. Konstanta ujedinjenih interakcija, kao i energija, pri kojoj nastaje ujedinjenje variraju u zavisnosti od teorije, što se i vidi sa Slike IV-1. Svaka od teorija velikog ujedinjenja – Grand Unification Theory (GUT) – se oslanja na neku simetrijsku grupu, kao i teorije pojedinih interakcija, te su i njena predviđanja određena strukturu te grupe.

Najniža simetrijska grupa, koja ujedno predstavlja i teoriju velikog ujedinjenja, jeste direktni proizvod grupa koje opisuju jaku i elektroslabu interakciju – $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. Proizvod simetrijskih grupa fundamentalnih interakcija se ne koristi za opis ujedinjenja, jer u njemu ujedinjenje nije sprovedeno do kraja. Osim toga ovakav model bi imao tri konstante interakcije, a ne jednu koja bi zaista predstavljala konstantu objedinjenih interakcija. Međutim, pri određenim energijama je i opis $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ grupom sasvim zadovoljavajući. U $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ grupi kvarkovi se pojavljuju i u $SU(3)_C$ tripletima (jaka interakcija) i u $SU(2)_L$ dubletima (slaba interakcija), ali se leptoni pojavljuju u $SU(3)_C$ kao singleti – ne „osećaju“ boju – čime je onemogućen prelazak leptona u kvarkove (i obrnuto), dok se u $SU(2)_L$ pojavljuju kao dubleti (slaba interakcija), što je zadovoljavajuće. Dakle, u $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ grupi nije ostvarena potpuna simetrija između kvarkova i letona. Prava teorija ujedinjenja bi trebala da objedinjuje čestice svih aromata (kvarkove i leptone) u jednom multipletu, čime bi i bila ostvarena potpuna simetrija fundamentalnih čestica. Ovo se odnosi na čestice leve kiralnosti, dok kvarkovi desne kiralnosti interaguju jakom interakcijom (obrazuju $SU(3)_C$ triplete), a ne interaguju slabom (obrazuju $SU(2)_L$ singlete). $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ grupa podrazumeva nepostojanje antineutrina desne kiralnosti (ν_D^c). Teorije velikog ujedinjenja se, dakle, baziraju na višim simetrijskim grupama, ali samo onim koje sadrže $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ grupu kao podgrupu.

1. Minimalni $SU(5)$ model

i. Opšte karakteristike $SU(5)$ modela

Grupa sa najmanjom dimenzijom, koja sadrži $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ grupu kao podgrupu, je $SU(5)$ grupa, te ona predstavlja minimalnu grupu ujedinjenja. Ovu grupu su predložili Džordži (Georgi) i Glešou (Glashow) (prema [10]). Zavisnost konstanti interakcija od energije je data na Slici IV-1 a). Vidi se da ujedinjenje nastupa za energije $\sim 10^{15}$ GeV, a da je konstanta velikog ujedinjenja $\alpha_{GU} \approx 1/45$ [11].

Reprezentacija $SU(5)$ grupe treba da objedinjuje čestice i antičestice leve kiralnosti svih aromata (leptone i kvarkove), kojih u prvoj generaciji ima petnaest. To su: u_i, d_i, e^- , ν_e , u_i^c, d_i^c i e^+ ; $i \in \{r, g, b\}$. Poznato je da elektronski antineutrino desne kiralnosti $\nu_e D$ ne učestvuje u slaboj interakciji, a s obzirom da se desna kiralnost dobija kao posledica dejstva transformacija leve kiralnosti na stanja sa konjugovanim nabojem [10] može se smatrati da ni antineutrino leve kiralnosti ν_e^c , kao CPT analogon antineutrina desne kiralnosti ne ulazi u slabu interakciju. Reprezentacija se mora praviti

tako da ne protivureči već poznatim multipletima reprezentacija grupa pojedinačnih interakcija. $SU(3)_C$ (anti)tripleti su na Slici IV-2 postavljeni horizontalno, a $SU(2)_L$ dubleti vertikalno, dok pozitron e^+ čini singlet.

$$\begin{array}{ccccccccc}
 & & & u_g & u_r & u_b & v_e & \\
 u_g^c & u_r^c & u_b^c & d_g^c & d_r^c & d_b^c & & e^+ \\
 & & & d_g & d_r & d_b & e^- & \\
 \end{array}$$

Slika IV-2: Fermioni prve generacije

Reprezentacija $SU(5)$ grupe, koja ima najmanju dimenziju podrazumeva tri multipleta po pet čestica, što je nezgodno zbog u_i i d_i ; $i \in \{r, g, b\}$, kojih ima šest, a moraju se pojaviti zajedno u multipletu, jer se javljaju kako u jakoj, tako i u slaboj interakciji. Zato se prelazi na desetodimenzionu reprezentaciju, gde su sadržani: u_i , d_i , e^+ i u_i^c (oznaka-10); simultano sa petodimenzionom reprezentacijom, gde su sadržani: d_i^c , e^- i v_e (oznaka-5^c) [10]. Izbor, naravno, sadrži izvesnu dozu proizvoljnosti.

$$5^c = \begin{pmatrix} d_r^c \\ d_g^c \\ d_b^c \\ e^- \\ -v_e \end{pmatrix} \quad 10 = \begin{pmatrix} 0 & u_b^c & -u_g^c & -u_r & -d_r \\ -u_b^c & 0 & u_r^c & -u_g & -d_g \\ u_g^c & -u_r^c & 0 & -u_b & -d_b \\ u_r & u_g & u_b & 0 & e^+ \\ d_r & d_g & d_b & -e^+ & 0 \end{pmatrix}$$

Matrice, koje reprezentuju $SU(n)$ grupe, imaju osobinu da im je trag jednak nuli. Iz 5^c reprezentacije se dobija nanelektrisanje d kvarka (u obzir se uzima da je $q_e = -e$, a da je nanelektrisanje d^c suprotnog predznaka od nanelektrisanja d):

$$3q_d + q_e + q_v = 0 \Rightarrow q_d = -1/3e \quad (q_v=0)$$

Primenom simetrijskih transformacija lokalne kalibracione invarijantnosti na gustinu lagranžijana dobija se kalibraciono polje i prenosoci interakcije. Kalibracionih bozona ima 24 ($5^2-1=24$). Među njima ima i već poznatih kalibracionih bozona: osam gluona – prenosilaca jake interakcije i četiri bozona prenosilaca elektroslabe interakcije – W^\pm , Z^0 i γ . Ostalih dvanaest bozona su novi; to su šest X bozona, koji nose nanelektrisanje od $\pm 4/3e$, i šest Y bozona, koji nose nanelektrisanje od $\pm 1/3e$. Osim nanelektrisanja X i Y bozoni nose i naboj boje. Putem ovih bozona se ostvaruju transformacije iz kvarkova u leptone (i obrnuto), kao i između kvarkova i antikvarkova. Generator $SU(5)$ grupe, tj matrica interakcije, sadrži sve navedene bozone [10] i data je na Slici IV-3.

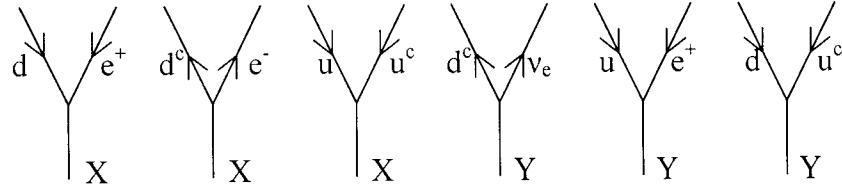
X i Y bozoni mogu ostvarivati transformacije čestica koje se nalaze u istom multipletu (istoj matrici reprezentacije), dok ostale, unutar istog multipleta, ostvaruju: gluoni, W^\pm , Z^0 i γ . X bozoni ostvaruju transformacije: d-kvarka u pozitron – $d \rightarrow e^+$, anti d-kvarka u elektron – $d^c \rightarrow e^-$ i u-kvarka u anti u-kvark – $u \rightarrow u^c$ (i obrnute transformacije takođe). Y bozoni ostvaruju transformacije: anti d-kvarka u elektronski neutrino – $d^c \rightarrow v_e$, u-kvarka u pozitron – $u \rightarrow e^+$ i d-kvarka u anti u-kvark – $d \rightarrow u^c$ (i obrnute transformacije takođe). Fajnmanovi (Feynman) dijagrami novih interakcija su dati na Slici IV-4.



$$V = \begin{pmatrix} g_{rr^c} - \frac{2B^0}{\sqrt{30}} & g_{rg^c} & g_{rb^c} & X_r & Y_r \\ g_{gr^c} & g_{gg^c} - \frac{2B^0}{\sqrt{30}} & g_{gb^c} & X_g & Y_g \\ g_{br^c} & g_{bg^c} & g_{bb^c} - \frac{2B^0}{\sqrt{30}} & X_b & Y_b \\ \bar{X}_r & \bar{X}_g & \bar{X}_b & \frac{W^0}{\sqrt{2}} + \frac{3B^0}{\sqrt{30}} & W^+ \\ \bar{Y}_r & \bar{Y}_g & \bar{Y}_b & W^- & -\frac{W^0}{\sqrt{2}} + \frac{3B^0}{\sqrt{30}} \end{pmatrix}$$

Slika IV-3: Matrica interakcije minimalnog SU (5) modela

Predviđajući transformacije kvark \leftrightarrow lepton SU (5) grupa ne predviđa održanja barionskog (B) i leptonskog (L) broja, ali predviđa održanje njihove razlike: $\Delta(B-L)=0$ [12].



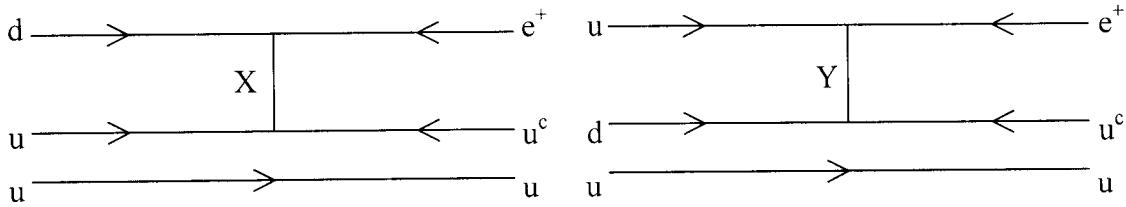
Slika IV-4: Feynmanovih dijagrama interakcija čiji su prenosoci X i Y bozoni

Na energijama reda energije velikog ujedinjenja, $\sim 10^{15}$ GeV, SU (5) simetrija mora biti narušena, zbog malih rastojanja na kojima su interakcije ujedinjene, što se očituje u velikim masama X i Y bozona, koje su istog reda veličine (u sistemu $\hbar = c = 1$) kao i energija ujedinjenja. Međutim, Higsovi bozoni daju mase samo X i Y bozonima, dok ostali kalibracioni bozoni, kao i fermioni ostaju bez mase. Simetrija SU (5) grupe se na nižim energijama snižava do nižih simetrija sadržanih u SU (5) simetriji. Tako se na energijama $\sim 10^{14}$ GeV snižava do $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ simetrije. Ova simetrija se na još nižim energijama ($\sim 10^2$ – 10^3 GeV) snižava do $SU(2)_L \times U(1)_Y$ simetrije, koja opisuje elektroslabu interakciju [12]. Naravno, ona je narušena, tako da Higsovi bozoni daju mase fermionima i kalibracionim bozonima.

ii. Raspad protona u okviru SU (5) modela

Raspad protona je značajno predviđanje svih teorija velikog ujedinjenja, pa i SU (5) modela, jer se, za razliku od ostalih predviđanja teorija ujedinjenja (ne nužno i SU (5) modela), kao što su: magnetni monopoli, dvostruki β -raspad, neutrinske oscilacije, relativno lako može detektovati i pri sadašnjim eksperimentalnim tehnikama i mogućnostima. Naravno, nije bitna toliko sama detekcija raspada, koliko je bitno iz detektovanog, ili, što je češće, nedetektovanog raspada, eksperimentalno odrediti vreme života protona (odnosno odgovarjucu granicu). Slaganje teorijski i eksperimentalno određenog vremena života protona je jedan od praktičnih uslova prihvatanja ili odbacivanja modela ujedinjenja. Drugi uslov je poređenje predviđanja teorije i rezultata eksperimenta za Vajnbergov ugao mešanja θ_W .

Kvarkovi i leptoni su u SU (5) modelu objedinjeni u jednom multipletu, što omogućuje transformaciju kvarka u lepton. Time se omogućuje i teorijsko predviđanje raspada protona (težih hadrona) na mezone (lakše hadrone) i leptone. Proton ima kvarkovsku strukturu: $p^+ \leftrightarrow uud$, te se raspada može realizovati transformacijama: d-kvarka u pozitron – $d \rightarrow e^+$, u-kvarka u anti u-kvark – $u \rightarrow u^c$ (putem X bozona); u-kvarka u pozitron – $u \rightarrow e^+$, d-kvarka u anti u-kvark – $d \rightarrow u^c$ (putem Y bozona). Fajnmanovi dijagrami ovih raspada su dati na Slici IV-5.



Slika IV-5: Fajnmanovi dijagrami raspada protona u SU (5) modelu

U okviru prve generacije fermiona proton p^+ se, dakle, raspada na pozitron e^+ i pion π^0 ($\pi^0 \leftrightarrow uu^c$):

$$p^+ \rightarrow e^+ + \pi^0$$

Raspad protona se može realizovati na više načina, koji nisu jednakoverojatni. Procenat protona koji se raspada na jedan način, tj. u jednom kanalu, zovemo faktorom grananja (branching ratio-BR). U SU (5) modelu raspad protona se najčešće dešava u prethodno navedenom, kanalu u 40–60% slučajeva. Ostali, manje verojatni, načini raspada su [10]:

$$p^+ \rightarrow e^+ + \rho^0 \text{ sa BR } 1 - 10\%$$

$$p^+ \rightarrow e^+ + \omega^0 \text{ sa BR } 5 - 20\%$$

$$p^+ \rightarrow e^+ + \eta^0$$

$$p^+ \rightarrow \nu^c + \rho^+$$

$$p^+ \rightarrow \nu^c + \pi^+ \text{ sa BR } 16 - 24\%$$

$$p^+ \rightarrow \mu^+ + K^0$$

$$p^+ \rightarrow \nu_\mu^c + K^+$$

Teorijsko predviđanje za vreme života protona je dato formulom, gde je u obzir uzeto da je masa protona mnogo veća od masa pozitrona i piona ($m_p \gg m_e + m_\pi$):

$$\tau = \frac{M_X^4}{\alpha_{GU}^2 \cdot m_p^5}$$

Da bi se tačno predvidelo vreme života potrebno je poznavati masu X bozona– M_X i konstantu velikog ujedinjenja– α_{GU} . Vrednosti ovih dveju veličina (M_X i α_{GU}) se ne znaju, jer nisu eksperimentalno određene, već se dobijaju ekstrapolacijom poznatih vrednosti konstanti interakcija. Ekstrapolacije podrazumevaju značajnu meru nepouzdanosti, tim pre jer se dobija njihova zavisnost od parametra jake interakcije Λ_{QCD} , koji se može kretati u relativno širokom rasponu. Λ_{QCD} predstavlja presek

zavisnosti recipročne vrednosti konstante jake interakcije α_C^{-1} od energije sa energijskom osom. Greška ovako određenog vremena života protona je 50%. Uzimajući vrednost za $\Lambda_{QCD} = 300$ MeV dobija se za vreme života protona u najverovatnijem kanalu [10]:

$$\tau = 5,3 \cdot 10^{30 \pm 1,4} \text{ god, tj } \tau < 10^{32} \text{ god}$$

iii. Nedostaci SU (5) modela

SU (5) model ima mnoge dobre osobine: ostvaruje smisleno ujedinjenje interakcija na najjednostavniji način, konstante pojedinačnih interakcija se mogu dobiti iz konstante velikog ujedinjenja— α_{GU} , nanelektrisanje kvarkova se dobija kao posledica uređenja multipleta. Takođe, predviđa interakcije koje dovode do novih pojava, kao što je raspad protona, neutrona i uopšte hadrona, magnetne monopole itd.

Pored svih dobrih osobina SU (5) model pokazuje i neoprostive nedostatke. Za neke od njih se čini da su estetske prirode, iako zadiru u suštinu ideje o ujedinjenju fundamentalnih interakcija. SU (5) model ne sprovodi ujedinjenje sasvim dosledno, jer ne predviđa da se svi fermioni mogu predstaviti u jednoj reprezentaciji simetrijske grupe, iako bi se zaista fundamentalnim činilo da svi fermioni treba da budu objedinjeni u jednoj reprezentaciji grupe ujedinjenja. Time se teorijski zabranjuju i neke transformacije, što nije u punoj meri opravdano. Problematično je i to što su u reprezentaciji modela zastupljene samo fermioni prve generacije, a reprezentacije za ostale generacije se mogu formirati po ugledu na reprezentaciju prve. Činjenica je da priroda, na energijama trenutno dostupnim eksperimentu, preferira čestice leve kiralnosti, ali ne postoji razlog da teorija ujedinjenja ne sadrži simetriju između čestica leve i desne kiralnosti, čime bi teorija dobila na fundamentalnosti, a pogotovo ako bi to moglo doneti i neke praktične koristi (u smislu matematičkog komoditeta).

SU (5) model ne rešava uspešno, što je problem i ostalih modela ujedinjenja, problem hijerarhije masa, odnosno problem hijerarhije energija. Ovaj problem se ogleda u velikim razlikama u masama čestica pri prelasku na viši nivo. Problem objašnjenja ima tri dimenzije:

- I. Pri prelasku u sledeću generaciju fermiona, mase čestica u sledećoj generaciji su drastično veće nego mase čestica u prethodnoj. Problem SU (5) modela je, upravo u nemogućnosti objašnjenja.
- II. Mase kalibracionih bozona u višoj simetriji su mnogo puta veće od masa kalibracionih bozona niže simetrije sadržane u njoj. Tako su mase X i Y bozona su za faktor 10^{13} veće od masa W^\pm bozona. U suštini postoji ogroman interval energija između energija pri kojima nastaje narušenje SU (5) i niže $SU(2)_L \times U(1)_Y$ simetrije. U tom intervalu, nazvanom pustinja, ne postoje ni nove čestice, ni nove interakcije. Ako u razmatranje uvedemo i gravitaciju, koja bi trebala sa ostalim interakcijama biti ujedinjena pri energijama reda Plankove energije, koja je mnogo veća od energije SU (5) ujedinjenja problem hijerarhije energija ostaje.
- III. Prethodne dve dimenzije problema hijerarhije masa su povezane sa Higsovim bozonima, koji narušenjem simetrije i daju mase, kako kalibracionim bozonima, tako i fermionima. Mase Higsovih bozona su

nepoznate (slobodni parametri teorije), te se određuju unazad; na osnovu masa čestica, koje se mogu eksperimentalno odrediti, a koje su određene Higsovim bozonima. Znači da je način ostvarivanja Higsovog mehanizma u velikoj meri proizvoljan, te se postavlja pitanje opravdanosti (prirodnosti) izbora upravo takvih Higsovih bozona, odnosno izbora Higsovog potencijala. U SU (5) modelu sa velikom energetskom razlikom ($\sim 10^{13}$) između dva nivoa teorije, izbor Higsovog potencijala nameće postojanje dva minimuma iz kojih se dobijaju laki (W^\pm i W^0) i teški (X i Y) Higsovi bozoni. Međutim, zbog njihove interakcije može se desiti da se mase lakih i teških bozona izjednače, što utiče na nestabilnost teorije.

Rešenje problema hijerarhije masa se može rešiti uvođenjem simetrije između bozona i fermiona – supersimetrije.

Problematičnost SU(5) modela nije samo čisto teorijske prirode, već je i mnogo konkretnija. Eksperimenti (o njima više u §V.2.i., §V.2.ii. i §VI.), u kojima je mereno vreme života protona pokazali da je u SU(5) teoriji vreme života potcenjeno. Naime, eksperimenti daju za vreme života $\tau > 10^{32}$ god, dok je predviđanje modela $\tau < 10^{32}$ god. Neslaganja između SU(5) modela i eksperimenta su i u vrednosti Vajnbergovog ugla. SU(5) model predviđa: $\sin^2 \theta_W = 0,215 \pm 0,005$ dok je eksperimentalni rezultat: $\sin^2 \theta_W = 0,232 \pm 0,001$ [11].

Brojni nedostaci SU (5) modela ukazuju da on ne predstavlja konačni model ujedinjenja fundamentalnih interakcija. Eksperimentalni rezultati ponajviše utiču da se sa SU (5) modela pređe na modele zasnovane na višim simetrijskim grupama, koje mogu predstavljati, ne samo teorijski lepe apstrakcije, već i u realnosti utemeljene modele ujedinjenja. Ipak, značaj SU (5) modela se ogleda i u tome da on predstavlja realno ujedinjenje, koje se ostvaruje na nekim nižim energijama od potpunog ujedinjenja.

2. SO (10) model velikog ujedinjenja

SO (10) grupa je najjednostavnija grupa, koja sadrži SU (5) grupu kao podgrupu. Predložili su ga: Fricš (Fritzsch), Minkovski (Minkowski) i Džordži (Georgi) [10]. SO (10) model ujedinjenja nije novijeg datuma, ali je tek od nedavno dobio ponovo na značaju, jer se u eksperimentima, a pogotovo u Super–Kamiokande detektoru, pokazalo da je vreme života protona u SU (5) modelu potcenjeno, što i utiče na to da se traže modeli ujedinjenja koji su zasnovani na višim simetrijama od SU (5) simetrije.

SO (10) model ima više prednosti nad SU (5) modelom. S obzirom da je grupa na kojoj se bazira ujedinjenje SO (10), znači da reprezentacija ima višu dimenziju, što omogućava da se više fundamentalnih fermiona nađe u istom multipletu. Značaj toga je što se time omogućava znatno raznovrsnija mogućnost međusobnih transformacija fermiona. Reprezentacija je 16-dimenzionala i obuhvata svih 15 fermiona leve kiralnosti, koji formiraju 5^c i 10 reprezentacije u SU (5) modelu. Mesta ostaje i za šesnaesti fermion – elektronski antineutrino ν_e^c , koji nije učestvovao u SU (5) ujedinjenju. Reprezentacija SO (10) grupe je data na Slici IV-6 [10].

Slika IV-6 pokazuje objedinjenje fermiona prve generacije svih multipleta (iz SU (5) modela). Čestice iz multipleta se nalaze: iz 5^c u levom uglu, iz 10 u sredini, a elektronski antineutrino ν_e^c – koji formira singlet u SU (5) – u donjem desnom uglu.

Naravno, SO (10) model podrazumeva, da se pri transformacijama lokalne kalibracione invarijantnosti jave, pored već poznatih: gluona, W^\pm , Z^0 , γ , X i Y; i novi kalibracioni bozoni, koji bi ostvarivali transformacije zabranjene u SU (5) modelu. Novi bozoni ostvaruju transformacije fermiona iz različitih multipleta.

v_e	d_g^c	d_r^c	d_b^c	u_b	u_r	u_g	e^+
e^-	u_g^c	u_r^c	u_b^c	d_b	d_r	d_g	v_e^c

Slika IV-6: Reprezentacija SO (10) modela

S obzirom na mala rastojanja pri kome su interakcije ujedinjene, tj na kratkodometnost interakcija u ujedinjenju, kalibracioni bozoni moraju imati masu, odnosno SO (10) simetrija mora biti narušena. Energije pri kome je narušena su reda veličine mase (u sistemu $\hbar = c = 1$) novih kalibracionih bozona.

Pri nižim energijama SO (10) simetrija se snižava do nižih simetrija, koje poseduje u okviru svoje simetrije. SO (10) se može sniziti na dva načina:

- I. Na energijama reda veličine X i Y bozona do SU (5) simetrije, koja se za još niže energije snižava do $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ simetrije. Ova simetrija se na energijama reda mase W^\pm bozona snižava do $SU(2)_L \times U(1)_Y$ simetrije.
- II. Drugi način snižavanja simetrije je mnogo interesantniji, jer daje simetriju čestica leve i desne kiralnosti. Grupa koja opisuje pomenutu simetriju je: $SU(4)_{EC} \times SU(2)_L \times SU(2)_D$ ⁷, gde $SU(4)_{EC}$ opisuje proširenje naboja boje i na leptone, $SU(2)_L$ i $SU(2)_D$ opisuju slabe interakcije čestica leve, odnosno desne kiralnosti. Bozoni – prenosioци slabe interakcije čestica desne kiralnosti – moraju biti mnogo masivniji u odnosu na prenosioce slabe interakcije leve kiralnosti, jer se ta interakcija ne opaža pri sadašnjim eksperimentalnim mogućnostima. Reprezentacija ove grupe je data na Slici IV-7.

v_e	u_b	u_r	u_g
e^-	d_b	d_r	d_g
e^+	d_g^c	d_r^c	d_b^c
v_e^c	u_g^c	u_r^c	u_b^c

Slika IV-7: Reprezentacija $SU(4)_{EC} \times SU(2)_L \times SU(2)_D$ grupe

SO (10) model je popravio neke aspekte SU (5) modela: ujedinio je sve fermione u jednu reprezentaciju, ostvario je simetriju između čestica leve i desne kiralnosti. Međutim, ne rešava problem objedinjenja fermiona svih generacija, jer su u reprezentaciji zastupljeni samo fermioni prve generacije. Neobjašnjen ostaje i problem hijerarhije masa. SO (10) model ne predviđa ni mogućnost ujedinjenja gravitacije sa ostalim interakcijama.

⁷ EC – eng. extended colour – proširenje naboja boje

SO (10) model daje bolja predviđanja za vreme života protona, ali svoju pravu vrednost pokazuje tek kada se SO (10) simetrija proširi na supersimetriju.

3. Supersimetrični (SUSY) modeli velikog ujedinjenja

i. Opšte osobine SUSY modela

SUSY modeli su uvedeni, kako bi pokušali prevazići neotklonjive nedostatke običnih modela velikog ujedinjenja: nemogućnost ujedinjenja gravitacije sa ostalim interakcijama i problem hijerarhije masa. Svi obični modeli ujedinjenja se mogu proširiti na supersimetrične.

Supersimetrija se odnosi na simetriju fermiona i bozona, koji će u SUSY teorijama biti predstavljeni u supermultipletima. Za razliku od prethodno diskutovanih kalibracionih teorija supersimetrija je potpuno drugačija, jer je razlika između bozona i fermiona u spinu, koji nije unutrašnji stepen slobode sistema. U tom smislu SUSY simetriju treba smatrati isto toliko fundamentalnom, koliko i simetriju između čestica i antičestica ili CPT-simetriju. SUSY teorije predviđaju superpartnera za svaki poznati bozon i fermion i uopšte bilo koju česticu, koji u nenarušenoj teoriji imaju iste mase. Superpartner nekoj čestici ne može biti nijedna druga trenutno poznata čestica, već su to potpuno nove čestice, koje dosada nisu registrovane. SUSY teorije, dakle, uvode dvostruko više fundamentalnih čestica. Superpartneri se medusobno razlikuju po spinu; tako svaki bozon ima fermion za superpartnera, čije se ime dobija kada se na ime bozona doda sufiks -ino, a svakom fermionu odgovara bozon, čije se ime dobija kada se imenu fermiona doda prefiks s-. Pregled je dat u Tabeli IV-1.

Čestica	kvark	lepton	gluon	W bozon	foton	higs	graviton
Superpartner	skvark	slepton	gluino	vino	fotino	higsino	gravitino

Tabela IV-1: Pregled čestica i njihovih superpartnera

Naglašeno je da se SUSY teorije baziraju na sasvim drugačijoj vrsti simetrija, nego što su kalibracione simetrije. Dok kalibracione simetrije podrazumevaju invarijantnost gustine lagranžijana u odnosu na promenu unutrašnjih stepeni slobode sistema, supersimetrija povezuje unutrašnje stepene slobode sa spoljašnjim, prostorno-vremenskim stepenima slobode. Konkretno, to je povezivanje aromata, kao unutrašnjeg i spina, kao spoljašnjeg stepena slobode čestica.

Jedna od dobrih strana SUSY teorija je i ta što može ujediniti i gravitaciju sa ostalim interakcijama. Ovakva mogućnost se dobija pri prelasku sa globalne na lokalnu supersimetriju, jer se lokalna dobija korišćenjem transformacija koje zavise od tačke u prostoru Minkovskog. Lokalne SUSY teorije daju opštu teoriju gravitacije.

Nenarušena supersimetrija podrazumeva iste mase za čestice i njihove superpartnerere. Međutim, energije na kojima ona nije narušena su vrlo visoke i nedostupne eksperimentu. Na nižim energijama SUSY simetrija je narušena. S obzirom da superpartneri nisu otkriveni, smatra se da imaju velike mase. Narušenje se i ovde

ostvaruje Higsovim mehanizmom, mnoštvom Higsova bozona, koji predstavljaju slobodne parametre teorije. Neki od njih i nemaju fizički smisao, te je posledica supersimetrije i mogućnost postojanja skrivenih čestica, koje se dobijaju narušenjem supersimetrije upravo nefizičkim Higsovim bozonima.

ii. Raspad protona u SUSY modelima

Pri prelasku na SUSY modele raspada protona i dalje ostaje kao mogućnost provere opravdanosti proširenja modela zasnovanog na grupi kalibracione simetrije na supersimetriju. Uvođenje supersimetrije ostavlja značajne posledice na model. Uvođenjem novih čestica (superpartnera) u teoriju menja se nagib funkcija konstanti interakcije, a samim tim se pomera i tačka ujedinjenja interakcija.

Primenom supersimetrije na minimalni SU (5) model ujedinjenje se sa 10^{15} GeV pomera za red veličine (na 10^{16}) u SUSY SU (5) modelu. Pomeranje energije ujedinjenja povlači i promenu mase X i Y bozona, koji su sada masivniji. Vreme života protona zavisi od mase kalibracionog bozona kao M_X^4 , što znači da je život protona u kanalu: $p^+ \rightarrow e^+ + \pi^0$ povećan. Međutim, kanal u kome se dobija pion je u SUSY SU (5) modelu znatno manje verovatan nego u minimalnom SU (5) modelu, te više nije pogodan za eksperimentalnu potragu. U SUSY SU (5) modelu se ni za najverovatniji kanal ne dobija zadovoljavajuće dugačko vreme života protona. Dakle, vreme života je i dalje potcenjeno, pogotovo ako se uzmu u obzir eksperimenti u detektoru Super-Kamiokande (obrađeni u §VI). Navedeni razlozi utiču da se SUSY SU (5) model ne prizna za konačni model ujedinjenja i da se pređe na SUSY modele zasnovane na višim grupama.

Sledeća grupa koja zadovoljava sve postavljene uslove je SO (10) grupa, koja se proširuje na SUSY SO (10). U supermultipletima SUSY SO (10) modela su objedinjeni fermioni svih aromata i generacija, čime se omogućuju, pored već dozvoljenih, i transformacije čestica iz generacije u generaciju. Za raspada protona je od posebnog značaja transformacija dva kvarka prve generacije putem masivnog obojenog Higgsino tripleta, kojim se dobija lepton i kvark druge ili treće generacije (ili antilepton i antikvark) [11]. Transformacije ovog tipa su veoma značajne, jer daju najverovatnije kanale raspada protona. Od posebnog je značaja da SUSY SO (10) grupa ostvaruje i simetriju između čestica leve i desne kiralnosti. Iz primene takve grupe može se dobiti da i neutrini imaju masu, tako da se dobiju dva najverovatnija kanala. U SUSY SO (10) modelu to su kanali u kojima se dobija: ili mionski antineutrino- ν_μ^c i kaon- K^+ , ili antimion- μ^+ i kaon- K^0 :

$$p^+ \rightarrow \nu_\mu^c + K^+, \text{ gde je } K^+ \leftrightarrow us^c$$

$$p^+ \rightarrow \mu^+ + K^0, \text{ gde je } K^0 \leftrightarrow ds^c$$

Fajnmanov dijagram prvog kanala u SUSY SO (10) modelu je dat na Slici IV-8.

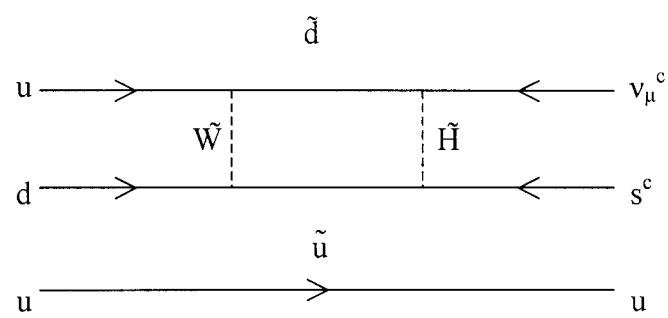
Pored ova dva kanala postoji i treći, koji je takođe značajan – u njemu se dobija pozitron-e⁺ i kaon-K⁰:

$$p^+ \rightarrow e^+ + K^0$$

Proračuni za kanal u kome se dobija mionski antineutrino i kaon daju da je vreme života protona [11]:

$$\tau < 5 \cdot 10^{33} \text{ god}$$

Proračunato vreme života se sasvim uklapa u procenjenu osetljivost detektora Super-Kamiokande, koja iznosi $10^{32} - 10^{34}$ god [11] (Tabela V-2).



Slika IV-8: Feynmanov dijagram za kanal: $p^+ \rightarrow \nu_\mu^c + K^+$

V. Raspad protona u eksperimentu

Interesovanje za eksperimentalnu detekciju raspada protona počelo je pre pojava teorija velikog ujedinjenja. Interes je bio da se proveri da li se održava barionski broj.

Savremeni eksperimenti imaju drugačije razloge. Naime, sve teorije velikog ujedinjenja daju mogućnost raspada kvarkova na leptone, objedinjujući ih u matrici reprezentacije grupe, kojom se opisuje ujedinjenje. Samim tim predviđaju i raspad protona na leptone. Teorije se međusobno razlikuju po predviđanjima, koja daju za najverovatnije kanale raspada protona, kao i za samo vreme života protona po različitim kanalima. Takođe, daju različite vrednosti Vajnbergovog ugla mešanja (θ_W) itd. Eksperimentalna detekcija raspada protona i određivanja vremena života protona po pojedinim kanalima je interesantana, jer se upoređivanjem eksperimentalnih rezultata sa predviđanjima teorije može utvrditi koja teorija daje tačniju sliku stvarnosti. Odnosno, dobijamo kriterijum po kome možemo odrediti koja će teorija biti u važnosti, a koja će se odbaciti.

1. Mogući kanali raspada protona

Teorije velikog ujedinjenja predviđaju mogućnost prelaska kvarkova u leptone, što zaista i predstavlja raspad kvarkova. Pod β raspadom, koji se odigrava putem slabe interakcije, neutron, odnosno d-kvark, se nije raspao, već se u interakciji transformisao u proton, odnosno u-kvark. Tokom neelastičnog rasejanja čestica, ili raspada čestice produkti mogu biti različiti u zavisnosti od virtualne čestice prenosioča interakcije, ili od toga koji je konstituent složene čestice interagovao. Naravno, može se dogoditi da se dobiju i isti produkti različitim načinima realizacija događaja. Različite načine realizacije jednog istog događaja (rasejanja, raspada), u kome se dobijaju različiti produkti, nazivamo kanalom događaja. Pored toga što postoji više načina realizacije jednog događaja, ti načini nisu ravnomerno zastupljeni. Neke kanale čestice preferiraju više, a neke manje. Dakle, može se definisati verovatnoća sa kojom će čestica „odabratiti“ svaki mogući kanal, odnosno procenat zastupljenosti kanala u odnosu na ukupan broj kanala – faktor grananja (branching ratio-BR). Kod raspada i vreme života čestice se razlikuje po pojedinim kanalima, što je ustvari i povezano sa verovatnoćom realizacije raspada u tom kanalu.

Moguće kanale raspada, kao i njihove verovatnoće određuje teorija. Različite teorije velikog ujedinjenja predviđaju i različite verovatnoće realizacije pojedinih kanala. Eksperimentalna potraga za raspadom protona će uvek tragati za najverovatnijim kanalom raspada, jer se on najlakše detektuje. U zavisnosti od predviđanja teorije, traganja će se usmeravati u različitim pravcima, što određuje i primenu različitih postupaka detekcije.

i. Predviđanja minimalnog SU (5) modela

Minimalni SU (5) model predviđa navedene kanale. Za neke je dat i procenat realizacije:

$$\begin{aligned} p^+ &\rightarrow e^+ + \pi^0 \text{ sa BR } 40 - 60\% \\ p^+ &\rightarrow e^+ + \rho^0 \text{ sa BR } 1 - 10\% \end{aligned}$$

$$p^+ \rightarrow e^+ + \omega^0 \text{ sa BR } 5 - 20\%$$

$$p^+ \rightarrow e^+ + \eta^0$$

$$p^+ \rightarrow v^c + \rho^+$$

$$p^+ \rightarrow v^c + \pi^+ \text{ sa BR } 16 - 24\%$$

$$p^+ \rightarrow \mu^+ + K^0$$

$$p^+ \rightarrow v_\mu^c + K^+$$

Najverovatniji kanal raspada je prvi kanal: $p^+ \rightarrow e^+ + \pi^0$.

ii. Predviđanja supersimetričnog SO (10) modela

Supersimetrični (SUSY) SO (10) model je korišćen kao model na osnovu kojeg se postavlja Super-Kamiokande projekat detekcije raspada protona. O ovom projektu će više reći kasnije (§ VI.), pa je zgodno na ovom mestu napraviti pregled najverovatnijih kanala raspada. To su:

$$p^+ \rightarrow v_\mu^c + K^+$$

$$p^+ \rightarrow \mu^+ + K^0$$

$$p^+ \rightarrow e^+ + K^0$$

SUSY SO (10) ne daje i BR za ove kanale. U eksperimentu se zbog toga ne može odrediti vreme života protona τ , već vreme života po BR τ/B . U daljem tekstu će se pod izmerenim vremenom života protona- τ podrazumevati vreme života po $BR-\tau/BR$.

2. Opšti principi detekcije

Sve teorije velikog ujedinjenja predviđaju veoma visoke vrednosti za vreme života protona, koje se, u zavisnosti od teorije, kreću u rasponu: $10^{30} - 10^{34}$ god, što znatno premašuje procenjenu starost svemira od $2 \cdot 10^{10}$ god. Detekcija raspada je ipak moguća, jer je raspad statistički proces, što znači da se neće svi postojeći protoni raspasti posle isteka vremena života. Dugačko vreme života znači da je raspad veoma retka pojava, tj verovatnoća da se on desi je izrazito mala. Ovu činjenicu valja imati na umu pri izgradnji detektora, jer da bi detekcija bila uspešna, što znači da posle odbacivanja događaja, koji predstavljaju fon, ipak ostane čak ne ni dovoljan broj događaja za statistiku, već tek po koji događaj, potreban je enorman broj protona koji bi se eventualno mogli raspasti. U praksi to znači da su potrebne količine supstancije, u čijim jezgrima se nalaze protoni, čiji se raspad posmatra, izražene bar u desetinama kilotona.

Masa upotrebljene supstancije je važna, jer određuje i osjetljivost samog detektora. Upravo je masa supstancije, uz procenjenu efikasnost detektorskog sistema faktor, koji daje donju granicu za vreme života, iako se ne registruje ni jedan događaj raspada. Potrebno je da masa supstancije bude dovoljno velika da bi se eksperiment mogao obaviti u realnom vremenu, što znači i nekoliko godina, pošto i ogromna masa ne daje veliki broj događaja. Naravno, ne može se ni „preterati”, jer ceo poduhvat mora imati prihvatljivu cenu.

Kada se obezbede protoni koji bi se mogli raspasti, odnosno supstancija koja ih sadrži, potrebno je naći način da se raspad registruje. U praksi to znači da je potrebno poznavati produkte raspada i način njihove interakcije sa okolinom, odnosno koji su produkti raspada i šta se sa njima dešava. Registracija raspada se vrši praćenjem i pravilnim prepoznavanjem putanje ili događaja, koje produkti izazivaju. S obzirom na veliku masu izvora protona, tj na ogromnu zapreminu te supstancije za detekciju je potrebno obezbediti veliku količinu dobro usaglašene elektronike. Elektronika mora biti izuzetno stabilna, jer su merenja dugotrajna.

Isto tako, potrebno je naći način da se prepoznaju događaji i da se razlikuju od fona, jer on može dati isti odziv detektora, kao i produkti raspada. Mora se znati koje čestice predstavljaju fon, ali i njihove interakcije u detektoru. Na osnovu poznavanja interakcija čestica fona može se predvideti koji su događaji od fona, a koji od raspada, čime se i eliminiše fon.

i. Gvozdeni kalorimetri

Gvozdeni kalorimetri su građeni pre i u vreme objavljivanja minimalnog SU (5) modela ujedinjenja. Projektovani su prema predviđanjima ovog modela, koji za najverovatniji kanal raspada daje vreme života protona: $\tau < 10^{32}$ god.

$$p^+ \rightarrow e^+ + \pi^0 \quad \text{sa } \tau = 5,3 \cdot 10^{30 \pm 1,4} \text{ god [10]}$$

Za predviđeno vreme života protona, masi od 1 t gvožđa, kao supstancije u kojoj se posmatra raspad, odgovara samo jedan raspad godišnje, te je razumljivo što su korišćeni detektori sa gvožđem mase: 0,14 – 0,97 kt.

Gvožđe u kalorimetrima je raspoređeno u vidu tankih ploča između kojih su se nalazili scintilacioni detektori. Ovakva geometrija je omogućavala dobru rezoluciju putanje produkata raspada, ali je istovremeno i cena po kilotoni bila visoka.

Projekti u kojima su korišćeni gvozdeni kalorimetri su dati u Tabeli V-1 [11].

Detektor	Masa [kt]	Osetljivost na τ [god]	Donja granica τ [god]
KGF	0,14	$10^{30} - 10^{31}$	$6 \cdot 10^{30}$
NUSEX	0,15	$10^{30} - 10^{31}$	–
Frejus	0,9	$10^{31} - 10^{32}$	–
Soudan 1	0,0310	10^{30}	$1,3 \cdot 10^{30}$
Soudan 2	0,974	$10^{31} - 10^{32}$	–

Tabela V-1: Rezultati potrage za raspadom protona u gvozdenim kalorimetrima

Ni u jednom od ovih detektora nije detektovan događaj, koji bi mogao biti posledica raspada protona. S obzirom na procenjenu osetljivost detektora i na činjenicu da nijedan od njih nije detektovao raspad protona, za donju granicu života se može postaviti: $\tau > 10^{32}$ god. Rezultati dobijeni iz gvozdenih kalorimetara su doveli u pitanje

održivost minimalnog SU (5) modela ujedinjenja, što su dovoljni razlozi da se uvedu modeli ujedinjenja koji se zasnivaju na grupama višim od SU (5) grupe.

ii. Čerenkovljevi detektori

Čerenkovljevi detektori rade na principu detekcije Čerenkovljevog zračenja. Zračenje potiče od nanelektrisanih čestica, koje se u nekoj sredini kreću većom brzinom od brzine svetlosti u toj sredini. Čerenkovljevo zračenje se emituje u konusu, čiji je ugao θ_C određen: odnosom brzine čestice i brzine svetlosti: $\beta = v/c$ i indeksom prelamanja n date sredine:

$$\cos \theta_C = \frac{1}{n\beta}$$

Broj fotona Čerenkovljevog zračenja po jedinici talasne dužine i jedinici dužine je dat:

$$\frac{d^2N}{d\lambda dx} = \frac{2\pi\alpha}{\lambda^2} \left(1 - \frac{1}{(\beta n(\alpha))^2}\right), \text{ gde je } \alpha \text{ konstanta fine stukture: } \alpha = 137^{-1}$$

S obzirom da masa supstancije, koja obezbeđuje protone, mora biti reda veličine kilotone najjednostavnije je koristiti vodu, koja se smešta u velike rezervoare. Ona je i lako dostupna i jeftina, pa se relativno lakše mogu obezbediti količine potrebne za detekciju raspada protona i sa dužim vremenom života od 10^{32} god. Pogodnost ovih detektora je i u tome što je voda istovremeno: i medijum koji daje protone i medijum koji daje informaciju, putem Čerenkovljevog zračenja, o produktima raspada.

Projekti u kojima je korišćen vodeni Čerenkovljev detektor su dati u Tabeli V-2 [11].

Detektor	Masa [kt]	Osetljivost na τ [god]
HPW	0,13 – 0,18	10^{30}
Kamiokande (1/2)	3	$10^{31} – 10^{32}$
IBM/IBM-3	3,3	$10^{31} – 10^{32}$
Super-Kamiokande	22,5	$10^{32} – 10^{34}$

Tabela V-2: Rezultati potrage za raspadom protona u Čerenkovljevim detektorima

Kada se konus Čerenkovljevog zračenja produkata raspada preseče sa zidom rezervoara dobija se krug, ili elipsa. Na osnovu ovih tragova se mogu rekonstruisati kinematičke veličine produkata raspada. Presek konusa Čerenkovljevog zračenje se registruje na zidovima rezervoara pomoću fotomultiplikatorskih cevi (FMC). S obzirom na dimenzije rezervoara i retkost raspada FMC treba biti u velikom broju, raspoređenih da pokriju dovoljno veliku površinu rezervoara. Takođe, moraju imati dobre osobine: veliku fotoosetljivu površinu, dobru vremensku rezoluciju, mogućnost detekcije jednog

fotoelektrona, kao stabilnost rada tokom dugog vremena. Elektronika, koja obezbeđuje sakupljanje i obradu podataka, se mora, takođe, odlikovati dobrim performansama.

Događaji koji mogu odgovarati raspodu protona nisu registrovani ni u jednom od ovih detektora, sem u detektoru Super-Kamiokande. O raspodu protona u ovom projektu više reči će biti kasnije.

3. Problemi detekcije

Problemi u detekciji raspada protona nastaju, jer se javljaju događaji koji daju isti efekat, kao i oni koji su posledica raspada. Probleme, pre svega, predstavljaju čestice, koje prolaze, ili se raspadaju u detektoru, takođe i čestice, koje interagujući sa vodom, tj nukleonima u njenom jezgru, daju iste efekte u detektoru, kao i čestice koje se dobijaju u raspodu. Za detekciju raspada protona, koji je veoma retka pojava, veoma je bitno, kao i uopšte za svaki eksperiment, maksimalno umanjiti uticaj interakcija, koje nisu od interesa, kao i broj neinteresantnih događaja. Ustvari, da bi se efekti raspada što bolje registrovali potrebno je smanjiti fon na najmanju moguću meru.

Za vodene Čerenkovljeve detektore čestice, koje prave probleme su: mioni (μ^-) i mionski neutrini (ν_μ), kao i njihove antičestice. Oni se dobijaju u atmosferi kao posledica interakcije kosmičkog zračenja sa samom atmosferom, ali se ne stvaraju direktno, već se dobijaju raspadima piona (π^\pm) i kaona (K^\pm), koji se direktno stvaraju u interakciji kosmičkog zračenja. Glavnina kosmičkih miona se može odstraniti tako što se detektori postavljaju duboko ispod površine Zemlje, obično u napuštene rudnike. I pored toga mora se računati sa njima i u samom detektoru. Neutrini su posebno nezgodni, jer slabo interaguju sa materijom, te ni smeštanje detektora na velike dubine ne umanjuje znatno njihov fluks. S druge strane u detektoru se njihove interakcije ne mogu zanemariti, baš zbog retkosti protonskog raspada.

Miona i mionskih neutrina se ne može osloboditi, već se moraju pronaći načini da se njihovo prisustvo u detektoru prepozna i ti efekti odvoje od efekata raspada. Pre svega, se određuje fluks ovih čestica, da bi se znalo sa kolikim brojem čestica se ulazi u interakcije u detektoru. To je potrebno zbog formulisanja kriterijuma za odbacivanje događaja, koji nisu posledica raspada. Interakcije mionskih neutrina u detektoru mogu biti:

- Kvazielastično rasejanje – daje kontinuirani fon na kanal raspada: $p^+ \rightarrow \nu^c + K^+$; $K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$, te se raspad registruje kao pik nad ovim fonom
- Stvaranje mezona – prvenstveno se stvaraju: pioni (π^\pm), kaoni (K^+, K^0) i η mezoni. Mezoni su posebno nezgodni, jer daju istu sliku kao i produkti raspada. Stvaraju se u reakcijama tipa:

$$\nu + N \rightarrow l + N^* \rightarrow l + N' + \pi, \text{ } l \text{ je lepton, a } N \text{ nukleon.}$$

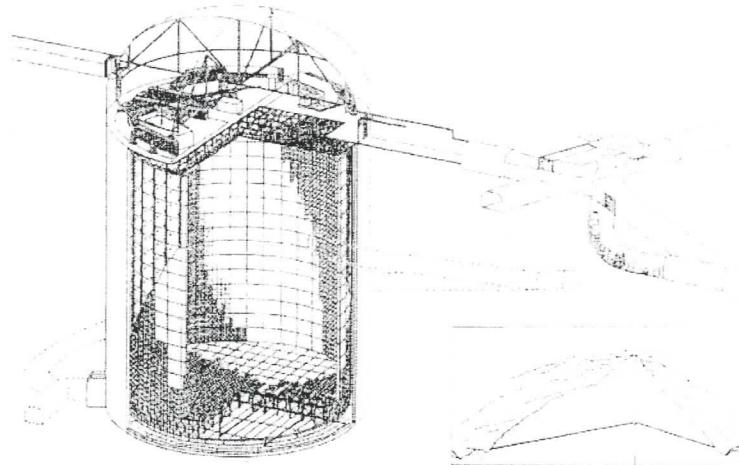
Efekti se odstranjuju, tako što se na osnovu fluksa i efikasnih preseka ovih interakcija proračuna broj i kinematičke osobine događaja, koji su izazvani na ovaj način.

Ostatak kosmičkih miona može: ili samo da prođe, ili da se zaustavi u detektoru i raspadne se, ali ostavljaju trag u detektoru. Događaji koji potiču od miona se eliminišu različitim kriterijumima, koje oni zadovoljavaju, za razliku od tragova raspada. Kriterijumi se daju na dinamičke veličine: impuls i energiju, kao i na prepoznatljiv odziv detektora.

Probleme mogu izazvati i FMC, kada otkažu i emituju zračenje, koje aktivira detektor, tj ostale FMC. Ovo se eliminiše poznatim odzivom detektora na takve događaje.

VI. Potraga za raspadom protona – Super–Kamiokande detektor

Detektor Super–Kamiokande⁸ je voden Čerenkovljev detektor, smešten u Japanu u rudniku Mozumi u laboratoriji Kamioka. Nalazi se na dubini od oko 1000 m ispod vrha planine Ikenojama i funkcioniše od 1996. g. Potraga opisana u ovom radu je trajala 991 dan, što odgovara efektivnoj potrazi od 61 kt·god. Rezervoar za vodu je u obliku cilindra: prečnika 39,3 m i visine 41,4 m. Podeljen je na: unutrašnji detektor prečnika 33,8 m i visine 36,2 m obložen oko 40% površine FMC i na spoljašnji detektor, koji potpuno okružuje unutrašnji i koji je, takođe, obložen FMC. Šematski prikaz ovog detektora je dat na Slici VI-1.



Slika VI-1: Šematski prikaz detektora Super–Kamiokande

Projektovan je za potragu za raspadom protona po kanalima, koje predviđa SUSY SO (10). Najverovatniji kanali u teoriji su:

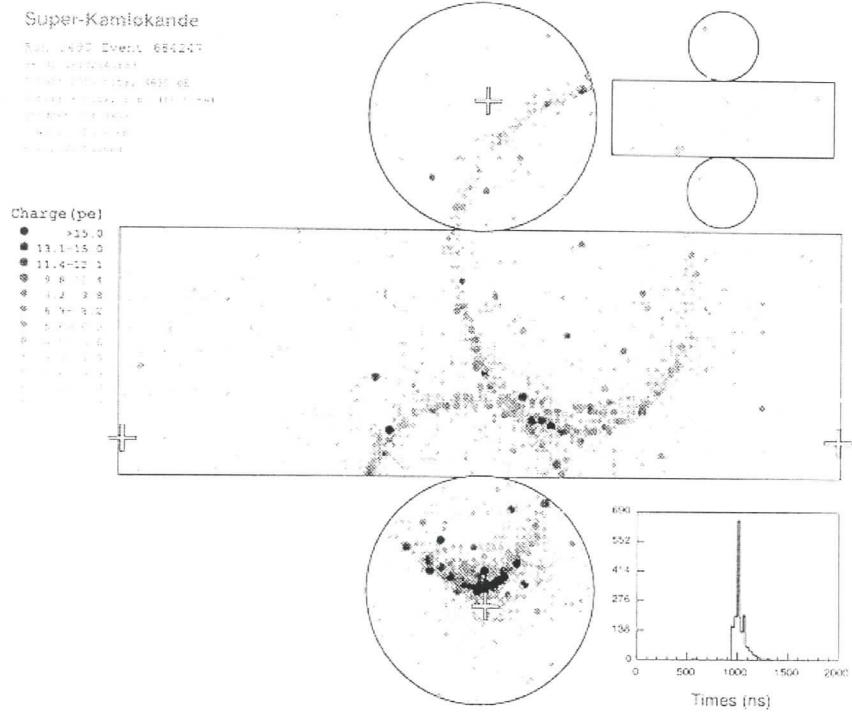
$$\begin{aligned} p^+ &\rightarrow \nu_\mu^c + K^+ \\ p^+ &\rightarrow \mu^+ + K^0 \\ p^+ &\rightarrow e^+ + K^0 \end{aligned}$$

1. Način determinacije događaja

Pre nego što se uopšte krene analiza eksperimentalnih podataka, prave se teorijski modeli kinematike pojava u detektoru. Na osnovu podataka o vrsti i masi supstancije – izvoru protona i prepostavljenih interakcija sa produktima raspada iz teorijom predviđenih najverovatnijih kanala, pravi se teorijski model onoga što se dešava sa produktima raspada. Poznavajući osobine detektora modelira se i odziv detektora, te se dobija teorijsko predviđanje izgleda merenja, kao na Slici VI-2. Do ovog teorijskog uzorka se dolazi Monte Karlo metodom. Istom tehnikom se modeliraju i interakcije

⁸ U ovom poglavlju uglavnom je korišćen [11]

kosmičkih neutrina i odziv detektora na njih, dobija se teorijski uzorak fona. Teorijski uzorci služe za određivanje kriterijuma po kojima se mereni događaji usvajaju ili odbacuju. Kada se postave kriterijumi ceo teorijski uzorak se propušta kroz njih. Na osnovu toga šta je od celog teorijskog uzorka prošlo kroz kriterijume se procenjuje efikasnost detekcije i broj događaja izazvanih interakcijama kosmičkih neutrina. Konačno se dobija broj događaja, koje potiču od raspada, a koji se mogu registrovati. Cela procedura se ponavlja za svaki kanal.



Slika VI-2: Monte Karlo simulacija događaja u detektoru Super-Kamiokande

Simulacija odziva detektora na događanja u njemu, Slika VI-2, služi i da bi se prepoznali karakteristična obeležja svakog kanala raspada. Na simulaciji za određeni kanal se vide prstenovi (krugovi i elipse) – preseci Čerenkovljevog zračenja sa zidom rezervoara, karakteristični za taj kanal. Na osnovu prstenova je moguće odrediti i vrstu čestice i njen impuls. Prstenovi mogu poticati:

- Od lakih čestica: elektrona (e^-), pozitrona (e^+) i od γ -kvanata. Prepoznaju se, jer su praćeni pljuskovima elektromagnetskog zračenja. Ovakvi prstenovi se nazivaju e -sličnim.
- Od teških čestica: miona (μ^\pm), piona (π^\pm, π^0) i protona (p^+). Preponaju se po tome što nisu praćeni elektromagnetskim pljuskovima. Ovakvi prstenovi se nazivaju μ -sličnim.

Određivanje vrste prstena se vrši upoređivanjem pogodne funkcije raspadele sa eksperimentalnim podacima.

2. Kanal: $p^+ \rightarrow v_\mu^c + K^+$

Antineutrini (v_μ^c) i kaoni (K^+) se ne mogu opaziti u detektoru, ali to nije ograničavajuća okolnost, jer se K^+ ubrzo posle nastanka zaustavlja i raspada na čestice koje je moguće detektovati. Najverovatniji kanali raspada kaona su:

$$K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0 \text{ sa } 21,2\%$$

$$K^+ \rightarrow \mu^+ + v_\mu \text{ sa } 63,5\%$$

Vreme života kaona je: $\tau = 12,9 \text{ ns}$.

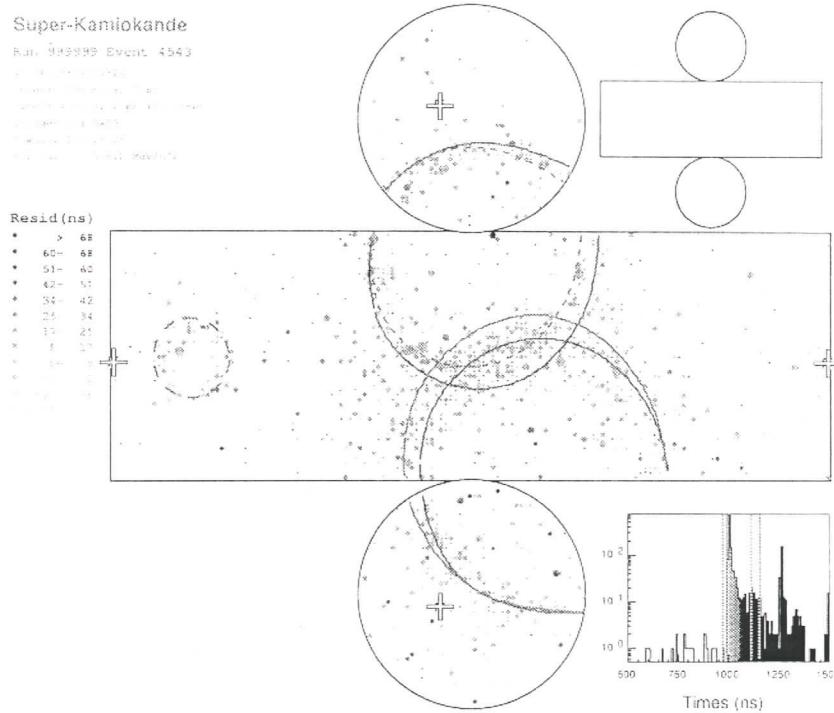
i. $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$

Pioni izleću u suprotnim pravcima i po intenzitetu istim impulsima s obzirom da kaon pre raspada miruje. Pion π^+ se i dalje raspada:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + v_\mu \text{ sa } \tau = 2,6 \cdot 10^{-6} \text{ ns}$$

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + v_e + v_\mu \text{ sa } \tau = 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ ns}$$

Detektor može registrovati: π^0 , π^+ i e^+ preko Čerenkovljevog zračenja. Monte Karlo simulacija odziva detektora na ovaj kanal se može videti na Slici VI-3.



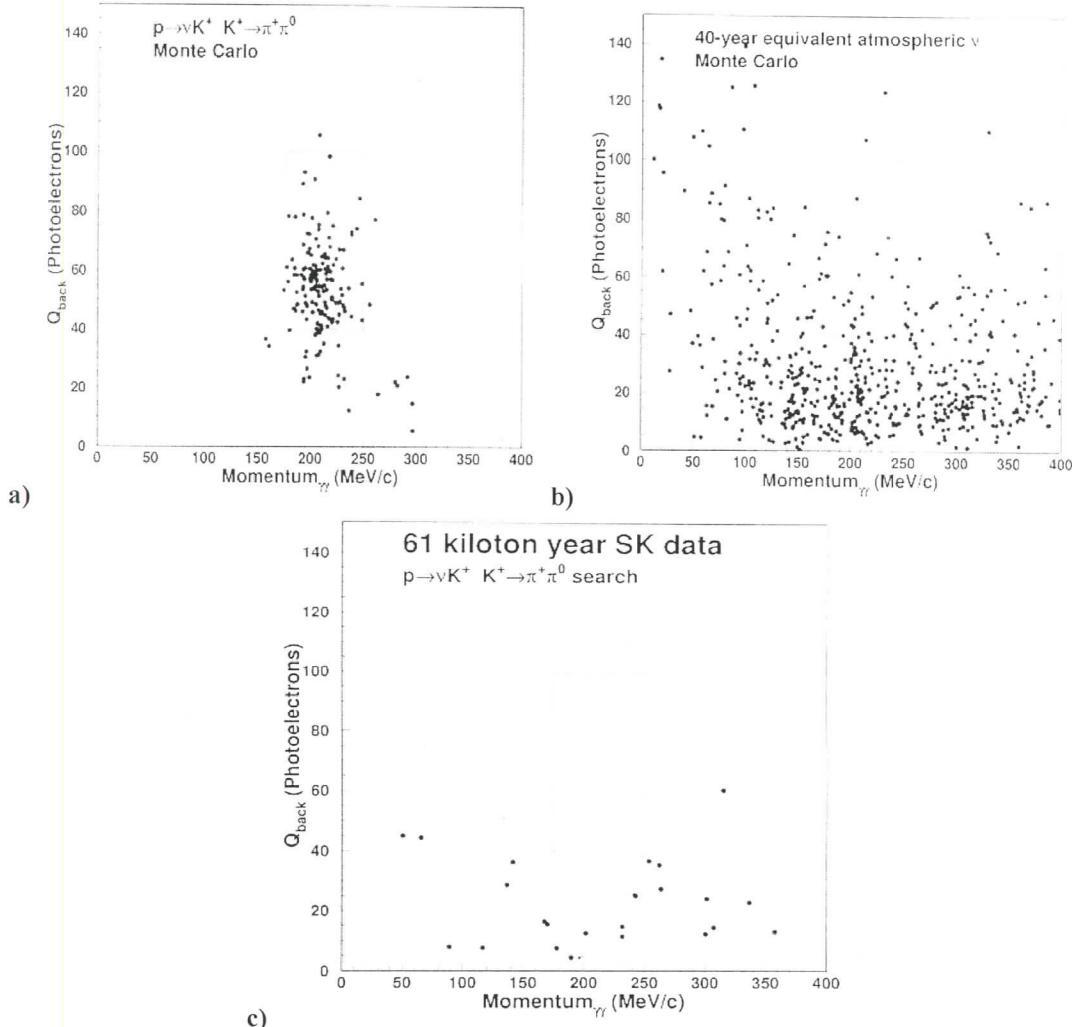
Slika VI-3: Monte Karlo simulacija događaja u detektoru za kanal: $p^+ \rightarrow v_\mu^c + K^+$, $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$

Prstenovi potiču od piona π^0 . Efikasnost ovog kanala raspada je procenjena na 6,8% uzimajući u obzir i branching ratio kanala raspada K^+ , a procenjeni broj tačaka od fona je 1,7. Teorijski uzorci, kao i eksperimentalni uzorak, su dati na Slici VI-4.

Nijedan eksperimentalni podatak nije zadovoljio postavljene kriterijume. Donja granica na život protona je postavljena na: $6,0 \cdot 10^{32} \text{ god}$ na nivou poverenja od 90%.

ii. $K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$

Mion μ^+ iz ovog raspada ima impuls u intervalu u kome ima mnogo događaja, koji su posledica fona. Ovaj mion se, ipak može razlikovati od fona, jer se prilikom raspada protona iz jezgra kiseonika O^{16} dobija azot N^{15} u pobuđenom stanju, koji se deeksituje γ -kvantom energije 6,3 MeV sa verovatnoćom od 41%. Registracija miona iz raspada može uvek kasniti za registracijom γ -kvanta za vreme života kaona (12 ns), ali i ne mora.

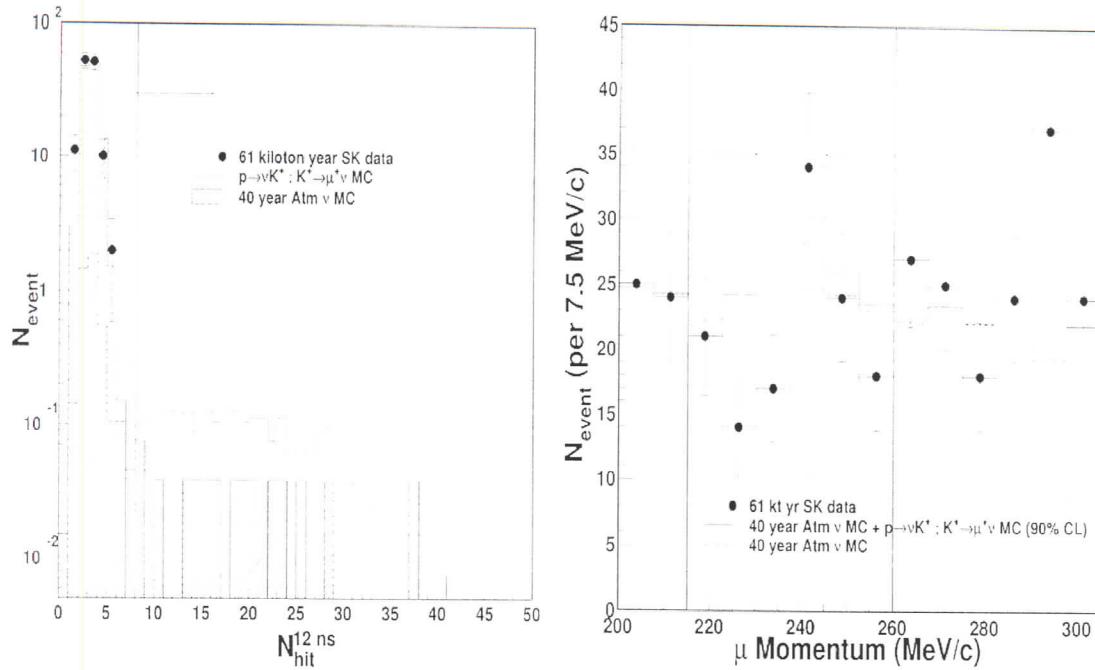


Slika VI-4: Kanal: $p^+ \rightarrow \nu_\mu^c + K^+, K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$: a) Teorijski uzorak događaja raspada, b) Teorijski uzorak atmosferskih neutrina, c) Eksperimentalni uzorak

Traganje za rapadom je vršeno u dve faze:

- 1) Mioni ispred kojih su registrovani γ -kvanti – efikasnost detekcije za sve kanale deeksitacije je procenjena na 9,3%, a broj tačaka od neutrina na 1. Primenom kriterijuma na eksperimentalne podatke nije dobijen ni jedan događaj. Donja granica je postavljena na $\tau = 8,2 \cdot 10^{32}$ god. Slika VI-5.
- 2) Mioni ispred kojih nisu registrovani γ -kvanti – događaji raspada su traženi preko pogodne funkcije, koja zavisi od: teorijskih uzoraka raspada i

atmosferskih neutrina, kao i od eksperimentalnih podataka. Efikasnost je procenjena na 33%, a broj tačaka od fona na 137. Dobijeno je 128. Donja granica na vreme života je na nivou poverenja od 90% procenjena na $4,3 \cdot 10^{32}$ god. Slika VI-6.



Kompletni podaci za kanal: $p^+ \rightarrow v_\mu^c + K^+$ su dati u Tabeli VI-1.

Kanal	Efikasnost [%]	$N_{\text{oc}}^{\text{fon}}$	N_{reg}	$\tau [10^{32} \text{ god}]$
$\pi^+ + \pi^0$	6,8	1,7	0	6,0
$\mu^+ + v_\mu$ 1)	9,3	1,0	0	8,2
$\mu^+ + v_\mu$ 2)	33	137	128	4,3
Ukupno	49	-	-	17

Tabela VI-1: Kompletni podaci za kanal: $p^+ \rightarrow v_\mu^c + K^+$

3. Kanal: $p^+ \rightarrow \mu^+ + K^0$

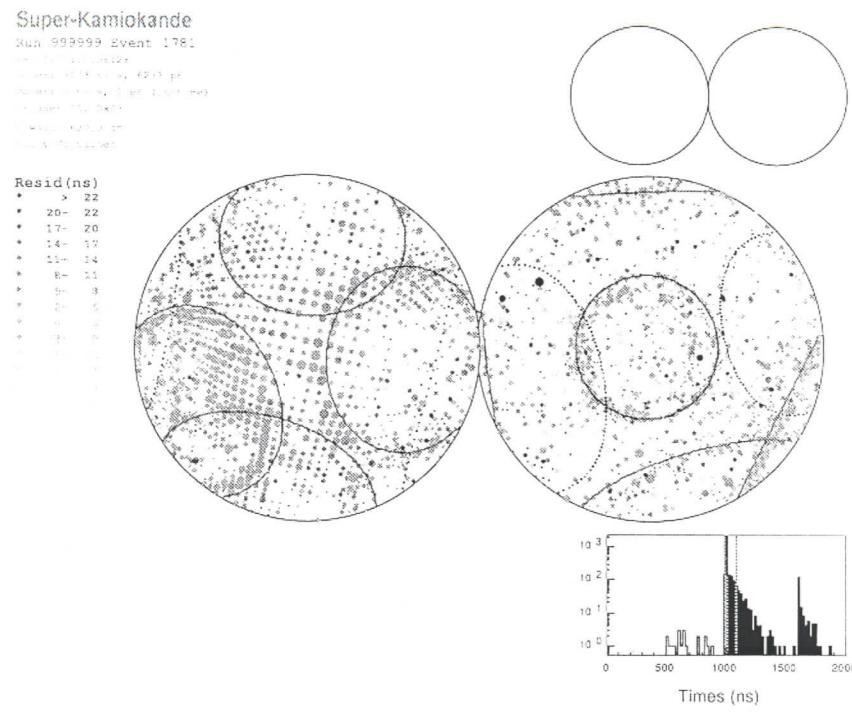
Ovaj kanal se razlikuje od prethodnog po tome što su svi produkti raspada u ovom kanalu potpuno vidljivi. Kaon K^0 je superpozicija dva stanja: K_S i K_L . Oba kaona se raspadaju, samo je vreme života K_L dovoljno dugačko (52 ns), tako da je verovatnije da prvo interaguje, nego da se raspadane. Vreme života K_S je znatno kraće (0,089 ns), te se posmatra njegov raspad, koji se realizuje na dva moguća načina:

$$K_S \rightarrow 2 \pi^0 \quad \text{sa BR} = 31,6\%$$

$$K_S \rightarrow \pi^+ + \pi^- \quad \text{sa BR} = 68,6\%$$

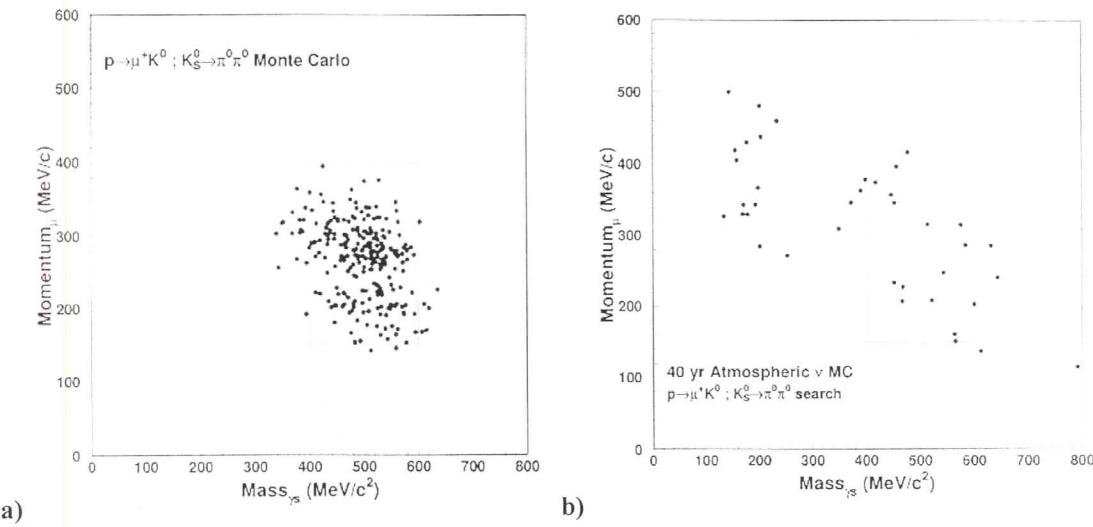
i. $K_S \rightarrow 2 \pi^0$

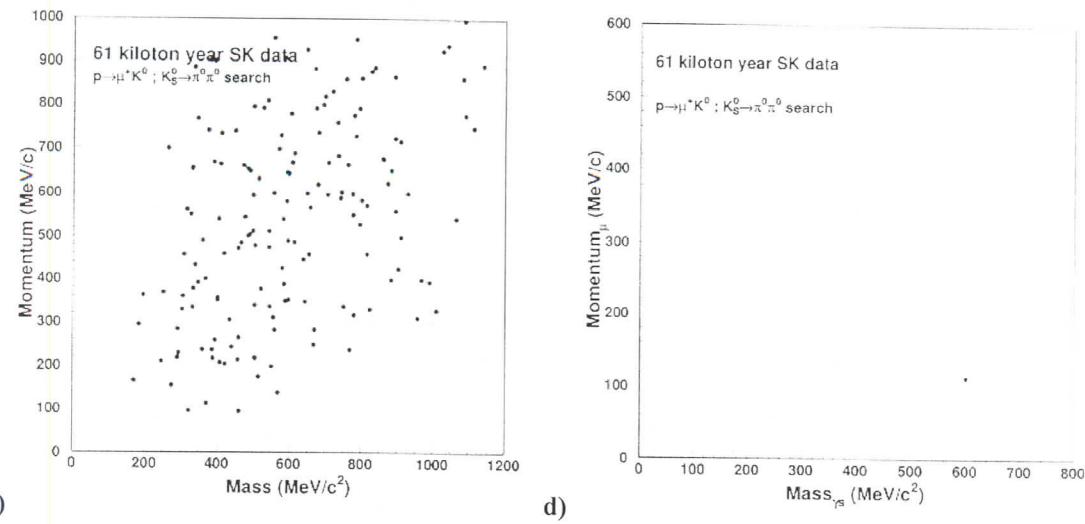
Monte Karlo simulacija događanja u detektoru je data na Slici VI-7, sa koje se prepoznaju: jedan μ -slični i dva do četiri e-slična prstena.



Slika VI-7: Monte Karlo simulacija događaja u detektoru za kanal: $p^+ \rightarrow \mu^+ + K^0$, $K_S \rightarrow 2 \pi^0$

Ovaj kanal je veoma pogodan za detekciju, jer se svi proizvodi mogu detektovati, što omogućuje da se kriterijumi jednostavno i lako formulišu. Teorijski uzorci za proizvode raspada i atmosferske neutrine, kao i eksperimentalni podaci su dati na Slici VI-8.

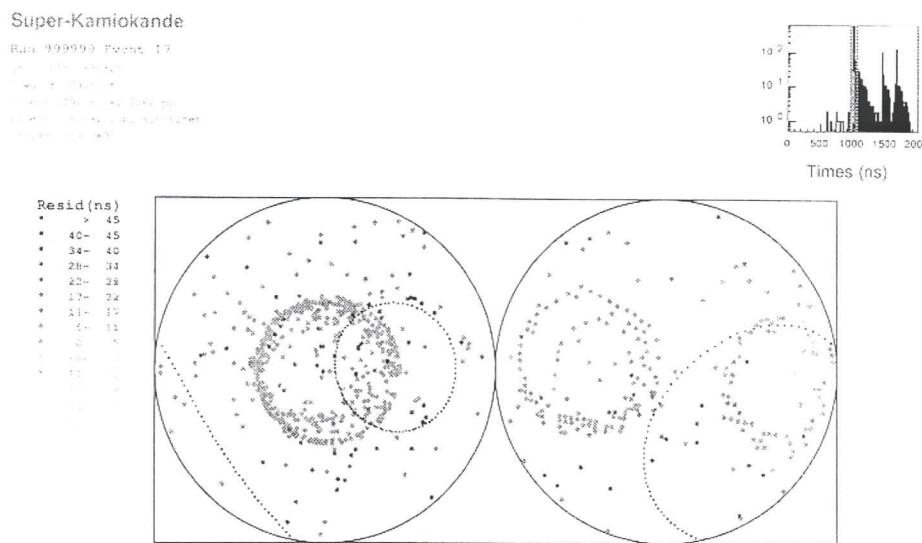




Slika VI-8: Kanal: $p^+ \rightarrow \mu^+ + K^0$, $K_S \rightarrow 2\pi^0$: a) Teorijski uzorak događaja raspada, b) Teorijski uzorak atmosferskih neutrina, c) Eksperimentalni uzorak, d) Eksperimentalni uzorak–konačni rezultat

Puštajući teorijske uzorke kroz kriterijume efikasnost detekcije je procenjena na 6,1%, a očekuje se jedan događaj od atmosferskih neutrina. Primjenjujući kriterijume na eksperimentalne podatke ne dobija se ni jedan događaj raspada. Donja granica je postavljena na $\tau = 5,4 \cdot 10^{32}$ god., sa nivoom poverenja od 90%.

ii. $K_S \rightarrow \pi^+ + \pi^-$



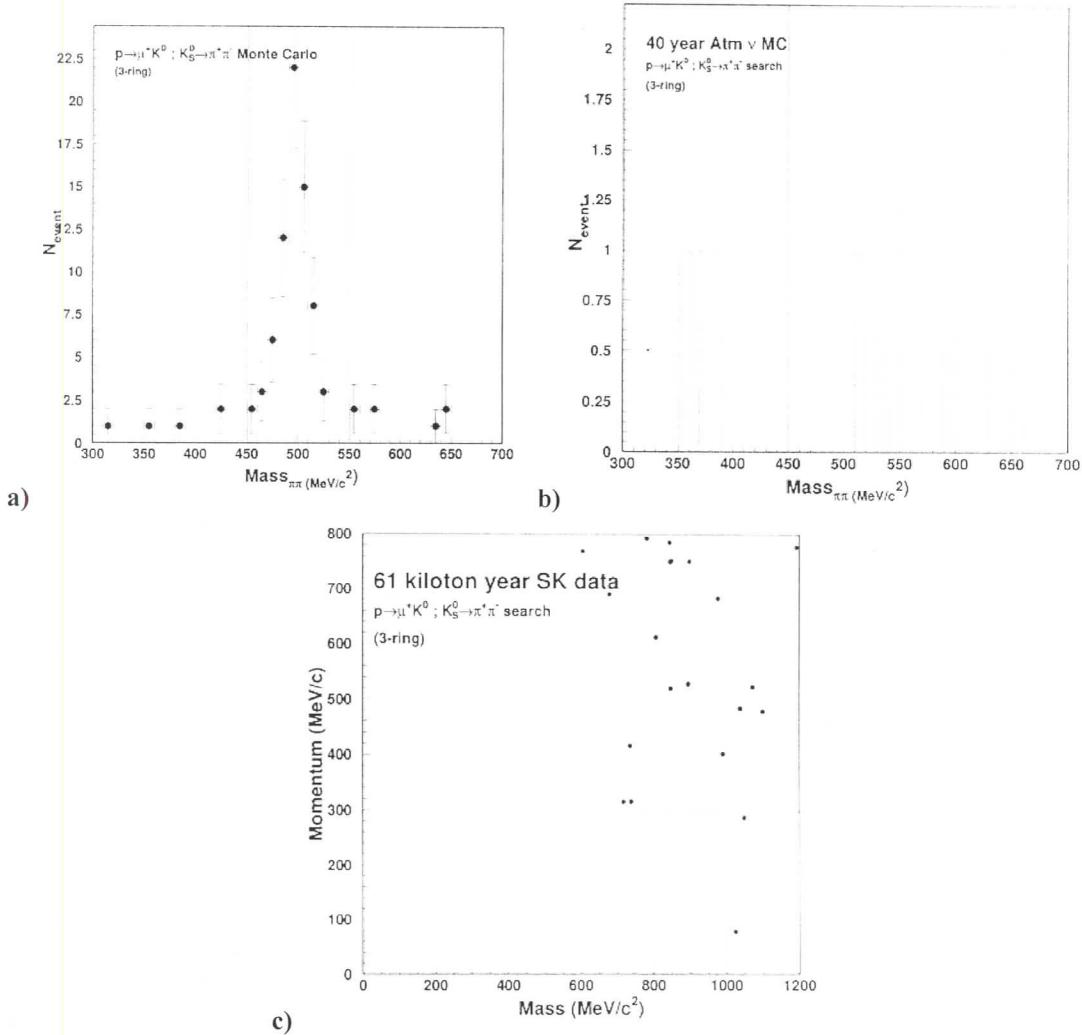
Slika VI-9: Monte Karlo simulacija događaja u detektoru za kanal: $p^+ \rightarrow \mu^+ + K^0$, $K_S \rightarrow \pi^+ + \pi^-$

Posle raspada kaona pioni se mogu razleteti: simetrično – kada se oba mogu detektovati, jer su iznad granice Čerenkovljevog zračenja i asimetrično – kada je jedan od

njih ispod praga. Prema Monte Karlo simulaciji odziv detektora na ovaj kanal raspada treba da izgleda kao na Slici VI-9.

Potrebno je razmatrati dva slučaja:

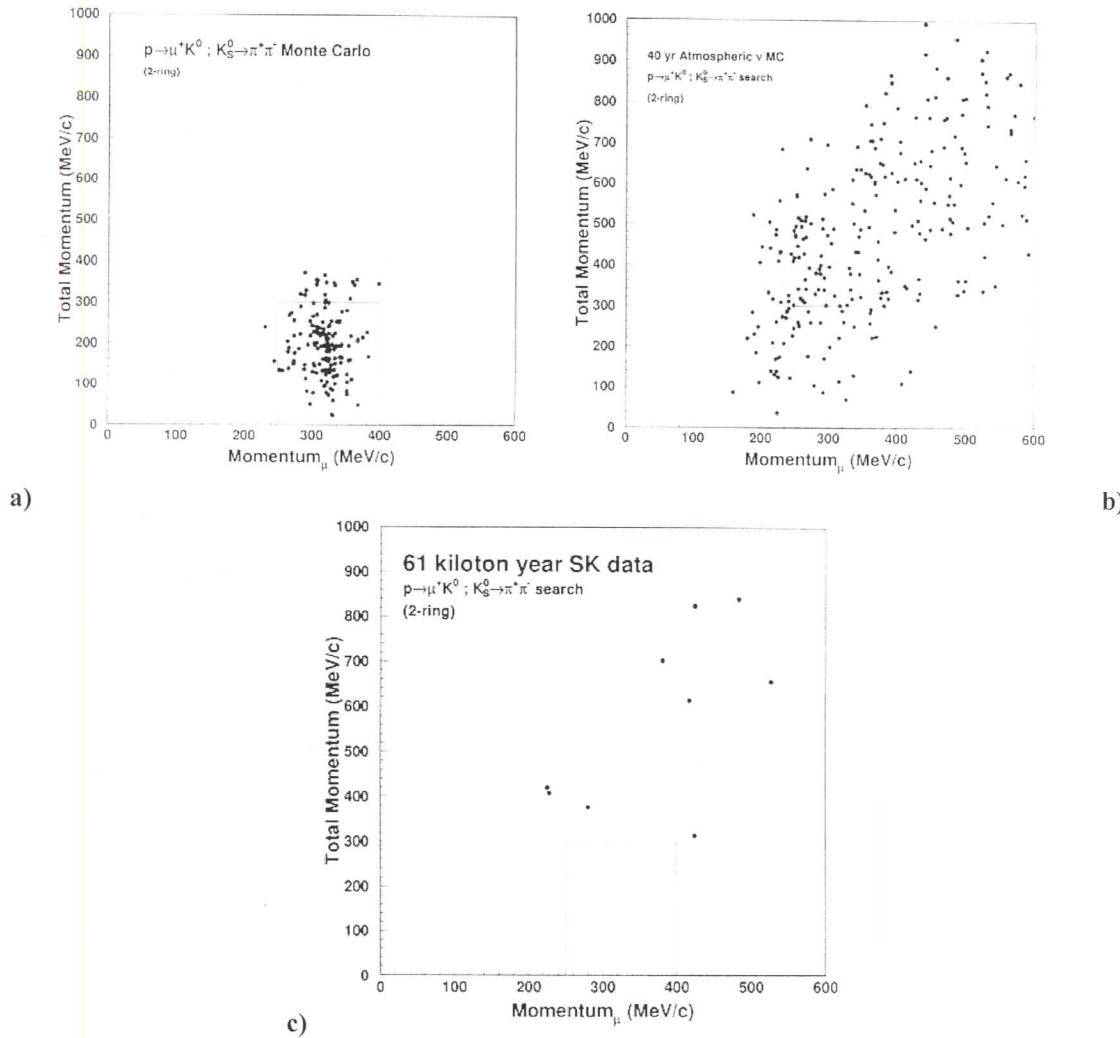
- 1) Pioni se razleću simetrično – prepoznaje se po tri prstena. Posle propuštanja teorijskih uzoraka kroz kriterijume dobija se veoma mala efikasnost od 2,8%, a broj događaja fona se procenjuje na 0,2. Mala efikasnost se dobija, jer su vrednosti impulsa u blizini praga. U eksperimentu nijedan događaj nije prošao predviđene kriterijume. Donja granica života protona je procenjena na $\tau = 2,5 \cdot 10^{32}$ god. Monte Karlo simulacije, kao i eksperimentalni podaci su dati na Slici VI-10.



Slika VI-10: Kanal: $p^+ \rightarrow \mu^+ + K^0$, $K^0_S \rightarrow \pi^+ + \pi^-$, 1): a) Teorijski uzorak događaja raspada, b) Teorijski uzorak atmosferskih neutrina, c) Eksperimentalni uzorak

- 2) Pioni se razleću asimetrično – prepoznaje se po dva μ -slična prstena. Efikasnost za ovaj slučaj je nešto veća i iznosi 5,3%, a očekuje se 1,3 događaja, koji odgovaraju neutrinima. U eksperimentu nije detektovan događaj, koji odgovara raspadu, a donja granica života je: $\tau = 4,7 \cdot 10^{32}$ god.

Monte Karlo simulacije, kao i eksperimentalni podaci su dati na Slici VI-11.



Slika VI-11: Kanal: $p^+ \rightarrow \mu^+ + K^0$, $K_S \rightarrow \pi^+ + \pi^-$, 2): a) Teorijski uzorak događaja raspada, b) Teorijski uzorak atmosferskih neutrina, c) Eksperimentalni uzorak

Kompletni podaci za kanal: $p^+ \rightarrow \mu^+ + K^0$ su dati u Tabeli VI-2.

Kanal	Efikasnost [%]	$N_{\text{oc}}^{\text{fon}}$	N_{reg}	$\tau [10^{32} \text{ god}]$
$2\pi^0$	6,1	1	0	5,4
$\pi^+ + \pi^-$ 1)	2,8	0,2	0	2,5
$\pi^+ + \pi^-$ 2)	5,3	1,3	0	4,7
Ukupno	-	-	-	12

Tabela VI-2: Kompletni podaci za kanal: $p^+ \rightarrow \mu^+ + K^0$

4. Kanal: $p^+ \rightarrow e^+ + K^0$

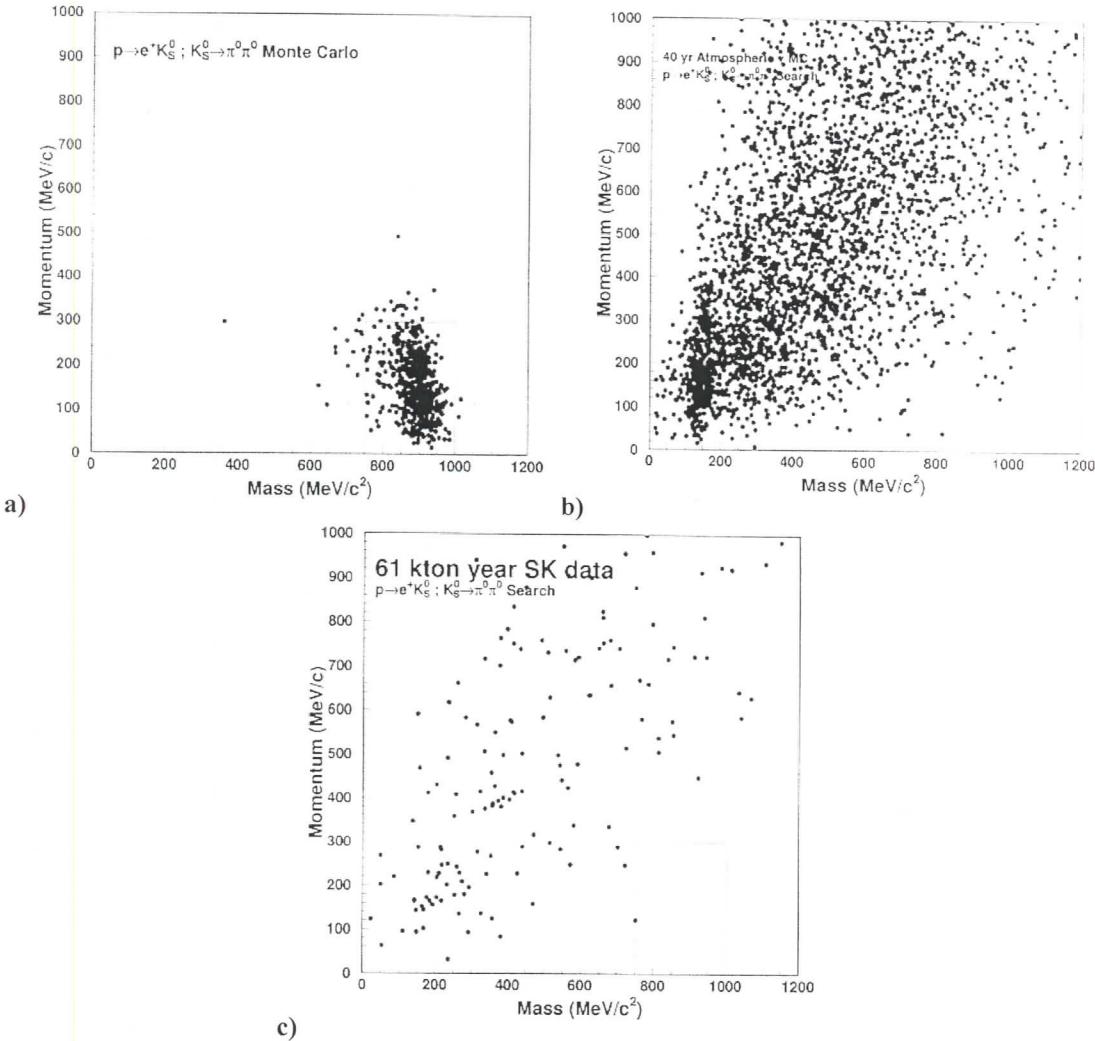
U ovom kanalu se, kao i u prethodnom dobija kaon K^0 , za koji znamo da se raspada:

$$K_S \rightarrow 2 \pi^0$$

$$K_S \rightarrow \pi^+ + \pi^-$$

i. $K_S \rightarrow 2 \pi^0$

Produkti raspada u ovom kanalu su: pozitron (e^+) i dva piona (π^0). Sve ove čestice se mogu detektovati, a pozitron je praćen elektromagnetskim pljuskom. Kanal možemo prepoznati po tomr što se javlja tri do pet e-sličnih prstenova. Teorijski uzorci produkata raspada i neutrina su dati na Slici VI-12.



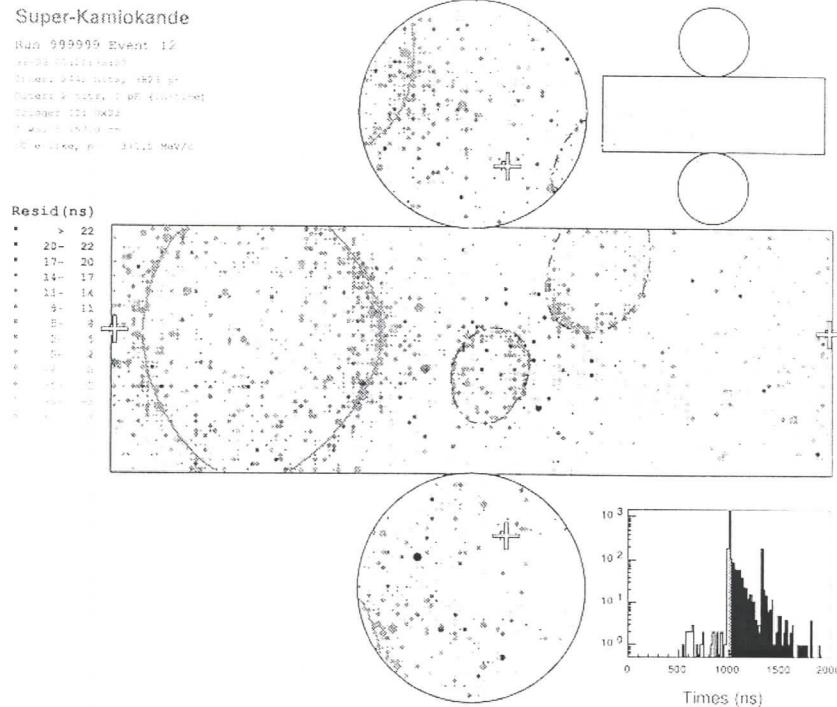
Slika VI-12: Kanal: $p^+ \rightarrow e^+ + K^0$, $K_S \rightarrow 2 \pi^0$, 2): a) Teorijski uzorak događaja raspada,
b) Teorijski uzorak atmosferskih neutrina, c) Eksperimentalni uzorak

Efikasnost detekcije je procenjena, posle propuštanja teorijskih uzoraka kroz kriterijume, na 11,8%, a broj očekivanih tačaka fona na 1,2. Sa Slike VI-12 se vidi da

postoji jedan eksperimentalni podatak, koji je prošao kriterijume selekcije. Za donju granicu vremena života je dobijen podatak: $\tau = 7,5 \cdot 10^{32}$ god na nivou poverenja od 90%.

ii. $K_S \rightarrow \pi^+ + \pi^-$

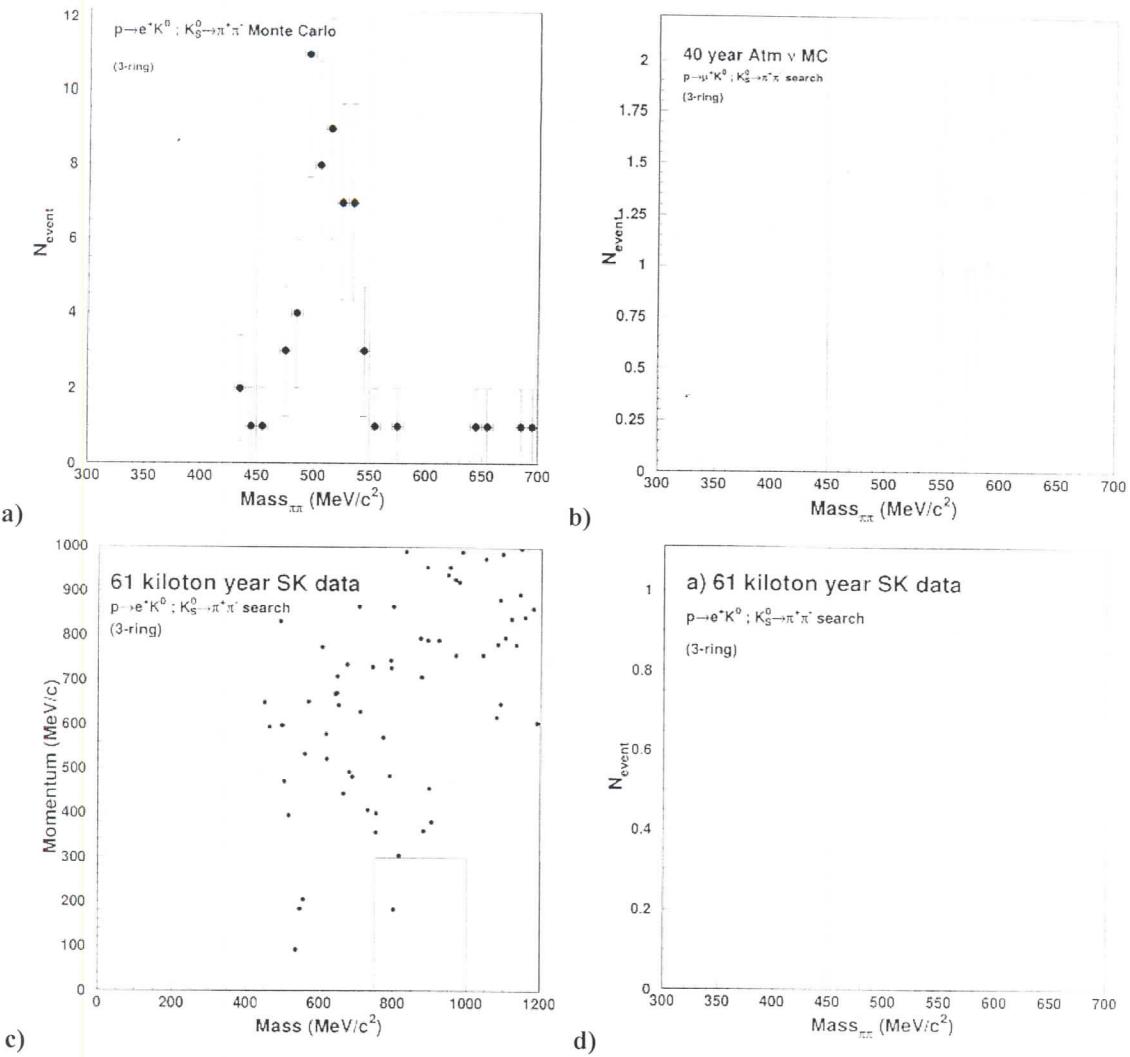
Pioni se, kao i u prethodnom kanalu, mogu razleteti simetrično i asimetrično. Kanal prepoznajemo po tri prstena, od kojih je bar jedan e-sličan. Monte Karlo simulacija ovog kanala je data na Slici VI-13.



Slika VI-13: Monte Karlo simulacija događaja u detektoru za kanal: $p^+ \rightarrow e^+ + K^0$, $K_S \rightarrow \pi^+ + \pi^-$

Potrebno razmatrati dva slučaja:

- 1) Simetrično – tada su oba piona detektabilna. Na osnovu simulacije, postavljenih kriterijuma za produkte raspada i propuštanja teorijskih uzoraka kroz kriterijume dobijeno je da je efikasnost detekcije 1,4%, a fon na manje od 0,2 događaja. U samom eksperimentu nije dobijen ni jedan događaj, koji odgovara postavljenim kriterijumima. Donja granica vremena života protona je na nivou poverenja od 90% procenjena na $\tau = 1,2 \cdot 10^{32}$ god. Teorijski i eksperimentalni uzorci su dati na Slici VI-14.
- 2) Asimetrično – tada je samo jedan pion detektabilan, jer je brzina drugog ispod praga Čerenkovljevog zračenja. Na osnovu propuštanja teorijskih uzoraka kroz kriterijume za raspada efikasnost je procijena na 6,2%, a fon na 0,9 događaja. U samom eksperimentu je postavljene kriterijume prošlo 6 događaja, te je donja granica vremena života procenjena na $1,3 \cdot 10^{32}$ god na nivou poverenja od 90%. Teorijski i eksperimentalni uzorci su dati na Slici VI-15.



Slika VI-14: Kanal: $p^+ \rightarrow e^+ + K^0$, $K_S \rightarrow \pi^+ + \pi^-$, 1): a) Teorijski uzorak događaja raspada, b) Teorijski uzorak atmosferskih neutrina, c) Eksperimentalni uzorak, d) Eksperimentalni uzorak–konačni rezultat

Kompletne podaci za kanal: $p^+ \rightarrow e^+ + K^0$ su dati u Tabeli VI-3.

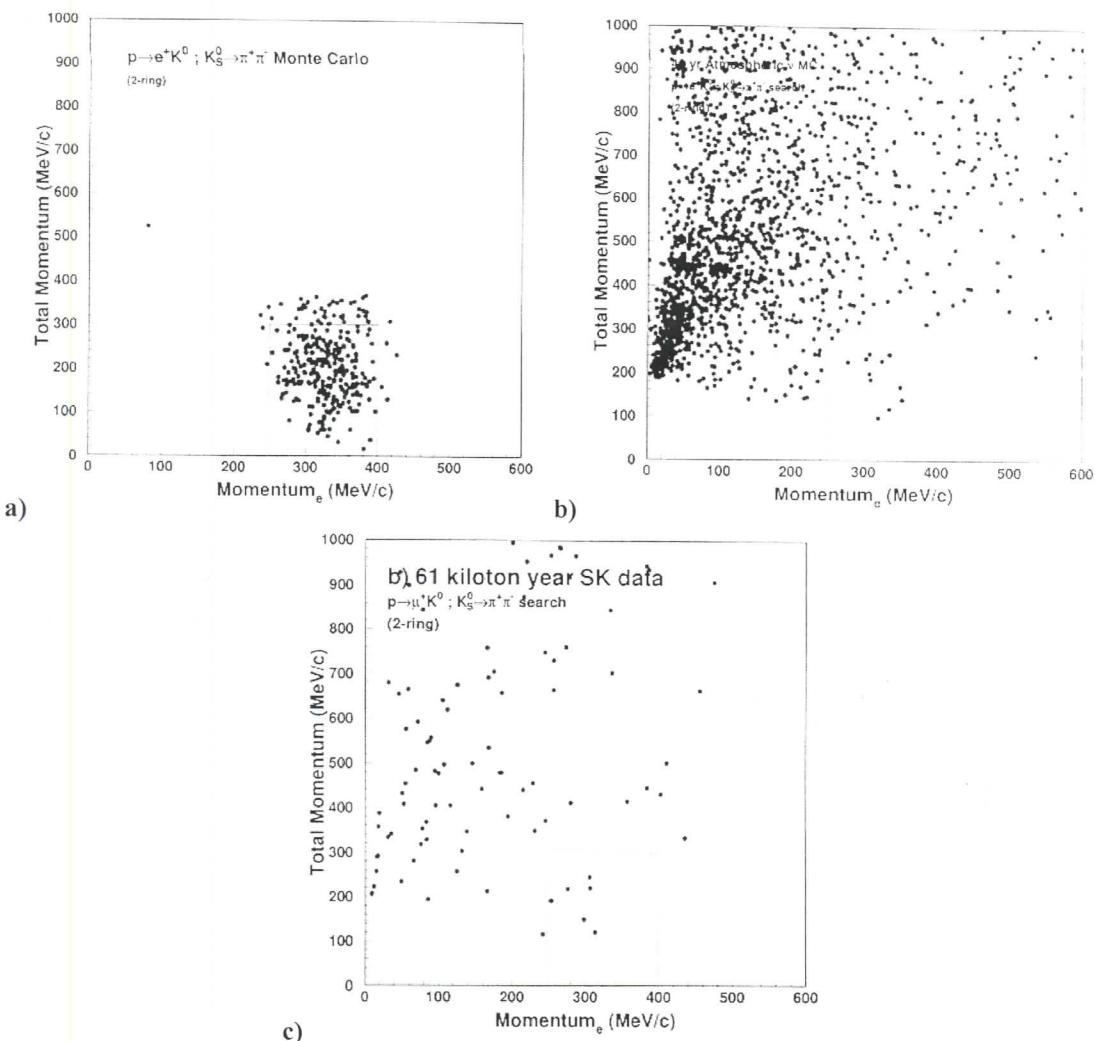
Kanal	Efikasnost [%]	$N_{\text{oc}}^{\text{fon}}$	N_{reg}	$\tau [10^{32} \text{ god}]$
$2\pi^0$	11,8	1,2	1	7,5
$\pi^+ + \pi^-$ 1)	1,4	< 0,2	0	1,2
$\pi^+ + \pi^-$ 2)	6,2	0,9	6	1,4
Ukupno	20	-	-	4,4

Tabela VI-3: Kompletne podaci za kanal: $p^+ \rightarrow e^+ + K^0$

U Tabeli VI-4 je dat pregled mogućih kanala raspada protona, kao i procenjene donje granice vremena života protona u svakom kanalu po kome je tragano u projektu Super-Kamiokande.

Kanal	$p^+ \rightarrow \nu_\mu^c + K^+$	$p^+ \rightarrow \mu^+ + K^0$	$p^+ \rightarrow e^+ + K^0$
$\tau [10^{33} \text{ god}]$	1,7	1,2	0,44

Tabela VI-4: Konačni pregled vremena života protona po kanalima



Slika VI-15: : Kanal: $p^+ \rightarrow e^+ + K^0$, $K_S \rightarrow \pi^+ + \pi^-$, 2): a) Teorijski uzorak događaja raspada, b) Teorijski uzorak atmosferskih neutrina, c) Eksperimentalni uzorak, d) Eksperimentalni uzorak– konačni rezultat

5. Komentar o eksperimentu

Super-Kamiokande detektor je povećao donju granicu života protona bar za jedan red veličine u odnosu na prethodne detektore. Ipak, raspad ili nije detektovan, ili je to bio samo jedan do šest događaja, što nije dovoljno dobro za neku statistiku. Značajno duže trajanje eksperimenta ne bi dalo i bolje rezultate, jer glavnu prepreku boljoj mogućnosti detekcije predstavljaju atmosferski neutrini. Interakcije neutrina i materije još nisu dovoljno dobro objašnjene, što utiče na to da su nesigurnosti pri merenju visoke.

Međutim, sama činjenica da je pokazano da donja granica vremena života protona u najverovatnijim kanalima njegovog raspada nadmašuje predviđanja minimalnog SU (5) modela daje opravdanje pokušajima ujedinjavanja interakcija višim simetrijskim grupama. Više simetrijske grupe od SU (5) sada se više ne mogu tretirati kao formalizmi bez praktičnog značaja, već ovim rezultatima mogu u punoj meri da se afirmišu, kao modeli ujedinjenja, koji su zasnovani na eksperimentalnoj realnosti.

VII. Prilog I – O teoriji grupa

1. Opšte definicije

Grupa G je skup elemenata: g_1, g_2, \dots, g_n u kom je definisana operacija množenja u desno „.”. Elementi u odnosu na operaciju „.” zadovoljavaju osobine:

I. Zatvorenost–proizvod elemenata grupe je element grupe:

$$\forall (g_i, g_j) \in G, \exists g_k = g_i \cdot g_j \in G$$

II. Asocijativnost:

$$(g_i \cdot g_j) \cdot g_k = g_i \cdot (g_j \cdot g_k), \forall g_n \in G$$

III. Postojanje neutralnog elementa e :

$$e \cdot g_i = g_i \cdot e = g_i, \forall g_n \in G$$

IV. Postojanje inverznog elementa g_i^{-1} :

$$g_i \cdot g_i^{-1} = g_i^{-1} \cdot g_i = e, \forall g_n \in G$$

Grupe, čiji elementi osim navedenih uslova zadovoljavaju i uslov komutativnosti:

$$g_i \cdot g_j = g_j \cdot g_i, \forall g_n \in G$$

se nazivaju Abelovim grupama.

Elementi grupe mogu biti praktično bilo što što zadovoljava gornje uslove u odnosu na prethodno definisano „množenje”. U fizici su od posebnog značaja grupe simetrije, čiji su elementi simetrijske transformacije. Simetrijske transformacije su sve one transformacije, koje ostavljaju neki objekat (funkciju stanja fizičkog sistema, položaj čvorova kristalne rešetke) nepromjenjenim – invarijantnim u odnosu na transformacije. Proizvod transformacija se dobija njihovom sukcesivnom primenom na objekat, te je to razlog što uslov komutativnosti može biti zadovoljen, ali i ne mora.

Grupe mogu biti:

- Diskretne – imaju konačan broj elemenata
- Kontinualne – imaju beskonačno mnogo kontinualno raspoređenih elemenata

Diskrete grupe. Elementi grupe se mogu generisati preko generatora grupe. Red grupe je broj elemenata u grupi, a red elementa najmanji eksponent, koji daje neutralni element.

Homomorfizam–preslikavanje f grupe G na G' takvo da u G' važi:

$$f(g_i \cdot g_j) = f(g_i) \cdot f(g_j) \quad \forall g_n \in G$$

Izomorfizam–bijektivni homomorfizam. Izomorfne grupe imaju potpuno istu strukturu, iako se elementi razlikuju.

Podgrupa. Izdvojimo li iz grupe G deo elemenata u skup H , za H se može reći da je podgrupa grupe G ($H \subset G$), ako i H u odnosu na istu operaciju kao i G čini grupu.

Najčešće se mora gledati da li elementi u H zadovoljavaju uslov zatvorenosti i postojanja neutralnog elementa za svaki elemant iz H (uslovi I. i III.), dok se ostale osobine podrazumevaju samim izborom elemenata iz G . Trivijalne podgrupe su: cela grupa G i samo neutralni element; ali se one ne razmatraju.

Direktni proizvod grupe. Posmatrajmo dve grupe: G' , reda n' , sa elementima: e' , g_1', g_2', \dots i definisanim množenjem „.” i G'' , reda n'' , sa elementima: e'' , g_1'', g_2'', \dots i definisanim množenjem „.”. Elementi grupe- G u kojoj je definisano množenje „.” i koja predstavlja direktni proizvod grupe- G' i G'' :

$$G = G' \times G'' \text{ se definišu:}$$

$$\exists g_{i,j} \equiv (g_i', g_j''), \text{ tako da važi: } (g_i', g_j'') \cdot (g_k', g_l'') = (g_i' \cdot g_k', g_j'' \cdot g_l'')$$

Grupa $G = G' \times G''$ je reda $n = n' n''$.

Reprezentacija grupe. Neka neki operatori: A, B, C, \dots u prostoru L čine grupu D , gde je množenje: $C = A \cdot B$, definisano:

$$C x = (A \cdot B)x = A \cdot (Bx) \quad \forall x \in L.$$

Možemo reći da su ovi operatori n -dimenziona reprezentacija grupe G u n -dimenzionom prostoru L , ako postoji homomorfizam, takav da:

$$\forall R \in G, \exists D(R) \in D$$

Dakle, mora biti zadovoljeno:

$$D(R \cdot S) = D(R) \cdot D(S)$$

$$D(R^{-1}) = [D(R)]^{-1}$$

$$D(E) = 1$$

$$\forall R, S \in G, \text{ gde je } E \in G \text{ neutralni element.}$$

Reprezentacija je verna, ako je preslikavanje izomorfizam.

Linearna reprezentacija je ona koju čine linearni operatori, koji se mogu reprezentovati $n \times n$ matricama, te je to ustvari matrična reprezentacija grupe. Unitarni operatori daju unitarnu reprezentaciju grupe.

Dimenzija reprezentacije je ista kao i dimenzija prostora L . Pri promeni bazisa prostora L , menjaju se i matrice reprezentacije, ali trag matrica ne zavisi od izbora bazisa.

Reprezentacije mogu biti: ireducibilne i reducibilne. Iredicibilne su one koje imaju najmanju moguću dimenziju i ne mogu se dalje razlagati. Reducibilne se mogu pogodnom transformacijama bazisa dovesti na oblik dat blok-matricama $(m+n) \times (m+n)$:

$$D = \begin{pmatrix} D^{(1)}(R) & A(R) \\ 0 & D^{(2)}(R) \end{pmatrix}$$

Reducibilne reprezentacije se mogu pogodnim transformacijama zapisati preko ireducibilnih, koje bi se nalazile na glavnoj dijagonali.

2. Lijeve grupe

Lijeve grupe su vrsta kontinualnih grupa – grupe transformacija. Elementi grupe su funkcije, koje zavise i od konačnog broja (r) neprekidnih parametara- a_r .

$$\text{Element grupe: } R(a) = R(a_1, a_2, \dots, a_r)$$

Ove grupe se još nazivaju r -parametarskim grupama. Ako parametri ne zavise od prostorno-vremenskih koordinata grupa je globalna, a ako zavise grupa je lokalna ili kalibraciona. Dimenzija grupe – broj nezavisnih parametara od kojih zavisi element grupe.

Uslovi koje moraju zadovoljavati elementi $R(a)$ su:

- I. $\forall a, \exists a^0, R(a^0) \cdot R(a) = R(a) \cdot R(a^0) = R(a)$
- II. $\forall a, \exists a', R(a') \equiv [R(a)]^{-1}, R(a') \cdot R(a) = R(a) \cdot R(a') = R(a^0)$
- III. $\forall R(a), R(b) \in G \quad G \ni R(c) = R(a) \cdot R(b), c = c(a; b)$

Takođe, funkcije c moraju biti diferencijabilne, a a' mora biti analitička funkcija. S obzirom da su elementi Lijevih grupa funkcije (simetrijske transformacije):

$$x'_i = x'_i(x_1, x_2, \dots, x_n; a_1, a_2, \dots, a_r), i = 1, 2, \dots, n; \text{ može se pisati:}$$

$$x = x'(x'; a') = x'(x'(x; a); a')$$

To znači da se funkcije x' mogu rešiti po x , odnosno jakobijan-J zadovoljava: $J \neq 0$.

Linearna reprezentacija Lijevih grupa. Definiše se isto kao i linearna reprezentacija diskretnih grupa. Dodatni uslov je da operatori moraju biti ograničeni.

Pregled nekih Lijevih grupa i njihovih reprezentacija je dat u Tabeli VII-1.

Ime grupe	Oznaka	Transformacija	Matrični zapis	Broj nezavisnih parametara
Linearna	GL(n)	$x'_i = \sum_j a_{i,j} x_j$	–	n^2
Specijalna linearna	SL(n)	$x'_i = \sum_j a_{i,j} x_j$	$\det M = 1$	$n^2 - 1$
Ortogonalna	O(n)	$\sum_j x_j^2 = \text{const.}, x \in R$	$O^{-1} = O^T$	$n(n-1)/2$
Specijalna ortogonalna	SO(n)	$\sum_j x_j^2 = \text{const.}, x \in R$	$O^{-1} = O^T$ $\det O = 1$	$n(n-1)/2 - 1$
Unitarna	U(n)	$\sum_j x_j ^2 = \text{const.}, x \in C$	$U^{-1} = U^\dagger$	n^2
Specijalna unitarna	SU(n)	$\sum_j x_j ^2 = \text{const.}, x \in C$	$U^{-1} = U^\dagger$ $\det U = 1$	$n^2 - 1$

Tabela VII-1: Pregled najvažnijih Lijevih grupa

VIII. Prilog II – Veza između teorije grupa, matrične reprezentacije i fundamentalnih čestica na primeru slabe interakcije

1. Eksperimentalna realnost

U slaboj interakciji učestvuju fundamentalne čestice prve generacije: elektron-e⁻, elektronski neutrino-v_e, u-kvark i d-kvark. Pri interakciji se može menjati aromat čestice, ali leptoni prelaze u leptone, a kvarkovi u kvarkove, dok se prelaz leptona u kvark i obrnuto ne odvija putem slabe interakcije. Slabom interakcijom interaguju i čestice ostalih generacija, kao i antičestice unutar iste generacije, ali prelaz ostaje u domenu iste generacije, a čestica, takođe, ne može preći u antičesticu. Slabom interakcijom interaguju čestice, kojima je projekcija spina na impuls negativna, odnosno one koje imaju levu kiralnost. Navedene interakcije se ostvaruju pri neelastičnom rasejanju ili raspadu čestica. Slabom interakcijom, takođe interaguju i čestice pri elastičnim rasejanjima, kada ne menjaju aromat.

Na osnovu ovako postavljene eksperimentalne slike „intuitivno” je jasno da će se pri teorijskom opisu u sistem objedinjavati dva leptona iste generacije (npr. e⁻ i v_e), kao i dva kvarka iste generacije (npr. d i u).

Interakcija se prenosi putem čestica prenosilaca interakcije. Da bi se moglo ostvariti opisane interakcije mora postojati 3 prenosioca interakcije: pozitivno nanelektrisan-ostvaruje prelaze: e⁻→v_e i d→u (i odgovarajuće); negativno nanelektrisan-ostvaruje prelaze: v_e→e⁻ i u→d (i odgovarajuće); elektroneutralan-ostvaruje prelaze u elastičnom rasejanju.

2. SU (n) grupa

SU (n) grupa je Ljeva grupa. Dakle, njeni elementi transformacione relacije koordinata, odnosno funkcije konačnog broja-n neprekidnih parametara. SU (n) grupa je podgrupa opštije generalne linearne grupe-GL (n), čiji su elementi linearne transformacije koordinata ili, jasnije, same koordinate x_i[']:

$$x_i' = \sum_j a_{i,j} x_j \quad i,j = 1, \dots, n$$

Broj nezavisnih parametara a_{i,j} od kojih zavise elementi grupe je n², ako su parametri realni, odnosno takođe n², ali kompleksnih parametara, što znači 2n² realnih delova kompleksnih parametara.

Iz algebre je poznato da se linearne transformacije koordinata mogu predstaviti i u matričnom obliku:

$$X' = U \cdot X, \quad tj$$

Predstavljanjem elemenata grupe pomoću matrica nije se uradilo ništa drugo do toga da se našla jedna od mogućih reprezentacija GL (n) grupe. Naravno, izborom drugačijeg bazisa može se naći i druga, ekvivalentna datoј reprezentacija. Elementi grupe-X' se mogu generisati pomoću parametara a_{i,j}, tj korišćenjem matrice M.

$$\begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \\ \vdots \\ x_n' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \dots & a_{n,n} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$$

Međutim, odabrana grupa je $SU(n)$, koja treba da je: unitarna i specijalna-unimodularna. Elementi grupe su koordinate x_i' , a potrebno je da budu zadovoljeni uslovi:

- I. $\sum_j |x_j|^2 = \text{const.}, x_i \in C, a_{i,j} \in C$
- II. $U \cdot U^\dagger = 1$, uslov unitarnosti
- III. $\det U = 1$, uslov unimodularnosti

Primenom ovih uslova smanjuje se broj nezavisnih parametara: drugi uslov postavlja n veza za dijagonalne elemente i $2(n^2-n)/2$ veza za nedijagonalne elemente; treći uslov postavlja 1 vezu. Konačni broj nezavisnih parametara je:

$$n_{np} = 2n^2 - n - 2(n^2 - n)/2 - 1 = n^2 - 1$$

U slučaju $SU(2)$ grupe postoji samo dva elementa grupe, a broj nezavisnih parametara je: $n_{np} = n^2 - 1 = 3$. Dakle, matrica reprezentacije i unitarna matrica parametara izgledaju:

$$X' = \begin{pmatrix} u' \\ v' \end{pmatrix}, \quad U = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \text{ gde su:}$$

$$u = u_1 + iu_2 \in C, \quad v = v_1 + iv_2 \in C$$

$$a = a_1 + ia_2 \in C, \quad b = b_1 + ib_2 \in C, \text{ itd.}$$

Primenom uslova unitarnosti i unimodularnosti matrični zapis transformacija dobija oblik:

$$\begin{pmatrix} u' \\ v' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ -b^* & a^* \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}; \quad |a|^2 + |b|^2 = 1,$$

Matrica: $X' = \begin{pmatrix} u' \\ v' \end{pmatrix}$ daje elemente $SU(2)$ grupe, a unitarna matrica:

$U = \begin{pmatrix} a & b \\ -b^* & a^* \end{pmatrix}$ daje mogućnost generisanja elemenata $SU(2)$ grupe.

3. Veza čestica – učesnica slabe interakcije i $SU(2)$ grupe

Ponašanje fundamentalnih čestica, koje pokazuju neke slične osobine, pa se po tome objedinjuju u jedan sistem, se opisuje gustinom lagranžijana sistema- \mathcal{L} . U slučaju slabe interakcije, kako je već napomenuto, najbolje je uzeti da leptoni (e^- i v_e), kao i

kvarkovi (d i u) obrazuju sistem. Na osnovu diskusije o lokalnoj kalibracionoj invarijantnosti gustine lagranžijana znamo da se interakcija među česticama dobija kao posledica uvođenja kalibracionih transformacija:

$$\text{I. Gustina lagranžijana: } \mathcal{L} = i\bar{\Psi}\gamma^\mu \partial_\mu \Psi - m\bar{\Psi}\Psi, \text{ gde je: } \Psi = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{pmatrix}$$

II. Lokalna kalibraciona invarijantnost zahteva da se i talasna funkcija- Ψ i kovarijantni izvod- \mathcal{D} transformišu na potpuno isti način:

$$\mathcal{D}_\mu' \Psi' = G(\mathcal{D}_\mu \Psi)$$

III. Transformacije: $\Psi'(x) = G(x)\Psi(x)$

$$\mathcal{D}_\mu = I\partial_\mu + igW_\mu, \text{ gde su: } I\text{-jedinična matrica, a } W_\mu\text{-matrica: } W_\mu = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} W_\mu^3 & W_\mu^1 - iW_\mu^2 \\ W_\mu^1 + iW_\mu^2 & -W_\mu^3 \end{pmatrix}, \text{ gde su } W_\mu^i \text{ prenosioci slabe interakcije.}$$

Elementi grupe su, dakle, talasne funkcije Ψ_1' i Ψ_2' , a matrica kojom se oni generišu je $G(x)$, koja se dobija iz uslova pod II. i III.

Znači, imamo dve čestice u sistemu, odnosno funkcije kojima ih opisujemo i transformacije, kojima im pridružujemo tri polja (čestice), kojima se ostvaruje njihova interakcija. Dakle, čestice, odnosno matrica njihovih talasnih funkcija, predstavljaju elemente neke – $SU(2)$ – grupe, tj. matrica je njena reprezentacija, a polja interakcije, odnosno matrica koja ih sadrži predstavlja generator grupe, odnosno njenom primenom se dobijaju elementi grupe (same čestice).

Ukratko, slabu interakciju i čestice–učesnice opisujemo primenom $SU(2)$ grupe, gde imamo:

I. Reprezentacija $SU(2)$ grupe može biti bilo koja od zadatih matrica:

$$\begin{pmatrix} v_e \\ e^- \end{pmatrix}_L ; \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} v_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L ; \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} v_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L ; \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_L$$

II. Generator $SU(2)$ grupe je unitarna matrica $G(x)$.

Naravno, u nenarušenoj $SU(2)$ grupi ni fermioni, ni kalibracioni bozoni-prenosioci interakcije nemaju masu, koja se generiše narušenjem simetrije.

Literatura

- [1] H. Weyl, Ann. Physik 59, 101 (1919.)
- [2] H. Weyl, Zeit. Physik 56, 330 (1929.)
- [3] Đ. Mušicki, Uvod u teorijsku fiziku, III-2, Elektrodinamika sa teorijom relativnosti, IRO „Gradevinska knjiga”, Beograd 1981.
- [4] D. Popović, Teorija elektroslabih interakcija, Sveske fizičkih nauka, Beograd 1995.
- [5] E. Nöther, Nachr. Kyl. Wiss. Göttingen p., 235 (1918.)
- [6] Đ. Mušicki, Uvod u teorijsku fiziku, Teorijska mehanika, IRO „Gradevinska knjiga”, Beograd 1980.
- [7] L. B. Okunj, Fizika elementarnih čestica, Fond „Ing. Petra i Sonje Subotić”, Beograd 1992.
- [8] J. Goldstone, Nuovo Cim. 19, 154 (1961.)
- [9] J. Goldstone, A Salam and S. Weinberg, Phys. Rev. 127, 965 (1962.)
- [10] K. Grotz, H. V. Klapdor, The Weak Interaction in Nuclear, Particle and Astrophysics, Institute of Physics Publishing Ltd. Bristol and Philadelphia, 1990.
- [11] M. A. Earl, A Search For Nucleon Decay Into Modes Favored By Supersymmetry Using Super-Kamiokande, Boston University Graduate School of Arts and Sciences, Boston 2000.
- [12] H. V. Klapdor-Kleingrothaus, A. Staudt, Non-accelerator Particle Physics, Institute of Physics Publishing Ltd. Bristol and Philadelphia, 1995.
- [13] A. P. Cracknell, Applied Group Theory, Pergamon Press Ltd., 1968.
- [14] M. Hamermesh, Group Theory and Its Application to Physical Problems, Dover Publications Inc., New York
- [15] F. J. Budden, The Fascination of Groups, Cambridge University Press, Cambridge 1972.

