D-91

DIPLOMSKI RAD

NIKOLIĆ M. DRAGIŠA

Predmet : Kvantna mehanika
Predmetni nastavnik : Dr. Bratislav TOŠIĆ

DIPLOMSKI RAD

Tema :

PRIMESA U FEROMAGNETIKU

NIKOLIĆ M. Dragiša

U proučavanju, analizi i obradi materijala za svoj diplomski rad, imao sam stalnu pomoć i nadzor svog profesora, Dr. Bratislava Tošića, na čemu mu se i ovom prilikom iskreno zahvaljujem.

UVOD

Cilj ovog diplomskog rada je ispitivanje stanja spinskih talasa u slučaju da se u kristalu feromagnetika nalazi primesa koja ima svoj poseban spin i prema tome interaguje sa spinovima osnovne rešetke silama izmene, koje se razlikuju od tih istih sila, za dva identična spina magnetne identične matrice.
Poznato je da narušenje translacione simetrije bilo kakvog tipa dovodi do čitavog niza novih efekata, u odnosu na efekte koje imamo u idealnoj kristalnoj rešetki.
Pošto praktično idealne strukture nema, ispitivanje struktura sa narušenom simetrijom imaju veći praktični značaj nego analiza idealnih struktura. Sdruge strane bilo kakvo narušenje simetrije dovodi do narušenja zakona održanja impulsa, a ovo opet vodi na izvanredno velike matematičke teškoće.

Zbog toga će u ovom radu biti razmatrana jednodimenziona struktura sa samo jednom primesom.

GLAVA I

OPŠTE O FEROMAGNETICIMA

I.1. Vrste magnetnih materijala
I.2. Hajzembergov model
I.3. Osobine spinskih talasa

I.1. VRSTE MAGNETNIH MATERIJALA

Klasičnu podelu magnetnih materijala na različite tipove, možemo izvršiti na osnovu veličine i znaka magnetne susceptibilnosti.
Magnetna susceptibilnost se definiše kao koeficijent proporcionalnosti između magnetnog momenta kristala ($\vec{M}$), i spoljašnjeg magnetnog polja ($\vec{H}$) u kome se magnetik nalazi.
Pošto se magnetni momenti uvek orijentišu duž spoljašnjeg polja, to se veza između magnetnog momenta i spoljašnjeg polja može napisati u skalarnom obliku:

$$M = X \cdot H \qquad \text{I.1.1.}$$

Ukoliko je (X) negativna veličina tada se takav materijal naziva -DIJAMAGNETNI- ili prosto DIJAMAGNETIKOM.
Ako je (X) pozitivna veličina onda mogu biti dva slučaja:

1. (X) pozitivno i malo – tada je materijal - PARAMAGNETAN-.
2. (X) pozitivno i veliko - tada je materijal - FEROMAGNETAN-.

Karakteristike FEROMAGNETIKA su:

a) Oni čuvaju svoja namagnetisanja i kada prestane da dejstvuje na njih spoljašnje magnetno polje.
b) Magn. permeabilnost (μ) i koeficijent namagnetisanja (X) nisu konstantne veličine, već f-je jačine magn. polja ($\vec{H}$) koje ih magnetiše.
c) Vrlo važna pojava koja se posebno javlja kod feromagnetika je tzv. „HISTEREZIS", a sastoji se u tome da namagnetisanje ne zavisi samo od vrednosti jačine magn. polja koje vrši namagnetisanje u datom trenutku, već i od toga kakva je jačina polja bila prethodno.
d) Za svaki feromagnetik postoji jedna određena temperatura, $T = \Theta$, na kojoj nestaju njegova feromagnetska svojstva,

tzv. „KIRIJEVA TAČKA"

U savremenoj elektrotehnici važnu ulogu igraju „FERITI", to su meki feromagnetici npr. jedinjenja tipa $MoO \cdot Fe_2O_3$.

Naročiti oblik feromagnetika je „ANTIFEROMAGNETIK", primer jedinjenja $CoCl_2$; $CrCl_3$ idr.

Ova fenomenološka podela magnetnih materijala, i pored toga što je veoma gruba, ipak deli magnetne materijale u tri bitno različite klase. Još bolju podelu možemo praviti samo na osnovu mikroskopskih karakteristika magnetnih materijala tj. kristala i njegovih sastavnih elemenata ali je za to prethodno potrebno objasniti prirodu magnetizma.

Praktično treba razjasniti koji su atomski fenomeni odgovorni za pojavu magnetizma uopšte.

Prva teorija mikroskopskog objašnjenja magnetnih fenomena, koju je dao Weber, sadrži u sebi ideju o tome da magnet predstavlja skup nekih uređenih elementarnih magneta, a da su sve magnetne pojave posledica „razuređenja" tog skupa.

Weber-ova teorija je dobra utoliko što je i danas ostala kao osnova savremenih ideja o magnetizmu kao sistemu uređenih elemenata. Njen nedostatak je to što ne sadrži, objašnjenje suštine tih elementarnih magneta, na osnovu atomske strukture sastavnih delova kristala.

Sa teorijske tačke gledišta fenomeni magnetizma danas se razmatraju u granicama opštih „order-disorder" teorija.

Savremena mikroteorija magnetizma prihvatajući Weber-ovu ideju o sistemu uređenih elemenata sa magnetnim svojstvima imala je za cilj da utvrdi dve stvari:

a) Koji su ti uređeni elementi?

b) Kakva je priroda sila, koje između njih deluju (pitanje prirode interakcije).

Na prvo pitanje, relativno lako je dati odgovor, na osnovu eksperimentalnih podataka. Danas je nepobitno utvrđeno, na osnovu eksperimenata i poznavanja strukture omotača atoma feromagnetskih materijala, da su elementi, odgovorni za magnetne fenomene, spinovi elektrona nepopunjenih -3d- ljuski kod jakih magneta (Fe; Co; Ni) i spinovi elektrona nepopunjenih -4f- ljuski za slabe feromagnetike - lantanide tzv. „retke zemlje".
Eksperimenti pokazuju da elektroni pomenutih nepopunjenih ljuski, kada su atomi vezani u kristal, obrazuju jedan efektivni spin koji ne mora da bude zbir spinova svih elektrona u nepopunjenoj ljusci.
Za svaki materijal se eksperimentalno određuje ovaj efektivni spin. Upravo, ovi efektivni spinovi su onaj skup uređenih elemenata, koji odgovara Weber-ovim elementarnim magnetima. To je upravo hipoteza na kojoj se baziraju danas savremene teorije magnetizma. Ovakva hipoteza je dobila dovoljan broj eksperimentalnih potvrda.
Odgovor na drugo pitanje je nešto teže pronađen, naime za savremenu teoriju magnetizma veći problem je predstavljalo pitanje prirode interakcije spinova. Prva ideja bila je da se ove interakcije shvate kao dipol - dipolne interakcije magnetnih momenata elektrona nepopunjenih ljuski, ali se ispostavilo da je konstanta dipolne interakcije reda veličine 10·Bolcman-ovih konstanti (10Kb). Eksperimenti su pokazali da su tačke prelaza za feromagnetike reda (100 Kb) za lantanide i (1000 Kb) za (Fe; Co; Ni). Zbog toga ova ideja nije mogla da se održi.
Pošto interakcije dovode do uređenosti skupa spinova, lako se vidi, da će tačka prelaza biti na onoj temperaturi kada su toplotni kvanti istog reda veličine kao i konstanta interakcije

između spinova. Tada će se magnetna rešetka razgraditi.
Odavde se sasvim jasno vidi da ako bi dipol-dipolne interakcije bile one interakcije koje uređuju sistem spinova, mi nebismo imali ni jedan magnetni materijal sa tačkom prelaza višom od $10 \div 20$ °K, a kao što vidimo to opet protivureči navedenim eksperimentalnim podacima.
Druga ideja o prirodi sila interakcije između spinova izgledala je u neku ruku paradoksalno.
Ona se zasnivala na tezi da su za magnetne fenomene odgovorne električne sile između elektrona.
U kvantno-mehaničkoj interpretaciji poznato je da se elektroni međusobno ne razlikuju.
Talasna funkcija za sistem od dva elektrona mora biti antisimetrična kombinacija talasnih funkcija svakog od ovih elektrona, kako bi bio zadovoljen Pauli-jev princip isključenja.
Matrični element energije interakcije usled antisimetrizacije talasnih funkcija elektrona dobija jedan dopunski član (u odnosu na klasični izraz) koji se zove „energija izmene".
Ako energiju interakcije između dva elektrona usrednimo po antisimetričnim funkcijama, onda se u ovoj srednjoj energiji pojavljuje taj dopunski član koji se klasično uopšte ne može objasniti.
Ocenjivanje reda veličine energije izmene pokazalo je, uz pretpostavku da elektroni deluju međusobno kulonovskim silama, da je reda veličine $100 \div 1000$ Bolcman-ovih konstanti.
Kao što vidimo, ovakva hipoteza odgovara eksperimentalnim podacima, koje dobijamo na osnovu ispitivanja tačaka prelaza.
Na taj način je razrešen problem o prirodi sila interakcije u magnetizmu.

Na apsolutnoj nuli, svi spinovi u kristalu su paralelni međusobno, i taj pravac u kome su svi oni upereni naziva se: OSA KVANTIZACIJE magneta. Sa porastom temperature, ili nekim mehaničkim dejstvom, ovaj sistem spinova se „razuređuje" tj. počinje da se otklanja od prvobitnog pravca. Na temperaturi prelaza, statistički posmatrano, svi spinovi imaju -Z- komponentu u pravcu ose kvantizacije ravnu nuli.

Finija podela magnetnih materijala od fenomenološke podele može se izvršiti na osnovu ovakve predstave, koja je na početku navedena. Mi ćemo ovde navesti tu finiju podelu za feromagnetne materijale:

— Ako magnetni kristal ima prostu rešetku (elementarna ćelija sadrži samo jedan spin), sastavljenu od spinova iste veličine (S) onda se takav kristal naziva - FEROMAGNETIK -.
  Ukoliko magnetni kristal ima složenu elementarnu ćeliju, onda se očigledno magnetni kristal sastoji iz više magnetnih podrešetki obrazovanih od spinova.
— Ako je magnetni kristal sastavljen od dve podrešetke pri čemu obe imaju spinove iste veličine antiparalelne, onda se takav sistem naziva: - ANTIFEROMAGNETIK -.
— U najopštijem slučaju nekoliko podrešetki sa spinovima različitih veličina i različitih orijentacija po podrešetkama čine magnetni materijal koji se naziva - FERIMAGNETIK -.

Specijalan slučaj ferimagnetika koji čine kristali sa više podrešetki i različitih spinova, ali su svi spinovi u svim podrešetkama međusobno paralelni, u literaturi su poznati kao ferimagnetici sa „n" podrešetki.

I.2. HAJZENBERGOV MODEL

U prethodnom paragrafu videli smo da su spinovi elektrona nepopunjenih unutrašnjih ljuski odgovorni za pojavu magnetizma. Važno je napomenuti, da iako svaki elektron ima spin $S=\frac{1}{2}$ to ne znači da elektroni nepopunjenih ljuski učestvuju u magnetnim fenomenima sa svojim spinovima individualno.

U slučaju kada su svi atomi vezani u kristalu, u zavisnosti od prirode sile kojom su vezani atomi, svi elektroni nepopunjene ljuske stvaraju jedan sumarni - EFEKTIVNI SPIN LJUSKI -.

Ovi efektivni spinovi i interakcija između njih, obrazuju magnetni kristal koji ne mora da se poklapa sa hemijskom kristalnom rešetkom.

Efektivni spin se može eksperimentalno odrediti, kod kristala posebno. Primer – eksperimentalno je određeno činjenica, da efektivni spin nije zbir svih spinova svih elektrona-3d-ljuski, nego spin jednog dela ovih elektrona koji svoje spinove nisu sparili antiparalelno.

Možemo konstantovati da se u magnetizmu mora raditi sa spinovima jednakim i većim od $\frac{1}{2}$, pa je zato neophodno upoznati se sa osobinama spinskih operatora spin proizvoljnog intenziteta (S).

Spin je čisto kvantno mehaničko svojstvo elementarnih čestica, a može da se shvati kao neki unutrašnji moment elementarnih čestica. Ovakvo shvatanje spina, u sebi sadrži negaciju elementarnosti čestica, ali ona bar u nekim elementima sebe potpuno opravdava. Ukoliko spin shvatimo kao moment, a komutacione relacije za spinske operatore definišemo kao komutacione relacije za komponente momenta, tada to ne dolazi u protivurečnost (kontradiktornost) niti sa eksperimentom niti sa

preciznijim teorijama spina kao efekta relativističkih kvantno-mehaničkih fenomena.
Pošto je operator spina vektorski operator, to ga možemo napisati kao zbir vektora duž komponenata pravouglog koordinatnog sistema.

$$\vec{S} = S^x \vec{i} + S^y \vec{j} + S^z \vec{k} \qquad \text{I.2.1.}$$

$\vec{i}, \vec{j}$ i $\vec{k}$ su ortovi pravouglog sistema, a
S^x; S^y i S^z su komponente spina.
Komutacione relacije za spinske operatore po analogiji sa vektorskim proizvodima ortova osa;(

$$\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}\ ;\ \vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}\ ;\ \vec{k} \times \vec{i} = \vec{j} \qquad \text{I.2.2.}$$

u našem slučaju biće:

$$[S^x, S^y] = iS^z\ ;\ [S^y, S^z] = i \cdot S^x\ ;\ [S^z, S^x] = iS^y \qquad \text{I.2.3.}$$

Ovde treba primetiti da su komutacione relacije (I.2.3.) ustvari opšte komutacione relacije za komponente momenta u kvantnoj mehanici ispisane u sistemu jedinica $\hbar = c = 1$.
Spinske operatore možemo transformisati potpuno po analogiji sa komutacionim relacijama za orbitalni moment elektrona. Iz teorije orbitalnog momenta znamo, ako Z-osu odaberemo za osu kvantizacije, tada operatori ($L^+ = L^x + iL^y$ i $L^- = L^x - iL^y$) delujući u sistemu svojstvenih funkcija operatora L^z povećavaju odnosno smanjuju L^z projekciju za jedinicu.
Treba reći da operator L^+ povećava, a L^- smanjuje projekciju.
Time uvođenje operatora S^+ i S^- ($S^+ = S^x + iS^y$; $S^- = S^x - iS^y$) ima fizičkog smisla jer su upravo oni odgovorni za menjanje veličine Z projekcije.
Pošto smo magnet shvatili kao sistem uređenih spinova ali tako da u osnovnom stanju Z projekcije svih spinova imaju

maksimalnu vrednost S (S-je intenzitet spina), a pobuđenje kao narušavanje toga reda u osnovnom stanju, onda se promena vrednosti Z projekcije spina opravdava operatorima (S^+ i S^-).
Komutacione relacije za S^+ i S^- su:

$$S^+S^- = (S^x + iS^y)(S^x - iS^y) = (S^x)^2 + (S^y)^2 - i[S^x, S^y]$$

$$S^-S^+ = (S^x - iS^y)(S^x + iS^y) = (S^x)^2 + (S^y)^2 + i[S^x, S^y]$$

Posle oduzimanja ovih relacija i zamene vrednosti za komutator $[S^x, S^y]$ iz (I.2.3.) dobijamo:

$$[S^+, S^-] = 2S^z \qquad \text{I.2.4.}$$

A nakon sabiranja gornjih relacija dobijamo:

$$[S^+, S^-] = 2(S^x)^2 + 2(S^y)^2 = 2[(S^x)^2 + (S^y)^2 + (S^z)^2] - 2(S^z)^2 \text{ tj.}$$

$$[S^+, S^-] = 2S(S+1) - 2(S^z)^2 \qquad \text{I.2.5.}$$

Rezultat (I.2.5.) je izveden uz činjenicu da su svojstvene vrednosti kvadrata operatora (S) date kao $S(S+1)$, kao i u teoriji orbitalnog momenta.
Pošto je magnet shvaćen kao sistem uređenih spinova ali na raznim čvorovima kristalne rešetke, to je u tom smislu neophodno spinske operatore snabdeti još jednim indeksom koji bi označavao čvor rešetke u kome se nalazi atom.
Za razne čvorove, spinski operatori deluju svaki u svom prostoru talasnih funkcija i lako je uočiti da zato za različite čvorove spinski operatori moraju da komutiraju.
Zato obeležimo sa $\vec{n}$ i $\vec{m}$ dva različita čvora rešetke i sa $\vec{S}_{\vec{n}}$ i $\vec{S}_{\vec{m}}$ spinove u tim čvorovima.
Sada se postavlja pitanje; kakav oblik treba da ima hamiltonijan sistema uređenih spinova po čvorovima rešetke?
Poznato nam je da hamiltonijan kao operator energije mora biti skalarna veličina. Sasvim je očigledno da je hamiltonijan za dva spina na dva čvora rešetke $\vec{n}$ i $\vec{m}$ proporcionalan

skalarnom proizvodu $\hat{S}_{\vec{n}} \cdot \hat{S}_{\vec{m}}$ spinova u pomenutim čvorovima.
Koeficijent proporcionalnosti je posledica sila izmene između elektrona, oznaka $I_{\vec{n},\vec{m}}$ a naziva se INTEGRAL IZMENE.
Sobzirom da je za dva čvora $H_{\vec{n}\vec{m}} = -\frac{1}{2} I_{\vec{n}\vec{m}} \hat{S}_{\vec{n}} \cdot \hat{S}_{\vec{m}}$, jasno je da će ukupni hamiltonijan kristala biti suma izraza $H_{\vec{n}\vec{m}}$ po svim čvorovima rešetke:

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{\vec{n}\vec{m}} I_{\vec{n}\vec{m}} \hat{S}_{\vec{n}} \cdot \hat{S}_{\vec{m}} \qquad (\vec{n} \neq \vec{m}) \qquad \text{I.2.6.}$$

Znak (-) je izabran zbog toga da bi sistem imao negativnu energiju osnovnog stanja (sistem u potencijalnoj jami), faktor $(\frac{1}{2})$ dolazi usled toga, što je interakcija u smeru $\vec{m}\vec{n}$ ista kao interakcija u smeru $\vec{n}\vec{m}$ tj. bez jedne polovine energija bi bila udvostručena.
Neka se posmatrani sistem nalazi u spoljašnjem magnetnom polju $(\vec{H})$ tada hamiltonijan (I.2.6.) dobija dodatni član koji dolazi usled prisustva magnetnog polja, a predstavlja sumu energija po čvorovima. Pošto se spinovi uvek orijentišu duž magnetnog polja to je energija koja dolazi usled prisustva magnetnog polja data izrazom: $(-\mu \hat{S}_{\vec{n}} \cdot \vec{H} = -\mu S^z_{\vec{n}} \cdot H)$ za jedan čvor rešetke a za ceo kristal očigledno biće data kao suma po svim čvorovima:

$$\delta H = -\mu \cdot H \sum_{\vec{n}} S^z_{\vec{n}} \qquad \text{I.2.7.}$$

Uzmimo z osu za osu kvantizacije, tada će kompletan hamiltonijan sistema za sistem spinova u magnetnom polju biti:

$$H = -\mu \cdot H \sum_{\vec{n}} S^z_{\vec{n}} - \frac{1}{2} \sum_{\vec{n}\vec{m}} I_{\vec{n}\vec{m}} \hat{S}_{\vec{n}} \cdot \hat{S}_{\vec{m}} \qquad \text{I.2.8.}$$

μ - je magnetni moment atoma dat u borovim magnetonima.
Hamiltonijan dat izrazom (I.2.8.) je hamiltonijan Hajzenbergovog izotropnog modela. Kao što smo napomenuli $I_{\vec{n}\vec{m}}$ su integrali izmene a moraju biti simetrične funkcije koeficijenata $\vec{n}$ i $\vec{m}$
tj.

$$I_{\vec{n}\vec{m}} = I_{\vec{m}\vec{n}} \qquad \text{I.2.9.}$$

i zavise od intenziteta razlike $|\vec{n}-\vec{m}|$.
Ovo je razumljivo zbog toga što su $I_{\vec{n}\vec{m}}$ došli usled sila između elektrona, koje su centralnog karaktera (Kulonove sile), energija $I_{\vec{n}\vec{m}}$ je energija izmene između elektrona. Izračunavanjem ovih veličina opštim računima dobili bi smo eksplicitni oblik integrala izmene.
Pri izračunavanju integrala izmene, do danas nikakvo modeliranje ovih talasnih funkcija nije dalo zadovoljavajuće rezultate.
Razlog tome su, slabo definisane talasne funkcije elektrona nepopunjenih atomskih ljuski za atome vezane u kristal.
Na sadašnjem stadijumu razvoja teorije, veiličine $I_{\vec{n}\vec{m}}$ se uzimaju kao fenomenološki parametri.
Iz eksperementalnih rezultata na temperaturi prelaza feromagnetika imamo podatke :

a) Za jake feromagnetike su reda veličine $1000\ K_b$.
b) Za lantanide (retke zemlje) su reda veličine $100\ K_b$.

Finija eksperimentalna ispitivanja, dovode do zaključka da integrali izmene EKSPONENCIJALNO opadaju sa porastom veličine $|\vec{n}-\vec{m}|$.
Zato možemo u teoriji magnetizma prihvatiti aproksimaciju najbližih suseda, smatrajući je uz to za veoma dobru i realnu aproksimaciju.
Postoji više raznih načina na kojima se može generalisati hamiltonijan (I.2.8.).
Ako posmatrani kristal ima složenu magnetnu ćeliju tada se hamiltonijan sistema za više podrešetki dobija odgovarajućim usložnjavanjem vektora $\vec{m}$ i $\vec{n}$ u hamiltonijanu (I.2.8)

$$\vec{n} \rightarrow \vec{n}+\vec{r}_\alpha \quad i \quad \vec{m} \rightarrow \vec{m}+\vec{r}_\beta \qquad I.2.10.$$

pri čemu su $\vec{n}$ i $\vec{m}$ u ovom slučaju vektori složene ćelije a vektori $\vec{r_\alpha}$ i $\vec{r_\beta}$ vektori atoma unutar ćelije. Ako α i β uzimaju samo dve vrednosti bio bi feromagnetik sa dve podrešetke.
Ako želimo da uzmemo u obzir efekat, da atomi na povišenim temperaturama počinju da osciluju oko svojih ravnotežnih položaja, tada u hamiltonijanu (I.2.8.) treba razložiti integral izmene po stepenima pomeraja atoma iz njihovih ravnotežnih položaja.
Oscilovanje atoma karakterišu kvazičestice nazvane FONONI.
Ukoliko u račun ubacimo ranije pomenuti efekat, na opisani način naš hamiltonijan bi bio još opštiji, i koji bi pored članova datih u formuli (I.2.8.) sadržao i hamiltonijan sistema fonona i hamiltonijan interakcije.
Magnetni materijali, kao što nam je poznato, su uglavnom metali, koji pored lokalizovanih spinova u 3d ljuskama imaju slobodne (valentne) elektrone sa svojim spinovima.
Između sistema lokalizovanih elektrona i sistema valentnih elektrona, u metalima, uvek postoji interakcija.
Model koji uzima u obzir ovu interakciju naziva se (S-d) model, ili model VONSOVSKOG, [detalje vidi u referenci (1)].
Pored interakcije izmene između spinova, kao što smo ranije naveli egzistira i tzv. dipol-dipolna interakcija. Dipol-dipolna interakcija je za dva reda veličine manja od interakcije izmene.
Ako uzmemo u obzir i dipol-dipolnu interakciju ona će generalisati formulu (I.2.8.).
Ta generalizacija se sastoji u tome što se na desnoj strani dodaju dopunski članovi koji karakterišu dipol-dipolnu interakciju. Ovaj model je tzv. Hajzembergov model sa dipolnom interakcijom [detalje vidi u referenci (1)].

Za sada zadržimo se na hamiltonijanu (I.2.8) tj. na Hajzenbergovom modelu feromagnetika sa prostom rešetkom.
Procesi u feromagnetiku sastoje se u „narušavanju" uređenosti sistema usled mehaničkih dejstava ili porasta temperature. S druge strane to znači otklanjanje Z-projekcije spinova po čvorovima od maksimalne vrednosti $(S^z)_{max} = S$.
Hamiltonijan (I.2.8) treba izraziti pomoću operatora S^+ i S^-, koji povećavaju odnosno smanjuju Z-projekciju i operatora $(S-S^z)$ koji predstavlja meru odstupanja Z-projekcije od njene maksimalne vrednosti.
Kako je:

$$S^+ = S^x + iS^y \quad ; \quad S^- = S^x - iS^y \qquad \text{I.2.11.}$$

odavde relativno lako nalazimo:

$$S^x = \frac{S^+ + S^-}{2} \quad ; \quad S_y = \frac{S^+ - S^-}{2i} \qquad \text{I.2.12.}$$

Sada možemo izraz (I.2.8.) transformisati na sledeći način:

$$H = -\mu\mathcal{H}\sum_{\vec n} S^z_n - \frac{1}{2}\sum_{\vec n\vec m} I_{\vec n\vec m}\,\hat{\vec S}_{\vec n}\cdot\hat{\vec S}_{\vec m} =$$

$$= \mu\mathcal{H}\sum_{\vec n}[S-(S-S^z_n)] - \frac{1}{2}\sum_{\vec n\vec m} I_{\vec n\vec m}(S^x_{\vec n} S^x_{\vec m} + S^y_{\vec n} S^y_m + S^z_{\vec n} S^z_{\vec m}) =$$

$$= -\mu\mathcal{H}S\sum_{\vec n} 1 + \mu\mathcal{H}\sum_{\vec n}(S-S^z_n) - \frac{1}{2}\sum_{\vec n\vec m} I_{\vec n\vec m}\cdot\frac{1}{4}\left[(S^+_{\vec m}+S^-_{\vec m})(S^+_{\vec n}+S^-_{\vec n}) - (S^+_{\vec n}-S^-_{\vec n})(S^+_{\vec m}-S^-_{\vec m})\right]$$

$$- \frac{1}{2}\sum_{\vec n\vec m} I_{\vec n\vec m}[S-(S-S^z_n)][S-(S-S^z_{\vec m})] =$$

$$= -\mu\mathcal{H}S\sum_{\vec n} 1 - \frac{1}{2}S^2\sum_{\vec n\vec m} I_{\vec n-\vec m} + \frac{S}{2}\sum_{\vec n\vec m} I_{\vec n\vec m}(S-S^z_n) + \frac{S}{2}\sum_{\vec n\vec m} I_{\vec n\vec m}(S-S^z_{\vec m}) -$$

$$-\frac{1}{4}\sum_{\vec n\vec m} I_{\vec n-\vec m}(S^-_{\vec n}S^+_{\vec m} + S^-_{\vec m}S^+_n) - \frac{1}{2}\sum_{\vec n\vec m} I_{\vec n-\vec m}(S-S^z_{\vec n})(S-S^z_{\vec m}) \qquad \text{I.2.13.}$$

$\sum_{\vec{n}} 1 = N$, gde je N broj atoma u kristalu.

$$\sum_{\vec{n}\vec{m}} I_{\vec{n}-\vec{m}} = \sum_{\substack{\vec{n}\vec{l} \\ (\vec{l}=\vec{n}-\vec{m})}} I_{\vec{l}} \sum_{\vec{l}} I_{\vec{l}} \sum_{\vec{n}} 1 = N \sum_{\vec{l}} I_{\vec{l}} = N J_0$$

gde je $\quad J_0 = \sum_{\vec{l}} I_{\vec{l}}$ $\qquad$ I.2.14.

$$\sum_{\vec{n}\vec{m}} I_{\vec{n}-\vec{m}}(S-S^z_{\vec{n}}) = \sum_{\vec{n}\vec{l}} I_{\vec{l}}(S-S^z_{\vec{n}}) = \sum_{\vec{n}}(S-S^z_{\vec{n}})\sum_{\vec{l}} I_{\vec{l}} = J_0 \sum_{\vec{n}}(S-S^z_{\vec{n}})$$

$$\sum_{\vec{n}\vec{m}} I_{\vec{n}-\vec{m}}(S-S^z_{\vec{m}}) = \sum_{\vec{n}\vec{m}} I_{\vec{m}-\vec{n}}(S-S^z_{\vec{n}}) = \sum_{\vec{n}\vec{m}} I_{\vec{n}-\vec{m}}(S-S^z_{\vec{n}}) = J_0 \sum_{\vec{n}}(S-S^z_{\vec{n}})$$

Iz ovoga se lako dobija:

$$-\sum_{\vec{n}\vec{m}} I_{\vec{n}-\vec{m}}(S^-_{\vec{n}} S^+_{\vec{m}} + S^-_{\vec{m}} S^+_{\vec{n}}) = 2\sum_{\vec{n}\vec{m}} I_{\vec{n}-\vec{m}} S^-_{\vec{n}} S^+_{\vec{m}}$$

Na osnovu svega prethodnog imamo:

$$H = -N(\mu \cdot \mathcal{H} \cdot S + \tfrac{1}{2} J_0 S^2) - \tfrac{1}{2}\sum_{\vec{n}\vec{m}} I_{\vec{n}\vec{m}}(S-S^z_{\vec{n}})(S-S^z_{\vec{m}}) + (\mu\mathcal{H} + SJ_0)\sum_{\vec{n}}(S-S^z_{\vec{n}}) -$$
$$-\tfrac{1}{2}\sum_{\vec{n}\vec{m}} I_{\vec{n}\vec{m}} S^-_{\vec{n}} S^+_{\vec{m}}$$ ili kraće

$$H = H_0 + H_2 + H_4 \qquad \text{I.2.15.}$$

pri čemu je:

$$H_0 = -N(\mu\mathcal{H}S + \tfrac{1}{2}J_0 S^2) \qquad \text{I.2.16.}$$
$$H_2 = (\mu\mathcal{H} + SJ_0)\sum_{\vec{n}}(S-S^z_{\vec{n}}) - \tfrac{1}{2}\sum_{\vec{n}\vec{m}} I_{\vec{n}\vec{m}} S^-_{\vec{n}} S^+_{\vec{m}} \qquad \text{I.2.17.}$$
$$H_4 = -\tfrac{1}{2}\sum_{\vec{n}\vec{m}} I_{\vec{n}\vec{m}}(S-S^z_{\vec{n}})(S-S^z_{\vec{m}}) \qquad \text{I.2.18.}$$

Time nam je hamiltonijan sistema Hajzembergovog feromagnetika izražen preko operatora koji odgovaraju fizičkim procesima u sistemu uređenih spinova tj. preko $(S^+$ i $S^-)$.

I. 3. OSOBINE SPINSKIH TALASA

Spinski operatori koji figurišu u hamiltonijanu (I.2.15.) imaju komplikovane komutacione relacije (vidi I.2.5), pa se zato da bi se ispitale bar kvalitativno, osobine pobuđenja u feromagnetiku, išlo na izvesne aproksimacije od kojih je do danas najbolja tzv. BLOHOVA APROKSIMACIJA.

Blohova aproksimacija, sastoji se u tome što se sam hamiltonijan (I.2.17.) uzima kao reprezentant Hajzenbergovog feromagnetika, i u tom hamiltonijanu se spinski operatori zamenjuju BOZONSKIM operatorima po formuli:

$$
\begin{aligned}
S - S_n^z &= B_n^+ B_n \\
S_n^- &= \sqrt{2S}\ B_n^+ \\
S_n^+ &= \sqrt{2S}\ B_n
\end{aligned}
\qquad \text{I.3.1.}
$$

Pre nego što pređemo na analizu hamiltonijana u Blohovoj aproksimaciji razmotrićemo u kojim je fizičkim situacijama Blohova aproksimacija dobra.

To se može oceniti na osnovu relacije: $S - S_n^z = B_n^+ B_n$.

Kao što se zna projekcija spina S_n^z uzima vrednosti od $S_n^z = S$ do $-S$, a to znači da se veličina $S - S_n^z$ menja od: $0, 1, 2, \ldots, 2S$. Bozonski okupacioni broj $B_n^+ B_n$, kome je prema Blohovoj aproksimaciji ravna veličina $S - S_n^z$, može uzimati sve cele vrednosti od $0, 1, 2, 3, \ldots, \infty$. Na osnovu ovoga očigledno je da je Blohova aproksimacija dobra sve dotle dok broj pobuđenja (na čvoru rešetke) nije veći od $2S$. Ovakva situacija se praktično realizuje na niskim temperaturama, pa je zato Blohova aproksimacija dobra na niskim temperaturama a pogrešna na visokim.

Ako u skladu sa Blohovom aproksimacijom izvršimo zamene u hamiltonijanu on postaje:

$$H_2 = (\mu \mathcal{H} + S J_0) \sum_{\vec{n}} B^+_{\vec{n}} B_{\vec{n}} - S \sum_{\vec{n}\vec{m}} I_{\vec{n}\vec{m}} B^+_{\vec{n}} B_{\vec{m}} \qquad \ldots\ldots I.3.2.$$

Ako u ovom hamiltonijanu izvršimo Furije transformaciju Boze operatora:

$$B^+_{\vec{n}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\vec{k}} B^+_{\vec{k}} e^{-i\vec{k}\vec{n}}$$

$$\ldots\ldots I.3.3.$$

$$B_{\vec{n}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\vec{k}} B_{\vec{k}} e^{i\vec{k}\vec{n}}$$

Zamenom (I.3.3.) u (I.3.2.) imamo:

$$H_2 = \frac{1}{N}(\mu \mathcal{H} + S J_0) \sum_{\vec{k}\vec{k}'} B^+_{\vec{k}'} B_{\vec{k}} \sum_{\vec{n}} e^{i\vec{n}(\vec{k}-\vec{k}')} - \frac{S}{N} \sum_{\vec{k}\vec{k}'} B^+_{\vec{k}'} B_{\vec{k}} \sum_{\vec{n}\vec{m}} I_{\vec{n}-\vec{m}}\, e^{i(\vec{k}\vec{m}-\vec{k}'\vec{n})}$$

i zbog:

$$\sum_{\vec{n}\vec{m}} I_{\vec{n}-\vec{m}}\, e^{i\vec{k}\vec{m}-i\vec{k}'\vec{n}} = \sum_{\vec{l}} I_{\vec{l}}\, e^{-i\vec{k}\vec{l}} \sum_{\vec{n}} e^{i\vec{n}(\vec{k}-\vec{k}')}$$

$$\vec{n}-\vec{m}=\vec{l}$$

uvedimo oznaku:

$$\sum_{\vec{l}} I_{\vec{l}} \cdot e^{-i\vec{k}\vec{l}} = \sum_{\vec{n}} I_{\vec{n},0}\, e^{-i\vec{k}\vec{n}} = J_{\vec{k}} \qquad \ldots\ldots I.3.4.$$

kako je: $\sum_{\vec{n}} e^{i\vec{n}(\vec{k}-\vec{k}')} = N\delta_{\vec{k},\vec{k}'}$

za H_2 konačno dobijamo izraz:

$$H_2 = \sum_{k} \left[\mu \mathcal{H} + S(J_0 - J_{\vec{k}})\right] B^+_{\vec{k}} \cdot B_{\vec{k}} \qquad \ldots\ldots I.3.5.$$

Energiju jednog spinskog talasa (jedne kvazi čestice) dobijamo parcijalnim diferenciranjem (H_2) po okupacionom broju $B^+_{\vec{k}} B_{\vec{k}}$, iz (I.3.5) sledi:

$$\frac{\partial H_2}{\partial B^+_{\vec{k}} B_{\vec{k}}} = \mu \mathcal{H} + S(J_0 - J_{\vec{k}}) = E_{\vec{k}} \qquad \ldots\ldots I.3.6.$$

Ako se ograničimo trodimenzionalnim kristalom proste kubne strukture i aproksimacijom najbližih suseda onda možemo pisati:

$$J_0 = 6I \ ; \ J_{\vec{k}} = 2I\,(\cos k_x a + \cos k_y a + \cos k_z a) \quad \cdots\cdots \text{I.3.7.}$$

gde je: I - vrednost integrala izmene za najbliže susede ,

a - konstanta rešetke.

Tada izraz (I.3.6.) prelazi očigledno u:

$$E_{\vec{k}} = \mu H + 6SI - 2SI\,(\cos k_x a + \cos k_y a + \cos k_z a) \quad \cdots\cdots \text{I.3.8.}$$

Ako se ograničimo na oblast malih talasnih vektora

$$k_i a \ll 1 \quad ; \quad i = x, y, z .$$

tada se svaki od kosinusa može razviti u red po formuli :

$$\cos k_i a \cong 1 - \frac{1}{2} k^2 a^2 \quad \cdots\cdots \text{I.3.9.}$$

pa zakon disperzije (I.3.6.) postaje :

$$E_{\vec{k}} = \mu H + SI\,a^2 k^2 \quad ; \quad k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 . \quad \cdots\cdots \text{I.3.10}$$

U slučaju da je spoljašnje magnetno polje ravno nuli , zakon disperzije se može napisati kao:

$$E_{\vec{k}} = SI\,a^2 k^2 = \frac{\hbar^2 k^2}{\frac{\hbar^2}{SIa^2}} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \quad \cdots\cdots \text{I.3.11.}$$

$$m^* = \frac{\hbar^2}{SIa^2} \quad \cdots\cdots \text{I.3.12.}$$

Kao što vidimo energija spinskih talasa, u oblasti malih talasnih vektora, predstavlja kinetičku energiju nekakvih kvazi čestica sa efektivnom masom $m^* = \frac{\hbar^2}{2SIa^2}$.

Na osnovu toga spinski talasi se u teoriji vrlo često razmatraju kao skup kvazi čestica koje se nazivaju MAGNONI i čija je masa m^*.

GLAVA II

UTICAJ PRIMESE U HAJZENBERG-ovom FEROMAGNETIKU

II. 1. Formiranje hamiltonijana feromagnetika sa primesom.

II. 2. Sistem jednačina za funkcije Gren-a.

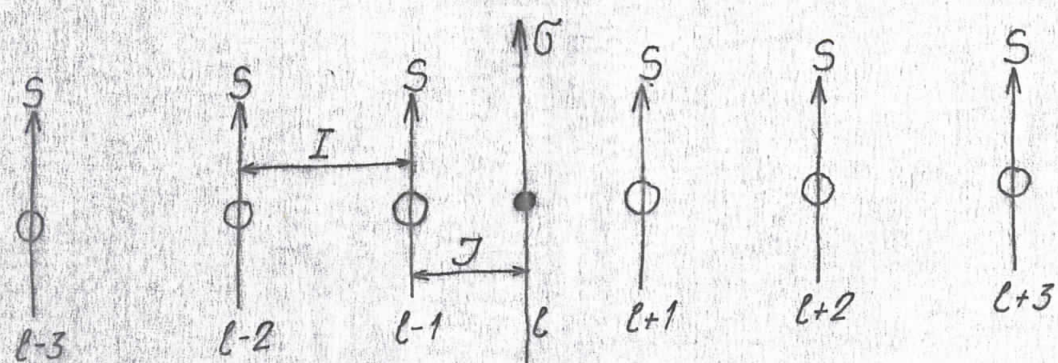
II. 3. Analiza jednodimenzionih slučajeva.

II. 1. FORMIRANJE HAMILTONIJANA FEROMAGNETIKA SA PRIMESOM

Sva dosadašnja razmatranja koja su vršena u glavi I odnose se na kristal sa idealnom strukturom, (beskonačan kristal, čije su sve translacione karakteristike invarijantne).

Ako u kristalu postoji neko narušavanje simetrije; npr. kristal ima granicu vakancije, umetnuti atomi (primese), povišena temperatura idr., tada se translaciona invarijantnost narušava, zakon održanja impulsa prestaje da važi, a na takvim mestima narušavanja strukture uvek treba računati sa nekim dopunskim graničnim uslovima.

Posmatrajmo jednodimenzioni sloj tj. sistem spinova (S) sl. 1 i neka se na mestu (ℓ) nalazi primesni atom, čiji je spin obeležen sa (σ).



sl. br. 1

Hamiltonijan sistema možemo napisati u obliku:

$$H = -\mu H \sum_{n \neq \ell} S_n^z - \tilde{\mu} H \sigma_\ell^z - \frac{1}{2} I \sum_{n \neq \ell, \ell-1, \ell+1} \vec{S}_n \left(\vec{S}_{n+1} + \vec{S}_{n-1} \right) - \frac{1}{2} J \vec{\sigma}_\ell \left(\vec{S}_{\ell+1} + \vec{S}_{\ell-1} \right) -$$

$$- \frac{1}{2} J S_{\ell-1} \sigma_\ell - \frac{1}{2} I \vec{S}_{\ell-1} \vec{S}_{\ell-2} - \frac{1}{2} I \vec{S}_{\ell+1} \vec{S}_{\ell+2} - \frac{1}{2} J \vec{S}_{\ell+1} \sigma_\ell \qquad \text{..... II. 1.1.}$$

Sredimo li malo izraz (II.1.1.) imaćemo:

$$H=-\tilde{\mu}\mathcal{H}\sigma_l^z+\mu\mathcal{H}S_l^z-\mu\mathcal{H}\sum_n S_n^z-\frac{1}{2}J\vec{\sigma}_l\vec{S}_{l+1}-\frac{1}{2}J\vec{\sigma}_l\vec{S}_{l-1}-\frac{1}{2}J\vec{S}_{l-1}\vec{\sigma}_l-$$

$$-\frac{1}{2}I\vec{S}_{l-1}\vec{S}_{l-2}-\frac{1}{2}I\vec{S}_{l+1}\vec{S}_{l+2}-\frac{1}{2}J\vec{S}_{l+1}\vec{\sigma}_l+\frac{1}{2}I\{\vec{S}_l(\vec{S}_{l+1}+\vec{S}_{l+1})+$$

$$+\vec{S}_{l-1}(\vec{S}_l+\vec{S}_{l-2})+\vec{S}_{l+1}(\vec{S}_{l+2}+\vec{S}_l)\}-\frac{1}{2}I\sum_n\vec{S}_n(\vec{S}_{n+1}+\vec{S}_{n-1}) \quad \ldots\ldots \text{II}.1.2.$$

Odavde (formula II.1.2.) vidimo da nam se pojavljuju članovi koji potiču od deformacije izazvane prisustrom primese, pa totalni hamiltonijan sredimo na oblik $H=H_{id.}+H_{def.}$ Relativno lako se pokazuje da je (H_{id}), koji potiče od dela bez primese,:

$$H_{id}=-\mu\mathcal{H}\sum_n S_n^z-\frac{1}{2}I\sum_n\vec{S}_n(\vec{S}_{n+1}+\vec{S}_{n-1}) \quad \ldots\ldots \text{II}.1.3.$$

Deo koji potiče od dela sa primesom je:

$$H_{def}=\mu\mathcal{H}S_l^z-\tilde{\mu}\mathcal{H}\sigma_l^z+(I\vec{S}_l-J\vec{\sigma}_l)(\vec{S}_{l+1}+\vec{S}_{l-1}) \quad \ldots\ldots \text{II}.1.4.$$

Kao što nam je poznato u osnovnom stanju, (z) projekcije svih spinova u kristalnoj rešetki, imaju vrednost jednaku intenzitetu spina (S).

Zbog prisustva primese ili porasta temperature z-projekcija se otklanja od maksimalne vrednosti i može uzeti samo (2S+1) vrednost i to:

$$S,\ S-1,\ S-2,\ \ldots\ldots,\ -S+1,\ -S$$

Za izučavanje pojava u feromagnetiku treba što tačnije odrediti veličinu ovih otklanjanja, kao funkciju onog uzroka (primesa, temperatura, ...) koji je doveo do otklanjanja projekcije od njihovih maksimalnih vrednosti.

Hamiltonijan treba izraziti preko operatora koji menjaju vrednost z-projekcije, to su operatori S^+ i S^- a izražavaju realni fizički proces u feromagnetiku.

Odstupanje z-projekcije od njene maksimalne vrednosti može da se meri, a mera odstupanja je operator $(S-S_n^z)$.

Hamiltonijan ćemo transformisati tako da u njemu figurišu samo operatori $(S^+; S^-; S-S_n^z)$.

Kako je $S_n^z = S-(S-S_n^z)$ .... II.1.5.

to imamo:

$$-\mu H\sum_n S_n^z = -\mu H\Big[\sum_n S-\sum_n(S-S_n^z)\Big] =$$

$$= -\mu HNS+\mu H\sum_n(S-S_n^z) \qquad \text{.......... II.1.6.}$$

Pritom smo uzeli u obzir da je: $\sum_n S = S\sum_n 1 = SN$.

Sobzirom na (II.1.5.) imamo:

$$\mu H S_l^z-\tilde{\mu}H\sigma_l^z = \mu H[S-(S-S_l^z)]-\tilde{\mu}H[\sigma-(\sigma-\sigma_l^z)] =$$

$$= \mu HS-\tilde{\mu}H\sigma+\tilde{\mu}H(\sigma-\sigma_l^z)-\mu H(S-S_l^z) \qquad \text{....... II.1.7.}$$

Za transformacije koje slede koristićemo izraze (I.2.12.) u obliku:

$$S_a^x = \frac{1}{2}(S_a^+ + S_a^-)$$

$$S_a^y = \frac{1}{2i}(S_a^+ - S_a^-)$$

$$S_b^x = \frac{1}{2}(S_b^+ + S_b^-)$$

$$S_b^y = \frac{1}{2i}(S_b^+ - S_b^-)$$

Najpre odredimo čemu je jednako $(\vec{S}_a\cdot\vec{S}_b)$

Koristeći (I.2.1.) nalazimo:

$$\vec{S}_a\cdot\vec{S}_b=(\vec{S}_{a\vec{i}}+\vec{S}_{a\vec{j}}+\vec{S}_{a\vec{k}})(\vec{S}_{b\vec{i}}+\vec{S}_{b\vec{j}}+\vec{S}_{b\vec{k}})=S_a^x S_b^x+S_a^y S_b^y+S_a^z S_b^z$$

posle izvesnog računanja dobijamo za:

$$S_a^x S_b^x+S_a^y S_b^y=\frac{1}{2}(S_a^+ S_b^- + S_a^- S_b^+) \quad \text{II.1.8.}$$

i

$$S_a^z S_b^z=S^2-S(S-S_a^z)-S(S-S_b^z)+(S-S_a^z)(S-S_b^z) \quad \text{II.1.9.}$$

tj.

$$\vec{S}_a\cdot\vec{S}_b=\frac{1}{2}(S_a^+ S_b^- + S_a^- S_b^+)+S^2-S(S-S_a^z)-S(S-S_b^z)+(S-S_a^z)(S-S_b^z)$$

$a\neq b$

pri čemu član, $(S-S_a^z)(S-S_b^z)$ zanemarujemo.

Tada imamo za:

$$-\frac{1}{2}I\sum_n \vec{S}_n\vec{S}_{n+1}=-\frac{1}{4}I S_n^- S_{n+1}^+ -\frac{1}{4}I S_{n+1}^- S_n^+ -\frac{1}{2}IS^2\sum_n 1 +$$

$$+\frac{1}{2}SI\sum_n(S-S_n^z)+\frac{1}{2}SI\sum_n(S-S_{n+1}^z)$$

i analogno:

$$-\frac{1}{2}I\sum_n \vec{S}_n\vec{S}_{n-1}=-\frac{1}{4}I S_n^- S_{n-1}^+ -\frac{1}{4}I S_{n-1}^- S_n^+ -\frac{1}{2}IS^2\sum_n 1 +$$

$$+\frac{1}{2}SI\sum_n(S-S_n^z)+\frac{1}{2}SI\sum_n(S-S_{n-1}^z)$$

što konačno daje:

$$-\frac{1}{2}I\sum_n \vec{S}_n(\vec{S}_{n+1}+\vec{S}_{n-1})=-NIS^2+2SI\sum_n(S_1-S_n^z)-\frac{1}{2}I\sum_n S_n^-(S_{n+1}^+ + S_{n-1}^-) \quad \text{II.1.10.}$$

Dalje imamo daje:

$$I\vec{S}_e\vec{S}_{e+1}=IS^2+\frac{1}{2}I(S_e^- S_{e+1}^+ + S_{e+1}^- S_e^+)-IS(S-S_e^z)-IS(S-S_{e+1}^z)$$

$$I\vec{S}_e\vec{S}_{e-1}=IS^2+\frac{1}{2}I(S_e^- S_{e-1}^+ + S_{e-1}^- S_e^+)-IS(S-S_e^z)-IS(S-S_{e-1}^z)$$

Odavde posle sabiranja i sređivanja prethodnih izraza imamo:

$$I\vec{S}_l(\vec{S}_{l+1}+\vec{S}_{l-1}) = 2IS^2 + IS_l^-(S_{l+1}^- + S_{l-1}^-) - 2IS(S-S_l^z) -$$

$$-IS(S-S_{l+1}^z) - IS(S-S_{l-1}^z) \quad \ldots\ldots\ldots \text{II}.1.11.$$

Koristeći izraze (II.1.8.) i (II.1.9) možemo odmah pisati:

$$\sigma_a^z S_b^z = [\sigma-(\sigma-\sigma_a^z)][S-(S-S_b^z)] = \sigma S - S(\sigma-\sigma_a^z) - \sigma(S-S_b^z) + (\sigma-\sigma_a^z)(S-S_b^z)$$

Izraz aproksimiramo tako što stavimo da je $(\sigma_a-\sigma_a^z)(S-S_b^z)=0$ iz istih razloga kao iranije.

Sada imamo za:

$$-J\vec{\sigma}_l\vec{S}_{l+1} = -J\sigma S + JS(\sigma-\sigma_l^z) + J\sigma(S-S_{l+1}^z) - \tfrac{1}{2}J(\sigma_l^- S_{l+1}^+ + S_{l+1}^-\sigma_l^+)$$

i

$$-J\vec{\sigma}_l\vec{S}_{l-1} = -J\sigma S + JS(\sigma-\sigma_l^z) + J\sigma(S-S_{l-1}^z) - \tfrac{1}{2}J(\sigma_l^- S_{l-1}^+ + S_{l-1}^-\sigma_l^+)$$

ili konačno:

$$-J\vec{\sigma}_l(\vec{S}_{l+1}+\vec{S}_{l-1}) = -2J\sigma S + 2JS(\sigma-\sigma_l^z) + J\sigma(S-S_{l+1}^z) + J\sigma(S-S_{l-1}^z) -$$

$$-\tfrac{1}{2}J\sigma_l^-(S_{l+1}^+ + S_{l-1}^+) - \tfrac{1}{2}J\sigma_l^+(S_{l+1}^- + S_{l-1}^-) \quad \ldots\ldots\ldots \text{II}.1.12.$$

Odgovarajućom zamenom (II.1.6; II.1.7.; II.1.10; II.1.11; II.1.12) u (II.1.3 i II.1.4) i izvesnih sređivanja dobijamo

$$H_0 = -\mu HS(N-1) - IS^2(N-2) - 2J\sigma S - \tilde{\mu}H\sigma \quad \ldots\ldots \text{II}.1.13.$$

$$H_{id}^{(2)} = (\mu H + 2IS)\sum_n (S-S_n^z) - \tfrac{1}{2}I\sum_n S_n^-(S_{n+1}^- + S_{n-1}^+) \quad \ldots\ldots \text{II}.1.14.$$

$$\overset{(2)}{H}_{def} = (\tilde{\mu}\mathcal{H} + 2JS)(\sigma - \sigma_l^z) - (\mu\mathcal{H} + 2SI)(S - S_l^z) + (J\sigma - SI)(S - S_{l+1}^z) +$$

$$+ (J\sigma - SI)(S - S_{l-1}^z) + IS_l^-(S_{l+1}^+ + S_{l-1}^+) - \frac{1}{2}J\sigma_l^-(S_{l+1}^+ + S_{l-1}^+) -$$

$$- \frac{1}{2}J\sigma_l^+(S_{l+1}^- + S_{l-1}^+) \qquad \text{II.1.15.}$$

Time smo hamiltonijan doveli na oblik $H = H_0 + \overset{(2)}{H}_{id} + \overset{(2)}{H}_{def}$, pri čemu je: H_0 — energija osnovnog stanja feromagnetika.

$\overset{(2)}{H}_{id}$ — energija idealnog dela.

$\overset{(2)}{H}_{def}$ — energija deformacije.

N — je ukupan broj atoma u kristalu.

Sada koristimo Blohovu aproksimaciju, tj. spinske operatore zamenjujemo Boze-operatorima (B^+ i B).

Pri tome je:

$$\left.\begin{aligned} S - S^z &= B^+B \\ S^+ &= \sqrt{2S}\,B \\ S^- &= \sqrt{2S}\,B^+ \end{aligned}\right\} \qquad \text{II.1.16.}$$

$$\left.\begin{aligned} \sigma - \sigma^z &= A^+A \\ \sigma^+ &= \sqrt{2\sigma}\,A \\ \sigma^- &= \sqrt{2\sigma}\,A^+ \end{aligned}\right\} \qquad \text{II.1.17.}$$

Hajzenbergov model u Blohovoj aproksimaciji predstavlja jedan ekvivalentni Bozonski hamiltonijan feromagnetika koji ima malu koncetraciju primesnih atoma.

Zamenom (II.1.16 i II.1.17) u (II.1.13; II.1.14 i II.1.15) dobijamo:

$$H_0 = -\tilde{\mu} H \sigma - 2J\sigma S - \mu H S(N-1) - IS^2(N-2) \quad \text{II.1.18.}$$

$$H_{id}^{(2)} = (\mu H + 2SI)\sum_n B_n^+ B_n - SI \sum_n B_n^+ (B_{n+1} + B_{n-1}) \quad \text{II.1.19.}$$

$$H_{def}^{(2)} = (\tilde{\mu} H + 2JS) A_\ell^+ A_\ell - (\mu H + 2SI) B_\ell^+ B_\ell + (J\sigma - SI)(B_\ell^+ B_{\ell+1} + B_\ell^+ B_{\ell-1}) +$$
$$+ 2SI B_\ell^+ (B_{\ell+1} + B_{\ell-1}) - J\sqrt{\sigma S} A_\ell^+ (B_{\ell+1} + B_{\ell-1}) -$$
$$- J\sqrt{\sigma S} (B_{\ell+1}^+ + B_{\ell-1}^+) A_\ell \quad \text{II.1.20.}$$

Ili konačno za ceo hamiltonijan:

$$H = -\tilde{\mu} H \sigma - 2J\sigma S - \mu H S(N-1) - IS^2(N-2) + (\mu H + 2SI \sum_n B_n^+ B_n -$$
$$- SI \sum_n B_n^+ (B_{n+1} + B_{n-1}) + (\tilde{\mu} H + 2JS) A_\ell^+ A_\ell - (\mu H + 2SI) B_\ell^+ B_\ell +$$
$$+ (J\sigma - SI)(B_\ell^+ B_{\ell+1} + B_\ell^+ B_{\ell-1}) + 2SI B_\ell^+ (B_{\ell+1} + B_{\ell-1}) -$$
$$- J\sqrt{\sigma S} A_\ell^+ (B_{\ell+1} + B_{\ell-1}) - J\sqrt{\sigma S} (B_{\ell+1}^+ + B_{\ell-1}^+) A_\ell \quad \text{II.1.21.}$$

Da bi smo hamiltonijan (II.1.21) dijagonalizovali prelazimo sa Boze operatora u prostoru direktne rešetke $B_{\vec{n}}^+$ i $B_{\vec{n}}$ na Boze operatore u prostoru recipročne rešetke $B_{\vec{k}}^+$ i $B_{\vec{k}}$, Furije transformacijom. ($\vec{k}$ - talasni vektor).

$$A_{\vec{n}}^{+} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\vec{k}} A_{\vec{k}}^{+} e^{-i\vec{k}\vec{n}}$$
$$A_{\vec{n}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\vec{k}} A_{\vec{k}} e^{i\vec{k}\vec{n}} \qquad \text{II.1.22.}$$

$$B_{\vec{n}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\vec{k}} B_{\vec{k}} e^{i\vec{k}\vec{n}}$$
$$B_{\vec{n}}^{+} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\vec{k}} B_{\vec{k}}^{+} e^{-i\vec{k}\vec{n}} \qquad \text{II.1.23.}$$

Treba napomenuti da je $(\vec{n})$ dato kao:

$$\vec{n} = n_x a_x \vec{i} + n_y a_y \vec{j} + n_z a_z \vec{k}$$

Zamenom (II.1.23) u (II.1.19) imamo:

$$H_{id}^{(2)} = \frac{\mu H + 2SI}{N} \sum_{k\varrho} B_{\varrho}^{+} B_{k} \sum_{n} e^{-ian(\varrho-k)} - \frac{SI}{N} \sum_{k\varrho} B_{\varrho}^{+} B_{k} \cdot$$
$$\cdot \left\{ \sum_{n} e^{inka - in\varrho a} \cdot e^{ika} + \sum_{n} e^{inka - inka} \cdot e^{-iak} \right\} =$$
$$= (\mu H + 2SI) \sum_{k\varrho} B_{\varrho}^{+} B_{k} \delta_{\varrho k} - SI \sum_{k\varrho} B_{\varrho}^{+} B_{k} \cdot 2\cos ak\, \delta_{\varrho k}$$

Treba napomenuti da je pritom korišćeno sledeće:

$$e^{ika} + e^{-ika} = 2\cos ak$$

$$\sum_{n} e^{-ina(\varrho-k)} = N\delta_{\varrho k}$$ – na osnovu poznate osobine δ-(kroneker).

Posle skidanja sume po (ϱ) i zamenom svakog (ϱ) sa (k) imamo:

$$H_{id}^{(2)} = \sum_{k} (\mu H + 2SI - 2SI \cos ak) B_{k}^{+} B_{k} \qquad \text{II.1.24.}$$

Na već pokazani način, možemo $H_{def}^{(2)}$, transformisati, zato u (II.1.20) zamenimo (II.1.22 i II.1.23).

Izvođenje je relativno jednostavno pa navodimo samo rezultate :

$$A_l^+A_l=\frac{1}{N}\sum_{kq}A_q^+A_k\,e^{ila(k-q)} \qquad \text{(a)}$$

$$B_l^+B_l=\frac{1}{N}\sum_{kq}B_q^+B_k\,e^{ila(k-q)} \qquad \text{(b)}$$

$$B_{l+1}^+B_{l+1}=\frac{1}{N}\sum_{kq}B_q^+B_k\,e^{ia(l+1)(k-q)} \qquad \text{(c)}$$

$$B_l^+B_{l+1}=\frac{1}{N}\sum_{kq}B_q^+B_k\cdot e^{ila(k-q)}e^{+ika} \qquad \text{(d)}$$

$$B_l^+B_{l-1}=\frac{1}{N}\sum_{kq}B_q^+B_k\,e^{ila(k-q}\cdot e^{-ika} \qquad \text{(e)}$$

$$[B_l^+B_{l+1}+B_l^+B_{l-1}]=\frac{1}{N}\sum_{kq}B_q^+B_k\cdot e^{ila(k-q)}\cdot 2\cos ak \qquad \text{(f)}$$

$$B_l^+(B_{l+1}+B_{l-1})=\frac{1}{N}\sum_{kq}B_q^+B_k\cdot e^{ila(k-q)}\cdot 2\cos ak \qquad \text{(g)}$$

$$A_l^+(B_{l+1}+B_{l-1})=\frac{1}{N}\sum_{kq}A_q^+B_k\cdot e^{ila(k-q)}\cdot 2\cos ak \qquad \text{(h)}$$

$$(B_{l+1}^++B_{l-1}^+)A_l=\frac{1}{N}\sum_{kq}B_q^+A_k\cdot e^{ila(k-q)}\cdot 2\cos ak \qquad \text{(p)}$$

Posle zamene vrednosti (a,b,c,d,e,f,g,h i p) u (II.1.20), isređivanja imamo:

$$\begin{aligned}H_{def}^{(2)}=&(\tilde{\mu}H+2SI)\frac{1}{N}\sum_{kq}A_q^+A_k\,e^{ila(k-q)}-(\mu H+2SI)\frac{1}{N}\sum_{kq}B_q^+B_k\,e^{ila(k-q)}+\\&+(J\sigma-SI)\frac{1}{N}\sum_{kq}B_q^+B_k\cdot e^{ial(k-q)}\cdot 2\cos ak+\frac{1}{N}\sum_{kq}B_q^+B_k\,e^{ial(k-q)}\cdot 2\cos ak-\\&-J\sqrt{\sigma S}\,\frac{1}{N}\sum_{kq}A_q^+B_k\,e^{ial(k-q)}\cdot 2\cos ak-\\&-J\sqrt{\sigma S}\,\frac{1}{N}\sum_{kq}B_q^+A_k\,e^{ial(k-q)}\cdot 2\cos ak\end{aligned} \qquad \text{II.1.25.}$$

Uvedimo sledeće oznake:

$$F^{(1)}_{(k,q)} = (\tilde{\mu}\mathcal{H} + 2JS)\, e^{ial(k-q)}$$

$$F^{(2)}_{(k,q)} = -(\mu\mathcal{H} + 2SI)\, e^{ial(k-q)} + (J\sigma - SI)\, e^{ial(k-q)} \cdot 2\cos ak + 4SI\, e^{ial(k-q)} \cos ak$$

$$F^{(3)}_{(k,q)} = -2\sqrt{\sigma S} \cdot e^{ial(k-q)} \cdot \cos ak$$

$$F^{(4)}_{(k,q)} = -2J\sqrt{\sigma S} \cdot e^{ial(k-q)} \cdot \cos ak$$

Izraz (II.1.25) sada možemo napisati u obliku:

$$H^{(2)}_{def} = \frac{1}{N} \sum_{kq} \left[F^{(1)}_{(k,q)} A^{+}_{q} A_k + F^{(2)}_{(k,q)} B^{+}_{q} B_k + F^{(3)}_{(k,q)} B^{+}_{q} A_k + F^{(4)}_{(k,q)} A^{+}_{q} B_k \right. \quad \cdots \text{II.1.26.}$$

kako je: $H = H_0 + H^{(2)}_{id} + H^{(2)}_{def}$, to zamenom vrednosti

(II.1.24) za $H^{(2)}_{id}$ i (II.1.26) za $H^{(2)}_{def}$ daju konačno:

$$H = H_0 + \sum_{k} (\mu\mathcal{H} + 2SI - 2SI\cos ak) B^{+}_{k} B_k + \frac{1}{N} \sum_{kq} \left[F^{(1)}_{(k,q)} A^{+}_{q} A_k + \right.$$

$$\left. + F^{(2)}_{(k,q)} B^{+}_{q} B_k + F^{(3)}_{(k,q)} B^{+}_{q} A_k + F^{(4)}_{(k,q)} A^{+}_{q} B_k \right] \quad \cdots\cdots\cdots \text{II.1.27.}$$

Ovaj izraz (II.1.27) predstavlja traženi hamiltonijan feromagnetika sa samo jednom primesom (σ).

II. 2. SISTEM JEDNAČINA ZA F-je GREN-a

Analizu fenomena u feromagneticima vršićemo metodom dvovremenskih temperaturskih funkcija Gren-a. Zato je zgodno dati osnovne elemente teorije ovakvih funkcija. Ovo što će biti nadalje izvedeno uzeto je iz literature [1].

Ako imamo dva operatora $A(t)$ i $B(t)$ gde je (t) vreme, onda se dvovremenska temperaturska funkcija Grena definiše na sledeći način:

$$\langle\langle A_{(t)} | B_{(t')} \rangle\rangle = \Theta(t-t') < [A_{(t)}, B_{(t')}] > \quad \ldots\ldots \quad II.2.1.$$

gde je $\Theta(t-t')$ Hevisajd-ova funkcija definisana na sledeći način:

$$\Theta(t-t') = \begin{cases} 1 & \text{za } t > t' \\ 0 & \text{za } t < t' \end{cases} \quad \ldots\ldots \quad II.2.2.$$

Simbol $< \quad >$ označava statističku srednju vrednost po Gibs-ovom ansamblu.

$$<\alpha> = \frac{Sp\,\alpha \cdot e^{-\beta H}}{Sp \cdot e^{-\beta H}} \quad \ldots\ldots \quad II.2.3.$$

Gde je H - hamiltonijan sistema i $\beta = \frac{1}{K_B T}$.

Ako jednačinu (II.2.1) diferenciramo po (t) dobijamo:

$$\frac{d}{dt} \langle\langle A(t) | B(t') \rangle\rangle = \delta(t-t') \langle [A(t), B(t')] \rangle +$$

$$+ \theta(t-t') \langle [\frac{dA(t)}{dt}, B(t')] \rangle \quad \cdots\cdots \text{II}.2.4.$$

Na osnovu definicije (II.2.2) očigledno je, da je izvod Hevisajd-ove funkcije ravan delta funkciji.
Pošto je u skladu sa Hajzenberg-ovom jednačinom kretanja:

$$i \frac{dA(t)}{dt} = [A, H]_t \quad \cdots\cdots \text{II}.2.5.$$

jednačina (II.2.4) svodi se na:

$$i \frac{d}{dt} \langle\langle A(t) | B(t') \rangle\rangle = i\delta(t-t') \langle [A(t), B(t)] \rangle +$$

$$+ \theta(t-t') \langle [[A, H]_t, B(t')] \rangle$$

Po definiciji (II.1.2) izraz $\theta(t-t') \langle [[A,H]_t, B(t')] \rangle$ je neka nova funkcija Gren-a: $\langle\langle [A,H]_t | B(t') \rangle\rangle$ to znači:

$$i \frac{d}{dt} \langle\langle A(t) | B(t') \rangle\rangle = i\delta(t-t') \langle [A(t), B(t)] \rangle +$$

$$+ \langle\langle [A,H]_t | B(t') \rangle\rangle \quad \cdots\cdots \text{II}.2.6.$$

Kao što vidimo, funkcija Gren-a $\langle\langle A | B \rangle\rangle$ izražava se preko nove funkcije Gren-a $\langle\langle [A,H] | B \rangle\rangle$ itd.
Na ovaj način za funkciju Gren-a $\langle\langle A | B \rangle\rangle$ dobijamo beskonačan lanac jednačina. Da bi se lanac završio mi moramo na osnovu neke aproksimacije više funkcije Gren-a, na pr. $\langle\langle [A,H] | B \rangle\rangle$ izraziti preko nižih funkcija Gren-a $\langle\langle A | B \rangle\rangle$. I kada se to učini lanac se zatvara i možemo ga rešiti po traženoj funkciji $\langle\langle A | B \rangle\rangle$.
Jednačinu (II.2.6) je zgodnije napisati u energetskoj

reprenzetaciji tj. u Furije-likovima Gren-ovih funkcija u transformaciji vreme-energija.

Ako uzmemo:

$$\langle\langle A(t)|B(t')\rangle\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} dE \langle\langle A|B\rangle\rangle_E \cdot e^{-iE(t-t')}$$

$$\langle\langle [A,H]_t|B(t')\rangle\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} dE \langle\langle [A,H]|B\rangle\rangle_E \cdot e^{-iE(t-t')}$$

i po definiciji delta-funkcije:

$$\delta(t-t') = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} dE \cdot e^{-iE(t-t')}$$

onda se zamenom u(II.2.6) dobija, posle oslobađanja od integrala po energiji:

$$E\langle\langle A|B\rangle\rangle_E = \frac{i}{2\pi}\langle[A,B]\rangle + \langle\langle [A,H]|B\rangle\rangle \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{II.2.7.}$$

Jednačina (II.2.7) je osnovna jednačina za traženje funkcije Gren-a.

Pošto operatori(A;B) zavise od koordinata, u homogenoj i izotropnoj sredini, njihov produkt zavisiće od razlike koordinata. To znači da u jednačini (II.2.7) možemo izvršiti Furije transformaciju, prostor-impuls, znači:

$$\langle\langle A(\vec{r})|B(\vec{r}')\rangle\rangle_E = \int d^3\vec{k} \langle\langle A(\vec{k})|B(\vec{k})\rangle\rangle e^{i\vec{k}(\vec{r}-\vec{r}')}$$

$$\langle\langle [A,H]_{\vec{r}}|B(\vec{r}')\rangle\rangle_E = \int d^3\vec{k} \langle\langle [A,H]_{\vec{k}}|B(\vec{k})\rangle\rangle_E \cdot e^{i\vec{k}(\vec{r}-\vec{r}')}$$

$$\langle[A,B]\rangle_{\vec{r}-\vec{r}'} = d^3\vec{k} \langle[A,B]\rangle_{\vec{k}} \cdot e^{-i\vec{k}(\vec{r}-\vec{r}')}$$

I ako ovo uvrstimo u (II.2.7) dobijamo, posle oslobađanja od integrala po $\vec{k}$:

$$E \langle\langle A(\vec{k}) | B(\vec{k}) \rangle\rangle_E = \frac{i}{2\pi} \langle [A,B] \rangle_{\vec{k}} + \langle\langle [A,H]_{\vec{k}} | B(\vec{k}) \rangle\rangle \quad \cdots\cdots \quad II.2.8.$$

Poznata je činjenica da pol funkcije Gren-a $\langle\langle A(\vec{k}) | B(\vec{k}) \rangle\rangle_E$ definiše energiju elementarnih ekscitacija i njihovo vreme života.

Energija elementarnih ekscitacija je apscisa pola Gren-ove funkcije u kompleksnoj (E) ravni, dok je vreme života ekscitacije ravno recipročnoj vrednosti ordinate pola Gren-ove funkcije.

Važan pojam u teoriji je spektralna intenzivnost Gren-ove funkcije koja se definiše kao:

$$J(E,\vec{k}) = \frac{1}{e^{\frac{E}{\Theta}}-1}\left[G(E+i\varepsilon) - G(E-i\varepsilon)\right] = \frac{\langle [A,B] \rangle_{\vec{k}}}{e^{\frac{E}{\Theta}}-1} \cdot \delta(E-E_{\vec{k}}) \quad \cdots \quad II.2.9.$$

gde je: $E_{\vec{k}}$ – realni deo pola Gren-ove funkcije

Pomoću spektralne intenzivnosti može se naći srednja vrednost operatora (BA) na sledeći način:

$$\langle B(\vec{k}) A(\vec{k}) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} J(E,\vec{k})\, dE = \frac{\langle [A,B]_{\vec{k}} \rangle}{e^{\frac{E}{\Theta}}-1} \quad \cdots\cdots \quad II.2.10.$$

Uvedimo sledeće oznake za f-je Gren-a:

$$G_p(k) \equiv \langle\langle B_k | B_p^+ \rangle\rangle \quad \cdots\cdots \quad II.2.11.$$

$$D_p(k) \equiv \langle\langle A_k | A_p^+ \rangle\rangle \quad \cdots\cdots \quad II.2.12.$$

Na osnovu (II.2.7) korišćenjem izraza (II.1.27) možemo za funkcije Gren-a, pisati:

$$E \langle\langle B_k | B_k^+ \rangle\rangle = \frac{i}{2\pi} + \langle\langle [B_k, H] | B_k^+ \rangle\rangle \quad \cdots\cdots \quad II.2.13.$$

i

$$E \langle\langle A_k | A_k^+ \rangle\rangle = \langle\langle [A_k, H] | A_k^+ \rangle\rangle \quad \cdots\cdots \quad II.2.14.$$

Međutim, najpre trebamo naći potrebne komutatore; $[B_k, H]$ i $[A_k, H]$, pa da ih zamenimo u (II.2.13 i II.2.14).
Pošto je $H = H_{id}^{(2)} + H_{def}^{(2)}$ to imamo za komutatore:

$$[B_k, H_{id}] = [B_k, \sum_{k'} E_B(k') B_{k'}^+ B_{k'}] = \sum_{k'} E_B(k') [B_k, B_{k'}^+ B_{k'}] =$$

$$= \sum_{k'} E_B(k') B_{k'} \delta_{kk'} = E_B(k) B_k \quad \cdots\cdots \quad II.2.15.$$

Pritom je uzeto u obzir da je:

$$[B_k, B_{k'}^+ B_{k'}] = B_k B_{k'}^+ B_{k'} - B_{k'}^+ B_{k'} B_k = \delta_{kk'} B_{k'} + \cancel{B_{k'}^+ B_k B_{k'}} - \cancel{B_{k'}^+ B_{k'}} B_k = \delta_{kk'} B_{k'},$$

Zbog sledeće komutacione relacije za Bozone $B_k B_{k'}^+ - B_{k'}^+ B_k = \delta_{kk'}$
Na potpuno isti način treba naći $[B_k, H_{def}]$. Sam račun nije toliko interesantan pa navodimo samo rezultate:

$$[B_\alpha, B_k^+ B_k] = B_\alpha$$

$$[B_\alpha, A_q^+ A_k] = 0$$

$$[B_\alpha, B_q^+ B_k] = B_k \quad \cdots\cdots \quad II.2.17$$

$$[B_\alpha, B_q^+ A_k] = A_k$$

$$[B_\alpha, A_q^+ B_k] = 0$$

Odgovarajućom zamenom (II.2.15 i II.2.17) u (II.2.13) dobijamo:

$$E \langle\langle B_\alpha | B_\alpha^+ \rangle\rangle = \frac{i}{2\pi} + \langle\langle E_B(\alpha) B_\alpha | B_\alpha^+ \rangle\rangle + \frac{1}{N} \sum_k F^{(2)}(k,\alpha) \langle\langle B_k | B_\alpha^+ \rangle\rangle +$$

$$+ \frac{1}{N} \sum_k F^{(3)}(k,\alpha) \langle\langle A_k | B_\alpha^+ \rangle\rangle$$

ili zbog (II.2.11 i II.2.12) je :

$$EG(\alpha)=\frac{i}{2\pi}+E_B(\alpha)\,G(\alpha)+\frac{1}{N}\sum_{k}\left\{\overset{(2)}{F}(k\alpha)\,G(k)+\overset{(3)}{F}(k\alpha)\,D(k)\right\}$$

tj. posle sređivanja imamo:

$$[E-E_B(\alpha)]\,G(\alpha)=\frac{i}{2\pi}+\frac{1}{N}\sum_{k}\left\{\overset{(2)}{F}(k\alpha)\,G(k)+\overset{(3)}{F}(k\alpha)\,D(k)\right\} \quad \cdots\cdots \text{II.2.18.}$$

Potpuno analogno, kao i ranije može se naći $[A_k,H]$.
Korišćenjem (II.2.15 i II.2.16) pri izračunavanju komutatora $[A_k,H]$ nalazimo:

$$\left.\begin{aligned}
&[A_k,B_k^+B_k]=0\\
&[A_k,A_q^+A_k]=A_{k'}\\
&[A_k,B_q^+B_k]=0\\
&[A_k,B_q^+A_k]=0\\
&[A_k,A_q^+B_k]=B_{k'}
\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{II.2.19.}$$

Time smo našli :

$$[A_k,H]=\frac{1}{N}\sum_{k'}\overset{(1)}{F}(k';\alpha)\,A_{k'}+\frac{1}{N}\sum_{k'}\overset{(4)}{F}(k';\alpha)\,B_{k'} \quad \cdots\cdots \text{II.2.20.}$$

Posle zamene (II.2.20) u (II.2.14) dobijamo :

$$E\langle\langle A_k|B_\alpha^+\rangle\rangle=\frac{1}{N}\sum_{k'}\left\{\overset{(1)}{F}(k';\alpha)\langle\langle A_{k'}|B_\alpha^+\rangle\rangle+\overset{(4)}{F}(k';\alpha)\langle\langle B_{k'}|B_\alpha^+\rangle\rangle\right\}$$

Zbog ranije uvedenih oznaka (II.2.11 i II.2.12), i posle sređivanja je

$$ED(k)=\frac{1}{N}\sum_{k'}\left\{\overset{(1)}{F}(k';\alpha)\,D(k')+\overset{(4)}{F}(k';\alpha)\,G(k')\right\} \quad \cdots\cdots \text{II.2.21.}$$

konačan sistem integralnih jednačina ima oblik

$$\begin{aligned}
&[E-E_B(\alpha)]\,G(\alpha)=\frac{i}{2\pi}+\frac{1}{N}\sum_{k}\left\{\overset{(2)}{F}(k\alpha)\,G(k)+\overset{(3)}{F}(k\alpha)\,D(k)\right\}\\
&E\,D(k)=\frac{1}{N}\sum_{k'}\left\{\overset{(1)}{F}(k';\alpha)\,D(k')+\overset{(4)}{F}(k';\alpha)\,G(k')\right\}
\end{aligned} \quad \cdots\cdots \text{II.2.22.}$$

Ovaj sistem integralnih jednačina može se u principu rešiti analitički jer su jezgra separabilna. Način rešavanja je prikazan u sledećem paragrafu.

II. 3. ANALIZA JEDNODIMENZIONIH SLUČAJEVA

Polazimo od sistema integralnih jednačina dobijenih u prethodnom paragrafu :

$$[E-E_B(\alpha)]G(\alpha)=\frac{i}{2\pi}+\frac{1}{N}\sum_{k}\left\{\overset{(2)}{F}(k,\alpha)\,G(k)+\overset{(3)}{F}(k,\alpha)\,D(k)\right\}$$

$$E\cdot D(k)=\frac{1}{N}\sum_{k'}\left\{\overset{(1)}{F}(k;\alpha)\,D(k')+\overset{(4)}{F}(k;\alpha)\,G(k')\right\} \qquad \text{......} \quad \text{II}.3.1.$$

Ovaj sistem integralnih jednačina može se u principu rešiti analitički jer su jezgra separabilna, teškoće nastaju zbog veoma komplikovanih integrala koji se pojavljuju u računu, čak i kad rešimo integrale ostaje sledeći možda još teži zadatak ; a to je traženje korena algebarskih jednačina veoma visokog stepena. Da bi smo izbegli kompjutersko računanje ograničićemo se aproksimacijom u kojoj ćemo sve članove, koji sadrže, produkte (F) i više funkcija (F) zanemariti. To drugim rečima znači da ćemo raditi u prvoj aproksimaciji teorije perturbacije jer sve funkcije (F) sadrže u sebi perturbaciju.

Posmatrajmo drugu jednačinu sistema (II.3.1), očigledno je :

$$D(k)=\frac{1}{E}\cdot\frac{1}{N}\sum_{k'}\overset{(1)}{F}(k;k)\,D(k')+\frac{1}{E}\cdot\frac{1}{N}\sum_{k'}\overset{(4)}{F}(k';k)\,G(k')$$

nulta aproksimacija je :

$$\overset{o}{D}(k)=\frac{1}{E}\cdot\frac{1}{N}\sum_{p}\overset{(4)}{F}(p,\alpha)\,G(p) \qquad p\rightleftarrows k' \qquad \text{..............} \quad \text{II}.3.2.$$

Zamenom (II.3.2) u prvu jednačinu sistema (II.3.1) dobijamo :

$$[E-E_B(\alpha)]G(\alpha)=\frac{i}{2\pi}+\frac{1}{N}\sum_{k}\left\{\overset{(2)}{F}(k,\alpha)\,G(k)+\frac{\overset{(3)}{F}(k,\alpha)}{E}\cdot\frac{1}{N}\sum_{p}F(p,\alpha)\,G(p)\right\} \quad \text{......} \quad \text{II}.3.3.$$

ili samo $G(\alpha)$:

$$G(\alpha)=\frac{i}{2\pi}\cdot\frac{1}{E-E_B(\alpha)}+\frac{1}{N}\sum_{k}\left\{\frac{F^{(2)}_{(k,\alpha)}}{E-E_B(\alpha)}G(k)+\frac{F^{(3)}_{(k\alpha)}\cdot\frac{1}{N}\sum_{p}F^{(4)}_{(p,\alpha)}}{E[E-E_B(\alpha)]}G(p)\right\}\quad\ldots II.3.4.$$

Uvedimo sledeće oznake radi lakšeg pisanja:

$$\frac{F^{(1)}}{N}=f^{(1)}$$

$$\frac{F^{(2)}}{N}=f^{(2)}$$

. . . .

. . . .

. . . .

$$\frac{F^{(i)}}{N}=f^{(i)}\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots II.3.5.$$

Pa imamo za (II.3.2) i (II.3.4) respektivno:

$$D^{o}(k)=\frac{1}{E}\sum_{p}f^{(4)}_{(p,\alpha)}\cdot G(p)\quad\ldots\ldots\ldots II.3.6.$$

$$G(\alpha)=\frac{i}{2\pi}\cdot\frac{1}{E-E_B(\alpha)}+\sum_{k}\frac{f^{(2)}_{(k,\alpha)}G(k)}{E-E_B(\alpha)}+\sum_{\substack{kp\\ p\rightleftarrows k}}\frac{f^{(3)}_{(k,\alpha)}f^{(4)}_{(p,\alpha)}}{E[E-E_B(\alpha)]}G(p)\quad\ldots\ldots II.3.7.$$

Kako je:

$$G^{o}(\alpha)=\frac{i}{2\pi}\cdot\frac{1}{E-E_B(\alpha)}\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots II.3.8$$

To sobzirom na (II.3.8) za (II.3.7) možemo pisati

$$G(\alpha)=G^{o}(\alpha)+\frac{2\pi}{i}\sum_{k}f^{(2)}_{(k,\alpha)}G^{o}(\alpha)G(k)+\frac{2\pi}{i}\sum_{kp}\frac{f^{(3)}_{(p,\alpha)}f^{(4)}_{(k,\alpha)}}{E}G^{o}(\alpha)G(k)\quad\ldots II.3.9.$$

Kako je $G_0(\alpha)=G^{o}(\alpha)$, to imamo:

$$G_1(\alpha)=G^{o}(\alpha)+\frac{2\pi}{i}\sum_{k}f^{(2)}_{(k,\alpha)}G^{o}(\alpha)G^{o}(k)\quad,\qquad i$$

$$G_1(k)=G^{o}(k)+\frac{2\pi}{i}\sum_{q}f^{(2)}_{(q,k)}G^{o}(k)G^{o}(q)$$

A za $G_2(\alpha)$ imamo:

$$G_2(\alpha)=\overset{o}{G}(\alpha)+\frac{2\pi}{i}\sum_K \overset{(2)}{f}(K,\alpha)\,\overset{o}{G}(\alpha)\overset{o}{G}(K)+\frac{2\pi}{i}\sum_{Kp}\frac{\overset{(3)}{f}(p,\alpha)\,\overset{(4)}{f}(K,\alpha)}{E}\,G(\alpha)G(K)+$$

$$+\left(\frac{2\pi}{i}\right)^2\sum_{K\varrho} f(K,\alpha)\,f(\varrho,K)\,\overset{o}{G}(\alpha)\overset{o}{G}(K)\overset{o}{G}(K)\overset{o}{G}(\varrho)\qquad ili,$$

$$G_2(\alpha)=\overset{o}{G}(\alpha)\Big\{1+\frac{2\pi}{i}\sum_K \overset{(2)}{f}(K,\alpha)\,\overset{o}{G}(K)+\frac{2\pi}{i}\sum_{K\varrho}\frac{\overset{(3)}{f}(\varrho,\alpha)\,\overset{(4)}{f}(\varrho,\alpha)}{E}\,\overset{o}{G}(\varrho)+$$

$$+\left(\frac{2\pi}{i}\right)^2\sum_{K\varrho}\overset{(2)}{f}(K,\alpha)\,\overset{(2)}{f}(\varrho,K)\,[\overset{o}{G}(K)]^2\,\overset{o}{G}(\varrho)\Big\}\quad\cdots\cdots\cdots\quad II.3.10.$$

Kao što se vidi svelismo $G_2(\alpha)$ na sledeći oblik: $G_2(\alpha)=\overset{o}{G}(\alpha)\cdot S(\alpha)$ pri čemu je:

$$S(\alpha)=\frac{1}{1-\frac{2\pi}{i}\sum_K \overset{(2)}{f}(K,\alpha)\overset{o}{G}(K)-\frac{2\pi}{i}\sum_{K\varrho}\frac{\overset{(3)}{f}(\varrho,\alpha)\overset{(4)}{f}(\varrho,\alpha)}{E}\overset{o}{G}(\varrho)+\left(\frac{2\pi}{i}\right)^2\sum_{K\varrho}\overset{(2)}{f}(K,\alpha)\overset{(2)}{f}(\varrho,\alpha)[\overset{o}{G}(K)]^2\overset{o}{G}(\varrho)+\left[\frac{2\pi}{i}\sum_K \overset{(2)}{f}(K,\alpha)\,\overset{o}{G}(K)\right]^2}$$

$$II.3.11.$$

Određivanje polova Gren-ove funkcije iz (II.3.11) zahteva kompjutersko računanje. Da bi smo izbegli kompjutersko računanje mi ćemo se zato ograničiti aproksimacijom, ukojoj ćemo sve članove koji sadrže produkte (f) i više funkcija (f) zanemariti.

Prema navedenom tada (II.3.3) postaje, s tačnošću od $\overset{(2)}{F}(K,\alpha)$:

$$[E-E_B(\alpha)]\,G(\alpha)=\frac{i}{2\pi}+\frac{1}{N}\sum_K \overset{(2)}{F}(K,\alpha)\,G(K)\qquad\cdots\cdots\quad II.3.12.$$

jer je preostali deo jednak nuli:

$$\frac{1}{N}\sum_K\frac{\overset{(3)}{F}(K,\alpha)}{E}\cdot\frac{1}{N}\sum_P \overset{(4)}{F}(P,\alpha)\,G(P)\approx 0\qquad\cdots\cdots\cdots\quad II.3.13.$$

Iz (II.3.12) i koristeći (II.3.5) možemo naći $G(\alpha)$ kao:

$$G(\alpha)\cong\frac{i}{2\pi}\,\frac{1}{E-E_B(\alpha)}+\frac{1}{N}\sum_K \overset{(2)}{F}(K,\alpha)\cdot\frac{i}{2\pi}\cdot\frac{1}{E-E_B(K)}\cdot\frac{1}{E-E_B(\alpha)}=$$

$$=\frac{i}{2\pi}\cdot\frac{1}{E-E_B(\alpha)}\Big\{1+\frac{1}{N}\sum_K \overset{(2)}{F}(K,\alpha)\,\frac{1}{E-E_B(K)}\Big\}$$

Nakon izvesnih transformacija koje su dosta jasne konačno imamo:

$$G(\alpha) = \frac{i}{2\pi}\,\frac{1}{E-E_B(\alpha)}\cdot\frac{1}{1-\frac{1}{N}\sum\limits_{k} F^{(2)}_{(k,\alpha)}\cdot\frac{1}{E-E_B(k)}} \quad \cdots\cdots\cdots \quad II.3.14.$$

Dopunski pol Gren-ove f-je nastaje usled prisustva primese; a određujemo ga iz:

$$1-\frac{1}{N}\sum_{k} F^{(2)}_{(k,\alpha)}\cdot\frac{1}{E-E_B(k)} = 0 \quad \cdots\cdots\cdots \quad II.3.15.$$

Pritom je:

$$F^{(2)}_{(k,\alpha)} = \sum_{kq}\Big[-(\mu\mathcal{H}+2SI)\,e^{ia(k-q)} + (J\sigma-SI)\,e^{ia(k-q)}\cdot 2\cos ak + 4SI\cdot e^{ia(k-q)}\cdot\cos ak\Big]\frac{1}{N} \quad \cdots \quad II.3.16.$$

$$E_B(k) = \sum_{k}(\mu\mathcal{H}+2SI-2SI\cos ak) \quad \cdots\cdots\cdots \quad II.3.17.$$

Za prelaz sa sume na integral koristićemo:

$$\frac{a}{2\pi}\int\limits_{-\frac{\pi}{a}}^{\frac{\pi}{a}} F^{(2)}_{(k,\alpha)}\cdot\frac{dk}{E-E_B(k)} = 1 \quad \cdots\cdots\cdots \quad II.3.18.$$

Uvedimo smenu: $\alpha a = x$; $k a = y$ $\quad \cdots\cdots\cdots \quad$ II.3.19.

koja nam očigledno daje za (II.3.18)

$$\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi} F^{(2)}_{(y,x)}\cdot\frac{dy}{E-E_y} = 1$$

što možemo pisati kao:

$$\int\limits_{-\pi}^{\pi} F^{(2)}_{(y,x)}\,\frac{dy}{E-E_y} = 2\pi \quad \cdots\cdots\cdots \quad II.3.20.$$

Formule (II.3.16) i (II.3.17) zbog (II.3.19) postaju tada:

$$F^{(2)}_{(y,x)} = -(\mu H + 2SI) e^{ily} \cdot e^{-ilx} + (JG - SI) e^{iy} \cdot e^{-ix} \cdot 2\cos y + 4SI e^{ily} \cdot e^{-ilx} \cdot \cos y \quad \dots \quad II.3.21.$$

$$E_y = \mu H + 2SI - 2SI \cos y \quad \dots\dots\dots \quad II.3.22.$$

Vratimo se ponovo na (II.3.20) smenjujući nađene vrednosti iz (II.3.21) i (II.3.22), tada nakon sređivanja dobijamo:

$$\int_{-\pi}^{\pi} \left[E - (\mu H + 2SI) e^{ily} \cdot e^{-ilx} + 2(JG - SI) e^{ily} \cdot e^{-ilx} \cdot \cos y + 4SI e^{ily} \cdot e^{-ilx} \cdot \cos y \right] \cdot$$

$$\cdot \frac{dy}{E - \mu H - 2SI + 2SI \cos y} = 2\pi \quad \dots\dots \quad II.3.23.$$

Sredimo dalje izraz (II.3.23), tako što ćemo realni deo izjednačiti sa realnim (ovde 2π), a imaginarni sa imaginarnim (ovde je nula).

$$-(\mu\mathcal{H}+2SI)e^{-ilx}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{e^{ily}dy}{E-E_y}+2(J\mathcal{G}-SI)e^{-ilx}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{e^{ily}\cos y\,dy}{E-E_y}+4SIe^{-ilx}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{e^{ily}\cos y\,dy}{E-E_y}=2\pi$$

Kako je po Ojlerovoj formuli, $e^{ily}=\cos ly+i\sin ly$, to ćemo dobiti:

$$-(\mu\mathcal{H}+2SI)e^{-ilx}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{(\cos ly+i\sin ly)\,dy}{E-E_y}+2(J\mathcal{G}-SI)e^{-ilx}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{(\cos ly+i\sin ly)\cos y\,dy}{E-E_y}+4SIe^{-ilx}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{(\cos ly+i\sin ly)\cos y\,dy}{E-E_y}=2\pi$$

$$-(\mu\mathcal{H}+2SI)e^{-ilx}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{\cos ly\,dy}{E-E_y}+2(J\mathcal{G}-SI)e^{-ilx}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{\cos ly\cdot\cos y\,dy}{E-E_y}+4SIe^{-ilx}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{\cos ly\cdot\cos y\,dy}{E-E_y}=2\pi \quad \ldots\ldots\ldots \text{II.3.24.}$$

Ovde ćemo uzeti da nam se primesa nalazi na sredini lanca tj. stavićemo $(l=0)$.

Bilo koji drugi slučaj dovodi do algebarskih jednačina višeg stepena, koje se jedino mogu rešiti numerički.

Za $l=0$ sledi: $e^{-ilx}=1$, i $\cos 0=1$, pa je (II.3.24) sada:

$$-(\mu\mathcal{H}+2SI)\int_{-\pi}^{\pi}\frac{dy}{E-E_y}+2(J\mathcal{G}-SI)\int_{-\pi}^{\pi}\frac{\cos y\,dy}{E-E_y}+4SI\int_{-\pi}^{\pi}\frac{\cos y\,dy}{E-E_y}=2\pi$$

ili:

$$-(\mu\mathcal{H}+2SI)\cdot\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{dy}{E-E_y}+2(J\mathcal{G}-SI)\cdot\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{\cos y\,dy}{E-E_y}+4SI\,\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{\cos y\,dy}{E-E_y}=1$$

Posle sređivanja konačno je:

$$-(\mu H+2SI)\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{dy}{E-E_y}+4(JG+SI)\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{\cos y\,dy}{E-E_y}=1 \qquad \text{II.3.25.}$$

U gornjem izrazu se javljaju dva integrala:

$$J_1=\int_{-\pi}^{\pi}\frac{dy}{E-E_y} \qquad \text{II.3.26.}$$

$$J_2=\int_{-\pi}^{\pi}\frac{\cos y\,dy}{E-E_y} \qquad \text{II.3.27.}$$

Integrali (J_1 i J_2) mogu se svesti na sledeći oblik: $\int_0^{\pi}\frac{\cos nx\,dx}{1+a\cos x}$

gde je: n-prirodan broj, $a=const$; Svedimo dakle J_1 i J_2:

$$J_1=\int_0^{\pi}\frac{dy}{E-E_y}=\int_0^{\pi}\frac{dy}{E-\mu H-2SI+2SI\cos y}=\frac{1}{2SI}\int_0^{\pi}\frac{dy}{\frac{E-\mu H-2SI}{2SI}+\cos y}=\frac{1}{2SI}\int_0^{\pi}\frac{dy}{\eta+\cos y}=\frac{1}{2SI}\frac{1}{\eta}\int_0^{\pi}\frac{dy}{1+\frac{1}{\eta}\cos y} \qquad \text{II.3.28.}$$

gde je:

$$\eta=\frac{E-\mu H}{2SI}-1 \qquad \text{II.3.29.}$$

$$J_2=\int_0^{\pi}\frac{\cos y\,dy}{E-E_y}=\int_0^{\pi}\frac{\cos y\,dy}{E-\mu H-2SI+2SI\cos y}=\frac{1}{2SI}\int_0^{\pi}\frac{\cos y\,dy}{\frac{E-\mu H-2SI}{2SI}+\cos y}=\frac{1}{2SI}\cdot\frac{1}{\eta}\int_0^{\pi}\frac{\cos y\,dy}{1+\frac{1}{\eta}\cos y} \qquad \text{II.3.30.}$$

Ovde ulogu konstante (a) ima $\left(\frac{1}{\eta}\right)$.

Kako je rešenje integrala dato sa:

$$\int_0^{\pi}\frac{\cos nx\,dx}{1+a\cos x}=\frac{\pi}{\sqrt{1-a^2}}\left(\frac{\sqrt{1-a^2}-1}{a}\right)^n \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ II.3.31.$$

To imamo, posle kraćeg računa, rešenja integrala, J_1 i J_2 u obliku:

za $n=0$ $$J_1=\int_0^{\pi}\frac{dy}{1+\frac{1}{\eta}\cos y}=\frac{\pi}{\sqrt{\eta^2-1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ II.3.32.$$

za $n=1$ $$J_2=\int_0^{\pi}\frac{\cos y\,dy}{1+\frac{1}{\eta}\cos y}=\pi\left(1-\frac{\eta}{\sqrt{\eta^2-1}}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ II.3.33.$$

Smatraćemo da je (II.3.29) $\eta \gg 1$, tada možemo približno pisati za (J_1 i J_2) (nakon razvijanja u red):

$$J_1 \sim \frac{1}{\eta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ II.3.34.$$

$$J_2 \sim -\frac{1}{2\eta^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ II.3.35.$$

Nakon zamene (II.3.34) i (II.3.35) u (II.3.25. imamo

$$-\frac{(\mu H+2SI)}{2SI}\cdot\frac{1}{\eta}+\frac{4(JG+SI)}{2SI}\left(-\frac{1}{2\eta^2}\right)=1$$

$$-\frac{(\mu H+2SI)}{2SI}\cdot\frac{1}{\eta}-\frac{JG+SI}{SI}\cdot\frac{1}{\eta^2}=1$$

Sredimo li malo izraz i pomnožimo ga sa (η^2) dobijamo:

$$\eta^2+\frac{\mu H+2SI}{2SI}\cdot\eta+\frac{JG+SI}{SI}=0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ II.3.36.$$

Nađimo sada korene ove kvadratne jednačine. Posle kraćeg računa nalazimo:

$$\eta_{1,2}=-\frac{1}{2}\left(1+\frac{\mu H}{2SI}\right)\pm\frac{1}{2}\sqrt{\left(1+\frac{\mu H}{2SI}\right)-\left(1+\frac{JG}{SI}\right)} \quad \ldots\ldots\ II.3.37.$$

Diskutujmo, kada će diskriminanta biti pozitivna tj. koren imati fizičkog smisla:

$$\left(1+\frac{\mu H}{2SI}\right)^2>\left(1+\frac{JG}{SI}\right)$$

$$\cancel{1}+\frac{\mu H}{SI}+\frac{\mu^2H^2}{4S^2I^2}>\cancel{1}+\frac{JG}{SI} \quad \Big/\cdot\frac{SI}{\mu H}$$

$$1+\frac{\mu H}{4SI} > \frac{JG}{SI}\cdot\frac{SI}{\mu H}=\frac{JG}{\mu H}$$ sledi potreban uslov u obliku:

$$\frac{\mu^2 H^2}{4SI} \gg JG\,, \qquad \text{II.3.38}$$

To drugim rečima znači da je prisustvo primesa u feromagnetiku neznat. Ukoliko nije ispunjen uslov (II.3.38) tada neće biti ni efekata zbog prisustva primese u feromagnetiku.

izraza (II.3.29) i (II.3.37) dobijamo:

$$2\eta=-\left(1+\frac{\mu H}{2SI}\right)\pm\sqrt{\left(1+\frac{\mu H}{2SI}\right)^2-\left(1+\frac{JG}{SI}\right)}$$

$$2\eta=-\frac{\mu H}{2SI}\pm\frac{\mu H}{2SI}\left(1-\frac{JG}{SI}\cdot\frac{4S^2I^2}{\mu^2 H^2}\right)=-\frac{\mu H}{2SI}\pm\frac{\mu H}{2SI}\left(1-\frac{4SGIJ}{\mu^2H^2}\right)$$

$$2\eta_{1,2}=-\frac{\mu H}{2SI}\pm\frac{\mu H}{2SI}\left(1-\frac{4SGIJ}{\mu^2H^2}\right) \qquad \text{II.3.39.}$$

Sada možemo naći dva rešenja (η_1 i η_2)

$$\eta_1=-\frac{\mu H}{4SI}+\frac{\mu H}{4SI}-\frac{\mu H\cdot 4\cdot SIGJ}{4SI\mu^2H^2}=-\frac{GJ}{\mu H}$$ tj.

$$\eta_1=-\frac{GJ}{\mu H} \qquad \text{II.3.40.}$$

$$\eta_2=-\frac{\mu H}{4SI}-\frac{\mu H}{4SI}+\frac{GJ}{\mu H}=-\frac{\mu H}{2SI}+\frac{GJ}{\mu H}$$ ili konačno

$$\eta_2=-\frac{GJ}{\mu H}-\frac{\mu H}{2SI} \qquad \text{II.3.41.}$$

Kako nam (η) u sebi sadrži energiju (vidi izraz II.3.29) to ćemo izjednačavanjem tog izraza sa η_1 i η_2 posebno analizirati dva slučaja.

Navodimo oba slučaja iako drugi zbog $E_2<0$, kako ćemo videti, nema fizičkog smisla.

a) $$\frac{E-(\mu H+2SI)}{2SI}=-\frac{GJ}{\mu H}$$ odavde lako pokazujemo da je:

$$E_1=\mu H+2SI-2\frac{GJ\cdot SI}{\mu H} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{II}.3.42.$$

Na isti način nalazimo:

b) $$\frac{E-(\mu H+2SI}{2SI}=-\frac{\mu H}{2SI}+\frac{GJ}{\mu H}$$

$$E_2=\cancel{\mu H}+2SI-\cancel{\mu H}+\frac{2GJ\cdot SI}{\mu H}$$

$$E_2=2SI\left(1-\frac{GJ}{\mu H}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{II}.3.43.$$

$E_2<0$, a to nema fizičkog smisla (negativna energija).

Kao što vidimo, (II.3.42) nam daje dopunski pol funkcije Gren-a, zbog prisustva primese.

Zgodno je to prikazati slikom, što ćemo i učiniti.

No pre toga, trebalo bi izraz (II.3.42) malo preurediti, to ćemo uraditi na sledeći način:

$$E_1=\mu H+2SI-2\frac{GJ\cdot SI}{\mu H}=\mu H+2SI-2SI\frac{GJ}{\mu H}=$$

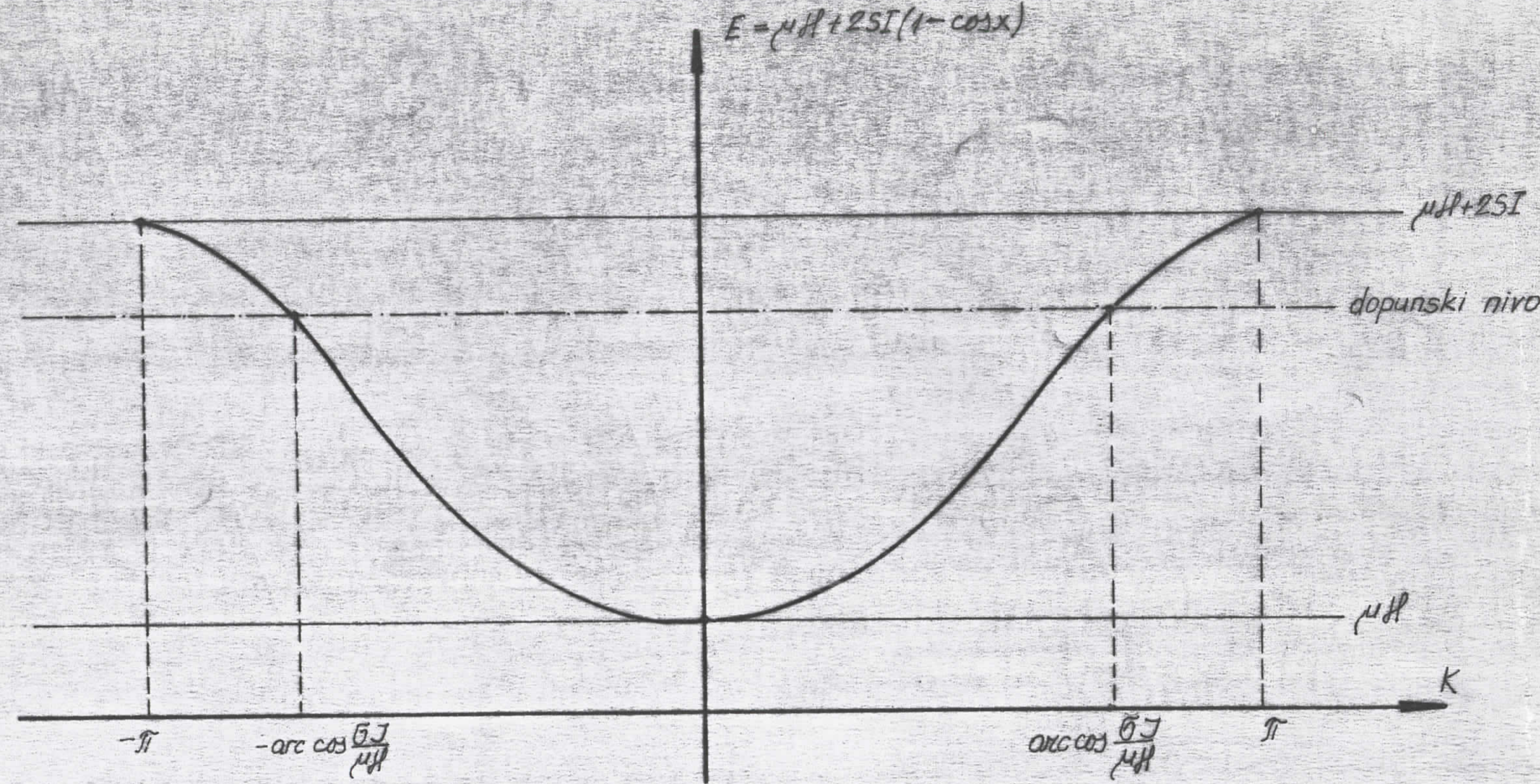
$$=\mu H+2SI\left(1-\frac{GJ}{\mu H}\right)=\mu H+2SI(1-\cos x) \quad \ldots\ldots \text{II}.3.44.$$

gde smo uveli oznaku:

$$\cos x=\frac{GJ}{\mu H} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{II}.3.45.$$

Iz (II.3.45) sledi:

$$x=\pm\arccos\frac{GJ}{\mu H}$$



sl. br. 2

Sa sl. br. 2. vidimo da se dopunski lokalizovani nivo energije preseca sa energijom spinskih talasa magnetne matrice I, to znači da su nova stanja rezonantna sa spinskim talasima za sledeće vrednosti talasnog vektora: $\vec{K}_{1,2} = \pm\frac{1}{a}\,\mathrm{arc}\cos\frac{GJ}{\mu H}$. Analiza jednodimenzione feromagnetne strukture sa samo jednom primesom (G), je vršena tako što je narušenje simetrije zbog prisustva primese uzeto kao perturbacija stanja idealnog kristala.

ZAKLJUČAK

Analiza jednodimenzione feromagnetne strukture sa jednom primesom vršena je na taj način što je narušenje simetrije simetrije usled prisustva primesa uzeto kao perturbacija stanja idealnog kristala.
U tom cilju hamiltonijan kristala sa primesom dopunjen je do idealne strukture i tada je ostatak prestavljao traženu perturbaciju.
Zbog računskih teškoća ceo račun je izveden u prvoj aproksimaciji po perturbaciji. Takođe je uzeto da se primesa nalazi u centru lanca i da je dopunski nivo, koji se javlja zbog prisustva primese, dosta daleko od nivoa (μH).
Sve ove aproksimacije, kojima je izbegnuto numeričko rešavanje problema, dovele su do zaključka da se usled prisustva primese u feromagnetiku pojavljuje dopunski nivo koji je rezonantan sa spinskim talasima za dve vrednosti talasnog vektora i to:

$$\vec{K}_{1,2} = \pm \frac{1}{a} \arccos \frac{\delta J}{\mu H}$$

S obzirom da narušenje simetrije obično dovodi do novih stanja koja su lokalizovana u okolini mesta narušenja simetrije. Rezultat koji je dobijen tj. da je dopunsko stanje lokalizovano, pokazuje da su izvršene aproksimacije bile ispravne.
Činjenica da je ovaj lokalni nivo rezonantan sa slobodnim spinskim talasima ukazuje na naglo povećanje intenziteta spinskih talasa za neke vrednosti impulsa u slučaju kada se u magnetnoj matrici nalazi primesa.
Na osnovu ovoga možemo tvrditi da primesa deluje kao amplifikator spinskih talasa u osnovnoj magnetnoj matrici.

Literatura:

[1] S.V. Tyablikov, The Metods of Quantum Theory in Magnetism, Izd. Nauka, MOSCOW 1965.

[2] Вонсовский С.В; Шур Я.С, „Ферромагнетизам" Гостехиздат, Москва - Ленинград 1948.

[3] Charles Kittel: Uvod u fiziku čvrstog stanja, „Savremena administracija", BEOGRAD, 1972.

[4] Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшиц, Квантовоя механика физматгиз, МОСКВА 1963.

[5] A.S. Davidov, Quantum Mechanics, MOSCOW 1963.

[6] V.M. Agranovič and B.S. Tošić, Zh. eksper. teor. Fiz. 53, 149 (1967).

[7] S. Stojanović and B. S. Tošić; phys. stat. sol. 32, 229 (1969)

SADRŽAJ :