UNIVERZITET U NOVOM SADU

PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET

GRUPA FIZIKA

Jovan P. Šetrajčić

PROBLEMI MIGRACIJE SPINSKIH TALASA U POLUBESKONAČNOM FEROMAGNETIKU

-diplomski rad-

Novi Sad - 1974.

Zahvaljujem se mentoru profesoru Dr Bratislavu S. Tošiću i Mr Stanoju D. Stojanoviću na pomoći u izboru, vodjenju i usmeravanju rada pri izradi i pisanju ove teme.

Sadržaj:

strana

1. UVOD 3

GLAVA I

2. MAGNONI I FONONI U POLUBESKONAČNOM FEROMAGNETIKU 4

2.1 OPŠTE O MAGNETIZMU 4
2.1-1 Podela magnetnih materijala 4
2.1-2 Elementi teorije magnetizma 5

2.2 PROBLEM GRANIČNE POVRŠINE 7

2.3 MAGNONI U POLUBESKONAČNOM FEROMAGNETIKU 7
2.3-1 Magnoni u idealnom kristalu 8
2.3-2 Magnoni u polubeskonačnom kristalu 9

2.4 FONONI U POLUBESKONAČNOJ STRUKTURI 14

GLAVA II

3. PROBLEMI MIGRACIJE MAGNONA U POLUBESKONAČNOJ STRUKTURI . 24

3.1 MAGNON-FONON INTERAKCIJA U POLUBESKONAČNOM FEROMAGNETU 24

3.2 KOEFICIJENT POVRŠINSKE ANIHILACIJE 26

3.3 SREDNJI SLOBODNI PUT POVRŠINSKOG MAGNONA U POLUBESKONAČNOM FEROMAGNETIKU 34
3.3-1 Interakcija površinski magnon - površinski fonon..... 34
3.3-2 Interakcija površinski magnon - zapreminski fonon ... 35
3.3-3 Srednji slobodni put površinskog magnona 37

3.4 SREDNJI SLOBODNI PUT ZAPREMINSKOG MAGNONA U POLUBESKONAČNOM FEROMAGNETIKU 45
3.4-1 Interakcija zapreminski magnon - zapreminski fonon .. 45
3.4-2 Interakcija zapreminski magnon - površinski fonon ... 46
3.4-3 Srednji slobodni put zapreminskog magnona 47

4. ZAKLJUČAK 57

Literatura 58

1. UVOD

Cilj ovog diplomskog rada je ispitivanje migracije magnona u polubeskonačnoj feromagnetnoj strukturi. Kako u polubeskonačnom kristalu postoje dva tipa magnonskih stanja: zapreminska i površinska, i kako se ova stanja bitno medju sobom razlikuju, očigledno je da procesi migracije u ovakvim strukturama mogu znatno da se razlikuju od istih procesa u idealnim strukturama.

Ovde će se ispitati srednji slobodni put magnona u zapremini kristala i isti takav put na površini kristala. Pošto se pod uticajem spin-fonon interakcije zapreminski magnon može pretvoriti u površinski, za potpunije poznavanje procesa migracije vrlo je bitno uporediti zapreminski slobodni put sa površinskim. Ako bi površinski srednji slobodni put bio mnogo veći to bi davalo poseban karakter migraciji magnona i to zato što bi spinskom talasu bilo pogodnije da se iz jedne zapreminske tačke premešta u drugu zapreminsku tačku na taj način što bi izlazio na površinu i sa nje se ponovo vraćao u unutrašnjost kristala. Ovo bi procesu migracije u polubeskonačnim strukturama davalo turbulentan karakter.

G L A V A I

2. MAGNONI I FONONI U POLUBESKONAČNOM FEROMAGNETIKU

2.1 OPŠTE O MAGNETIZMU

2.1-1 Podela magnetnih materijala

Posmatramo magnetne materijale. Razlikuju se medjusobom prema magnetnim svojstvima . Ako definišemo magnetnu susceptibilnost /χ/ kao magnetni moment materijala u jediničnom spoljašnjem polju pri konstantnoj temperaturi $\chi=\left(\frac{\partial \vec{M}}{\partial \vec{H}}\right)_T$ i ako je χ skalar /spoljašnje polje i magnetni moment su kolinearni: $\vec{M}=\chi\vec{H}$ i $M=\chi H$ /, podela magnetnih materijala bi se mogla izvesti na drugi način /*/ :

1° ako je χ negativna veličina /$\chi<0$ / magnetni materijal se naziva dijamagnetik,

2° ako je χ pozitivna veličina /$\chi>0$ /, ali

a/ χ je mala veličina magnetni materijal je paramagnetik,

b/ χ je veliko, magnetni materijal je feromagnetik.

Jedino su feromagmetici jaki magneti i samo su oni predmet izučavanja ove teze. Broj tih materijala nije velik, pomenutim svojstvom /velik makroskopski magnetni moment/ odlikuju se samo neki od prelaznih elemenata / Fe,Co,Ni,Pt,Cr,Mn /-metali, zatim neki od elemenata iz grupe retkih zemalja / Ce, Nd,Sm,Eu,Gd,Tb,Dy,Ho,Er,Tu / i legure gvoždja, nikla i kobalta.

/*/- to je gruba podela magnetnih materijala, ali se oni bitno razlikuju. Bolja podela se izvodi jedino na osnovu dublje mikro-analize koja objašnjava atomske fenomene odgovorne za pojavu magnetizma.

2.1-2 Elementi teorije magnetizma

Prvu teoriju o prirodi magnetizma dao je Veber, po kojoj magnet predstavlja skup uredjenih elementarnih magnetića i sve magnetne pojave nastaju kao posledica razuredjenja sistema elementarnih magneta, pod dejstvom neke spoljašnje sile /polja/. Iako nije uspela da objasni suštinu elementarnih magneta na osnovu atomske strukture sastavnih delova kristala, dobra osobina Veberove teorije ta da se uočeni skup uredjenih elemenata /magnet / povišenjem temperature ili nekim drugim spoljnim mehaničkim dejstvom može razurediti.

Prihvatajući Veberov stav savremena mikro-teorija imala je zadatak da utvrdi koji su to uredjemi elementi i kakva priroda sila koje izmedju njih deluju.

Na osnovu eksperimenata je utvrdjeno da su za pojavu magnetizma odgovorni elektroni unutarnjih nepopunjenih ljuski i to spinovi elektrona nepopunjenih 3d ljuski za jake magnetike /Fe,Co i Ni/, i spinovi elektrona nepopunjenih 4f ljuski za slabe feromagnetike /retke zemlje/. Eksperimentalno je utvrdjeno da spinovi elektrona nepopunjenih ljuski 3d i 4f,kada su atomi vezani u kristalu obrazuju jedan efektivan spin koji ne mora da bude jednak sumi svih spinova elektrona u nepopunjenoj ljusci. Ovaj efektivni spin odredjuje se za svaki kristal eksperimentalno. Savremena teorija magatizma bazira na hipotezi koja kaže da efektivmi spin predstavlja skup uredjenih elemenata koji odgovara Veberovim elementarnim magnetićima. Ova hipoteza eksperimentalmo je potvrdjena.

Drugo pitanje savremene mikroteorije magnetizma je pitanje prirode interakcije izmedju spinova elektrona nepopunjenih ljuski 3d i 4f. Prva ideja je bila da se ove interakcije shvate kao dipol- dipolne interakcije magnetnih momenata elektrona nepopunjenih ljuski /Vajsova teorija feromagnetizma [1] /. Ispostavilo se da je konstanta dipol - dipolne enterakcije reda lo k_B /k_B - Bolcmanova konstanta/, a na osnovu eksperimenata je pokazano da su tačke prelaza za feromagnetike reda 100 k_B za lantanide i 1000 k_B za jake feromagnetike. Pošto interakcije dovode do uredjenosti skupa spinova tačka prelaza će biti istog reda kao i konstanta interakcije. Ako bi,ideja o dipol-dipolnim interakcijama bila zadovoljavajuća onda ne bi postojao ni jedan magnetni materijal sa tačkom prelaza višom od 10 do 20 ^{o}K, a ovo protivureči eksperimentalnim podacima. Postojala je ideja koja se zasniva na mišljenju da su za magnetizam odgovorne električne sile izmedju elektrona, tj. da su sile interakcije izmedju spinova čisto kvantno-mehaničkog porekla / Frenkel i Hajzembergov model magneta [2] /. Ove sile dolaze iz činjenice da elektrone ne možemo medjusobno razlikovati. Da bi bio zadovoljen Paulijev princip isključenja elektroni moraju biti opisani antisimetričnim funkcijama. Matrični element energije interakcije usled ovih funkcija elektrona dobija jedan dopunski član koji se klasično ne može objasniti i koji se zove energija izmene. Energija izmene je reda veličine $(100 - 1000)k_B$. Prema tome, sile interakcije izmedju spinova su čisto kvantno-mehaničkog porekla, a ovaj model potpuno odgovara i slaže se sa eksperimentalnim podacima /tačka prelaza/. Može se reći da je magnet sistem uredjenih spinova koji izmedju sebe interaguju kvantno-mehaničkim silama izmene. Na apsolutnoj nuli svi spinovi su u kristalu medjusobno paralelni, a pravac u kome su upereni ti spinovi naziva se osa kvantizacije magneta. Povišenjem temperature ili nekim spoljašnjim dejstvom mehaničke sile uredjeni sistem spinova odstupa od svog prvobitnog pravca, tj. od ose kvantizacije, razuredjuje se . Na osnovu ove ideje koja predstavlja osnovnu kvantno-mehaničku teoriju magnetika, izvršena je finija podela feromagnetnih materijala. Ako megnetni kristal sadrži dve podrešetke koje imaju spinove iste veličine, ali antiparalelne, kristal se zove antiferomagnetik. Ako magnetni kristal ima prostu rešetku koja je sastavljena od spinova iste veličine i paralelne, onda je taj kristal feromagnetik. Ferimagnetici predstavljaju magnetne kristale sa više podrešetki kod kojih su spinovi različiti i različito orijentisani. Kod feromagnetika narušava se uredjenost spimova na Kirijevoj temperaturi [2].

2.2 PROBLEM GRANIČNE POVRŠINE

Uopšte, egzistencija lokalizovanih stanja kao posledica postojanja granične površine u kristalu nije nova činjenica. Tako na pr. postoje zapreminska i površinska eksitonska stanja [3], koje je istraživao Pekar, zatim površinska i zapreminska fononska stanja, poznatija kao Relejevi talasi. Namera je da se istraže mogućnosti egzistencije lokalizovanih magnonskih i fononskih stanja u polubeskonačnom feromagnetnom kristalu /definisanje lokalizovanih fononskih stanja, za razliku od drugih autora, ovde će biti uradjeno u reprezentaciji druge kvantizacije/. Egzistenciju zapreminskih i površinskih magnonskih stanja studiralo je više autora /[4, 5, 6] /, ali u Hajtler-London-Hajzembergovoj /HLH/ aproksimaciji, tj. pod pretpostavkom da u kristalu postoji samo jedna ekscitacija. Ovde će biti formulisana teorija površinskih i zapreminskih magnonskih stanja u polubeskonačnom feromagnetiku u Blohovoj aproksimaciji, odnosno, u aproksimaciji kada je broj ekscitacija na čvor rešetke feromagnetnog kristala manji od 2S.
Na kraju ove teze je izvršena analiza magnon-fonon interakcije u polubeskonačnom feromagnetnom kristalu i neke njene direktne posledice / srednji slobodni put zapreminskog i površinskog magnona i koeficijent površinske anihilacije zapreminskog magnona/.

2.3 MAGNONI U POLUBESKONAČNOM MAGNETIKU

Polazna tačka u teoriji lokalizovanih magnonskih stanja u polubeskonačnom feromagnetiku je pretpostavka da se magnetni moment atoma na površini kristala razlikuje po veličini od megnetnog momenta atoma u zapremini kristala [7] . Naravno, ovim su istraživanja, kao što će kasnije biti pokazano ograničena isključivo na feromagnetike koji se nalaze u jakom spoljašnjem magnetnom polju.

2.3-1 Magnoni u idealnom kristalu

Posmatajmo prvo beskonačan kristal. Spinski hamiltonijan Hajzenbergovog izotropnog feromagnetnog kristala, koji ima prostu kubnu strukturu i jedan atom po elementarnoj ćeliji, dat je izrazom [7]

$$H = -\mu \mathcal{H} \sum_{\vec{n},n_z} S^z_{\vec{n},n_z} - \frac{1}{2} \sum_{\vec{n},n_z;\vec{m},m_z} I_{(\vec{n},n_z),(\vec{m},m_z)} \vec{S}_{\vec{n},n_z} \vec{S}_{\vec{m},m_z} \qquad (1)$$

gde je μ - magnetni moment atoma, $\mathcal{H}$ - spoljašnje magnetno polje, $S^z_{\vec{n},n_z}$ - projekcija ukupnog spina čvora $/\vec{n},n_z/$ na pravac z- ose, koja predstavlja ujedno i osu kvantizacije, $\vec{S}_{\vec{n},n_z}$ - i $\vec{S}_{\vec{m},m_z}$ - veličine spinova na čvorovima $/\vec{n},n_z/$ i $/\vec{m},m_z/$, $\vec{n} \equiv /n_x n_y/$, $I_{(\vec{n},n_z),(\vec{m},m_z)}$ - integral izmene izmedju čvorova $/\vec{n},n_z/$ i $/\vec{m},m_z/$ i koji zavisi samo od rastojanja izmedju ova dva čvora. Za izučavanje pojava u feromagnetu osnovno je da se tačno izračuna z-projekcija spina u funkciji temperature ili nekih drugih uzroka koji dovode do otklanjanja vektora spina od privilegovanog pravca /z-ose/ usled čega se projekcije spinova smanjuju. Zbog toga je zgodno da se uvedu sledeći operatori

$$S^+_{\vec{n},n_z} = S^x_{\vec{n},n_z} + i S^y_{\vec{n},n_z} \quad \text{i} \quad S^-_{\vec{n},n_z} = S^x_{\vec{n},n_z} - i S^y_{\vec{n},n_z} \qquad (2)$$

gde su S^x i S^y x, odnosno, y komponente spina. Ovi operatori imaju osobinu da veličinu z- projekcije spina povećavaju $/S^+/$ ili smanjuju $/S^-/$ za jedinicu. Na osnovu opštim komutacionih relacija za komponente momenata može se pokazati da za ove operatore važe sledeće komutacione relacije

$$\left[S^+_{\vec{n},n_z}, S^-_{\vec{m},m_z} \right] = 2 S^z_{\vec{n}n_z} \delta_{\vec{n},\vec{m}} \delta_{n_z m_z} \qquad (3)$$

Pošto se fizički procesi u feromagnetiku sastoje od smanjivanja i povećavanja z- projekcije spinova, potpuno je jasno da treba spinski hamiltonijan /jedn. (1)/ izraziti preko operatora S^+ i S^-. Tako dobijamo koristeći transformaciju

$$\vec{S}_{\vec{n},n_z}\vec{S}_{\vec{m},m_z} = \frac{1}{2}\left(S^-_{\vec{n},n_z}S^+_{\vec{m},m_z} + S^-_{\vec{m},m_z}S^+_{\vec{n},n_z}\right) + S^2 - S(S - S^z_{\vec{n},n_z}) - S(S - S^z_{\vec{m},m_z}) + (S - S^z_{\vec{n},n_z})(S - S^z_{\vec{m},m_z}) \quad (4)$$

$$S^z_{\vec{n},n_z} = S - (S - S^z_{\vec{n},n_z})$$

izraz

$$H = -\mu\mathcal{H}SNN_z - \frac{1}{2}J_0 S^2 NN_z + \mu\mathcal{H}\sum_{\vec{n}n_z}(S - S^z_{\vec{n},n_z}) - \frac{1}{2}\sum_{\vec{n},\vec{m},n_z,m_z} I_{(\vec{n},n_z),(\vec{m},m_z)} \times S^-_{\vec{n},n_z}S^+_{\vec{m},m_z} + \frac{S}{2}\sum_{\vec{n},n_z;\vec{m},m_z} I_{(\vec{n},n_z),(\vec{m},m_z)}\left[(S - S^z_{\vec{n},n_z}) + (S - S^z_{\vec{m},m_z})\right] - \frac{1}{2}\sum_{\vec{n},n_z;\vec{m},m_z} I_{(\vec{n},n_z),(\vec{m},m_z)}(S - S^z_{\vec{n},n_z})(S - S^z_{\vec{m},m_z}) \quad (5)$$

gde je $N = N_x N_y$ i $J_0 = \sum_{\vec{n}n_z} I_{(\vec{n},n_z),(\vec{m},m_z)}$

2.3-2 Magnoni u polubeskonačnom kristalu

Neka je sada kristal polubeskonačan, ali takav da je z-osa pravac narušenja traslacione simetrije a u ravni XOY ne postoji narušenje translacione simetrije. Spinski hamiltonijan /jedn. (1) / napisan u aproksimaciji najbližih suseda /ovakva aproksimacija kada se radi o feromagneticima je opravdana jer integral izmene eksponencijalno opada sa rastojanjem/ za ovakav sistem spinova ima oblik

$$H = [(\mu-\mu')\mathcal{H} + 5SI]\sum_{\vec{n}}(S - S^z_{\vec{n},0}) - \frac{1}{2}I\sum_{\vec{n},\vec{\lambda}} S^-_{\vec{n},0}S^+_{\vec{n}+\vec{\lambda},0} - \frac{1}{2}I \times \sum_{\vec{n}} S^-_{\vec{n},0}S^+_{\vec{n},1} + (\mu\mathcal{H} + 6SI)\sum_{\vec{n},n_z=1}^{N_z}(S - S^z_{\vec{n},n_z}) - \frac{1}{2}I\sum_{\vec{n},\vec{\lambda},n_z=1}^{N_z} S^-_{\vec{n},n_z} \times S^+_{\vec{n}+\vec{\lambda},n_z} - \frac{1}{2}\sum_{\vec{n},n_z=1}^{N_z} S^-_{\vec{n},n_z}(S^+_{\vec{n},n_z+1} + S^+_{\vec{n},n_z-1}) - \frac{1}{2}I\sum_{\vec{n},\vec{\lambda}}(S - S^z_{\vec{n},0}) \times (S - S^z_{\vec{n}+\vec{\lambda},0}) - \frac{1}{2}I\sum_{\vec{n}}(S - S^z_{\vec{n},0})(S - S^z_{\vec{n},1}) -$$

$$- \frac{1}{2} I \sum_{\vec{n},\vec{\lambda},n_z=1}^{N_z} (S - S^z_{\vec{n},n_z})(S - S^z_{\vec{n}+\vec{\lambda},n_z}) - \frac{1}{2} I \sum_{\vec{n},n_z=1}^{N_z} (S -$$

$$- S^z_{\vec{n},n_z})\left[(S - S^z_{\vec{n},n_z+1})(S - S^z_{\vec{n},n_z-1})\right] \tag{6}$$

gde je μ' - popravka za magnetni moment atoma kada se ovaj nalazi na površini /zbog drugačije vezanosti u kristalu u odnosu na ostale - zapreminske atome/, $\vec{\lambda}$ - vektor koji uzima vrednosti za najbliže susede i I - integral izmene za najbliže susede. Broj atoma u pravcu narušenja translacione simetrije / z-osa / po pretpostavci je mnogo veći od jedinice, pa se može uzeti da se atom na mestu $n_z = N_z$ nalazi u beskonačnosti i njegove se promene neće uzimati u obzir.

Da bi se analiza magnonskih stanja u polubeskonačnom feromagnetiku izvršila u harmonijskoj aproksimaciji uvodi se Blohova aproksimacija za spinske operatore

$$S - S^z_{\vec{n},n_z} = B^+_{\vec{n},n_z} B_{\vec{n},n_z} \, , \quad S^-_{\vec{n},n_z} = \sqrt{2S}\, B^+_{\vec{n},n_z} \, , \quad S^+_{\vec{n},n_z} = \sqrt{2S}\, B_{\vec{n},n_z} \tag{7}$$

gde su B i B^+ Boze operatori. Ova aproksimacija ima fizičkog opravdanja samo kada je broj bozona na jednom čvoru manji od 2S.

Koristeći / jedn. (7) / hamiltonijan / jedn. (6) / u Blohovoj aproksimaciji dobija oblik

$$H = \left[(\mu - \mu')\mathcal{H} + 5SI\right] \sum_{\vec{n}} B^+_{\vec{n},0} B_{\vec{n},0} - SI \sum_{\vec{n},\vec{\lambda}} B^+_{\vec{n},0} B_{\vec{n}+\vec{\lambda},0} -$$

$$- SI \sum_{\vec{n}} B^+_{\vec{n},0} B_{\vec{n},1} + (\mu\mathcal{H} + 6SI) \sum_{\vec{n},n_z=1}^{N_z} B^+_{\vec{n},n_z} B_{\vec{n},n_z} - SI \cdot$$

$$\cdot \sum_{\vec{n},\vec{\lambda},n_z=1}^{N_z} B^+_{\vec{n},n_z} B_{\vec{n}+\vec{\lambda},n_z} - SI \sum_{\vec{n},n_z} B^+_{\vec{n},n_z} \left(B_{\vec{n},n_z+1} + B_{\vec{n},n_z-1}\right) \tag{8}$$

Hajzenbergove jednačine kretanja operatora $B_{\vec{m},m_z}$ su

$$i\dot{B}_{\vec{m},m_z} = \left[B_{\vec{m},m_z}, H\right] \tag{9}$$

tj. s obzirom na / jedn. (8)/, eksplicitno napisane jednačine / jedn. (9)/ imaju oblik

- za $m_z > 0$

$$i\dot{B}_{\vec{m},m_z} = (\mu\mathcal{H} + 6SI)B_{\vec{m},m_z} - SI\sum_{\vec{\lambda}} B_{\vec{m}+\vec{\lambda},m_z} - SI\,(B_{\vec{m},m_z+1} + B_{\vec{m},m_z-1}) \tag{10}$$

- za $m_z = 0$

$$i\dot{B}_{\vec{m},0} = \left[(\mu-\mu')\mathcal{H} + 6SI\right]B_{\vec{m},0} - SI\sum_{\vec{\lambda}} B_{\vec{m}+\vec{\lambda},0} - SI\,B_{\vec{m},1} \tag{11}$$

Dijagonalizacija hamiltonijana /jedn. (8) / vrši se kanoničkom transformacijom [5]

$$B_{\vec{m},m_z} = \sum_{\vec{k},k_z} U^{\vec{k},k_z}_{\vec{m},m_z}\, e^{-i\omega(\vec{k},k_z)t}\, B_{\vec{k},k_z} \tag{12}$$

gde je $\vec{k} \equiv (k_x,k_y)$. Sada sistemi jednačina / jedn. (10) i (11)/, koji odredjuju funkcije $U^{\vec{k},k_z}_{\vec{m},m_z}$, dobijaju oblik

- za $m_z > 0$

$$\left[(\mu\mathcal{H} - \omega(\vec{k},k_z)\right]U^{\vec{k},k_z}_{\vec{m},m_z} + 6SI\,U^{\vec{k},k_z}_{\vec{m},m_z} - SI\sum_{\vec{\lambda}} U^{\vec{k},k_z}_{\vec{m}+\vec{\lambda},m_z} -$$

$$- SI\,\left(U^{\vec{k},k_z}_{\vec{m},m_z+1} + U^{\vec{k},k_z}_{\vec{m},m_z-1}\right) = 0 \tag{13}$$

- za $m_z = 0$

$$\left[\mu\mathcal{H} - \omega(\vec{k},k_z)\right]U^{\vec{k},k_z}_{\vec{m},0} + 6SI\,U^{\vec{k},k_z}_{\vec{m},0} - SI\sum_{\vec{\lambda}} U^{\vec{k},k_z}_{\vec{m}+\vec{\lambda},0} -$$

$$- SI\,\left(U^{\vec{k},k_z}_{\vec{m},1} + U^{\vec{k},k_z}_{\vec{m},-1}\right) = -SI\,U^{\vec{k},k_z}_{\vec{m},-1} + (SI - \mu'\mathcal{H})\,U^{\vec{k},k_z}_{\vec{m},0} \tag{14}$$

Rešenje ovog sistema diferencijalnih jednačina traži se u obliku

$$\mathcal{U}_{\vec{m},m_z}^{\vec{K},K_z} = \left[A \sin K_z m_z a + C \sin K_z (m_z+1) \right] e^{i\vec{K}\vec{m}a} \qquad (15)$$

gde se odnos konstanti **A** i **C** odabira tako da izraz /jedn. (15)/ zadovoljava i sistem jednačina /jedn. (14)/

$$C = -A \frac{SI}{SI + \mu'\mathcal{H}} \qquad (16)$$

izraz /jedn. (15)/ sa odnosom konstanti /jedn. (16)/ zadovoljava sisteme jednačina /jedn. (13) i (14)/ ako važi zakon disperzije

$$\omega(\vec{K},K_z) = \mu\mathcal{H} + 2SI\,(3 - \cos K_x a - \cos K_y a - \cos K_z a) \qquad (17)$$

Medjutim, kako je duž z-ose narušena translaciona simetrija, z-komponenta talasnog vektora K_z može biti i imaginarna [3,8]. Zbog ove okolnosti rešenje sistema /jedn. (13)/ treba tražiti i u obliku

$$\mathcal{U}_{\vec{m},m_z}^{\vec{K},K_z} = D\, e^{i\vec{K}\vec{m}a}\, e^{-\eta m_z a} \; ; \; \eta > 0 \qquad (18)$$

Lako je pokazati da izraz /jedn. (18)/ zadovoljava sisteme diferencijalnih jednačina /jedn. (13) i (14)/ ukoliko važi zakon disperzije

$$\omega(\vec{K},\eta) = \mu\mathcal{H} + 2SI\,(3 - \cos K_x a - \cos K_y a - \mathrm{ch}\, \eta a) \qquad (19)$$

pri čemu je $$e^{\eta a} = 1 + \frac{\mu'\mathcal{H}}{SI} \qquad (20)$$

i kao što se vidi, uvek je $\eta > 0$.

Drugu konstantu iz izraza /jedn. (15)/ - konstantu A, treba odrediti iz uslova da hamiltonijan /jedn. (8)/ bude dijagonalan po Boze operatorima. Na taj način konačno se dobija

$$\mathcal{U}_{\vec{m},m_z}^{\vec{k},k_z} = \sqrt{\frac{2}{N_x N_y N_z\left[1 - \frac{2SI}{SI+\mu'\mathcal{H}}\cos k_z a + \left(\frac{SI}{SI+\mu'\mathcal{H}}\right)^2\right]}} \times$$

$$\times e^{i\vec{k}\vec{m}a}\left[\sin m_z k_z a - \frac{SI}{SI+\mu'\mathcal{H}}\sin(m_z+1)k_z a\right] \qquad (21)^*$$

i

$$H = \sum_{\vec{k},k_z} \omega(\vec{k},k_z)\, B^+_{\vec{k},k_z} B_{\vec{k},k_z} \qquad (22)$$

Konstanta D iz izraza /jedn. (18)/ takodje se odredjuje iz uslova da hamiltonijan /jedn. (8)/ bude dijagonalan, pa se tako dobija da je

$$\mathcal{U}_{\vec{m},m_z}^{\vec{k},\eta} = \sqrt{\frac{1-e^{-2\eta a}}{N_x N_y\left[1-e^{-2\eta(N_z+1)a}\right]}}\; e^{-\eta m_z a}\, e^{i\vec{k}\vec{m}a} \qquad (23)$$

i

$$H = \sum_{\vec{k}} \omega(\vec{k},\eta)\, B^+_{\vec{k},\eta} B_{\vec{k},\eta} \qquad (24)$$

Ova funkcija / $\mathcal{U}_{\vec{m},m_z}^{\vec{k},k_z}$ / istovremeno i kanonički transformiše operatore $B_{\vec{m},m_z}$.

Elementarne ekscitacije čiji se operatori transformišu po zakonu /jedn. (21)/ nazivaju se zapreminski magnoni,

---

* Transformacija /jedn. (21)/ strogo uzevši nije kanonična, bolje rečeno, ona bi bila kanonična kada bi

$$A^2 = \frac{2}{(N_z+1)N_xN_y\left[1-\frac{2SI}{SI+\mu'\mathcal{H}}\cos k_z a + \left(\frac{SI}{SI+\mu'\mathcal{H}}\right)^2\right] + N_xN_y\left[\frac{2SI}{SI+\mu'\mathcal{H}} - \left(\frac{SI}{SI+\mu'\mathcal{H}}\right)^2\cos k_z a - 1\right]}$$

ali pošto je $N_z \gg 1$, onda drugi član u imeniocu može se zanemariti.

dok se elementarne ekscitacije, čiji se operatori transformišu po zakonu /jedn. (23)/ nazivaju površinski magnoni. Razlog za ovakvu klasifikaciju je relativno prost. Naime, ako se formira izraz $\langle B^+_{\vec{m},m_z} B_{\vec{m},m_z} \rangle$ /$\langle \dots \rangle$ označava statističku srednju vrednost po Džipsu/, koji predstavlja koncentraciju elementarnih ekscitacija i definiše njihovu prostornu raspodelu gustine, onda se za slučaj zapreminskih magnona ima

$$\langle B^+_{\vec{m},m_z} B_{\vec{m},m_z} \rangle = \sum_{\vec{k},k_z} \overline{N_{\vec{k},k_z}} \left| U^{\vec{k},k_z}_{\vec{m},m_z} \right|^2 \tag{25.1}$$

gde je $\overline{N_{\vec{k},k_z}}$ - srednji broj magnona u stanju $(\vec{k},k_z)$ .Pošto je $\left| U^{\vec{k},k_z}_{\vec{m},m_z} \right|$ periodična funkcija od $(\vec{m},m_z)$, elementarne ekscitacije su ravnomerno rasporedjene po zapremini feromagnetnog kristala, pa i otuda naziv zapreminski magnoni.
Za slučaj površinskih magnona ima se

$$\langle B^+_{\vec{m},m_z} B_{\vec{m},m_z} \rangle = \sum_{\vec{k}} \overline{N_{\vec{k},\eta}}\, e^{-2 m_z \eta a} \tag{25.2}$$

odakle se vidi da je koncentracija magnona ovakvog tipa za najveća i da sa porastom dubine u kristalu opada eksponencijalno. Zbog ove osobine, elementarne ekscitacije koje odgovaraju ovom rešenju nazivaju se površinskim magnonima.

2.4 FONONI U POLUBESKONAČNOJ STRUKTURI

Osnovna postavka u ovom paragrafu je da je interakcija izmedju atoma na površini kristala promenjena, drugačija, u odnosu na interakcije medju atomima u zapremini istog kristala. I dalje se posmatra polubeskonačan kristal proste kubne strukture, kao u paragrafu 2.3, i ovde se pretpostavlja da je z-osa pravac narušenja translacione simetrije, a da u ravni XOY narušenja translacione simetrije nema. Klasični hamiltonijan ovakvog sistema / samo fononski deo/ je [7]

$$H=\frac{1}{2}\sum_{\vec{n},n_z,i}\left\{M(\dot{\xi}^{i}_{\vec{n},n_z})^2+\sum_{\vec{m},m_z,i'}\lambda^{ii'}_{(\vec{n},n_z),(\vec{m},m_z)}\,\xi^{i}_{\vec{n},n_z}\,\xi^{i'}_{\vec{m},m_z}\right\} \tag{26}$$

gde je $\vec{n}\equiv(n_x,n_y)$, M - masa atoma, $\xi^{i}_{\vec{n},n_z}$ i -ta komponenta vektora pomeraja n-tog atoma, $i\equiv(x,y,z)$, $\lambda^{ii'}_{(\vec{n},n_z),(\vec{m},m_z)}$ - koeficijenti interakcije medju atomima koji zavise samo od rastojanja izmedju atoma.

Sistem klasičnih jednačina kretanja u ovom slučaju glasi

$$M\ddot{\xi}^{i}_{\vec{n},n_z}+\sum_{\vec{n}',n_z',i'}\lambda^{ii'}_{(\vec{n},n_z)(\vec{n}',n_z')}\,\xi^{i'}_{\vec{n}',n_z'}=0 \tag{27}$$

Sve interakcije koje ovde figurišu biće napisane u aproksimaciji najbližih suseda, pri čemu će se razlikovati dva slučaja: a/slučaj kada se atom za koga se piše jednačina kretanja nalazi u unutrašnjosti kristala / $n_z>0$ /,

b/slučaj kada se taj atom nalazi na površini kristala / $n_z=0$ /.

Za prvi slučaj / $n_z>0$ / komponentni sistem jednačina kretanja je

$$M\ddot{\xi}^{x}_{\vec{n},n_z}+\lambda_0\xi^{x}_{\vec{n},n_z}+\lambda\sum_{\vec{\lambda}}\xi^{x}_{\vec{n}+\vec{\lambda},n_z}+\lambda(\xi^{x}_{\vec{n},n_z+1}+$$

$$+\xi^{x}_{\vec{n},n_z-1})+\lambda^{T}_{0}(\xi^{y}_{\vec{n},n_z}+\xi^{z}_{\vec{n},n_z})=0 \tag{28.1}$$

$$M\ddot{\xi}^{y}_{\vec{n},n_z}+\lambda_0\xi^{y}_{\vec{n},n_z}+\lambda\sum_{\vec{\lambda}}\xi^{y}_{\vec{n}+\vec{\lambda},n_z}+\lambda(\xi^{y}_{\vec{n},n_z+1}+$$

$$+\xi^{y}_{\vec{n},n_z-1})+\lambda^{T}_{0}(\xi^{x}_{\vec{n},n_z}+\xi^{z}_{\vec{n},n_z})=0 \tag{28.2}$$

$$M\ddot{\xi}^{z}_{\vec{n},n_z}+\lambda_0\xi^{z}_{\vec{n},n_z}+\lambda\sum_{\vec{\lambda}}(\xi^{z}_{\vec{n}+\vec{\lambda},n_z}+\lambda(\xi^{z}_{\vec{n},n_z+1}+$$

$$+\xi^{z}_{\vec{n},n_z-1})+\lambda^{T}_{0}(\xi^{x}_{\vec{n},n_z}+\xi^{y}_{\vec{n},n_z})=0 \tag{28.3}$$

gde je $\vec{\lambda}$ - vektor koji uzima vrednosti za najbliže susede. Prilikom pisanja sistema /jedn. (27)/ stavljeno je da su torzioni koeficijenti izmedju dva susedna atoma jednaki nuli, tj. $\lambda^{xy} = \lambda^{yx} = \lambda^{xz} = \lambda^{zx} = \lambda^{yz} = \lambda^{zy} = 0$, jer su oni male veličine trećeg reda u odnosu na koeficijent istezanja za atom oko svog ravnotežnog položaja. Pored toga , uvedene su oznake

$$\lambda_{01} = \lambda_0^{xx} \qquad \lambda_0^1 = \lambda_0^{xy} = \lambda_0^{yx} \qquad \lambda_1 = \lambda^{xx}$$

$$\lambda_{02} = \lambda_0^{yy} \qquad \lambda_0^2 = \lambda_0^{xz} = \lambda_0^{zx} \qquad \lambda_2 = \lambda^{yy}$$

$$\lambda_{03} = \lambda_0^{zz} \qquad \lambda_0^3 = \lambda_0^{yz} = \lambda_0^{zy} \qquad \lambda_3 = \lambda^{zz}$$

gde su $\lambda_{0j}, (j=1,2,3)$ - koeficijenti istezanja za sopstveni atom oko svog ravnotežnog položaja u pojedinim pravcima, λ_0^j, $(j=1,2,3)$ - koeficijenti torzije za sopstveni atom, λ_j, $(j=1,2,3)$- koeficijenti istezanja /koeficijenti proporcionalnosti/ za silu interakcije izmedju dva susedna atoma. Zbog uvedenog ograničenja na slučaj proste kubne strukture sa jednim atomom po elementarnoj ćeliji, stavljeno je u /jedn. (28)/ da su sledeći koeficijenti medjusobno jednaki

$$\lambda_{01} = \lambda_{02} = \lambda_{03} = \lambda_0$$

$$\lambda_0^1 = \lambda_0^2 = \lambda_0^3 = \lambda_0^T$$

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda$$

U drugom slučaju kada se atom za koga se piše jednačina kretanja nalazi na površini kristala / $n_z = 0$ /, komponentni sistem jednačina kretanja u aproksimaciji najbližih suseda ima oblik

$$\left.\begin{aligned}
&M\ddot{\xi}^x_{\vec{n},0} + (\lambda_0 - \lambda_0')\xi^x_{\vec{n},0} + \lambda\sum_{\vec{\lambda}}\xi^x_{\vec{n}+\vec{\lambda},0} + \lambda\xi^x_{\vec{n},1} + \lambda_0^T(\xi^y_{\vec{n},0} + \xi^z_{\vec{n},0}) = 0\\
&M\ddot{\xi}^y_{\vec{n},0} + (\lambda_0 - \lambda_0')\xi^y_{\vec{n},0} + \lambda\sum_{\vec{\lambda}}\xi^y_{\vec{n}+\vec{\lambda},0} + \lambda\xi^y_{\vec{n},1} + \lambda_0^T(\xi^x_{\vec{n},0} + \xi^z_{\vec{n},0}) = 0\\
&M\ddot{\xi}^z_{\vec{n},0} + (\lambda_0 - \lambda_0')\xi^z_{\vec{n},0} + \lambda\sum_{\vec{\lambda}}\xi^z_{\vec{n}+\vec{\lambda},0} + \lambda\xi^z_{\vec{n},1} + \lambda_0^T(\xi^x_{\vec{n},0} + \xi^y_{\vec{n},0}) = 0
\end{aligned}\right\} \quad (29)$$

U ovim jednačinama je uzeta u obzir činjenica da su površinski atomi drugačije vezani nego zapreminski, tako da se koeficijent istezanja za sopstveni atom razlikuje za λ_0' u odnosu na isti koeficijent istezanja atoma u zapremini kristala. Promene koeficijenata λ i λ_0^T za površinske atome zanemaruju se kao male veličine drugog reda u odnosu na λ_0, odnosno, kao male veličine prvog reda u odnosu na λ_0'.

Zbog postojanja idealne translacione simetrije u ravni XOY rešenje sistema /jedn. (28)/ traži se u obliku

$$\xi^i_{\vec{n},n_z} = A_i\left[\sin n_z q_z a + b\sin(n_z+1)q_z a\right] e^{i\vec{q}\vec{n}a}\, e^{-i\omega t} \tag{30}$$

gde je $\vec{q}\equiv(q_x q_y)$ i $i\equiv(x,y,z)$. Konstanta b odredjuje se iz uslova da rešenje /jedn. (3o)/ zadovoljava i sistem /jedn. (29)/. Tako se dobija sistem linearnih jednačina po nepoznatim amplitudama A_x, A_y i A_z, tj. sistem /jedn. (28)/ prelazi u sistem jednačina po A_x, A_y i A_z

$$\left.\begin{aligned}
&[-M\omega^2+\lambda_0+2\lambda(\cos q_x a+\cos q_y a+\cos q_z a)]A_x+\lambda_0^T A_y+\lambda_0^T A_z=0\\
&\lambda_0^T A_x+[-M\omega^2+\lambda_0+2\lambda(\cos q_x a+\cos q_y a+\cos q_z a)]A_y+\lambda_0^T A_z=0\\
&\lambda_0^T A_x+\lambda_0^T A_y+[-M\omega^2+\lambda_0+2\lambda(\cos q_x a+\cos q_y a+\cos q_z a)]A_z=0
\end{aligned}\right\} \tag{31}$$

a sistem /jedn. (29)/ u

$$\left.\begin{aligned}
&[-M\omega^2+\lambda_0-\lambda_0'+\lambda(2\cos q_x a+2\cos q_y a+2\cos q_z a+\tfrac{1}{b})]A_x+\lambda_0^T A_y+\lambda_0^T A_z=0\\
&\lambda_0^T A_x+[-M\omega^2+\lambda_0-\lambda_0'+\lambda(2\cos q_x a+2\cos q_y a+2\cos q_z a+\tfrac{1}{b})]A_y+\lambda_0^T A_z=0\\
&\lambda_0^T A_x+\lambda_0^T A_y+[-M\omega^2+\lambda_0-\lambda_0'+\lambda(2\cos q_x a+2\cos q_y a+2\cos q_z a+\tfrac{1}{b})]A_z=0
\end{aligned}\right\} \tag{32}$$

Kako su ovo sistemi homogenih linearnih jednačina, netrivijalna rešenja po A_x, A_y i A_z postojaće samo ukoliko su determinante sistema jednake nuli

$$\begin{vmatrix} -M\omega^2+\lambda_0+2\lambda(\cos q_x a+\cos q_y a+\cos q_z a) & \lambda_0^T & \lambda_0^T \\ \lambda_0^T & -M\omega^2+\lambda_0+2\lambda(\cos q_x a+\cos q_y a+\cos q_z a) & \lambda_0^T \\ \lambda_0^T & \lambda_0^T & -M\omega^2+\lambda_0+2\lambda(\cos q_x a+\cos q_y a+\cos q_z a) \end{vmatrix} = 0 \quad (33)$$

i

$$\begin{vmatrix} -M\omega^2+\lambda_0-\lambda_0'+\lambda(2\cos q_x a+2\cos q_y a+2\cos q_z a+\frac{1}{b}) & \lambda_0^T & \lambda_0^T \\ \lambda_0^T & -M\omega^2+\lambda_0-\lambda_0'+\lambda(2\cos q_x a+2\cos q_y a+2\cos q_z a+\frac{1}{b}) & \lambda_0^T \\ \lambda_0^T & \lambda_0^T & -M\omega^2+\lambda_0-\lambda_0'+\lambda(2\cos q_x a+2\cos q_y a+2\cos q_z a+\frac{1}{b}) \end{vmatrix} = 0 \quad (34)$$

Kao što je već napomenuto, konstanta b odredjuje se iz uslova da rešenje /jedn. (30)/ istovrememo zadovoljava sisteme jednačina /jedn. (28) i (29)/, što se u suštini svodi na jednakost disperzionih zakona navedenih sistema jednačina. Da bi ovo bilo ispunjeno determinante /jedn. (33) i (34)/ moraju da budu medjusobno jednake, odakle sledi da je $b = \lambda/\lambda_0'$. Kako su gore navedene determinante trećeg reda, jasno je da će se imati tri zakona disperzije. Ako se sa l, $(l=1,2,3)$, označi indeks disperzione grane, onda pomeraj atoma /za koga se pretpostavlja da je izotropan/ koji odgovara l-toj, kao vektor ima oblik

$$\vec{\xi}^{\,l}_{\vec{n},n_z}(\vec{q},q_z) = \vec{e}_l(\vec{k}_1,k_z)\,A(\vec{q},q_z)\,e^{i\vec{q}\vec{n}a}\Big[\sin n_z q_z a + \frac{\lambda}{\lambda_0'}\sin(n_z+1)q_z a\Big]\,e^{-i\omega_l(q,q_z)t} \quad (35)$$

Proizvoljni realni pomeraj atoma je

$$\vec{\xi}_{\vec{n},n_z} = \sum_{\vec{q},q_z,l} \vec{e}_l(\vec{q},q_z) f(n_z,q_z)\left[A(\vec{q},q_z)\, e^{i\vec{q}\vec{n}a} e^{-i\omega_l(\vec{q},q_z)t} + \right.$$

$$\left. + A^*(\vec{q},q_z)\, e^{-i\vec{q}\vec{n}a} e^{i\omega_l(\vec{q},q_z)t}\right] \qquad (36)$$

gde je $f(n_z,q_z) \equiv \sin n_z q_z a + \frac{\lambda}{\lambda_o'} \sin(n_z+1) q_z a$.

Uvodeći kompleksne veličine /normalne koordinate sistema/ $a_{\vec{q},q_z,l}$ i $a^*_{\vec{q},q_z,l}$ relacijama

$$\left.\begin{aligned} a_{\vec{q},q_z,l} &= A(\vec{q},q_z) \frac{1}{\sqrt{\hbar}} \sqrt{NN_z M\omega(\vec{q},q_z)}\; \left|1+\frac{\lambda}{\lambda_o'} e^{iq_z a}\right| e^{-i\omega_l(\vec{q},q_z)t} \\ a^*_{\vec{q},q_z,l} &= A^*(\vec{q},q_z) \frac{1}{\sqrt{\hbar}} \sqrt{NN_z M\omega(\vec{q},q_z)}\; \left|1+\frac{\lambda}{\lambda_o'} e^{iq_z a}\right| e^{i\omega_l(\vec{q},q_z)t} \end{aligned}\right\} \qquad (37)$$

izraz za proizvoljan realni pomeraj atoma /jedn. (36)/ prelazi u

$$\vec{\xi}_{\vec{n}n_z} = \sum_{\vec{q},\vec{q}_z,l} \sqrt{\frac{\hbar}{NN_z\left|1+\frac{\lambda}{\lambda_o'} e^{iq_z a}\right| M\omega_l(\vec{q},q_z)}}\; \vec{e}_l(\vec{q},q_z)\, \times$$

$$\times\, f(n_z,q_z)\left[a_{\vec{q},q_z,l}\, e^{i\vec{q}\vec{n}a} + a^*_{\vec{q},q_z,l}\, e^{-i\vec{q}\vec{n}a}\right] \qquad (38)$$

gde je $N \equiv N_x N_y$.

Istovremeno se funkcijama /jedn. (38)/ dijagonalizuje hamiltonijan sistema /jedn. (26)/, napisan u aproksimaciji najbližih suseda, na oblik

$$H = \frac{1}{2} \sum_{\vec{q},q_z,l} \hbar\omega_l(\vec{q},q_z)\left(a_{\vec{q},q_z,l} a^*_{\vec{q},q_z,l} + a^*_{\vec{q},q_z,l} a_{\vec{q},q_z,l}\right) \qquad (39)$$

S obzirom da je narušenje translacione simetrije duž z-ose, treća komponenta talasnog vektora q_z može biti i imaginarna, t.j. $q_z = i\rho$. U ovom slučaju rešenje sistema jednačina /jedn. (28)/ traži se u obliku

$$\xi^{i}_{\vec{n},n_z} = A_i \, e^{i\vec{q}\vec{n}a} \, e^{-\rho n_z a} \, e^{-i\omega t} \qquad (40)$$

pri čemu ρ mora biti pozitivno zbog konačnosti funkcije pomeraja $\xi^{i}_{\vec{n},n_z}$, $i = (x,y,z)$. Veličina ρ se odredjuje iz uslova da rešenje /jedn. (40)/ istovremeno zadovoljava sisteme /jedn. (28) i (29)/, što se kao i u prethodnom slučaju rešavanja svodi na jednakost determinanata

$$\begin{vmatrix} -M\omega^2 + \lambda_0 + 2\lambda(\cos q_x a + \cos q_y a + \operatorname{ch} \rho a) & \lambda_0^T & \lambda_0^T \\ \lambda_0^T & -M\omega^2 + \lambda_0 + 2\lambda(\cos q_x a + \cos q_y a + \operatorname{ch} \rho a) & \lambda_0^T \\ \lambda_0^T & \lambda_0^T & -M\omega^2 + \lambda_0 + 2\lambda(\cos q_x a + \cos q_y a + \operatorname{ch} \rho a) \end{vmatrix} = 0 \qquad (41)$$

i

$$\begin{vmatrix} -M\omega^2 + \lambda_0 - \lambda_0' + \lambda(2\cos q_x a + 2\cos q_y a + e^{-\rho a}) & \lambda_0^T & \lambda_0^T \\ \lambda_0^T & -M\omega^2 + \lambda_0 - \lambda_0' + \lambda(2\cos q_x a + 2\cos q_y a + e^{-\rho a}) & \lambda_0^T \\ \lambda_0^T & \lambda_0^T & -M\omega^2 + \lambda_0 - \lambda_0' + \lambda(2\cos q_x a + 2\cos q_y a + e^{-\rho a}) \end{vmatrix} = 0 \qquad (42)$$

Iz jednakosti ovih determinanti sledi da je

$$e^{-\rho a} = -\frac{\lambda}{\lambda_0'} \qquad (43)$$

i, kao što se vidi, ima se samo jedna vrednost za ρ.

Treba odmah napomenuti da je $e^{-\rho a} = -\frac{\lambda}{\lambda_0'}$ specijalan slučaj opštije relacije $e^{\rho a} = (-1)^m \frac{\lambda_0'}{\lambda}$, gde je m - proizvoljan ceo broj, tako da znak ne igra bitnu ulogu, tj. može se pisati $e^{\rho a} = \left|\frac{\lambda_0'}{\lambda}\right|$. Ovo sledi iz strožijeg rešavanja diferencijalnih jednačina [8].

Usled pretpostavke da je $\rho > 0$, uslov za egzistenciju ovog drugog rešenja je $\left|\frac{\lambda_0'}{\lambda}\right| < 1$.

Proizvoljan realni pomeraj atoma za ovo drugo rešenje može se pisati u obliku /pretpostavljajući izotropnost pomeraja/

$$\vec{\xi}_{\vec{n}, n_z} = \sum_{\vec{q}, l} \vec{e}_l(\vec{q}, \rho)\, e^{-\rho n_z a} \left[A(\vec{q}, \rho)\, e^{i\vec{q}\vec{n}a}\, e^{-i\omega_l(\vec{q}, \rho)t} + A^*(\vec{q}, \rho)\, e^{-i\vec{q}\vec{n}a}\, e^{i\omega_l(\vec{q}, \rho)t} \right] \quad (44)$$

Uvodeći kompleksne veličine /normalne koordinate sistema/ $a_{\vec{q}, \rho, l}$ i $a^*_{\vec{q}, \rho, l}$ relacijama

$$a_{\vec{q}, \rho, l} = A(\vec{q}, \rho)\, e^{-i\omega_l(\vec{q}, \rho)t} \frac{1}{\sqrt{\hbar(1 - e^{-2\rho a})}} \sqrt{2NM\omega_l(\vec{q}, \rho)}$$

$$a^*_{\vec{q}, \rho, l} = A^*(\vec{q}, \rho)\, e^{i\omega_l(\vec{q}, \rho)t} \frac{1}{\sqrt{\hbar(1 - e^{-2\rho a})}} \sqrt{2NM\omega_l(\vec{q}, \rho)} \quad (45)$$

pomeraji atoma /jedn. (44)/ i hamiltonijan /jedn. (26)/ napisan u aproksimaciji najbližih suseda, imaju vid

$$\vec{\xi}_{\vec{n}, n_z} = \sum_{\vec{q}, l} \sqrt{\frac{\hbar(1 - e^{-2\rho a})}{NM \cdot \omega_l(\vec{q}, \rho)}}\, \vec{e}_l(\vec{q}, \rho)\, e^{-\rho n_z a} \times \left[a_{\vec{q}, \rho, l}\, e^{i\vec{q}\vec{n}a} + a^*_{\vec{q}, \rho, l}\, e^{-i\vec{q}\vec{n}a} \right] \quad (46)$$

i

$$H=\frac{1}{2}\sum_{\vec{q},l}\hbar\omega_l(\vec{q},\rho)\left(a_{\vec{q},\rho,l}\,a^*_{\vec{q},\rho,l}+a^*_{\vec{q},\rho,l}\,a_{\vec{q},\rho,l}\right) \qquad (47)$$

Prelaz na kvantnu mehaniku ostvaruje se zamenom veličina: $a_{\vec{q},q_z,l}$, $a^*_{\vec{q},q_z,l}$, $a_{\vec{q},\rho,l}$ i $a^*_{\vec{q},\rho,l}$ Boze operatorima $a_{\vec{q},q_z,l}$, $a^+_{\vec{q},q_z,l}$, $a_{\vec{q},\rho,l}$ i $a^+_{\vec{q},\rho,l}$ tako da se za prvi tip rešenja dobija

$$\vec{\xi}_{\vec{n},n_z}=\sum_{\vec{q},q_z,l}\sqrt{\frac{\hbar}{NN_z\left|1+\frac{\lambda}{\lambda_0'}e^{iq_z a}\right|M\cdot\omega_l(\vec{q},q_z)}}\;\times$$

$$\times\;\vec{e}_l(\vec{q},q_z)f(n_z,q_z)\left(a_{\vec{q},q_z,l}\,e^{i\vec{q}\vec{n}a}+a^+_{\vec{q},q_z,l}\,e^{-i\vec{q}\vec{n}a}\right) \qquad (48)$$

i

$$H=\sum_{\vec{q},q_z,l}\hbar\omega_l(\vec{q},q_z)\left(\frac{1}{2}+a^+_{\vec{q},q_z,l}\,a_{\vec{q},q_z,l}\right) \qquad (49)$$

Analogno, za drugi tip rešenja se dobija

$$\vec{\xi}_{\vec{n},n_z}=\sum_{\vec{q},l}\sqrt{\frac{\hbar(1-e^{-2\rho a})}{NM\omega_l(\vec{q},\rho)}}\;\vec{e}_l(\vec{q},\rho)\,e^{-\rho n_z a}\;\times$$

$$\times\left(a_{\vec{q},\rho,l}\,e^{i\vec{q}\vec{n}a}+a^+_{\vec{q},\rho,l}\,e^{-i\vec{q}\vec{n}a}\right) \qquad (50)$$

i

$$H=\sum_{\vec{q},l}\hbar\omega_l(\vec{q},\rho)\left(\frac{1}{2}+a^+_{\vec{q},\rho,l}\,a_{\vec{q},\rho,l}\right) \qquad (51)$$

pri čemu $a_{\vec{q},q_z,l}$ i $a^+_{\vec{q},q_z,l}$ predstavljaju operatore anihiliranja, odnosno kreiranja jednog fonona l-tog tipa sa impulsom $(\vec{q},q_z)$; $a^+_{\vec{q},q_z,l}\,a_{\vec{q},q_z,l}$ - predstavlja operator broja fonona u stanju $(\vec{q},q_z,l)$.

Analizirajući izraze /jedn. (48) i (5o) / može se zaključiti da je amplituda pomeraja tipa /jedn. (48)/ periodična funkcija po čitavoj zapremini feromagnetnog kristala, i takav tip fonona /kvanti atomskih pomeraja/ kome odgovara ovakva funkcija pomeraja nazivaju se zapreminskim fononima /po [13]/. Amplitude pomeraja /jedn. (50)/ eksponencijalno opadaju sa porastom dubine / n_z / kristala i ima maksimalnu vrednost na površini kristala / $n_z = 0$ /. Fononi ovakvog tipa, koji su praktično svi skoncentrisani na površini kristala, nazivaju se površinski fononi [13].

G L A V A II

3. PROBLEMI MIGRACIJE MAGNONA U POLUBESKONAČNOJ STRUKTURI

3.1 MAGNON-FONON INTERAKCIJA U POLUBESKONAČNOM FEROMAGNETIKU

Spinski hamiltonijan / jedn. (1) / napisan je uz pretpostavku da atomi u rešeci miruju, ali na temperaturama različitim od apsolutne nule /većim od apsolutne nule/ čvorovi rešetke /atomi/ vrše toplotne vibracije, što dovodi do interakcije spina sa tim vibracijama rešetke /fononima/. Sama vibracija ima za posledicu promenu sila izmene.
U novoj, dinamičkoj slici, hamiltonijan spinske interakcije za idealan kristal i za opšti spin bez energije osnovnog stanja ima oblik

$$H=-\frac{1}{2}\sum_{\vec{n},n_z,\vec{m},m_z}\tilde{I}_{(\vec{n},n_z),(\vec{m},m_z)}\left(S^-_{\vec{n},n_z}S^+_{\vec{m},m_z}+S^z_{\vec{n},n_z}S^z_{\vec{m},m_z}\right)\tag{52}$$

gde je $\tilde{I}_{(\vec{n},n_z),(\vec{m},m_z)}$ - integral izmene izmedju čvorova $(\vec{n},n_z)$ i $(\vec{m},m_z)$ kada čvorovi rešetke vrše toplotne vibracije.

Neka usled toplotnih vibracija, čvor na mestu $(\vec{n},n_z)$ dobije pomeraj $\vec{\xi}_{\vec{n},n_z}$, a čvor na mestu $(\vec{m},m_z)$, analogno, $\vec{\xi}_{\vec{m},m_z}$, tj.

$$(\vec{n},n_z)\longrightarrow(\vec{n},n_z)+\vec{\xi}_{\vec{n},n_z}\ ;\qquad(\vec{m},m_z)\longrightarrow(\vec{m},m_z)+\vec{\xi}_{\vec{m},m_z}$$

Pod uslovom da su amplitude oscilovanja čvorova rešetke male u odnosu na konstantu rešetke, integral izmene se može razviti u Tajlorov red po stepenima atomskih pomaka i u njemu zanemariti kvadratne i višestepene članove kao infinitezimalne veličine višeg reda

$$\tilde{I}_{(\vec{n},n_z),(\vec{m},m_z)}\simeq I_{(\vec{n},n_z),(\vec{m},m_z)}+\left(\vec{\xi}_{\vec{n},n_z}-\vec{\xi}_{\vec{m},m_z}\right)\nabla I_{(\vec{n},n_z),(\vec{m},m_z)}\tag{53}$$

gde je $I_{(\vec{n},n_z),(\vec{m},m_z)}$ - integral izmene medju čvorovima $(\vec{n},n_z)$ i $(\vec{m},m_z)$ kada se oni nalaze u svojim ravnotežnim položajima, a simbol ∇-Hamiltonov /nabla/ operator koji označava diferenciranje po vektoru $(\vec{n},n_z)-(\vec{m},m_z)$.

Hamiltonijan /jedn. (52) / dobija oblik

$$H=-\frac{1}{2}\sum_{\vec{n},n_z,\vec{m},m_z} I_{(\vec{n},n_z),(\vec{m},m_z)}\left(S^-_{\vec{n},n_z}S^+_{\vec{m},m_z}+S^z_{\vec{n},n_z}S^z_{\vec{m},m_z}\right)-$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{\vec{n},n_z,\vec{m},m_z}\left[\nabla_{(\vec{n},n_z),(\vec{m},m_z)} I_{(\vec{n},n_z),(\vec{m},m_z)}\right]\left(\vec{\xi}_{\vec{n},n_z}-\vec{\xi}_{\vec{m},m_z}\right)\left(S^-_{\vec{n},n_z}S^+_{\vec{m},m_z}+S^z_{\vec{n},n_z}S^z_{\vec{m},m_z}\right) \quad (54)$$

Hamiltonijan spin-fonon interakcije se čita iz ovog izraza i on je

$$H_{s.f}=-\frac{1}{2}\sum_{\vec{n},n_z,\vec{m},m_z}\left[\nabla_{(\vec{n},n_z),(\vec{m},m_z)} I_{(\vec{n},n_z),(\vec{m},m_z)}\right]\left(\vec{\xi}_{\vec{n},n_z}-\vec{\xi}_{\vec{m},m_z}\right)\left(S^-_{\vec{n},n_z}S^+_{\vec{m},m_z}+S^z_{\vec{n},n_z}S^z_{\vec{m},m_z}\right) \quad (55)$$

S obzirom da je,u teoriji lokalizovanih stanja prouzrokovanih postojanjem granične površine kristala, zanemarena promena integrala izmene a uzeta u obzir samo promena magnetnog momenta atoma na graničnoj površini kristala, izraz /jedn. (55)/ istovremeno predstavlja i hamiltonijan spin-fonon interakcije za polubeskonačan kristal.

Uzimajući Blohovu aproksimaciju za spinske operatore /jedn. (7) /, izraz /jedn. (55)/ prelazi u

$$H_{s.f}=-\frac{S}{2}\sum\left[\nabla_{(\vec{n},n_z),(\vec{m},m_z)} I_{(\vec{n},n_z),(\vec{m},m_z)}\right]\left(\vec{\xi}_{\vec{n},n_z}-\vec{\xi}_{\vec{m},m_z}\right)\times$$

$$\times\left(2B^+_{\vec{n},n_z}B_{\vec{m},m_z}-B^+_{\vec{m},m_z}B_{\vec{m},m_z}-B^+_{\vec{n},n_z}B_{\vec{n},n_z}+S\right) \quad (56)$$

pri čemu se zanemaruje član koji sadrži četiri operatora B^+BB^+B kao dinamička interakcija višeg reda /uzimanje ovog člana u obzir previšuje se tačnost Blohove aproksimacije 14 /.

3.2 KOEFICIJENT POVRŠINSKE ANIHILACIJE MAGNONA

S obzirom da je namera da se u ovoj tezi ispitaju procesi prelaska zapreminskog magnona na površinu kristala, iz /jedn. (56)/izdvajaju se samo oni članovi sa indeksima $(\vec{n},0)\equiv\vec{\delta}$ i $(\vec{m},1)\equiv\vec{1}$, jer oni, očigledno, nisu odgovorni za "vertikalan" prelaz zapreminskog magnona na površinu kristala. Prema tome, efektivni hamiltonijan površinske anihilacije zapreminskog magnona i njegovog pretvaranja u površinski, ima oblik

$$H_{SF} = - S \sum_{\vec{1},\vec{\delta}} (\nabla_{\vec{\delta},\vec{1}} I_{\vec{\delta}-\vec{1}})(\vec{\xi}_{\vec{\delta}} - \vec{\xi}_{\vec{1}})\, B^{+}_{\vec{\delta}} B_{\vec{1}} \tag{57}$$

Anihilacija zapreminskog magnona i radjanje površinskog magnona, tj. njegov izlazak na površinu kristala, može se realizovati na dva različita načina:

a/ u procesu u kome se uništava jedan zapreminski magnon a radja površinski magnon i jedan površinski fonon, ili

b/ uništava se jedan zapreminski magnon a radja površinski magnon i zapreminski fonon.

To drugim rečima znači da se ovaj proces odvija ili uz emisiju zapreminskog ili uz emisiju površinskog fonona.

Da bi se izračunale verovatnoće za ove dve vrste prelaza potrebno je izvršiti Furije transformaciju hamiltonijana /jedn. (57)/ na sledeći način :

$$\nabla_{\vec{\delta}-\vec{1}} I_{\vec{\delta}-\vec{1}} = \frac{2}{NN_z} \sum_{\vec{p},p_z} J_{\vec{p},p_z} \Big(i p_x \vec{e}_x \cos p_z a + i p_y \vec{e}_y \cos p_z a - p_z \vec{e}_z \sin p_z a \Big)\, e^{i p_x (n_x - m_x) a + i p_y (n_y - m_y) a} \tag{58}$$

$$B^{+p}_{\vec{\delta}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\vec{k}} e^{-i(k_x n_x + k_y n_y) a}\, B^{+}_{\vec{k},\eta}$$

$$B^{z}_{\vec{1}} = \sum_{\vec{k}_1} \left[\frac{2}{NN_z \left(1 - \frac{2SI}{SI + \mu' \mathcal{H}} \cos k_{1z} a + \frac{S^2 I^2}{(SI + \mu' \mathcal{H})^2} \right)} \right]^{\frac{1}{2}} \sin k_{1z} a \;\; x$$

$$\times \left(1-\frac{2SI}{SI+\mu' R}\cos K_{1z}a\right) e^{i(K_{1x}m_x+K_{1y}m_y)a} \, B_{\vec{K}_1, K_{1z}}$$

u procesu u kome učestvuju zapreminski fononi

$$\vec{\xi}^{\,z}_{\gamma} = \sum_{\vec{q},q_z}\left[\frac{\hbar}{NN_z\left|1+\frac{\lambda}{\lambda_0'}e^{iq_z a}\right| M\omega(\vec{q},q_z)}\right]^{\frac{1}{2}} \frac{\vec{q}+q_z\vec{e}_z}{(q^2+q_z^2)^{\frac{1}{2}}} \times$$

$$\times\left(a^{+}_{\vec{q},q_z}+a_{-\vec{q},-q_z}\right)\frac{\lambda}{\lambda_0'}\sin q_z a \; e^{-i(q_x n_x+q_y n_y)a}$$

$$\vec{\xi}^{\,z}_{1} = \sum_{\vec{q},q_z}\left[\frac{\hbar}{NN_z\left|1+\frac{\lambda}{\lambda_0'}e^{iq_z a}\right| M\omega(\vec{q},q_z)}\right]^{\frac{1}{2}} \frac{\vec{q}+q_z\vec{e}_z}{(q^2+q_z^2)^{1/2}} \times \tag{59}$$

$$\times\left(a^{+}_{\vec{q},q_z}+a_{-\vec{q},q_z}\right)\sin q_z a\left(1+2\frac{\lambda}{\lambda_0'}\cos q_z a\right) e^{-i(q_x m_x+q_y m_y)a}$$

a u procesu u kome učestvuju površinski fononi

$$\vec{\xi}^{\,\rho}_{\gamma} = \sum_{\vec{q}}\left[\frac{\hbar}{NM\omega(\vec{q},\rho)}\right]^{\frac{1}{2}} \frac{\vec{q}+i\rho\vec{e}_z}{(q^2+\rho^2)^{1/2}} \times$$

$$\times\left(a^{+}_{\vec{q},\rho}+a_{-\vec{q},\rho}\right) e^{-i(q_x n_x+q_y n_y)a}$$

$$\tag{60}$$

$$\vec{\xi}^{\,\rho}_{1} = \sum_{\vec{q}}\left[\frac{\hbar}{NM\omega(\vec{q},\rho)}\right]^{\frac{1}{2}} \frac{\vec{q}+i\rho\vec{e}_z}{(q^2+\rho^2)^{1/2}} \times$$

$$\times\left(a^{+}_{\vec{q},\rho}+a_{-\vec{q},\rho}\right) e^{-i(q_x m_x+q_y m_y)a}$$

pri čemu je uzeto u obzir da postoji interakcija samo sa longitudinalnom granom fonona, i zbog toga stavljeno da je

$$\vec{e}_l(q,q_z) = \frac{\vec{q}+q_z\vec{e}_z}{(q^2+q_z^2)^{1/2}}$$

/iz [2]/. Istovremeno je zanemaren član $e^{-2\rho a}$ i $e^{-2\eta a}$ a pogotovo $e^{-2\eta(N_z+1)a}$ u odnosu na jedinicu u izrazima /jedn. (23)/ i /jedn. (24)/.

Indeksima Z i P označene su veličine koje se odnose na zapreminska i površinska stanja magnona, odnosno, fonona.

Posle Furije transformacije hamiltonijan spin-fonon interakcije sa zapreminskim fononima je

$$H^{Z}_{s,f} = -\frac{2S}{N^{1/2}N_z^{2}} \sum_{\substack{\vec{q},q_z,\\ \vec{K}_1,K_{1z},P_z}} \left[\frac{2\hbar}{M\omega(\vec{q},q_z)\left|1+\frac{\lambda}{\lambda_0'}e^{iq_z a}\right|\left|1-\frac{SI}{SI+\mu'\mathcal{H}}e^{iK_{1z}a}\right|}\right]^{\frac{1}{2}} \sin q_z a \sin K_{1z}a \times$$

$$\times\left(1-\frac{2SI}{\mu'\mathcal{H}+SI}\cos K_{1z}a\right)\left[\frac{\lambda}{\lambda_0'}J_{\vec{K}_1,P_z}\frac{iK_{1x}q_x\cos P_z a+iK_{1y}q_y\cos P_z a-P_z q_z\sin P_z a}{(q^2+q_z^2)^{1/2}}-J_{\vec{K}_1-\vec{q},P_z}\left(1+\right.\right.$$

$$\left.\left.+2\frac{\lambda}{\lambda_0'}\cos q_z a\right)\frac{i(K_{1x}-q_x)q_x\cos P_z a+i(K_{1y}-q_y)q_y\cos P_z a-P_z q_z\sin P_z a}{(q^2+q_z^2)^{1/2}}\right]\left(a^{+}_{\vec{q},q_z}+a_{-\vec{q},-q_z}\right)B^{+}_{\vec{K}_1-\vec{q},\eta}B_{\vec{K}_1,K_{1z}} \tag{61}$$

a sa površinskim fononima

$$H^{P}_{s,f} = i\frac{2S}{N^{1/2}N_z^{3/2}} \sum_{\substack{\vec{q},P_z\\ \vec{K}_1,K_{1z}}} \left[\frac{2\hbar}{M\omega(\vec{q},\rho)\left|1-\frac{SI}{\mu'\mathcal{H}+SI}e^{iK_{1z}a}\right|}\right]^{\frac{1}{2}}\left(1-\frac{2SI}{\mu'\mathcal{H}+SI}\cos K_{1z}a\right)\times$$

$$\times\sin K_{1z}a\left[J_{\vec{K}_1,P_z}\frac{q_x K_{1x}\cos P_z a+q_y K_{1y}\cos P_z a+\rho P_z\sin P_z a}{(q^2+\rho^2)^{1/2}}-e^{-\rho a}J_{\vec{K}_1,-\vec{q},P_z}\times\right.$$

$$\left.\times\frac{(K_{1x}-q_x)q_x\cos P_z a+(K_{1y}-q_y)q_y\cos P_z a+\rho P_z\sin P_z a}{(q^2+\rho^2)^{1/2}}\right]\left(a^{+}_{\vec{q},\rho}+a_{-\vec{q},\rho}\right)B^{+}_{\vec{K}_1-\vec{q},\eta}B_{\vec{K}_1,K_{1z}} \tag{62}$$

Sada je potrebno da se izračunaju matrični elementi prelaza za sledeća, već napred pomenuta, dva procesa:

a/ proces u kome se anihilira jedan zapreminski magnon a na račun toga kreira jedan površinski magnon i jedan zapreminski fonon sa inicijalnim i finalnim stanjem

$$
\begin{aligned}
|i\rangle &\equiv |1^{ZM}_{\vec{K}_1,K_{1z}}\rangle |0^{PM}\rangle |0^{ZF}\rangle \\
|f\rangle &\equiv |0^{ZM}\rangle |1^{PM}_{\vec{K}_1-\vec{q},\eta}\rangle |1^{ZF}_{\vec{q},q_z}\rangle
\end{aligned}
\tag{63}
$$

b/ gde se anihilira jedan zapreminski magnon a kreira jedan površinski magnon i jedan površinski fonon sa inicijalnim i finalnim stanjem

$$
\begin{aligned}
|i\rangle &\equiv |1^{ZM}_{\vec{K}_1,K_{1z}}\rangle |0^{PM}\rangle |0^{PF}\rangle \\
|f\rangle &\equiv |0^{ZM}\rangle |1^{PM}_{\vec{K}_1-\vec{q},\eta}\rangle |1^{PF}_{\vec{q},\rho}\rangle
\end{aligned}
\tag{64}
$$

Članovi u hamiltonijanima /jedn. (61) i (62)/ koji sadrže operatore B^+B /anihilacija fonona/ dejstvujući na inicijalna stanja /jedn. (63) i (64)/ daju nulu, tako da su matrični elementi prelaza dotičnih procesa u aproksimaciji najbližih suseda, posle usrednjavanja po P_z, oblika

$$
\langle H^{Z}_{SF}\rangle_{if} = \frac{4SI}{N^{1/2}N_z}\sqrt{\frac{2\hbar}{\left|1+\frac{\lambda}{\lambda_0'}e^{iq_za}\right|\left|1-\frac{SI}{\mu'\mathcal{H}+SI}e^{iK_{1z}a}\right|M\omega(\vec{q},q_z)}}\,\sin q_za\,\sin K_{1z}a\,\times
$$

$$
\times\left(1-\frac{2SI}{\mu'\mathcal{H}+SI}\cos K_{1z}a\right)\frac{1}{(q^2+q_z^2)^{1/2}}\left\{\frac{i}{4}\frac{\lambda}{\lambda_0'}\vec{K}_1\vec{q}-\frac{1}{2a}\frac{\lambda}{\lambda_0'}\left(\cos K_{1x}a+\cos K_{1y}a\right)q_z+\right.
$$

$$
+\frac{1}{8a}\frac{\lambda}{\lambda_0'}q_z-\frac{i}{4}\left[\vec{q}(\vec{K}_1-\vec{q})\left(1+2\frac{\lambda}{\lambda_0'}\cos q_za\right)\right]-\frac{1}{8a}q_z\left(1+2\frac{\lambda}{\lambda_0'}\cos q_za\right)+
$$

$$
\left.+\frac{1}{2a}q_z\left[\cos(K_{1x}-q_x)a+\cos(K_{1y}-q_y)a\right]\left(1+2\frac{\lambda}{\lambda_0'}\cos q_za\right)\right\}
\tag{65}
$$

i

$$\langle H^{P}_{S,F}\rangle_{if} = i\frac{4SI}{N^{1/2}N_z^{1/2}}\sqrt{\frac{2\hbar}{\left|1-\frac{SI}{\mu'\mathcal{H}+SI}e^{iK_{1z}a}\right|M\omega(\vec{q},\rho)}}\,\sin K_{1z}a\left[1-\frac{2SI}{\mu'\mathcal{H}+SI}\cos K_{1z}a\right]\times$$

$$\times\frac{1}{(q^2+\rho^2)^{1/2}}\Big\{\frac{1}{4}\vec{q}\vec{K}_1+\frac{1}{2a}\rho\left(\cos K_{1x}a+\cos K_{1y}a\right)-\frac{1}{8a}\rho-\frac{1}{2a}\rho\, e^{-\rho a}\times$$

$$\times\left[\cos(K_{1x}-q_x)a+\cos(K_{1y}-q_y)a\right]-\frac{1}{4}\vec{q}(\vec{K}_1-\vec{q})e^{-\rho a}+\frac{1}{8a}\rho\, e^{-\rho a}\Big\} \qquad (66)$$

Verovatnoće prelaza za napred navedene procese u jedinici vremena date su izrazima

$$W^{z}(\vec{q},\vec{K}_1) = \frac{2\pi}{\hbar}\left|\langle H^{z}_{S,F}\rangle_{if}\right|^2\delta\left[E^{zM}(\vec{K}_1)-E^{PM}(\vec{K}_1-\vec{q})-E^{zF}(\vec{q})\right] \qquad (67)$$

$$W^{P}(\vec{q},\vec{K}_1) = \frac{2\pi}{\hbar}\left|\langle H^{P}_{S,F}\rangle_{if}\right|^2\delta\left[E^{zM}(\vec{K}_1,i\eta)-E^{PM}(\vec{K}_1-\vec{q},i\eta)-E^{PF}(\vec{q},i\rho)\right] \qquad (68)$$

gde su E^{zM}, E^{PM} i E^{zF}, E^{PF} energije zapreminskih i površinskih magnona, odnosno, fonona.
Verovatnoće prelaza usrednjene po svim fononskim stanjima sistema opisuju se kao

$$W^{z}(\vec{K}_1,K_{1z}) = \frac{2\pi}{\hbar}\frac{NN_z a^3}{(2\pi)^3}\int_0^{Q_{max}}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2}\left|\langle H^{z}_{S,F}\rangle\right|^2\frac{1}{SI\,a^2\sin^2\theta_Q}\times$$

$$\times\frac{Q^2\sin\theta_Q\,dQ\,d\varphi_Q\,d\theta_Q}{\left\{\frac{\left[2SI\,a^2\sqrt{K_1^2+K_{1z}^2}\cos(\varphi_K-\varphi_Q)\sin\theta_K\sin\theta_Q-\hbar V_F^2\right]^2}{I^2S^2a^4\sin^4\theta_Q}+4\frac{\eta^2+a^2(K_1^2+K_{1z}^2)\cos^2\theta_K}{a^2\sin^2\theta_Q}\right\}^{\frac{1}{2}}} \qquad (69)$$

i

$$W^{P}(\vec{K}_1, K_{1z}) = \frac{2\pi}{\hbar}\cdot\frac{NN_z a^3}{(2\pi)^3}\int_0^{q_{max}}\int_0^{2\pi} q\sqrt{q^2+\rho^2}\,dq\,d\varphi_q\,\left|\langle H^{P}_{s,p}\rangle_{u}\right|^2\frac{1}{SIa^2}\,\times$$

$$\times\frac{1}{\left\{\frac{\left[2SIa^2\sqrt{K_1^2+K_{1z}^2}\,\sin\theta_K\cos(\varphi_K-\varphi_q)-\hbar V_F^{P}\right]^2}{I^2S^2a^4}+4\,\frac{\eta^2+a^2(K_1^2+K_{1z}^2)\cos^2\theta_K}{a^2}\right\}^{1/2}} \tag{70}$$

gde su V_F^{z} i V_F^{P} brzine zapreminskog, tj. površinskog fonona, (Q,θ_Q,φ_Q) i (q,φ_q) u prvom, odnosno, u drugom integralu sferne, odnosno, polarne koordinate talasnog vektora zapreminskog, tj. površinskog fonona. U drugom integralu je, umesto "normalnog" elementa zapremine, iskorišćena funkcija distribucije za slučaj kada se ima trodimenzionalni talasni vektor kod koga je jedna komponenta /z/ konstantna, tj. za slučaj kada u dugotalasnoj Debajevoj aproksimaciji umesto $q^2\sin\theta\,d\theta\,d\varphi\,dq$ treba uzeti funkciju distribucije $q\sqrt{q^2+\rho^2}\,dq\,d\varphi$, gde je $\rho = const$.
Totalne verovatnoće prelaza, tj. verovatnoće usrednjene i po svim stanjima zapreminskog magnona, date su izrazima

$$W^{z} = \frac{SIN_xN_y}{\pi^5 M}a^4\int_0^{K_{max}}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2}\frac{\sin^2K_za\left[1-\frac{2SI}{\mu'\mathcal{H}+SI}\cos K_za\right]^2}{1-\frac{2SI}{\mu'\mathcal{H}+SI}\cos K_za+\frac{S^2I^2}{(\mu'\mathcal{H}+SI)^2}}K^2\sin\theta_K\,dK\,d\theta_K\,d\varphi_K\,\times$$

$$\times\left\{\int_0^{Q_{max}}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2}F_1(Q,\theta_Q,\varphi_Q;K,\theta_K,\varphi_K)\,Q^2\,dQ\,d\theta_Q\,d\varphi_Q\right\} \tag{71}$$

i

$$W^{P}=\frac{SI\,N_xN_yN_z}{\pi^5 M}a^4\int\limits_0^{K_{max}}\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{\pi/2}\frac{\sin^2 K_z a\left[1-\frac{2SI}{\mu'\mathcal{H}+SI}\cos K_z a\right]}{1-\frac{2SI}{\mu'\mathcal{H}+SI}\cos K_z a+\frac{S^2I^2}{(\mu'\mathcal{H}+SI)^2}}K^3\sin\theta_K\,dK\,d\theta_K\,d\varphi_K\times$$

$$\times\left\{\int\limits_0^{q_{max}}\int\limits_0^{2\pi}F_2(q,\varphi_q;K,\theta_K,\varphi_K)\,q\sqrt{q^2+\rho^2}\,dq\,d\varphi_q\right\}\qquad(72)$$

gde je

$$F_1(Q,\theta_Q,\varphi_Q;K,\theta_K,\varphi_K)=\frac{\sin^2(Qa\cos\theta_Q)}{\sin\theta_Q\left|1+\frac{\lambda}{\lambda_0'}e^{iQa\cos\theta_Q}\right|\omega(Q,\theta_Q,\varphi_Q)}$$

$$\times\frac{1}{Q^2\left\{\frac{\left[2SIa^2K\cos(\varphi_K-\varphi_Q)\sin\theta_K\sin\theta_Q-\hbar V_t^2\right]^2}{S^2I^2\sin^2\theta_Q}+4a^2(\eta^2a^4+K^2a^4\cos^2\theta_K)\right\}^{1/2}}\times$$

$$\times\left|\frac{Q}{2a}\frac{\lambda}{\lambda_0'}\cos\theta_Q\left[\frac{1}{4}-\cos(Ka\sin\theta_K\sin\theta_Q)-\cos(Ka\sin\theta_K\sin\varphi_K)\right]+\right.$$

$$+\frac{Q\cos\theta_Q}{2a}\left[1+2\frac{\lambda}{\lambda_0'}\cos(Qa\cos\theta_Q)\right]\left[\cos(Ka\sin\theta_K\cos\varphi_K-Qa\sin\theta_Q\sin\varphi_Q)+\right.$$

$$+\cos\left(Ka\sin\theta_K\sin\varphi_K-Qa\sin\theta_Q\sin\varphi_Q-\frac{1}{4}\right)+\frac{i}{4}\left[\frac{\lambda}{\lambda_0'}(KQ\sin\theta_K\sin\theta_Q\cos\varphi_K\cos\varphi_Q+\right.$$

$$+KQ\sin\theta_K\sin\theta_Q\sin\varphi_K\sin\varphi_Q)-Q\sin\theta_Q\cos\varphi_Q(K\sin\theta_K\cos\varphi_K-Q\sin\theta_Q\cos\varphi_Q)-$$

$$\left.-Q\sin\theta_Q\sin\varphi_Q(K\sin\theta_K\sin\varphi_K-Q\sin\theta_Q\sin\varphi_Q)\right]\left[1+2\frac{\lambda}{\lambda_0'}\cos(Qa\cos\theta_Q)\right]\right|^2\qquad(73)$$

a

$$F_2(q,\varphi_q;K,\theta_K,\varphi_K)=\frac{1}{(q^2+\rho^2)\cdot\omega(q,\varphi_q,i\rho)}\times$$

$$\times\frac{1}{\left\{\frac{[2SIa^2K\cos\theta_K\cos(\varphi_K-\varphi_q)-\hbar V_F']^2}{S^2I^2}+a^4(\eta^2+K^2\cos^2\theta_K)\right\}^{1/2}}\times$$

$$\times\left|\frac{\rho}{2a}\left[\cos(Ka\sin\theta_K\cos\varphi_K)+\cos(Ka\sin\theta_K\sin\varphi_K)-\frac{1}{4}\right]+\frac{1}{4}(qK\times\right.$$

$$\times\cos\varphi_q\sin\theta_K\cos\varphi_K+qK\sin\varphi_q\sin\theta_K\sin\varphi_K)-\frac{\rho e^{-\rho a}}{2a}\left[\cos(Ka\times\right.$$

$$\times\sin\theta_K\sin(\tfrac{\pi}{2}-\varphi_K)-qa\cos\varphi_q)+\cos(Ka\sin\theta_K\sin\varphi_K-qa\sin\varphi_q)\Big]+$$

$$+\frac{\rho e^{-\rho a}}{8a}-\frac{1}{4}\Big[q\cos\varphi_q(K\sin\theta_K\cos\varphi_K-q\cos\varphi_q)+q\sin\varphi_q\times$$

$$\left.\times(K\sin\theta_K\sin\varphi_K-q\sin\varphi_q)\Big]e^{-\rho a}\right|^2 \qquad (74)$$

Odnos verovatnoća ovih dvaju procesa, pošto su integrali veličine približno istog reda, je

$$\frac{W'}{W^2}\simeq N_z \qquad (75)$$

što znači da je proces prebacivanja magnetne energije na površinu kristala daleko verovatniji ako u njemu učestvuju površinski fononi.

3.3 SREDNJI SLOBODNI PUT POVRŠINSKOG MAGNONA U POLUBESKONAČNOM FEROMAGNETIKU

U ovom paragrafu izučava se srednji slobodni put magnona izmedju dva sudara sa fononima rešetke, koji je, izmedju ostalog,odgovoran za migracije magnetne energije kroz kristal. Ovaj tretman je od posebne važnosti za polubeskonačan kristal. Interakcija zapreminskih magnona sa zapreminskim fononima definiše srednji slobodni put magnona u unutrašnjosti kristala, dok interakcija površinskih magnona sa površinskim fononima definiše srednji slobodni put magnona na površini feromagnetnog kristala. Diskutovanjem srednjih slobodnih putanja magnona mogu se izvesti odredjeni zaključci o načinu migracije magnetne energije kroz kristal.

I kao prvo posmatra se površina feromagneta.

Ukupni hamiltonijan interakcije površinskih magnona /PM/ sa "gasom" površinskih /PF/ i zapreminskih /ZF/ fonona je

$$H_{SF}^{PM} = H_{S,F}^{PM-PF} + H_{S,F}^{PM-ZF} \tag{76}$$

dakle, sastavljen je iz dva dela: prvi označava interakciju sa površinskim, a drugi sa zapreminskim fononima.

3.3-1 Interakcija površinski magnon - površinski fonon

Kako je koncentracija površinskih magnona, odnosno, fonona, najveća na površini kristala i kako eksponencijalno opada sa porastom dubine kristala /tj. praktično su svi skoncentrisani na površini kristala/, hamiltonijan ove interakcije dobija se polazeći od izraza /jedn. (56)/ za opšti hamiltonijan spin-fonon interakcije, stavljajući: $n_z = m_z = 0$, odnosno, zamenjujući odgovarajuće izraze za gradijent integrala izmene /jedn. (58.1)/, za zakon transformacije /prelaz u k-prostor/ površinskog magnona /jedn. (58.2)/ i za fononski pomeraj površinskog tipa, napisan za longitudinalnu granu fonona /*/- /jedn. (60)/, koji su napred izračunati, u tu polaznu jednačinu, tako da ona dobija sledeći izgled

$$H_{s,F}^{PM-PF} = i\frac{S}{N^{1/2}N_z}\sum_{\vec{K},\vec{q},p_z}\sqrt{\frac{\hbar}{M\omega(\vec{q},i\rho)}}\frac{1}{\sqrt{q^2+\rho^2}}\Big\{\vec{K}\vec{q}\big[J(\vec{K}+\vec{q},p_z)-$$

$$-J(\vec{K},p_z)\big]+\frac{1}{2}q^2\big[2J(\vec{K}+\vec{q},p_z)-J(\vec{q},p_z)-J(-\vec{q},p_z)\big]\Big\}\times$$

$$\times\left(a_{\vec{q},i\rho}+a^{+}_{-\vec{q},i\rho}\right)B^{+}_{\vec{K}+\vec{q},i\eta}B_{\vec{K},i\eta} \tag{77}$$

3.3-2 Interakcija površinski magnon - zapreminski fonon

Da bi se izračunao hamiltonijan ove interakcije polazi se, takodje, od izraza /jedn. (56)/ za opšti hamiltonijan spin-fonon interakcije, uzimajući u obzir da se aproksimativno može staviti $n_z=m_z=0$ jer površinski magnoni interaguju sa zapreminskim fononima koji se nalaze u površinskim slojevima kristala /aproksimacija najbližih suseda/ i uvrštavaju se izrazi za gradijent integrala izmene /jedn. (58.1)/, zakon transformacije površinskih magnona /jedn. (58.2)/ i fononski pomeraj /jedn. (59)/, a to izgleda ovako:

/*/-interakcija površinskog magnona sa longitudinalnom granom fonona je mnogo veća od interakcija sa transverzalnim fononskim granama, tako da će u računima eksplicitno figurisati samo interakcija magnona sa longitudinalnom granom fonona /iz [2]/

Primedba: $\vec{K}$ i $\vec{q}$ su dvodimezionalni talasni vektori /ovde u XOY ravni/ , a $N=N_xN_y$.

$$H^{PM-ZF}_{s,F} = i\frac{S}{N^{1/2}N_z^{3/2}}\sum_{\vec{K},\vec{q},q_z,p_z}\sqrt{\frac{\hbar}{\left|1+\frac{\lambda}{\lambda_0'}e^{iq_za}\right|M\omega(\vec{q},q_z)}}\,\frac{\lambda}{\lambda_0'}\,\frac{\sin q_z a}{\sqrt{q^2+\rho^2}}\,\cdot$$

$$\times\left\{\vec{K}\vec{q}\left[J(\vec{K}+\vec{q},p_z)-J(\vec{K},p_z)\right]+\frac{1}{2}q^2\left[2J(\vec{K}+\vec{q},p_z)-J(\vec{q},p_z)-\right.\right.$$

$$\left.\left.-J(-\vec{q},p_z)\right]\right\}\left(a_{\vec{q},q_z}+a^+_{-\vec{q},q_z}\right)B^+_{\vec{K}+\vec{q},i\eta}B_{\vec{K},i\eta} \qquad (78)$$

* * *

Ako se uporede izrazi za hamiltonijane interakcija površinskog magnona sa površinskim fononom /jedn. (77)/ i sa zapreminskim fononom /jedn. (78)/ vrlo lako se može izvršiti gruba procena njihovog odnosa: prvi je proporcionalan sa N_z^{-1} a drugi sa $N_z^{-3/2}\,\frac{\lambda}{\lambda_0'}\sin q_z a$, tj.

$$\frac{H^{PM-PF}_{s,F}}{H^{PM-ZF}_{s,F}} \sim \frac{\lambda_0'}{\lambda}\,\frac{N_z^{1/2}}{\sin q_z a}$$

što, jednostavno, dovodi do zaključka da se $H^{PM-ZF}_{s,F}$ u izrazu /jedn. (76)/ može zanemariti u odnosu na $H^{PM-PF}_{s,F}$ /*/.

/*/- N_z je reda veličine 10^8, $\frac{\lambda}{\lambda_0'}$ istog reda veličine, a $\sin q_z a \leq 1$.

Zbog toga se može napisati $H^{PM-PF}_{s,F} \sim 10^4\, H^{PM-ZF}_{s,F}$ da je interakcija površinski magnon-površinski fonon bar 4 reda veličine puta veća /ili jača/ od interakcije površinski magnon-površinski fonon.

Za dalja izračunavanja uzeto je $H^{PM} = H^{PM-PF}$.

3.3-3 Srednji slobodni put površinskog magnona

Za proces apsorpcije /A/ površinskog fonona inicijalna i finalna stanja su

$$
\begin{aligned}
&|0_{\vec{k}+\vec{q},i\eta}\rangle |1_{\vec{k},i\eta}\rangle |n_{\vec{q},i\rho}\rangle \equiv |i\rangle_A \\
&|1_{\vec{k}+\vec{q},i\eta}\rangle |0_{\vec{k},i\eta}\rangle |n_{\vec{q},i\rho}-1\rangle \equiv |f\rangle_A
\end{aligned}
\tag{79}
$$

a za proces emisije /E/ površinskog fonona

$$
\begin{aligned}
&|0_{\vec{k}+\vec{q},i\eta}\rangle |1_{\vec{k},i\eta}\rangle |n_{-\vec{q},i\rho}\rangle \equiv |i\rangle_E \\
&|1_{\vec{k}+\vec{q},i\eta}\rangle |0_{\vec{k},i\eta}\rangle |n_{-\vec{q},i\rho}+1\rangle \equiv |f\rangle_E
\end{aligned}
\tag{80}
$$

Matrični elementi ovih prelaza / $\alpha \triangleq \langle f|H|i\rangle$ / biće
-za apsorpciju fonona

$$
\alpha_A^P = \frac{iS}{N^{1/2}N_z} \sum_{\rho_z} \sqrt{\frac{\hbar}{M\omega(\vec{q},i\rho)}} \frac{1}{\sqrt{q^2+\rho^2}} \Big\{ q^2 \Big[J(\vec{k}+\vec{q},\rho_z) - \frac{1}{2} J(\vec{q},\rho_z) -
$$

$$
- \frac{1}{2} J(-\vec{q},\rho_z)\Big] + \vec{k}\vec{q} \Big[J(\vec{k}+\vec{q},\rho_z) - J(\vec{k},\rho_z)\Big] \Big\} \sqrt{n_{\vec{q},i\rho}} \tag{81}
$$

-za emisiju fonona

$$
\alpha_E^P = -\frac{iS}{N^{1/2}N_z} \sum_{\rho_z} \sqrt{\frac{\hbar}{M\omega(\vec{q},i\rho)}} \frac{1}{\sqrt{q^2+\rho^2}} \Big\{ q^2 \Big[J(\vec{k}+\vec{q},\rho_z) - \frac{1}{2} J(\vec{q},\rho_z) -
$$

$$
- \frac{1}{2} J(-\vec{q},\rho_z)\Big] + \vec{k}\vec{q} \Big[J(\vec{k}+\vec{q},\rho_z) - J(\vec{k},\rho_z)\Big] \Big\} \sqrt{n_{-\vec{q},i\rho}+1} \tag{82}
$$

U aproksimaciji najbližih suseda i malih talasnih vektora izrazi za matrične elemente prelaza / jedn. (81) i (82) / dobijaju ovaj izgled:

$$\alpha_A^p = -i\frac{2SI}{N^{1/2}}a^3\sqrt{\frac{\hbar}{MV_F^p}}\frac{1}{(q^2+\rho^2)^{3/4}}\Big[q^2\big(\tfrac{1}{2}K^2+\vec{K}\vec{q}\big)+$$

$$+\vec{K}\vec{q}\big(\tfrac{1}{2}q^2+\vec{K}\vec{q}\big)\Big]\sqrt{n_{\vec{q},i\rho}} \tag{83}$$

$$\alpha_E^p = i\frac{2SI}{N^{1/2}}a^3\sqrt{\frac{\hbar}{MV_F^p}}\frac{1}{(q^2+\rho^2)^{3/4}}\Big[q^2\big(\tfrac{1}{2}K^2+\vec{K}\vec{q}\big)+$$

$$+\vec{K}\vec{q}\big(\tfrac{1}{2}q^2+\vec{K}\vec{q}\big)\Big]\sqrt{n_{\vec{q},i\rho}+1} \tag{84}$$

gde je V_F^p - brzina površinskih fonona. U ovim formulama aproksimativno je uzeto da je energija fonona $\omega(\vec{q},i\rho)=V_F^p\sqrt{q^2+\rho^2}$ /dugotalasna aproksimacija/.

Vreme relaksacije definiše se kao [17] :

$$\frac{1}{\tau}=\sum_{\vec{q}}V_1V_2 \tag{85}$$

gde je $V_1=\frac{\text{BROJ META}}{\text{BROJ PROJEKTILA}}=\frac{\text{FUNKCIJA DISTRIBUCIJE FONONA}}{\text{FUNKCIJA DISTRIBUCIJE MAGNONA}}\equiv\frac{g(\vec{q},i\rho)}{g(\vec{K},i\eta)}$

i $V_2=P_E+P_A$, a

$$P_E=\frac{2\pi}{\hbar}|\alpha_E^p|^2\delta(E_E^f-E_E^i)$$

$$P_A=\frac{2\pi}{\hbar}|\alpha_A^p|^2\delta(E_A^f-E_A^i)$$

verovatnoće za emisiju, odnosno, apsorpciju fonona.
Funkcija distribucije fonona u dugotalasnoj Debajevoj aproksimaciji /slučaj kada je talasni vektor trodimenzionalan, ali sa jednom /z/ konstantnom komponentom/ je

$$g(\vec{q},i\rho)=4\pi q\sqrt{q^2+\rho^2} \tag{86}$$

tako da je $$V_1 = \frac{q\sqrt{q^2+\rho^2}}{K\sqrt{K^2+\eta^2}}$$

Posle ovoga izraz za vreme relaksacije /jedn. (85)/ se može napisati u obliku /*/

$$\frac{1}{\tau} = \left(\frac{1}{\tau}\right)_A + \left(\frac{1}{\tau}\right)_E$$

gde su vremena za apsorpciju i emisiju površinskog fonona

$$\left.\begin{aligned} \left(\frac{1}{\tau}\right)_A^p &= \frac{2\pi}{\hbar}\sum_{\vec{q}} \frac{q\sqrt{q^2+\rho^2}}{K\sqrt{K^2+\eta^2}} |\alpha_A^p|^2 \delta(E_A^f - E_A^i) \\ \left(\frac{1}{\tau}\right)_E^p &= \frac{2\pi}{\hbar}\sum_{\vec{q}} \frac{q\sqrt{q^2+\rho^2}}{K\sqrt{K^2+\eta^2}} |\alpha_E^p|^2 \delta(E_E^f - E_E^i) \end{aligned}\right\} \quad (87)$$

U procesu apsorpcije energije inicijalnog i finalnog stanja su

$$\left.\begin{aligned} E_A^i &= n_{\vec{q},i\rho}\,\omega(\vec{q},i\rho)\hbar + S[\mathcal{J}(0) - \mathcal{J}(\vec{K},i\eta)] \\ E_A^f &= (n_{\vec{q},i\rho}-1)\,\omega(\vec{q},i\rho)\hbar + S[\mathcal{J}(0) - \mathcal{J}(\vec{K}+\vec{q},i\eta)] \end{aligned}\right\} (88)$$

Prvi sabirak čini energija fonona, a drugi energija magnona. U aproksimaciji malih talasnih vektora i najbližih suseda

$$\mathcal{J}(\vec{K},i\eta) = 6I - \frac{\hbar}{2m^*}|\vec{K},i\eta|^2$$

gde je m^* - efektivna masa magnona [15]

$$m^* = \frac{\hbar^2}{2SIa^2}$$

/*/ ovde, kao i u daljem tekstu, govori se o vremenu relaksacije mada se, zapravo, misli i pišu izrazi za recipročnu vrednost ovog vremena. Slična situacija imaće se kasnije kod izračunavanja srednjeg slobodnog puta magnona.

Razlika enerija inicijalnog i finalnog stanja je

$$f(\varphi) = E^f_A - E^i_A = \frac{\hbar^2}{2m^*}\left(q^2 + 2Kq\cos\varphi\right) - V^p_f\,\hbar\sqrt{q^2+\rho^2}$$

S obzirom na transformacioni izraz

$$\delta(E^f_A - E^i_A) \equiv \delta(f) = \sum_i \frac{\delta(\varphi-\varphi_i)}{\left(\frac{df}{d\varphi}\right)_{\varphi=\varphi_i}} \tag{89}$$

gde su φ_i koreni funkcije $f(\varphi)$:

za $f(\varphi)=0$

$$\cos\varphi = \frac{V^p_f\,\hbar\sqrt{q^2+\rho^2} - \frac{\hbar^2}{2m^*}q^2}{\frac{\hbar^2}{m^*}Kq}$$

tj.

$$\varphi = \arccos\frac{2V^p_f m^*\sqrt{q^2+\rho^2} - \hbar q^2}{2\hbar Kq} \tag{90}$$

δ-funkcija /jedn. (89)/ prelazi u

$$\delta[f(\varphi)] = \delta(E^f_A - E^i_A) = \frac{\delta\left(\varphi - \arccos\frac{2V^p_f m^*\sqrt{q^2+\rho^2}-\hbar q^2}{2\hbar Kq}\right)}{\left|\frac{\hbar}{m^*}Kq\sin\arccos\frac{2V^p_f m^*\sqrt{q^2+\rho^2}-\hbar q^2}{2\hbar Kq}\right|} \tag{91}$$

Za fonone, uostalom kao i za magnone, važi Boze-Ajnštajnova statistika, pa se broj fonona izračunava prema Plankovoj formuli [16]

$$n_{q,\varphi} = \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega(q,\varphi)}{k_B T}}-1} = \frac{1}{e^{\frac{V^p_f\hbar\sqrt{q^2+\rho^2}}{\theta}}-1} \tag{92}$$

Ako se sada izrazi /jedn. (91) i (92)/ zamene u /jedn. (87)/ i još predje sa sume na integral

$$\sum_{q} = \sum_{q_x,q_y} \longrightarrow \frac{Na^2}{(2\pi)^2}\,2\pi\int_{q_{min}}^{q_{max}} q\,dq \quad , \quad N = N_x N_y \tag{93}$$

onda se dobije vreme relaksacije procesa apsorpcije površinskog fonona

$$\left(\frac{1}{\tau}\right)^{p}_{A} = \frac{2S^2I^2a^4m^*}{MV_F^p\tilde{u}K^2\hbar\sqrt{K^2+\eta^2}}\int_{q_{min}}^{q_{max}}\frac{q\,dq}{q^2+\rho^2}\Big[\left(\frac{2m^*V_F^p\sqrt{q^2+\rho^2}-\hbar q^2}{2\hbar}\right)^4+$$

$$+2q^2\left(\frac{2m^*V_F^p\sqrt{q^2+\rho^2}-\hbar q^2}{2\hbar}\right)^3+q^2\left(\frac{9}{4}q^2+qK+K^2\right)\left(\frac{2m^*V_F^p\sqrt{q^2+\rho^2}-\hbar q^2}{2\hbar}\right)^2+$$

$$+3K^2q^4\frac{2m^*V_F^p\sqrt{q^2+\rho^2}-\hbar q^2}{2\hbar}+\frac{K^4}{4}\Big]\frac{1}{e^{\frac{V_F^p\hbar\sqrt{q^2+\rho^2}}{\theta}}-1}\cdot\frac{1}{\left|\sin\arccos\frac{2m^*V_F^p\sqrt{q^2+\rho^2}-\hbar q^2}{2\hbar Kq}\right|} \tag{94}$$

Na ovaj način, strogo govoreći, uzeti su u obzir samo procesi koji se odigravaju na površini kristala, dok su procesi apsorpcije /kao i kasnije,i emisije/ fonona koji se odigravaju ispod površine, tj. u zapremini kristala, zanemareni; pri tome je upotrebljena funkcija distribucije $2\tilde{u}q\,dq$ kao za idealni dvodimenzionalni list.

Potpuno isti rezoni se primenjuju i kod izražavanja vremena relaksacije procesa emisije fonona.
Energije inicijalnog i finalnog stanja su

$$\left.\begin{aligned} E_E^i &= n_{-\vec{q},\varphi}\,\omega(-\vec{q},\varphi)\hbar + S[J(0)-J(\vec{k},\eta)] \\ E_E^f &= (n_{-\vec{q},\varphi}+1)\,\omega(-\vec{q},\varphi)\hbar + S[J(0)-J(\vec{k}+\vec{q}),\eta)] \end{aligned}\right\} \tag{95}$$

Posle niza transformacionih radnji, koje su identične onima iz /jedn. (90), (91) i (92)/ jer je $n_{-\vec{q},\varphi}=n_{\vec{q},\varphi}$ dobija se:

$$\left(\frac{1}{\tau}\right)^{p}_{E} = \frac{2S^2I^2a^4m^*}{M\tilde{u}K^2\hbar V_F^p\sqrt{K^2+\eta^2}}\int_{q_{min}}^{q_{max}}\frac{q\,dq}{q^2+\rho^2}\Big[\left(\frac{2m^*V_F^p\sqrt{q^2+\rho^2}-\hbar q^2}{2\hbar}\right)^4+$$

$$+2q^2\left(\frac{2m^*V_F^p\sqrt{q^2+\rho^2}-\hbar q^2}{2\hbar}\right)^3+q^2\left(\frac{9}{4}q^2+qK+K^2\right)\left(\frac{2m^*V_F^p\sqrt{q^2+\rho^2}-\hbar q^2}{2\hbar}\right)^2+$$

$$+3K^2q^4\frac{2m^*V_F^p\sqrt{q^2+\rho^2}-\hbar q^2}{2\hbar}+\frac{K^4}{4}\Bigg]\left(\frac{1}{e^{\frac{V_F^p\hbar\sqrt{q^2+\rho^2}}{\theta}}-1}+1\right)\frac{1}{\left|\sin\arccos\frac{2m^*V_F^p\sqrt{q^2+\rho^2}-\hbar q^2}{2\hbar Kq}\right|} \tag{96}$$

Ukupno vreme relaksacije u procesu interakcije površinskog magnona sa "gasom" fonona jednak je /prema jedn. (86)/

$$\left(\frac{1}{\tau}\right)^{PM}=\frac{2S^2I^2a^6m^*}{MV_F^p\pi K^2\hbar\sqrt{K^2+\eta^2}}\int_{q_{min}}^{q_{max}}\frac{q\,dq}{q^2+\rho^2}\Bigg[\left(\frac{2m^*V_F^p\sqrt{q^2+\rho^2}-\hbar q^2}{2\hbar}\right)^4+2q^2\times$$

$$\times\left(\frac{2m^*V_F^p\sqrt{q^2+\rho^2}-\hbar q^2}{2\hbar}\right)^3+q^2\left(\frac{9}{4}q^2+qK^2+K^2\right)\left(\frac{2m^*V_F^p\sqrt{q^2+\rho^2}-\hbar q^2}{2\hbar}\right)^2+3K^2q^4\times$$

$$\times\frac{2m^*V_F^p\sqrt{q^2+\rho^2}-\hbar q^2}{2\hbar}+\frac{K^4}{4}\Bigg]\left(\frac{2}{e^{\frac{V_F^p\hbar\sqrt{q^2+\rho^2}}{\theta}}-1}+1\right)\frac{1}{\left|\sin\arccos\frac{2m^*V_F^p\sqrt{q^2+\rho^2}-\hbar q^2}{2\hbar Kq}\right|} \tag{97}$$

Slobodni put magnona u ovoj interakciji izražava se kao

$$\frac{1}{\lambda_{PM}}=\frac{1}{V_M}\left(\frac{1}{\tau}\right)^{PM} \tag{98}$$

gde je V_M - brzina magnona, data izrazom [15] : $V_M=\frac{\hbar\sqrt{K^4+\eta^4}}{m^*}$

Srednji slobodni put dobiće se ako se izvrši sumiranje izraza /jedn. (98)/ po svim magnonskim stanjima, t.j.

$$\overline{\frac{1}{\lambda_{PM}}}=\frac{1}{NN_z}\sum_{\vec{k}}\frac{1}{V_M}\left(\frac{1}{\tau}\right)^{PM} \tag{99}$$

Prelaskom sa sume na integral na način /jedn. (93)/ i zamenjivanjem izraza za $\left(\frac{1}{\tau}\right)^{PM}$ i V_M dobija se konačan izraz za srednji slobodni put površinskog magnona u polubeskonačnom feromagnetiku

$$\overline{\frac{1}{\lambda_{PM}}} = \frac{S^2 I^2 a^9 m^{*2}}{4 M V_F^P \pi^4 \hbar^2} N_z \int_K \int_{\varphi_K} \int_q \frac{q\,dq\,dK\,d\varphi_K}{K^2(K^2+\eta^2)(q^2+\rho^2)} \Big[\left(\frac{2m^* V_F^P \sqrt{q^2+\rho^2} - \hbar q^2}{2\hbar}\right)^4 +$$

$$+ 2q^2 \left(\frac{2m^* V_F^P \sqrt{q^2+\rho^2} - \hbar q^2}{2\hbar}\right)^3 + q^2\left(\frac{9}{4}q^2 + qK + K^2\right)\left(\frac{2m^* V_F^P \sqrt{q^2+\rho^2} - \hbar q^2}{2\hbar}\right)^2 + 3K^2 q^4 \times$$

$$\times \frac{2m^* V_F^P \sqrt{q^2+\rho^2} - \hbar q^2}{2\hbar} + \frac{K^4}{4} \Big] \left(\frac{2}{e^{\frac{V_F^P \hbar \sqrt{q^2+\rho^2}}{\theta}} - 1} + 1 \right) \frac{1}{\left| \sin \arccos \frac{2m^* V_F^P \sqrt{q^2+\rho^2} - \hbar q^2}{2\hbar K q} \right|} \qquad (100)$$

Granice integracije za promenljive K, q i φ_K odredjuju se iz uslova /jedn. (90)/ da kosinusna funkcija može uzimati vrednosti izmedju -1 i +1 tj.

$$-1 \leq \frac{2m^* V_F^P \sqrt{q^2+\rho^2} - \hbar q^2}{2\hbar K q} \leq 1$$

odakle

$$K \in \left\{ \frac{m^* V_F^P}{\hbar} \sqrt{1+\frac{\rho^2}{q^2}} - \frac{q^2}{2} ; \infty \right\} \quad i \quad \left\{ \frac{q^2}{2} - \frac{m^* V_F^P}{\hbar} \sqrt{1+\frac{\rho^2}{q^2}} ; \infty \right\}$$

$$q \in \left\{ 0 ; \frac{m^* V_F^P}{\hbar} \left[2 \sqrt{\left(\frac{m^* V_F^P}{\hbar}\right)^2 - \rho^2} \right]^{1/2} \right\} \quad i \quad \left\{ \frac{m^* V_F^P}{\hbar} \left[2 \sqrt{\left(\frac{m^* V_F^P}{\hbar}\right)^2 - \rho^2} \right] ; \infty \right\} \qquad (101)$$

$$\varphi_K \in \left\{ 0 ; 2\pi \right\}$$

3.4 SREDNJI SLOBODNI PUT ZAPREMINSKOG MAGNONA U POLUBESKONAČNOM FEROMAGNETIKU

Zapreminski magnon /ZM/ može da interaguje kako sa zapreminskim /ZF/ tako i sa površinskim /PF/ fononom, pa je hamiltonijan interakcije zapreminskog magnona sa "gasom" fonona sastavljen, ustvari, iz dva dela:

$$H^{ZM}_{SF} = H^{ZM-ZF}_{S,F} + H^{ZM-PF}_{S,F} \tag{102}$$

3.4-1 Interakcija zapreminski magnon - zapreminski fonon

Hamiltonijan ove interakcije dobija se ako se podje od izraza /jedn. (56)/ za opšti hamiltonijan spin-fonon interakcije i zameni u njega:

- fononski pomeraj /jedn. (59)/,
- zakon transformacije zapreminskog magnona /jedn. (58.3)/ i
- gradijent integrala izmene /jedn. (58.1)/.

$$H^{ZM-ZF}_{S,F} = \frac{S}{8N^{1/2}N_z^{1/2}} \sum_{\substack{\vec{k},\vec{q}\\ k_z,q_z}} \sqrt{\frac{\hbar}{M\omega(\vec{q},q_z)}} \frac{1}{|1+\Lambda\alpha||1-\beta|} \frac{\vec{q}+q_z\vec{e}_z}{\sqrt{q^2+q_z^2}} \left\{ \frac{1}{|1-\alpha\beta|} \times \right.$$

$$\times \Big[(\zeta-\zeta^*)(\vec{k}+k_z\vec{e}_z)\Big(J_{\substack{\vec{k}\\ k_z}} - J_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ k_z+q_z}} \Big) - (\zeta-\zeta^*)(\vec{q}+q_z\vec{e}_z)\, J_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ k_z+q_z}} - 2\zeta k_z\vec{e}_z \times$$

$$\times \Big(J_{\substack{\vec{k}\\ k_z}} - J_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ k_z+q_z}} \Big) + 2\zeta q_z\vec{e}_z\, J_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ k_z+q_z}} + \frac{1}{2}(\zeta-\zeta^*)(\vec{q}-q_z\vec{e}_z)\, J_{\substack{-\vec{q}\\ q_z}} - \frac{1}{2}(\zeta+\zeta^*) \times$$

$$\times\, q_z\vec{e}_z\, J_{q_z} \Big] B^{+}_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ k_z+q_z}} + \frac{1}{|1-\alpha^*\beta|} \Big[2\eta^* q_z\vec{e}_z\, J_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ k_z-q_z}} + 2\eta k_z\vec{e}_z \Big(J_{\substack{\vec{k}\\ k_z}} - J_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ k_z-q_z}} \Big) +$$

$$+(\eta-\eta^{*})(\vec{q}+q_z\vec{e}_z)\, J_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ k_z-q_z}} -(\eta-\eta^{*})(\vec{k}+k_z\vec{e}_z)(J_{\substack{\vec{k}\\ k_z}} - J_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ k_z-q_z}}) - \frac{1}{2}(\eta-\eta^{*})(\vec{q}+$$

$$+q_z\vec{e}_z)\, J_{\substack{-\vec{q}\\ q_z}} - \frac{1}{2}(\eta+\eta^{*})\, q_z\vec{e}_z\, J_{q_z}\Big]\, B^{+}_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ k_z+q_z}} + \frac{1}{|1-\alpha\beta^{*}|}\Big[(\eta-\eta^{*})(\vec{k}+k_z\vec{e}_z)\times$$

$$\times(J_{\substack{\vec{k}\\ k_z}} - J_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ q_z-k_z}}) - (\eta-\eta^{*})(\vec{q}+q_z\vec{e}_z)\, J_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ q_z-k_z}} - 2\eta\, k_z\vec{e}_z\,(J_{\substack{\vec{k}\\ k_z}} - J_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ q_z-k_z}}) - 2\eta^{*}\times$$

$$\times q_z\vec{e}_z\, J_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ q_z-k_z}} + \frac{1}{2}(\eta-\eta^{*})(\vec{q}+q_z\vec{e}_z)\, J_{\substack{-\vec{q}\\ q_z}} + \frac{1}{2}(\eta+\eta^{*})\, q_z\vec{e}_z\, J_{q_z}\Big]\, B^{+}_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ q_z-k_z}} \Big\}\times$$

$$\times B_{\substack{\vec{k}\\ k_z}}\,(a_{\substack{\vec{q}\\ q_z}} + a^{+}_{\substack{-\vec{q}\\ -q_z}}) \tag{103}$$

gde su

$$\zeta \equiv \zeta(\alpha,\beta) = (1+\Lambda\alpha^{*})(1-\alpha\beta)(1-\beta^{*})$$

$$\eta \equiv \eta(\alpha,\beta) = (1+\Lambda\alpha)(1-\alpha^{*}\beta)(1-\beta^{*})$$

$$\alpha \equiv \alpha(q_z) = e^{iq_z a}\ ; \quad \beta \equiv \beta(k_z) = \frac{SI}{SI+\mu'\mathcal{H}}\, e^{-ik_z a} \quad \text{i} \quad \Lambda = \frac{\lambda}{\lambda_0'}$$

3.4-2 Interakcija zapreminski magnon - površinski fonon

Hamiltonijan ove interakcije dobija se polazeći, opet, od opšteg izraza za hamiltonijan spin-fonon interakcije /jedn. (56)/ stavljajući, uslovno, $n_z=m_z=0$ /aproksimacija/ za fononske članove, i zamenjujući izraze za:

- fononski pomeraj /jedn. (60)/,
- gradijent integrala izmene /jedn. (58.1)/ i
- zakon transformacije zapreminskog magnona /jedn. (58.3)/.

$$H^{ZM-PF}_{S,F} = i\frac{S}{N^{3/2}N_z^2}\sum_{\substack{\vec{q},p_z\\ \vec{k},k_z,k_z'}}\sqrt{\frac{\hbar}{M\omega(\vec{q},\nu p)}}\sqrt{\frac{4}{\left|1-\frac{2SI}{\mu'\mathcal{H}}e^{ik_z'a}\right|\left|1-\frac{2SI}{\mu'\mathcal{H}}e^{ik_za}\right|}}\times$$

$$\times\frac{S^2I^2}{\mu'^2\mathcal{H}^2}\frac{\sin k_z'a\,\sin k_za}{\sqrt{q^2+p^2}}\left\{(\vec{k}+\vec{q})\vec{q}\,J_{(\vec{k}+\vec{q},p_z)}-\vec{k}\vec{q}\,J_{(\vec{k},p_z)}-\frac{1}{2}q^2\left[J_{(-\vec{q},p_z)}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+J_{(\vec{q},p_z)}\right]\right\}\left(a_{\vec{q},\nu p}+a^{+}_{-\vec{q},\nu p}\right)B^{+}_{\vec{k}+\vec{q},k_z'}B_{\vec{k},k_z} \qquad (104)$$

* * *

Ako se uporede izrazi za hamiltonijane spin-fonon interakcije zapreminskog magnona sa zapreminskim /jedn. (103)/ i površinskim /jedn. (104)/ fononom može se zaključiti da je $H^{ZM-PF}_{S,F}$ daleko manji i zanemariv u odnosu na $H^{ZM-ZF}_{S,F}$, tj.

$$\frac{H^{ZM-ZF}_{S,F}}{H^{ZM-PF}_{S,F}} = \frac{N_z^{3/2}}{\sin k_z'a\,\sin k_za} \qquad /^*/$$

3.4-3 Srednji slobodni put zapreminskog magnona

Proces apsorpcije jednog fonona opisuje se inicijal-

/*/ N_z - je reda veličine 10^8 a $|\sin k_z(k_z')a|\leq 1$, pa je

$$H^{ZM-ZF}_{S,F} \sim 10^{12}\, H^{ZM-PF}_{S,F}$$

interakcija zapreminski magnon - zapreminski fonon bar 12 redi veličine puta jača od interakcije zapreminski magnon - površinski fonon. Za dalji račun se, zbog toga, uzima $H^{ZM}_{S,F} = H^{ZM-ZF}_{S,F}$.

nim i finalnim stanjem oblika:

$$
\begin{aligned}
|i\rangle_A &\equiv |0^{zM}\rangle|1^{zM}_{\vec{k},k_z}\rangle|n^{zF}_{\vec{q},q_z}\rangle \\
|f\rangle_A &\equiv |1^{zM}_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ k_z+q_z}}\rangle|0^{zM}_{\vec{k},k_z}\rangle|n^{zF}_{\vec{q},q_z}-1\rangle + \\
&+ |1^{zM}_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ k_z-q_z}}\rangle|0^{zM}_{\vec{k},k_z}\rangle|n^{zF}_{\vec{q},q_z}-1\rangle + \\
&+ |1^{zM}_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ -k_z+q_z}}\rangle|0^{zM}_{\vec{k},k_z}\rangle|n^{zF}_{\vec{q},q_z}-1\rangle
\end{aligned}
\tag{105}
$$

a za proces emisije fonona

$$
\begin{aligned}
|i\rangle_E &\equiv |0^{zM}\rangle|1^{zM}_{\vec{k},k_z}\rangle|n^{zF}_{-\vec{q},-q_z}\rangle \\
|f\rangle_E &\equiv |1^{zM}_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ k_z+q_z}}\rangle|0^{zM}_{\vec{k},k_z}\rangle|n^{zF}_{-\vec{q},-q_z}+1\rangle + \\
&+ |1^{zM}_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ k_z+q_z}}\rangle|0^{zM}_{\vec{k},k_z}\rangle|n^{zF}_{-\vec{q},q_z}+1\rangle + \\
&+ |1^{zM}_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ q_z-k_z}}\rangle|0^{zM}_{\vec{k},k_z}\rangle|n_{-\vec{q},-q_z}+1\rangle
\end{aligned}
\tag{106}
$$

gde su $\vec{k}$ i $\vec{q}$ dvodimenzionalni talasni vektori /ovde u XOY ravni/. Matrični elementi apsorpcionog /A/ i emisionog /E/ prelaza su

$$
\begin{aligned}
\alpha^z_A = {} & \frac{S}{8N^{1/2}N_z^{1/2}}\sqrt{\frac{\hbar}{M\omega(\vec{q},q_z)}}\,\frac{1}{|1+\Lambda\alpha||1-\beta|}\,\frac{\vec{q}+q_z\vec{e}_z}{\sqrt{q^2+q_z^2}}\left\{\frac{1}{|1-\alpha\beta|}\left[(\zeta-\zeta^*)(\vec{k}+\right.\right. \\
& + k_z\vec{e}_z)(J_{\substack{\vec{k}\\ k_z}} - J_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ k_z+q_z}}) - (\zeta-\zeta^*)(\vec{q}+q_z\vec{e}_z)J_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ k_z+q_z}} - 2\zeta k_z\vec{e}_z(J_{\substack{\vec{k}\\ k_z}} - J_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ k_z+q_z}}) + \\
& \left. + 2\zeta q_z\vec{e}_z J_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ k_z+q_z}} + \frac{1}{2}(\zeta-\zeta^*)(\vec{q}-q_z\vec{e}_z)J_{\substack{\vec{q}\\ q_z}} - \frac{1}{2}(\zeta+\zeta^*)q_z\vec{e}_z J_{q_z}\right] +
\end{aligned}
$$

$$+\frac{1}{|1-\alpha^{*}\beta|}\Big[2\eta^{*}q_z\vec{e}_z\, \mathcal{J}_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ k_z-q_z}} + 2\eta k_z\vec{e}_z\,(\mathcal{J}_{\substack{\vec{k}\\ k_z}} - \mathcal{J}_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ k_z-q_z}}) - \frac{1}{2}(\eta-\eta^{*})(\vec{q}+q_z\vec{e}_z)\,\mathcal{J}_{\substack{-\vec{q}\\ q_z}} +$$

$$+(\eta-\eta^{*})(\vec{q}-q_z\vec{e}_z)\,\mathcal{J}_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ k_z-q_z}} - (\eta-\eta^{*})(\vec{k}+k_z\vec{e}_z)(\mathcal{J}_{\substack{\vec{k}\\ k_z}} - \mathcal{J}_{\vec{k}+\vec{q}}) - \frac{1}{2}(\eta+\eta^{*})\,\times$$

$$\times\, q_z\vec{e}_z\,\mathcal{J}_{q_z}\Big] + \frac{1}{|1-\alpha\beta^{*}|}\Big[(\eta-\eta^{*})(\vec{k}+k_z\vec{e}_z)(\mathcal{J}_{\vec{k}} - \mathcal{J}_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ q_z-k_z}}) - (\eta-\eta^{*})(\vec{q}+q_z\vec{e}_z)\,\times$$

$$\times\,\mathcal{J}_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ q_z-k_z}} - 2\eta k_z\vec{e}_z\,(\mathcal{J}_{\substack{\vec{k}\\ k_z}} - \mathcal{J}_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ q_z-k_z}}) - 2\eta^{*}q_z\vec{e}_z\,\mathcal{J}_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ q_z-k_z}} + \frac{1}{2}(\eta-\eta^{*})(\vec{q}\,+$$

$$+\,q_z\vec{e}_z)\,\mathcal{J}_{\substack{-\vec{q}\\ q_z}} + \frac{1}{2}(\eta-\eta^{*})\,q_z\vec{e}_z\,\mathcal{J}_{q_z}\Big]\Big\}\sqrt{n_{\vec{q},q_z}} \qquad (107)$$

i

$$\alpha_{E}^{z} = \frac{S}{8N^{1/2}N_z^{1/2}}\sqrt{\frac{\hbar}{M\omega(\vec{q},q_z)}}\,\frac{1}{|1+\Lambda\alpha||1-\beta|}\,\frac{\vec{q}+q_z\vec{e}_z}{\sqrt{q^2+q_z^2}}\Big\{\frac{1}{|1-\alpha\beta|}\Big[(\zeta-\zeta^{*})(\vec{k}\,+$$

$$+\,k_z\vec{e}_z)(\mathcal{J}_{\substack{\vec{k}\\ k_z}} - \mathcal{J}_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ k_z+q_z}}) - (\zeta-\zeta^{*})(\vec{q}+q_z\vec{e}_z)\,\mathcal{J}_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ k_z+q_z}} - 2\zeta k_z\vec{e}_z\,(\mathcal{J}_{\substack{\vec{k}\\ k_z}} - \mathcal{J}_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ k_z+q_z}}) +$$

$$+\,2\zeta q_z\vec{e}_z\,\mathcal{J}_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ k_z+q_z}} + \frac{1}{2}(\zeta-\zeta^{*})(\vec{q}-q_z\vec{e}_z)\,\mathcal{J}_{\substack{-\vec{q}\\ q_z}} - \frac{1}{2}(\zeta+\zeta^{*})\,q_z\vec{e}_z\,\mathcal{J}_{q_z}\Big] +$$

$$+\frac{1}{|1-\alpha^{*}\beta|}\Big[2\eta^{*}q_z\vec{e}_z\,\mathcal{J}_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ k_z-q_z}} + 2\eta k_z\vec{e}_z\,(\mathcal{J}_{\substack{\vec{k}\\ k_z}} - \mathcal{J}_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ k_z-q_z}}) + (\eta-\eta^{*})(\vec{q}+q_z\vec{e}_z)\,\mathcal{J}_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ k_z-q_z}}\,-$$

$$-\,(\eta-\eta^{*})(\vec{k}+k_z\vec{e}_z)(\mathcal{J}_{\substack{\vec{k}\\ k_z}} - \mathcal{J}_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ k_z-q_z}}) - \frac{1}{2}(\eta-\eta^{*})(\vec{q}+q_z\vec{e}_z)\,\mathcal{J}_{\substack{-\vec{q}\\ q_z}} - \frac{1}{2}(\eta\,+$$

$$+\,\eta^{*})\,q_z\vec{e}_z\,\mathcal{J}_{\vec{q}}\Big] + \frac{1}{|1-\alpha\beta^{*}|}\Big[(\eta-\eta^{*})(\vec{k}+k_z\vec{e}_z)(\mathcal{J}_{\substack{\vec{k}\\ k_z}} - \mathcal{J}_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ -k_z+q_z}}) - (\eta-\eta^{*})(\vec{q}\,+$$

$$+q_z\vec{e}_z)\,\mathcal{J}_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ q_z-k_z}} - 2\eta\, k_z\vec{e}_z\,(\mathcal{J}_{\substack{\vec{k}\\ k_z}} - \mathcal{J}_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ q_z-k_z}}) - 2\eta^{*} q_z\vec{e}_z\,\mathcal{J}_{\substack{\vec{k}+\vec{q}\\ q_z-k_z}} + \frac{1}{2}(\eta-\eta^{*})(\vec{q}+$$

$$+q_z\vec{e}_z)\,\mathcal{J}_{\substack{-\vec{q}\\ q_z}} + \frac{1}{2}(\eta-\eta^{*})(\vec{q}-q_z\vec{e}_z)\,\mathcal{J}_{\substack{-\vec{q}\\ q_z}} + \frac{1}{2}(\eta+\eta^{*})\,q_z\vec{e}_z\,\mathcal{J}_{q_z}\,]\Big\}\sqrt{n_{-\vec{q},q_z}+1} \qquad (108)$$

U aproksimaciji najbližih suseda i malih talasnih vektora /zanemarivanje članova proporcionalnih trećem i višem stepenu po kq / dolazi se do izraza za matrične elemente ovih prelaza

$$\alpha_A^z = \frac{6SI}{8N^{1/2}N_z^{1/2}}\sqrt{\frac{\hbar}{MV_F^z}}\,\frac{1}{(1+\frac{\lambda}{\lambda_0'})(1-\theta)}\,\frac{\vec{q}+q_z\vec{e}_z}{(q^2+q_z^2)^{3/4}}\Big[(1+\frac{\lambda}{\lambda_0'})(1-\theta)q_z\vec{e}_z +$$

$$+ i\,(\theta+\frac{\lambda}{\lambda_0'})q_z a\,(\vec{q}+q_z\vec{e}_z)\Big]\sqrt{n_{\vec{q},q_z}} \qquad (109)$$

$$\alpha_E^z = \frac{6SI}{8N^{1/2}N_z^{1/2}}\sqrt{\frac{\hbar}{MV_F^z}}\,\frac{1}{(1+\frac{\lambda}{\lambda_0'})(1-\theta)}\,\frac{\vec{q}+q_z\vec{e}_z}{(q^2+q_z^2)^{3/4}}\Big[(1+\frac{\lambda}{\lambda_0'})(1-\theta)\,q_z\vec{e}_z +$$

$$+ i\,(\theta+\frac{\lambda}{\lambda_0'})q_z a\,(\vec{q}+q_z\vec{e}_z)\Big]\sqrt{1+n_{-\vec{q},-q_z}} \qquad (110)$$

gde je V_F^z-brzina zapreminskog fonona, a dobija se iz relacije $\omega(q,q_z) = V_F^z\sqrt{q^2+q_z^2}$ u aproksimaciji malih talasnih vektora; sa θ je obeležen izraz
$$\theta = \frac{SI}{SI+\mu'\mathcal{H}}$$

Za proces apsorpcije fonona, u ovom slučaju, energije inicijalnog i finalnog stanja, koje obuhvataju energije fonona /prvi sabirak/ i energije magnona /drugi sabirni član/ odredjene relacijama /jedn. (105)/, su:

$$E_A^i = 3n_{\vec{q},q_z}\omega(\vec{q},q_z)\hbar + 3S(J_0 - J_{\vec{k},k_z})$$

$$E_A^f = 3(n_{\vec{q},q_z}-1)\omega(\vec{q},q_z)\hbar + S(J_0 - J_{\vec{k}+\vec{q} \atop k_z+q_z}) + S(J_0 - J_{\vec{k}+\vec{q} \atop k_z-q_z}) + \qquad (111)$$

$$+ S(J_0 - J_{\vec{k}+\vec{q} \atop q_z-k_z})$$

Razvijanjem ovih izraza /samo magnonskih delova/ za slučaj malih talasnih vektora dobija se:

$$E_A^i = 3n_{\vec{q},q_z}V_F^2\sqrt{q^2+q_z^2}\,\hbar + \frac{3\hbar^2}{2m^*}(K^2+K_z^2)$$

$$E_A^f = 3(n_{\vec{q},q_z}-1)V_F^2\sqrt{q^2+q_z^2}\,\hbar + \frac{\hbar^2}{2m^*}[3(K^2+K_z^2)+3(q^2+q_z^2)+ \qquad (112)$$

$$+6\vec{K}\vec{q} - 2K_zq_z]$$

Ako se izvrši prelaz na sferne koordinate

$$K_x = K\sin\theta_K\cos\varphi_K \qquad q_x = q\sin\theta_q\cos\varphi_q$$

$$K_y = K\sin\theta_K\sin\varphi_K \qquad q_y = q\sin\theta_q\sin\varphi_q$$

$$K_z = K\cos\theta_K \qquad q_z = q\cos\theta_q$$

tada će razlika energija finalnog i inicijalnog stanja biti

$$f(q) \equiv E_A^f - E_A^i = \frac{\hbar^2}{2m^*}[3q^2 + 6Kq\sin\theta_K\sin\theta_q(\cos\varphi_K\cos\varphi_q +$$

$$+\sin\varphi_K\sin\varphi_q) - 2Kq\cos\theta_K\cos\theta_q] - 3V_F^2q\hbar \qquad (113)$$

Dabi se "napravila" δ-funkcija pogodnog oblika koristi se transformacija /jedn. (89) /; rešenja jednačine $f(q)=0$ su

$$q_1 = 0$$

$$q_2 = \frac{2}{3}K\cos\theta_K\cos\theta_q - 2K\sin\theta_K\sin\theta_q\cos(\varphi_q-\varphi_K) + 2\frac{m^*}{\hbar}V_F^2 \qquad (114)$$

pa izraz /jedn. (89)/ prelazi u

$$\delta(E_A^f - E_A^i) = \frac{\delta(q)}{\left| 3\frac{\hbar^2}{m^*} K \sin\theta_k \sin\theta_q \cos(\varphi_q - \varphi_k) - \frac{\hbar^2}{m^*} K \cos\theta_k \cos\theta_q - 3 V_F^2 \hbar \right|} +$$

$$+ \frac{\delta\left[q - \frac{2}{3} K \cos\theta_k \cos\theta_q - 2K \sin\theta_k \sin\theta_q \cos(\varphi_q - \varphi_k) + 2\frac{m^*}{\hbar} V_F^2 \right]}{\left| 3\frac{\hbar^2}{m^*} K \sin\theta_k \sin\theta_q \cos(\varphi_q - \varphi_k) - \frac{\hbar^2}{m^*} K \cos\theta_k \cos\theta_q - 3 V_F^2 \hbar \right|} \qquad (115)$$

S obzirom da q mora biti pozitivno sledi ograničenje za θ_q i φ_q, θ_k i φ_k /jedn. 114 /, tj. iz nejednačine

$$\frac{2}{3} K \cos\theta_k \cos\theta_q - 2K \sin\theta_k \sin\theta_q \cos(\varphi_q - \varphi_k) + 2\frac{m^*}{\hbar} V_F^2 > 0$$

pod uslovom da se uzme da je $\varphi_k \in (0, 2\pi)$ sledi niz novih uslova i nejednačina iz kojih se dobijaju domeni definisanosti sfernih promenljivih:

$$\varphi_q \in \left\{ \varphi_k - \arccos\frac{m^* V_F^2}{\hbar K} ; \varphi_k + \arccos\frac{m^* V_F^2}{\hbar K} \right\} \text{ i}$$

$$\left\{ \varphi_k + \pi - \arccos\frac{m^* V_F^2}{\hbar K} ; \varphi_k + \pi + \arccos\frac{m^* V_F^2}{\hbar K} \right\}$$

$$\theta_q \in \left\{ 0 ; \arccos\left(- \frac{\frac{3m^*}{\hbar K} V_F^2 \cos\theta_k}{\cos^2\theta_k + 9\sin^2\theta_k \cos^2(\varphi_q - \varphi_k)} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \sqrt{\left[\frac{\frac{3m^*}{\hbar K} V_F^2 \cdot \cos^2\theta_k}{\cos^2\theta_k + 9\sin^2\theta_k \cos^2(\varphi_q - \varphi_k)} \right]^2 + \frac{9\sin^2\theta_k \cos^2(\varphi_q - \varphi_k) - \left(\frac{3m^*}{\hbar K} V_F^2\right)^2}{\cos^2\theta_k + 9\sin^2\theta_k \cos^2(\varphi_q - \varphi_k)}} \right) \right\} \qquad (116)$$

$$\theta_k \in \left\{ \arcsin\frac{m^* V_F^2}{\hbar K \cos(\varphi_q - \varphi_k)} ; \frac{\pi}{2} \right\}$$

$$\varphi_k \in \{ 0 ; 2\pi \}$$

Vremena relaksacije biće /funkcija distribucije : $g(q) = 4\bar{u}\,(q^2+q_z^2)$/ :

$$
\left.\begin{aligned}
\left(\frac{1}{\tau}\right)^2_A &= \frac{2\bar{u}}{\hbar}\sum_{\vec{q},q_z}\frac{q^2+q_z^2}{K^2+K_z^2}\,|\alpha^z_A|^2\,\delta(E^f_A-E^i_A)\\
\left(\frac{1}{\tau}\right)^2_E &= \frac{2\bar{u}}{\hbar}\sum_{\vec{q},q_z}\frac{q^2+q_z^2}{K^2+K_z^2}\,|\alpha^z_E|^2\,\delta(E^f_E-E^i_E)
\end{aligned}\right\} \qquad (117)
$$

Zamenom izraza /jedn. (109), (110) i (115)/ i prelaskom sa sume na integral

$$
\sum_{\vec{q},q_z} \longrightarrow \frac{NN_z}{(2\bar{u})^3}\,a^3\int\limits_q\int\limits_{\theta_q}\int\limits_{\varphi_q} q^2\sin\theta_q\,dq\,d\theta_q\,d\varphi_q \qquad (118)
$$

dobijaju se vremena relaksacije /zapravo, njihove recipročne vrednosti/ u obliku

$$
\left(\frac{1}{\tau}\right)^2_A = \frac{9s^2I^2a^6}{64\bar{u}^2MV_F^2}\left(\frac{2m^*}{3\hbar}\right)^5\int\limits_{\theta_q}\int\limits_{\varphi_q}\frac{1}{K^2}\Big[\frac{\hbar^2}{m^*}K\cos\theta_q\cos\theta_K-3\frac{\hbar^2}{m^*}K\cdot\sin\theta_K\sin\theta_q\cos(\varphi_q-\varphi_K)+
$$

$$
+3V_F^2\hbar\Big]^4(\cos^2\theta_q+B^2)\,\frac{\sin\theta_q\,d\theta_q\,d\varphi_q}{e^{\frac{2V_F^2m^*}{3k_0T\hbar}\left[\frac{\hbar^2}{m^*}K\cos\theta_q\cos\theta_K-3\frac{\hbar^2}{m^*}K\sin\theta_q\sin\theta_K\cos(\varphi_q-\varphi_K)+3V_F^2\hbar\right]}-1} \qquad (119)
$$

$$
\left(\frac{1}{\tau}\right)^2_E = \frac{9s^2I^2a^6}{64MV_F^2\bar{u}^2}\left(\frac{2m^*}{3\hbar}\right)^5\int\limits_{\theta_q}\int\limits_{\varphi_q}\frac{\sin\theta_q\,d\theta_q\,d\varphi_q}{K^2}\Big[\frac{\hbar^2}{m^*}K\cos\theta_q\cos\theta_K-3\frac{\hbar^2}{m^*}K\sin\theta_q\sin\theta_K\cos(\varphi_q-\varphi_K)+
$$

$$
+3V_F^2\hbar\Big]^4(\cos^2\theta_q+B^2)\left\{\frac{1}{e^{\frac{2V_F^2m^*}{3k_0T\hbar}\left[\frac{\hbar^2}{m^*}K\cos\theta_q\cos\theta_K-3\frac{\hbar^2}{m^*}K\sin\theta_q\sin\theta_K\cos(\varphi_q-\varphi_K)+3V_F^2\hbar\right]}-1}+1\right\} \qquad (120)
$$

pri čemu je sa **B** obeleženo $\quad B = \dfrac{(\theta+\frac{\lambda}{\lambda_0})}{(1+\frac{\lambda}{\lambda_0})(1-\theta)}$

a uzeto je da je $\quad \omega(\vec{q},q_z) = \omega(-\vec{q},-q_z)\quad$ i $\quad n_{\vec{q},q_z} = n_{-\vec{q},-q_z}$.

Ukupno vreme relaksacije jednako je zbiru vremena relaksacije procesa apsorpcije i emisije fonona

$$\left(\frac{1}{\tau}\right)^{zM} = \left(\frac{1}{\tau}\right)^{z}_{A} + \left(\frac{1}{\tau}\right)^{z}_{E} = \frac{9S^2I^2a^3}{64MV_F^2a^2}\left(\frac{2m^*}{3\hbar}\right)^5 \int\limits_{\theta_q}\int\limits_{\varphi_q} \frac{\sin\theta_q\, d\theta_q\, d\varphi_q}{K^2}\Big[\frac{\hbar^2}{m^*}K\cos\theta_q\cos\theta_K -$$

$$-3\frac{\hbar^2}{m^*}K\sin\theta_q\sin\theta_K\cos(\varphi_q-\varphi_K) + 3V_F^2\hbar\Big]^4\Big[\cos^2\theta_q + \frac{(\theta+\frac{\lambda}{\lambda_0'})^2}{(1+\frac{\lambda}{\lambda_0'})^2(1-\theta)^2}\Big]\Big\{1+$$

$$+\frac{2}{e^{\frac{2V_F^2m^*}{3k_BT\hbar}\left[\frac{\hbar^2}{m^*}K\cos\theta_K\cos\theta_q - 3\frac{\hbar^2}{m^*}K\sin\theta_q\sin\theta_K\cos(\varphi_q-\varphi_K)+3V_F^2\hbar\right]}-1}\Big\} \qquad (121)$$

Slobodni put zapreminskog magnona je

$$\frac{1}{\lambda_{zM}} = \frac{1}{V_M}\left(\frac{1}{\tau}\right)^{zM} \quad ; \quad V_M = \frac{\hbar K}{m^*} \quad \text{iz } (15) \qquad (122)$$

Srednji slobodni put dobija se ako se izvrši sumiranje izraza /jedn. (121)/ po talasnom vektoru $\vec{K}$, tj. po svim magnonskim stanjima

$$\overline{\frac{1}{\lambda_{zM}}} = \frac{m^*}{\hbar}\frac{1}{NN_z}\sum_{\vec{K},K_z}\frac{1}{K}\left(\frac{1}{\tau}\right)^{zM} \quad ; \quad N = N_xN_y \qquad (123)$$

gde je m^* - efektivna masa magnona [15].
Predje li se sa sume po $\vec{K},K_z$ na integral po K, θ_K i φ_K /kao kod jedn. (118)/ dobiće se konačan izraz za srednji slobodni put zapreminskog magnona u polubeskonačnom feromagnetiku ;

$$\overline{\frac{1}{\lambda_{zM}}} = \frac{S^2I^2a^3m^{*6}}{54NN_za^2MV_F^2\hbar}\int\limits_{K}\int\limits_{\theta_K}\int\limits_{\varphi_K}\int\limits_{\theta_q}\int\limits_{\varphi_q}\frac{1}{K}\sin\theta_K\sin\theta_q\, dK\, d\theta_K\, d\varphi_K\, d\theta_q\, d\varphi_q \;\times$$

$$\times \left[\frac{\hbar}{m^*} K \cos\theta_q \cos\theta_K - 3\frac{\hbar}{m^*} K \sin\theta_K \sin\theta_q \cos(\varphi_K - \varphi_q) + 3 V_F^2 \right]^4 (\cos^2\theta_q + B^2) \Big\{ 1 +$$

$$+ \frac{2}{e^{\frac{2V_F^2 m^*}{3k_BT}\left[\frac{\hbar}{m^*} K \cos\theta_q \cos\theta_K - 3\frac{\hbar}{m^*} K \sin\theta_q \sin\theta_K \cos(\varphi_q - \varphi_K) + 3V_F^2\right]} - 1} \Big\} \qquad (124)$$

Granice integracije za sfernu promenljivu K [18] :

iz $\frac{m^* V_F^2}{\hbar K_{min}} = 1 \implies K_{min} = \frac{m^*}{\hbar} V_F^2$ (125.1)

pod uslovom da je $K_{x\,max} = K_{y\,max} = K_{z\,max} = \frac{\bar{u}}{a}$

sledi $K_{max} = \frac{\bar{u}}{a}\sqrt{3}$ (125.2)

Dakle $K \in \left\{ \frac{m^*}{\hbar} V_F^2 \; ; \frac{\bar{u}}{a}\sqrt{3} \right\}$ (125.3)

Ostali granični uslovi odredjeni su i dati na strani 52.

Napomena: Izvodjenje izraza za $\left(\frac{1}{\tau}\right)_E^2$ preskočeno je zbog dužine ovog rada, a inače se podudara sa izvodjnjem izraza za $\left(\frac{1}{\tau}\right)_A^2$; dat je samo konačan izraz /jedn. (120)/.

4. ZAKLJUČAK

U radu su ispitivani srednji slobodni putevi zapreminskog magnona u zapremini kristala i površinskog na površini kristala. I jedan i drugi tip spinskih talasa rasejavaju se na jonima rešetke tako da je spin-fonon interakcija onaj mehanizam koji bitno regulište dužinu srednjeg slobodnog puta. Zapreminski magnon može da interaguje sa zapreminskim i sa površinskim fononima. Površimski takodje. Ispostavilo se da je za kretanje zapreminskog magnona bitna njegova interakcija sa zapreminskim fononima, dok je za površinski bitnija interakcija sa površinskim fononima. "Mešane" interakcije /zapremina-površina i obrnuto/ su za bar 4 redi veličina manje.

Proračun je pokazao da je srednji slobodni put površinskog magnona znatno veći od srednjeg slobodnog puta zapreminskog magnona pa se zbog toga može pretpostaviti da se proces migracije magnona odvija tako što zapreminski spinski talas /naročito ako mu je izvor blizu površine/ izlazi na površinu i posle se vraća nazad u zapreminu. Dakle, kreće se po površini. Zbog toga putanje magnona, ili spinskih talasa, imaju tend-enciju približavanja površini feromagnetnog kristala.

To znači da u polubeskonačnim strukturama zbog prisustva granične površine, koja stvara posebne granične uslove, spinski talasi nemaju karakter sfernih talasa /kako bi to bilo u idealnoj strukturi/ već su deformisani u smeru granične površine.

Ovaj zaključak pokazuje da se dalji domeni migracije ne mogu tretirati istim metodama kao u idealnoj strukturi.

L I T E R A T U R A

[1] Dj. Mušicki, Uvod u teorijsku fiziku II - 119, 270, Beograd (1965).

[2] А. С. Давидов, Квантовая механика, Физматгиз, Москва (1963).

[3] С. И. Пекар, ЖЕТФ - 33, 1022, (1957).

[4] D. L. Mills and W. M. Saslov, Phys Rev. 171, 488 (1968).

[5] D. L. Mills and A. A. Maradudin, J. Phys. Chem. Solids 28, 1855 (1967).

[6] T. Fujiwara, K. Ohtaka and S. Yanagawa, Phys. Letters (Netherlands) 26A, 574 (1968).

[7] С. В. Тябликов, Методы квантовой теории магнетизма, Наука, Москва (1965).

[8] В. И. Сугаков, ФТТ 5, 2207 (1963).

[9] F. Bloch, Zs. für Phys. 51, 545 (1929).

[10] F. Bloch, Zs. für Phys. 61, 206 (1930).

[11] F. Bloch, Zs. für Phys. 74, 295 (1932).

[12] Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц, Квантовая механика, Физматгиз, Москва (1963).

[13] S. D. Stojanović, Magistarski rad, Beograd (1973).

[14] В. М. Агранович и Б. С. Тошич, ЖЕТФ 53, 149 (1967).

[15] M. B. Svrkota, Diplomski rad, Novi Sad (1972).

[16] А. И. Ахиезер, В. Г. Барьяхтар и С. В. Пелетминский, Спиновые волны 173, 368, Москва (1967).

[17] H. Frohlich, Proc. Roy. Soc. 160A, 230 (1937).

[18] S. D. Stojanović i B. S. Tošić, Srednji slobodni put magnona u Heisenberg-ovom feromagnetu 68, 70, Novi Sad (1973), Zbornik radova PMF, knjiga 3.