U N I V E R Z I T E T   U   N O V O M   S A D U
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET
Katedra za fiziku

D I P L O M S K I   R A D

TEMA: TERMODINAMIČKA ANALIZA TANKOG MAGNETNOG FILMA

Kandidat:
Mile G. Dimitrić

Mentor:
Dr Bratislav S. Tošić

Novi Sad, septembra 1974. god.

Zahvaljujem se mom profesoru
Dr Bratislavu Tošiću koji mi
je pružio veliku pomoć pri iz-
boru teme i izradi ovog rada,
kao i asistentu mr Stanoju
Stojanoviću koji mi je takodje
pružio veliku pomoć pri izradi
ovog rada.

UVOD

Cilj ovog diplomskog rada je analiza termodinamičkih osobina tankih magnetnih filmova i to na niskim i visokim temperaturama. U tankom magnetnom filmu narušenje translacione simetrije dovodi do pojave graničnih uslova, a ovi opet utiču na osobine elementarnih ekscitacija. Ispostavilo se da komponenta talasnog vektora spinskih talasa u pravcu narušenja translacione strukture može da ima samo jednu, fiksiranu vrednost da bi se dobili nepriguženi spinski talasi. Za sve ostale vrednosti talasnog vektora spinski talasi imaju prigušenje. Ova fiksirana komponenta talasnog vektora može da ima, ili realnu ili, čisto imaginarnu vrednost, a ovo opet zavisi od toga da li su magnetni momenti površinskih atoma manji ili veći od magnetnih momenata atoma u unutrašnjosti filma. U slučaju da površinski atomi imaju manji magnetni momenat, komponenta talasnog vektora ima realnu vrednost i takvi magnoni se nazivaju zapreminski. U slučaju da površinsi atomi imaju veći magnetni momenat, komponenta talasnog vektora ima imaginarnu vrednost i ekscitacije se lokalizuju oko graničnih površina. Ovakve ekscitacije se nazivaju površinski magnoni.

Uzimajući zapreminske i površinske magnone kao harmonijski bazis sistema mi ćemo proračunati do kakvih termodinamičkih efekata dovodi interakcija izmedju ovih harmonijskih ekscitacija. Termodinamička analiza biće vršena metodom dvovremenskih temperaturskih funkcija Grina.

GLAVA I: OPŠTE O MAGNETIZMU

1) Vrste magnetnih materijala
2) Hajzenbergov feromagnetik

I.1. VRSTE MAGNETNIH MATERIJALA

Podela magnetnih materijala može se izvršiti na osnovu magnetne susceptibilnosti χ . Magnetna susceptibilnost se definiše kao koeficijent između magnetnog momenta kristala $\vec{M}$ i spoljašnjeg magnetnog polja $\vec{\mathcal{H}}$ u kome se magnetik nalazi.

$$\chi = \frac{\partial \vec{M}}{\partial \vec{\mathcal{H}}}$$

Ako je spoljašnje magnetno polje paralelno sa magnetnim momentom $\vec{M}$, magnetna susceptibilnost je skalar, te veza između $\vec{M}$, χ i $\vec{\mathcal{H}}$ ima sledeći oblik.

$$M = \chi \mathcal{H} \qquad (I.1.1.)$$

Podela magnetnih materijala se vrši na osnovu znaka magnetne susceptibilnosti:

1. Ako je $\chi < 0$, magnetna susceptibilnost negativna onda se takav magnetni materijal naziva dijamagnetik.

2. Za $\chi > 0$, pozitivnu magnetnu susceptibilnost razlikujemo dva slučaja:

a)ako je χ pozitivna a pri tome i mala veličina magnetni materijal je paramagnetik,

b)ako je χ pozitivna a pri tome velika veličina magnetni materijal je feromagnetik.

Ovakva podela magnetnih materijala u tri osnovne klase u odnosu na magnetnu susceptibilnost predstavlja jednu grubu podelu pri čemu se ove klase bitno ne razlikuju. Za bolju podelu magnetnih materijala potrebno je izvršiti mikroskopsku analizu kristala i njegovih sastavnih elemenata. Da bismo izvršili mikroskopsku analizu kristala pre svega treba dati odgovor na to koji su atomski fenomeni odgovorni za pojavu magnetizma.

Prvu teoriju o prirodi magnetizma dao je Veber. Po teoriji Vebera magnet predstavlja uređen skup elementarnih magneta. Sve magnetne pojave nastaju kao posledica narušavanja te uređenosti sistema elementarnih magneta. Tumačenje da magnet predstavlja skup uređenih magneta koji se mogu na neki način "razurediti"(povećanjem temperature ili nekim spoljašnjim mehaničkim dejstvom)predstavlja dobru stranu Veberove teorije. Međutim u to vreme Veberova teorija nije mogla objasniti suštinu elementarnih magneta na osnovu atomske strukture sastavnih delova kristala. Pojave i fenomeni magnetizma sa teorijske tačke gledišta razmatraju se u granicama opštih order-disorder teorija. Kao osnovu u objašnjenju prirode magnetizma savremena mikroteorija koristi Veberovu teoriju elementarnih magneta, a osnovni zadatak joj se sastoji u tome da utvrdi koji su to elementi i kakva je priroda sila koje između njih deluju.

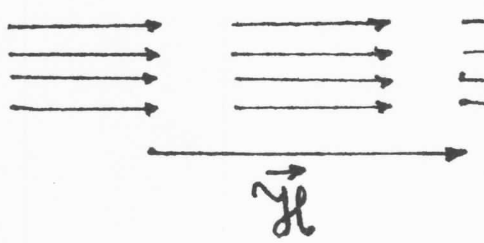
Eksperimentalno je utvrđeno da su za pojavu magnetizma odgovorni elektroni nepopunjenih ljuski, tj. spinovi tih elektrona. Takođe je utvrđeno da su za magnetizam kod jakih magnetika(Fe, Co,Ni) odgovorni spinovi elektrona nepopunjenih 3d ljuski,a za slabe magnetike (retke zemlje) spinovi elektrona nepopunjenih 4f ljuski. Osim toga eksperimentalno je utvrđeno da spinovi elektrona nepopunjenih 3d i 4f ljuski, kada su atomi vezani u kristal, obrazuju jedan efektivni spin koji ne mora da bude jednak sumi svih spinova elektrona u nepopunjenoj ljusci. Ovaj efektivni spin određuje se za svaki kristal eksperimentalno. Savremena teorija magnetizma bazira na hipotezi koja kaže da efektivni spinovi predstavljaju skup uređenih elemenata koji odgovara Veberovim elementarnim magnetima. Ova hipoteza je takođe eksperimentalno potvrđena. Drugo pitanje savremene mikroteorije magnetizma je pitanje prirode interakcije između spinova elektrona nepopunjenih ljuski 3d i 4f. Pošlo se od pretpostavke da se te interakcije shvate kao dipol - dipolne interakcije magnetnih momenata elektrona nepopunjenih ljuski. Međutim ispostavilo se da je konstanta dipol - dipolne interakcije magnetnih momenata reda 10 Bolcmanovih konstanti i zbog toga ova ideja nije mogla da se održi. Naime, na osnovu eksperimenata je utvrđeno da su tačke prelaza za feromagnetike, $100^{o}K$ za retke zemlje i $1000^{o}K$ za jake feromagnetike (Fe,Co, Ni). Pošto interakcije dovode do uređenosti skupa spinova tačka prelaza će biti istog reda kao i konstanta interakcije. Ako bi dipol - dipolna interakcija bila zadovoljavajuća onda ne bismo imali nijedan magnetni materijal sa tačkom prelaza višom od $10^{o}K$, a ovo protivureči eksperimentalnim podacima. Druga ideja se zasniva na mišljenju da su za magnetizam odgovorne električne sile između elektrona, tj. da su sile inteakcije između spinova čisto kvantnomehaničkog porekla. Ove sile dolaza usled činjenice da elektrone ne možemo međusobno razlikovati. Da bi bio zadovoljen Paulijev princip isključenja, elktroni moraju biti opisani antisimetričnim funkcijama. Naprimer, talasna funkcija za sistem od dva elektrona mora biti antisimetrična kombinacija talasnih funkcija svakog od ova dva elektrona. Matrični element energije interakcije usled antisimetričnih talasnih funkcija elektrona dobija dopunski član koji se klasčno ne može objasniti i koji se zove energija izmene. Ova energija izmene je reda veličine 100 - 1000 Bolcmanovih konstanti. Prema tome sile interakcije između spinova su čisto kvantnomehaničkog porekla što odgovara navedenim eksperimentalnim podacima koji su dobijeni na osnovu ispitivanja tačke prelaza. Na osnovu izloženog može se reći da je magnet sistem uređenih spinova koji između sebe interaguju kvantnomehaničkim silama izmene.

Ako se kristal nalazi na apsolutnoj nuli svi spinovi su međusobno paralelni. Taj pravac u kome su spinovi usmereni naziva se osa kvantizacije magneta. Povišenjem temperature ili dejstvom neke mehaničke sile uređen sistem spinova počinje da se otklanja od ose kvantizacije.

Na osnovu poslednjih zaključaka o prirodi magnetizma izvršena je finija podela feromagnetnih materijala. Ako magnetni kristal ima prostu rešetku sastavljen od spinova iste veličine onda se takav kristal naziva feromagnetik. Ako magnetni kristal ima dve podrešetke koje imaju spinove iste veličine ali antiparalelne kristal se zove antiferomagnetik. Ako magnetni kristal sadrži više podrešetki kod kojih su spinovi različiti i različito orjentisani, kristal se zove ferimagnetik. Ako su u svim podrešetkama spinovi medjusobno paralelni, to je feromagnetik sa "n" podrešetki. Kod feromagnetika narušava se uredjenost spinova na Kirijevoj temperaturi. Ako se koriste kvaziklasične aproksimacije modele jakih magnetnih materijala predstavićemo na sledeći način.

FEROMAGNETICI

Za temperature koje su manje od Kirijeve temperature ($T < T_c$), svi spinovi su orjentisani u jednom pravcu pa je rezultujući magnetni moment veliki. Kada magnetno polje $\vec{\mathcal{H}}$ ne postoji pravac magnetnog momenta $\vec{M}$ nije određen (fiksan). Ako se feromagnetik nađe u spoljašnjem magnetnom polju onda su vektori $\vec{M}$ i $\vec{\mathcal{H}}$ kolinearni (sl.1.).



sl.1.

Za temperature veće od Kirijeve temperature ($T > T_c$) feromagnetik se ponaša kao paramagnetik, a magnetna susceptibilnost je određena Kiri-Vajsovim zakonom.

$$\chi = \frac{const.}{T - T_c}$$

Spontana magnetizacija za $T \leq T_c$ je data izrazom:

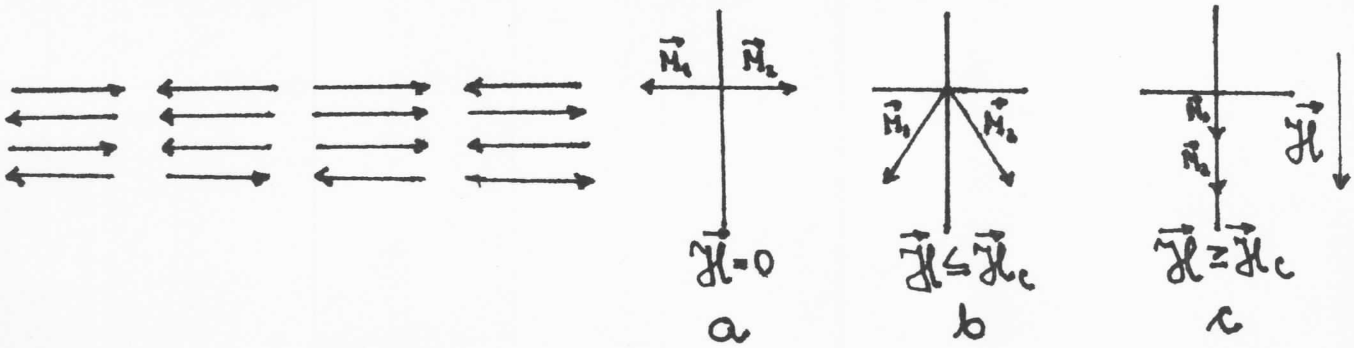
$$M(T) \cong const.\sqrt{1 - \frac{T}{T_c}}$$ Ako $T \to 0$ onda je:

$$M(T) = M_0\left(1 - A_1 T^{\frac{3}{2}} - A_2 T^{\frac{5}{2}} \ldots\right)$$

gde su Ai neke konstante, a M_0 magnetizacija zasićenja.

ANTIFEROMAGNETICI

Raspored spinova kod antiferomagnetika (prema hipotezi Nela) može se predstaviti kao sprega dve ili više feromagnetnih podrešetki (sl.2.).

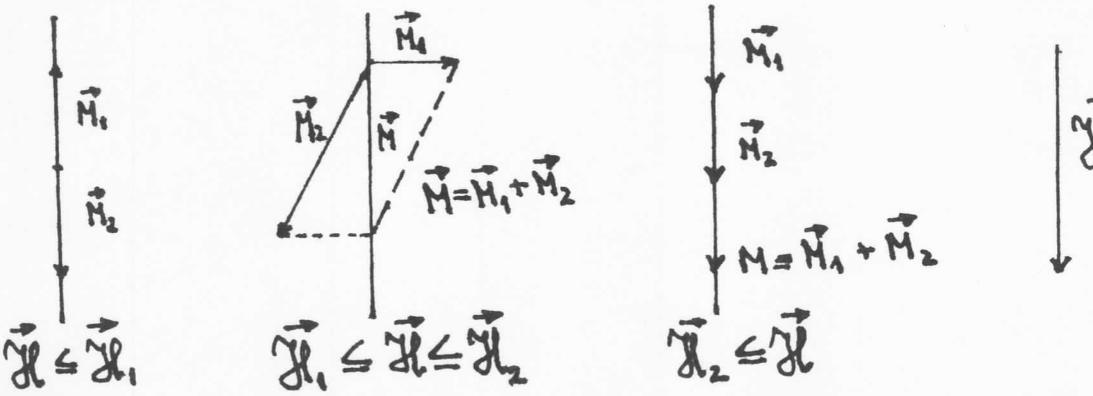


sl.2.

Na gornjoj slici prikazan je šematski antiferomagnetik sa dve podrešetke. Ako je magnetno polje jednako nuli ($\vec{\mathcal{H}}=0$) rezultujuća magnetizacija je nula (sl.2.a). Ako je $\vec{\mathcal{H}} < \vec{\mathcal{H}}_c$ ($\vec{\mathcal{H}}_c$ kritično polje), magnetizacija nije usmerena u pravcu polja već je rezultujuća magnetizacija kolinearna sa poljem. Za $\vec{\mathcal{H}} = \vec{\mathcal{H}}_c$ magnetizacija podrešetki je u pravcu polja, a rezultujuća magnetizacija je jednaka algebarskom zbiru pojedinačnih. Pri T = Tn (Tn - Nelova temperatura) antiferomagnetici imaju maksimalnu susceptibilnost i strogo zavise od temperature.

FERIMAGNETICI

Prema hipotezi Nela ferimagnetici se karakterišu postojanjem nekoliko podrešetki sa rezultujućim magnetnim momentom različitim od nule, koji se sastoji od različitog broja levih i desnih čvorova, kod koga su spinovi različitih veličina. Raspored momenata kod rešetki je nekolinearan.



sl.3.

Na sl.3. je prikazano kako se ferimagnetik ponaša u spoljašnjem magnetnom polju $\vec{\mathcal{H}}$ za dve podrešetke sa rezultujućim momentima $\vec{M}_1$ i $\vec{M}_2$. $\vec{\mathcal{H}}_1$ i $\vec{\mathcal{H}}_2$ su kritične vrednosti magnetnog polja.
Ovde je zanemarena spontana magnetizacija. Kod ferimagnetika koji sadrže više od dve podrešetke spontana magnetizacija može da padne na nulu pre Kirijeve tačke, a to je tzv. temperatura kompenzacije. Na temperaturi

$T > T_c$ ferimagnetici se ponašaju kao paramagnetici a zavisnost susceptibilnosti χ od temperature je data Kiri-Nelovim zakonom:

$$\chi^{-1} = \chi_0^{-1} + \frac{T}{C} - \frac{\Delta}{T-C}$$

gde su χ_0, Δ i C konstante.

I.2. HAJZENBERGOV FEROMAGNETIK

Videli smo da magnet predstavlja sistem uređenih spinova. Uzmimo dva čvora kristalne rešetke i označimo ih sa $\vec n$ i $\vec m$, onda ćemo spinove tih čvorova označiti sa $\hat{\vec S}_{\vec n}$ i $\hat{\vec S}_{\vec m}$. Energija interakcije između dva čvora proporcijalna je skalarnom proizvodu spinova $\hat{\vec S}_{n}$ i $\hat{\vec S}_{m}$ (energija je skalar). Za dva čvora energija interakcije ima oblik:

$$\hat H_{\vec n \vec m} = -\frac{1}{2} I_{\vec n \vec m} \hat{\vec S}_{\vec n} \hat{\vec S}_{\vec m} \qquad (I.2.1)$$

Za ceo kristal hamiltonijan će biti jednak sumi po svim čvorovima rešetke.

$$\hat H = -\frac{1}{2} \sum_{\vec n \vec m} I_{\vec n \vec m} \hat{\vec S}_{\vec n} \hat{\vec S}_{\vec m} \qquad (I.2.2)$$

Interakcija u smeru $\vec n$ - $\vec m$ ista je kao interakcija u smeru $\vec m$ - $\vec n$ te se uvodi faktor $\frac{1}{2}$ kako energija ne bi bila udvojena. Sistem se nalazi u potencijalnoj jami pa se uzima znak minus kako bi sistem u osnovnom stanju imao negativnu energiju. Faktor prpoporcionalnosti $I_{\vec n \vec m}$ je posledica sila izmene.i naziva se integral izmene. Pošto spin na mestu $\vec m$ interaguje u smeru $\vec n$ istom silom kao i spin na mestu $\vec n$ u pravcu $\vec m$ to će integral izmene biti simetrična funkcija pa se može napisati:

$$I_{\vec n \vec m} = I_{\vec m \vec n}$$

Integrali izmene mogu da se računaju na osnovu poznavanja talasnih funkcija elektrona nepopunjenih ljuski.Međutim pokušaji u ovom smislu nisu dali još zadovoljavajuće rezultate zbog jake deformisanosti talasnih funkcija. Zbog toga se integrali izmene u teoriji uzimaju kao fenomenološki parametri reda veličine 100 - 1000 Bolcmanovih konstanti. Rezultati vršnih eksperimenata navode na to da integrali izmene eksponencijalno opadaju sa povećanjem rastojanja $\vec n$ - $\vec m$,što znači da je u teoriji magnetizma aproksimacija najbližih suseda dobra aproksimacija, a ona kaže da jedan čvor u kristalnoj rešetci interaguje samo sa susednim čvorom.

Ako se sistem koji posmatramo nalazi u spoljašnjem magnetnom polju $\vec{\mathcal H}$ onda atom u svakom čvoru, osim energije koja potiče od interakcije spinova, dobiva dodatnu energiju $-\mu \hat{\vec S}_{\vec n} \vec{\mathcal H}$ koja potiče od magnetnog polja. Ovde je μ magnetni moment atoma u Borovim magnetonima. Pošto su svi svi spinovi orjentisani u pravcu magnetnog polja $\vec{\mathcal H}$, a taj pravac smo uzeli za osu kvantizacije (z-osu) onda će projekcija spina imati maksimalnu vrednost ravnu S_z projekeiji.Zbog toga sledi da je:

$$-\mu \hat{\vec S}_{\vec n} \vec{\mathcal H} = -\mu S^z_{\vec n} \vec{\mathcal H} \qquad (I.2.3)$$

Za ceo kristal (posmatrani sistem) dodatna energija koja potiče od magnetnog polja biće suma članova $-\mu S^z_{\vec{n}} \mathcal{H}$ po svim čvorovima rešetke.

$$\hat{H}_1 = -\mu \mathcal{H} \sum_{\vec{n}} S^z_{\vec{n}} \qquad (I.2.4.)$$

Prema tome kopletan hamiltonijan sistema koji se nalazi u spoljašnjem magnetnom polju ima oblik

$$\hat{H} = -\mu \mathcal{H} \sum_{\vec{n}} S^z_{\vec{n}} - \frac{1}{2} \sum_{\vec{n}\vec{m}} I_{\vec{n}\vec{m}} \hat{\vec{S}}_{\vec{n}} \hat{\vec{S}}_{\vec{m}} \qquad (I.2.5)$$

Ovakav hamiltonijan sistema naziva se Hajzenbergov model pa ćemo dalje takav model i proučavati, tj. proučavaćemo Hajzenbergov izotropni feromagnetik.

GLAVA II: ANALIZA TANKOG FILMA U HARMONIJSKOJ APROKSIMACIJI

1) Hamiltonijan tankog filma
2) Blohova aproksimacija u tankom filmu
3) Spektar magnona u tankom filmu

II.1. HAMILTONIJAN TANKOG FILMA

Mi ćemo u našim daljim proučavanjima da se ograničimo na proučavanje magnetnih karakteristika tankog magnetnog filma u tri dimenzije. Polazeći od izraza I.2.5 hamiltonijan za idealan kristal, u aproksimaciji najbližih suseda, možemo napisati u sledećem obliku:

$$\hat{H} = -\mu\mathcal{H}\sum_{n_x n_y n_z} S^z_{n_x n_y n_z} - \frac{1}{2} I \sum_{n_x n_y n_z} \hat{\vec{S}}_{n_x n_y n_z}\Big(\hat{\vec{S}}_{n_x+1\, n_y n_z} + \hat{\vec{S}}_{n_x-1\, n_y n_z} + \hat{\vec{S}}_{n_x n_y+1\, n_z} + \hat{\vec{S}}_{n_x n_y-1\, n_z} + \hat{\vec{S}}_{n_x n_y n_z+1} + \hat{\vec{S}}_{n_x n_y n_z-1}\Big) \quad (II.1.1)$$

Na osnovu II.1.1. možemo da napišemo hamiltonijan za tanak trodimenzionalan film. Pošto je magnetni film male debljine i ako u tom pravcu postavimo z-osu, onda ćemo smatrati da je u pravcu z-ose broj atoma konačan i prebrojiv.

$$\begin{matrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & & & Nz-1 & Nz \end{matrix}$$

Ako sa μ označimo magnetni moment svakog atoma u unutrašnjosti, onda će se magnetni moment atoma na površini (atomi na mestu 0 i Nz) razlikovati od magnetnog momenta atoma u unutrašnjosti tankog filma. Naime, atomi na površini su poluslobodni, jer intraguju samo sa jedne svoje stane sa atomima u unutrašnjosti, pa će zbog toga imati magnetni koji se razlikuje za neku veličinu μ' u odnosu magnetni moment atoma u unutrašnjosti. Sada će magnetni moment atoma na površini /atomi na mestu 0 i Nz/ iznositi: $\mu - \mu'$.

Na osnovu rečenog hamiltonijan tankog magnetnog filmu imaće sledeći oblik:

$$\hat{H} = -(\mu-\mu')\mathcal{H}\sum_{n_x n_y}\left(S^z_{n_x n_y 0} + S^z_{n_x n_y N_z}\right) - \mu\mathcal{H}\sum_{n_x n_y n_z=1}^{n_z=N_z-1} S^z_{n_x n_y n_z} -$$

$$-\frac{1}{2} I \sum_{n_x n_y} \hat{\vec{S}}_{n_x n_y 0}\Big(\hat{\vec{S}}_{n_x+1\, n_y 0} + \hat{\vec{S}}_{n_x-1\, n_y 0} + \hat{\vec{S}}_{n_x n_y+1\, 0} + \hat{\vec{S}}_{n_x n_y-1\, 0} +$$

$$+ \hat{\vec{S}}_{n_x n_y 1}\Big) - \frac{1}{2} I \sum_{n_x n_y} \hat{\vec{S}}_{n_x n_y N_z}\Big(\hat{\vec{S}}_{n_x+1\, n_y n_z} + \hat{\vec{S}}_{n_x-1\, n_y n_z} + \hat{\vec{S}}_{n_x n_y+1\, n_z} +$$

$$+\hat{\vec{S}}_{n_x n_y+1 n_z}+\hat{\vec{S}}_{n_x n_y N_z-1}\Big)-\frac{1}{2}I\sum_{n_x n_y n_z=1}^{n_z=N_z-1}\hat{\vec{S}}_{n_x n_y n_z}\Big(\hat{\vec{S}}_{n_x+1 n_y n_z}+\hat{\vec{S}}_{n_x-1 n_y n_z}+$$

$$+\hat{\vec{S}}_{n_x n_y+1 n_z}+\hat{\vec{S}}_{n_x n_y-1 n_z}+\hat{\vec{S}}_{n_x n_y n_z+1}+\hat{\vec{S}}_{n_x n_y n_z-1}\Big) \qquad (II.1.2.)$$

Kao što smo rekli z- projekcije svih spinova u kristalnoj rešetci imaju vrednost ravnu intezitetu spina S. Pri povišenju temperature z-projekcije počinju da se otklanjaju od ove maksimalne vrednosti. Ako je intezitet spina S onda z-projekcija može da ima 2S + 1 vrednosti i to:

$$S,\ S-1,\ S-2, \ldots\ldots\ldots\ldots, -S+1,\ -S$$

Znači za izučavanje pojava u feromagnetu treba tačno odrediti veličinu ovih otklanjanja kao funkciju temperature,ili onog uzroka koji je doveo do otklanjanja projekcija od njihovih maksimalnih vrednosti.

Operatori:

$$\left.\begin{aligned} S^{+} &= S^{x}+iS^{y} \\ S^{-} &= S^{x}-iS^{y} \end{aligned}\right\} \quad (II.1.3.)$$

menjaju veličinu z-projekcije spina za jedinicu i to tako što S^{+} pove- z-projekciju, a S^{-} smanjuje z-projekciju. Na osnovu opštih komutacionih relacija za komponente momenta može se pokazati da za operatore S^{+}i S^{-} važe sledeće komutacione relacije:

$$\left[S^{+}_{\vec{n}}, S^{-}_{\vec{m}}\right] = 2S^{z}_{\vec{n}}\delta_{\vec{n}\vec{m}} \qquad (II.1.4.)$$

Pošto se fizički procesi u feromagnetiku sastoje od smanjivanja i povećavanja S^{z} projekcije, potpuno je logično da hamiltonijan II.1.2. treba izraziti preko operatora S^{+}i S^{-}, jer oni menjaju S^{z} projekciju. Možemo meriti odstupanje S^{z} projekcije od njene maksimalne vrednosti, a mera ovog odstupanja je operator $S-S^{z}$. Zbog toga ćemo hamiltonijan II.1.2. transformisati tako da u njemu figurišu samo operatori S^{+}, S^{-}i $S-S^{z}$. Transformaciju ćemo izvršiti na sledeći način:

$$\hat{\vec{S}}_{\vec{n}}\hat{\vec{S}}_{\vec{m}} = S^{x}_{\vec{n}}S^{x}_{\vec{m}} + S^{y}_{\vec{n}}S^{y}_{\vec{m}} + S^{z}_{\vec{n}}S^{z}_{\vec{m}}$$

Na osnovu II.1.3. je:

$$\left.\begin{aligned} S^{x}_{\vec{n}} &= \frac{1}{2}\left(S^{+}_{\vec{n}}+S^{-}_{\vec{n}}\right) \\ S^{y}_{\vec{n}} &= \frac{1}{2}\left(S^{+}_{\vec{n}}-S^{-}_{\vec{n}}\right) \end{aligned}\right\} \quad (II.1.6)$$

Uvrstimo li izraze II.1.6. u II.1.5. i obzirom da je $\vec{n} \neq \vec{m}$ možemo pisati:

$$\hat{\vec{S}}_{n_x n_y n_z} \hat{\vec{S}}_{m_x m_y m_z} = \frac{1}{2}\left(S^-_{n_x n_y n_z} S^+_{m_x m_y m_z} + S^-_{m_x m_y m_z} S^+_{n_x n_y n_z}\right) +$$

$$+ S^2 - S(S - S^z_{n_x n_y n_z}) - S(S - S^z_{m_x m_y m_z}) - (S - S^z_{n_x n_y n_z})(S - S^z_{m_x m_y m_z}) \quad (\text{II}.1.7.)$$

$$\left.\begin{aligned} S^z_{n_x n_y n_z} &= S - (S - S^z_{n_x n_y n_z}) \\ S^z_{m_x m_y m_z} &= S - (S - S^z_{m_x m_y m_z}) \end{aligned}\right\} \quad (\text{II}.1.8.)$$

Posle zamene relacija II.1,7. i II.1.8. u hamiltonijan II.1.2. dobićemo transformisan hamiltonijan oblika:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_2 + \hat{H}_4 \qquad (\text{II}.1.9.)$$

gde je:

$$\hat{H}_0 = -2(\mu - \mu')\mathcal{H} S N_x N_y - 5 S^2 I N_x N_y - \mu \mathcal{H} S N_x N_y (N_z - 1) -$$

$$- 3 S^2 N_x N_y (N_z - 1) \qquad (\text{I}.1.10.)$$

$\hat{H}_0$ je energija osnovnog stanja, a $N_x N_y$ i N_z ukupan broj atoma u kristalu u smeru pojedinih osa.

$$\hat{H}_2 = (\mu - \mu')\mathcal{H} \sum_{n_x n_y} \left[(S - S^z_{n_x n_y 0}) + (S - S^z_{n_x n_y N_z})\right] +$$

$$+ \frac{1}{2} I S \sum_{n_x n_y} \Big[(S - S^z_{n_x n_y 0}) + (S - S^z_{n_x+1\, n_y 0}) + (S - S^z_{n_x n_y 0}) +$$

$$+ (S - S^z_{n_x-1\, n_y 0}) + (S - S^z_{n_x n_y 0}) + (S - S^z_{n_x n_y+1\, 0}) + (S - S^z_{n_x n_y 0}) +$$

$$+ (S - S^z_{n_x n_y-1\, 0}) + (S - S^z_{n_x n_y 0}) + (S - S^z_{n_x n_y 1}) + (S - S^z_{n_x n_y N_z}) +$$

$$+ (S - S^z_{n_x+1\, n_y N_z}) + (S - S^z_{n_x n_y N_z}) + (S - S^z_{n_x-1\, n_y N_z}) + (S - S^z_{n_x n_y N_z}) +$$

$$+ (S - S^z_{n_x n_y+1\, N_z}) + (S - S^z_{n_x n_y N_z}) \; (S - S^z_{n_x n_y-1\, N_z}) + (S - S^z_{n_x n_y N_z}) +$$

$$+\left(S-S^z_{n_x n_y N_z-1}\right)+\mu\mathcal{H}\sum_{n_x n_y n_z=1}^{n_z=N_z-1}\left(S-S^z_{n_x n_y n_z}\right)+\frac{1}{2}IS\sum_{n_x n_y n_z=1}^{n_z=N_z-1}\Big[\left(S-S^z_{n_x n_y n_z}\right)+$$

$$+\left(S-S^z_{n_x+1\, n_y n_z}\right)+\left(S-S^z_{n_x n_y n_z}\right)+\left(S-S^z_{n_x-1\, n_y n_z}\right)+\left(S-S^z_{n_x n_y n_z}\right)+$$

$$+\left(S-S^z_{n_x n_y+1\, n_z}\right)+\left(S-S^z_{n_x n_y n_z}\right)+\left(S-S^z_{n_x n_y-1\, n_z}\right)+\left(S-S^z_{n_x n_y n_z}\right)+$$

$$+\left(S-S^z_{n_x n_y n_z+1}\right)+\left(S-S^z_{n_x n_y n_z}\right)+\left(S-S^z_{n_x n_y n_z-1}\right)-$$

$$-\frac{1}{4}I\sum_{n_x n_y}\Big(S^-_{n_x n_y 0}S^+_{n_x+1\, n_y 0}+S^-_{n_x+1\, n_y 0}S^+_{n_x n_y 0}+S^-_{n_x n_y 0}S^+_{n_x-1\, n_y 0}+$$

$$+S^-_{n_x-1\, n_y 0}S^+_{n_x n_y 0}+S^-_{n_x n_y 0}S^+_{n_x n_y+1\, 0}+S^-_{n_x n_y+1\, 0}S^+_{n_x n_y 0}+S^-_{n_x n_y 0}S^+_{n_x n_y-1\, 0}+$$

$$+S^-_{n_x n_y-1\, 0}S^+_{n_x n_y 0}+S^-_{n_x n_y 0}S^+_{n_x n_y 1}+S^-_{n_x n_y 1}S^+_{n_x n_y 0}+S^-_{n_x n_y N_z}S^+_{n_x+1\, n_y N_z}+$$

$$+S^-_{n_x+1\, n_y N_z}S^+_{n_x n_y N_z}+S^-_{n_x n_y N_z}S^+_{n_x-1\, n_y N_z}+S^-_{n_x-1\, n_y N_z}S^+_{n_x n_y N_z}+$$

$$+S^-_{n_x n_y N_z}S^+_{n_x n_y+1\, N_z}+S^-_{n_x n_y+1\, N_z}S^+_{n_x n_y N_z}+S^-_{n_x n_y N_z}S^+_{n_x n_y-1\, N_z}+$$

$$+S^-_{n_x n_y-1\, N_z}S^+_{n_x n_y N_z}+S^-_{n_x n_y N_z}S^+_{n_x n_y N_z-1}+S^-_{n_x n_y N_z-1}S^+_{n_x n_y N_z}\Big)-$$

$$-\frac{1}{4}I\sum_{n_x n_y n_z=1}^{n_z=N_z-1}\Big(S^-_{n_x n_y n_z}S^+_{n_x+1\, n_y n_z}+S^-_{n_x+1\, n_y n_z}S^+_{n_x n_y n_z}+S^-_{n_x n_y n_z}S^+_{n_x-1\, n_y n_z}+$$

$$+S^-_{n_x-1\, n_y n_z}S^+_{n_x n_y n_z}+S^-_{n_x n_y n_z}S^+_{n_x n_y+1\, n_z}+S^-_{n_x n_y+1\, n_z}S^+_{n_x n_y n_z}+$$

$$+S^-_{n_x n_y n_z}S^+_{n_x n_y-1\, n_z}+S^-_{n_x n_y-1\, n_z}S^+_{n_x n_y n_z}+S^-_{n_x n_y n_z}S^+_{n_x n_y n_z+1}+$$

$$+ S^{-}_{n_x n_y n_z+1} S^{+}_{n_x n_y n_z} + S^{-}_{n_x n_y n_z} S^{+}_{n_x n_y n_z-1} + S^{-}_{n_x n_y n_z-1} S^{+}_{n_x n_y n_z} \Big) \quad (II.1.11.)$$

$$\hat{H}_4 = -\frac{1}{2} I \sum_{n_x n_y} \Big[(S - S^z_{n_x n_y 0})(S - S^z_{n_x+1 n_y 0}) + (S - S^z_{n_x n_y 0})(S - S^z_{n_x-1 n_y 0}) +$$

$$+ (S - S^z_{n_x n_y 0})(S - S^z_{n_x n_y+1 0}) + (S - S^z_{n_x n_y 0})(S - S^z_{n_x n_y-1 0}) + (S - S^z_{n_x n_y 0}) \times$$

$$\times (S - S^z_{n_x n_y 1}) + (S - S^z_{n_x n_y N_z})(S - S^z_{n_x+1 n_y N_z}) + (S - S^z_{n_x n_y N_z})(S - S^z_{n_x-1 n_y N_z}) +$$

$$+ (S - S^z_{n_x n_y N_z})(S - S^z_{n_x n_y+1 N_z}) + (S - S^z_{n_x n_y N_z})(S - S^z_{n_x n_y-1 N_z}) + (S - S^z_{n_x n_y N_z}) \times$$

$$\times (S - S^z_{n_x n_y N_z-1}) \Big] - \frac{1}{2} \sum_{n_x n_y n_z=1}^{n_z=N_z-1} \Big[(S - S^z_{n_x n_y n_z})(S - S^z_{n_x+1 n_y n_z}) + (S - S^z_{n_x n_y n_z}) \times$$

$$\times (S - S^z_{n_x-1 n_y n_z}) + (S - S^z_{n_x n_y n_z})(S - S^z_{n_x n_y+1 n_z}) + (S - S^z_{n_x n_y n_z})(S - S^z_{n_x n_y-1 n_z}) +$$

$$+ (S - S^z_{n_x n_y n_z})(S - S^z_{n_x n_y n_z+1}) + (S - S^z_{n_x n_y n_z})(S - S^z_{n_x n_y n_z-1}) \Big] \quad (II.1.12)$$

U ovoj glavi nećemo razmatrati harmonijski spektar te nam hamiltonijan $\hat{H}_4$ nije potreban. U razmatranjima koja slede potreban nam je hamiltonijan $\hat{H}_2$. Zbog toga ćemo ovaj hamiltonijan pogodnim transformacijama i aproksimacijama svesti na koncizniji izraz.

$$\sum_{n_x n_y} (S - S^z_{n_x+1 n_y 0}) = \sum_{m_x n_y} (S - S^z_{m_x n_y 0}) \cong \sum_{n_x n_y} (S - S^z_{n_x n_y 0})$$

$$n_x + 1 = m_x \quad .$$

Istu aproksimaciju primenimo svugde je treća konstanta fiksna, jer jedinicu možemo zanemariti u odnosu na broj atoma u pravcu x i y ose, dok je u pravcu z ose broj atoma mali pa jedinica nije zanemarljiva.

$$\sum_{n_x n_y n_z=1}^{n_z=N_z-1} (S - S^z_{n_x n_y n_z+1}) = / n_z+1 = m_z ; n_z = 1 \; m_z = 2 ; n_z = N_z - 1 ; m_z = N_z / =$$

$$= \sum_{n_x n_y m_z=2}^{m_z=N_z} (S - S^z_{n_x n_y m_z}) = - \sum_{n_x n_y} (S - S^z_{n_x n_y 1}) + \sum_{n_x n_y} (S - S^z_{n_x n_y N_z}) + \sum_{n_x n_y n_z=1}^{n_z=N_z-1} (S - S^z_{n_x n_y n_z})$$

$$\sum_{n_xn_yn_z=1}^{n_z=N_z-1}\left(S-S^z_{n_xn_yn_z-1}\right)=/n_z-1=m_z;\ n_z=1\ m_z=0;\ n_z=N_z-1\ m_z=N_z-2/=\sum_{n_xn_ym_z=0}^{m_z=N_z-2}\left(S-S^z_{n_xn_ym_z}\right)=$$

$$=\sum_{n_xn_y}\left(S-S^z_{n_xn_y0}\right)-\sum_{n_xn_y}\left(S-S^z_{n_xn_yN_z-1}\right)+\sum_{n_xn_yn_z=1}^{n_z=N_z-1}\left(S-S^z_{n_xn_yn_z}\right)$$

$$\sum_{n_xn_yn_z=1}^{n_z=N_z-1}S^-_{n_xn_yn_z+1}S^+_{n_xn_yn_z}=\sum_{n_xn_ym_z=2}^{m_z=N_z}S^-_{n_xn_ym_z}S^+_{n_xn_ym_z-1}=-\sum_{n_xn_y}S^-_{n_xn_y1}S^+_{n_xn_y0}+$$

$n_z+1=m_z$ $m_z=2$ $n_z=1$

$n_z=N_z-1$ $m_z=N_z$

$n_z=m_z-1$

$$+\sum_{n_xn_y}S^-_{n_xn_yN_z}S^+_{n_xn_yN_z-1}+\sum_{n_xn_yn_z=1}^{n_z=N_z-1}S^-_{n_xn_yn_z}S^+_{n_xn_yn_z-1}$$

$$\sum_{n_xn_yn_z=1}^{n_z=N_z-1}S^-_{n_xn_yn_z-1}S^+_{n_xn_yn_z}=\sum_{n_xn_ym_z=0}^{m_z=N_z-2}S^-_{n_xn_ym_z}S^+_{n_xn_ym_z+1}=\sum S^-_{n_xn_y0}S^+_{n_xn_y1}-$$

$n_z-1=m_z$ $n_z=m_z+1$

$n_z=1$ $m_z=0$

$n_z=N_z-1$ $N_z-2=m_z$

$$-\sum S^-_{n_xn_yN_z-1}S^+_{n_xn_yN_z}+\sum_{n_xn_yn_z=1}^{n_z=N_z-1}S^-_{n_xn_yn_z}S^+_{n_xn_yn_z+1}$$

Rekli smo već da je jedinica zanemarljiva u odnosu na broj atoma u pravcu x i y ose pa, na osnovu toga, možemo izvršiti komutiranje izraza:

$$\sum_{n_xn_y}S^-_{n_x+1\,n_y0}S^+_{n_xn_y0}\cong\sum_{n_xn_y}S^-_{n_xn_y0}S^+_{n_x-1\,n_y0}$$

$n_x+1=m_x$

$n_x=m_x-1$

$$\sum_{n_xn_y}S^-_{n_x-1\,n_y0}S^+_{n_xn_y0}\cong\sum_{n_xn_y}S^-_{n_xn_y0}S^+_{n_x+1\,n_y0}$$

$$\sum_{n_xn_y}S^-_{n_xn_y+1\,0}S^+_{n_xn_y0}\cong\sum_{n_xn_y}S^-_{n_xn_y0}S^+_{n_x-1\,n_y0}$$

$$\sum S^-_{n_xn_y-1\,0}S^+_{n_xn_y0}\cong\sum_{n_xn_y}S^-_{n_xn_y0}S^+_{n_xn_y+1\,0}$$

$$\sum_{n_x n_y} S^-_{n_x+1\, n_y N_z} S^+_{n_x n_y N_z} \cong \sum_{n_x n_y} S^-_{n_x n_y N_z} S^+_{n_x-1\, n_y N_z}$$

$$\sum_{n_x n_y n_z=1}^{N_z-1} S^-_{n_x+1\, n_y n_z} S^+_{n_x n_y n_z} \cong \sum_{n_x n_y n_z=1}^{N_z-1} S^-_{n_x n_y n_z} S^+_{n_x-1\, n_y n_z} \quad \text{itd.}$$

Uzmemo li u obzir gore navedene aproksimacije i uvrstimo ih u hamiltonijan II.1.11. dobićemo ga u nešto konciznijem obliku.

$$\hat{H}_2 = (\mu-\mu')\mathcal{H} \sum_{n_x n_y}\left[(S-S^z_{n_x n_y 0})+(S-S^z_{n_x n_y N_z})\right] +$$

$$+\frac{1}{2} IS \sum_{n_x n_y}\left[g(S-S^z_{n_x n_y 0})+g(S-S^z_{n_x n_y N_z})+(S-S^z_{n_x n_y 1})+\right.$$

$$\left.+(S-S^z_{n_x n_y N_z-1})\right]+\frac{12}{2} IS \sum_{n_x n_y n_z=1}^{n_z=N_z-1}(S-S^z_{n_x n_y n_z})+$$

$$+\frac{1}{2} IS \sum_{n_x n_y}\left[(S-S^z_{n_x n_y 0})+(S-S^z_{n_x n_y N_z})-(S-S^z_{n_x n_y 1})+\right.$$

$$\left.+(S-S^z_{n_x n_y N_z-1})\right]+\mu\mathcal{H} \sum_{n_x n_y n_z=1}^{n_z=N_z-1}(S-S^z_{n_x n_y n_z}) -$$

$$-\frac{1}{4} I \sum_{n_x n_y}\left[S^-_{n_x n_y 0}\left(S^+_{n_x+1\, n_y 0}+S^+_{n_x-1\, n_y 0}+S^+_{n_x n_y+1\, 0}+S^+_{n_x n_y-1\, 0}+\right.\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2} S^+_{n_x n_y 1}\right)+S^-_{n_x n_y N_z}\left(S^+_{n_x+1\, n_y N_z}+S^+_{n_x-1\, n_y N_z}+S^+_{n_x n_y+1\, N_z}+\right.$$

$$\left.\left.+S^+_{n_x n_y-1\, N_z}+\frac{1}{2} S^+_{n_x n_y N_z-1}\right)+\frac{1}{2} S^-_{n_x n_y 1} S^+_{n_x n_y 0}+\frac{1}{2} S^-_{n_x n_y N_z-1} S^+_{n_x n_y N_z}\right]-$$

$$-\frac{2}{4} I \sum_{n_x n_y n_z=1}^{n_z=N_z-1}\left[S^-_{n_x n_y n_z}\left(S^+_{n_x+1\, n_y n_z}+S^+_{n_x-1\, n_y n_z}+S^+_{n_x n_y+1\, n_z}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+S^+_{n_x n_y-1\, n_z}+S^+_{n_x n_y n_z+1}+S^+_{n_x n_y n_z-1}\right)\right]-$$

$$-\frac{1}{4} I \sum_{n_x n_y} \Big(- S^-_{n_x n_y 1} S^+_{n_x n_y 0} + S^-_{n_x n_y N_z} S^+_{n_x n_y N_z-1} + S^-_{n_x n_y 0} S^+_{n_x n_y 1} -$$

$$- S^-_{n_x n_y N_z-1} S^+_{n_x n_y N_z} \Big) \qquad (\text{II}.1.13.)$$

Konačno posle sredjivanja II.1.13. dobićemo hamiltonijan izražen preko operatora S^+, S^- i S-S^z a ti operatori nam odredjuju promenu S^z projekcije preko koje su izražene sve promene u feromagnetiku.

$$\hat{H}_2 = \big[(\mu-\mu')\mathcal{H} + 5IS\big] \sum_{n_x n_y} \Big[(S - S^z_{n_x n_y 0}) + (S - S^z_{n_x n_y N_z}) \Big] +$$

$$+ (\mu\mathcal{H} + 6SI) \sum_{n_x n_y n_z = 1}^{n_z = N_z - 1} (S - S^z_{n_x n_x n_z}) - \frac{1}{2} I \sum_{n_x n_y} \Big[S^-_{n_x n_y 0} \big(S^+_{n_x+1 n_y 0} +$$

$$+ S^+_{n_x-1 n_y 0} + S^+_{n_x n_y+1 0} + S^+_{n_x n_y-1 0} + S^+_{n_x n_y 1} \big) + S^-_{n_x n_y N_z} \big(S^+_{n_x+1 n_y N_z} +$$

$$+ S^+_{n_x-1 n_y N_z} + S^+_{n_x n_y+1 N_z} + S^+_{n_x n_y-1 N_z} + S^+_{n_x n_y N_z-1} \big) \Big] -$$

$$- \frac{1}{2} I \sum_{n_x n_y n_z = 1}^{n_z = N_z - 1} \Big[S^-_{n_x n_y n_z} \big(S^+_{n_x+1 n_y n_z} + S^+_{n_x-1 n_y n_z} + S^+_{n_x n_y+1 n_z} +$$

$$+ S^+_{n_x n_y-1 n_z} + S^+_{n_x n_y n_z+1} + S^+_{n_x n_y n_z-1} \big) \Big] \qquad (\text{II}.1.14)$$

II.2. BLOHOVA APROKSIMACIJA U TANKOM FILMU

Izraz II.1.14., kao što smo rekli, predstavlja hamiltonijan izražen preko spinskih operatora. Medjutim spinski operatori ne zadovoljavaju ni bozonske ni fermionske komutacione relacije te se zbog toga uvodi Blohova aproksimacija. Ova Blohova aproksimacija sastoji se u tome da se spinski operatori zamenu odgovarajućim boze operatorima B^+ i B i to na sledeći način:

$$S^+ = \sqrt{2S}\, B \; ; \; S^- = \sqrt{2S}\, B^+ \; ; \; S - S^z = B^+ B \qquad (II.2.1)$$

Opravdanost Blohove aproksimacije može se zaključiti na osnovu gornjih izraza. Pošto je maksimalna vrednost z-prpjekcije S a minimalna -S vidi se da operator $S-S^z$ može imati vrednosti:

0, 1, 2, 3, 4, 5, ... 2S-1, 2S

U Blohovoj aproksimaciji, kao ekvivalentan operatoru $S-S^z$ uzima se operator B^+B a to je bozonski okupacini broj i on može imati sledeće vrednosti:

0, 1, 2, 3, 4, 5, ...∞

Jasno se vidi da, sve dok je broj bozona manji ili najviše 2S, operator $S-S^z$ možemo zameniti bozonskim okupacionim brojem B^+B i tada je Blohova aproksimacija valjana. Pošto se ekscitiranost magnetnog kristala meri brojem bozona u njemu, a ekscitiranost zavisi od temperature, to će Blohova aproksimacija biti dobra za niže temperature gde je broj bozona najviše 0, 1, 2. Dakle na niskim temperaturama na Hajzenbergov model može se primeniti Blohova aproksimacija te se dobije jedan ekvivalentan bozonski hamiltonijan. Pošto ćemo ispitivanja magnetnih osobina tankog magnetnog filma vršiti na niskim temperaturama naš hamiltonijan II.1.14. zamenićemo bozonskim hamiltonijanom. Sada će naš $\hat{H}_2$ imati oblik:

$$\hat{H}_2 = \left[(\mu-\mu')\mathcal{H} + 5IS\right] \sum_{n_x n_y} \left(B^+_{n_x n_y 0} B_{n_x n_y 0} + B^+_{n_x n_y \nu_z} B_{n_x n_y \nu_z}\right) +$$

$$+ (\mu\mathcal{H} + 6SI \sum_{n_x n_y n_z = 1}^{n_z = \nu_z - 1} B^+_{n_x n_y n_z} B_{n_x n_y n_z} -$$

$$- IS \sum_{n_x n_y} \left[B^+_{n_x n_y 0}\left(B_{n_x+1\, n_y 0} + B_{n_x-1\, n_y 0} + B_{n_x\, n_y+1\, 0} + \right.\right.$$

$$+ B_{n_x n_y - 1 0} + B_{n_x n_y 1}\Big) + B^+_{n_x n_y \nu_z}\Big(B_{n_x+1 n_y \nu_z} + B_{n-1 n_y \nu_z} +$$

$$+ B_{n_x n_y+1 \nu_z} + B_{n_x n_y -1 \nu_z} + B_{n_x n_y \nu_z - 1}\Big)\Big] -$$

$$- IS \sum_{n_x n_y n_z = 1}^{\overrightarrow{n_z = \nu_z - 1}} B^+_{n_x n_y n_z}\Big(B_{n_x+1 n_y n_z} + B_{n_x-1 n_y n_z} + B_{n_x n_y+1 n_z} +$$

$$+ B_{n_x n_y -1 n_z} + B_{n_x n_y n_z+1} + B_{n_x n_y n_z -1}\Big) \qquad (II.2.2)$$

II.3. SPEKTAR MAGNONA U TANKOM FILMU

U glavi I smo rekli da su na apsolutnoj nuli svi spinovi međusobno paralelni i orjentisani u smeru magnetnog polja i taj pravac smo uzeli za osu kvantizacije, z-osu. Rekli smo, takođe, da bez povećanja temperature, ili nekog spoljašnjeg mehaničkog uzroka, spinovi ne menjaju svoju orjentaciju. Sve promene u feromagnetu ogledaju se u promeni z-projekcije spina. Možemo slikovito da predstavimo ekscitacije u feromagnetu. Predpostavimo sada da jedan spin, usled povećanja temperature ili nekog spoljašnjeg mehaničkog uzroka promeni soju z-projekciju. Na taj način smo izvršili ekscitaciju tog spina. Pošto su spinovi povezani silama izmene ekscitacija jednog spina preneće se na sledeći, a sa ovog opet na sledeći i tako dok svi spinovi ne budu ekscitirani, tj. dok svi manje ili više ne otklone svoju z-projekciju. Ovakav talas vezanih spinova naziva se spinski talas. Ovaj spinski talas zamenjuje se jednom ekvivalentnom kvazičesticom koju nazivamo MAGNON.

Kod kristala sa idealnom strukturom svaki spin biće ekscitiran sa podjednakom verovatnoćom. Međutim mi ovde proučavamo magnetne osobine tankog magnetnog filma, gde nemamo idealnu strukturu. Takav kristal ima dve granične površine te atomi na mestima 0 i N_z imaju drugačije magnetne momente nego atomi u unutrašnjosti kristala, tj. atomi od 1 do N_z, a to su atomi duž z-ose. Duž x i y osa uzećemo da je kristal beskonačan. Činjenica da se magnetni momenti poluslobodnih atoma (atomi na površinama) razlikuju od magnetnih momenata atoma u unutrašnjosti daje nam granične uslove koji nastaju usled narušavanj translacione ivvarijantnosti. Na mestima gde se pojavljuje deformacija u kristalu (u ovom slučaju granične površine) dolazi do novog tipa ekscitacija lokalizovanih oko mesta deformacje. U našem slučaju gde imamo kristal konačne debljine (tanak magnetni film te ekscitacije biće lokalizovane na površini. Dakle, osim onih ekscitacija u unutrašnjosti filma koje ćemo nazvati zapreminski magnoni, pojaviće se ekscitacije na površinama i njih ćemo nazvati površinski magnoni.

Nađimo sad uslove pod kojima će se pojaviti ekscitacije zapreminskog tipa, a pod kojima ekscitacije površinskog tipa. Hamiltonijan II.2.2. ćemo dijagonalizovati kanonskom transformacijom:

$$B_{n_x n_y n_z} = \sum_{\vec{k}} U_{n_x n_y n_z}^{\vec{k}, k_z} e^{-iE(\vec{k}, k_z)} B_{\vec{k}, k_z} \quad (II.3.1)$$

$/\hbar = 1/$

gde je talasni vektor $\vec{k} = k_x \vec{i} + k_y \vec{j}$

Funkcije $U_{n_x n_y n_z}^{\vec{k}, k_z}$ određujemo tako da budu zadovoljene jednačine kretanja.

$$i \dot{B}_{n_x n_y n_z} = \left[B_{n_x n_y n_z}, \hat{H}_2 \right] \quad (II.3.2.)$$

Nađimo sada komutatore za $B_{n_x n_y n_z}$ i $\hat{H}_2$:

a) Za $n_z = 0$ imamo:

$$[B_{n_x n_y 0}, \hat{H}_2] = (\mu\mathcal{H} + 6SI) B_{n_x n_y 0} - SI B_{n_x n_y 0} - \mu'\mathcal{H} B_{n_x n_y 0} +$$

$$+ IS B_{n_x n_y, -1} - IS (B_{n_x+1 n_y 0} + B_{n_x-1 n_y 0} + B_{n_x n_y+1 0} + B_{n_x n_y-1 0} + B_{n_x n_y 1} + B_{n_x n_y, -1})$$

b) za $n_z = N_z$

$$[B_{n_x n_y N_z}, \hat{H}_2] = (\mu\mathcal{H} + 6SI) B_{n_x n_y N_z} - SI B_{n_x n_y N_z} - \mu'\mathcal{H} B_{n_x n_y N_z} +$$

$$+ SI B_{n_x n_y N_z+1} - IS (B_{n_x+1 n_y N_z} + B_{n_x-1 n_y N_z} + B_{n_x n_y+1 N_z} + B_{n_x n_y-1 N_z} +$$

$$+ B_{n_x n_y N_z+1} + B_{n_x n_y N_z-1})$$

c) za $n_z \in [1, N_z-1]$

$$[B_{n_x n_y n_z}, \hat{H}_2] = (\mu\mathcal{H} + 6SI) B_{n_x n_y n_z} - IS (B_{n_x+1 n_y n_z} +$$

$$+ B_{n_x-1 n_y n_z} + B_{n_x n_y+1 n_z} + B_{n_x n_y-1 n_z} + B_{n_x n_y n_z+1} + B_{n_x n_y n_z-1})$$

$$\text{(II.3.3)}$$

Sada možemo, uzimajući u obzir transformaciju II.3.1. i relacije II.3.3. jednačine II.3.2. napisati u obliku:

a) za $n_z = 0$

$$E(\vec{k}, k_0) U^{\vec{k}, k_0}_{n_x n_y 0} = (\mu\mathcal{H} + 6SI) U^{\vec{k}, k_0}_{n_x n_y 0} - IS (U^{\vec{k}, k_0}_{n_x+1 n_y 0} + U^{\vec{k}, k_0}_{n_x-1 n_y 0} +$$

$$+ U^{\vec{k}, k_0}_{n_x n_y+1 0} + U^{\vec{k}, k_0}_{n_x n_y-1 0} + U^{\vec{k}, k_0}_{n_x n_y, 1} + U^{\vec{k}, k_0}_{n_x n_y, -1}) - (\mu'\mathcal{H} + SI) U^{\vec{k}, k_0}_{n_x n_y 0}$$

b) za $n_z = N_z$

$$E(\vec{k}, k_0) U^{\vec{k}, k_0}_{n_x n_y N_z} = (\mu\mathcal{H} + 6SI) U^{\vec{k}, k_0}_{n_x n_y N_z} - IS (U^{\vec{k}, k_0}_{n_x+1 n_y N_z} + U^{\vec{k}, k_0}_{n_x-1 n_y N_z} +$$

$$+ U^{\vec{k}, k_0}_{n_x n_y+1 N_z} + U^{\vec{k}, k_0}_{n_x n_y-1 N_z} + U^{\vec{k}, k_0}_{n_x n_y N_z+1} + U^{\vec{k}, k_0}_{n_x n_y N_z-1}) - (\mu'\mathcal{H} + SI) U^{\vec{k}, k_0}_{n_x n_y N_z}$$

s) za $n_z \in [1, N_z-1]$

$$E(\vec{k},k_0)\, U^{\vec{k},k_0}_{n_x n_y n_z} = (\mu\mathcal{H}+6SI)\, U^{\vec{k},k_0}_{n_x n_y n_z} - SI\big(U^{(\vec{k},k_0)}_{n_x+1\, n_y n_z} + U_{n_x-1\, n_y n_z} + U_{n_x n_y+1\, n_z} + U_{n_x n_y-1\, n_z} + U_{n_x n_y n_z+1} + U_{n_x n_y n_z-1}\big) \qquad (II.3.4.)$$

Ovaj sistem diferencijalnih jednačina daje dva tipa rešenja za funkcija $U^{\vec{k},k_0}_{n_x n_y n_z}$. Rešenje prvog tipa ima oblik:

$$U^{\vec{k},k_0}_{n_x n_y n_z} = C_1 e^{-i(n_x k_x + n_y k_y)a} \cos n_z k_0 a \qquad (II.3.5)$$

Ako ovo rešenje uvrstimo u sistem jednačina II.3.4. biće zadovoljene sve tri jednačine pa zakon disperzije ima oblik:

$$E(\vec{k},k_0) = \mu\mathcal{H} + 6SI - 2SI(\cos k_x a + \cos k_y a + \cos k_0 a) \qquad (II.3.6)$$

Uz uslov da je $N_z a k_0 = n\pi$

Vrednost za k_0 se određuje izrazom:

$$\cos k_0 a = 1 + \frac{\mu' \mathcal{H}}{SI} \;;\; \mu' < 0 \qquad (II.3.7.)$$

Transformacija II.3.1. koja dijagonalizuje hamiltonijan sada ima oblik:

$$B_{\vec{n},n_z} = \sum_{\vec{k}} \sqrt{\frac{2}{N_x N_y (N_z+1)}}\, e^{-i(k_x n_x + k_y n_y)a} \cdot \cos n_z k_0 a\, B_{\vec{k},k_0} \qquad (II.3.8)$$

pri čemu je:

$$\hat{H} = \sum_{\vec{k}} E(\vec{k},k_0)\, B^+_{\vec{k},k_0} B_{\vec{k},k_0}$$

Drugi tip rešenja sistema diferencijalnih jednačina II.3.4. ima oblik:

$$U^{\vec{k},s}_{n_x n_y n_z} = C_2 \left[e^{-s n_z a} + e^{-s(N_z-n_z)a}\right] e^{-i(k_x n_x + k_y n_y)a} \;;\; s > a \qquad (II.3.10)$$

Sada je zakon disperzije:

$$E(\vec{k},\varrho)=\mu\mathcal{H}+6SI-2SI(\cos k_x a+\cos k_y a+\operatorname{ch}\varrho a) \quad (II.3.11)$$

gde se vrednosti za ϱ odredjuju iz izraza:

$$1+\frac{\mu'\mathcal{H}}{SI}=\frac{e^{\varrho a}+e^{-\varrho(N_z+1)a}}{1+e^{-\varrho N_z a}}\cong e^{\varrho a};\ \mu'>0 \quad (II.3.12.)$$

Transformacija koja dijagonalizuje hamiltonijan II.2.2. sada ima oblik:

$$B_{n_x n_y n_z}=\sum_{\vec{k}}\sqrt{\frac{e^{2\varrho a}-1}{2N_xN_y}}\left[e^{-\varrho n_z a}+e^{-\varrho(N_z-n_z)a}\right]e^{-i(k_xn_x+k_yn_y)a}B_{\vec{k},\varrho} \quad (II.3.13.)$$

pri čemu je:

$$H=\sum_{\vec{k}}E(\vec{k},\varrho)B^{+}_{\vec{k},\varrho}B_{\vec{k},\varrho}$$

Elementarne ekscitacije koje se opisuju funkcijama II.3.5. su zapreminski magnoni zbog toga što je koncentracija magnonskih stanja periodična funkcija čvora rešetke / n_x, n_y, n_z /. Elementarne ekscitacije koje se opisuju funkcijama II.3.10. su površinski magnoni zbog toga što koncentracija ovakvih magnonskih stanja stanja eksponencijalno opada sa porastom kristala, a maksimalna je na površinama / $n_z=0$ i $n_z=N_z$/. U magnetnom filmu mogu postojati ili samo zapreminska magnonska stanja / $\mu'<0$ /, ili samo površinska magnonska stanja / $\mu'>0$ /.

GLAVA III: ANHARMONIJSKI EFEKTI U TANKOM FILMU

1) Metod funkcija Grina
2) Zakon disperzije za magnone sa uračunavanjem anharmonijskih efekata
3) Magnetizacija u tankom filmu

III.1. METOD FUNKCIJA GRINA

Funkcija Grina za dva operatora $\hat{A}(\vec{r},t)$ i $\hat{B}(\vec{r}',t')$ definiše se na sledeći način:

$$\langle\langle \hat{A}(\vec{r},t) | \hat{B}(\vec{r}',t') \rangle\rangle = \theta(t-t') \langle [\hat{A}(\vec{r},t), \hat{B}(\vec{r}',t')] \rangle \quad (III.1.1.)$$

gde simbol $\langle\langle \ldots \rangle\rangle$ označava uredjivanje operatora po vremenu i znaku srednje vrednosti po Gibsovom ansablu, tj.

$$\langle \hat{F} \rangle = \frac{Sp\, \hat{F} e^{-\beta \hat{H}}}{Sp\, e^{-\beta \hat{H}}}$$

Ovde je $\beta = k_B T$, a $\hat{H}$ hamiltonijan sistema. $\theta(t-t')$ je Hevisajdova funkcija definisana na sledeći način:

$$\theta(t-t') = \begin{cases} 1 & za\ t>t' \\ 0 & za\ t<t' \end{cases} \quad (III.1.2)$$

Diferencirajući III.1.1. jednom po t, a drugi put po t' i uzimajući u obzir da je izvod Hevisajdove funkcije δ funkcija dobijamo:

$$\frac{d}{dt} \langle\langle \hat{A}(\vec{r},t) | \hat{B}(\vec{r}',t) \rangle\rangle = \delta(t-t') \langle [\hat{A}(\vec{r},t), \hat{B}(\vec{r}',t')] \rangle + $$

$$+ \theta(t-t') \langle [\frac{d}{dt} \hat{A}(\vec{r},t), \hat{B}(\vec{r}',t')] \rangle$$

$$\frac{d}{dt'} \langle\langle \hat{A}(\vec{r},t) | \hat{B}(\vec{r}',t') \rangle\rangle = -\delta(t-t') \langle [\hat{A}(\vec{r},t), \hat{B}(\vec{r}',t')] \rangle + $$

$$+ \theta(t-t') \langle [\hat{A}(\vec{r},t), \frac{d}{dt'} \hat{B}(\vec{r}',t')] \rangle$$

Na osnovu Hajzenbergovih jednačina kretanja imamo:

$$i \frac{d\hat{A}(\vec{r},t)}{dt} = [\hat{A}, \hat{H}]_t$$

$$i \frac{d\hat{B}(\vec{r}',t')}{dt'} = [\hat{B}, \hat{H}]_{t'}$$

Sada se poslednje jednačine svode na:

$$i\frac{d}{dt}\langle\langle \hat{A}(\vec{r},t)|\hat{B}(\vec{r}',t)\rangle\rangle = i\delta(t-t')\langle[\hat{A}(\vec{r},t),\hat{B}(\vec{r}',t')]\rangle +$$

$$+\theta(t-t')\langle[\hat{A},\hat{H}]_t,\hat{B}(\vec{r},t)\rangle \quad (III.1.3)$$

$$i\frac{d}{dt'}\langle\langle \hat{A}(\vec{r},t)|\hat{B}(\vec{r}',t)\rangle\rangle = -i\delta(t-t')\langle[\hat{A}(\vec{r},t),\hat{B}(\vec{r}',t')]\rangle +$$

$$+\theta(t-t')\langle[\hat{A}(\vec{r},t),[\hat{B},\hat{H}]_{t'}\rangle \quad (III.1.4.)$$

Izrazi $\theta(t-t')\langle[[\hat{A},\hat{H}]_t,\hat{B}(\vec{r}',t')]\rangle$ i

$\theta(t-t')\langle[\hat{A}(\vec{r},t),[\hat{B},\hat{H}]_{t'}]\rangle$ predstavljaju

na osnovu polazne definicije III.1.1. neke nove funkcije Grina tako da jednačine III.1.3. i III.1.4. glase:

$$\frac{d}{dt}\langle\langle \hat{A}(\vec{r},t)|\hat{B}(\vec{r}',t')\rangle\rangle = i\delta(t-t')K(\vec{r}-\vec{r}')+$$

$$+\langle\langle[\hat{A},\hat{H}]_{\vec{r},t}|\hat{B}(\vec{r}',t')\rangle\rangle \quad (III.1.5.)$$

$$\frac{d}{dt'}\langle\langle \hat{A}(\vec{r},t)|\hat{B}(\vec{r}',t')\rangle\rangle = -i\delta(t-t')K(\vec{r}-\vec{r}') +$$

$$+\langle\langle \hat{A}(\vec{r},t)|[\hat{B},\hat{H}]_{\vec{r}',t'}\rangle\rangle \quad (III.1.6)$$

gde je $K(\vec{r}-\vec{r}') = \langle[\hat{A}(\vec{r},t),\hat{B}(\vec{r}',t')]\rangle$ (III.1.7)

Ako izvršimo Furiie transformacije:

$$\langle\langle \hat{A}(\vec{r},t)|\hat{B}(r',t')\rangle\rangle = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d^3\vec{p}\, dE \langle\langle \hat{A},\hat{B}\rangle\rangle_{E,\vec{p}} \times$$

$$\times\, e^{i\vec{p}(\vec{r}-\vec{r}')-iE(t-t')}$$

$$\langle\langle [\hat{A},\hat{H}]_{\vec{r},t}|\hat{B}(r',t')\rangle\rangle = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d^3\vec{p}\, dE \langle\langle [\hat{A},\hat{H}]|\hat{B}\rangle\rangle_{E,\vec{p}} \times$$

$$\times\, e^{i\vec{p}(\vec{r}-\vec{r}')-iE(t-t')}$$

$$\langle\langle \hat{A}(\vec{r},t)|[\hat{B},\hat{H}]_{\vec{r}',t'}\rangle\rangle = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d^3\vec{p}\, dE \langle\langle \hat{A}|[\hat{B},\hat{H}]\rangle\rangle_{E,\vec{p}} \times$$

$$\times\, e^{i\vec{p}(\vec{r}-\vec{r}')-iE(t-t')}$$

$$K(\vec{r}-r') = \frac{1}{(2\pi)^3}\int d^3\vec{p}\, K(\vec{p})\, e^{i\vec{p}(\vec{r}-\vec{r}')}$$

$$\delta(t-t') = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} dE\, e^{iE(t-t')}$$

Ako ove transformacije uvrstimo u III.1.5. i III.1.6. dobivamo osnovni sistem jednačina za funkcije Grina u obliku:

$$E\langle\langle \hat{A},\hat{B}\rangle\rangle_{E,\vec{p}} = \frac{i}{2\pi}K(\vec{p}) + \langle\langle [\hat{A},\hat{H}]|\hat{B}\rangle\rangle_{E,\vec{p}} \quad \text{(III.1.7)}$$

$$E\langle\langle \hat{A},\hat{B}\rangle\rangle_{E,\vec{p}} = \frac{i}{2\pi}K(\vec{p}) - \langle\langle \hat{A}|[\hat{B},\hat{H}]\rangle\rangle \quad \text{(III.1.8)}$$

U ovim jednačinama $\vec{p}$ predstavlja impuls. U praksi se može kristiti, ili jednačina III.1.7. ili jednačina III.1.8., a nekad je zgodno kombinovati obadve.

Sam način rešavanja sastoji se obično u tome da se funkcija Grina koja figuriše na desnoj strani jednačine III.1.7. nekom opravdanom aproksimacijom izrazi preko funkcije koja figuriše na levoj strani jednačine III.1.7. i da se na taj način u jednačini pojavi samo jedna funkcija Grina po kojoj se jednačina može rešiti. Realni deo pola Grinove funkcije $\langle\langle \hat{A} | \hat{B} \rangle\rangle_{E,\vec{p}}$ u E ravni predstavlja energiju elementarnih ekscitacija, a imaginarni deo pola u kompleksnoj ravni predstavlja recipročno vreme života elementarnih ekscitacija.

Od interesa je da se definiše spektralna intezivnost funkcije Grina $\langle\langle \hat{A} | \hat{B} \rangle\rangle_{E,\vec{p}}$ i ona ima oblik:

$$\mathcal{J}(\vec{p},E) = \frac{K(\vec{p})}{e^{\frac{E}{\theta}}-1}\,\delta(E-E_{\vec{k}})$$

gde je $\Theta = k_B T$ a $E_{\vec{k}}$ realni deo pola funkcije Grina.

Preko spektralne intezivnosti može se naći srednja vrednost proizvoda dva operatora po Gibsovom ansamblu i to na sledeći način:

$$\langle \hat{B}\hat{A} \rangle = \frac{Sp\,\hat{B}\hat{A}e^{-\beta\hat{H}}}{Sp\,e^{-\beta\hat{H}}} = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{J}(\vec{p},E)\,dE = \frac{K(\vec{p})}{e^{\frac{E_{\vec{k}}}{\theta}}-1} \qquad (\text{III}.1.10)$$

Formula III.1.10. omogućava nam da bilo kakav problem koji rešavamo metodom funkcija Grina rešimo u zatvorenoj formi,tj. pored poznavanja energije elementarnih ekscitacija i njihovog vremena života,ali na osnovu formule III.1.10, regulišemo i pitanja statistike elementarnih ekscitacija.

III.2. ZAKON DISPERZIJE ZA MAGNONE SA URAČUNATIM ANHARMONIJSKIM EFEKTIMA

Tačan spinski hamiltonijan tankog magnetnog filma / feromagnetika /, napisan u aproksimaciji najbližih suseda ima oblik:

$$\hat{H}=\left[(\mu-\mu')\mathcal{H}+5SI\right]\sum_{\vec{n}}\left[(S-S^z_{\vec{n},0})+(S-S^z_{\vec{n},N_z})\right]-$$
$$-\frac{1}{2}I\sum_{\vec{n},\vec{\lambda}}\left[S^-_{\vec{n},0}S^+_{\vec{n}+\vec{\lambda},0}+S^-_{\vec{n},N_z}S^+_{\vec{n}+\vec{\lambda},N_z}\right]-\frac{1}{2}I\sum\left[S^-_{\vec{n},0}S^+_{\vec{n},1}+\right.$$
$$\left.+S^-_{\vec{n},N_z}S^+_{\vec{n},N_z-1}\right]-\frac{1}{2}I\sum_{\vec{n},\vec{\lambda}}\left[(S-S^z_{\vec{n},0})(S-S^z_{\vec{n}+\vec{\lambda},0})+(S-S^z_{\vec{n},N_z})\cdot\right.$$
$$\left.\cdot(S-S^z_{\vec{n}+\vec{\lambda},N_z})\right]-\frac{1}{2}I\sum_{\vec{n},\vec{\lambda},n_z=1}^{N_z-1}S^-_{\vec{n},n_z}S^+_{\vec{n}+\vec{\lambda},n_z}-\frac{1}{2}I\sum_{\vec{n},n_z}S^-_{\vec{n},n_z}\left(S^+_{\vec{n},n_z-1}+\right.$$
$$\left.+S^+_{\vec{n},n_z+1}\right)-\frac{1}{2}I\sum_{\vec{n}}\left[(S-S^z_{\vec{n},0})(S-S^z_{\vec{n},1})+(S-S^z_{\vec{n},N_z})(S-S^z_{\vec{n},N_z-1})\right]+$$
$$+(\mu\mathcal{H}+6SI)\sum_{\vec{n},n_z=1}^{N_z-1}(S-S^z_{\vec{n},n_z})-\frac{1}{2}I\sum_{\vec{n},\vec{\lambda},n_z=1}^{N_z-1}(S-S^z_{\vec{n},n_z})(S-S^z_{\vec{n}+\vec{\lambda},n_z})-$$
$$-\frac{1}{2}I\sum_{\vec{n},n_z}(S-S^z_{\vec{n},n_z})\left[(S-S^z_{\vec{n},n_z-1})+(S-S^z_{\vec{n},n_z+1})\right]\qquad\text{(III.2.1.)}$$

Ovde je μ -magnetni moment zapreminskih atma, μ' -popravka na magnetni moment atoma na površini kristala, $\vec{\lambda}$ -vektor sumiranja po najbližim s sedima, I- integral izmene najbližih suseda.

Naš zadatak sastoji se u tome da nadjemo zakon disperzije ne. Razmotrićemo prvo slučaj niskih temperatura, a zakon disp naći rešavajući sledeći sistem Grinovih funkcija.

za $n_z\in[1,N_z-1]$

$$E\langle\langle S^+_{\vec{n}}(n_z)|S^-_{\vec{g}}(n_z)\rangle\rangle=\frac{i}{2\pi}\langle[S^+_{\vec{n}}(n_z),S^-_{\vec{g}}(n_z)]\rangle+\langle\langle[S^+_{\vec{n}}(n_z),\hat{H}]|S^-_{\vec{g}}(n_z)\rangle\rangle\quad\text{(III.2.2)}$$

za $n_z=0$

$$E\langle\langle S^+_{\vec{n}}(0)|S^-_{\vec{g}}(0)\rangle\rangle=\frac{i}{2\pi}\langle[S^+_{\vec{n}}(0),S^-_{\vec{g}}(0)]\rangle+\langle\langle[S^+_{\vec{n}}(0),\hat{H}]|S^-_{\vec{g}}(0)\rangle\rangle\quad\text{(III.2.3)}$$

za $n_z = N_z$

$$E\langle\langle S^+_{\vec{n}}(N_z)|S^-_{\vec{g}}(N_z)\rangle\rangle = \frac{i}{2\pi}\langle[S^+_{\vec{n}}(N_z), S^-_{\vec{g}}(N_z)]\rangle + \langle\langle[S^+_{\vec{n}}(N_z), \hat{H}]|S^-_{\vec{g}}(N_z)\rangle\rangle \quad (III.2.4)$$

Za rešavanje navedenog sistema potrebno prvo izračunati komutatore:

$$[S^+_{\vec{n}}(n_z), \hat{H}] \quad [S^+_{\vec{n}}(0), \hat{H}] \quad [S^+_{\vec{n}}(N_z), \hat{H}]$$

Uzimajući u obzr komutacione relacije spinskih operatora:

$$[S^+_{\vec{a}}, S^-_{\vec{b}}] = 2S^z_{\vec{a}}\delta_{\vec{a}\vec{b}} \; ; [S^z_{\vec{a}}, S^\pm_{\vec{b}}] = -S^\pm_{\vec{a}}\delta_{\vec{a}\vec{b}}$$ imamo:

za $n_z \in [1, N_z-1]$

$$[S^+_{\vec{n}}(n_z), \hat{H}] = \mu\mathcal{H}S^+_{\vec{n}}(n_z) - I S^z_{\vec{n}}(n_z)\sum_{\vec{\lambda}} S^+_{\vec{n}+\vec{\lambda}}(n_z) - I S^z_{\vec{n}}(n_z)\left(S^+_{\vec{n}}(n_z+1) + \right.$$
$$\left. + S^+_{\vec{n}}(n_z-1)\right) + I S^+_{\vec{n}}(n_z)\sum_{\vec{\lambda}} S^z_{\vec{n}+\vec{\lambda}}(n_z) + I S^+_{\vec{n}}(n_z)\left(S^z_{\vec{n}}(n_z+1) + S^z_{\vec{n}}(n_z-1)\right)$$

za $n_z = 0$

$$[S^+_{\vec{n}}(0)|\hat{H}] = (\mu-\mu')\mathcal{H}S^+_{\vec{n}}(0) - I S^z_{\vec{n}}(0)\sum_{\vec{\lambda}} S^+_{\vec{n}+\vec{\lambda},0} - I S^z_{\vec{n}}(0)\, S^+_{\vec{n}}(1) +$$
$$+ I S^+_{\vec{n}}(0)\sum_{\vec{\lambda}} S^z_{\vec{n}+\vec{\lambda},0} + I S^+_{\vec{n}}(0)\, S^z_{\vec{n}}(1)$$

za $n_z = N_z$

$$[S^+_{\vec{n}}(N_z), \hat{H}] = (\mu-\mu')\mathcal{H}S^+_{\vec{n}}(N_z) - I S^z_{\vec{n}}(N_z)\sum_{\vec{\lambda}} S^+_{\vec{n}+\vec{\lambda}}(N_z) - I S^z_{\vec{n}}(N_z)\, S^+_{\vec{n}}(N_z-1) +$$
$$+ I S^+_{\vec{n}}(N_z)\sum_{\vec{\lambda}} S^z_{\vec{n}+\vec{\lambda}}(N_z) + I S^+_{\vec{n}}(N_z)\, S^z_{\vec{n}}(N_z-1)$$

U daljem radu sa Grinovim funkcijama izrazićemo spinske operatore preko kvazi-Pauli operatora.

$$\left.\begin{aligned} S^+_{\vec{g},n_z} &= \sum_{\mu=1}^{2S}\left[\mu(2S+1-\mu)\right]^{1/2}\mathcal{P}^+_{\mu-1,\vec{g},n_z}\mathcal{P}_{\mu,\vec{g},n_z} \\ S^z_{\vec{g},n_z} &= S - \sum_{\mu=1}^{2S}\mu\,\mathcal{P}^+_{\mu\vec{g},n_z}\mathcal{P}_{\mu,\vec{g},n_z} \; ; \; \mathcal{P}^+_{0\vec{g},n_z} = \mathcal{P}^-_{0,\vec{g},n_z} = 1 \end{aligned}\right\} \quad (III.2.5)$$

Komutacione relacije za kvazi-Pauli operatore imaju oblik:

$$\left.\begin{aligned} [\mathcal{P}_{\mu\vec{n},n_z}\mathcal{P}^+_{\nu\vec{g},g_z}] &= \delta_{\vec{n}\vec{g}}\,\delta_{n_z g_z}\left[\delta_{\mu\nu}\left(1 - \sum_{s=1}^{2S}\hat{N}_{s,\vec{n},n_z}\right) - \mathcal{P}^+_{\nu\vec{n},n_z}\mathcal{P}_{\mu\vec{n},n_z}\right] \\ [\mathcal{P}_{\mu\vec{n},n_z}\mathcal{P}_{\nu\vec{g},g_z}] &= [\mathcal{P}^+_{\mu\vec{n},n_z}\mathcal{P}^+_{\nu\vec{g},g_z}] = 0 \end{aligned}\right\} \quad (III.2.6)$$

$$\left.\begin{array}{l} \mathcal{P}_{\mu\vec{n}n_z}\mathcal{P}_{\nu\vec{n},n_z}=\mathcal{P}^+_{\mu,\vec{n},n_z}\mathcal{P}_{\nu\vec{n},n_z}=0 \\ \mathcal{P}_{\mu\vec{n},n_z}\mathcal{P}_{\nu\vec{n},n_z}=0 \quad \mu\neq\nu \ ; \ \hat{N}_{g,\vec{n}}-\mathcal{P}^+_{g,\vec{n}}\mathcal{P}_{g,\vec{n}} \end{array}\right\} \quad \text{(III.2.6 a)}$$

Odlučili smo se za kvazi-Paulionsku sliku zbog jasnoće fizičkih procesa i zbog toga što svi procesi nisu podjednako verovatni na niskim temperaturama. Naime na niskim temperaturama dominantan proces ekscitacije je proces $S\to S-1$, dok se deekscitacija vrši preko svih nivoa, tj. $S-1\to S$, $S-2\to S$, ... $0\to S$ ....-$S\to S$. Sada sistem Grinovih funkcija III.2.2., III.2.3. i III.2.4., uzimajući u obzir III.2.5., ima sledeći oblik:

za $n_z\in[1,N_z-1]$

$$E\langle\langle\mathcal{P}_{1\vec{n},n_z}|\mathcal{P}^+_{1\vec{g},n_z}\rangle\rangle=\frac{i}{2\pi}\delta_{\vec{n},\vec{g}}\langle[\mathcal{P}_{1\vec{n},n_z},\mathcal{P}^+_{1\vec{n},n_z}]\rangle+\langle\langle\Omega_{\vec{n},n_z}|\mathcal{P}^+_{1\vec{g},n_z}\rangle\rangle$$

za $n_z=0$

$$E\langle\langle\mathcal{P}_{1\vec{n},0}|\mathcal{P}^+_{1\vec{g},0}\rangle\rangle=\frac{i}{2\pi}\delta_{\vec{n},\vec{g}}\langle[\mathcal{P}_{1\vec{n},0},\mathcal{P}^+_{1\vec{n},0}]\rangle+\langle\langle\Omega_{\vec{n},n_z}|\mathcal{P}^+_{1\vec{g},n_z}\rangle\rangle$$

za $n_z=N_z$

$$E\langle\langle\mathcal{P}_{1\vec{n},N_z}|\mathcal{P}^+_{1\vec{g},N_z}\rangle\rangle=\frac{i}{2\pi}\delta_{\vec{n},\vec{g}}\langle[\mathcal{P}_{1\vec{n},N_z},\mathcal{P}^+_{1\vec{n},N_z}]\rangle+\langle\langle\Omega_{\vec{n},N_z}|\mathcal{P}^+_{1\vec{g},N_z}\rangle\rangle$$

$$\text{(III.2.7)}$$

gde je:

$$\Omega_{\vec{n},n_z}=\sqrt{2S}\Big\{[\mu\mathcal{H}+6SI]\mathcal{P}_{1\vec{n},n_z}-IS\sum_{\vec{\lambda}}\mathcal{P}_{1\vec{n}+\vec{\lambda},n_z}-IS[\mathcal{P}_{1\vec{n},n_z-1}+$$

$$\mathcal{P}_{1\vec{n},n_z+1}]+I[\mathcal{P}^+_{1\vec{n},n_z}\mathcal{P}_{1\vec{n}n_z}\mathcal{P}_{1\vec{n},n_z-1}+\mathcal{P}^+_{1\vec{n},n_z}\mathcal{P}_{1\vec{n},n_z}\mathcal{P}_{1\vec{n},n_z+1}]+$$

$$+I\sum_{\vec{\lambda}}\mathcal{P}^+_{1\vec{n},n_z}\mathcal{P}_{1\vec{n},n_z}\mathcal{P}_{1\vec{n}+\vec{\lambda},n_z}-I\sum_{\vec{\lambda}}\mathcal{P}^+_{1\vec{n}+\vec{\lambda},n_z}\mathcal{P}_{1\vec{n}+\vec{\lambda},n_z}\mathcal{P}_{1\vec{n},n_z}-$$

$$-I[\mathcal{P}^+_{1\vec{n},n_z-1}\mathcal{P}_{1\vec{n},n_z-1}\mathcal{P}_{1\vec{n},n_z}+\mathcal{P}^+_{1\vec{n},n_z+1}\mathcal{P}_{1\vec{n},n_z+1}\mathcal{P}_{1\vec{n},n_z}]\Big\} \quad \text{(III.2.8)}$$

$$\Omega_{\vec{n},0}=\sqrt{2S}\Big\{\big[(\mu-\mu')\mathcal{H}+5SI\big]\mathcal{P}_{1\vec{n},0}-IS\sum_{\vec{\lambda}}\mathcal{P}_{1\vec{n}+\vec{\lambda},0}-IS\mathcal{P}_{1\vec{n},1}+$$

$$+I\big[\mathcal{P}^{+}_{1\vec{n},0}\mathcal{P}_{1\vec{n},0}\mathcal{P}_{1\vec{n},1}-\mathcal{P}^{+}_{1\vec{n},1}\mathcal{P}_{1\vec{n},1}\mathcal{P}_{1\vec{n},0}+I\sum_{\vec{\lambda}}\mathcal{P}^{+}_{1\vec{n},0}\mathcal{P}_{1\vec{n},0}\mathcal{P}_{1\vec{n}+\vec{\lambda},0}-$$

$$-I\sum_{\vec{\lambda}}\mathcal{P}^{+}_{1\vec{n}+\vec{\lambda},0}\mathcal{P}_{1\vec{n}+\vec{\lambda},0}\mathcal{P}_{1\vec{n},0}\Big\}\qquad(\text{III}.2.9)$$

$$\Omega_{\vec{n},N_z}=\sqrt{2S}\Big\{\big[(\mu-\mu')\mathcal{H}+5SI\big]\mathcal{P}_{1\vec{n},N_z}-IS\sum_{\vec{\lambda}}\mathcal{P}_{1\vec{n}+\vec{\lambda},N_z}-$$

$$-IS\mathcal{P}_{1\vec{n},N_z-1}+I\big[\mathcal{P}^{+}_{1\vec{n},N_z}\mathcal{P}_{1\vec{n},N_z}\mathcal{P}_{1\vec{n},N_z-1}-\mathcal{P}^{+}_{1\vec{n},N_z-1}\mathcal{P}_{1\vec{n},N_z-1}\mathcal{P}_{1\vec{n},N_z}\big]+$$

$$+I\sum_{\vec{\lambda}}\mathcal{P}^{+}_{1\vec{n},N_z}\mathcal{P}_{1\vec{n},N_z}\mathcal{P}_{1\vec{n}+\vec{\lambda},N_z}-I\sum_{\vec{\lambda}}\mathcal{P}^{+}_{1\vec{n}+\vec{\lambda},N_z}\mathcal{P}_{1\vec{n}+\vec{\lambda},N_z}\mathcal{P}_{1\vec{n},N_z}\Big\}\qquad(\text{III}.2.10.)$$

U jednačinama III.2.7.smo uzeli u obzir da su Grinove funkcije koje odgovaraju procesima S-1→S, S-2→S itd. jednake nuli u nultoj aproksimaciji jer su im korelatori nule.

Posle Furije transformacije veličina:

$$\mathcal{P}_{1\vec{n},n_z}=\sqrt{\frac{2}{(N_z+2)N_xN_y}}\sum_{\vec{k}}\mathcal{P}_{1\vec{k},k_0}e^{i\vec{k}\vec{n}}\cos n_zk_0a$$

$$\Omega_{\vec{n},n_z}=\sqrt{\frac{2}{(N_z+2)N_xN_y}}\sum_{\vec{k}}\Omega_{\vec{k},k_0}e^{i\vec{k}\vec{n}}\cos n_zk_0a$$

jednačine III;2.7. postaju:

za $n_z\in[1,N_z-1]$

$$E\langle\langle\mathcal{P}_{1\vec{k},k_0}|\mathcal{P}^{+}_{1\vec{k},k_0}\rangle\rangle=\frac{i}{2\pi}\frac{1}{N}\sum_{\vec{q}}\langle\mathcal{P}_{1\vec{k},k_0}\mathcal{P}^{+}_{1\vec{k},k_0}-\mathcal{P}^{+}_{1\vec{k},k_0}\mathcal{P}_{1\vec{k},k_0}\rangle+$$

$$+\langle\langle\Omega_{\vec{k},k_0}|\mathcal{P}^{+}_{1\vec{k},k_0}\rangle\rangle\qquad(\text{III}.2.11.)$$

za $n_z=0$; $n_z=N_z$

$$E\langle\langle\mathcal{P}_{1\vec{k},k_0}|\mathcal{P}^{+}_{1\vec{k},k_0}\rangle\rangle=\frac{i}{2\pi}\frac{1}{N}\sum_{\vec{q}}\langle\mathcal{P}_{1\vec{k},k_0}\mathcal{P}^{+}_{1\vec{k},k_0}-\mathcal{P}^{+}_{1\vec{k},k_0}\mathcal{P}_{1\vec{k},k_0}\rangle+\langle\langle\Omega_{\vec{k},k_0}|\mathcal{P}^{+}_{1\vec{k},k_0}\rangle\rangle$$

$$(\text{III}.2.12)$$

Ovde je $q = q_x \vec{i} + q_y \vec{j}$; $N = N_x N_y$. Jednačine III.211. i III.2.12. možemo napisati kao jedan izraz.

$$E \langle\langle \mathcal{P}_{1\vec{k},k_0} | \mathcal{P}^+_{1\vec{k},k_0} \rangle\rangle = \frac{i}{2\pi} \frac{1}{N} \sum_{\vec{q}} \langle \mathcal{P}_{1\vec{k},k_0} \mathcal{P}^+_{1\vec{k},k_0} - \mathcal{P}^+_{1\vec{k},k_0} \mathcal{P}_{1\vec{k},k_0} \rangle +$$

$$+ \langle\langle \Omega^{(1)(2)}_{\vec{k},k_0} | \mathcal{P}^+_{1\vec{k},k_0} \rangle\rangle \qquad \text{(III.2.13.)}$$

Ova jednačina važi za sve vrednosti n_z samo što će $\Omega_{\vec{k},k_0}$ za $n_z \in [1, N_z - 1]$ imati jednu vrednost, a za $n_z = 0$ i $n_z = N_z$ imati drugu vrednost. $\Omega^{(1)}_{\vec{k},k_0}, \Omega^{(2)}_{\vec{k},k_0}$ imaju sledeće vrednosti:

$$\Omega^{(1)}_{\vec{k},k_0} = E^{(0)}(\vec{k},k_0) \mathcal{P}_{1\vec{k},k_0} + A^{(1)}(k_0) \sum_{\vec{q}\vec{q}_1} \mathcal{P}^+_{1\vec{q}k_0} \mathcal{P}_{1\vec{q}_1,k_0} \mathcal{P}_{1\vec{k}+\vec{q}-\vec{q}_1,k_0} +$$

$$B^{(1)}(k_0) \sum_{\vec{q},\vec{q}_1} (J_{\vec{k}+\vec{q}-\vec{q}_1} - J_{\vec{q}_1-\vec{q}}) \mathcal{P}^+_{1\vec{q},k_0} \mathcal{P}_{1\vec{q}_1,k_0} \mathcal{P}_{1\vec{k}+\vec{q}-\vec{q}_1,k_0} \qquad \text{(III.2.14)}$$

$$\Omega^{(2)}_{\vec{k},k_0} = E^{(0)}(\vec{k},k_0) \mathcal{P}_{1\vec{k},k_0} + A^{(2)}(k_0) \sum_{\vec{q},\vec{q}_1} \mathcal{P}^+_{1\vec{q},k_0} \mathcal{P}_{1\vec{q}_1,k_0} \mathcal{P}_{1\vec{k}+\vec{q}-\vec{q}_1,k_0} +$$

$$+ B^{(2)}(k_0) \sum_{\vec{q},\vec{q}_1} (J_{\vec{k}+\vec{q}-\vec{q}_1} - J_{\vec{q}_1-\vec{q}}) \mathcal{P}^+_{1\vec{q},k_0} \mathcal{P}_{1\vec{q}_1,k_0} \mathcal{P}_{1\vec{k}+\vec{q}-\vec{q}_1,k_0} \qquad \text{(III.2.15)}$$

pri čemu je

$$E^{(0)}(\vec{k},k_0) = \mu\mathcal{H} + 6SI - 2SI\cos k_0 a - SJ_{\vec{k}} \qquad \text{(III.2.16)}$$

$$\left.\begin{aligned} A^{(1)}(k_0) &= \frac{2I}{N(N_z+2)^2}\Big\{(N_z+1)\Big[\frac{3}{2}\cos ak_0 - \frac{1}{2}(2+\cos 2ak_0)\Big] + \\ &+ \frac{5}{2}\cos ak_0 - \frac{3}{2}\cos 2ak_0 - 1\Big\} \\ B^{(1)}_{k_0} &= \frac{1}{2N(N_z+2)^2}\big[3(N_z+1)+5\big] \end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.2.17.)}$$

$$\left.\begin{aligned} A^{(2)}(k_0) &= \frac{2I\cos ak_0}{N(N_z+2)}(1-\cos k_0 a) \\ B^{(2)}(k_0) &= \frac{2}{N(N_z+2)} \end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.2.18)}$$

Dalju analizu vršićemo preko egzaktne bozonske reprezentacije kvazi-Pauli operatora.

$$\mathcal{P}_{\mu,\vec{n},n_z} = \Big[1 - \sum_{\mu' \neq 0,\mu}^{2S} \hat{Z}_{\mu',\vec{n},n_z}\Big] \hat{Y}^{\frac{1}{2}}_{\mu',\vec{n},n_z} B_{\mu,\vec{n},n_z}$$

$$\mathcal{P}^{+}_{\mu,\vec{n},n_z} \mathcal{P}_{\mu,\vec{n},n_z} = \Big[1 - \sum_{\mu' \neq 0,\mu}^{2S} \hat{Z}_{\mu',\vec{n},n_z}\Big] \hat{Z}_{\mu,\vec{n},n_z}$$

gde je

$$\hat{Z}_{\mu,\vec{n},n_z} = \sum_{\varsigma=0}^{\infty} \frac{(-2)^{\varsigma}}{(1+\varsigma)!} B^{+\,\varsigma+1}_{\mu,\vec{n},n_z} B^{\varsigma+1}_{\mu,\vec{n},n_z}$$

$$\hat{Y}_{\mu,\vec{n},n_z} = \sum_{\varsigma=0}^{\infty} \frac{(-2)^{\varsigma}}{(1+\varsigma)!} B^{+\,\varsigma}_{\mu,\vec{n},n_z} B^{\varsigma}_{\mu,\vec{n},n_z}$$

Ovde ćemo se zadovoljiti aproksimacijom:

$$\mathcal{P}_{1\vec{n},n_z} \cong B_{1\vec{n},n_z} - B^{+}_{1\vec{n},n_z} B_{1\vec{n},n_z} B_{1,\vec{n},n_z} \qquad (\text{III}.2.19.)$$

Posle izvršene Furije transformacije:

$$B_{1n,n_z} = \sqrt{\frac{2}{N(N_z+2)}} \sum_{\vec{k}} B_{1\vec{k},k_0} e^{i\vec{k}\vec{n}a} \cos n_z k_0 a$$

relacija III.2.19. ima sledeći oblik:

$$\mathcal{P}_{1\vec{k},k_0} = B_{1\vec{k},k_0} - \frac{\alpha}{N} \sum_{\vec{q}_1,\vec{q}_2} B^{+}_{1\vec{q}_1,k_0} B_{1\vec{q}_2,k_0} B_{1\vec{k}+\vec{q}_1-\vec{q}_2,k_0} \quad (\text{III}.2.20)$$

pri čemu je

$$\alpha = \Big[\frac{2}{N_z+2}\Big]^2 \sum_{n_z=0}^{N_z} \cos^4 n_z k_0 a$$

Koristeći se izrazom III.2.20., Vikovom teoremom i aproksimacijom

$$\frac{1}{1 - \frac{4\alpha}{N} \sum_{\vec{q}} \langle B^{+}_{1\vec{q},k_0} B_{1\vec{q},k_0} \rangle_0} \cong 1 + \frac{4\alpha}{N} \sum_{\vec{q}} \langle B^{+}_{1\vec{q},k_0} B_{1\vec{q},k_0} \rangle_0$$

sistem Grinovih funkcija III.2.11. i III.2.12. imaće sledeći oblik:

za $n_z \in [1, N_z-1]$

$$\Big\{E - E^{(0)}_{(\vec{k},k_0)} - 2(1-\alpha)A^{(1)}_{(k_0)} \sum_{\vec{q}} \langle B^{+}_{1\vec{q},k_0} B_{1\vec{q},k_0}\rangle_0 -$$

$$- B^{(1)}_{(k_0)} \sum_{\vec{q}} (J_{\vec{k}+\vec{q}} - J_0 - J_{\vec{q}-\vec{k}}) \langle B^{+}_{1\vec{q},k_0} B_{1\vec{q},k_0}\rangle_0 \Big\} \langle\langle B_{1\vec{k},k_0} | B^{+}_{1\vec{k},k_0}\rangle\rangle =$$

$$= \frac{i}{2\pi}\frac{1}{N} \sum_{\vec{q}} \langle P_{1\vec{q},k_0} P^{+}_{1\vec{q},k_0} - P^{+}_{1\vec{q},k_0} P_{1\vec{q},k_0}\rangle \Big[1 + \frac{4\alpha}{N} \sum_{\vec{q}} \langle B^{+}_{1\vec{q},k_0} B_{1\vec{q},k_0}\rangle\Big] \qquad (III.2.21.)$$

za $n_z = 0$ i $n_z = N_z$

$$\Big\{E - E^{(0)}_{(\vec{k},k_0)} - 2(1-\alpha)A^{(2)}_{(k_0)} \sum_{\vec{q}} \langle B_{1\vec{q},k_0} B_{1\vec{q},k_0}\rangle_0 - B^{(2)}_{(k_0)} \sum_{\vec{q}} (J_{\vec{k}+\vec{q}} + J_{\vec{q}} - J_0 - J_{\vec{q}-\vec{k}}) \times$$

$$\times \langle B^{+}_{1\vec{q},k_0} B_{1\vec{q},k_0}\rangle \Big\} \langle\langle B_{1\vec{k},k_0} | B^{+}_{1\vec{k},k_0}\rangle\rangle =$$

$$= \frac{i}{2\pi}\frac{1}{N} \sum_{\vec{q}} \langle P_{1\vec{q},k_0} P^{+}_{1\vec{q},k_0} - P^{+}_{1\vec{q},k_0} P_{1\vec{q},k_0}\rangle \Big[1 + \frac{4\alpha}{N} \sum_{\vec{q}} \langle B^{+}_{1\vec{q},k_0} B_{1\vec{q},k_0}\rangle_0\Big] \qquad (III.2.22.)$$

Ovde je $\quad J_0 = 4I$

Zakon disperzije je ustvari pol Grinove funkcije i možemo ga neposredno napisati iz izraza III.2.21. i III.2.22.

$$E^{(1)}_{(\vec{k},k_0)} = E^{(0)}_{(\vec{k},k_0)} + 2(1-\alpha)A^{(1)}_{(k_0)} \sum_{\vec{q}} \langle B^{+}_{1\vec{q},k_0} B_{1\vec{q},k_0}\rangle_0 + B^{(1)}_{(k_0)} \sum (J_{\vec{q}} + J_{\vec{k}} - J_0 - J_{\vec{q}-\vec{k}}) \times$$

$$\times \langle B^{+}_{1\vec{q},k_0} B_{1\vec{q},k_0}\rangle_0 \qquad (III.2.23.)$$

$$E^{(2)}_{(\vec{k},k_0)} = E^{(0)}_{(\vec{k},k_0)} + 2(1-\alpha)A^{(2)}_{(k_0)} \sum_{\vec{q}} \langle B^{+}_{1\vec{q},k_0} B_{1\vec{q},k_0}\rangle_0 + B^{(2)}_{(k_0)} \sum (J_{\vec{q}} + J_{\vec{k}} - J_0 - J_{\vec{q}-\vec{k}}) \times$$

$$\times \langle B^{+}_{1\vec{q},k_0} B_{1\vec{q},k_0}\rangle \qquad (III.2.24.)$$

Izraz III.2.23. odnosi se na deo filma izmedju $n_z = 1$ i $n_z = N_z - 1$ a izraz III.2.24. na površine filma $n_z = 0$ i $n_z = N_z$.

Sada ćemo naći zakon disperzije na visokim temperaturama. I ovde ćemo, kao i za niske temperature, problem rešavati u kvazi-Paulijevoj slici. Videli smo da je na niskim temperaturama najverovatniji proces bio ekscitacija $S \rightarrow S-1$. Na visokim temperaturama podjednako su verovatni i drugi procesi u kojima se vrši ekscitacija pored $S \rightarrow S-1$ i $S \rightarrow S-2$, $S \rightarrow S-3$ itd. To znači da na desnoj strani Grinove funkcije mogu stojati operatori:

$\mathcal{P}^+_{1\vec{n},n_z}$, $\mathcal{P}^+_{2\vec{n},n_z}\mathcal{P}_{1\vec{n},n_z}$, ..., $\mathcal{P}^+_{2S\vec{n},n_z}\mathcal{P}_{2S-1\vec{n},n_z}$ dok sa leve strane treba da stoji operator

$$S^+_{\vec{n},n_z} = \sum_{\mu=1}^{2S} a_\mu \mathcal{P}^+_{\mu-1\vec{n},n_z}\mathcal{P}_{\mu\vec{n},n_z} \ ; \ a_\mu = [\mu(2S+1-\mu)]^{\frac{1}{2}}$$

Uzevši sve ovo u obzir, sistem kvazipaulionskih Grinovih funkcija ima oblik:

za $\mu=1$ i $n_z \in [1, N_z-1]$

$$E\langle\langle S^+_{\vec{n},n_z} | \mathcal{P}^+_{1\vec{n},n_z}\rangle\rangle = \frac{i}{2\pi}\langle[S^+_{\vec{n},n_z}, \mathcal{P}^+_{1\vec{n},n_z}]\rangle + \langle\langle \Omega_{\vec{n},n_z} | \mathcal{P}^+_{1\vec{n},n_z}\rangle\rangle$$

za $n_z = 0$

$$E\langle\langle S^+_{\vec{n},0} | \mathcal{P}^+_{1\vec{n},0}\rangle\rangle = \frac{i}{2\pi}\langle[S^+_{\vec{n},0}, \mathcal{P}^+_{1\vec{n},0}]\rangle + \langle\langle \Omega_{\vec{n},0} | \mathcal{P}^+_{1\vec{n},0}\rangle\rangle$$

za $n_z = N_z$

$$E\langle\langle S^+_{\vec{n},N_z} | \mathcal{P}^+_{1\vec{n},N_z}\rangle\rangle = \frac{i}{2\pi}\langle[S^+_{\vec{n},N_z}, \mathcal{P}^+_{1\vec{n},N_z}]\rangle + \langle\langle \Omega_{\vec{n},N_z} | \mathcal{P}_{1\vec{n},N_z}\rangle\rangle$$

za $\mu = 2, 3, \ldots 2S$ i $n_z \in [1, N_z-1]$ (III.2.25.)

$$E\langle\langle S^+_{\vec{n},n_z} | \mathcal{P}^+_{\mu\vec{n},n_z}\mathcal{P}_{\mu-1\vec{m},n_z}\rangle\rangle = \frac{i}{2\pi}\langle[S^+_{\vec{n},n_z}, \mathcal{P}^+_{\mu\vec{n},n_z}\mathcal{P}_{\mu-1\vec{n},n_z}]\rangle +$$

$$+\langle\langle \Omega_{\vec{n},n_z} | \mathcal{P}^+_{\mu\vec{g},n_z}\mathcal{P}_{\mu-1\vec{g},n_z}\rangle\rangle$$

za $n_z = 0$

$$E\langle\langle S^+_{\vec{n},0} | \mathcal{P}^+_{\mu\vec{n},0}\mathcal{P}_{\mu-1,\vec{n},0}\rangle\rangle = \frac{i}{2\pi}\langle[S^+_{\vec{n},0}, \mathcal{P}^+_{\mu\vec{n},0}\mathcal{P}_{\mu-1,\vec{n},0}]\rangle +$$

$$+\langle\langle \Omega_{\vec{n},0} | \mathcal{P}^+_{\mu\vec{n},0}\mathcal{P}_{\mu-1\vec{m},0}\rangle\rangle$$

za $n_z = N_z$

$$E\langle\langle S^+_{\vec{n},N_z} | \mathcal{P}^+_{\mu\vec{n},N_z}\mathcal{P}_{\mu-1\vec{n},N_z}\rangle\rangle = \frac{i}{2\pi}\langle[S^+_{\vec{n},N_z}, \mathcal{P}^+_{\mu\vec{n},N_z}\mathcal{P}_{\mu-1\vec{n},N_z}]\rangle +$$

$$+\langle\langle \Omega_{\vec{n},N_z} | \mathcal{P}^+_{\mu\vec{n},N_z}\mathcal{P}_{\mu-1\vec{n},N_z}\rangle\rangle \qquad (III.2.26)$$

gde je $\Omega_{\vec{n},n_z}$, $\Omega_{\vec{n},0}$ i $\Omega_{\vec{n},N_z}$ dato relacijama III.2.8., III.2.9. i III.2.10.

U rešavanju ovog sistema Grinovih funkcija treba da se primeni metod haotičnih faza. Posle prelaska na impulsni prostor dobijamo:

za $\mu=1$ i $n_z \in [1, N_z-1]$

$$\Big\{E - \Big[\mu\mathcal{H} + S(J_0 - J_{\vec{k}}) - \frac{4I}{(N_z+2)^2}\frac{1}{N}\sum_{\mu=1}^{2S}\mu\sum_{\vec{q}}\langle\hat{N}_{\mu\vec{q},k_0}\rangle_0 \cdot$$

$$\cdot\sum_{n_z=0}^{N_z}\cos^2 n_z k_0 a\left(\cos^2(n_z+1)k_0 a + \cos^2(n_z-1)k_0 a\right) -$$

$$-\frac{16I}{(N_z+2)^2}\frac{1}{N}\sum_{\mu=1}^{2S}\mu\sum_{\vec{q}}\langle\hat{N}_{\mu\vec{q},k_0}\rangle_0\sum_{n_z=0}^{N_z}\cos^4 n_z k_0 a - 2S[\cos k_0 a +$$

$$+J_{\vec{k}}\frac{4}{(N_z+2)^2}\frac{1}{N}\sum_{\mu=1}^{2S}\mu\sum_{\vec{q}}\langle\hat{N}_{\mu\vec{q},k_0}\rangle_0\sum_{n_z=0}^{N_z}\cos^4 n_z k_0 a\,\frac{4}{(N_z+2)^2}\cdot$$

$$\cdot\frac{1}{N}\sum_{\mu=1}^{2S}\mu\sum_{\vec{q}}\langle\hat{N}_{\mu\vec{q},k_0}\rangle_0\sum_{n_z=0}^{N_z}\cos^4 n_z k_0 a\Big]\Big\}G^{(1)}_{\vec{k},k_0} =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\frac{1}{N}\sum_{\vec{q}}\langle[\mathcal{P}_{1\vec{q},k_0}, \mathcal{P}^+_{1\vec{q},k_0}]\rangle \qquad (III.2.27)$$

za $n_z=0$ i $n_z=N_z$

$$\Big\{E - \Big[(\mu-\mu')\mathcal{H} - SJ_{\vec{k}} + 5SI - IS\cos k_0 a + J_{\vec{k}}\frac{2}{N_z+2}\frac{1}{N}\sum_{\mu=1}^{2S}\mu\sum_{\vec{q}}\langle\hat{N}_{\mu\vec{q},k_0}\rangle_0$$

$$+I\cos k_0 a\frac{2}{N_z+2}\frac{1}{N}\sum_{\mu=1}^{2S}\mu\sum_{\vec{q}}\langle\hat{N}_{\mu\vec{q},k_0}\rangle_0 - 4I\frac{2}{N_z+2}\frac{1}{N}\sum_{\mu=1}^{2S}\mu\sum_{\vec{q}}\langle\hat{N}_{\mu\vec{q},k_0}\rangle -$$

$$-I\frac{2}{N_z+2}\cos^2 k_0 a\frac{1}{N}\sum_{\mu=1}^{2S}\mu\sum_{\vec{q}}\langle\hat{N}_{\mu\vec{q},k_0}\rangle\Big]\Big\}G^{(1)}_{\vec{k},k_0} = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{N}\sum_{\vec{q}}\langle[\mathcal{P}_{1\vec{q},k_0}, \mathcal{P}^+_{1\vec{q},k_0}]\rangle$$

$$(III.2.28)$$

za $\mu = 2,3,4 \dots 2S$ i $n_z \in [1, N_z - 1]$

$$\Big\{E - [\mu\mathcal{H} - S]\mathcal{J}_{\vec{k}} - 2SI\cos k_0 a + 6SI + (\mathcal{J}_{\vec{k}} - 4I)\frac{4}{N(N_z+2)^2}\cdot$$

$$\cdot \sum_{n_z=0}^{N_z} \cos^4 n_z k_0 a \sum_{\mu=1}^{2S} \mu \sum_{\vec{q}} \langle \hat{N}_{\mu,\vec{q},k_0}\rangle_0 + 2I\cos k_0 a \frac{4}{N(N_z+2)^2}\cdot$$

$$\cdot \sum_{n_z=0}^{N_z} \cos^4 n_z k_0 a \sum_{\mu=1}^{2S} \mu \sum_{\vec{q}} \langle \hat{N}_{\mu\vec{q},k_0}\rangle_0 - I\frac{4}{N(N_z+2)^2}\sum_{n_z=0}^{N_z} \cos^2 n_z k_0 a \cos^2(n_z+1)k_0 a \cdot$$

$$\cdot \sum_{\mu=1}^{2S} \mu \sum_{\vec{q}} \langle \hat{N}_{\mu\vec{q},k_0}\rangle_0 - I\frac{4}{N(N_z+2)^2}\sum_{n_z=0}^{N_z} \cos^2 n_z k_0 a \cos^2(n_z-1)k_0 a \,\cdot$$

$$\cdot \sum_{\mu=1}^{2S} \mu \sum_{\vec{q}} \langle \hat{N}_{\mu\vec{q},k_0}\rangle_0\Big]\Big\} G^{(\mu)}_{\vec{k},k_0} = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{N}\sum_{\vec{q}}\langle \mathcal{P}^+_{\mu-1\vec{q},k_0}\mathcal{P}_{\mu-1\vec{q}k_0} - \mathcal{P}^+_{\mu\vec{q},k_0}\mathcal{P}_{\mu\vec{q},k_0}\rangle \qquad (III.2.29.)$$

za $n_z = 0$ i $n_z = N_z$

$$\Big\{E - [(\mu-\mu')\mathcal{H} + S]\mathcal{J}_{\vec{k}} - 5SI\cos k_0 a \frac{2}{N(N_z+2)}\mathcal{J}_{\vec{k}} \sum_{\mu=1}^{2S}\mu \sum_{\vec{q}}\langle \hat{N}_{\mu\vec{q},k_0}\rangle_0 -$$

$$- I\cos k_0 a \frac{2}{N(N_z+2)} \sum_{\mu=1}^{2S}\mu \sum_{\vec{q}}\langle \hat{N}_{\mu\vec{q},k_0}\rangle_0 + \frac{2}{N(N_z+2)}4I \sum_{\mu=1}^{2S}\mu \sum_{\vec{q}}\langle \hat{N}_{\mu\vec{q},k_0}\rangle +$$

$$+ \frac{2}{N(N_z+2)} I\cos^2 k_0 a \sum_{\mu=1}^{2S}\mu \sum_{\vec{q}}\langle \hat{N}_{\mu\vec{q},k_0}\rangle\Big]\Big\} G^{(\mu)}_{\vec{k},k_0} =$$

$$= \frac{i}{2\pi}\frac{1}{N}\sum_{\vec{q}}\langle \mathcal{P}^+_{\mu\vec{q},k_0}\mathcal{P}_{\mu-1\vec{q},k_0} - \mathcal{P}^+_{\mu\vec{q},k_0}\mathcal{P}_{\mu\vec{q},k_0}\rangle \qquad (III.2.30)$$

gde je

$$G^{(1)}_{\vec{n}n_z - \vec{g}n_z} \equiv \sum_{\mu=1}^{2S}\frac{a_\mu}{a_1}\langle\langle \mathcal{P}^+_{\mu-1\vec{n},n_z}\mathcal{P}_{\mu\vec{n},n_z} \,|\, \mathcal{P}^+_{1\vec{g},n_z}\rangle\rangle =$$

$$= \frac{2}{N_z+2}\cos^2 n_z k_0 a \frac{1}{N}\sum_{\vec{k}} e^{i\vec{k}(\vec{n}-\vec{g})a}\, G^{(1)}_{\vec{k},k_0}$$

$$G^{(g)}_{\vec{n},n_z-\vec{g},n_z}=\sum_{\mu=1}^{2S}\frac{a_\mu}{a_g}\left\langle\!\left\langle \mathcal{P}^{+}_{\mu-1\vec{n},n_z}\mathcal{P}_{\mu\vec{n},n_z}\middle|\mathcal{P}^{+}_{g\vec{g},n_z}\mathcal{P}_{g-1\vec{g},n_z}\right\rangle\!\right\rangle=$$

$$=\frac{2}{N_z+2}\cos^2 n_z k_0 a\,\frac{1}{N}\sum_{\vec{k}}e^{i\vec{k}(\vec{n}-\vec{g})a}\,G^{(g)}_{\vec{k},k_0}$$

i $\hat{N}_{\mu\vec{g},k_0}=\mathcal{P}^{+}_{\mu\vec{g},k_0}\mathcal{P}_{\mu\vec{g},k_0}$

Gornji sistem Grinovih funkcija daje kao rešenje sledeće zakone disperzije:

za $n_z\in[1,N_z-1]$ i $\mu=1,2,3\cdots 2S$

$$E^{(1)}_{(\vec{k},k_0)}=E^{(0)}_{(\vec{k},k_0)}+\left[A(k_0)+B(k_0)(J_{\vec{k}}-4I)\right]\sum_{\mu=1}^{2S}\mu\sum_{\vec{g}}\langle\hat{N}_{\mu\vec{g},k_0}\rangle \quad (\mathrm{III}.2.31.)$$

za $n_z=0,n_z=N_z$ i $\mu=1,2,\cdots 2S$

$$E^{(2)}_{(\vec{k},k_0)}=E^{(0)}_{(\vec{k},k_0)}+\frac{2}{N(N_z+2)}\left[I\cos k_0 a(1-\cos k_0 a)+J_{\vec{k}}-4I\right]\sum_{\mu=1}^{2S}\mu\sum_{\vec{g}}\langle\hat{N}_{\mu\vec{g},k_0}\rangle_0 \quad (\mathrm{III}.2.32)$$

gde je $E^{(0)}_{(\vec{k},k_0)}$, $A(k_0)$ i $B(k_0)$ dato relacijama III.2.16. i III.2.17., a $\langle\hat{N}_{\mu\vec{g},k_0}\rangle$ predstavlja srednju statističku vrednost po nultom hamiltonijanu.

III.3. MAGNETIZACIJA U TANKOM FILMU

Naš sledeći zadatak sastoji se u tome da izračunamo magnetizaciju u tankom filmu. Prvo ćemo izračunati magnetizaciju na niskim temperaturama. Relativnu magnetizaciju računaćemo po formuli

$$\sigma(n_z) = 1 - \frac{1}{S}\,\frac{2\cos^2 n_z k_0 a}{N(N_z+2)} \sum_{\vec{k}} \left\langle P^+_{1\vec{k},k_0} P_{1\vec{k},k_0} \right\rangle \qquad (\mathrm{III}.3.1)$$

Zakon disperzije odredjen izrazom III.2.23. važi za"unutrašnje" atome, tj. za N_z-1 sloj, a zakon disperzije III.2.24. važi za površinske atome, tj. za dva sloja, ukupna relativna magnetizacija u magnetnom filmu ima oblik:

$$M = \sum_{\vec{n}, n_z=1}^{N_z-1} \left[1 - \frac{1}{S}\,\frac{2\cos^2 n_z k_0 a}{N(N_z+2)} \sum_{\vec{k}} \left\langle P^+_{1\vec{k},k_0} P_{1\vec{k},k_0} \right\rangle^{(1)} \right] +$$

$$+ \sum_{\vec{n}, n_z=0,N_z} \left[1 - \frac{1}{S}\,\frac{2\cos^2 n_z k_0 a}{N(N_z+2)} \sum_{\vec{k}} \left\langle P^+_{1\vec{k},k_0} P_{1\vec{k},k_0} \right\rangle^{(2)} \right]$$

tj.

$$M = N(N_z-1) - \frac{1}{S}\,\frac{N_z-2}{(N_z+2)} \sum_{\vec{k}} \left\langle P^+_{1\vec{k},k_0} P_{1\vec{k},k_0} \right\rangle^{(1)} +$$

$$+ 2N - \frac{1}{S}\,\frac{4}{(N_z+2)} \sum_{\vec{k}} \left\langle P^+_{1\vec{k},k_0} P_{1\vec{k},k_0} \right\rangle^{(2)} \qquad (\mathrm{III}.3.2.)$$

gde je $\left\langle P^+_{1\vec{k},k_0} P_{1\vec{k},k_0} \right\rangle^{(1)}$ i $\left\langle P^+_{1\vec{k},k_0} P_{1\vec{k},k_0} \right\rangle^{(2)}$ izračunato preko spektralne intezivnosti Grinove funkcije III.2.21.,odnosno III.2.22. i ima oblik:

$$\left\langle P^+_{1\vec{k},k_0} P_{1\vec{k},k_0} \right\rangle^{(1)} = \frac{N_z+1}{e^{\frac{E^{(1)}}{\theta}}-1} + (N_z+1)^2 \frac{4\alpha}{N} \frac{1}{e^{\frac{E^{(1)}}{\theta}}-1} \sum_{\vec{q}} \frac{1}{e^{\frac{E^{(0)}}{\theta}}-1} -$$

$$- (N_z+1)^2 \frac{2\alpha^2-4\alpha}{N} \frac{1}{e^{\frac{E^{(1)}}{\theta}}-1} \sum_{\vec{q}} \frac{1}{e^{\frac{E^{(1)}}{\theta}}-1} - (N_z+1)^2 \frac{4\alpha}{N} \frac{1}{e^{\frac{E^{(0)}}{\theta}}-1} \sum_{\vec{q}} \frac{1}{e^{\frac{E^{(0)}}{\theta}}-1} +$$

$$+ \frac{2\alpha^2}{N} (N_z+1)^2 \left[\sum_{\vec{q}} \frac{1}{e^{\frac{E^{(0)}}{\theta}}-1} \right]^2 \qquad (\mathrm{III}.3.3.)$$

$$\left\langle \mathcal{P}^{+}_{1\vec{k},k_0}\mathcal{P}_{1\vec{k},k_0}\right\rangle^{(2)} = \frac{N_z+1}{e^{\frac{E^{(1)}}{\theta}}-1} + \frac{4\alpha}{N}(N_z+1)^2\frac{1}{e^{\frac{E^{(1)}}{\theta}}-1}\sum_{\vec{q}}\frac{1}{e^{\frac{E^{(1)}}{\theta}}-1} -$$

$$-\frac{2\alpha^2-4\alpha}{N}(N_z+1)^2\frac{1}{e^{\frac{E^{(1)}}{\theta}}-1}\sum_{\vec{q}}\frac{1}{e^{\frac{E^{(1)}}{\theta}}-1} - (N_z+1)^2\frac{4\alpha}{N}\frac{1}{e^{\frac{E^{(0)}}{\theta}}-1}\sum_{\vec{q}}\frac{1}{e^{\frac{E^{(0)}}{\theta}}-1} +$$

$$+\frac{2\alpha^2}{N}(N_z+1)^2\left[\sum_{\vec{q}}\frac{1}{e^{\frac{E^{(0)}}{\theta}}-1}\right]^2 \qquad (\mathrm{III}.3.4)$$

Pri pisnju izraza III.3.3. i III.3.4., srednji okupacioni broj bozona smo uvećali za faktor $N_z + 1$ zbog toga što je već ranije izvršeno sumiranje relacije

$$\mathcal{P}_{1\vec{n},n_z} = f(B_{1\vec{n},n_z}) \quad \text{po } n_z.$$

Zamenjujući III.3.3. i III.3.4. u III.3.2. i razvijajući zakone disperzije do k^2 sa tačnošću do $\tau^{3/2}$ u izrazu za magnetizaciju dobijamo:

$$M = N(N_z+1)\left\{1-\frac{1}{S}\frac{N_z-2}{N_z+2}\left[Z_{3/2}\left(\frac{\mu\mathcal{H}}{2\pi I\tau}\right)W(k_0,\tau,N_z)\tau^{3/2} -\right.\right.$$

$$\left.-\frac{1}{2\pi}A^{(3)}(k_0)\,Z^2_{3/2}\left(\frac{\mu\mathcal{H}}{2\pi I\tau}\right)W^2(k_0,\tau,N_z)\tau^2\right]-$$

$$-\frac{1}{S}\frac{4}{N_z+2}\left[Z_{3/2}\left(\frac{\mu\mathcal{H}}{4\pi I\tau}\right)W(k_0,\tau,N_z)\tau^{3/2} -\right.$$

$$\left.\left.-\frac{1}{2\pi}A^{(4)}(k_0)\,Z^2_{3/2}\left(\frac{\mu\mathcal{H}}{2\pi I\tau}\right)W^2(k_0,\tau,N_z)\tau^2\right]\right\} \qquad (\mathrm{III}.3.5)$$

pri čemu je

$$A^{(3)}(k_0) = \frac{1}{I}(1-\alpha)N A^{(1)}(k_0)$$

$$A^{(4)}(k_0) = \frac{1}{I}2(1-\alpha)N A^{(2)}(k_0)$$

$$Z_{3/2}\left(\frac{\mu\mathcal{H}}{2\pi I\tau}\right) = \sum_{\mu=1}^{\infty}\frac{e^{-\frac{n\mu\mathcal{H}}{\theta}}}{n^{3/2}}$$

$W(k_0,\tau,N_z) \cong \frac{N_z+1}{(2\pi)^2}\left(\frac{2\pi}{\rho}\right)^{3/2}\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ gde smo zanemarili član sa eksponencijalnim faktorom.

Konačno za magnetizaciju filma na niskim temperatutama nalazimo:

$$M = N(N_z+1)\left\{1 - \frac{1}{S} Z_{3/2}\left(\frac{\mu\mathcal{H}}{2\pi\tau}\right) W(k_0,\tau,N_z)\,\tau^{3/2} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2\pi S}\left[\frac{N_z-2}{N_z+2} A^{(3)}(k_0) + \frac{4}{(N_z+2)} A^{(4)}(k_0)\right] Z^2_{3/2}\left(\frac{\mu\mathcal{H}}{2\pi\tau}\right) W^2(k_0,\tau,N_z)\,\tau^2\right\}$$

(III.3.6.)

Sada ćemo izračunati magnetizaciju na visokim temperaturama. Relativnu magnetizaciju računaćemo po formuli:

$$\sigma = \frac{\langle S^{z}_{\vec{n}_1 \mu_2}\rangle}{S} = 1 - \frac{1}{S}\frac{2}{N(N_z+2)}\cos^2 n_z k_0 a \sum_{\mu=1}^{2S} \mu \sum_{\vec{q}} \langle \hat{N}_{\mu \vec{q}, k_0} \rangle \quad (\text{III.3.7})$$

Pošto imamo dva zakona disperzije od kojih III.2.31. važi za "unutrašnje" atomske slojeve, a III.2.32. za površinske slojeve ukupni magnetni moment je dat izrazom:

$$M = N(N_z+1) - \frac{1}{S}\frac{N_z-2}{N_z+2}\sum_{\mu=1}^{2S}\mu \sum_{\vec{q}} \langle \hat{N}_{\mu \vec{q}, k_0}\rangle - \frac{1}{S}\frac{4}{N_z+2}\sum_{\mu=1}^{2S}\mu \sum_{\vec{q}} \langle \hat{N}_{\mu \vec{q}, k_0}\rangle^{(2)} \quad (\text{III.3.8})$$

gde su $\langle \hat{N}_{\mu \vec{q}, k_0}\rangle^{(1)}$ i $\langle \hat{N}_{\mu \vec{q}, k_0}\rangle^{(2)}$ srednji okupacioni brojevi kvazipauliona izračunati za prvi zakon disperzije $E^{(1)}(\vec{k},k_0)$/III.2.31./, odnosno za drugi zakon disperzije $E^{(2)}(\vec{k},k_0)$ /III.2.32./. Ovi srednji okuoacioni brojevi kvazipauliona odredjuju se kao spektralna intezivnost odgovarajućih Grinovih funkcija, tj. iz sistema jednačina:

$$\left.\begin{aligned} \langle \hat{N}_{1\vec{k},k_0}\rangle^{(1)} &= \frac{\frac{1}{N}\sum_{\vec{q}} \langle 1 - \hat{N}_{1\vec{q},k_0} - \sum_{\omega=1}^{2S} \hat{N}_{\omega,\vec{q},k_0}\rangle^{(1)}}{e^{\frac{E^{(1)}(\vec{k},k_0)}{\theta}} - 1} \\ \langle \hat{N}_{g\vec{k},k_0}\rangle^{(1)} &= \frac{\frac{1}{N}\sum_{\vec{q}} \langle \hat{N}_{g-1\,\vec{q},k_0} - \hat{N}_{g\,\vec{q},k_0}\rangle^{(1)}}{e^{\frac{E^{(1)}(\vec{k},k_0)}{\theta}} - 1} \qquad g = 2,3,\cdots 2S \end{aligned}\right\} (\text{III.3.9})$$

$$\left.\begin{aligned} \langle \hat{N}_{1\vec{k},k_0}\rangle^{(2)} &= \frac{\frac{1}{N}\sum_{\vec{q}} \langle 1 - \hat{N}_{1\vec{q},k_0} - \sum_{\omega=1}^{2S} \hat{N}_{\omega\vec{q},k_0}\rangle^{(2)}}{e^{\frac{E^{(2)}(\vec{k},k_0)}{\theta}} - 1} \\ \langle \hat{N}_{g\vec{k},k_0}\rangle^{(2)} &= \frac{\frac{1}{N}\sum_{\vec{q}} \langle \hat{N}_{g-1\,\vec{q},k_0} - \hat{N}_{g\,\vec{q},k_0}\rangle^{(2)}}{e^{\frac{E^{(2)}(\vec{k},k_0)}{\theta}} - 1} \qquad g = 2,3,\cdots 2S \end{aligned}\right\} (\text{III.3.10.})$$

ZAKLJUČAK

Rezultati analize koja je ovde izvršena mogu se rezimirati na sledeći način:

a/ Uračunavanje anharmonijskih efekata dovodi do dve zone spinskih pobudjenja / dva zakona disperzije /. Treba napomenuti da u harmonijskoj aproksimaciji postoji samo jedan zakon disperzije.

b/ Anharmonijski korekcioni član za magnetizaciju na niskim temperaturama je proporcionalan kvadratu apsolutne temperature. U idealnim strukturama, kao što je poznato, prva anharmonijska korekcija proporcionalna je četvrtom stepenu apsolutne temperature.

c/ Na visokim temperaturama za tanke filmove važi Kiri-Vajsov zakon samo što je tačka prelaza nešto veća nego u slučaju idealnih struktura. Precizan proračun ove tačke prelaza zahteva upotrebu računara, a gruba procena pokazuje da je ona oko dva puta veća nego u idealnim strukturama.

Opšti zaključak je da u filmovima imamo više vrsta magnona nego u idealnim strukturama i da je magnetizacija filmova manje podložna uticaju temperature, što znači da za narušenje uredjenosti spinske strukture treba utrošiti više energije.

L I T E R A T U R A

1. S. Stojanović and. B.S. Tošić: phys. stat. sol. 32,229/1969/

2. S.V.Tyablikov, The Methods of quantum Theory in Magnetisim izd. Nauka Moscw 1965.

3. S.I. Pekar, Zh.eksper. teor. Fiz.33,1o22(1957)

4. D.L. Mills and W.M. Saslow, Rev 171,488(1968)

5. D.L. Mills and A.A. Maradudin, J. Phhs. chem Solids 28,1855(1967)

6. U.M. Agranovič and B.S. Tošić, ZR. eksper. teor. Fiz.53,147(1967)

7. A.S. Davidov, Quantum Mechanies, Moscow (1963)

8. A.S. Davidov, Zh. eksper. teor. Fiz. 19,181(1949)

9. A.S. Davidov, Zh, eksper. teor. Fiz. 19,93o(1949)

1o. V.I. Sugakov, Fiz. tverd. Tela 5,22o7(1963)

11. P.F. Krencel and S.I. Pekar, Fiz. tverd. Tela 4,2813(1962)

12. Charles Kitel: Introduction to solid state Physicos

S A D R Ž A J