УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ
ПРИРОДНО- МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ
ДЕПАРТМАН ЗА ФИЗИКУ

ОБРАДА НАСТАВНЕ ТЕМЕ „ГРАВИТАЦИОНО ПОЉЕ“ КРОЗ ЗАДАТКЕ

-МАСТЕР РАД-

Ментор:

проф. др Маја Стојановић, доцент

Кандидат:

Дејан Јовановић

Нови Сад, септембар 2009.

Захваљујем се:

- *свим професорима са Департмана за физику, Природно-математичког факултета, Универзитета у Новом Саду на сарадњи.*

Посебну захвалност упућујем:

- ***др Мари Стојановић, доценту*** *ПМФ- а Универзитета у Новом Саду, ментору рада, на помоћи израде мастер рада;*
- ***др Душанки Обадовић, редовном професору*** *ПМФ- а Универзитета у Новом Саду, на подршци у избору теме за мастер рад;*
- ***др Дарку Капору, редовном професору*** *ПМФ- а Универзитета у Новом Саду, на несебичној помоћи и подршци.*

Нови Сад, септембар 2009. ***Дејан Јовановић***

САДРЖАЈ:

Циљеви завршног рада на мастер студијама су: 1) проћи кроз методику решавања задатака из конкретне области физике; 2) лакше савладавање градива из физике решавањем задатака.

Наставна тема физике, која је узета за обраду кроз решавање задатака, је гравитационо поље. Кретање у гравитационом пољу је:

1) најуочљивије је у природи (механичко кретање);

2) лако се може експериментално изазвати;

3) може се детаљно описати уз помоћ математичког апарата;

4) кретање (звезда, планета, сателита и других тела) има већ изграђени теоријски модел.

У раду се приказани различити типови задатака. Дати су задаци за самосталан рад ученика, да би се утврдило градиво и постигло јединство сагледавања физичких законитости (тако се добија дубљи физички смисао од оног који се претпоставља у теоријској обради градива) [10]. Дата су четири контролна задатка, да би се видело колико је потребно утврђивање градива за одређену оцену. На крају се дају задаци који се срећу на такмичењима ученика, а који захтевају систематизацију градива.

Предности рада су:

1) намењен је и ученицима, и наставницима;

2) може да послужи као методичка литература;

3) у раду је дата опширна теорија (рад може да послужи као уџбеник);

4) дат је прегршт задатака (рад се може користити и као збирка задатака);

5) у раду су подвучени значајни појмови.

Ограничења рада су:

1) нема обраде наставних јединица, нити како би изгледало повезивање теорије са демонстрационим огледима и задацима на часу;

2) није приказана структура часова предвиђених за изабрану област у настави физике;

3.) није спроведено педагошко истраживање тежине тестова знања који се дају у редовној настави.

Предзнање ученика потребно за разумевање теорије кретања у гравитационом пољу је познавање појма убрзања, дијаграма кретања, једнодимензионалног и дводимензионалног кретања са сталним убрзањем.

Завршни рад на мастер студијама је подељен на осам поглавља. У другом поглављу се дају опште напомене о решавању задатака. У трећем поглављу је гравитационо поље. У четвртом поглављу дати су различити типови задатака. У петом поглављу су дати задаци без решења, јер се од ученика очекује да их реше на основу познавања теорије и већ урађених задатака. У шестом поглављу дат је пример контролних задатака. У седмом поглављу дати су задаци, какви се срећу на такмичењима ученика. У осмом поглављу је закључак, са списком коришћене литературе, називом коришћеног софтверског пакета, кратком биографијом и кључном документацијском информацијом.

2. РЕШАВАЊЕ ЗАДАТАКА

Решавање задатака није једнозначно одређено. Не постоји опште прихваћено схватање шта се подразумева под решавањем задатака. Психолог Смирнов [8] сматра да је решење задатка формирано мишљење, док енглески учитељ Рејтмен описује задатак системом информационих процеса. Руски учитељ Есаулов [8] каже да сваки задатак поседује степен општости, који искључује могућност несагласности или противречности међу подацима.

Конкретнија дефиниција задатка долази од психолога Гурова [8]: "*Задатак* је предмет мисаоне делатности, настале практичном радњом или теоријским испитивањем, у којем се откривају везе између познатих и непознатих елемената." У педагошкој и методичкој литератури задатак се састоји од одређених параметара.

Задаци из физике представљају проблем, који се решава коришћењем логике, математике и експеримента. На решавање задатака утичу два фактора: састав задатка и индивидуалне црте ученика, који решава задатак.

Задатак из физике се састоји из услова и потребних података. Структура задатка је одређена везама и зависностима између датих и тражених величина. Односи међу непознатим величинама нису дати у задатку, али се на основу услова у задатку одређују физички процеси. За те процесе постоје одређена физичка правила, физички закони и физички принципи. Осим њих, за решавање задатака је потребна и стратегија. Под стратегијом решавања задатака подразумева се план деловања у смеру формирања смисаоног решења. *Стратегија решавања се састоји из три етапе:*

1) анализе услова задатка;

2) откривања одређеног смисла;

3) провере решења задатка.

2. 1. *САСТАВЉАЊЕ ЗАДАТАКА ИЗ ФИЗИКЕ ЗА УЧЕНИКЕ*

При изучавању физике неопходно је знати састављати задатке. Важан методички прилаз томе је могућност да задатке састављају не само наставници, већ и ученици.

Наставници морају састављати задатке за утврђивање знања и његово проверавање, који морају бити различити по: степену сложености, садржају, изражавању услова, начинима решавања,....

При састављању задатака постоје следећа правила:

1) у задацима се увек описују стварни физички процеси (физичка стварност);

2) мора постојати само једно решење;

3) у задацима се користе јасно формулисани научни термини.

Обично се задатак састоји из описа физичких појава и од питања. Коришћењем логике могу се наћи унутрашње везе међу елементима задатка.

Код стваралачких задатака треба постављати питања која не указују на поступке решавања. Такође, не треба постављати питања у којима постоји двосмисленост одговора.

У старијим разредима се могу дати задаци без бројних вредности, само са ознакама физичких величина. У таквим задацима је потребно наћи и услове при којима важи коначно решење. Уз задатак се често везује коришћење лабораторијског прибора и опреме, јер се тиме упознају реални услови, који се упоређују са решењем задатка. Експериментални задаци увек поседују упутство.

Важно дидактичко средство за подстицање активности ученика може бити састављање задатака из физике од стране ученика. Постоји много начина који могу да користе ученици.

2. 2. *УПУТСТВО ПРИ ЧИТАЊУ ЗАДАТАКА ИЗ ФИЗИКЕ*

Када се прочита формулација задатка из физике, треба размотрити који физички процеси се јављају у задатку. Затим треба поново прочитати задатак, пажљиво, да би се уочили детаљи. Потребно је, уколико је то могуће, скицирати задатак, да би се разумели битни елементи задатка.

У понуђено решење се не гледа, већ се самостално решава задатак. Када се буде проверавало решење задатка, треба уочити зашто решење није тачно, ако има грешака, тј. где је дошло до пропуста. Потом се прелази на самостално решавање задатака без решења. Ако је нешто у решењу неусклађено са датим подацима, то значи да задатак није правилно решен. Поново се приступа решавању задатка без решења, сада са новим аргументима. Трећа, крајња, етапа у решавању задатака је самостално формулисање задатака, где ће се појавити реална решења.

2. 3. *ДЕЛАТНОСТ УЧЕНИКА ПРИ РЕШАВАЊУ ЗАДАТАКА*

При решавању задатака ученици треба да користе многе *научне методе*-

1) код експерименталних и графичких задатака : индукцију (прикупљање потребних уређаја и апаратуре), експерименталне методе одређивања физичких величина, анализу (скицирати, направити табелу и графикон), упоређивање резултата мерења добијених помоћу више различитих експерименталних метода, евалуацију резултата (при којим условима важе, када нису примењиви, итд.);

2) код описних и рачунских задатака: дедукцију (дубоко познавање физичких закона, принципа и правила), синтезу (тражење облика зависности непознате физичке величине од датих и задатих) и евалуацију резултата.

Осим научних метода постоје још неки фактори, који битно утичу на размишљање ученика при решавању задатака из физике. Битна је структура постављеног задатка. Она мора да садржи познате и непознате податке, јасне и ограничавајуће (под одређеним условима). Најчешће је потребно преформулисати задатак (наћи процесе трансформације система тела, представити сликама, ако је могуће, које ће подражавати проблемску ситуацију, итд.). Преформулација задатка се састоји из следећих етапа:

1) осмишљавање коначне ситуације,

2) одређивање циља преформулације,

3) тражење нових ситуација,

4) постављање нових питања везаних за задатак,

5) састављање нових задатака.

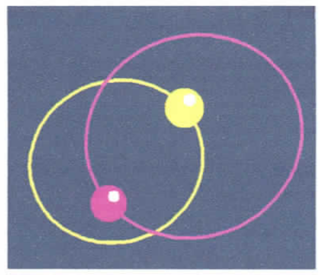
Делатност ученика захтева висок степен умних снага и самостално решавање, што зависи од садржаја задатка. Код задатака, где се захтевају готове формуле, не развија се активна мисаона делатност ученика. Нестандардни, стваралачки задаци захтевају анализу и самостално тражење решења. Разумовскиј пише у књизи "*Развој стваралачких способности ученика*" [8] да се у стваралачким задацима не познаје алгоритам решавања. Оригинални задаци, код којих постоји поступно решавање, престају да буду стваралачки. Ако се нађе принцип решавања, то може бити довољно за решавање стваралачких задатака. У стваралачким задацима постављени услови не указују какво знање треба применити. Због тога постоји више варијанти решења проблема. Академик Капиц [8] каже да ученик, који решава стваралачке задатке, може по мери својих склоности и способности да дубоко размишља о постављеном проблему.

Ученицима је стваралачки задатак посве нов. Стваралачки задаци се деле на истраживачке (када треба одговорити на питање: "Зашто?") и конструктивне (када треба одговорити на питање: "Како деловати?").

3. ГРАВИТАЦИОНО ПОЉЕ

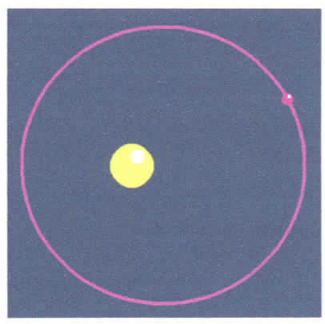
Гравитационо поље је наставна тема која се по Наставном плану и програму за I разред гимназије [12] ради после: "Основних операција са векторима", "Кинематике", "Динамике и статике". После гравитационог поља раде се још "Закони одржања у механици".

Већина сила са којима се срећемо у свакодневном животу су *контактне силе*: нога фудбалера делује на лопту само када је додирује (*нормална сила подлоге*), камен разбије стакло само када дође до контакта (*сила отпора средине*), опруга дечијег пиштоља се сабије онда када је повуче окидач (*вучна сила*), аутомобил не би могао да закочи ако не постоји *сила трења* између асфалтираног пута и точкова, квака на вратима се не би вратила у првобитан положај након отварања врата да не постоји *еластична сила*, итд. За разлику од контактних сила постоје силе које делују путем физичког поља. Једно поље је *гравитационо*. То поље је простор у којем се осећа дејство привлачења тела. Јака гравитациона поља поседују звезде (слика 1), затим планете. Кретање планета у Сунчевом систему је условљено деловањем гравитационе (привлачне) силе која делује између Сунца и планета (слика 2). Потпуно иста сила делује између планета и њихових сателита, тела на планети и планете. Ова сила постоји у гравитационом пољу, али се осећа и у непосредном додиру (контакту) два тела. То је универзална сила у природи. Условљена је постојањем масе тела. *Маса* је особина тела да се одупире промени стања кретања.



Слика 1. Систем две звезде и њихове путање

Гравитационо поље било којег тела је ограничено. Не постоји тренутно привлачење тела (гравитација је коначна). Сматра се да се гравитационо дејство преноси брзином светлости (електромагнетних таласа) [6].

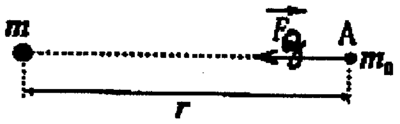


Слика 2. Кружна путања планете око Сунца

Развојем астрономије (конструисањем телескопа) био је потврђен хелиоцентрични систем света, у којем је центар света Сунце. Данас се зна да се Сунце окреће око центра галаксије. У центру галаксије се налази црна рупа, која има велику масу и привлачи све звезде у галаксији.

3. 1. *ЈАЧИНА ГРАВИТАЦИОНОГ ПОЉА*

Једна од основних величина којима се описује гравитационо поље је *јачина поља* [11]. За испитивање поља се користи тзв. пробно тело (слика 3). То је тело занемарљивих димензија и довољно мале масе да својим присуством не наруши гравитационо поље које се испитује. Ако се више пробних тела различитих маса стављају у исту тачку поља, имаће једнако гравитационо привлачење од стране околног тела, које се не може сматрати материјалном тачком.



Слика 3. Гравитациона сила деловања тела масе *m* на материјалну тачку у тачки А

Мерења показују да на пробна тела различитих маса у истој тачки поља делују различите гравитационе силе. По II закону Исака Њутна (1643.- 1727.) ова сила пробним телима даје гравитационо убрзање. То убрзање потиче од околног тела и не зависи од карактеристика материјалних тачака у датој тачки (А).

Количник гравитационе силе околног тела и масе пробног тела је величина карактеристична за дату тачку поља и представља *јачину гравитационог поља* ($\vec{G}$) околног тела. Сматра се да материјалне тачке не поседују сопствено гравитационо поље.

3. 2. *ЊУТНОВ ЗАКОН ГРАВИТАЦИЈЕ*

Између два небеска тела постоји узајамно гравитационо привлачење. Један пример гравитационог привлачења је између Земље и Месеца. Та два небеска се не могу сматрати материјалним тачкама. Према томе, и Земља, и Месец поседују сопствено гравитационо поље. Резултујућа гравитациона сила између њих је сразмерна њиховим масама:·

$$F_g \sim m_Z \cdot m_M \qquad (1)$$

У Њутново време астрономија је тек почела да се развија. Користиле су се разне астрономске методе за мерење растојања између небеских тела. Познавали су се растојање између Земље и Месеца ($r = 3.84 \cdot 10^8$ m) и период обиласка Месеца око Земље ($T = 27.3$ d).

Исак Њутн је, док је седео у свом врту, на планини, гледао јабуку која је падала са дрвета. На ту јабуку деловала је само гравитациона сила Земље. Њутн је сматрао да гравитациона сила Земље делује и на Месец, иначе се Месец не би окретао и даље око Земље. Претпоставио је да баш та сила Месецу даје центрипетално убрзање Месеца (усмерено ка центру Земље) и да се Месец креће по кружној путањи. Тако је могао израчунати гравитационо (центрипетално) убрзање Месеца (a_{gM}):

$$a_{gM} = \frac{v_M^2}{r} = \frac{(\frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T})^2}{r} = 4 \cdot \pi^2 \cdot \frac{r}{T^2} = 2.72 \cdot 10^{-3} \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \qquad (2)$$

Према израчунавањима Галилео Галилеја (1564.- 1642.), које је познавао Исак Њутн, гравитационо убрзање тела, која падају на земљу, је имало вредност $9.81 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Тако је Њутн закључио да гравитациона сила опада са растојањем од центра Земље. Поставио је следећи облик зависности $F_g = F_g(r)$:

$$F_g = \frac{C}{r^k} \qquad (3)$$

У изразу (3) C је величина која зависи од маса тела, која се гравитационо привлаче. C се према (1) може изразити:

$$C = \gamma \cdot m_1 \cdot m_2 \tag{4}$$

У изразу (4) γ је универзална гравитациона константа, која има вредност $6.67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}$.

Када је тело у близини земље, поседује гравитационо убрзање $a_g = 9.81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}$ на растојању $R = 6.37 \cdot 10^6\ \mathrm{m}$. По II Њутновом закону за тело следи:

$$a_g = \frac{F_{gZ}}{m} = \frac{\gamma \cdot m \cdot m_Z}{m \cdot R^k} = \gamma \cdot \frac{m_Z}{R^k} \tag{5}$$

II Њутнов закон за Месец је:

$$a_{gM} = \gamma \cdot \frac{m_Z}{r^k} \tag{6}$$

Да би одредио број k из израза (3), Њутн је морао да упореди гравитациона убрзања тела (5) и Месеца (6):

$$\begin{aligned} &\frac{a_g}{a_{gM}} = \left(\frac{r}{R}\right)^k, \frac{a_g}{a_{gM}} = 3600, \frac{r}{R} = 60 \\ &\mapsto 60^k = 3600 = 60^2 \\ &\mapsto k = 2 \end{aligned} \tag{7}$$

Тако је Њутн закључио да гравитациона сила опада са квадратом растојања између тела, која се гравитационо привлаче:

$$F_g = \gamma \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \tag{8}$$

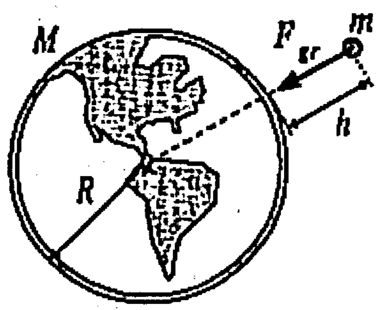
Израз (8) представља *Њутнов закон гравитације*. Може се применити на Сунце и планете Сунчевог система, јер се овај закон односи на тачкаста и сферна тела. На тела неправилног облика се не може применити овај закон. Међутим, величина гравитационог привлачења таквих тела се може наћи слагањем (суперпозицијом) гравитационих сила одређених Њутновим законом између делића два тела. Може се закључити да исто важи за јачину гравитационог поља.

3. 3. *СИЛА ТЕЖЕ*

На тело масе *m*, које се налази на висини *h* изнад површи небеског тела (Сунце, планета или месец) масе *M* и полупречника *R*, небеско тело делује <u>*гравитационом силом*</u> (слика 4):

$$F_g = \gamma \frac{M \cdot m}{(R+h)^2} \tag{9}$$

Међутим, небеско тело је спљоштено на половима због своје ротације (окретања око сопствене осе). На екватору не делује иста гравитациона сила као на полу. Разлика, која постоји, може да се занемари.

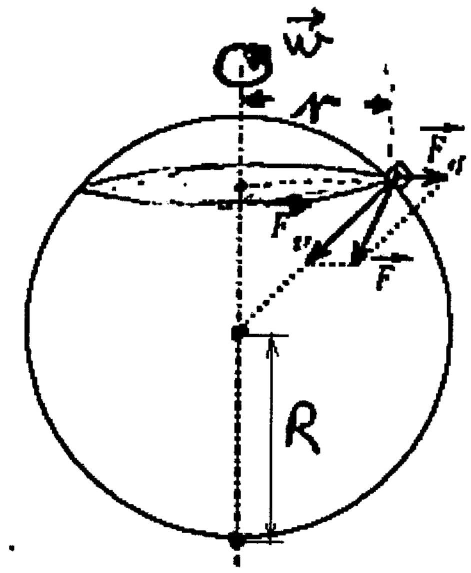


Слика 4. Утицај гравитационе силе Земље на тело масе *m* изнад ње

Због ротације небеско тело поседује центрипетална убрзања делића ($\vec{a}_{cp}$) усмерена ка оси ротације. Релативно убрзање које постиже тело масе *m* са слике 4 у односу на центар Земље једнако је гравитационом убрзању (a_g).

Међутим, ако је тело на небеском телу, на њега делује и центрифугална сила, јер је небеско тело неинерцијални референтни систем (слика 5). Резултанта гравитационе и центрифугалне силе, које делују на тело на небеском телу, је <u>*сила теже*</u> ($\vec{F}_T$):

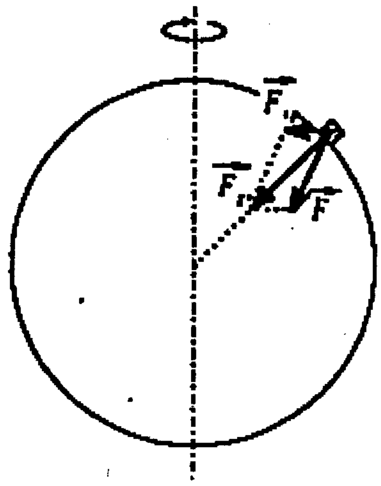
$$\vec{F}_T = \vec{F}_g + \vec{F}_{cf} = m\cdot(\vec{a}_g - \vec{a}_{cp}) = -m\cdot(\gamma\cdot\frac{M}{R^2}\cdot\vec{R}_0 - r\cdot w^2\cdot\vec{r}_0) \text{ [3]} \quad (10)$$



Слика 5. Сила теже $\vec{F}$, сила гравитације $\vec{F}_{gr}$ и центрифугална сила $\vec{F}_{cf}$

У изразу (10) $\vec{R}_0$ је јединични вектор положаја тела у односу на центар небеског тела, а $\vec{r}_0$ је јединични вектор положаја тела у односу на осу ротације небеског тела. Сила теже је супротно усмерена у односу на ове векторе.

У односу на инерцијални референтни систем ("непокретну звезду") на тела на небеском телу делује само реална, гравитациона сила. Свако тело ротира заједно са небеским телом. Одговарајуће центрипетално убрзање обезбеђује му једна компонента гравитационе силе ($\vec{F}_{cp}$), док друга компонента представља силу теже небеског тела ($\vec{F}$) (слика 6).

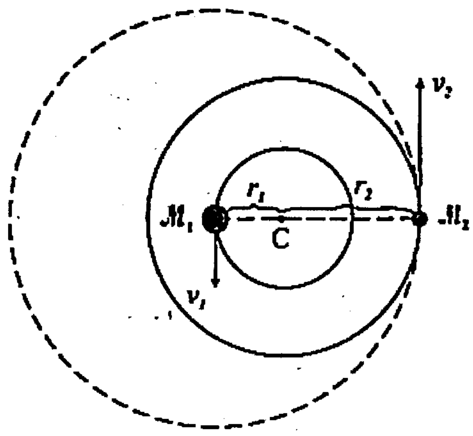


Слика 6. Разлагање гравитационе силе на цетрипеталну и силу теже

Израз (10) важи и када се тело не налази на небеском телу, ако се тело налази у гравитационом пољу небеског тела. Због тога се може сматрати да је гравитационо поље исто што и *поље силе теже*.

3. 4. *КРЕТАЊЕ ТЕЛА У ПОЉУ СИЛЕ ТЕЖЕ*

Примери кретања у пољу теже су: кретање двојног система (слика 7) [5], кретање природних и вештачких сателита око небеског тела (слика 8), слободан пад, хитац, кретање математичког клатна (слика 9) и физичког клатна (слика 10), итд.



Слика 7. Двојни систем са кружним орбитама

Двојни систем чине две звезде, маса M_1 и M_2, које се обрћу око заједничког центра масе. Нека су њихова растојања од центра масе r_1 и r_2. На слици 7 је приказана релативна путања звезде масе M_2 око звезде масе M_1 испрекиданом линијом.

По Њутновом закону гравитације гравитациона сила између звезда у двојном систему је:

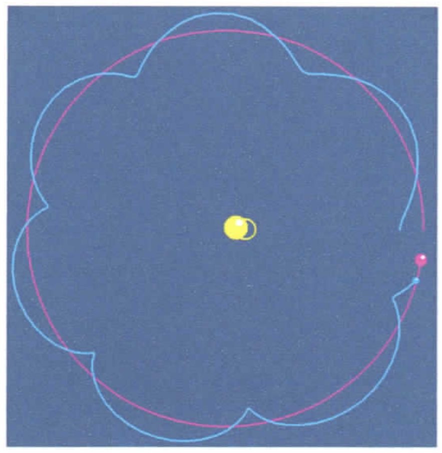
$$F_g = \gamma \frac{M_1 M_2}{(r_1 + r_2)^2} \tag{11}$$

Гравитациона сила друге звезде, која делује на прву звезду, је центрипетална:

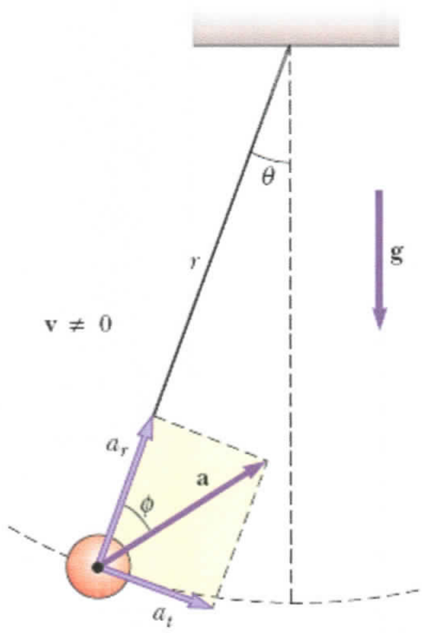
$$F_g = M_1 w^2 r_1 = 4\pi^2 M_1 \frac{r_1}{T^2} \tag{12}$$

Гравитациона сила прве звезде, која делује на другу звезду, је такође центрипетална:

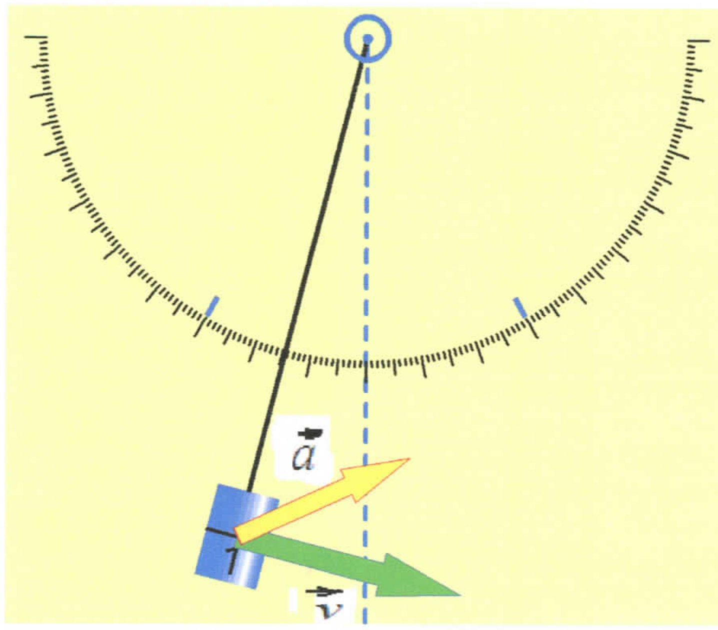
$$F_g = 4\pi^2 M_2 \frac{r_2}{T^2} \tag{13}$$



Слика 8. Путање Сунца, планете и њеног природног сателита (месеца)



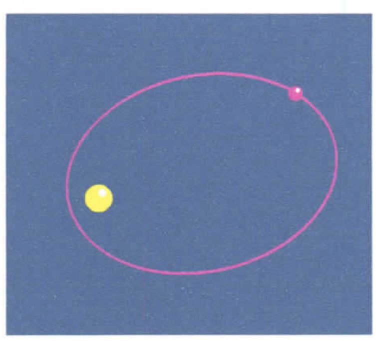
Слика 9. Математичко клатно: *g*- гравитационо убрзање, a_r- тангенцијално убрзање, a_r- радијално (центрипетално) убрзање, *a* – тотално убрзање, *r*- дужина математичког клатна, *θ*- угао отклона клатна, *Φ*- угао између тоталног и радијалног убрзања



Слика 10. Физичко клатно: $\vec{v}$ - вектор брзине, $\vec{a}$ - вектор тоталног убрзања

3. 4. 1. КРЕТАЊЕ ПЛАНЕТА У ПОЉУ СУНЧЕВЕ ТЕЖЕ

Кретање планета у Сунчевом систему се одвија у једној равни (слика 11).



Слика 11. Елиптична путања планете око Сунца

Јохан Кеплер (1571.- 1630.) [9], шпански професор математике у протестантској школи и царски математичар, прикупио је експерименталне податке Тиха Брахеа (1546.- 1601.), данског астронома, о положајима Марса у току године у односу на Сунце. Након смрти Тиха Брахеа недостајали су подаци за положаје Марса, које је утврдио Кеплер. Спајањем тих положаја са положајима, које је утврдио Брахе, Кеплер је добио *путању Марса*. Та путања је одступала по облику од кружнице. Математички гледано та путања је елипса. То је *затворена крива*, која у унутрашњости поседује две тачке, које имају особину да је збир удаљености тачке на елипси од тих тачака стална величина (не зависи од положаја тачке на елипси). Те две тачке се називају *жиже*. Кеплер је утврдио да се у једној жижи елиптичне путање Марса налази Сунце. У тој тачки налазе се жиже и других планета у Сунчевом систему.

Кеплер није знао да је узрок кретању планета по елиптичним путањама управо гравитациона сила Сунца, иако не могу да се занемаре гравитационе силе већих планета (као што је Јупитер). Њутн је први уочио да је гравитациона сила Сунца централна сила (увек усмерена ка Сунцу, при чему се сматра да се Сунце не креће). Централна сила [3] има облик:

$$\vec{F}_C = -f(r)\cdot\vec{r}_0 \qquad (14)$$

У изразу (14) $\vec{r}_0$ је јединични вектор положаја планете у односу на центар Сунца.

3. 4. 2. КРЕТАЊЕ ТЕЛА У ПОЉУ ЗЕМЉИНЕ ТЕЖЕ

Разликују се следећа кретања у пољу Земљине теже: слободан пад, пад са променљивим убрзањем; вертикалан, хоризонталан, коси хитац и хитац са променљивим убрзањем.

3. 4. 2. 1. *СЛОБОДАН ПАД*

Слика 12. Испуштање чекића и пера у Месечевом гравитационом пољу

2. августа 1971. године астронаут Дејвид Скот испустио је чекић и перо истовремено, када је стајао на Месечевој површи (слика 12). Чекић и перо су слободно падали, све док истовремено нису дотакли тло Месечеве површи.

Данас је познато да у одсуству отпора ваздуха предмети бачени близу Земљине површи падају на Земљу са истим убрзањем под дејством Земљине гравитације. То је *гравитационо убрзање*, које не зависи од масе тела које се налази у гравитационом пољу Земље. Све до 1600. године постојало је веровање, које потиче од грчког филозофа Аристотела (384.- 322 пре нове ере), да тела веће масе падају брже у односу на тела мање масе.

Гравитационо убрзање зависи само од масе планете (не и од масе тела, које слободно пада), која је извор јаког гравитационог поља (m_i):

$$a_g = \gamma \frac{m_i}{r^2} \tag{15}$$

Међутим, тело у гравитационом пољу Земље постиже убрзање под дејством силе Земљине теже ($\vec{g}$), које није једнако гравитационом убрзању ($\vec{a}_g$)! Због Земљине ротације тело поседује и центрипетално убрзање ($\vec{a}_{cp}$). Веза међу поменутим убрзањима је:

$$\vec{g} = \vec{a}_g + \vec{a}_{cp} \tag{16}$$

Галилео Галилеј (1564.- 1642.), италијански физичар, је први експериментално одредио убрзање под дејством силе Земљине теже.

Постоји легенда да када је Галилеј бацио са Кривог торња у Пизи два различита терета, они су погодили подлогу у готово исто време. Иако постоји сумња да је Галилеј стварно бацао терете са торња, он је вршио бројне експерименте са предметима који су се кретали на стрмој равни. У његовим експериментима кугле су се котрљале низ стрму раван малог нагиба. Он је мерио пређена растојања у једнаким временским интервалима. Сврха стрме равни је била да смањи убрзање кугли, како би Галилеј извршио прецизнија мерења времена.

Постепеним повећавањем нагиба стрме равни убрзање кугли на стрмој равни се све више приближава вредности убрзања под дејством силе Земљине теже. У ствари, то убрзање је убрзање кугли које би се кретале низ вертикалну раван без трења и отпора средине у којој се налазе.

Ако се са исте висине пусте метални новац и згужвани лист папира, због присутног отпора ваздуха ови предмети неће имати исто убрзање, поред тога што то убрзање неће бити гравитационо. Када би се исти експеримент вршио у вакууму, папир, чак и када није згужван, пао би на подлогу у исто време када и метални новац.

Сва тела, која се бацају вертикално у вис или вертикално наниже, поседују *слободно падање* ако се занемаре све друге реалне силе осим силе Земљине теже.

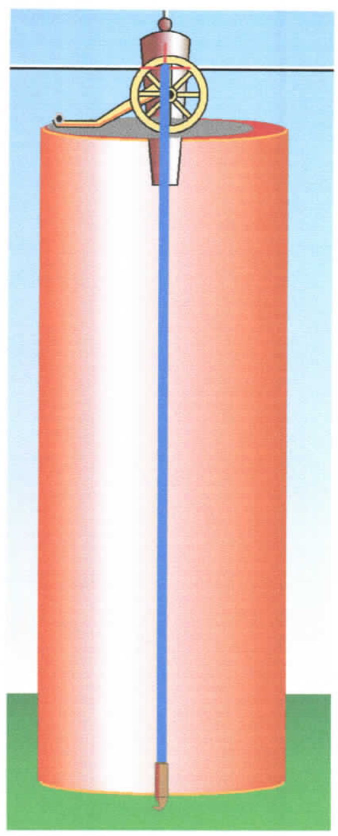
Ако постоји отпор ваздуха, тела неће слободно падати, већ ће падати са промењљивим убрзањем. Промењљиво убрзање се јавља и ако тела падају са велике висине у односу на Земљину површ, јер убрзање под дејством силе Земљине теже зависи од растојања од центра Земље.

3. 4. 2. 2. *ХИТАЦ*

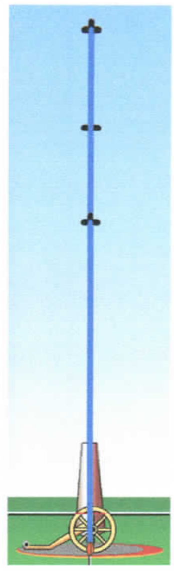
Хитац је тродимензионално кретање тела у гравитационом пољу небеског тела са почетном брзином. Обично се ово кретање своди на кретање у две димензије. Пример овог кретања је кружење вештачких сателита око Земље. Да би вештачки сателит могао да кружи око Земље, потребно је да стекне одговарајућу брзину у вертикалном правцу, што је пример вертикалног хица, тј. кретања у једној димензији. Кретање тела је често и на самој Земљи. Сваки предмет, који се баца у ваздух, представља пројектил (примери: бејзбол лоптица, тениска лоптица, фудбалска лопта, кошаркашка лопта, итд.). Хитац је природна појава која се јавља у свакодневном животу. Примери су: шутирање фудбалске лопте, бацање кошаркашке лопте на кош, спуштање скијаша низ стазу, искакање падобранаца из авиона, нишањење и пуцање на мету (фазана, патку, ...) у лову, гашење пожара, кретање преко литице стене, прескакање ограде, бацање диска и кладива на спортским Олимпијадама, бацање предмета са врха вишеспратнице, скок у даљ и троскок на спортским Олимпијадама, ударање тениске лоптице на терену,... Ако се уведу две претпоставке, онда се кретање пројектила једноставно описује. *Прва претпоставка* је да је гравитационо убрзање стално и да се не мења сво време кретања, а усмерено је вертикално наниже. Она важи када је растојање које прелази пројектил много мање од полупречника Земље. У ову претпоставку улази и тврдња да је површ Земље изнад које се налази пројектил равна. *Друга претпоставка* је да је сила отпора ваздуха безначајна. Ова претпоставка није тачна за велике брзине пројектила. Такође, ова претпоставка није тачна ако се има у виду да се баца тело неправилног облика, које се окреће услед дејства аеродинамичних сила (силе потиска и силе отпора средине). Путања оваквог пројектила је јако закривљена, услед *Магнусовог ефекта* (појаве да се пројектил креће из правца високог притиска средине у којој се налази, у правцу ниског притиска).

Ако се занемаре инерцијалне силе које делују на пројектил (центрифугална сила због Земљине ротације и Кориолисова сила због Земљине револуције) у односу на посматрача на Земљи, може се увести xy- координатни систем, уз помоћ којег се могу описати све врсте хица.

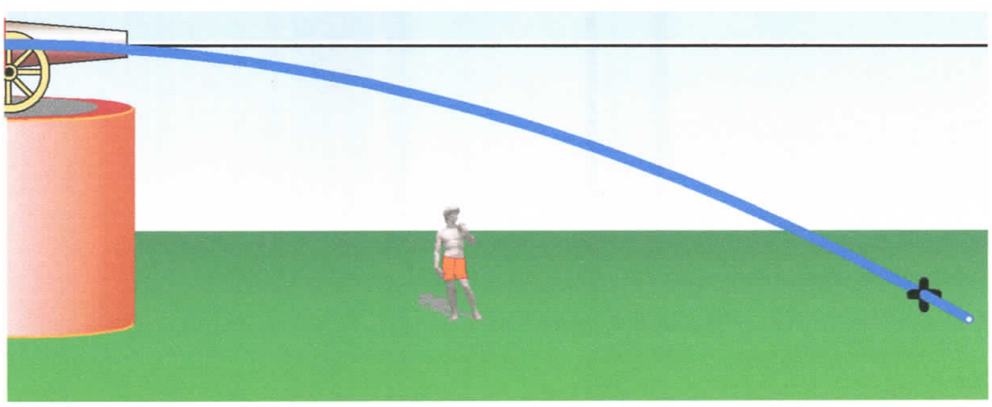
Врсте хица су: вертикалан хитац наниже (слика 13), вертикалан хитац у вис (слика 14), хоризонталан хитац (слика 15), коси хитац у вис (слика 16), коси хитац наниже (слика 17).



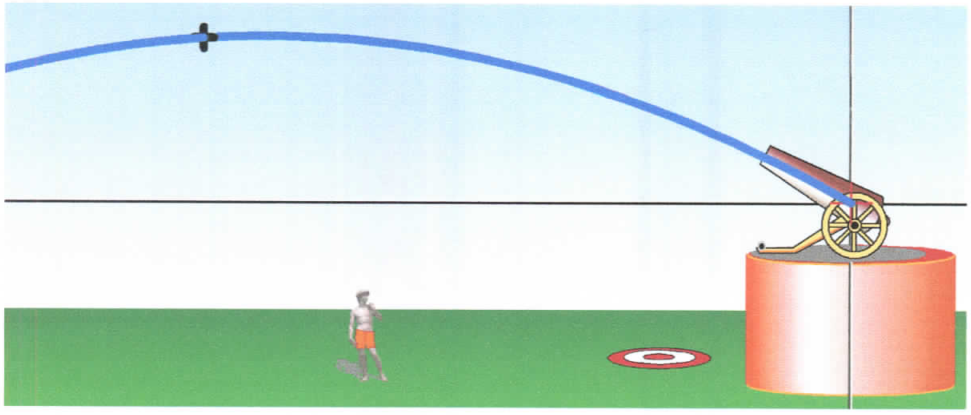
Слика 13. Вертикалан хитац наниже



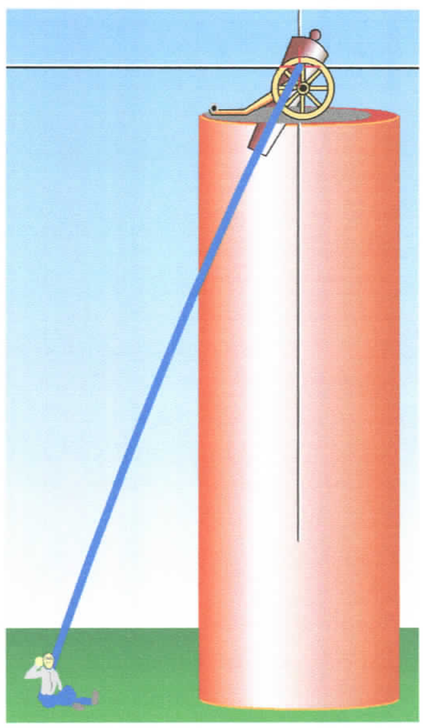
Слика 14. Вертикалан хитац у вис и слободно падање



Слика 15. Хоризонталан хитац



Слика 16. Коси хитац у вис



Слика 17. Коси хитац наниже

За хитац се везују следећи појмови: пројектил, парабола, полупарабола, отпор кретању (вискозно трење, струјање флуида,...), домет пројектила, висина пројектила, елевациони угао пројектила.

Пројектил је тело које може да се баци у гравитационом пољу планете, при чему стиче почетну брзину у одређеном правцу.

Парабола је путања пројектила који се креће по закону косог хица, када се занемарује отпор кретању и када је пређени пут пројектила много мање дужине од полупречника Земље (претпоставља се да је гравитационо убрзање у току кретања усмерено вертикално наниже, без промене правца и смера).

Полупарабола је путања пројектила који се креће по закону хоризонталног хица, под истим претпоставкама као за коси хитац.

У реалности увек постоји *отпор кретању* (у виду вискозног трења, које се јавља у течним и гасовитим срединама и у виду силе потиска, нарочито у течним срединама). Тај отпор се може детектовати струјањем флуида (гасова и течности) око пројектила. Ово струјање криви путању пројектила, тако да она више није парабола (у косом хицу), нити полупарабола (у хоризонталном хицу). Ова појава је позната под називом Магнусов ефекат.

Домет пројектила је хоризонтална пројекција путање пројектила. Јавља се у хоризонталном хицу и у косом хицу.

Висина пројектила је растојање које пређе пројектил у вертикалном правцу за одређено време подизања.

Елевациони угао пројектила граде вектор тренутне брзине кретања пројектила и хоризонтала са заједничким теменом.

3. 4. 2. 2. 1. ВЕРТИКАЛАН ХИТАЦ

У *вертикалном хицу у вис* пројектил се креће док се тренутно не заустави, да би кренуо у супротном смеру без почетне брзине.

Ако се y- оса усмери вертикално навише, једначина вертикалног хица у вис има облик:

$$\Delta v_y(t) = -g(t)\,\Delta t \tag{17}$$

У изразу (17) $-\Delta v_y(t)$ је смањење брзине пројектила у вертикалном правцу. Гравитационо убрзање (g) опада са квадратом удаљености од центра Земље:

$$g = g_Z \frac{1}{(1+\frac{y}{R_Z})^2} \tag{18}$$

У изразу (18) g_Z представља гравитационо убрзање које тело поседује непосредно пре пада на површ Земље, а y је тренутни положај пројектила на y- оси у односу на координатни почетак, постављен у почетном положају пројектила (на површи Земље).

Ако је у почетном тренутку висина пројектила 0 и h висина подизања, време подизања t_P је:

$$t_P = \sqrt{\frac{2h}{g_Z}} \tag{19}$$

Време подизања пројектила изражено преко почетне вертикалне брзине је:

$$t_P = \frac{v_{yi}}{g_Z} \tag{20}$$

Коначна једначина слободног падања дуж y- осе после достизања највеће висине у вертикалном хицу у вис, под условом да дуж те осе не постоје отпорне силе (што је апроксимативно тачно) је:

$$h - y = \frac{v_{yi}^2}{2g} - y = \frac{1}{2} g \left(t - \frac{v_{yi}}{g}\right)^2 \qquad (21)$$

Укупно време кретања пројектила је:

$$t = \frac{v_{yi}}{g} + \sqrt{\frac{v_{yi}^2}{g^2} - \frac{2y}{g}} \qquad (22)$$

Осим вертикалног хица у вис постоји и *вертикалан хитац наниже*. Ово кретање је равномерно убрзано (ако се занемарује отпор ваздуха), праволинијско кретање са почетном брзином. Израз за тренутни положај пројектила, који започиње ово кретање у нултој тачки y- осе (ако се постави y- оса дуж правца кретања вертикално у вис и под условом да се кретање врши у безваздушном простору) је:

$$y = C - v_0 t - \frac{1}{2} g t^2, C = 0 \qquad (23)$$

У изразу (23) v_0 је интензитет почетне брзине пројектила.

Отпор ваздуха постоји у вертикалном правцу, али само када се пројектил спушта (пада).

Облик силе отпора ваздуха у вертикалном правцу је:

$$\vec{F}_{yOT} = -k_y \vec{v}_y \qquad (24)$$

У изразу (24) k_y је коефицијент отпора ваздуха, а $\vec{v}_y$ је вектор тренутне брзине пројектила у вертикалном правцу. Експериментално је утврђено да коефицијент отпора ваздуха зависи од облика и димензија пројектила, али и од густине пројектила.

Динамичка једначина кретања пројектила, када пада, је:

$$m a_y = m g - k_y v_y \qquad (25)$$

После кратког падања пројектил достиже највећу вертикалну брзину, којом се даље креће равномерно дуж y- осе. Та брзина има назив <u>*терминална брзина*</u>. Највећа вертикална брзина, коју достиже куглица при падању, је:

$$v_{ym} = \frac{m' g}{k_y} = \frac{\frac{4}{3} \rho_P' R^3 \pi g}{k_y} \tag{26}$$

У изразу (26) ρ_P' је привидна густина пројектила услед деловања силе потиска у отпорној средини. Привидна густина се може изразити преко густине пројектила (ρ_P) и густине флуида (средине у којој се налази пројектил)- ρ_f :

$$\rho_P' = \rho_P - \rho_f \tag{27}$$

Ако је пројектил лопта, што је најчешћи случај, експериментално је показано да је терминална брзина дуж y- осе сразмерна полупречнику лопте (*R*):

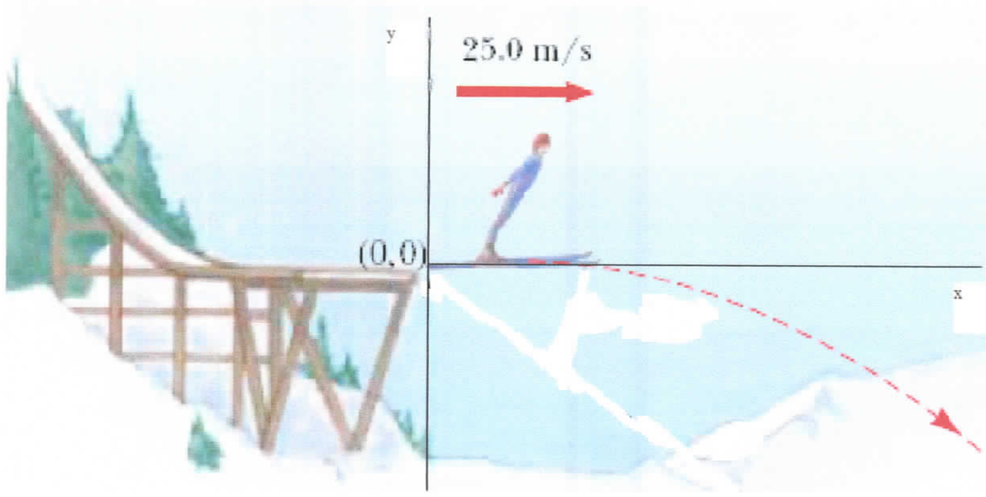
$$v_{ym} = C R \tag{28}$$

Комбиновањем израза (26), (27) и (28) може се одредити коефицијент отпора средине:

$$k_y = \frac{4 \pi}{3 C} (\rho_P - \rho_f) R^2 g \tag{29}$$

3. 4. 2. 2. 2. <u>*ХОРИЗОНТАЛАН ХИТАЦ*</u>

<u>*Хоризонталан хитац*</u> је врста кретања са почетном брзином, која је усмерена у хоризонталном правцу (слика 18).



Слика 18. Пример хоризонталног хица

На слици 18 скијаш напушта снежну стазу и наставља да се креће по закону хоризонталног хица, са почетном брзином 25 m/s.

Ако се x- оса постави дуж хоризонтале, вектор почетне брзине се не разлаже:

$$\vec{v}_{x0} = \vec{v}_0$$
$$v_{y0} = 0 \qquad (30)$$

У овом изразу $\vec{v}_0$ је почетна брзина пројектила, а усмерена је дуж x- осе.

Вектор тренутне брзине (у временском тренутку *t*) се разлаже на две компоненте, јер се пројектил налази у гравитационом пољу Земље (занемарује се отпор ваздуха):

$$\vec{v}_x = \vec{v}_{x0}$$
$$\vec{v}_y = \vec{g} \cdot t \qquad (31)$$

Интензитет тренутне брзине пројектила у хоризонталном хицу је:

$$v = \sqrt{v_0^2 + g^2\, t^2} \qquad (32)$$

Хоризонталан хитац се може разложити на слободно падање у вертикалном правцу и на равномерно кретање у хоризонталном правцу. Компоненте тренутног положаја пројектила се могу описати помоћу ху-координатног система (на слици 18):

$$x = C_x + v_0\, t, C_x = 0$$
$$y = C_y - \frac{1}{2} g\, t^2, C_y = 0 \tag{33}$$

У изразу за вертикалну компоненту положаја стоји знак –, јер се пројектил у вертикалном правцу креће у супротном смеру у односу на усмерену у-осу. Трајекторија хоризонталног хица је <u>*полупарабола*</u>:

$$y = -\frac{g}{2\, v_0^2} x^2 \tag{34}$$

<u>*Ваздушна струјања*</u>, која постоје углавном дуж хоризонталног правца, ометају кретање пројектила у ваздушној средини. Под условом да почетна брзина пројектила није великог интензитета, <u>*отпорна сила*</u> има облик:

$$\vec{F}_{OT\,x} = -k_x\, \vec{v}_x \tag{35}$$

У изразу (35) k_x представља <u>*коефицијент отпора*</u> (ваздушне, водене,…) средине у хоризонталном правцу.

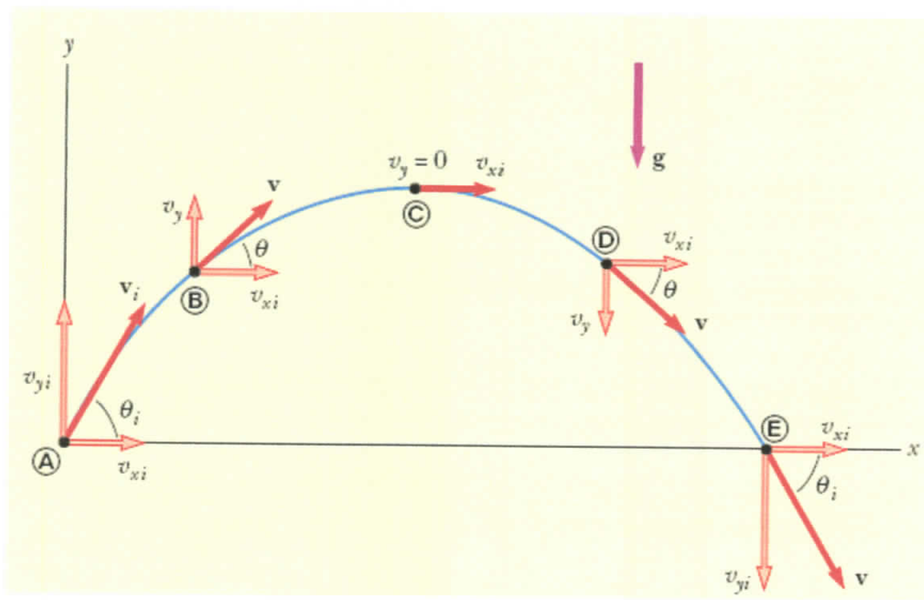
Након коначно дугог временског интервала *x*- компонента тренутне брзине пројектила је нула.

Даље кретање пројектила је слободно падање.

3. 4. 2. 2. 3. <u>*КОСИ ХИТАЦ*</u>

<u>*Коси хитац*</u> представља специјалан случај принудног кретања (у гравитационом пољу), што је пример криволинијског раванског кретања [6].

На слици 19 је приказан коси хитац у вис. Координатни почетак се поклапа са почетним положајем пројектила.



Слика 19. Дводимензионално кретање пројектила

На слици 19 пројектил са почетном брзином $\vec{v}_i$, где је i=0, креће се по параболичној путањи. Брзина кретања пројектила се мења са временом по правцу и интензитету. Под одређеним претпоставкама пројектил има само убрзање дуж y- осе, у негативном смеру. За разлику од убрзања, брзина има две компоненте. Брзина дуж x- осе се под олакшавајућим околностима не мења, јер нема компоненте убрзања дуж исте. Вертикална компонента брзине је нула на врху путање пројектила.

При кретању пројектила треба смањити утицај *аеродинамичних сила*, које су сразмерне квадрату брзине кретања, услед неправилног облика пројектила. Не треба дозволити ротирање пројектила, јер се тада кинетичка транслаторна енергија пројектила смањује, због чега пројектил не достиже велику висину.

Компоненте убрзања у кретању пројектила по параболичној путањи су:

$$a_x = 0$$
$$a_y = g \tag{36}$$

Са слике 19 почетни угао између правца кретања пројектила и хоризонтале (θ_i) је угао испаљивања пројектила. Елевациони угао се непрестано мења у току кретања пројектила. Тај угао је у тачки B мањи у односу на A. У C је 0. У D је већи по интензитету у односу на C, али је негативан. У E је исти по интензитету као на почетку кретања, али је негативан.

Ако су компоненте почетне брзине пројектила $\vec{v}_{xi}$ и $\vec{v}_{yi}$, могу се записати <u>*коначне једначине кретања пројектила*</u> у општем облику:·

$$x_f - x_i = v_{xi} \cdot t$$
$$y_f - y_i = v_{yi} \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \tag{37}$$

У изразима под (37) индекси *f* се односе на тренутну координату положаја пројектила у усвојеном xy- координатном систему, а индекси *i* се односе на почетне координате положаја (*i*=0).

t је време кретања пројектила, које се може елиминисати да би се нашла једначина трајекторије:

$$y_f - y_i = (x_f - x_i) \cdot \frac{v_{yi}}{v_{xi}} - \frac{g}{2 v_{xi}^2} \cdot (x_f - x_i)^2 \tag{38}$$

y_f је вертикална компонента положаја пројектила у одређеном временском тренутку *t*, која може имати и негативну вредност. Такође, x_i за *i*=0 представља почетну хоризонталну компоненту положаја пројектила, а може имати и негативну вредност.

Израз (38) има смисла ако је задовољена неједначина $0 < |\theta_i| < \frac{\pi}{2}$. (x, y) представља тачку на путањи пројектила.

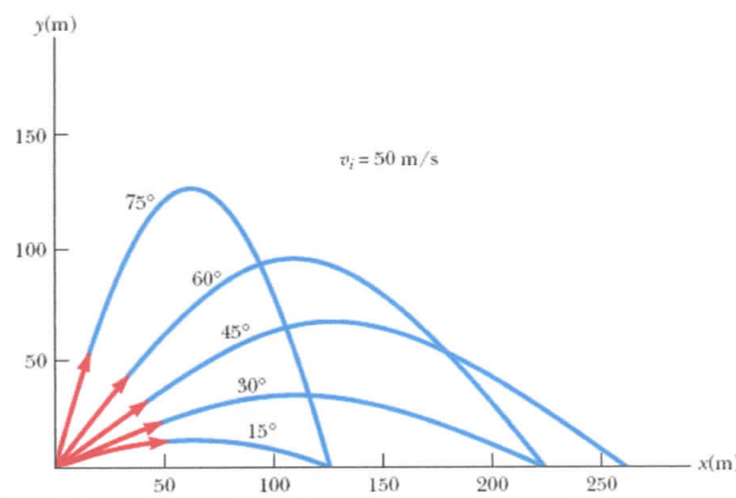
Ако се постави координатни систем тако да је координатни почетак у тачки А са слике 19, тада је: $x_i = 0$, $y_i = 0$, $x_f = x$, $y_f = y$, $i=0$. Израз (38) тада има измењен облик:

$$y = x \cdot \frac{v_{0y}}{v_{0x}} - \frac{g}{2\,v_{0x}^2} \cdot x^2 \tag{39}$$

Када се пројектил приземљи, тј. нађе на површи Земље (на слици 19 у тачки Е), $y=0$ и $x=D$ (домет пројектила- хоризонтално растојање које пројектил прелази до приземљивања). Домет пројектила према (39) је:

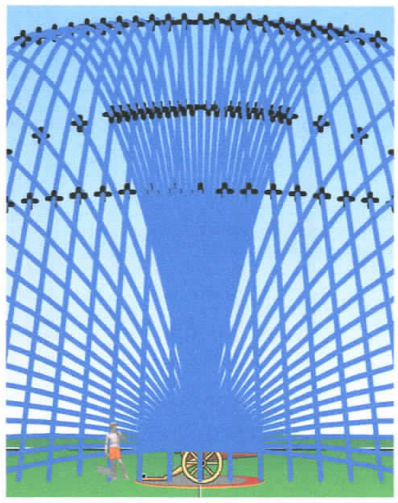
$$D = \frac{2 \cdot v_{0x} \cdot v_{0y}}{g} \tag{40}$$

Домет пројектила је највећи ако је производ хоризонталне и вертикалне компоненте брзине највећи, тј. када су ове компоненте једнаке.



Слика 20. Путање пројектила са различитим угловима испаљивања

На слици 20 је највећи домет за угао 45°. За два комплементарна угла (који заједно граде прав угао) постоји исти домет пројектила, ако тачка приземљивања пројектила лежи на x- оси. Ако се кретање пројектила наставља на висинама мањим од почетне у односу на центар Земље, домети за комплементарне углове испаљивања се више не поклапају. Највеће висине пројектила и времена летења пројектила за комплементарне углове испаљивања се разликују.



Слика 21. Путање пројектила након избацивања из топа под различитим угловима

На слици 21 приказана је породица парабола. Те параболе су обавијене *параболом сигурности* (обвојницом). Она ограничава простор у којем се може наћи пројектил, који се креће по закону косог хица.

Обвојница се може поделити на две идентичне полупараболе. Свака полупарабола представља путању пројектила, који се баца хоризонтално, чији је почетни положај на највећој висини коју достиже пројектил који избацује топ.

Да би се добио израз за брзину, потребно је раставити тренутну брзину пројектила на компоненте дуж постављених оса. *X*- компонента брзине пројектила у косом хицу не зависи од времена кретања, а *y*- компонента зависи:

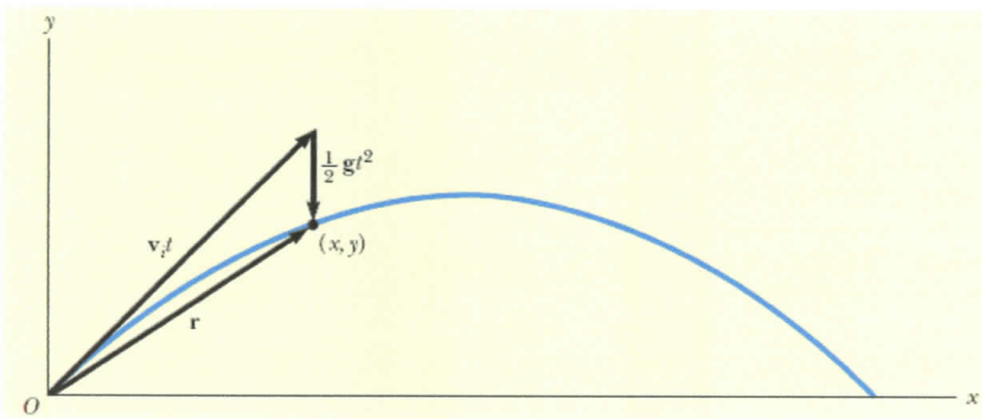
$$v_{0x} = v_x$$
$$v_y = v_{0y} - g\,t \tag{41}$$

Израз за *тренутну брзину пројектила* је:

$$v = \sqrt{v_{0x}^2 + (v_{0y} - g \cdot t)^2} \tag{42}$$

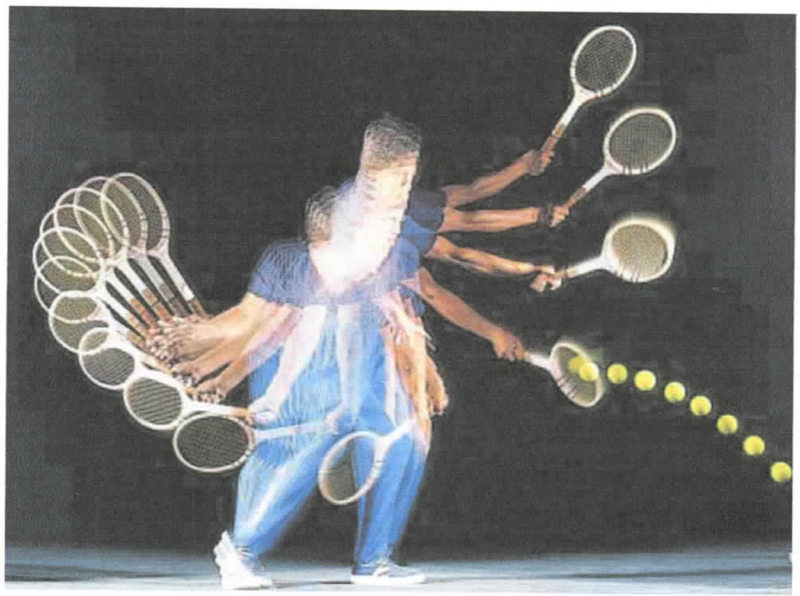
Вектор положаја пројектила је функција почетне брзине пројектила и времена кретања пројектила:

$$\vec{r}\,(\vec{v}_i, t) = \vec{v}_i\, t + \frac{1}{2}\vec{g}\, t^2 \tag{43}$$



Слика 22. Графички приказ вектора положаја пројектила

На слици 22 је приказан вектор положаја пројектила ($\vec{r}$), где је $\vec{v}_i\, t$ померај пројектила без утицаја гравитационог поља, а $\frac{1}{2}\vec{g}\, t^2$ је померај пројектила у вертикалном правцу.

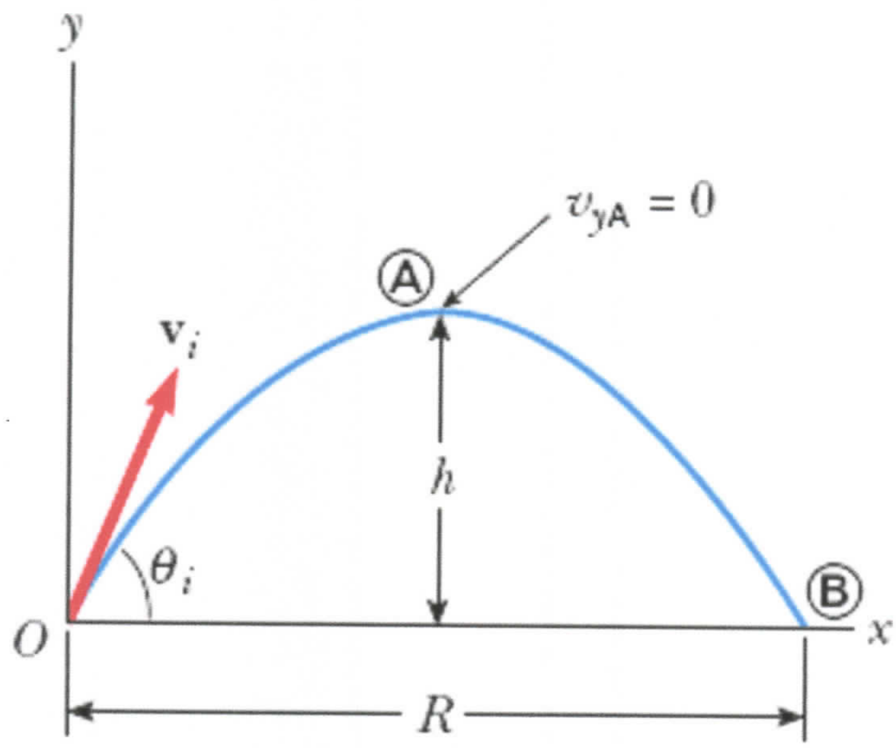


Слика 23. Кретање тениске лоптице по закону косог хица у вис

На слици 23 приказан је *стробоскопски снимак*, који може да послужи за проучавање квалитета спортске опреме и квалитета извођења удараца. Овај снимак настаје фотографисањем објеката (играча, рекета и лоптице) у једнаким временским интервалима и преклапањем добијених фотографија.

Удаљености дуж x- и y- осе од почетног положаја су у потпуности независне величине, али обе зависе од времена кретања.

Угао који граде тренутни вектор брзине пројектила и хоризонтала са заједничким теменом (θ) се мења непрекидно за време кретања пројектила. Вредности за θ су између 0 и $\frac{\pi}{2}$ при подизању пројектила и између $-\frac{\pi}{2}$ и 0 при спуштању пројектила.



Слика 24. Испаљивање пројектила који достиже тло у тачки B

На слици 24 приказан је коси хитац у вис [7], где је највећа достигнута висина *h*, а домет пројектила (хоризонтална пројекција путање пројектила) је *R*. У тачки A, која представља врх (пик) путање, пројектил има координате (0.5 *R*, *h*), ако нема отпора ваздуха кретању. Тачка B, која припада путањи пројектила, има координате (*R*, 0).

У тачки A вертикална компонента брзине једнака је нули. Даље кретање пројектила подудара се са хоризонталним хицем.

На слици 24 вертикална компонента брзине пројектила достиже у тачки A вредност 0:

$$0 = v_{yA} = v_{0y} - g\,t_A \tag{44}$$

t_A (време подизања пројектила) је:

$$t_A = \frac{v_{0y}}{g} \tag{45}$$

Највећа висина пројектила је пређени пут у вертикалном правцу са почетном брзином до заустављања пројектила:

$$h = v_{0y}\, t_A - \frac{1}{2}\, g\, t_A^2 = \frac{v_{0y}^2}{2\, g} \tag{46}$$

Због симетрије проблема време потребно да домет пројектила буде R је t_B=2 t_A.

Време подизања пројектила је одређено у изразу (46). Време спуштања пројектила, када пројектил слободно пада, је:

$$t_S = \sqrt{\frac{2\,(h - y)}{g}} \tag{47}$$

У изразу (47) је y вертикална компонента тренутног положаја пројектила у току слободног падања у односу на подлогу (Земљину површ).

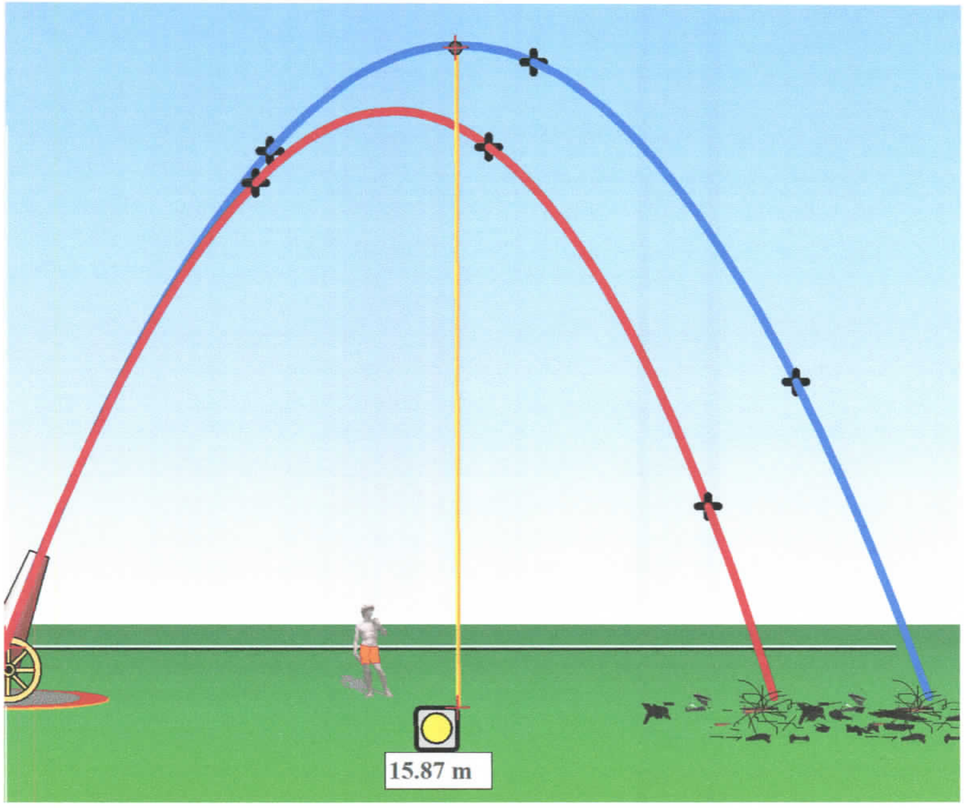
Укупно време кретања пројектила једнако је збиру времена подизања и времена спуштања пројектила:

$$t_u = t_A + t_S = \sqrt{\frac{2\,h}{g}} + \sqrt{\frac{2\,(h - y)}{g}} = \sqrt{\frac{2\,h}{g}}(1 + \sqrt{1 - \frac{y}{h}}) \tag{48}$$

Домет пројектила зависи од y- координате тачке положаја приземљивања пројектила:

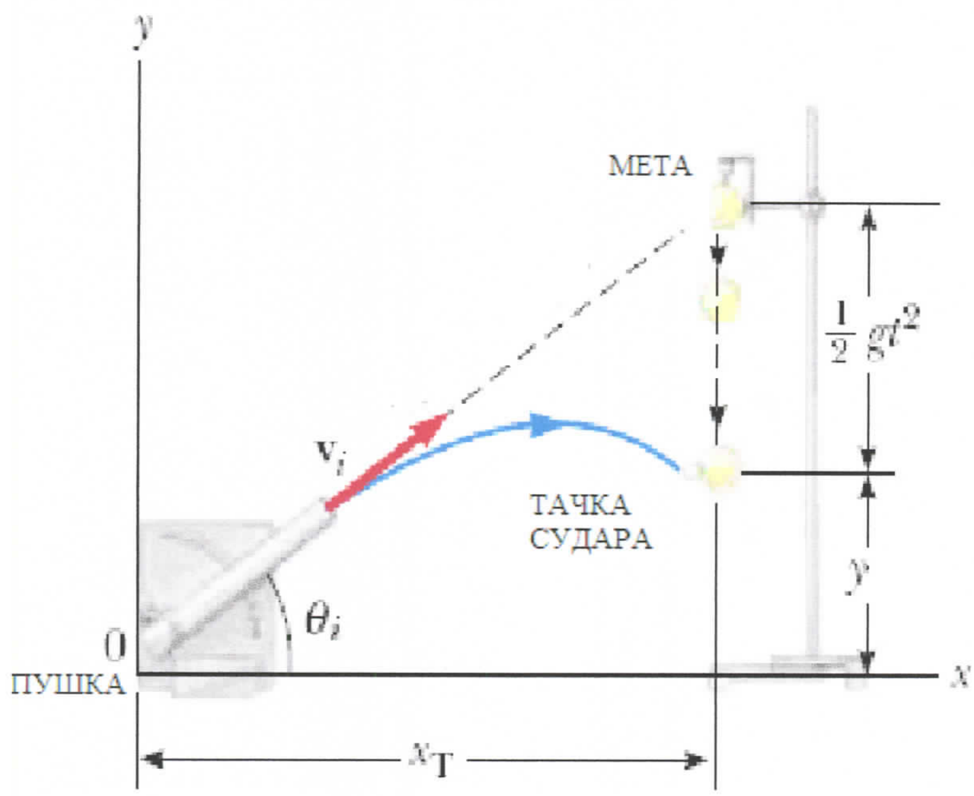
$$R = v_{0x}\, t_u = v_{0x}\, \sqrt{\frac{2\,h}{g}}\,(1 + \sqrt{1 - \frac{y}{h}}) \tag{49}$$

Услед отпора ваздуха и силе потиска путања пројектила са променљивим убрзањем није парабола (слика 25).



Слика 25. Кретање клавира: плава путања- без отпора ваздуха, црвена путања- са отпором ваздуха

Сила потиска постаје значајна ако се испаљивање пројектила врши у течностима (подморнице поседују торпеда, која избацују под морском водом, да би погодиле другу подморницу или брод на мору).



Слика 26. Графички приказ путања пројектила и мете [7]

На слици 26 приказан је метак, који излази из пушке и погађа лоптицу (мету), која слободно пада. Метак је започео кретање када и лоптица.

Ако се претпостави да пројектил и мета имају само гравитационо убрзање, и ако је почетан положај мете на хоризонталној удаљености x_T од почетног положаја метка (у пушки), онда је *y*- координата мете y_T. *Y*- координата положаја мете се смањује за време слободног падања за износ 0.5 $g\,t^2$:

$$y = y_T - \frac{1}{2} g\,t^2 \tag{50}$$

Кретање метка се може раставити на два кретања- једно је равномерно кретање по x- оси, а друго је равномерно успорено кретање дуж y- осе, које прелази у равномерно убрзано кретање без почетне брзине на истој оси.

Да би дошло до судара метка и мете, потребно је да се путање метка и мете секу, тј. морају се поклапати одговарајуће координате метка и мете у истом временском тренутку. То значи да израз (50) важи и за метак.

4. ЗАДАЦИ ЗА УЧЕЊЕ

Физички задаци за учење деле се на неколико категорија, према критеријумима.

По *критеријуму карактера потребних података* физички задаци се деле на:

1) задатке у којима се тражи непозната физичка величина;

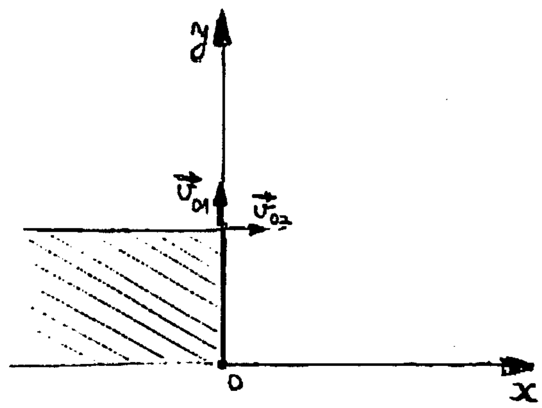
2) задатке у којима се доказује;

3) конструктивне задатке.

Пример задатка у којем се тражи непозната физичка величина:

Са платформе, која се налази на висини 15 m изнад хоризонталне површи земље, избаце се истовремено два тела истом почетном брзином (20 m/s), једно вертикално у вис, а друго у хоризонталном правцу. Одредити међусобно растојање тела у тренутку када хоризонтално бачено тело додирне земљу.

Решење:



Слика 27. Декартов xy- координатни систем

$v_0=20\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $h=15$ m, $d=?$

Постави се Декартов xy- координатни систем (слика 27) тако да x- оса лежи дуж хоризонталне површи земље. Претпоставља се да вертикалан хитац у вис не прелази у слободно падање. То је задовољено ако укупно време кретања у вис задовољава услов:

$$t_p<\frac{v_0}{g}=2.04\ \mathrm{s}$$

Још један услов у задатку је време слободног падања тела које се креће по закону хоризонталног хица. Пошто то тело у вертикалном правцу поседује слободно падање при којем прелази растојање *h,* време, потребно да друго тело додирне земљу, је:

$$t_s=\sqrt{\frac{2h}{g}}=1.75\ \mathrm{s}$$

За посматрано време прво тело се и даље креће вертикално у вис. *Y*-координата положаја првог тела за посматрано време је:

$$y(t) = h + v_0\, t - \frac{1}{2}\, g\, t^2 = 35\ \mathrm{m}$$

Пошто се у хоризонталном правцу друго тело креће равномерно, пређени пут дуж x- осе је:

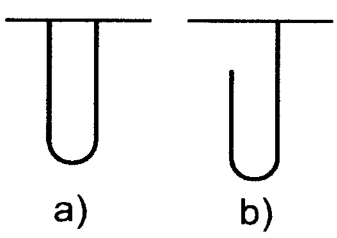
$$x(t) = v_0\, t = 35\ \mathrm{m}$$

Тражено растојање налази се путем Питагорине теореме:

$$d = \sqrt{x^2(t) + y^2(t)} = 49.5\ \mathrm{m}$$

Пример конструктивног задатка:

Хомоген, танак и савитљив, али неистегљив канап, масе m и дужине L, је са оба краја прикачен за међусобно блиске куке на плафону и налази се у стању мировања (слика 28 а). У неком тренутку један крај канапа се откачи и почне да пада (слика 28 b). Колика је максимална сила којом канап делује на другу куку?



Слика 28. Канап: а) окачен о две куке на плафону, b) окачен о једну куку на плафону

Решење:

Промена импулса дела канапа, који слободно пада, је:

$$\Delta p = \Delta m \bullet v + m \bullet \Delta v = m \frac{\Delta y}{L} v + m \bullet \Delta v$$

Интензитет силе, којом део канапа делује на остатак, је:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m\,v}{L} \frac{\Delta y}{\Delta t} + m\,g$$

Сила F је:

$$F = \frac{m\,v^2}{L} + m\,g$$

Максимална сила, којом део канапа делује на остатак, је сила којом крај одмотаног дела канапа делује на остатак (крај канапа је прешао највеће растојање у односу на остатак, укупне дужине $L/2$). По закону одржања енергије у гравитационом пољу Земље је:

$$v_{max}^2 = 2\,g\,\frac{L}{2} = g\,L$$

Према томе, тражена максимална сила је:

$$F_{max} = 2\,m\,g$$

По *критеријуму садржаја* задаци се деле на:

1) конкретне задатке;

2) апстрактне задатке;

3) парадоксалне задатке;

4) практичне задатке.

По *<u>критеријуму начина решавања</u>* задаци се деле на:

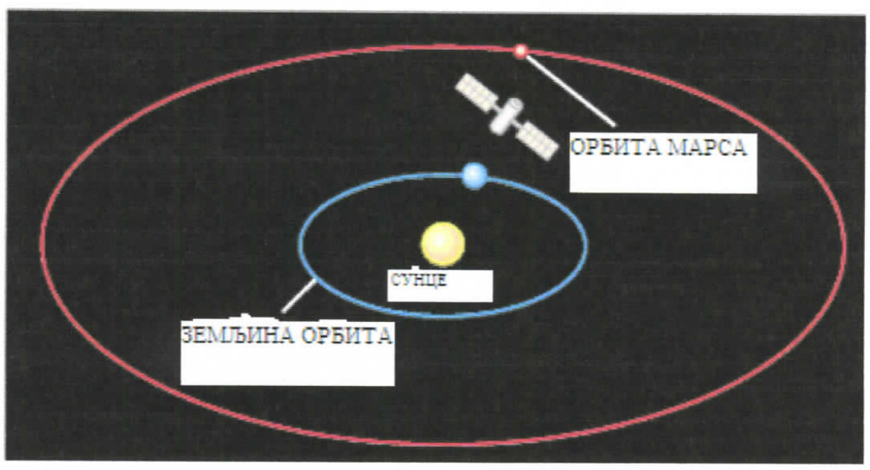
1) количинске, где се користе: аритметика, алгебра и геометрија;

2) описне, са недостајућим, а неопходним подацима;

3) графичке (цртежи, слике, таблице;

4) експерименталне (са неколико решења).

<u>Пример графичког задатка:</u>



Слика 29. Кретање међупланетарне сонде од Марса до Земље

Међупланетарну сонду привлачи гравитациона сила Сунца, чији интензитет зависи од растојања сонде од Сунца (x):

$$F_g = 1.3 \cdot 10^{22} \frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2}{x^2}$$

Графички одредити колики рад изврши гравитациона сила Сунца да се сонда приближи Сунцу са растојања $2.3 \cdot 10^{11}$ m на растојање $1.5 \cdot 10^{11}$ m .

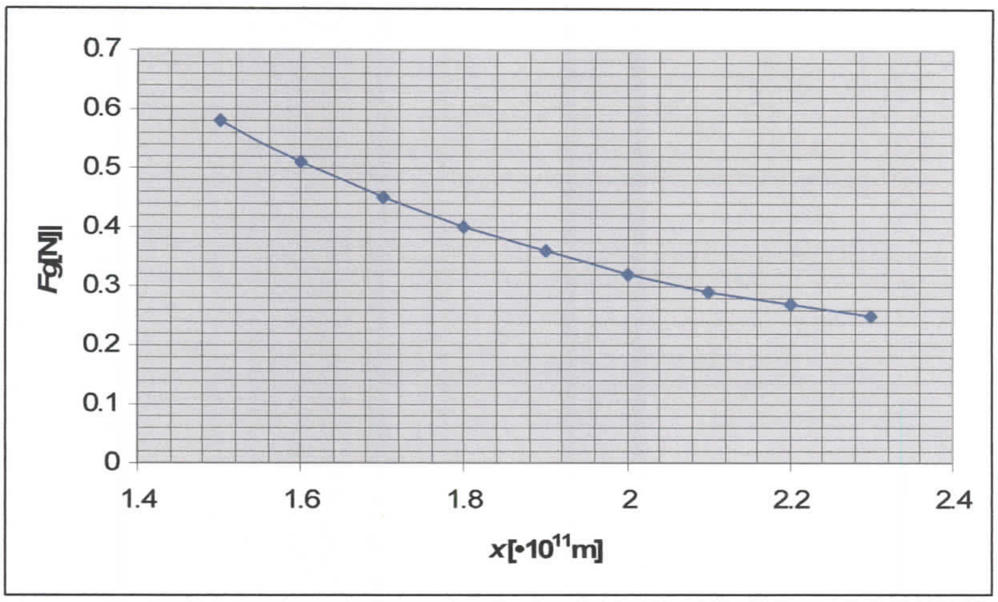
Решење:

Да би се конструисао график $F_g = F_g(x)$, потребно је формирати табелу:

Табела I Зависност $F_g = F_g(x)$

x[$\cdot 10^{11}$ m]	F_g[N]
1.5	0.58
1.6	0.51
1.7	0.45
1.8	0.4
1.9	0.36
2	0.32
2.1	0.29
2.2	0.27
2.3	0.25

График дате зависности је:



Слика 30. $F_g = F_g(x)$

Тражени рад једнак је површини затворене површи између графика зависности $F_g = F_g(x)$ и x- осе, на датом интервалу за x.

На слици 30 направљена је правоугаона мрежа. Површина површи (рад) се може наћи као збир целих, половине полуцелих и половине осталих правоугаоника испод датог графика зависности помножен са површином једног правоугаоника. Површина једног правоугаоника је:·

$$S_1 = \frac{0.1\,\mathrm{N}}{5} \cdot \frac{0.2 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m}}{5} = 8 \cdot 10^{7}\ \mathrm{N \cdot m}$$

Тражени рад је:

$$A_g = (347 + \frac{1}{2} \cdot 40 + \frac{1}{2} \cdot 20) \cdot S_1 = 377 \cdot S_1 = 3.0 \cdot 10^{10}\ \mathrm{J}$$

По *критеријуму сугестије* задаци се деле на:

1) тренажне (задаци за вежбање, питања);

2) задатке са утврђивањем (примена знања и умећа на нове, непознате ситуације);

3) стваралачке задатке (истраживачке, конструктивне).

5. ЗАДАЦИ ЗА САМОСТАЛАН РАД

1. задатак:

Полупречник једног округлог астероида је 5 km, а густина је 5.5 g/cm^3.

а) Наћи убрзање слободног падања на површи астероида;

б) Одредити на коју висину скаче човек на површи астероида ако са истим напором на Земљи скочи 5 cm високо.

2. задатак:

Мајмун виси на грани и почне слободно да пада у тренутку када ловац испали на њега успављујући метак из пушке. Одредити тачку ка којој би ловац требало да усмери осу цеви да би погодио мајмуна. Да ли избор тачке, у коју се циља, зависи од брзине којом метак излази из цеви?

6. КОНТРОЛНИ ЗАДАЦИ

1. контролни задатак:

На Месецу нема атмосфере. Шта би се догодило са балоном напуњеним хелијумом, када бисмо тај балон испустили из руку близу површи Месеца?

Решење:

На балон не делује сила потиска, па се он не креће вертикално у вис (као што би то било на Земљи). Балон би слободно падао због гравитационог утицаја Месеца, све док не падне на површ Месеца. Потом би одскочио због деловања силе отпора подлоге (јер је Месечева површ чврста кора). Ако нема губитака енергије балона, балон би се вратио у почетну позицију (ово је могуће на Месецу, јер нема ни силе отпора средине у којој се налази балон).

2. контролни задатак:

Вештачки сателит обилази Земљу сваких 98 min. крећући се на средњој висини 500 km. Израчунати масу Земље, ако је средњи полупречник Земље 6400 km, а универзална гравитациона константа је $6.67 \cdot 10^{-11}\ \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$.

Решење:

$T = 98\ \text{min.} = 5880\ \text{s}$, $h = 500\ \text{km} = 500000\ \text{m}$, $m_Z = ?$, $R_Z = 6400\ \text{km} = 6400000\ \text{m}$, $\gamma = 6.67 \cdot 10^{-11}\ \dfrac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$

Гравитациона сила Земље је у ствари центрипетална сила за сателит:

$$F_g = F_{cp}$$
$$\mapsto \gamma \frac{m_s \cdot m_Z}{(R_Z + h)^2} = m_s \frac{v^2}{R_Z + h}$$
$$\mapsto m_Z = \frac{(R_Z + h)\, v^2}{\gamma}$$

Брзина сателита (v) се може наћи на основу чињенице да је путања сателита кружна:

$$v = \frac{2\pi (R_Z + h)}{T}$$

Коначан израз за масу Земље је:

$$m_Z = \frac{4\pi^2 (R_Z + h)^3}{\gamma T^2} = 5.6 \cdot 10^{24}\ \text{kg}\ \cdot$$

<u>*3. контролни задатак:*</u>

На куглице, густине 4500 kg/m^3, које падају у близини Земљине површи, делује сила отпора ваздуха, која је функција полупречника куглица ($k\,(r)$) и брзине куглица (v):

$$F = k\,(r)\, v$$

Куглице, различитих пречника, су бачене са тла, тако да све достижу различите висине. Потом почињу да падају са убрзавањем, све док не почну да се крећу равномерно. Максималне брзине које постижу све куглице су одређене на основу познавања највеће висине након еластичног одбијања куглица од тла и наведене су у табели II.

Табела II Полупречник куглица (r) и највећа брзина куглица при падању (v_m)

r [mm]	v_m [m/s]
1	1.51
2	2.98
3	4.50
4	6.02
5	7.49

Одредити функцију $k(r)$.

Решење:

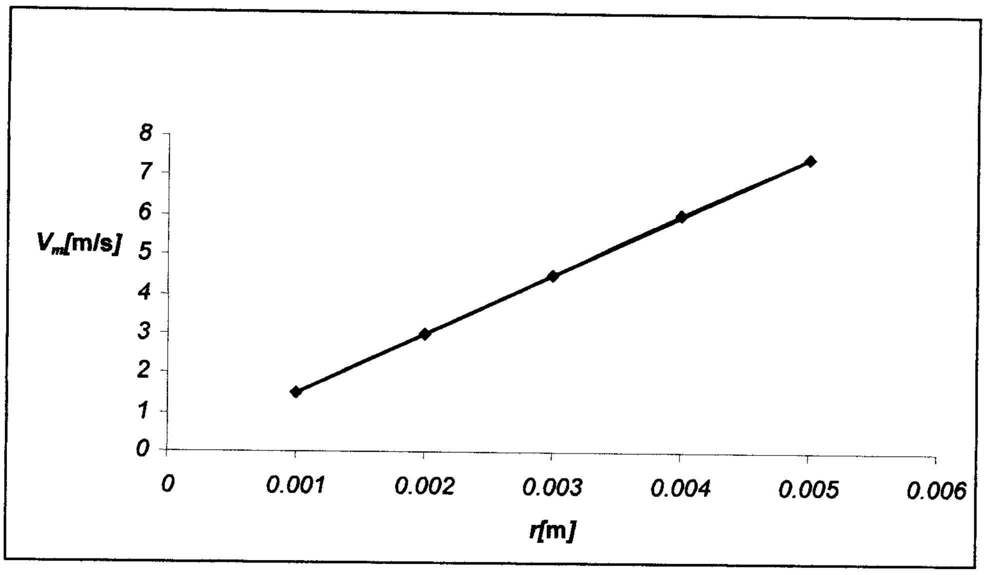
$k(r)$ је коефицијент отпора ваздуха у вертикалном правцу.

Сво време падања куглице смањује се убрзање куглице. Када то убрзање постане 0, куглица постиже највећу вертикалну брзину. Та брзина (v_m) је у даљем кретању стална.

На основу познавања највеће брзине куглица може се израчунати коефицијент отпора (сила потиска се занемарује):

$$k = \frac{m\,g}{v_m} = \frac{4}{3}\frac{\rho\, r^3\, \pi\, g}{v_m\,(r)}$$

Зависност $v_m\,(r)$ се утврђује путем графика брзине:



Слика 31. Зависност $v_m\,(r)$

На слици 31 коефицијент правца праве је:

$$a = \frac{v_m}{r} = 1.5 \bullet 10^3\,\frac{1}{\mathrm{s}}$$

Сада је $k\,(r)$:

$$k\,(r) = \frac{4}{3}\frac{\rho\,\pi\, g}{a}\,r^2 = 123\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{s}}\,r^2$$

4. контролни задатак:

Одредити густину планете ако је на њеном екватору истезање опруге динамометра 10 % мање него на половима и ако дан на тој планети траје 6 h. Занемарити разлику између полупречника планете на полу и на екватору.

Решење:

ρ_x=?, $\frac{\Delta l_e}{\Delta l_p} = 0.9$, T=6 h=21600 s

На полу опруга динамометра мирује. То значи да је еластична сила опруге уравнотежена са гравитационом силом Земље. По II Њутновом закону је:

$$m\,a = 0$$

$$\mapsto \gamma \frac{m\,m_x}{r^2} = k\,\Delta l_p$$

У овом изразу k је крутост опруге. На екватору опруга осцилује око равнотежног положаја, јер на њу делује резултујућа сила једнака разлици гравитационе силе Земље и силе еластичности опруге. Опруга поседује центрипетално убрзање:

$$m\,r\,(\frac{2\,\pi}{T})^2 = \gamma \frac{m\,m_x}{r^2} - k\,\Delta l_e = k\,\Delta l_p - k\,\Delta l_e$$

Када се прва једначина подели другом, могу се елиминисати непознате величине које се не траже у задатку:

$$\gamma \frac{m_x}{r^3} \frac{T^2}{4\,\pi^2} = \frac{1}{1 - \frac{\Delta l_e}{\Delta l_p}} = 10$$

Густина планете је:

$$\rho_x = \frac{m_x}{\frac{4}{3} r^3 \pi} = \frac{3}{4\pi} \frac{m_x}{r^3}$$

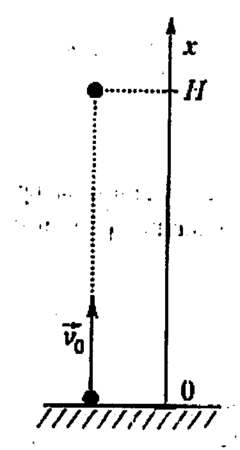
$$\rho_x = \frac{3}{4\pi} \frac{40\pi^2}{\gamma T^2} = \frac{30\pi}{\gamma T^2} = 3029 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 3 \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$$

7. ЗАДАЦИ ЗА ДОДАТНИ РАД

1. такмичарски задатак [4]:

Метална кугла, масе M, пусти се да слободно пада са висине 40 m. Истовремено се са земље, испод кугле, испали метак масе m у њеном правцу, почетном брзином 200 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Приликом судара метак се забије у куглу и остаје у њој. Одредити однос маса кугле и метка $\frac{M}{m}$ при којем ће систем кугла- метак после судара почети да пада без почетне брзине. Занемарити димензије кугле.

Решење:



Слика 32. Постављен x- координатни систем

H=40 m, v_0=200 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $\frac{M}{m}$=?

Оба тела се крећу у вертикалном правцу. Постави се y- оса дуж тог правца, тако да се координатни почетак налази на земљи. Тада су једначине положаја метка и кугле редом:

$$y_m = v_0\, t - \frac{1}{2} g\, t^2$$
$$y_k = H - \frac{1}{2} g\, t^2$$

Када се кугла и метак сударе, њихове координате положаја се поклапају:

$$y_m(t_S) = y_k(t_S)$$
$$\mapsto v_0\, t_S = H$$

Брзине метка и кугле, непосредно пре судара, редом су:

$$v_m(t_S) = v_0 - g\, t_S = v_0 - \frac{g H}{v_0}$$
$$v_k(t_S) = g\, t_S = \frac{g H}{v_0}$$

Судар метка и кугле је нееластичан, због чега се на овај систем тела не може применити закон о одржању укупне механичке енергије. Овај систем се налази у гравитационом пољу Земље, те се не може сматрати изолованим. Међутим, пошто судар кратко траје, на овај систем се може применити закон о одржању импулса. После судара почетна брзина система је 0.

Закон одржања импулса примењен на систем метак- кугла има облик:

$$m_m\, v_m(t_S) - m_k\, v_k(t_S) = -(m_m + m_k) \bullet 0$$
$$\mapsto m\,(v_0 - \frac{g H}{v_0}) = M \frac{g H}{v_0}$$

Тражени однос маса је:

$$\frac{M}{m} = \frac{v_0^2}{g H} - 1 = 101$$

4. такмичарски задатак [2]:

У програму свемирског истраживања разматра се шема лансирања свемирске сонде изван Сунчевог система. По тој шеми сонда се лансира у смеру кретања Земље око Сунца довољно великом брзином да се директно ослободи Сунчевог система. Одредити брзину лансирања сонде. Занемарити: гравитациони утицај планета у Сунчевом систему, отпор ваздуха, ротацију Земље око њене осе, као и енергију потрошену за ослобађање сонде из гравитационог поља Земље. Претпоставити да се Земља креће по кружној путањи око Сунца, чији је полупречник 150000000 km.

НАПОМЕНА: Приликом решавања задатка наилази се на квадратну једначину, чији је облик:

$$a x^2 + b x + c = 0 ,$$

где су a, b, c константе.

Решења квадратне једначине [4] су:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

У задацима из физике од поменута два решења квадратне једначине по правилу физички смисао има само једно.

Решење:

$R_{ZS} = 150000000\ \mathrm{km}$, T=1 a= 31557600 s, v_r=?

Координатни систем везан за Сунце се може сматрати инерцијалним за кратко време лансирања сонде на Земљи. Неинерцијални референтни систем је везан за Земљу. Тада је преносна брзина сонде тренутна брзина неинерцијалног референтног система (брзина кружења Земље око Сунца) и износи:

$$v_p = \frac{2\,\pi\, R_{ZS}}{T} = 29.87\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}} = 30\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$$

Брзина лансирања сонде (непозната величина) је релативна брзина сонде у односу на неинерцијални систем везан за Земљу. Да би се нашла ова брзина, потребно је знати апсолутну брзину кретања сонде и њен правац кретања, јер постоји веза између преносне, релативне и апсолутне брзине сонде:

$$\vec{v}_a = \vec{v}_p + \vec{v}_r$$

Квадрирањем претходног израза добија се:

$$v_a^2 = v_p^2 + 2\,v_p\,v_r + v_r^2$$

Апсолутна брзина кретања сонде може се наћи из услова да сонда треба да напусти гравитационо поље Сунца. То је могуће ако је механичка енергија сонде већа од нуле или је у граничном случају нула. Тај услов има облик:

$$\frac{m_s}{2}\,v_a^2 - \gamma\,\frac{m_s\,m_S}{R_{ZS}} = 0$$

$$\mapsto v_a^2 = 2\,\gamma\,\frac{m_S}{R_{ZS}}$$

Брзина Земље око Сунца може се наћи из услова да је гравитациона сила Сунца центрипетална:

$$\gamma\,\frac{m_Z\,m_S}{R_{ZS}^2} = \frac{m_Z\,v_p^2}{R_{ZS}}$$

$$\mapsto v_p^2 = \gamma\,\frac{m_S}{R_{ZS}}$$

Комбиновањем претходна два израза може се израчунати најмања апсолутна брзина сонде потребна за напуштање Сунчевог система:

$$v_a = v_p \sqrt{2} = 42.23 \frac{\text{km}}{\text{s}} = 42 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

v_r се може израчунати решавањем квадратне једначине:

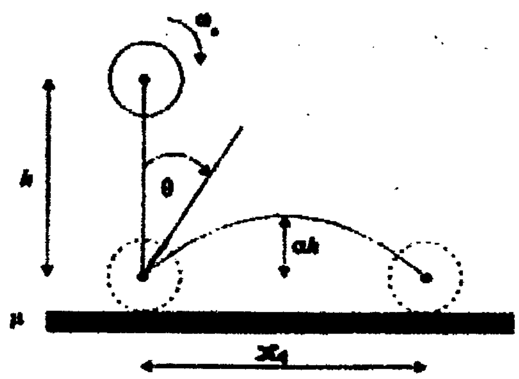
$$v_r^2 + 59.72 \frac{\text{km}}{\text{s}} v_r - 891.62 \frac{\text{km}^2}{\text{s}^2} = 0$$

$$v_r = (\sqrt{2} - 1)\, 29.86 \frac{\text{km}}{\text{s}} = 12.3 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Друго решење квадратне једначине је негативно, па се одбацује.

5. такмичарски задатак:

Крута хомогена лопта, полупречника 5 cm, се врти око хоризонталне осе, која пролази кроз њено тежиште, док слободно пада на Месецу. На почетку кретања најнижа тачка кугле се налази на висини 1 m од Месечеве површи. Кугла одскаче од подлоге до четвртине почетне висине (слика 33). Кинетички коефицијент трења између подлоге и кугле је 0.1, а време судара је мало, али коначно. Наћи хоризонталну удаљеност коју превали тежиште кугле између првог и другог судара са Месечевом површи. Занемарити деформације Месечеве подлоге и кугле приликом њиховог судара. Гравитационо убрзање на површи Месеца је $1.67\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Занемарити промену гравитационог убрзања са висином кугле.



Слика 33. Кретање круте кугле у гравитационом пољу Месеца [2]

Решење:

$R = 5\text{ cm} = 0.05\text{ m},\ h_0 = h + R = 1.05\text{ m},\ h_1 = \frac{1}{4}h_0 = 0.26\text{ m},\ \mu = 0.1$

$x_1 = ?$

Хоризонтална удаљеност коју превали лопта приликом летења може се наћи на основу чињенице да Месец нема атмосферу, те да се лопта креће у вакууму (нема отпора средине). Кретање лопте дуж хоризонталног правца је равномерно:

$$x_1 = v_{x1} \cdot t_1$$

Време летења између првог и другог ударца лопте о подлогу се добија на основу чињенице да је судар лопте са подлогом без губитка механичке енергије лопте. Пошто је време подизања лопте једнако времену спуштања, време летења лопте између првог и другог ударца је:

$$t_1 = 2\sqrt{\frac{2\,(h_1 - R)}{g}} = 1\text{ s}$$

Судар кугле траје одређено време. На куглу тада делују динамичка сила трења (F_{tr}) и нормална сила реакције подлоге (N). Обе силе мењају брзину коју је кугла имала непосредно пре судара са подлогом. Та брзина се може разложити на вертикалну и хоризонталну компоненту пре судара (v_{yo}, v_{xo}) и после судара (v_{y1}, v_{x1}):

$$v_{y0} = \sqrt{2\,g\,(h_0 - R)} = 1.83\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{x0} = 0$$

$$v_{y1} = \sqrt{2\,g\,(h_1 - R)} = 0.84\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{x1} = ?$$

Нека је време ударца лопте Δt. Тада је промена импулса лопте дуж хоризонталног правца:

$$\Delta p_x = F_{tr} \cdot \Delta t = \mu\, N\, \Delta t$$

Са друге стране веза промене импулса лопте и промене брзине лопте дуж хоризонталног правца је:

$$\Delta p_x = m\, \Delta v_x = m\, v_{x1}$$

Сада је хоризонтална компонента брзине лопте за време летења између првог и другог ударца:

$$v_{x1} = \frac{\mu}{m} N\, \Delta t$$

Сматрајући да је нормална сила реакције много већа од тежине кугле, промена импулса кугле дуж вертикалног правца је:

$$\Delta p_y = N\, \Delta t$$

Са друге стране веза између промене импулса кугле и промене брзине кугле дуж вертикалног правца је:

$$\Delta p_y = m\, \Delta v_y = m\, (v_{y1} + v_{y0})$$

Комбиновањем претходних израза може се израчунати брзина v_{x1}:

$$v_{x1} = \mu \cdot (v_{y1} + v_{y0}) = 0.27\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Тражени пређени пут је:

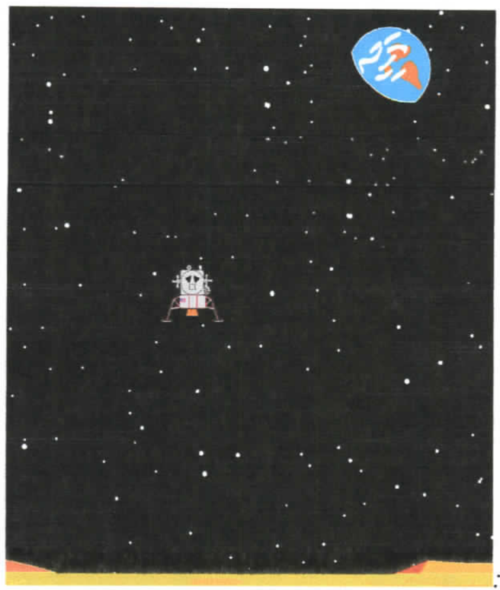
$$x_1 = 0.27\ \mathrm{m} = 27\ \mathrm{cm}$$

6. такмичарски задатак [2]:

Са површи Земље, полупречника 6370 km, лансира се ракета ка Месецу у правцу који спаја центре маса ова два небеска тела. Маса Месеца је 81 пут мања од масе Земље. Гравитационо убрзање на површи Месеца је 5.9 пута мање од гравитационог убрзања на површи Земље, које износи $9.81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Растојање између центара Земље и Месеца је 60 пута веће од полупречника Земље. Колики је минимални интензитет брзине којом би требало избацити ракету са Земље да би она стигла до Месеца? Кретања Земље и Месеца се занемарују, као и сила отпора између ракете и Земљине атмосфере.

Решење:

$$R_Z = 6370\ \mathrm{km}, \frac{m_Z}{m_m} = 81, \frac{g_Z}{g_m} = 5.9, d = 60 \cdot R_Z = 382200\ \mathrm{km}, v_{min} = ?$$



Слика 34. Спуштање ракете на Месец (Phet simulations.lnk)

Ракета је пројектил који се креће под дејством потисне силе гаса (горива), али и под гравитационим утицајем Земље и Месеца. Механичка енергија ракете се одржава у току њеног кретања. Минимална брзина лансирања ракете треба да је довољна да се ракета ослободи јаког гравитационог поља Земље и уђе у јако гравитационо поље Месеца. Граница између та два јака поља је место где је гравитациона сила Земље једнака гравитационој сили Месеца. Нека је растојање тог места од центра Земље r. Тада је:

$$\gamma \frac{m_R\, m_Z}{r^2} = \gamma \frac{m_R\, m_m}{(d - r)^2}$$

$$\mapsto r = \frac{9}{10} d = 343980 \text{ km}$$

Пошто се на растојању од центра Земље 343980 km ракета креће по инерцији, даље више под дејством Месечевог гравитационог поља, брзина ракете у тој тачки може бити нула. Тада је по закону одржања енергије ракете [1]:

$$\frac{m_R}{2} v_{min}^2 - \gamma \frac{m_R\, m_Z}{R_Z} - \gamma \frac{m_R\, m_m}{d - R_Z} = 0 - \gamma \frac{m_R\, m_Z}{r} - \gamma \frac{m_R\, m_m}{d - r}$$

Гравитационо убрзање на површи Земље је:

$$g_Z = \gamma \frac{m_Z}{R_Z^2}$$

Користећи овај израз закон одржања енергије ракете постаје:

$$\frac{v_{min}^2}{2} - g_Z\, R_Z - \frac{1}{81} \frac{g_Z\, R_Z^2}{d - R_Z} + \frac{g_Z\, R_Z^2}{r} + \frac{1}{81} \frac{g_Z\, R_Z^2}{d - r} = 0$$

$$\mapsto v_{min} = \sqrt{2\,(g_Z\, R_Z + \frac{1}{81} \frac{g_Z\, R_Z^2}{d - R_Z} - \frac{g_Z\, R_Z^2}{r} - \frac{1}{81} \frac{g_Z\, R_Z^2}{d - r})}$$

$$v_{min} = 11065\, \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 11\, \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$$

Rад може да послужи као:

1) методичка литература;

2) уџбеник;

3) збирка задатака из физике;

4) збирка задатака везаних за такмичења из физике.

Методички гледано састављање задатака је много теже од њиховог решавања. Задаци морају да имају одређени смисао и да су везани за природне процесе, експерименталне ситуације и мисаоне анализе. Значи да се у сваком задатку траже реална решења, која одговарају објективној стварности. Решења задатака не смеју бити предмет човекове маште. Међутим, за креирање задатака је потребна машта.

Мало пажње се обраћа могућности да ученици формирају задатке, иако би на тај начин развијали своје стваралачке способности. Задаци који се дају на часовима физике [10], захтевају познавање физичких закона, физичких процеса и физичких принципа. Из тог разлога је потребно повезивати задатке са теоријом и направити интегралну целину, која би укључивала и експерименталне задатке. На тај начин се омогућава ученицима да сами осмишљавају задатке, на основу теорије и већ урађених задатака.

Још у античко доба постојала су различита веровања о положају Земље у васиони. Сматрало се да је Земља центар света. Међутим, посматрањем небеског свода људи су приметили да звезде мењају свој положај на њему. Конструисањем телескопа људи су дубље продрли у васиону. Уочили су да се звезде окрећу око центра галаксије, планете окрећу око Сунца, али да се и друга небеска тела (астероиди, метеори, комете,...) крећу око Сунца и других масивних небеских тела.

Нарочито велики допринос развоју астрономије дао је Јохан Кеплер, астроном који је прикупљао огроман емпиријски материјал о кретању планете Марса.

Енглески физичар Исак Њутн је успео да израчуна која сила делује на планете у Сунчевом систему тако да се оне крећу по елиптичној путањи (гравитациона сила Сунца).

Гравитациона сила Земље делује својим гравитационим пољем. Кретање у гравитационом пољу се не односи само на кретање небеских тела, већ и на кретање било којег предмета баченог са земље (пројектила). Да нема гравитационог поља Земље, човек би наставио да се креће вертикално у вис. Међутим, човек, који скочи, слободно пада. Осим слободног падања пројектил може да се креће по закону хица (вертикалног, хоризонталног или косог) у гравитационом пољу планете.

У раду је дат пример контролног задатка из области гравитационог поља, да би се утврдили критеријуми оцењивања. За оцену 2 довољно је знати урадити описни (квалитативни) задатак. За оцену 3 потребно је још израчунати физичку величину везану за гравитационо поље. За оцену 4 даје се још графички задатак. За оцену 5 даје се и стваралачки задатак, у којем се не зна шаблон (алгоритам решавања).

Важно је знати да се контролни задаци не дају сви "одједном", тј. на папиру. Потребно је да наставник чита редом задатке, а да ученик на табли записује податке, дискутује са наставником, итд. У зависности од успеха ученика наставник може или не мора да настави са задавањем задатака. Ако ученик не зна комплетно решење једног задатка, даје му се оцена која одговара тежини претходних задатака.

Осим контролних задатака постоје и тежи задаци, који се дају на такмичењима. Ови задаци су намењени талентованим ђацима.

ЛИТЕРАТУРА:

[1] Константин Николић, Предраг Маринковић, Јован Цветић: "ФИЗИКА- збирка решених задатака", ДН ЦЕНТАР, Београд, 2001.

[2] Борис Грбић, Марко Ђорђевић, Мирјана Поповић- Божић, Марко Стошић: "МОФ- МЕЂУНАРОДНЕ ОЛИМПИЈАДЕ ИЗ ФИЗИКЕ, I- XXVII, 1967- 1996, ЗБИРКА ЗАДАТАКА С РЕШЕЊИМА", ЗАВОД ЗА УЏБЕНИКЕ И НАСТАВНА СРЕДСТВА, БЕОГРАД, 2000.

[3] др Ђорђе Мушицки: "УВОД У ТЕОРИЈСКУ ФИЗИКУ I", ЗАВОД ЗА ИЗДАВАЊЕ УЏБЕНИКА СОЦИЈАЛИСТИЧКЕ РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ, БЕОГРАД, 1964.

[4] Мићо М. Митровић: "ЗБИРКА РЕШЕНИХ ЗАДАТАКА ВЕЗАНИХ ЗА ТАКМИЧЕЊА ИЗ ФИЗИКЕ (1990- 1995.), 1. РАЗРЕД", Мићо М. Митровић, БЕОГРАД, 1999.

[5] Мирјана Вукићевић- Карабин, Олга Атанацковић- Вукмановић: "ОПШТА АСТРОФИЗИКА", ЗАВОД ЗА УЏБЕНИКЕ И НАСТАВНА СРЕДСТВА, БЕОГРАД, 2004.

[6] ТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТИ УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ: "ПРЕДАВАЊА ИЗ ФИЗИКЕ", Грађевински факултет, Београд, 2005.

[7] HALLIDAY, RESNICK, WALKER: "FUNDAMENTALS OF PHYSICS", John Wiley&Sons, New York, 1991.

[8] В. И. БОГДАН, В. А. БОНДАР, Д. И. КУЉБИЦКИЈ, В. А. ЈАКОВЕНКО: "МЕТОДИЧКИ ПРАКТИКУМ РЕШАВАЊА ЗАДАТАКА ИЗ ФИЗИКЕ", ВИША ШКОЛА, МИНСК, 1983.

[9] МИЛОРАД МЛАЂЕНОВИЋ, МИРКО ЈАКШИЋ: "ИСТОРИЈА КЛАСИЧНЕ ФИЗИКЕ ЗА УЧЕНИКЕ СРЕДЊИХ ШКОЛА", ЗАВОД ЗА УЏБЕНИКЕ И НАСТАВНА СРЕДСТВА, БЕОГРАД, 1993.

[10] др МИРОСЛАВ КУКА: "ЕЛЕМЕНТАРНА ФИЗИКА КРОЗ, ТЕОРИЈУ, ПРИМЕРЕ, ЗАДАТКЕ И РЕШЕЊА", РЕПРИНТ, БЕОГРАД, 2002.

[11] НАТАША ЧАЛУКОВИЋ: "ФИЗИКА 1 ЗА I РАЗРЕД МАТЕМАТИЧКЕ ГИМНАЗИЈЕ", КРУГ, БЕОГРАД, 2005.

[12] НАТАША ЧАЛУКОВИЋ: "ФИЗИКА 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназије", КРУГ, БЕОГРАД, 2003.

<u>КОРИШЋЕНИ ПРОГРАМ (СОФТВЕРСКИ ПАКЕТ):</u>

PhET Simulations (Java simulacija sa Interneta) (линк: Free online physics, chemistry, biology, earth science and math simulation/Physics Education Technology/ University of Colorado at Boulder)

Phet simulations.lnk

КРАТКА БИОГРАФИЈА:

1986. год. **Дејан Јовановић** је рођен у Суботици, Република Србија.

2001. год. је учествовао и добио Похвалу у Бечићима у Црној Гори на Савезном такмичењу ученика Основних школа Републике Србије и Црне Горе из физике, као и Диплому Вука Карaџића по завршетку Основне школе.

2006. год. Дејан Јовановић је добио другу Међународну Награду поводом стогодишњице обележавања "Annus Mirabilis"- чудесне године Алберта Ајнштајна.

2008. год. је завршио основне студије на Департману за физику Природно-математичког факултета, Универзитета у Новом Саду пре рока (за три године), са просечном оценом 9.37.

2009. год. је завршио студије II степена (студијски програм мастер) са просечном оценом 9,80 на Департману за физику Природно-математичког факултета, Универзитета у Новом Саду.

УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ

ПРИРОДНО- МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ

КЉУЧНА ДОКУМЕНТАЦИЈСКА ИНФОРМАЦИЈА

Редни број: ***РБР***	
Идентификациони број: ***ИБР***	
Тип документације: ***ТД***	*Монографска документација*
Тип записа: ***ТЗ***	*Текстуални штампани материјал*
Врста рада: ***ВР***	*Мастер рад*
Аутор: ***АУ***	*Дејан Јовановић*
Ментор: ***МН***	*др Маја Стојановић, доцент*
Наслов рада: ***НР***	*ОБРАДА НАСТАВНЕ ТЕМЕ „ГРАВИТАЦИОНО ПОЉЕ” KROЗ ЗАДАТКЕ*

Језик публикације: ***ЈП***	*српски (ћирилица)*
Језик извода: ***ЈИ***	*српски/енглески*
Земља публиковања: ***ЗП***	*Србија*
Уже географско подручје: ***УГП***	*Војводина*
Година: ***ГО***	*2009.*
Издавач: ***ИЗ***	*Ауторски репринт*
Место и адреса: ***МА***	*Природно- математички факултеmt, Трг Доситеја Обрадовића 4, Нови Сад*
Физички опис рада (број поглавља, број страна, број референци, број табела, број слика) ***ФО***	8/82/12/2/34
Научна област: ***НО***	Физика
Научна дисциплина: **ND**	*Методика решавања задатака*

Предметна одредница/кључне речи: **ПО**	*Настава физике у Гимназији*
УДК	
Чува се: **Чу**	*Библиотека Департмана за физику, ПМФ- а у Новом Саду*
Важна напомена: **ВН**	*нема*
Извод: **ИЗ**	*Рад је првенствено намењен професорима и ученицима Гимназија. Представља: методичку литературу, приручник за професоре и збирку задатака из физике.*
Датум прихватања теме од НН већа: **ДП**	*25. 09. 2009.*
Датум одбране: **ДО**	*29. 09. 2009.*
Чланови комисије: **КО**	
Председник:	*др Дарко Капор, редовни професор*
члан:	*др Маја Стојановић, доцент*
члан:	*др Душанка Ж. Обадовић, редовни професор*

UNIVERSITY OF NOVI SAD

FACULTY OF SCIENCE AND MATHEMATICS

KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number: **ANO**	
Identification number: **INO**	
Document type: **DT**	*Monograph publication*
Type of record: **TR**	*Textual printed material*
Content code: **CC**	*Final paper*
Author: **AU**	*Dejan Jovanović*
Mentor/comentor: **MN**	*Ph. D. Maja Stojanović, Assistant Professor*
Title: **TI**	*THE TREATMENT OF TEACHING UNIT „GRAVITATIONAL FIELD“ USING SOLVING PROBLEM*
Language of text: **LT**	*serbian (cyrilic)*

Language of abstract: *english*

LA

Country of publication: *Serbia*

CP

Locality of publication: *Vojvodina*

LP

Publication year: *2009.*

PY

Publisher: *Author's reprint*

PU

Publication place: *Faculty of Science and Mathematics, Trg Dositeja Obradovića 4, Novi Sad*

PP

Physical description (chapter/pages/literature/tables/pictur) 8/82/12/2/34

PD

Scientific field: *Physics*

SF

Scientific discipline: *Methodics of solving tasks*

SD

Subject/ Key words: *Teaching physics in Gymnasium*

SKW

UC

Holding data: *Library of Department of Physics, Trg Dositeja Obradovića 4*

HD

Note: *none*

N

Abstract: *This work is assigned before all for professors and pupils of Gymnasium. Work is represent of: methodical literature, handbook for professors and collection of tasks of physics.*

AB

Accepted by the Scientific Board: *25. 09. 2009.*

ASB

Defended on: *29. 09. 2009.*

DE

Thesis defend board:

DB

President: *Ph. D. Darko Kapor, Full Professor*

Member: *Ph. D. Maja Stojanović, Assistant Professor*

Member: *Ph. D. Dušanka Ž. Obadović, Full Professor*