

UNIVERZITET U NOVOM SADU  
PRIRODNOMATEMATIČKI FAKULTET  
KATEDRA ZA FIZIKU

DRAGOMIR M. SMILJKOVIĆ

S L A B E I N T E R A K C I J E

I

D I R A K O V A J E D N A Č I N A

DIPLOMSKI RAD

U NOVOM SADU, APRILA 1974.

MENTOR  
DR MILAN NIKOLIĆ  
VANREDNI PROFESOR

ZAHVALJUJEM SE PROFESORU  
DR MILANU NIKOLIĆU NA POMOĆI  
PRI IZBORU TEME, I POSEBNO NA  
SAVETIMA KOJE MI JE PRUŽIO  
TOKOM IZRADA RADA.



## SADRŽAJ

I.	Predgovor.....	I
I.	Elementarne čestice i interakcije.....	1
1.1.	Pojam elementarne čestice.....	1
1.2.	Osnovne karakteristike i klasifikacija elementarnih čestica.....	3
a.	Graviton ifoton.....	4
b.	Leptoni.....	6
c.	Mezoni.....	6
d.	Barioni.....	7
1.3.	Vrste interakcija.....	9
a.	Gravitaciona interakcija.....	10
b.	Slaba interakcija.....	11
c.	Elektromagnetna interakcija.....	12
d.	Jaka interakcija.....	13
II.	Dirakova jednačina.....	15
2.1.	De Brogljeva hipoteza.....	15
2.2.	Šredingerova jednačina.....	16
2.3.	Klajn-Gordonova relativistička jednačina.....	19
2.4.	Vajlova jednačina.....	21
2.5.	Dirakova jednačina.....	23
III.	Zakoni konzervacije i simetrija.....	28
3.1.	Uvod.....	28
3.2.	Konzervacija energije.....	32
3.3.	Konzervacija impulsa.....	33
3.4.	Konzervacija momenta impulsa.....	34
3.5.	Lorencove transformacije.....	36
3.6.	Gradijentne transformacije.i konzervacija naelek- trisanja.....	39
3.7.	Bilinearne kombinacije spinora.....	40
3.8.	Prostorna inverzija.....	42
3.9.	Inverzija vremena T.....	43
3.10.	Konjugacija naelektrisanja.....	43
3.11.	CPT teorema.....	44
3.12.	Konzervacija bariona i leptona.....	44
3.13.	Konzervacija izospina i stranosti.....	46

IV. Teorija slabe interakcije.....	48
4.1. Uvod.....	48
4.2. Univerzalnost slabe interakcije.....	51
4.3. Dvokomponentna teorija neutrina.V-A.teorija.....	57
4.4. Semileptonske interakcije. Kabibova hipoteza.....	64
4.5. Interakcija struja-struja. Intermedijarni bozon....	67
4.6. CP narušavanje.....	71
Zaključak.....	74
Literatura	

## PREDGOVOR

U ovom radu razmatraju se Dirakova jednačina i uvod u teoriju slabih interakcija. Rad je izložen kroz četiri pogлавља.

U prvoj glavi govori se o elementarnim česticama, njihovim interakcijama, klasifikaciji i osobinama pojedinih kategorija čestica.

Druga glava sadrži de Brogljevu hipotezu, Šredingerovu, Klajn-Gordonovu i Vajlovu jednačinu i specijalno je posvećena Dirakovoј jednačini.

Treća glava posvećena je zakonima konzervacije i simetriji, koji imaju fundamentalni značaj u fizici elementarnih čestica.

Četvrta glava sadrži uvod u teoriju slabe interakcije. Sve tri prethodne glave, a posebno Dirakova jednačina, uvedene su radi lakšeg tumačenja razumevanja osnova teorije slabe interakcije.

## GLAVA I

### ELEMENTARNE ČESTICE I INTERAKCIJE

#### 1.1. POJAM ELEMENTARNE ČESTICE

Izučavanje strukture atoma i atomskog jezgra dovelo je do saznanja o njihovoj izuzetnoj složenosti, ali i do otkrića novih, dotle nepoznatih čestica. Do 1932. godine bile su poznate samo četiri čestice koje određuju strukturu i osobine atoma ili učestvuju u pojavama vezanim za atom. To su: elektron, proton, neutron i foton. Proton i neutron izgradjuju atomsko jezgro a elektroni čine spoljašnji omotač atoma. Elektromagnetno polje zadržava elektrone u atomu ali i emituje fotone, koji predstavljaju kvante elektromagnetskog polja.

Teorijskim predviđanjima, eksperimentima i posebno izučavanjem kosmičkih zraka brzo je bio otkriven veći broj, novih, do tada nepoznatih čestica. Tako je bio potvrđen pozitron /Dirakovo predviđanje/, zatim  $\mu$  -mion a kasnije su otkriveni  $\pi$  -mezoni i  $K$  -mezoni, a predviđeno je postojanje neutrina. Otkrivanje sve većeg broja novih čestica, pored već poznatih postojećih, tražilo je objašnjenje prirode ovih čestica. Postavljeno je pitanje, da li se sve do tada poznate čestice mogu smatrati elementarnim. Zajedno sa ovim pitanjem može se postaviti pitanje elementarnosti čestice. Termin elementarna čestica trebalo bi da označava česticu koja je ne deljiva, odnosno česticu koja je bez strukture. Međutim, pokazalo se da pitanje elementarnosti zavisi /eksperimenti to pokazuju/ od količine energije uključene u dati proces.

Tako se atomska jezgra razlažu na određen broj protona i neutrona ukoliko se bombarduju česticama dovoljne energije. Po većanjem energije česticama koje se koriste kao projektili, može se ustanoviti da i protoni imaju unutrašnju strukturu, ukoliko ih bombardujemo elektronima vrlo visoke energije. Struktura koju otkrivamo na ovaj način zavisi ne samo od energije i vrste čestica projektila, već i od tipa interakcije. Čestice vrlo visoke energije dolaze iz kosmosa u vidu kosmičkih zraka, pa se kosmički zraci mogu koristiti kao njihovi izvori.



Postojećem broju elementarnih čestica može se dodati veći broj "čestica" poznatih pod imenom rezonancija, a koje se karakterišu ekstremno kratkim vremenom života. Rezonancije se često razmatraju kao pobudjena stanja  $\pi$  -mezona,  $K$  -mezona ili hiperona. Veliki broj elementarnih čestica i otkrivanje novih, doveli su do niza pokušaja da se snizi broj elementarnih čestica. Jedan od tih pokušaja polazi od predpostavke da se sve interakcije i eksperimentalno posmatrane čestice mogu tumačiti kao manifestacija jednog nelinearnog spinorskog polja, a čiju nelinearnost karakteriše odredjena konstanta. Na razvoju ove ideje radila je grupa kojom je rukovodio Hajzenberg. Ideja se pokazala veoma privlačnom, ali su njen dalji razvoj i praktična primena naišli na ozbiljne teškoće.

Drugi pokušaji nisu prihvatali ideju da postoji samo jedna elementarna čestica, jedno fundamentalno polje, niti da su sve čestice elementarne, već su polazili od predpostavke da sve elementarne čestice predstavljaju karakteristična stanja sistema nekoliko fundamentalnih polja, koja međusobno interaguju. U ovoj predpostavci pojedinačna fundamentalna polja deluju kao nosioci izvesnog niza kvantnih brojeva. Ova predpostavka korišćena je kod izgradnje većeg broja složenih modela elementarnih čestica, uz zahtev da broj fundamentalnih polja i konstanti interakcije između njih bude što manji. Jedan složeni model dao je japanski fizičar Sakata i on je po njemu nazvan Sakata model. U njemu su kao fundamentalne čestice uzeti proton  $p$ , neutron  $n$  i lambda-hiperon  $\Lambda$ , i njihove odgovarajuće antičestice: antiproton  $\bar{p}$ , antineutron  $\bar{n}$  i antilambda-hiperon  $\bar{\Lambda}$ , dok su ostale čestice dobijene kao sekundarne ili složene.

U novije vreme ide se još dalje, pa se smatra da postoje još elementarniji sastojci, koji su dobili naziv kvarkovi. Jedna od osobina koja se pripisuje kvarkovima jeste ta, da je njihovo nanelektrisanje manje od jediničnog. Masa kvarkova trebalo bi da bude  $> 5 \text{ GeV}/c^2$ , dok je masa nukleona  $\approx 1 \text{ GeV}/c^2$ , a sile koje deluju između njih imale bi neobično veliki intenzitet. Stvarno postojanje kvarkova još nije eksperimentalno dokazano ali se sa njima dosta uspešno operiše u teoriji.

## 1.2. OSNOVNE KARAKTERISTIKE I KLASIFIKACIJA ELEMENTARNIH ČESTICA

Za razlikovanje i sistematizovanje elementarnih čestica uzimaju se u obzir sledeće njihove karakteristike:

a. Masa mirovanja, koja se obično izražava u MeV-ima ili preko mase elektrona  $m_e$ .

b. Naelektrisanje, koje se izražava preko elementarnog naelektrisanja. Ispitivanjima je ustanovljeno da postoji ograničenje naelektrisanja kod elementarnih čestica i da ono obično iznosi +1, 0 ili -1.

c. Spin, koji predstavlja treće osnovno svojstvo pored mase i nanelektrisanja. Spin ima prirodu momenta količine kretanja, predstavlja se vektorom i meri u jedinicama  $\hbar$ .

Teorijska i eksperimentalna izučavanja osobina sistema identičnih čestica dovela su do zaključka da u prirodi postoje dve vrste elementarnih čestica, koje imaju principijelno različite statističke osobine. Razlike u statističkim osobinama elementarnih čestica suštinski su povezane sa spinom čestica. Tako se ispostavlja da čestice sa polucelim spinom  $s = 1/2, 3/2, \dots$  /u jedinicama  $\hbar$ /, zadovoljavaju Fermi-Dirakovu statistiku. Takve čestice dobine su naziv fermioni. U fermione spadaju, na primer, elektroni, protoni, neutroni, mioni, hiperoni itd. Druga vrsta čestica zadovoljava Boze-Ajnštajnovu statistiku. One su dobine naziv bozoni, i tu spadaju čestice sa celobrojnim spinom  $s = 0, 1, 2, \dots$  /u jedinicama  $\hbar$ /. U bozone spadaju fotoni /spin jednak jedinici/,  $\pi$ -mezoni, K-mezoni /spin jednak 0/ itd. Između vrste simetrije stanja i oblika statistike postoji određena veza. Naime, u prirodi se realizuju ili simetrična stanja — talasna funkcija je simetrična ili antisimetrična stanja — talasna funkcija je antisimetrična, i ovi tipovi simetrije se ne mešaju medjusobno /nemogući su kvantni prelazi medju njima/. Ovo je uslovljeno u prvom redu prirodnom samih elementarnih čestica. Tako se prema Boze-Ajnštajnovoj statistici u svakom stanju može nalaziti ma koji broj čestica. Međutim, prema Fermi-Dirakovoj statistici, u svakom stanju, koje je okarakterisano sa četiri kvantna broja, može da se nadje samo jedna čestica.

Ovu karakteristiku fermiona utvrdio je Pauli još ranije empirijskim putem, pa je ona prema njemu dobila naziv Paulijev princip isključivosti /zabrane/.

Otkriće pozitrona /Anderson, 1932./ potvrdilo je predvidjanja o postojanju antičestica. Pokazalo se da antičestice imaju istu masu mirovanja kao i čestice, ali da im je nanelektrisanje suprotnog znaka. Važna razlika je i u znaku vektora koji predstavljaju spin i magnetni moment čestice. Za foton i neke neutralne čestice formalno ne postoji razlika sa antičesticom i svaka od njih je sama sebi antičestica. Iza otkrića pozitrona usledila su otkrića drugih čestica i njihovih antičestica. Tako su posle Jukavinih predvidjanja otkriveni mioni i  $\pi$ -mezoni, a kasnije i veća grupa K-mezona i drugih čestica.

Pored navedenih osnovnih karakteristika elementarnih čestica važno je i srednje vreme života, koje se odnosi na čestice u slobodnom stanju. Do sada poznate elementarne čestice i antičestice mogu da se klasifikuju prema masi, spinu i tipu interakcije u četiri opšte kategorije. To su leptoni /lake čestice/, mezoni /čestice srednje mase/, barioni /teške čestice/ i posebnu kategoriju čini foton. U tabeli 1. navedene su čestice i antičestice sa osnovnim karakteristikama. Tabela 1. sašozi se od šest kolona. Prva kolona nosi naziv kategorija i u njoj su pored opšte podele naznačene vrednost spina u jedinicama  $\hbar$  i pripadnost odgovarajućoj statistici. Druga kolona nosi ime čestica, a za mezone i barione pored vrednosti spina date su i vrednosti izotopnog spina  $I$ . Treća kolona sadrži oznake čestica. Za mezone i barione date su ispod oznaka vrednosti treće komponente izotopnog spina  $I_3$ , koja predstavlja projekciju izotopnog spina na izabranu osu u izotopnom prostoru. Sa S su označene vrednosti stranosti /neobičnosti/ pojedinih čestica. Na sredini izmedju čestica i antičestica su oznake čestica koje su same sebi antičestice:  $\gamma$ ,  $\pi^0$  i  $\eta^0$ . Četvrta kolona pored simbola antičestice sadrži istovrednosti za  $I_3$  i S. Peta i šesta kolona daju masu mirovanja u MeV-ima i srednji život u sekundama.

#### a. GRAVITON I FOTON

Prvoj kategoriji pripada foton ali je pridodat i graviton. Graviton predstavlja kvant gravitacionog polja ali do sada nije eksperimentalno dokazan /detektovan/. Obe čestice prema vredno-

Tabela 1. Osnovne karakteristike čestica i antičestica

kategorija	ime	čestica	antičestica	masa mirovanja u MeV	srednji usekui
BOZONI (spin=2h) (spin=1h)	Graviton			0	STABIL (nije deo)
	Foton	$\gamma$	$\gamma$	0	STABIL
LEPTONI SLABO INTERAGUJUCI FERMIONI (spin 1/2h)	Elektronski neutrino	$\nu_e$	$\bar{\nu}_e$	0	
	mionski neutrino	$\nu_\mu$	$\bar{\nu}_\mu$	0	
	ELEKTRON	$e^-$	$e^+$ -pozitron	0,51	stabil
	mion	$\mu^-$	$\mu^+$	105,7	$1,5 \times 10^3$
MEZONI jako interagujuci bozoni (spin=0)	$\pi^+$ -MEZON $I=1$	$\pi^+$ $I_3=+1$	$\pi^0$ $I_3=0$	$\pi^+$ 140	$1,8 \times 10^3$
			$\pi^-$ $I_3=-1$	$\pi^0$ 135	$0,7 \times 10^3$
				$\pi^-$ 140	$1,8 \times 10^3$
	Ka-MEZON $I=1/2$	$K^+$ $I_3=+1/2$	$K^0$ $I_3=-1/2$	$K^0 \} K_1^0$ $\bar{K}^0 \} K_2^0$ 498	$4 \times 10^3$
			$S=+1$	$S=-1$	$0,7 \times 10^3$
				$(K^-=K^+)$	$494$
	$\eta$ -MEZON $I=0$		$\eta_0$	548	$1 \times 10^3$
BARIONI jako interagujuci fermioni (spin=polučeli)	PROTON $I=1/2$ spin=1/2h	$p^+$ $I_3=+1/2$	$\bar{p}^-$ $I_3=-1/2$	938,2	stabil
	NEUTRON $I=-1/2$ spin=1/2h	$n^0$ $I_3=-1/2$	$\bar{n}^0$ $I_3=+1/2$	939,5	$7 \times 10^3$
	LAMBDA-HIPERON $I=1$ $S=1/2h$	$\Lambda^0$ $S=-1$ $I_3=+1$	$\bar{\Lambda}^0$ $S=+1$	1115	$1,7 \times 10^3$
	SIGMA-HIPERON $I=1$ $S=1/2h$	$\Sigma^+$ $I_3=+1$	$\bar{\Sigma}^-$ $I_3=-1$	$\approx 1190$	$6 \times 10^3$
		$\Sigma^0$ $S=-1$ $I_3=0$	$\bar{\Sigma}^0$ $I_3=0$		$6 \times 10^3$
		$\Sigma^-$ $I_3=-1$	$\bar{\Sigma}^+$ $I_3=+1$		$1,2 \times 10^3$
	KSI-HIPERON $I=1/2$ $S=1/2h$	$\Xi^0$ $I_3=+1/2$	$\Xi^-$ $I_3=-1/2$	$\approx 1310$	$1,0 \times 10^3$
		$\Xi^-$ $I_3=-1/2; S=-2$	$\Xi^-$ $I_3=+1/2; S=+2$	$\approx 1320$	$9 \times 10^3$
	OMEGA-HIPERON $I=0$ $S=3/2h$	$\Omega^-$ $S=-3$	$\bar{\Omega}^+$ $S=+3$	1676	$\sim 10^4$

stima spina pripadaju bozonima i imaju nultu masu mirovanja. Fotoni su kvanti elektromagnetskog polja jediničnog spina. Oni su sami sebi antičestice. Interaguju sa naelektrisanjem ili s strujom drugih čestica isključivo elektromagnetskom interakcijom. Pored realnih fotona u kvantnoj elektrodinamici se operiše i virtuelnim fotonima pri opisivanju sila izmedju dve naelektrisane čestice. Naelektrisane čestice emituju i apsorbuju virtuelne fotone, ali se oni ne mogu detektovati pošto su virtuelni. Virtuelnost se objašnjava principom neodredjenosti, predpostavljajući da je vreme za koje foton predje od jednog naelektrisanja do drugog tako kratko, tako da je neodredjenost u energiji jednaka samoj energiji virtuelnog fotona. Nulte mase mirovanja gravitona i fotona su neophodne za opisivanje sila beskonačnog dometa.

### b. LEPTONI

Ove čestice se smatraju lakim česticama. To su čestice koje pripadaju fermionima, imaju spin  $1/2$  a interaguju medjusobno i sa drugim česticama slabom interakcijom. Klasi leptona pripadaju elektron  $e^-$ , negativni mion  $\mu^-$ , elektronski neutrino  $\nu_e$  i mionski neutrino  $\nu_\mu$ . Antileptonima pripadaju pozitron  $e^+$ , pozitivni mion  $\mu^+$  i elektronski i mionski antineutrino  $\bar{\nu}_e$  i  $\bar{\nu}_\mu$ .

Za  $\mu^-$ -mione se često sreće naziv  $\mu$ -mezoni. Naziv je dat posle njihovog otkrića 1937. /Nedermajer i Anderson/ kada se smatralo da su to čestice koje odgovaraju Jukavinom predviđajuju. Međutim, mioni ne interaguju sa jezgrima, prodorni su i relativno su dugog srednjeg života. Oni se raspadaju na sledeći način:

$$\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e \quad , \quad \mu^+ \rightarrow e^+ + \bar{\nu}_\mu + \nu_e \quad , \quad (1.1)$$

tako da ne odgovaraju Jukavinim predviđenim mezonima /koji su pronađeni kasnije/. Masa  $\mu^\mp$  miona je  $\sim 206 m_e$  a naelektrisanje im je jednako onom kod elektrona.

### c. MEZONI

To su čestice čija se masa nalazi izmedju mase elektrona  $m_e$  i mase protona  $m_p$ . Pripadaju bozonima, spin im je jednak nuli i nestabilne su. Mezoni interaguju medjusobno i sa barionima jakom interakcijom. Pokazalo se da postoji dve klase mezona:  $\pi$ -mezoni ili pioni i K-mezoni ili kaoni. Posle njihovog otkrića /Puel i Okialini, 1947./, pokazalo se da su upravo  $\pi$ -mezoni

čestice koje je Jukava predvideo kao kvante nuklearnog polja. Postoje tri  $\pi$  -mezona:  $\pi^+$  i  $\pi^-$  -mezoni sa masom  $\sim 273 m_e$ , i  $\pi^0$  neutralni mezon sa masom  $\sim 264 m_e$ , koji je sam sebi antičestica. U interakciji nukleona /protona i neutrona/ sa pionima podrazumeva se mogućnost emisije i apsorpcije piona od strane nukleona. Mogući procesi mogu da se predstave na sledeći način:

$$p \rightleftharpoons n + \pi^+ , \quad n \rightleftharpoons p + \pi^- , \quad (1.2)$$

ili još

$$p \rightleftharpoons p + \pi^0 , \quad n \rightleftharpoons n + \pi^0 , \quad (1.3)$$

gde dvostrukе strelice pokazuju da procesi mogu da idu u oba smera.

Klasu K-mezona čine  $K^+$  i  $K^0$  sa antičesticama  $\bar{K}^-$  i  $\bar{K}^0$  sa masama nešto manjim od mase nukleona. Posebno interesantnim pokazali su se  $K^0$  i  $\bar{K}^0$ , koji imaju veću masu od  $K^+$  i  $\bar{K}^-$ , i ponašaju se kao složene čestice. Utvrđeno je da se  $K^0$  i  $\bar{K}^0$  sastoje od mešavine  $K_1^0$  i  $K_2^0$ , a raspadaju se kao jedan od ta dva oblika, koji opet imaju različite srednje živote. K-mezoni se mogu raspadati na sledeće načine:

$$K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu , \quad (1.4)$$

$$K_1^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^- , \quad K_2^0 \rightarrow \pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e .$$

U tabeli 1. naveden je i  $\eta^0$  -mezon koji je sam sebi antičestica. Osim navedenih mezona, pronalaze se novi tako da se broj mezona stalno uvećava. Novopronadjeni mezoni imaju veće mase ali i znatno kraće srednje živote, tako da se oni tumače kao ekscitirana stanja--rezonancije.

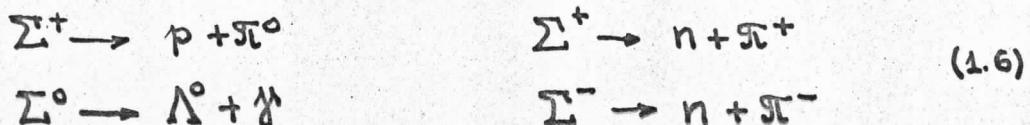
#### d. BARIONI

Ove čestice pripadaju najbrojnijoj kategoriji i imaju mase slične ili veće od  $m_p$ . To su fermioni sa polucelim spinom, koji medjusobno tako interaguju. Sve čestice koje pripadaju ovoj kategoriji mogu se podeliti zajedno sa antičesticama na nukleone i hiperone. Nukleoni /N/ su proton p i neutron n. Hiperoni /Y/ obuhvataju čestice sa sledećim oznakama:  $\Lambda^0$ ,  $\Sigma^+$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Sigma^-$ ,  $\Xi^+$ ,  $\Xi^0$ , i  $\Xi^-$ , i  $\Omega^-$ . Antinukleoni /N/ bi bili antiproton  $\bar{p}$  i antineutron  $\bar{n}$ . U antihiperone /Y/ spadaju sledeće antičestice:  $\bar{\Lambda}^0$ ,  $\bar{\Sigma}^+$ ,  $\bar{\Sigma}^0$ ,  $\bar{\Sigma}^-$ ,  $\bar{\Xi}^+$ ,  $\bar{\Xi}^0$ , i  $\bar{\Omega}^-$ .

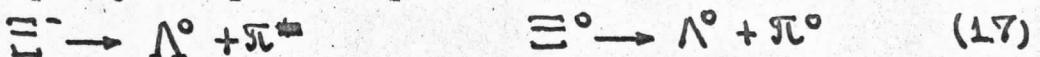
$\Lambda^0$  -hiperon je neutralna čestica sa masom  $\sim 2183 m_e$  a raspara se sledećim procesima:

$$\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^- \quad ; \quad \Lambda^0 \rightarrow n^0 + \pi^0 \quad (1.5)$$

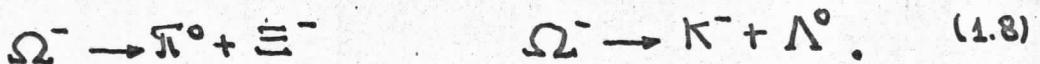
$\Sigma$  -hiperoni se malo razlikuju međusobno po masama, tako da je masa  $\Sigma^+$  i  $\bar{\Sigma}^+$  oko  $2328 m_e$ , masa  $\Sigma^0$  i  $\bar{\Sigma}^0$  oko  $2332 m_e$  a masa  $\Sigma^-$  i  $\bar{\Sigma}^-$  oko  $2341 m_e$ . Glavni tipovi raspada za  $\Sigma$  -hiperone su sledeći procesi:



$\Xi$  -hiperoni nose zajednički naziv kaskadni hiperoni a njihove mase su velike i iznose za  $\Xi^0$  i  $\bar{\Xi}^0$  oko  $2566 m_e$  a za  $\Xi^-$  i  $\bar{\Xi}^-$  oko  $2580 m_e$ . Raspadaju se po ovim procesima



Najveće su mase  $\Omega$  -hiperona koji se raspadaju po jednom od sledećih procesa:

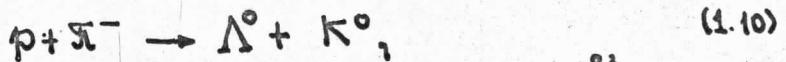


Hiperoni zajedno sa K-mezonima pokazuju neka naročita svojstva. Ova grupa čestica ponaša se u izvesnom smislu neobično, pa su zato dobile naziv neobične, čudnovate ili strane čestice.

Neobičnost njihovog ponašanja izražava se tako što je proces njihovog spontanog raspadanja u izvesnom smislu nepovratan prema procesu nastajanja. Na primer,  $\Lambda^0$  -hiperon se raspada na proton i  $\pi^-$  -mezon:



ali tako da vreme života hiperona u odnosu na to raspadanje iznosi  $\sim 10^{-10}$  s, odnosno to raspadanje je uslovljeno slabom interakcijom. Obrnuto, kod sudara protona i  $\pi^-$  -mezona ne može se dobiti samo neutralni  $\Lambda^0$  -hiperon. Bude li energija dovoljna, pri ovom sudaru on nastaje zajedno sa  $K^0$  -mezonom:



tako da se proces nastajanja karakteriše vremenom  $\sim 10^{-23}$  s, što znači da je on uslovljen jakom interakcijom. Znači, strane /čudnovate čestice/ uvek nastaju u parovima jakom interakcijom, a raspadaju se pojedinačno slabom interakcijom.

Barioni i antibarioni dobijaju se po zakonu održanja koji se može izraziti na sledeći način: broj bariona manje broj antibariona održava se u toku jedne reakcije. Zato se svakom barionu daje jedan kvantni broj — barionski kvantni broj N /nuklearno na-

elektrisanje/, čija je vrednost za barione 1, a za antibarione -1, a koji se održava.

Kao što je ranije navedeno mezoni se dele na dve grupe  $\pi$  i K-mezone, a barioni na pet grupa: nukleone,  $\Lambda$  -hiperone,  $\Sigma$  -hiperone,  $\Xi$  -hiperone i  $\Omega$  -hiperone. Sve ove grupe dobile su naziv izotopni multipleti. Bolji termin je izobarni multipleti, jer čestice koje pripadaju jednom multipletu imaju približno istu masu a različite nanelektrisanje, ali je prvi zadržan. Tako se različite čestice u okviru datog multipleta razmatraju kao različita nanelektrisanja iste čestice. Na primer, proton i nukleon se tretiraju kao dva stanja nanelektrisanja nukleona a  $\Sigma^+$ ,  $\Sigma^-$  i  $\Sigma^0$  predstavljaju tri stanja nanelektrisanja  $\Sigma$  -hiperona. Izotopni multipleti mogu pogodno da se opišu korišćenjem izotopno-spinskog formalizma. Tako se broj čestica  $n$  u datom multipletu može izraziti preko izotopnog spina  $I$  koji karakteriše dati multiplet:

$$n = 2I + 1 \quad (1.11)$$

Odavde se dobija da je  $I=0$  za  $\Lambda$  -hiperone i to je izosinglet, za K-mezone i nukleone je  $I=1/2$  /izodubleti/ a za  $\pi$  -mezone i  $\Sigma$  -hiperone je  $I=1$  /izotripleti/.

Stranost čestice određena je električnim nabojem  $Q$  čestice, njenim barionskim brojem  $N$  i trećom komponentom  $I_3$  izotopnog spina sledećom formulom:

$$Q = I_3 + \frac{N+S}{2} = I_3 + \frac{Y}{2} \quad (1.12)$$

Iz formule se lako nalazi da je  $S=0$  za  $\pi$  -mezone i nukleone,  $S=\pm 1$  za K-mezone a  $S=-1$  za  $\Lambda$  i  $\Sigma$  -hiperone kao i za  $\bar{\Lambda}$  -mezone itd. Sve čestice kod kojih je  $S \neq 0$  jesu strane /čudnovate/ čestice. Održanje stranosti  $S$  omogućilo je objašnjenje većeg broja osobina stranih čestica kao i reakcija koje uključuju njihovo stvaranje.

### 1.3. VRSTE INTERAKCIJA

Interakcijom se smatra sve ono usled čega čestice menjaju svoju prirodu ili stanje uniformnog kretanja. Tako se izmedju elementarnih čestica mogu da dogadjaju raznovrsni procesi: vezivanja u sisteme, kao što su jezgra i atomi, rasejavanja, transformacije, kao što je beta raspad, zatim stvaranje i anihilaci-

je itd. Za sve ove procese odgovorne su interakcije, ali je sigurno da se oni ne mogu tumačiti samo jednom vrstom interakcije. Sve poznate interakcije između elementarnih čestica javljaju se u vidu jedne od sledeće četiri vrste /tipa/:

1. Gravitacione interakcije
2. Slabe interakcije
3. Elektromagnetne interakcije
4. Jaka interakcije.

Važne karakteristike svake interakcije su relativni intenzitet i domet a isto tako i vreme trajanja. U tabelu 2. unete su sve četiri vrste interakcija sa osnovnim karakteristikama.

Tabela 2. Tipovi interakcija

Priroda interakcije	Čestice	Domet u cm	Relativni intenzitet	Karakteristično vreme
1. Gravitaciona interakcija	gravitonii	$\infty$	$10^{-53}$	---
2. Slaba interakcija /leptonska/	leptonii	$< 10^{-16}$	$10^{-5} - 10^{-13}$	$10^{-8} - 10^{-9}$ sec.
3. Elektromagnetna interakcija	fotonii	$\infty$	$10^{-2}$	$10^{-16} - 10^{-19}$ sec.
4. Jaka interakcija /nuklearna/	hadronii	$10^{-13}$	1	$10^{-23}$ sec.

Jaka interakcija otkrivena je izučavanjem prirode nuklearnih sila u jezgru a slaba interakcija uvedena je za tumačenje sporijih procesa kao što su transformacije jednog nukleona u drugi /beta raspad/. Hadroni navedeni u tabeli 2. čine posebnu grupu i to su jako interagujuće čestice. Njima pripadaju barioni: N,  $\Lambda$ ,  $\Sigma$ ,  $\Xi$  i  $\Omega$  sa svojim rezonancijama, i mezonii  $\pi$  i K sa svojim rezonancijama.

#### a. GRAVITACIONA INTERAKCIJA

Ova interakcija je poznata iz klasične fizike po dugom dometu sile koja se pokorava zakonu, prema kome njen intenzitet opada sa kvadratom rastojanja. Gravitaciona sila je data sledećim izrazom:

$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (1.13)$$

gde su  $m_1$  i  $m_2$  mase čestica,  $r$  je njihovo medjusobno rastojanje a  $\kappa$  konstanta. Gravitaciona interakcija je veoma slaba a njena konstanta veze mala. Ona se vrlo malo menja na malim rastojanjima i njena uloga je zanemarljiva u procesima u kojima učestvuju elementarne čestice. Tako je energija gravitacione interakcije izmedju dva protona medjusobno udaljena za  $r$  zanemarljivo mala u poređenju sa masom protona  $m_p$ :

$$E_g \sim \kappa \frac{m_p^2}{r} \quad (1.44)$$

Vrednost konstante je:  $\kappa = 6 \times 10^{-39} / m_p^2$ , pa u slučaju da je  $r \sim \frac{1}{m_p}$  energija gravitacione interakcije će tada biti približno  $E_g \sim 10^{-39} m_p^2$  što je mnogo manje od mase protona  $m_p$ . Medjutim, kada se radi o velikim masama i rastojanjima gravitaciona interakcija ima odlučujuću ulogu a energija  $E_g$  dostiže ogromnu vrednost.

### b. SLABA INTERAKCIJA

Slaba interakcija predstavlja vrstu procesa dezintegracije i odgovorna je za raspade elementarnih čestica. Ona je vrlo kratkog dometa / $< 10^{-15}$  cm/ a efektivni radius joj je još manji nego kod jakih interakcija, tako da iznosi oko  $10^{-17}$  cm. Slaba interakcija se karakteriše konstantom slabe interakcije čija je vrednost  $G = 10^{-5} / m_p$ . Energija slabe interakcije  $E_w$  za dva protona koja se nalaze na rastojanju  $r \sim 1/m_p$  iznosiće  $E_w \sim 10^{-5} m_p$ . Zato se slaba interakcija, za veći broj slučajeva, može razmatrati kao mala perturbacija za spore procese koje ona izaziva u prvom redu teorije perturbacije.

Slaba interakcija nije odgovorna samo za raspade elementarnih čestica /izuzetak od ovoga su samo  $\pi^0$ -mezon,  $\Sigma^0$ -hiperon i  $\eta^0$ -mezon koji se raspadaju elektronskom interakcijom/ već ima važnu ulogu i u različitim procesima koji se odigravaju pri sudaru čestica. Medjutim, kada se uporedi efikasni preseci za ove procese koje izaziva slaba interakcija sa odgovarajućim efikasnim presecima za jaku interakciju, vidi se da su prvi jako mali. Tako je karakteristični efikasni presek za procese pro-uzrokovane slabom interakcijom reda  $10^{-40} \text{ cm}^2$ , a za one prouzrokovane jakom interakcijom reda  $10^{-27} \text{ cm}^2$ .

Procesi koji proističu iz slabih interakcija često se nazivaju sporim procesima. To dolazi od činjenice da su vremenski intervali koji karakterišu poznate raspade koji dolaze od slabe \* ovde je  $1/m_p \approx 6 \times 10^{23} \text{ g}^{-1}$ :

interakcije reda  $10^{-10}$  sec, dok su oni za jake interakcije reda  $10^{-23}$  sec. Postoji veliki broj sporih procesa, međusobno različitih, tako da se oni kreću od beta raspada pa do oscilacija u snopu neutralnih K-mezona.

### c. ELEKTROMAGNETNA INTERAKCIJA

Ovo je interakcija između elektromagnetskog polja i nanelektrisanih čestica. Okarakterisana je vrednošću električnog naboja e. Osnovu elektromagnetske interakcije predstavlja foton. Foton se može uzeti kao čestica izmene elektromagnetskog polja, ako se smatra da elektromagnetna sila između dve nanelektrisane čestice nastaje kao rezultat emisije i apsorpcije virtualnih fotona između njih. Kako je elektromagnetno polje kvantizirano fotonima, to se sile elektromagnetskog polja mogu tumačiti na ovaj način. Sile elektromagnetskog polja:

$$F_{el} \sim \frac{e^2}{r^2}, \quad (1.15)$$

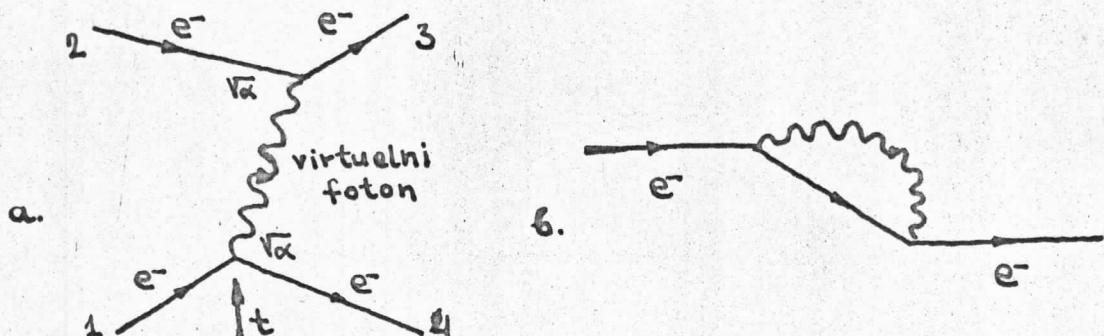
su dugodometne sile i javljaju se kao osobine materijala. Energija elektromagnetne interakcije  $E_{el}$  dva protona koji se nalaze na međusobnom rastojanju r približno je jednaka:

$$E_{el} \sim \frac{\alpha}{r} \quad (1.16)$$

gde je  $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$ , a e je nanelektrisanje protona. Intenzitet elektromagnetne interakcije određen je bezdimenzionom konstantom  $\alpha$ . Ona se naziva konstantom fine strukture ili elektromagnetnom konstantom sprege. Uzmemo li da je rastojanje r između čestica  $r \sim 1/m_p$ , onda je energija elektromagnetne interakcije reda  $E_{el} \sim \alpha m_p$ , i biće mala u poređenju sa masom čestice  $m_p$ .

Relativno mali intenzitet elektromagnetne interakcije koristi se u kvantnoj elektrodinamici u teoriji interakcije elektrona sa fotonima. Pošto je elektromagnetna konstanta sprege  $\alpha$  mala, elektromagnetna interakcija se onda može razmatrati kao mala perturbacija, pa su u kvantnoj elektrodinamici razvijene metode perturbacione teorije. Elektromagnetna interakcija može da se predstavi Feynmanovim dijagramom. Na slici 1.1. a. dato je rasejanje elektrona na elektronu uz izmenu jednog fotona. Uz svaki verteks /čvor/ elektron-foton-elektron stavlja se faktor  $\frac{e}{\sqrt{\alpha}}$  ili e. Kako je stvarna masa fotona jednaka nuli pol se javlja u tački  $t=0$ . Na slici 1.1. b. prikazana je emisija i apsorpcija virtualnog fotona koga je sama čestica emitovala. Proces predstavljen na

slici b. je u suštini interakcija čestice sa samom sobom. Kod rasejanja elektrona na elektronu može se naći diferencijalni efikasni presek  $d\sigma$ . Diferencijalni efikasni presek  $d\sigma$  za određeni tip interakcije između čestica, ili između čestice i



S1.1.1. Elektromagnetska interakcija: a. Rasejanje elektrona na elektronu. b. Emisija i apsorpcija virtuelnog fotona od strane elektrona.

polja dobija se u kvantnoj mehanici primenom određenih pravila a kako je konstanta  $\alpha$  mala to se sa sigurnošću može primeniti perturbacioni metod. Ovim načinom dolazi se do razvijanja totalne interakcije po stepenima od  $\alpha$  ili  $e^2$ , tako da se elektromagnetski procesi mogu klasifikovati na:

a. Procese prvog reda, gde je  $d\sigma \sim e^2$ . U ove procese spadaju fotoelektrični efekat i emisija i apsorpcija zračenja kod atoma i jezgara u određenim stanjima.

b. Procese drugog reda, gde je  $d\sigma \sim e^4$ . Ovde spadaju Komptonov efekat, rasejanje elektrona na elektronu i dvokvantna anihilacija pozitrona.

c. Procese trećeg reda, gde je  $d\sigma \sim e^6$ . Ovde se ubrajaju začetno zračenje i proizvodjenje parova. Ovi procesi se zbog očuvanja energije i impulsa ne dešavaju u slobodnom prostoru.

Dalje se može govoriti o elektromagnetskoj interakciji na niskim energijama i o elektromagnetskoj interakciji na visokim energijama /rasejanje elektrona na nukleonu/.

#### d. JAKA INTERAKCIJA

Ova interakcija upravlja interakcijama između piona, kaona, nukleona i hiperona. Tu se javljaju specifične sile--nuklearne sile između nukleona koje su odgovorne za vezivanje tih čestica u atomsko jezgro. Nuklearne sile su kratkog dometa, za razliku od gravitacionih ili elektromagnetskih. Tako je energija jake in-

terakcije između čestica koje se nalaze na rastojanju većem od  $10^{-13}$  -  $10^{-12}$  cm zanemarljiva, ali je na rastojanjima koja su veća od  $10^{-14}$  cm, energija već reda veličine mase jako interagujućih čestica. Relativni intenzitet jake interakcije meri se konstantom sprege koja je bezdimenziona veličina:  $\frac{g^2}{\hbar c} \approx 1$ . Zbog veličine ove konstante jaka interakcija ne može se razmatrati u perturbacionoj teoriji. Karakteristično vreme trajanja jake interakcije je nuklearno vreme i ono iznosi:

$$t = \frac{r_0}{c} = 10^{-13} \text{ cm} / 3 \cdot 10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{sec}} \approx 10^{-23} \text{ sec.} \quad (1.17)$$

Jaku interakciju prvi je protumačio Yukawa, opisujući je silom malog dometa između nukleona preko izmene mezona. Sa jakom interakcijom povezano je postojanje hiperjezgara, barionskih i mezonskih rezonancija. U složenom modelu japanskog fizičara Sakata sve tri fundamentalne čestice su jako interagujuće: proton, neutron i  $\Lambda$  - hiperon. One predstavljaju tri barionska polja: protonsko, neutronsko i  $\Lambda$  - hiperonsko polje. U osnovi svih nuklearnih procesa leži jaka interakcija izmedju ovih polja. Najprostiji oblik jake interakcije fundamentalnih polja, na primer, polja protona i polja neutrona /dva fermiona/, jeste četvorofermionska interakcija. Lagranžijan ovakve interakcije bio bi:

$$L \sim g(\bar{p}p)(\bar{n}n), \quad (1.18)$$

gde je  $g$  konstanta interakcije a  $\bar{p}, p, \bar{n}$  i  $n$  su operatori stvaranja i anihilacije čestica. Tako  $\bar{p}$  označava stvaranje protona i anihilaciju antiprotona, dok  $p$  označava stvaranje antiprotona i anihilaciju protona. Isto važi i za simbole  $\bar{n}$  i  $n$  samo za neutrone. Interakcija navedena gore može da se tumači kao interakcija između dve struje, i to protonске struje / $\bar{p}p$ / i neutronske struje / $\bar{n}n$ / . Jaka interakcija bi se onda mogla napisati u obliku:  $g j_s j_s$ , gde je  $j_s = \bar{p}p + \bar{n}n + \bar{\Lambda}\Lambda$ . Ovde se sva tri barionska polja tretiraju potpuno simetrično. Da su mase protona, nukleona i  $\Lambda$  - hiperaona međusobno jednake, jaka interakcija bi posedovala simetriju koja je poznata kao unitarna simetrija. Međutim, unitarna simetrija je narušena u prirodi.

GLAVA II



DIRAKOVA JEDNAČINA

2.1. DE BROLJEVA HIPOTEZA

Proučavanje prirode svetlosti dovelo je do saznanja da svetlost pored talasnih osobina poseduje i kopuskularne osobine. Dualizam talas-čestica ispoljava se u optičkim pojavama, pa se smatralo da predstavlja specifičnost svojstvenu samo svetlosti. De Brolji je 1924. postavio smelu hipotezu da dualizam talas-čestica nije svojstven samo svetlosti, već ima univerzalni značaj i može se primeniti na elektrone ili bilo koje druge čestice. On je predpostavio da čestica pored korpuskularnih osobina ima uporedno i talasne osobine. Tako se elektronu mase  $m$  i brzine  $\vec{v}$  pripisuju energija  $E$  i impuls  $\vec{p}$  u korpuskularnoj slici, a u talasnoj frekvenciji  $\nu$  i talasna dužina  $\lambda$ . Veza između ovih veličina data je relacijama:

$$E = \hbar\nu \quad p = \frac{\hbar}{\lambda} \quad (2.1)$$

Po de Brolju talasna dužina ravnog monohromatičnog talasa koji je pripisan čestici računa se prema:

$$\lambda = \frac{\hbar}{p} \quad (2.2)$$

Talasi pripisani česticama dobili su naziv de Broljevi talasi. Za čestice sa masom mirovanja različitom od nule / $\vec{p} = m\vec{v}$ / biće:

$$\lambda = \frac{\hbar}{mv} \quad (2.3)$$

Dalje se može uvesti talasni vektor  $\vec{k}$  sa absolutnom vrednošću  $|\vec{k}| = \frac{1}{\lambda}$ , pa je:

$$\vec{p} = \hbar\vec{k}, \quad p_x = \hbar k_x, \quad p_y = \hbar k_y, \quad p_z = \hbar k_z \quad (2.4)$$

Kretanje slobodne čestice opisuje se ravnim talasom koji ima oblik:

$$\Psi(\infty, t) = A e^{-i\omega(\nu t - \vec{k}\cdot\vec{r})} = A e^{-\frac{i\omega}{\hbar}(\epsilon t - \vec{p}\cdot\vec{r})} \quad (2.5)$$

a naziva se još i talasnom funkcijom.

De Broljeva hipoteza je sigurno bila potvrđena eksperimentima Devisona i Đžermera iz difrakcije elektrona. Koristeći ove rezultate, učinjeni su pokušaji da se dualizam talas-čestica reši predstavljanjem čestice talasnim paketom. Takvi pokušaji su napušteni, jer se pokazalo da se talasni paket rasplinjava

u prostoru, dok to nije slučaj sa česticom.

U savremenoj kvantnoj mehanici prihvaćena je statistička interpretacija talasne funkcije koju je dao Maks Born. Po ovoj interpretaciji, kvadrat modula talasne funkcije  $\Psi$  :

$$|\Psi|^2 = \Psi^* \Psi, \quad (2.6)$$

karakteriše gustinu nalaženja čestice u raznim tačkama prostora. Promenom talasne funkcije sa vremenom menja se samo verovatnoća nalaženja čestice u raznim tačkama prostora. Statistička interpretacija ne ulazi u strukturu čestice i čestice se smatraju punktualnim. Važnost de Brogljeve ideje sastoji se i u tome, što je on smatrao da treba proširiti analogiju između mehanike i optike i da analogno talasnoj optici treba izgraditi talasnu mehaniku, koja bi bila opštija od klasične mehanike a koja bi se mogla primenjivati na pojave u atomima.

## 2.2. ŠREDINGEROVA JEDNAČINA

Plankova teorija kvanta, Borovi postulati i de Brogljeva hipoteza omogućili su dobijanje osnovne diferencijalne jednačine, koja prikazuje kretanje elektrona uzimajući u obzir i njegova talasna svojstva. Takvu jednačinu dobio je Šredinger /1926/. To je parcijalna diferencijalna jednačina pomoću koje se uspešno može prikazivati kretanje nanelektrisanih čestica u nerelativističkom slučaju kada je  $v \ll c$ . Šredingerova jednačina predstavlja generalizaciju klasične Hamilton-Jakobijevе jednačine za slučaj kada je de Brogljeva talasna dužina različita od nule. Ona je u istom odnosu prema Hamilton-Jakobijevoj jednačini kao što je i talasna optika prema geometrijskoj optici.

Šredingerova jednačina se može dobiti /ne izvodi se/ generalizacijom talasne jednačine iz elektrodinamike ili optike:

$$\Delta \Psi(\vec{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = 0. \quad (2.7)$$

Uopštavanje se primenjuje na prostiranje de Brogljevih talasa, pa je ovde  $\Psi$  funkcija koja prikazuje talasni proces koji se prostire brzinom  $c$ . Za slučaj monohromatičnog talasa, rešenje jednačine /2.7/ može da se traži u obliku:

$$\Psi(\vec{r}, t) = e^{-i\omega nt} \psi(\vec{r}) = e^{i\omega t} \psi(\vec{r}). \quad (2.8)$$

Prostorni deo  $\Psi(\vec{r})$  ove talasne funkcije zadovoljavaće jednačinu:

$$\Delta \Psi(\vec{r}) + \frac{\omega^2}{c^2} \Psi(\vec{r}) = 0, \quad (2.9)$$

u kojoj umesto  $\omega = 2\pi\nu$  i c može da se uzme talasna dužina  $\lambda$  :

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}. \quad (2.10)$$

Zamenom se dobija:

$$\Delta \Psi(\vec{r}) + \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \Psi(\vec{r}) = 0. \quad (2.11)$$

Ova talasna jednačina ima univerzalni karakter, i da bi se iz nje dobila talasna jednačina koja može da prikazuje talasno kretanje elektrona, umesto talasne dužine  $\lambda$  stavlja se u nju izraz za de Brogljevu talasnu dužinu:

$$\lambda = \frac{\hbar}{mv} = \frac{2\pi\hbar}{p}. \quad (2.12)$$

Koristeći zakon održanja energije:

$$\frac{p^2}{2m} + U(\vec{r}) = E = \text{const.}, \quad (2.12a)$$

dobija se:

$$\frac{4\pi^2}{\lambda^2} = \frac{2m}{\hbar^2} [E - U(\vec{r})]. \quad (2.13)$$

Ako sada zamenimo ovaj izraz u jednačinu /2.11./ dobijamo:

$$\Delta \Psi(\vec{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} [E - U(\vec{r})] \Psi(\vec{r}) = 0. \quad (2.14)$$

To je stacionarna Šredingerova jednačina, jednačina nezavisna od vremena.

Potpuna talasna funkcija koja zavisi od prostornih koordinata i vremena za bilo koji monohromatični talas, dobija se ako se iz jednačine /2.14/ izračuna prostorni deo talasne funkcije  $\Psi(\vec{r})$ . Kako je  $\omega = E/\hbar$  biće:

$$\Psi(\vec{r},t) = e^{-i\frac{E}{\hbar}t} \Psi(\vec{r}). \quad (2.15)$$

Konjugovano-kompleksnu jednačinu, jednačine /2.14/, zadovoljavaće talasna funkcija oblika:

$$\Psi^*(\vec{r},t) = e^{i\frac{E}{\hbar}t} \Psi^*(\vec{r}). \quad (2.16)$$

Talasnoj funkciji  $\Psi(\vec{r},t)$ , koja prikazuje ponašanje slobodne čestice, daje se u Šredingerovoj teoriji statistička interpretacija. Tako veličina:

$$\Psi^*(\vec{r},t) \Psi(\vec{r},t) = \Psi^* \Psi, \quad (2.17)$$

/ima ulogu funkcije raspodele/ karakteriše gustinu verovatnoće nalaženja čestice u nekom delu prostora. Kada je gustina verovatnoće  $\Psi^* \Psi$  različita od nule u nekoj velikoj, ali konačnoj oblasti prostora  $\Omega$ , može se reći da je čestica negde u toj oblasti, pa verovatnoća nalaženja čestice u oblasti  $\Omega$  mora

biti jednaka jedinici. Matematički se to izražava na sledeći način:

$$\int_{\Omega} \Psi^* \Psi d^3x = 1, \quad (2.18)$$

a u kvantnoj mehanici se ovaj uslov naziva uslov normiranja.

Šredingerova jednačina je parcijalna diferencijalna jednačina drugog reda, pa se za talasnu funkciju  $\Psi$ , koja je njen rešenje, postavljaju sledeći uslovi, koje ona treba da zadovolji. Talasna funkcija mora biti kontinualna a isto tako i njen izvod. Ona mora biti jednoznačna i konačna u celom prostoru, a mora da zadovolji i određene granične uslove. Postavljeni zahtevi doveđe do toga, da rešenja koja zadovoljavaju sve uslove, ne postoje za sve vrednosti parametara, već samo za neke, koje se nazivaju sopstvene ili svojstvene vrednosti. Tako svojstvenim vrednostima energije /parametar/:  $E_1, E_2, E_3, \dots$ , odgovaraju rešenja:  $\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \dots$ . Ova rešenja  $\Psi$  nazivaju se svojstvene ili sopsstvene funkcije.

Sve moguće vrednosti energije sačinjavaju energetski spektar. Kada je položaj čestice u prostoru ograničen, energetski spektar je diskretan a ako kretanje čestice u prostoru nije ograničeno energetski spektar je kontinualan /neprekidan/. Svojstvene funkcije  $\Psi_n$  moraju da zadovoljavaju uslov ortonormiranja:

$$\int \Psi_m^* \Psi_n d^3x = \delta_{nm} \quad (2.19)$$

gde je  $\delta_{nm}$  Kronekerov simbol, koji je jednak jedinici za  $m=n$ , pa je to uslov normiranja, i jednak nuli za  $m \neq n$  a to je uslov ortogonalnosti. Svojstvene funkcije  $\Psi_n$ , koje odgovaraju svojstvenim vrednostima energije  $E_n$ , odlikuju se osobinom ortonormiranosti što predstavlja jednu od njihovih važnih osobina.

Pored stacionarne postoji opštija jednačina koja zavisi eksplicitno od vremena a koja se naziva potpuna, nestacionarna Šredingerova jednačina. Dobija se iz stacionarne eliminacijom energije  $E$ . Napišemo li stacionarnu Šredingerovu jednačinu u obliku:

$$E\Psi(\vec{r},t) + \left[ \frac{\hbar^2}{2m} \Delta - U(\vec{r}) \right] \Psi(\vec{r},t) = 0, \quad (2.20)$$

i eliminišemo parametar  $E$  ralacijom:

$$-\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \Psi(\vec{r},t)}{\partial t} = E\Psi(\vec{r},t), \quad (2.21)$$

dobijamo potpunu Šredingerovu jednačinu:

$$\left[ -\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2m} \Delta - U(\vec{r}) \right] \Psi(\vec{r},t) = 0. \quad (2.22)$$

Potpuna Šredingerova jednačina ima opštiji karakter i koristi se za prikazivanje procesa, u kojima potencijalna energija  $U$  nije funkcija samo koordinata, već i vremena.

Prelaz sa stacionarne jednačine na potpunu može se jednostavno izvesti zamenom energije  $E$  operatorom energije:

$$E = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}, \quad (2.23)$$

i uvođenjem operatora impulsa  $\vec{p}$ :

$$\vec{p} = \frac{\hbar}{i} \nabla = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial \vec{r}} = -i\hbar \nabla. \quad (2.24)$$

Koristeći ovu simboliku, Šredingerova jednačina /2.22/ dobija oblik:

$$\left[ E - \frac{\vec{p}^2}{2m} - U(\vec{r}) \right] \Psi(\vec{r}, t) = 0. \quad (2.25)$$

Označimo li sa  $T = \frac{\vec{p}^2}{2m}$  operator kinetičke energije, a sa  $H = T + U$  operator Hamiltonove funkcije /Hamiltonian/, jednačina /2.22/ može da se napiše u ovom obliku:

$$(E - H) \Psi(\vec{r}, t) = 0 \quad (2.26)$$

### 2.3. KLAJN-GORDONOVA RELATIVISTIČKA JEDNAČINA

Šredingerova talasna jednačina je nerelativistička i primenjuje se na čestice koje se kreću brzinom  $v$  koja je mnogo manja od brzine svetlosti  $c$ . Ova talasna jednačina nije invarijantna u odnosu na Lorencove transformacije, jer u nju koordinate prostora i vremena ulaze neravnopravno. Jednačina sadrži prvi izvod po vremenu i druge izvode po koordinatama prostora. Prema zahtevu specijalne teorije relativnosti jednačina bi morala da ima takav oblik u koji bi prostorne i vremenske koordinate formalno ulazile na jednakoj bazi.

Relativistička talasna jednačina može se dobiti generalizacijom nerelativističke talasne jednačine. Treba samo izabrati način generalizacije nerelativističke talasne jednačine koji će biti u saglasnosti sa transformacionim formulama specijalne teorije relativnosti. U tome su uspeli Klajn i Gordon.

Relativistička talasna jednačina za slobodnu česticu može se jednostavno dobiti, ako se u klasičnu relativističku relaciju između energije  $E$  mase mirovanja čestice  $m_0$  i impulsa  $\vec{p}$ :

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4 \quad (2.27)$$

zamene odgovarajući operatori energije i impulsa /2.23/ i /2.24/.

Pokazalo se kao pogodno da se razumnim izborom jedinica eliminise stalno pojavljivanje konstanti  $\hbar$  i c u formulama. To omogućava prirodni sistem jedinica u kome se kao mere koriste masa protona  $m_p$ , Komptonova talasna dužina  $\lambda_p$  protona i vreme koje je potrebno svetlosti da predje ovu dužinu  $\tau_p$ :

$$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg.}$$

$$\lambda_p = \frac{\hbar}{m_p c} = 2,1 \cdot 10^{-16} \text{ m.} \quad (2.28)$$

$$\tau_p = \frac{\lambda_p}{c} = 0,7 \cdot 10^{-24} \text{ sec.}$$

U novim jedinicama dobili bi smo:

$$m_p = \lambda_p = \tau_p = 1, \quad (2.29)$$

a odavde:

$$\hbar = c = 1, \quad (2.30)$$

što ćemo ubuduće koristiti. Energija i impuls bi imali dimenzije mase a dužina i vreme inverzne dimenzije mase [ $m^{-1}$ ].

Tako bi sada operatori energije i impulsa /2.23/ i /2.24/ imali oblik:

$$E = i \frac{\partial}{\partial t} \quad \vec{p} = -i \nabla, \quad (2.31)$$

a nestacionarna Šredingerova jednačina:

$$\frac{i}{2m} \Delta \Psi = \frac{\partial \Psi}{\partial t}. \quad (2.32)$$

Relativistička relacija izmedju impulsa i energije /2.27/ biće sada:

$$E^2 = (\vec{p})^2 + m_0^2 \quad E = \pm \sqrt{\vec{p}^2 + m_0^2}. \quad (2.33)$$

Zamenimo li operatore E i  $\vec{p}$  /2.31/ koji deluju na talasnu funkciju  $\Psi(\vec{r}, t)$  u /2.33/ dobijemo:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} - m_0^2 \Psi, \quad (2.34)$$

ili

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = (\Delta - m_0^2) \Psi. \quad (2.35)$$

To je relativistička skalarna Klajn-Gordonova jednačina za slobodnu česticu bez spina. Za rešenje Klajn-Gordonove jednačine može se uzeti de Brojjev talas:

$$\Psi = e^{i\vec{p}\cdot\vec{r} - iEt} = e^{i(\vec{p}\cdot\vec{r} - Et)}. \quad (2.36)$$

Pošto smo za dobijanje Klajn-Gordonove jednačine koristili relativističku relaciju /2.33/, to je ona relativistički invarijantna i simetrična u odnosu na prostorne koordinate i vreme. Name, ona je drugog reda po prostornim koordinatama i po vremenu, dok je Šredingerova jednačina prvog reda po vremenu.

Nerelativistička aproksimacija se dobija ako se uzme:

$$E = (m_0^2 + p^2)^{1/2} = m_0 \left( 1 + \frac{p^2}{m_0^2} \right)^{1/2} \approx m_0 + \frac{p^2}{2m_0} \quad (2.37)$$

U početku se mislilo da je Klajn-Gordonova jednačina pogodna za opisivanje relativističkog elektrona. Kasnije su eksperimentalne činjenice pokazale da ona može da opisuje samo kretanje čestica nultog spina, dok je spin elektrona 1/2.

U nerelativističkoj jednačini bilo je dovoljno znati talasnu funkciju  $\Psi(t=0, \vec{r})$ , pa da se zna  $\Psi(t, \vec{r})$ . Za Klajn-Gordonovu jednačinu pored  $\Psi(t=0, \vec{r})$ , treba dati i  $\frac{\partial \Psi}{\partial t}(t=0, \vec{r})$ . Klajn-Gordonova jednačina može da se napiše u drugaćijem obliku ako se uzme da je:

$$x_1 = x, x_2 = y, x_3 = z, x_4 = it. \quad (2.38)$$

Komponente  $\nabla$  obeležimo sa:

$$\nabla (\partial_1 = \frac{\partial}{\partial x}, \partial_2 = \frac{\partial}{\partial y}, \partial_3 = \frac{\partial}{\partial z}), \quad (2.39)$$

i definišimo:

$$\partial_4 = \frac{\partial}{i\partial t}, \quad (2.40)$$

pa je onda:

$$[\partial_1^2 + \partial_2^2 + \partial_3^2 + \partial_4^2] \Psi = m_0^2 \Psi. \quad (2.41)$$

Jednačina se dalje može napisati kao:

$$\sum_{\mu} \partial_{\mu} \partial_{\mu} \Psi = m_0^2 \Psi, \quad \mu = 1, 2, 3, 4. \quad (2.42)$$

ili samo:

$$(\partial_{\mu} \partial_{\mu} - m_0^2) \Psi = 0 \quad (2.43)$$

Klajn-Gordonova jednačina se pokazala pogodnom za proučavanje kretanja  $\pi$  i K-mezona, jer je spin ovih čestica jednak nuli.

#### 2.4. VAJLOVA JEDNAČINA

Umesto Klajn-Gordonove jednačine koja je drugog reda po svim promenljivima tražena je jednačina koja bi bila prvog reda po svim izvodima. Najprostija jednačina prvog reda po svim izvodima može da se napiše na sledeći način:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \epsilon_x \frac{\partial \Psi}{\partial x} + \epsilon_y \frac{\partial \Psi}{\partial y} + \epsilon_z \frac{\partial \Psi}{\partial z} = (\epsilon_x \frac{\partial}{\partial x} + \epsilon_y \frac{\partial}{\partial y} + \epsilon_z \frac{\partial}{\partial z}) \Psi. \quad (2.44)$$

Koeficijenti  $\sigma$  u jednačini tek treba da budu određeni. Razmatrajući ovu jednačinu Dirak je tražio da bude zadovoljena i Klajn-Gordonova jednačina, pošto ona u suštini izražava relativističku vezu između impulsa i energije. Koristeći jednačinu /2.44/ dobija se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} &= (\sigma_x \frac{\partial}{\partial x} + \sigma_y \frac{\partial}{\partial y} + \sigma_z \frac{\partial}{\partial z}) \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \\ &= (\sigma_x \frac{\partial}{\partial x} + \sigma_y \frac{\partial}{\partial y} + \sigma_z \frac{\partial}{\partial z})(\sigma_x \frac{\partial}{\partial x} + \sigma_y \frac{\partial}{\partial y} + \sigma_z \frac{\partial}{\partial z}) \Psi = \\ &= [\sigma_x^2 + \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \sigma_y^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \sigma_z^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} + (\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_x) \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + \dots] \Psi. \end{aligned} \quad (2.45)$$

Da bi Klajn-Gordonova jednačina bila zadovoljena mora se uzeti da je masa čestice jednaka nuli /m=0/ i daje:

$$\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_z^2 = 1 \quad (2.46)$$

$$\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_x = 0 \quad \sigma_z \sigma_x + \sigma_x \sigma_z = 0 \quad \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_y = 0.$$

Znači koeficijenti  $\sigma$  ne mogu biti brojevi, jer antikomutiraju, već se moraju prikazati kao matrice. Funkcija  $\Psi$  mora biti skup funkcija /spinor/. Najjednostavnije je da se za  $\Psi$  uzme par  $(\Psi_1, \Psi_2)$ , a da matrice  $\sigma$  budu  $2 \times 2$  matrice sa sledećim osobinama:

$$\sigma_x \sigma_x = I = 1 = \sigma_y \sigma_y = \sigma_z \sigma_z \quad (2.47)$$

$$\sigma_x \sigma_y = -\sigma_y \sigma_x \quad \sigma_x \sigma_z = -\sigma_z \sigma_x \quad \sigma_y \sigma_z = -\sigma_z \sigma_y.$$

Rezultat množenja za dve matrice zavisi od njihovog poretku u proizvodu, pa je:

$$\sigma_x \sigma_y = -\sigma_y \sigma_x = i \sigma_z \quad \sigma_z \sigma_x = i \sigma_y \quad \sigma_y \sigma_z = i \sigma_x. \quad (2.48)$$

Pokazalo se da je najpogodnije da se za  $\sigma$  matrice uzme sledeći skup:

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (2.49)$$

Ovaj skup matrica predstavlja Paulijeve matrice spina. One karakterišu projekcije vektora spina na koordinatne ose.

Jednačina /2.44/ može se sada napisati kao:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = \sigma_x \frac{\partial \Psi}{\partial x} + \sigma_y \frac{\partial \Psi}{\partial y} + \sigma_z \frac{\partial \Psi}{\partial z} = \vec{\sigma} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \Psi \quad (2.50)$$

ili samo:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \vec{\sigma} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \Psi \quad (2.50a)$$

Ova jednačina naziva se Vajlova jednačina. To je relativistička talasna jednačina za česticu čija je masa jednaka nuli. Vajlova jednačina je invarijantna u odnosu na Lorencove transformacije.

Ona može da se napiše i u sledećem obliku, koji se može koristiti:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = - \vec{\alpha} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \Psi \quad (2.51)$$

## 2.5. DIRAKOVA JEDNAČINA

Osnovnu jednačinu relativističke kvantne mehanike i kvantne teorije polja dao je Dirak. To je relativistička talasna jednačina pogodna za proučavanje čestica sa spinom 1/2. Primenom Dirakove jednačine na elektrone /spin 1/2/ dobijaju se sva osnovna svojstva elektrona. Prethodne teorije Klajn-Gordonova i Paulijeva nisu uzimale u obzir sva svojstva elektrona. Tako se u Klajn-Gordonovoj teoriji uzimaju u obzir samo relativistički efekti, a u Paulijevoj samo spinski efekti bez relativističkih.

Dirak je umesto Klajn-Gordonove jednačine koja je drugog reda, tražio jednačinu koja će biti prvog reda po svim promenljivima. Da bi mogao da je primeni na čestice čija je masa različita od nule, dodao je Vajlovoj jednačini /2.50/ još jedan član po  $\Psi$ , i istovremeno ubacio nove koeficijente / $\alpha$  i  $\beta$ / . Tako je dobio jednačinu:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = - \alpha_x \frac{\partial \Psi}{\partial x} - \alpha_y \frac{\partial \Psi}{\partial y} - \alpha_z \frac{\partial \Psi}{\partial z} - im\beta \Psi, \quad (2.52)$$

ili samo:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = - (\vec{\alpha} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{r}} + im\beta) \Psi. \quad (2.53)$$

Ova jednačina naziva se Dirakovom jednačinom. Koeficijenti  $\vec{\alpha}$  i  $\beta$  koji figurišu u ovoj jednačini određuju se posebno. Iz /2.53/ dobija se dalje:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} &= (\vec{\alpha} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{r}} + im\beta)(\vec{\alpha} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{r}} + im\beta) \Psi = \\ &= \left( \alpha_x^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \alpha_y^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \alpha_z^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \Psi - m^2 \beta^2 \Psi + \\ &+ \left\{ (\alpha_x \alpha_y + \alpha_y \alpha_x) \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + \dots + [im\beta \alpha_x \frac{\partial}{\partial x} + \dots] + \right. \\ &\left. + [im \alpha_x \beta \frac{\partial}{\partial x} + \dots] \right\} \Psi. \end{aligned} \quad (2.54)$$

Da bi Klajn-Gordonova jednačina /2.35/ bila zadovoljena mora se uzeti da je:

$$\alpha_x^2 = \alpha_y^2 = \alpha_z^2 = \beta^2 = 1$$

$$\alpha_x \alpha_y + \alpha_y \alpha_x = 0 \quad \alpha_y \alpha_z + \alpha_z \alpha_y = 0 \quad \alpha_z \alpha_x + \alpha_x \alpha_z = 0$$

$$\alpha_x \beta + \beta \alpha_x = 0 \quad \text{itd.} \quad (2.55)$$

znači, potrebno je naći četiri matrice koje međusobno antikomutiraju. Najpogodnije i najjednostavnije za ovo su  $4 \times 4$  matrice. Talasna funkcija  $\Psi$ , takođe mora da ima određena svojstva.

Naime, talasna funkcija  $\Psi$  čestice sa spinom nula ponaša se pri Lorencovim transformacijama kao skalar. Zato jedna funkcija nije dovoljan za opisivanje fermiona /na primer, elektrona/, pošto takva čestica ima bar dva stanja koja zavise od smera spina. Z tog toga su neophodne bar dve funkcije za opisivanje čestice sa spinom  $1/2$ . Znači, čestica sa spinom  $1/2$  može da se opiše pomoću dve funkcije, ali te funkcije treba da zadovoljavaju sistem od dve jednačine drugog reda analogne Klajn-Gordonove jednačini. Sistem od dve takve funkcije naziva se spinor, a piše se u obliku:

$$\Psi = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{pmatrix} \quad (2.56)$$

Čestice sa spinom  $1/2$  mogu da se opišu ne samo sistemom od dve, već i sistemom od četiri talasne funkcije koje zadovoljavaju sistem od četiri jednačine prvog reda. Takve talasne funkcije nazivaju se bispinori ili spinori sa četiri komponente:

$$\Psi = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \\ \Psi_4 \end{pmatrix} \quad (2.57)$$

Umesto naziva bispinor ili četvorokomponentni spinor koristiće se nadalje samo spinor. Po geometrijskim osobinama spinori nisu ni skalari ni vektori, već se nalaze negde na sredini.

Može se naći nekoliko skupova matrica  $4 \times 4$  koje zadovoljavaju uslove /2.55/. Mi ćemo koristiti sledeće:

$$\alpha_x = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \alpha_y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(2.58)

$$\alpha_z = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} .$$

Za uprošćavanje možemo iskoristiti Paulijeve matrice spina /2.49/, jediničnu i nula matricu, koje su isto 2x2 matrice:

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad 0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.59)$$

Onda se može pisati:

$$\alpha_x = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_x \\ \sigma_x & 0 \end{pmatrix} \quad \alpha_y = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_y \\ \sigma_y & 0 \end{pmatrix}$$

$$\alpha_z = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_z \\ \sigma_z & 0 \end{pmatrix} \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (2.60)$$

Sve tri matrice  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$  i  $\alpha_z$  mogu da se napišu kao:

$$\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.61)$$

gde je  $\vec{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ .

Dirakova talasna jednačina u matričnom obliku:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -(\vec{\alpha} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{r}} + im\beta) \Psi, \quad (2.53)$$

ekvivalentna je sistemu od četiri jednačine. Sistem se može dobiti ako uzmemo u obzir da je proizvod matrica  $\vec{\alpha}$  i  $\beta$  sa talasnom funkcijom  $\Psi$  opet matrica:

$$\alpha_x \Psi = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \\ \Psi_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Psi_4 \\ \Psi_2 \\ \Psi_1 \\ \Psi_3 \end{pmatrix} \quad \alpha_y \Psi = \begin{pmatrix} -i\Psi_4 \\ i\Psi_3 \\ -i\Psi_2 \\ i\Psi_1 \end{pmatrix}$$

$$\alpha_z \Psi = \begin{pmatrix} \Psi_3 \\ -\Psi_4 \\ \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{pmatrix} \quad \beta \Psi = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ -\Psi_3 \\ -\Psi_4 \end{pmatrix}. \quad (2.62)$$

Sistem bi onda imao sledeći oblik:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi_1}{\partial t} &= -\frac{\partial \Psi_4}{\partial x} + i \frac{\partial \Psi_4}{\partial y} - \frac{\partial \Psi_3}{\partial z} - im\beta \Psi_1 \\ \frac{\partial \Psi_2}{\partial t} &= -\frac{\partial \Psi_3}{\partial x} - i \frac{\partial \Psi_3}{\partial y} + \frac{\partial \Psi_4}{\partial z} - im\beta \Psi_2 \\ \frac{\partial \Psi_3}{\partial t} &= -\frac{\partial \Psi_2}{\partial x} + i \frac{\partial \Psi_2}{\partial y} - \frac{\partial \Psi_1}{\partial z} + im\beta \Psi_3 \\ \frac{\partial \Psi_4}{\partial t} &= -\frac{\partial \Psi_1}{\partial x} - i \frac{\partial \Psi_1}{\partial y} + \frac{\partial \Psi_2}{\partial z} + im\beta \Psi_4 \end{aligned} \quad (2.63)$$

Posmatrajmo sada kretanje slobodne čestice sa spinom  $1/2$  i neka to bude elektron. Neka je z-osa orijentisana kao impuls elektrona, tako da je:

$$p_x = p_y = 0 \quad p_z \neq 0. \quad (2.64)$$

Rešenje Dirakove jednačine za ovaj slučaj tražićemo u obliku:

$$\Psi_n = U_n e^{i\vec{p}\cdot\vec{r} - iEt} \quad (2.65)$$

funkcija  $\Psi_n$  mora da zadovoljava i Klajn-Gordonovu jednačinu koja opet daje:

$$E^2 = (\vec{p})^2 + m_e^2 \quad E = \pm \sqrt{(\vec{p})^2 + m_e^2} \quad (2.66)$$

Energija se ovde javlja sa dva znaka, pa ćemo imati rešenje sa pozitivnom energijom i rešenje sa negativnom energijom. Za energiju sa pozitivnim znakom dobićemo dva rešenja i za energiju sa negativnim znakom još dva rešenja Dirakove jednačine, pa će biti ukupno četiri rešenja. Komponente matrice  $U_n$  zadovoljavaju uslove normiranja, tako da se određenim postupkom dobija:

$$U_{++} = \begin{pmatrix} \sqrt{E+m} \\ 0 \\ p/\sqrt{E+m} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$U_{+-} = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{E+m} \\ 0 \\ -p/\sqrt{E+m} \end{pmatrix}$$

$$U_{-+} = \begin{pmatrix} -p/\sqrt{(|E|+m)} \\ 0 \\ \sqrt{(|E|+m)} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$U_{--} = \begin{pmatrix} 0 \\ p/\sqrt{(|E|+m)} \\ 0 \\ \sqrt{|E|+m} \end{pmatrix}$$

Ova četiri rešenja odgovaraju mogućim kombinacijama znaka energije i orijentacije spina elektrona. Rešenja  $U_{++}$  i  $U_{+-}$  imaju pozitivnu energiju a rešenja  $U_{-+}$  i  $U_{--}$  negativnu energiju. Tako rešenje  $U_{++}$  odgovara pozitivnoj energiji /prvi znak+/ i spinu koji je orijentisan duž z-ose /drugi znak+,  $s=1/$ , a rešenje  $U_{+-}$  pozitivnoj energiji i spinu koji je orijentisan suprotno od smera z-ose / $s=-1/$ . Rešenja  $U_{-+}$  i  $U_{--}$  su sa negativnom energijom i paralelnom, odnosno antiparalelnom orijentacijom spina u odnosu na z-osu.

Dirakova jednačina daje rešenja koja odgovaraju kako pozitivnim tako i negativnim vrednostima energije. Pojavu rešenja sa

negativnom energijom, sam Čirak je uspešno protumačio. On je predložio da se svi nivoi sa negativnom energijom smatraju popunjeni elektronima. Koristeći Paulijev princip za fermione da jedno određeno stanje može biti zauzeto samo jednom česticom, elektroni sa pozitivnom energijom ne mogu u običnim uslovima prelaziti na te nivoe. Dalje se predpostavlja da je vakuum stanje sa najnižom energijom. Vrednosti veličina energije, impulsa ili nanelektrisanja koje mi merimo predstavljaju samo povećanje u odnosu na njihove vakuumske vrednosti. Zato će energije koje mi merimo biti uvek pozitivne, jer vakuum ima najnižu moguću energiju. Dogodi li se da neki poremećaj izbaci jednu česticu sa negativnom energijom iz vakuuma u stanje pozitivne energije, onda će na tom mestu ostati šupljina. Šupljina ima sve osobine čestice, a kako predstavlja njen antipod dobila je naziv antičestica.

Tako elektronu odgovara antičestica sa pozitivnim nanelektrisanim koja je dobila naziv pozitron. Ovo Dirakovo predviđanje bilo je potvrđeno eksperimentalnim dokazom kada je Anderson u kosmičkim zracima otkrio pozitron. Nadalje su otkrivene i druge antičestice: antiproton, antineutron, antineutrino itd., tako da se danas smatra da za svaku česticu postoji antičestica.

U Dirakovoj teoriji spin elektrona javlja se kao posledica geometrijskih osobina Dirakovih spinora koji su dati prema teoriji relativnosti. Osim spina elektron poseduje nanelektrisanje i Dirakov magnetni moment /koji ima kinematički karakter/, čija veličina zavisi od nanelektrisanja. Dirakova jednačina može da se primeni na proučavanje kretanja protona i neutrona, pošto su to čestice sa spinom  $1/2$ . U elektromagnetskom polju elektron i proton će posedovati Dirakov magnetni momenat, jer poseduju nanelektrisanje a proton neće pošto je neutralan. Međutim, proton i neutron poseduju specifični prirodni magnetni moment, koji je dobio naziv anomalni. Anomalni magnetni moment elektrona je zanesljivo mali. Pri kretanju elektrona u elektromagnetskom polju doći će do uzajamnog dejstva između magnetnog polja i Dirakovog magnetnog momenta elektrona. Čestice sa spinom nula opisane su skalarnim poljem i pri njihovom kretanju u magnetnom polju nema komponenti. Vektorskим poljem opisuje se čestica spina 1 a u magnetnom polju dobijaju se tri komponente. Čestice spina  $1/2$  opisuju se spinorskim poljem, a ono se nalazi između vektorskog i skalarnog polja.

### GLAVA III

#### ZAKONI KONZERVACIJE I SIMETRIJA

##### 3.1. UVOD

Zakoni konzervacije dobijaju se primenom principa invarijantnosti. Principi invarijantnosti sleduju iz simetrije, koja predstavlja važno svojstvo fizičkog sveta /prirode/. Invarijantnost se javlja kako u klasičnoj, tako i u kvantnoj mehanici. Posebnu ulogu invarijantnost ima u teoriji relativnosti gde se uzima kao osnovni princip. Prema ovom principu svaka veza između fizičkih veličina koja izražava neki fizički zakon mora da se predstavi u obliku jednačine, koja će ostati invarijantna /oblik/ pri prelazu na nove fizičke veličine i promenljive.

Važnu ulogu invarijantnost ima u fizici elementarnih čestica. Tretiranje osobina invarijantnosti zasnovano je na matematičkoj teoriji grupa. Tako je određena grupa  $G$  definisana nizom elemenata  $g$  i zakonom kombinacija koji moraju da zadovolje određene uslove. Grupe se pokazuju kao pogodne za opisivanje pojedinih transformacija. Na primer, pomeranje i rotacija predstavljaju dve transformacije, ali njihovim kombinovanjem može se dobiti treća.

Da se iz određene simetrije dobiju zakoni konzervacije, u klasičnoj teoriji se kao neophodno uzima, da se ova simetrija može da izradi kao invarijantnost na određenu grupu kanoničnih transformacija. U kvantnoj mehanici se grupe kanoničnih transformacija zamenjuju grupama unitarnih transformacija. Dalje se u kvantnoj mehanici koriste stanja koja formiraju linearne mnoštva na koja je moguće primeniti formalizam teorije reprezentacije. U klasičnoj teoriji tako što ne postoji. U kvantnoj mehanici se zajedno sa diskretnim grupama javljaju i kontinualne grupe. Tako se pojava selekcionih pravila dovodi u vezu sa invarijantnošću prema pojedinim diskretnim grupama kao što su inverzija nanelektrisanja, prostorna refleksija itd.

Svi principi simetrije mogu da se razvrstaju u četiri veće kategorije. U tabeli 3.a i 3.b navedena je ova podela:

- A. Kontinualne prostorno vremenske simetrije
- B. Gradijentne /kalibracione/ simetrije

Tabela 3.a

Princip simetrije	Kvantni brojevi /konstante kretanja/	Tačnost (*) konzervacije
<u>A. KONTINUALNE PROSTORNO-VREMENSKE SIMETRIJE</u>		
1. Translaciona invarijantnost	$P_\mu$ - impuls	tačno /za izolovan sistem/
2. Rotaciona invarijantnost	$J$ - moment impulsa	tačno
3. Lorencova invarijantnost		tačno
<u>B. GRADIJENTNE /KALIBRACIONE/ SIMETRIJE</u>		
4. Opšta kovarijantnost	Ekvivalentan princip	možda tačno
	$m_{\text{graviton}} = 0$	
5. Gradijentna invarijantnost elektromagnetsnog polja	$Q, \dot{Q} = 0$ /naboj/ $m_\gamma = 0$	veoma tačno
6. Gradijentna invarijantnost neutralnog vektorskog polja spregnutog sa barionskim brojem	$N$ /barionski broj/	veoma tačno
7. Gradijentna invarijantnost drugih jako spregnutih polja	$Y$ /hipernaboj/ ili $S$ /stranost/	narušen u slabim interakcijama.
8. $\eta_5$ - invarijantnost neutrina	$m_\nu = 0$	
9. Gradijentna invarijantnost drugih vektorskih polja	Leptonski broj	

(\*)

"tačno" uvek treba shvatiti kao: dotle dokle dostiže današnje znanje.

Tabela 3.b

Princip simetrije	Kvantni brojevi /konstante kretanja	Tačnost konzervacije	(*)
<b>C. DISKRETNE PROSTORNO-VREMENSKE SIMETRIJE</b>			
10. Inverzija vremena /T/	nema /jer operator T nije unitaran, i $[S, T] \neq 0 /$	nesigurno narušeno ako se CPT održava.	
11. Prostorna inverzija /nerazlikovanje onoga što je posmatrano i njegove slike u ogledalu/	P	narušeno u slabim interakcijama.	
12. Konjugovanje naelektrisanja /nerazlikovanje čestice i njene antičestice/	C	narušeno u slabim interakcijama. Ostali nivoi narušavanja nisu isključeni.	
13. CP /~T, ako se CPT očuvava/	CP	narušen u $K_2^0 \rightarrow 2\pi$ raspadu.	
14. CPT /zahteva da čestica i antičestica imaju istu masu čak i ako je C narušeno/	CPT	ako je C jako narušeno onda postoji jak dokaz za CPT iz razlike masa KK: $m_{\kappa_1} - m_{\kappa_2} \sim 10^{-4} \text{GeV}$ , dok je $m_{\kappa} \sim 5 \cdot 10^8 \text{ eV}$ , tako da se CPT održava do $\sim 1 \text{ u } 10^{12}$ .	
<b>D. UNUTRAŠNJE SIMETRIJE</b>			
15. Nezavisnost od naelektrisanja	$I^2, I_3$	veruje se da se očuvava u jakim interakcijama. Sigurno se zna da se narušava u elektromagnetskim interakcijama.	
16. Invarijantnost G-parnosti	$G = Ce^{-i\pi I_2}$	očuvava se kad god se $I^2$ i C oba očuvavaju.	
17. Nezavisnost od hiperpernaboja /ili "universitarna simetrija" u- družena sa $SU_3/$	8 očuvanih struja, $I_1, I_2, I_3, Y$ i još četiri druge.	jako narušeno.	

C. Diskretne prostorno-vremenske simetrije.

D. Unutrašnje simetrije

U okviru svake kategorije dati su principi invarijantnosti koji sleduju iz nje. Tako iz kontinualne prostorno-vremenske simetrije sleduju translaciona, rotaciona i Lorencova invarijantnost itd. Druga kolona u tabeli 3.a i 3.b da je kvantne brojeve /konstante kretanja/ koji sleduju iz primene odgovarajućih principa invarijantnosti. Treća kolona nosi naziv tačnost konzervacije, uz napomenu da "tačnost" treba shvatiti prema stepenu današnjeg znanja. U koloni su date razmere važenja ili nevaženja pojedinih zakona konzervacije. Istraživanja su pokazala da pojedini zakoni konzervacije važe uvek, dok drugi samo pod odgovarajućim okolnostima. Zakoni konzervacije koji uvek važe bili bi sledeći:

- a. konzervacija energije i impulsa
- b. konzervacija momenta impulsa
- c. konzervacija nanelektrisanja
- d. konzervacija bariona
- e. konzervacija leptona

Zakoni konzervacije koji važe pod određenim uslovima bili bi sledeći:

- a. konzervacija parnosti
- b. invarijantnost pri konjugaciji /inverziji/ nanelektrisanja.
- c. izospinska invarijantnost
- d. konzervacija stranosti.

Pored navedene podele simetrija na četiri kategorije postoji i podela simetrija na spoljašnje i unutrašnje simetrije. Spoljašnje simetrije uključuju invarijantnost u odnosu na transformacije u prostoru i vremenu. Ova vrsta simetrije naziva se još geometrijskom simetrijom. Unutrašnje simetrije uključuju invarijantnost u odnosu na pojedine stepene slobode, koji nisu povezani sa prostorom i vremenom. Unutrašnje simetrije nazivaju se dinamičkim simetrijama.

Neki od navedenih principa simetrije i invarijantnosti u tabeli 3.a i 3.b su samo aproksimativni. To uopšte ne umanjuje njihov značaj. Narušavanje pojedinih principa dovodi do novih saznanja a dešava se na određen način, i najčešće pravilno.

### 3.2. KONZERVACIJA ENERGIJE

Kretanje mehaničkog sistema u toku vremena vezano je sa promenom 2s veličina  $q_i$  i  $\dot{q}_i$  koje određuju njegovo stanje. Za veličine  $q_i$  i  $\dot{q}_i$  postoje takve funkcije, koje zadržavaju konstantne vrednosti pri kretanju i koje zavise samo od početnih uslova. Ove funkcije nose naziv integrali kretanja. Integrali kretanja imaju važnu ulogu u mehanici i njihova konstantnost je povezana sa osnovnim svojstvima prostora i vremena - homogenošću i izotropnošću.

Zakon konzervacije energije nastaje u vezi sa homogenošću vremena. Zbog homogenosti vremena Lagranževa funkcija  $L/q_i, \dot{q}_i, t$  za zatvoren sistem ne zavisi eksplicitno od vremena. Onda se totalni izvod  $L/q_i, \dot{q}_i, t$  po vremenu može da napiše u ovom obliku:

$$\frac{dL}{dt} = \sum_i \frac{\partial L}{\partial q_i} \dot{q}_i + \sum_i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \ddot{q}_i . \quad (3.1)$$

Korišćenjem Langraževih jednačina dobijamo:

$$\frac{dL}{dt} = \sum_i \dot{q}_i \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} + \sum_i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \ddot{q}_i = \sum_i \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \dot{q}_i \right) , \quad (3.2)$$

odakle je:

$$\frac{d}{dt} \left( \sum_i \dot{q}_i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - L \right) = 0 . \quad (3.4)$$

Znači, veličina:

$$\sum_i \dot{q}_i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - L = H = \text{const.} \quad (3.5)$$

ostaje stalna pri kretanju izolovanog sistema. Ova veličina je jedan integral kretanja i naziva se energija sistema. Energija sistema odlikuje se aditivnošću. Zakon konzervacije energije važi i za sisteme koji se nalaze u konstantnom spoljašnjem polju a ne samo za zatvorene sisteme. Lagranževa funkcija zatvorenog sistema ili sistema koji je u konstantnom spoljašnjem polju može da se napiše kao:

$$L = T(q_i, \dot{q}_i) - U(q_i) , \quad (3.6)$$

gde  $T$  predstavlja kvadratnu funkciju brzina  $\dot{q}_i$ . Primenom Ojlerove teoreme o homogenim funkcijama dobija se:

$$\sum_i \dot{q}_i \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} = \sum_i \dot{q}_i \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} = 2T . \quad (3.7)$$

Zamenimo li ovo u /3.5/ dobijamo:

$$2\bar{P} - (\bar{P} - \bar{U}) = \bar{H}, \quad (3.8)$$

ili samo:

$$\bar{E} = \bar{H} = \bar{P}(q_i, \dot{q}_i) + \bar{U}(q_i) \quad (3.9)$$

Znači, uzimajući u obzir prostorno-vremensku simetriju--homogenost vremena dobijamo zakon konzervacije energije. Pokazuje se da su u inercijalnim sistemima dva različita trenutka ekvivalentna.

### 3.3. KONZERVACIJA IMPULSA

Zakon konzervacije impulsa nastaje u vezi sa homogenošću prostora. Zbog homogenosti prostora mehaničke osobine zatvorenog sistema ne menjaju se u odnosu na ma kakva translaciona pomjerenja sistema kao celine u prostoru.

Obeležimo sa  $\vec{r}_a$  vektor translacije a sa  $\vec{\epsilon}$  vektor infinitezimalne translacije, pri kojoj se Lagranževa funkcija ne menja, pa je:

$$\vec{r}_a \rightarrow \vec{r}_a + \vec{\epsilon} \quad (3.10)$$

Promena  $L$  koja nastaje usled beskonačno male promene koordinata, pri čemu brzine čestica ostaju nepromjenjene, iznosiće:

$$\delta L = \sum_a \frac{\partial L}{\partial \vec{r}_a} \delta \vec{r}_a = \vec{\epsilon} \sum_a \frac{\partial L}{\partial \vec{r}_a}. \quad (3.11)$$

Kako je  $\vec{\epsilon}$  proizvoljno malo, to je zahtev  $\delta L = 0$  ekvivalentan sa sledećim zahtevom:

$$\sum_a \frac{\partial L}{\partial \vec{r}_a} = 0. \quad (3.12)$$

Koristeći Lagranževe jednačine:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \vec{v}_a} = \frac{\partial L}{\partial \vec{r}_a}, \quad (3.13)$$

dobija se:

$$\sum_a \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \vec{v}_a} = \frac{d}{dt} \sum_a \frac{\partial L}{\partial \vec{v}_a} = 0. \quad (3.14)$$

Znači, pri kretanju u zatvorenom mehaničkom sistemu vektorska veličina:

$$\vec{P} = \sum_a \frac{\partial L}{\partial \vec{v}_a}, \quad (3.15)$$

ostaje konstantna. Ova veličina  $\vec{p}$  naziva se impuls sistema. Diferenciranjem opšteg oblika Lagranževe funkcije zatvorenog sistema:

$$L = \sum_a \frac{m_a v_a^2}{2} - U(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots), \quad (3.16)$$

impuls se može izraziti pomoću brzina pojedinih tačaka u obliku:

$$\vec{p} = \sum_a m_a \vec{v}_a \quad (3.17)$$

Jednačina /3.14/ daje konzervaciju impulsa izolovanog sistema pri translaciji. Zakon konzervacije impulsa može da se predstavi i u sledećem obliku:

$$\vec{p} = \sum_a m_a \vec{v}_a = \text{const.} \quad (3.18)$$

Impuls sistema se karakteriše aditivnošću. U odsustvu spoljašnjeg polja važi zakon konzervacije  $\vec{v}_a^2$  sve tri komponente vektora impulsa.

Znači, osnovna simetrija prostora sastoji se u homogenosti njegovih tačaka. Nikakvim eksperimentom ne možemo uočiti razliku izmedju pojedinih tačaka u prostoru /Euklidovom/. Otuda proizilazi da su sve tačke u prostoru ekvivalentne i da nema favorizovanog mesta u kome bi se fizički zakoni pojavili u drugačijem obliku. Iz ovoga, dalje, sledi invarijantnost fizičkih zakona u odnosu na translaciju fizičkog sistema ili koordinatnog sistema.

#### 3.4. KONZERVACIJA MOMENTA IMPULSA

Zakon konzervacije momenta impulsa uslovljen je izotropijom prostora. Izotropija prostora je jedna forma simetrije a sastoji se u činjenici da su svi pravci u prostoru ekvivalentni i da se eksperimentom ne mogu izdiferencirati. Iz ovoga sledi da se mehanička svojstva zatvorenog sistema ne menjaju pri bilo kakvom obrtanju sistema kao celine u prostoru. Invarijantnost u odnosu na rotaciju može da se formuliše matematički tako da Lagranžijan sistema ostaje nepromenjen za beskonačno malu rotaciju sistema. Beskonačno malu rotaciju definišemo sa  $\delta\vec{\varphi}$ , tako da je njena absolutna veličina jednaka uglu obrtanja  $\delta\varphi$ , a smer  $\delta\vec{\varphi}$  neka je isti sa osom rotacije. Da nađemo čemu je jednak priraštaj radius-vektora povučenog iz tačke O do bilo koje tačke sistema ko-

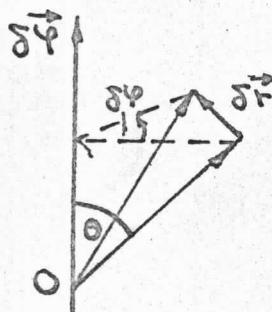
ji rotira /slika 3.1/, iskoristićemo vezu između linearног по-  
meranja kraja vektora i ugla, a koja ima oblik:

$$|\delta \vec{r}| = r \sin \theta \delta \varphi . \quad (3.19)$$

Kako je pravac vektora normalan na ravni koja prolazi kroz  $\vec{r}$  i  $\delta \vec{\varphi}$  biće:

$$\delta \vec{r} = \delta \vec{\varphi} \times \vec{r} . \quad (3.20)$$

Kako se pri obrtanju sistema menja smer ne samo radijus vektora



Slika 3.1.

nego i smer brzine svih čestica, to će priraštaj brzine u odnosu na nepokretni koordinatni sistem iznositi:

$$\delta \vec{v} = \delta \vec{\varphi} \times \vec{v} . \quad (3.21)$$

Uslov nepromenljivosti Lagranževe funkcije pri rotaciјi sistema ima oblik:

$$\delta L = \sum_a \left( \frac{\partial L}{\partial \vec{r}_a} \delta \vec{r}_a + \frac{\partial L}{\partial \vec{v}_a} \delta \vec{v}_a \right) = 0 . \quad (3.22)$$

Zamenom /3.20/ i /3.21/ u /3.22/, a uzimajući u obzir da je:

$$\dot{\vec{p}}_a = \frac{\partial L}{\partial \vec{v}_a} , \quad (3.23)$$

i prema definiciji

$$\vec{p}_a = \frac{\partial L}{\partial \vec{r}_a} , \quad (3.24)$$

dobijamo:

$$\sum_a [\dot{\vec{p}}_a (\delta \vec{\varphi} \times \vec{r}_a) + \vec{p}_a (\delta \vec{\varphi} \times \vec{v}_a)] = 0 . \quad (3.25)$$

Cikličnom permutacijom i izvlačenjem  $\delta \vec{\varphi}$  ispred znaka sume dobija se:

$$\delta \vec{\varphi} \sum_a (\vec{r}_a \times \dot{\vec{p}}_a + \vec{v}_a \times \vec{p}_a) = \delta \vec{\varphi} \frac{d}{dt} \sum_a \vec{r}_a \times \vec{p}_a = 0 . \quad (3.26)$$

Kako je  $\delta \vec{\varphi}$  proizvoljno malo biće:

$$\frac{d}{dt} \sum_a \vec{r}_a \times \vec{p}_a = 0 . \quad (3.26a)$$

Odavde sledi da se pri kretanju zatvorenog sistema uvek održava vektorska veličina:

$$\vec{M} = \sum_{\alpha} \vec{F}_{\alpha} \times \vec{P}_{\alpha} = \text{const.}, \quad (3.27)$$

koja se naziva moment impulsa ili ugaoi moment /rotacioni moment/. Prema zakonu konzervacije momenta impulsa ukupni impuls sistema  $\vec{M}$  je stalan u toku vremena. Moment impulsa sistema se kao i energija i impuls karakteriše aditivnošću. Tako svaki zatvoreni sistem ima sedam aditivnih integrala kretanja i to energiju, i po tri komponente vektora impulsa i momenta impulsa.

Moment impulsa se konzerviše i u spoljašnjem polju ako ono raspolaze određenom simetrijom. Ako je spoljašnje polje simetrično u odnosu na neku osu, u tom slučaju se konzerviše projekcija momenta impulsa na tu osu simetrije. Moment impulsa je onda definisan prema bilo kojoj tački koja je na osi a u odnosu na koju /osu/ je polje simetrično. Onda bilo koja rotacija oko ose konzerviše projekciju momenta impulsa na ovu osu.

Sve tri do sada navedene simetrije /homogenost vremena, homogenost prostora i izotropnost prostora/ su kontinualne simetrije. One uslovljavaju navedene zakone konzervacije energije, impulsa i momenta impulsa. Navedeni zakoni konzervacije važe kako u klasičnoj tako i u kvantnoj mehanici. Međutim, u kvantnoj mehanici se koristi poseban formalizam za njihovo izražavanje /prikazivanje/.

### 3.5. LORENCOVE TRANSFORMACIJE

Lorencove transformacije predstavljaju skup transformacionih obrazaca, koji daju vezu između prostornih koordinata i vremena u dva inercijalna sistema, pri čemu se uzima da se jedan sistem kreće translatorno u odnosu na drugi duž jedne od osa. Ove transformacije ukazuju na činjenicu da su prostorne koordinate i vreme uzajamno povezani i da čine nedeljivu celinu, po čemu je teorija relativnosti bitno različita od klasične mehanike. Zakoni konzervacije mogu da se prikažu posmatrajući invarijantnost Lagranđijana u odnosu na Lorencove transformacije.

Lorencove transformacije u opštem obliku sadrže i translaciju i rotaciju. Da se izbegne asimetrija između prostornih koordina-

ta i vremena, može se uvesti poseban četvorodimenzionalni prostor u kome je tačka definisana kao skup:

$$x_\mu = (x_1, y_1, z_1, it) , \quad (3.28)$$

u jednom inercijalnom sistemu, a u drugom inercijalnom sistemu kao skup:

$$x'_\mu = (x'_1, y'_1, z'_1, it') . \quad (3.29)$$

Ova dva skupa povezana su Lorencovom transformacijom:

$$x'_\mu = \sum_v a_{\mu\nu} x_\nu , \quad (3.30)$$

gde je  $a_{\mu\nu}$  transformaciona matrica. Ona ima oblik:

$$a = a_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & i\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -i\beta\gamma & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

Koeficijenti u /3.30/ zadovoljavaju uslov:

$$\sum_\lambda a_{\mu\nu} a_{\mu\lambda} = \delta_{\nu\lambda} , \quad (3.32)$$

a da je determinanta  $|a_{\mu\nu}|=1$  i  $a_{44}>0$ . Iskoristimo li konvenciju o sumiranju, jednačine /3.30/ i /3.32/ imaće oblik:

$$x'_\mu = a_{\mu\nu} x_\nu \quad a_{\mu\nu} a_{\mu\lambda} = \delta_{\nu\lambda} \quad (3.33)$$

Transformaciona matrica  $a = a_{\mu\nu}$  poseduje određene osobine na osnovu kojih je moguće podeliti Lorencove transformacije. Tačko transformaciona matrica rotacije /3.31/ zadovoljava uslov da je determinanta  $|a_{\mu\nu}|=1$ . Za ovaj slučaj se može reći, da su Lorencove transformacije ekvivalentne rotaciji osa sistema za određeni imaginarni ugao. Transformacione matrice refleksije svih koordinata:

$$a_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} , \quad (3.34)$$

i refleksije vremenske koordinate:

$$a_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (3.35)$$

zadovoljavaju uslov dajje determinanta  $|a_{\mu\nu}|=1$ .

Koristeći ove osobine Lorencove transformacije delimo na četiri klase, kao u tabeli 3.1.

Tabela 3.1.

Klasa	1	2	3	4
Determinanta	+1	-1	-1	+1
$a_{44}$	> 0	> 0	< 0	< 0

Klase 1 su prave Lorencove transformacije /ograničena Lorencova grupa/.

Klase 2 je inverzija prostora.

Klase 3 je inverzija vremena.

Klase 4 je prostorno-vremenska inverzija.

Prave Lorencove transformacije mogu biti homogene, kao što je čista rotacija, i nehomogene, kao što su rotacija i translacija.

Klase 2, 3 i 4 su neprave Lorencove transformacije i karakterišu se diskontinualnošću. Klase 1 i 2 predstavljaju ortohrone Lorencove transformacije, jer kod njih ne postoji inverzija vremena, pa se na osnovu njih vrši klasifikacija fizičkih veličina na određene kategorije.

Transformacije fizičkog sistema sa beskonačno velikim brojem stepeni slobode — polja, mogu da se podele u dve grupe:

- a. kontinualne transformacije
- b. diskretne transformacije

Kontinualne transformacije se dobijaju ponovljenom primenom infinitezimalnog transformacionog operatora U:

$$U = I - iF. \quad (3.36)$$

Ovde je U unitaran operator a F je ermitski /merljiva veličina,

opbservabla/ i  $F \rightarrow 0$ , a I je jedinična matrica. Kod diskretnih transformacija dvostrukom primenom operatora transformacije dobija se početno stanje:

$$UU\eta U^{-1}U^{-1} = \eta \quad (3.37)$$

Ovo je moguće uz uslov:

$$U^2 = I \quad (3.38)$$

odakle sledi da su vrednosti operatora U jednake  $\pm 1$ . Ovde je operator U unitaran i ermitski. U diskrete transformacije spadaju:

- a. prostorna refleksija:  $\vec{x} \rightarrow \vec{x}' = -\vec{x}$ ,
- b. vremenska refleksija:  $t \rightarrow t' = -t$  i
- c. konjugacija nanelektrisanja, koja ne zavisi od prostorno-vremenskih osobina a čijom primenom od čestice dobijamo antičesticu.

### 3.6. GRADIJENTNE TRANSFORMACIJE I KONZERVACIJA NAELEKTRISANJA

Gradijentne transformacije menjaju unutrašnju strukturu a ne prostorno-vremenski kontinuitet fizičkog sistema. Postoje gradijentne transformacije prve i druge vrste. Simultane transformacije oblika:

$$\eta_6 \rightarrow \eta'_6 = \eta_6 e^{i\alpha} = \eta_6 + i\alpha \eta_6 \equiv \eta_6 + \delta \eta_6 \quad \alpha \rightarrow 0 \quad (3.39)$$

$$\eta^*_6 \rightarrow \eta^*_6 = \eta^*_6 e^{-i\alpha} = \eta^*_6 - i\alpha \eta^*_6 \equiv \eta^*_6 + \delta \eta^*_6,$$

predstavljaju gradijentne transformacije prve vrste. Ovde je  $\eta_6$  funkcija polja,  $\alpha$  diskontinuirani indeks a  $\alpha$  je realna veličina, parametar. Gustinu struje, koja figuriše u jednačini kontinuiteta:

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu} j_\mu = 0, \quad (3.40)$$

možemo napisati u obliku:

$$\dot{j}_\mu = i\alpha \left[ \frac{\partial \alpha}{\partial (\partial \eta_6 / \partial x_\mu)} \eta_6 - \frac{\partial \alpha}{\partial (\partial \eta^*_6 / \partial x_\mu)} \eta^*_6 \right],$$

gde je  $\alpha$  Lagranžijan. Odavde se dolazi do veličine C koja zavi-

si od prirode :

$$C = \frac{1}{i} \int d\vec{x} i\alpha \left[ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\frac{\partial \eta_6}{\partial x_4})} \eta_6 - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\frac{\partial \eta_6^*}{\partial x_4})} \eta_6^* \right] \quad (3.42)$$

$$= \frac{\alpha}{i} \int d\vec{x} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \eta_6^*} \eta_6^* - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \eta_6} \eta_6 \right) = \frac{\alpha}{i} \int d\vec{x} (\pi_6^* \eta_6^* - \pi_6 \eta_6),$$

a proporcionalna je ukupnom naelektrisanju sistema. Iz invarijantnosti Lagranžijana u odnosu na gradijentne transformacije prve vrste može se dobiti zakon konzervacije naelektrisanja. Naime, ukupno naelektrisanje fizičkog sistema ne može da se izmeni bilo kakvom transformacijom. Zakon konzervacije naelektrisanja povezan je sa gradijentnom invarijantnošću, koja definiše osobinu električnog i magnetnog polja da ne zavise od apsolutne vrednosti potencijala već od njegove razlike. Konzervacija naelektrisanja pripada kontinualnim transformacijama.

### 3.7. BILINEARNE KOMBINACIJE SPINORA

Neutralna čestica sa spinom nula opisuje se skalarnim /Klajn-Gordonovim/ poljem. Ovo skalarno polje je invarijantno u odnosu na prave Lorencove transformacije. Čestica spina 1/2 opisana je spinorskim /Dirakovim/ poljem. Da diskutujemo zakon transformacije spinora, iskoristićemo bilinearne kombinacije spinora koje čine tenzore. Kontrakcijom tenzora dobijaju se skalari, koji se onda mogu tretirati kao interakcije koje su Lorenc-invarijantne.

Bilinearne transformacije mogu da se izraze preko  $\gamma$  matrica koje su za to najpogodnije. Dirakovu jednačinu napišemo u ovom obliku:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\alpha_x \frac{\partial \Psi}{\partial x} - \alpha_y \frac{\partial \Psi}{\partial y} - \alpha_z \frac{\partial \Psi}{\partial z} - i\beta \Psi, \quad (3.43)$$

i pomnožimo je s leva sa  $i\beta$ :

$$0 = -i\beta \frac{\partial \Psi}{\partial t} - i\beta \alpha_x \frac{\partial \Psi}{\partial x} - i\beta \alpha_y \frac{\partial \Psi}{\partial y} - i\beta \alpha_z \frac{\partial \Psi}{\partial z} + m\Psi. \quad (3.44)$$

Uzmemo li da je:

$$x = x_1 \quad y = x_2 \quad z = x_3 \quad it = x_4$$

$$-i\beta \alpha_x = \gamma_1, \quad -i\beta \alpha_y = \gamma_2, \quad -i\beta \alpha_z = \gamma_3, \quad \beta = \gamma_4,$$

Dirakovu jednačinu možemo da napišemo ovako:

$$\sum_{\mu} \gamma_{\mu} \frac{\partial \Psi}{\partial x_{\mu}} + m \Psi = 0 \quad (3.46)$$

Korišćenjem konvencije o sumiranju ona dobija oblik:

$$(\gamma_{\mu} \partial_{\mu} + m) \Psi = 0. \quad (3.47)$$

Dirakova jednačina napisana u ovom obliku je veoma simetrična po prostoru i vremenu a koeficijenti  $\gamma$  su pogodni za izražavanje Lorenc-invarijantnosti. Pored  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  i  $\gamma_4$  koristi se matrica  $\gamma_5$  koja je kombinacija oblika:

$$\gamma_5 = \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \gamma_4.$$

Matrice  $\gamma$  su  $4 \times 4$  matrice definisane sledećom komutacionom relacijom:

$$\gamma_{\mu} \gamma_{\nu} + \gamma_{\nu} \gamma_{\mu} = 2 \delta_{\mu\nu} \quad (\mu, \nu = 1, 2, 3, 4, 5). \quad (3.48)$$

Ove matrice mogu da se napišu u eksplicitnoj formi /korišćenjem  $\alpha$  i  $\beta$  matrica/ ovako:

$$\gamma_{1,2,3} = \begin{pmatrix} 0 & -i\sigma_{1,2,3} \\ i\sigma_{1,2,3} & 0 \end{pmatrix} \quad (3.50)$$

$$\gamma_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

gde su 1 i 0 jedinična i nula matrice  $2 \times 2$ , a  $\sigma_{1,2,3}$  Paulijeve matrice spina.

Spinor  $\Psi$  predstavlja kolonu:

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix} \quad (3.51)$$

dok je antispinor  $\bar{\Psi}$  definisan sa  $\bar{\Psi} = \Psi^* \beta = \Psi \gamma_4$  i predstavlja vrstu. Kako su  $\Psi$  i  $\bar{\Psi}$  četvorokomponentni spinori, to se od njih mogu načiniti 16 bilinearnih kombinacija.

Sve ove bilinearne transformacije mogu da se grupišu u pet različitih kovarijantnih veličina:

$\bar{\Psi}\Psi$	skalar /S/
$\bar{\Psi}\gamma_5\Psi$	pseudoskalar /P/
$\bar{\Psi}\gamma_\mu\Psi$	polarni 4-vektor /V/ <span style="float: right;">(3.52)</span>
$\bar{\Psi}\gamma_\mu\gamma_5\gamma_5\Psi$	aksijalni /pseudo/ vektor /A/
$\bar{\Psi}\gamma_\mu\gamma_\nu\Psi$	tenzor /T/

Postoji i  $\bar{\Psi}\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_5\Psi$  -pseudotenzor, ali kako se on može izraziti preko onoga što je već dato, to je on suvišan. Bilinearne kovarijante imaju važnu ulogu u opisivanju procesa koji uključuju fermione. Posebno se koriste za izražavanje struja koje su odgovorne za pojedine interakcije.

### 3.8. PROSTORNA INVERZIJA

Prostorna inverzija se definiše promenom znaka prostornim koordinatama /neparnom broju/, dok vremenska koordinata ostaje nepromenjena:

$$x, y, z \rightarrow -x, -y, -z \quad t \rightarrow t \quad (3.53)$$

Prostorna inverzija se pogodno ilustruje preslikavanjem u ogledalu. Fizičke veličine se različito ponašaju pri prostornoj inverziji. Ponašanje veličina pri inverziji određuje se pomoću parnosti. Tako su skalari i pseudovektori parne veličine, jer ne menjaju znak pri inverziji, dok su vektori neparne veličine jeg ga menjaju:

$$\begin{aligned} \vec{p} &\rightarrow -\vec{p} \\ E &\rightarrow E \\ \vec{M} &\rightarrow \vec{M} \quad \vec{M} = \vec{r} \times \vec{p} \text{ (aksijalni vektor)} \\ \vec{s} &\rightarrow \vec{s} \quad (\text{spin}), \text{ itd.} \end{aligned} \quad (3.54)$$

Svaki sistem ima definisanu parnost, pa je paran ili neparan. Parnost se u klasičnoj fizici konzerviše i zakoni klasične fizike su isti, kako u desnom, tako i u levom koordinatnom sistemu. Parnost se, takođe, konzerviše i u kvantnoj mehanici.

Izučavanje interakcija pokazalo je da zakon konzervacije parnosti važi u elektromagnetskim i jakim interakcijama a da ga slabe interakcije narušavaju. U toku 1956. Li i Jang su pokazali da slabe interakcije nisu invarijantne u odnosu na ogledalsku refleksiju.

### 3.9. INVERZIJA VREMENA T

Analogno prostornoj inverziji možemo definisati vremensku inverziju T, pri kojoj prostorne koordinate ne menjaju znak a menja ga vremenska koordinata:

$$x, y, z \rightarrow x, y, z \quad t \rightarrow -t \quad (3.55)$$

Pri vremenskoj inverziji menjaju znak one fizičke veličine koje sadrže neparan stepen vremenske promenljive:

$$\begin{array}{ll} \vec{p} \rightarrow -\vec{p} & \vec{e} \rightarrow \vec{E} \\ \vec{M} \rightarrow -\vec{M} & \vec{\epsilon} \rightarrow -\vec{\epsilon}. \end{array} \quad (3.56)$$

Zakoni klasične fizike invarijantni su na inverziju vremena a takođe i zakoni kvantne mehanike. Naime, može se uzeti da se sistem vraća istim putem kojim je i došao, i to bi bio isti proces, samo sa promenjenim znakom brzine.

Invarijantnost u odnosu na vremensku inverziju smatrana je prirodnom predpostavkom sve do 1964. Eksperimenti izvedeni sa raspadom  $K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$  dovode u sumnju važenje T invarijantnosti u ovom raspadu i smatra se da se ona ovde narušava.

### 3.10. KONJUGACIJA NAELEKTRISANJA

Operacija konjugacije naelektrisanja C menja znak naelktrisanja čestice i tako česticu pretvara u antičesticu. Ideja čestica-antičestica proizašla je iz relativističke Dirakove jednačine. Pored elektrona pojavio se i pozitron a tokom vremena i za druge čestice otkrivene su antičestice. Konjugacija naelektrisanja C nije samo promena znaka električnog naboja i magnetnog momenta: ona obuhvata i promenu barionskog i leptonskog kvantnog broja kao i stranosti. Postoje čestice, kao što su  $\mu$ ,  $\pi^0$ ,  $K_1^0$  i  $K_2^0$  koje pri konjugaciji naelektrisanja prelaze u same sebe, tj. one su same sebi antičestice i prema tome apsolutno neutralne.

Simetrija između čestica i antičestica može da se izrazi kako zahtev invarijantnosti prema konjugaciji naelektrisanja C u sledećem obliku: svakom fizičkom procesu odgovara drugi koji se od njega razlikuje činjenicom da su u njemu sve čestice zamenjene antičesticama. Invarijantnost u odnosu na konjugaciju naelektrisanja smatrala se važećom sve do 1956. Onda su eksperimenti pokazali da slabe interakcije nisu invarijantne u odnosu na konjugaciju naelektrisanja C.

### 3.11. CPT TEOREMA

Otkriće neodržanja parnosti u  $\beta$ -raspadu 1956., skrenulo je pažnju na sledeće tri diskrete transformacije: konjugaciju naelektrisanja C, prostornu inverziju P i vremensku inverziju T. Izučavanje ovih transformacija dovelo je do formulisanja CPT teoreme /Švinger-Liders-Pauli/ a koja ima veliku važnost u fizici elementarnih čestica. Ova teorema povezuje C, P i T transformacije i tvrdi da u svakoj fizičkoj teoriji mora postojati invarijantnost u odnosu na proizvod između ove tri transformacije. Tako teorije mogu biti promenljive u odnosu na pojedinačne transformacije C, P ili T ali su invarijantne u odnosu na njihov proizvod.

CPT teorema omogućava da se nađe da li je u nekom eksperimentu narušena određena simetrija ili nije. Landau je dao posebnu hipotezu prema kojoj je svaka interakcija invarijantna u odnosu na transformaciju koja sadrži refleksiju prostornih koordinata kombinovanu sa konjugacijom naelektrisanja. Kombinacija konjugacije C i prostorne inverzije P dobila je naziv kombinovana inverzija CP.

U okviru CPT teoreme mogu se uspostaviti različite kombinacije između C, P i T kao što su CP, PT itd. Međutim, dokazano je da je invarijantnost u odnosu na CPT ekvivalentna sa invarijantnošću u odnosu na prave ortohrone Lorencove transformacije.

### 3.12. KONZERVACIJA BARIONA I LEPTONA

Zakon konzervacije bariona sadržan je u činjenici da u nekom raspadu broj bariona minus broj antibariona mora biti isti. Na sličan način se definiše zakon konzervacije leptona, koji traži

da u nekom raspodu broj leptona umanjen za broj antileptona bude konstantan. Posmatrajmo neutronski raspod:

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu} . \quad (3.57)$$

Ova reakcija pokazuje konzervaciju nanelektrisanja, barionskog i leptonskog broja. Tako proton i neutron kao barioni imaju barionski broj  $B=+1$  a odgovarajuće antičestice bi imale  $B=-1$ , dok je leptonski broj za ove čestice nula, jer one nisu leptoni. Elektroni, neutrina i mioni, kao leptoni, imaju leptonski broj a njihov barionski broj je jednak nuli. Oba zakona se mogu proveriti na /3.57/ ili na reakciji:

$$\nu + n \rightarrow p + e^- , \quad (3.58)$$

uz napomenu da je leptonski broj elektrona  $L=+1$  a neutrina i antineutrina  $L=\pm 1$ .

Tabela 3.2.

Čestica i antičestica	Broj nanelektrisanja	Leptonski broj	Mionski leptonski broj	Elektronski lept. broj	Barionski broj
$p$ $\bar{p}$	$\pm 1$	0	0	0	$\pm 1$
$n$ $\bar{n}$	0	0	0	0	$\pm 1$
$e$ $\bar{e}$	$\mp 1$	$\pm 1$	0	$\pm 1$	0
$\nu_e$ $\bar{\nu}_e$	0	$\pm 1$	0	$\pm 1$	0
$\mu$ $\bar{\mu}$	$\mp 1$	$\pm 1$	$\pm 1$	0	0
$\nu_\mu$ $\bar{\nu}_\mu$	0	$\pm 1$	$\pm 1$	0	0
$\pi^+$ $\pi^-$	$\pm 1$	0	0	0	0
$\pi^0$	0	0	0	0	0

U eksperimentima sa snopovima neutrina pokazalo se da se mioni proizvode u mnogo većem broju od elektrona. Ova činjenica objašnjena je predpostavkom da postoje dve vrste neutrina: elektronski i mionski neutrino /i antineutrino/. Odgovarajući nisko energetski procesi bili bi:

$$n \rightarrow e^- + p + \bar{\nu}_e \quad (3.59)$$

$$\mu + p \rightarrow n + \nu_\mu ,$$

gde je  $\bar{\nu}_e$  elektronski antineutrino, a  $\nu_\mu$  mionski neutrino. Istraživanja su dalje pokazala da postoje dva posebna zakona konzervacije, koji konzervišu mionski leptonski i elektronski leptonski broj. U tabeli 3.2. na predhodnoj strani, navedeni su pomenuti kvantni brojevi.

Koristeći ovu tabelu, sada može da se predpostavi da mionski raspad:

$$\mu \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu , \quad (3.60)$$

uključuje neutrina obe vrste, tj. mionski neutrino  $\nu_\mu$  i elektronski antineutrino  $\bar{\nu}_e$ .

### 3.13. KONZERVACIJA IZOSPINA I STRANOSTI

Pojam izotopnog spina  $I$  /ili izospina, izobarnog spina/ uveo je Hajzenberg, a zajedno sa njim i pojam izotopnog prostora, koji predstavlja poseban apstraktni prostor. Koristeći činjenicu da proton i neutron imaju približno iste mase i da u  $\beta$  -raspadu prelaze jedan u drugi, on je došao na ideju da ih predstavi kao jednu česticu sa dva različita stanja. Nuklearni se u izotopnom prostoru predstavljaju vektorima. Da bi se uspostavila simetrija između protona i neutrona kao čestica iste vrste, ali različitog nenelektrisanja, uzima se da su to iste čestice sa različitim izotopnim spinom.

Ispitivanja su pokazala da su nuklearne sile između nukleona u jezgru nezavisne od nenelektrisanja. Iz ovoga, dalje, sledi da su one potpuno iste za  $p-p$ ,  $p-n$  i  $n-n$ . Nezavisnost nuklearnih sile od nenelektrisanja može da se iskaže u formi zakona konzervacije, prema kome nuklearne interakcije zavise samo od izotopnog spina  $I$ , a ne zavise i od projekcije treće komponente  $I_3$ . To zapravo znači, da izotopni spin  $I$ , može da rotira u izo-

prostoru a da to ne utiče na interakciju. Invarijantnost nuklearnih interakcija prema rotaciji izospina ekvivalenta je sa konzervacijom izospina. Naime, kao što konzervacija momenta impulsa sledi iz invarijantnosti sistema prema rotaciji u običnom prostoru, tako konzervacija izotopnog spina  $I$  proizilazi iz invarijantnosti u odnosu na rotaciju u izotopnom prostoru. Konzervacija izospina važi za jake interakcije a ne važi za slabe i elektromagnetne interakcije.

U izotopnom prostoru koristi se spinski formalizam a nukleon se smatra česticom čiji izotopni spin iznosi  $I = 1/2$ . Posebnu važnost ima treća komponenta izospina  $I_3$ , koja predstavlja projekciju  $I$  na z-osu u izoprostoru, čija vrednost za proton iznosi  $I_3 = +1/2$  a za neutron  $I_3 = -1/2$ . Treća komponenta izospina  $I_3$  povezana je sa naelektrisanjem čestice  $Q$ , izraženim u jedinicama elementarnog naelektrisanja, i sa barionskim brojem  $B$ , sledećim izrazom:

$$Q = I_3 + \frac{B}{2} \quad (3.61)$$

Gel-Man i Nišidžima uveli su pojam stranosti  $S$  i hipernaelektrisanja  $Y$ , koje predstavlja zbir barionskog broja  $B$  i stranosti  $S$ :  $Y = B + S$ . Gornja relacija može onda da se proširi i na čestice čija je stranost  $S \neq 0$ , i njen oblik bi bio:

$$Q = I_3 + \frac{B+S}{2} = I_3 + \frac{Y}{2} \quad (3.62)$$

Tako ova relacija može da se primeni na  $\pi^+$ ,  $\pi^0$  i  $\pi^-$  mezone koji imaju  $B = 0$  i  $S = 0$ , a  $I_3$  im iznosi respektivno  $+1$ ,  $0$ ,  $-1$ .

Strane čestice su K-mezoni i hiperoni. Ove čestice stvaraju se uvek u parovima a karakterišu se kratkim vremenom stvaranja a relativno dugim srednjim životom. Njihovo naelektrisanje izračunava se po formuli /3.62/. Stranost  $S$  definiše se samo za čestice koje učestvuju u jakim i elektromagnetnim interakcijama. Antičestice imaju stranost suprotnog znaka od odgovarajućih čestica.

Proučavanje raspada u kojima učestvuju K-mezoni i barioni, pokazalo je da se oni mogu opisati uvođenjem konzervacije stranosti  $S$ . Stranost  $S$  konzerviše se u jakim i elektromagnetnim interakcijama. Kako raspadi stranih čestica predstavljaju slabu interakciju to se stranost  $S$  ne konzerviše u ovim procesima.

## GLAVA IV

### TEORIJA SLABE INTERAKCIJE

#### 4.1. UVOD

Slaba interakcija odgovorna je za raspade elementarnih čestica i to za leptonske i neleptonske raspade stranih čestica i za raspade čestica koje nisu strane. Leptonski i neleptonski oblici raspada mogu da se posmatraju kao četvoro-fermionske interakcije. Slaba interakcija karakteriše se konstantom  $G$ , kojom se ujedno i meri njen intenzitet. U procesima slabe interakcije konzerviše se energija, impuls, moment impulsa i nanelektrisanje. Dosadašnja ispitivanja su pokazala da je slaba interakcija invarijantna u odnosu na CPT transformaciju. Međutim, ona nije invarijantna pri inverziji koordinata  $P$  i konjugaciji nanelektrisanja  $C$ , dok se sve do nedavno smatralo da je invarijantna u odnosu na kombinovanu inverziju  $CP$ .

Pri posmatranju procesa /na primer,  $\beta$  -raspada/ koji su izazvani nekom interakcijom, potrebno je znati određene karakteristike procesa. Tako u slučaju rasejanja čestice na statičkom centru sila, koji je opisan potencijalnom energijom  $V(\vec{r})$ , možemo tražiti verovatnoću da se čestica raseje iz početnog stanja opisanog sa:

$$\Psi = e^{i(\vec{p} \cdot \vec{r} - Et)} \quad (4.1)$$

u konačno stanje:

$$\Psi' = e^{i(\vec{p}' \cdot \vec{r} - Et)} \quad (4.2)$$

Prema kvantnoj mehanici verovatnoća prelaska proporcionalna je kvadratu modula matričnog elementa za dati proces, čiji je oblik:

$$M = \int d\vec{r} \Psi^*(\vec{r}) V(\vec{r}) \Psi(\vec{r}) \quad (4.3)$$

Uместо rasejanja čestice na fiksiranom centru, može se posmatrati sudar dveju čestica. Matrični element onda ima sledeći oblik:

$$M = \int d\vec{r}_a d\vec{r}_b \Psi_6^*(\vec{r}_b) \Psi_a^*(\vec{r}_a) V(\vec{r}_a - \vec{r}_b) \Psi_6(\vec{r}_b) \Psi_a(\vec{r}_a) \quad (4.4)$$

Posmatramo li interakciju kratkog dometa može se iskoristiti:

$$V(\vec{r}_a - \vec{r}_b) = f \delta(\vec{r}_a - \vec{r}_b) \quad (4.5)$$

tako da izraz za  $M$  dobija oblik:

$$M = f \int d\vec{r} \Psi_b^*(\vec{r}) \Psi_a^*(\vec{r}) \Psi_b(\vec{r}) \Psi_a(\vec{r}). \quad (4.6)$$

Primenimo sada ovo na karakterističan slabi proces:

$$\nu_e + \mu \rightarrow e^- + \nu_\mu. \quad (4.7)$$

Matrični elemenat ovog procesa, ako se uzme jednokomponentna talasna funkcija ima oblik:

$$M = f \int d\vec{r} \Psi_e^*(\vec{r}) \Psi_{\nu_\mu}^*(\vec{r}) \Psi_{\nu_e}(\vec{r}) \Psi_\mu(\vec{r}). \quad (4.8)$$

Obeležavanje se može pojednostaviti uvodjenjem:

$$\Psi_\mu(\vec{r}) \rightarrow \mu, \Psi_{\nu_e}(\vec{r}) \rightarrow \nu_e \text{ itd.}, \quad (4.9)$$

tako da se matrični element /4.8/ može napisati kao:

$$M = f \int d\vec{r} e^* \nu_\mu^* \nu_e \mu. \quad (4.10)$$

Za slučaj četvorokomponentne talasne funkcije  $M$  će imati sledeći oblik:

$$M = f \int d\vec{r} \left[ \sum_{ijkl} f_{ijkl} e_i^* \nu_j^* \nu_k \mu_l \right], \quad (4.11)$$

gde se sumiranje vrši po svim mogućim kombinacijama komponenti  $i, j, k$  i  $l$ . Izraz u zagradi naziva se interakcija ili Lagrangejan interakcije. Interakcija je u ovom slučaju okarakterisana sa 256 konstanti  $f_{ijkl}$ . Korišćenjem različitih uslova simetrije, ovako veliki broj konstanti se redukuje na nekoliko. Može se koristiti činjenica, da je za dva tenszora istog ranga suma proizvoda odgovarajućih komponenti skalar /tj., nezavisna je od uporednog sistema/. Tako je:

$$\begin{aligned} A_\mu A^\mu &= A_\mu A_\mu \\ F'_{\mu\nu} F'_{\mu\nu} &= F_{\mu\nu} F_{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (4.12)$$

pa se za ove skalare kaže da su formirani kontrakcijom tenzora. Koristeći se ovim, možemo za raspad:

$$\nu_e + \mu \rightarrow e^+ + \nu_\mu, \quad (4.12)$$

naći 12 Lorenc-invarijantnih interakcija. Uzimajući u obzir bilinearne kombinacije ove interakcije se mogu napisati u obliku:

$$(\bar{\nu}_\mu \mu \text{ ili } \bar{\nu}_\mu \gamma_5 \mu) (\bar{e} \nu_e \text{ ili } \bar{e} \gamma_5 \nu_e)$$

$$(\bar{\nu}_\mu \gamma_2 \mu \text{ ili } \bar{\nu}_\mu \gamma_2 \gamma_5 \mu) (\bar{e} \gamma_2 \nu_e \text{ ili } \bar{e} \gamma_2 \gamma_5 \nu_e) \quad (4.14)$$

$$(\bar{\nu}_\mu \gamma_2 \gamma_5 \mu \text{ ili } \bar{\nu}_\mu \gamma_2 \gamma_5 \gamma_5 \mu) (\bar{e} \gamma_2 \gamma_5 \nu_e \text{ ili } \bar{e} \gamma_2 \gamma_5 \gamma_5 \nu_e).$$

Uzimajući kao uslov Lorenc-invarijantnost, broj konstanti interakcije se od 256 redukuje na samo 12. Broj od 12 konstanti je dalje redukovani postavljanjem zahteva za simetriju u odnosu na prostornu inverziju — koja je poznata kao očuvanje parnosti. Pokazalo se da funkcija stanja  $\Psi(\vec{r}, t)$  zadovoljava Dirakovu jednačinu, dok je  $\Psi(-\vec{r}, t)$  nezadovoljava. Funkcija stanja  $\Psi(-\vec{r}, t)$  nije inverzija stanja  $\Psi(\vec{r}, t)$ , što se lako pokazuje zamenom u Dirakovoj jednačini:

$$\left( \gamma_4 \frac{\partial}{\partial x_4} - \gamma_1 \frac{\partial}{\partial x_1} - \gamma_2 \frac{\partial}{\partial x_2} - \gamma_3 \frac{\partial}{\partial x_3} + m \right) \Psi(-\vec{r}, t) = 0. \quad (4.15)$$

Pomnožimo ovu jednačinu s leva sa  $\beta$  pa ćemo dobiti:

$$\beta \left( \gamma_4 \frac{\partial}{\partial x_4} - \gamma_1 \frac{\partial}{\partial x_1} - \gamma_2 \frac{\partial}{\partial x_2} - \gamma_3 \frac{\partial}{\partial x_3} + m \right) \Psi(-\vec{r}, t) = 0. \quad (4.16)$$

Iskoristimo li komutacione relacije, biće:

$$\left( \gamma_m \frac{\partial}{\partial x_m} + m \right) \beta \Psi(-\vec{r}, t) = 0. \quad (4.16a)$$

Znači,  $\beta \Psi(-\vec{r}, t)$  je inverzija stanja  $\Psi(\vec{r}, t)$ , jer zadovoljava Dirakovu jednačinu. Tako je inverzno stanje dato sa:

$$\Psi(\vec{r}, t) \rightarrow \beta \Psi(-\vec{r}, t) \quad (4.17)$$

$$\bar{\Psi}(\vec{r}, t) \rightarrow \bar{\Psi}(-\vec{r}, t) \beta.$$

Ako sada u bilinearnim kombinacijama /3.52/ originalna stanja

zamenimo inverznim dobićemo:

$$\bar{\Psi} \Psi \rightarrow \bar{\Psi} \beta_5 \beta \Psi = \bar{\Psi} \Psi$$

(4.18)

$$\bar{\Psi} \gamma_5 \Psi \rightarrow \bar{\Psi} \beta \gamma_5 \beta \Psi = \bar{\Psi} (-\gamma_5) \Psi = -\bar{\Psi} \gamma_5 \Psi \text{ itd.}$$

Prva veličina  $\bar{\Psi} \Psi$  je skalar a druga  $\bar{\Psi} \gamma_5 \Psi$  je, zbog promene znaka, nazvana pseudoskalar. Istim postupkom se vektori i pseudovektori, tenzori i pseudotenzori transformišu pri inverziji, ali sa različitim znacima. Ako se sada kao za zahtev postavi da slaba interakcija bude invarijantna pri inverziji prostora, onda iz /4.14/ treba izbaciti sve članove u kojima se javlja  $\gamma_5$ . Tako bi se broj interakcija od 12 sveo na 6. Ekspерименти su, međutim, pokazali da konzervacija parnosti u slabim interakcijama ne važi. Ispitivanja su vršena sa  $\beta$ -raspadom polarizovanog jezgra. Naime, ako se osa polarizacije postavi u pravcu gore-dole, onda bi prema inverzionaloj simetriji trebalo da se emitiše jednak broj elektrona raspada i u gornju i u donju polusferu. Raspodela dobijena eksperimentom je sasvim nesimetrična u odnosu na pravac gore-dole. Zbog toga je predloženo više kombinacija kako da se smanji broj od 12 proizvoljnih konstanti u četvorofermionskoj interakciji, koja je Lorenc-invarijska. Najviše uspeha imala je V-A teorija koju je predložilo nekoliko fizičara, a na koju ćemo se vratiti kasnije.

#### 4.2. UNIVERZALNOST SLABE INTERAKCIJE

Postulira se da slaba interakcija ima sledeću formu:

$$\frac{G}{\sqrt{2}} J_w J_w^+$$

(4.19)

gde je G konstanta slabe interakcije a  $J_w$  i  $J_w^+$  su slbe struje. Struja  $J_w$  ima oblik:

$$J_w = \bar{e}v + \bar{\mu}v + \bar{n}p + \bar{\Lambda}p, \quad (4.20)$$

dok je  $J_w^+$  hermitski konjugovana struja, struje  $J_w$ , i ima oblik:

$$J_w^+ = \bar{e}e + \bar{\mu}\mu + \bar{p}n + \bar{p}\Lambda \quad (4.21)$$

U izrazima za  $J_w$  i  $J_w^+$  nadvučeni simboli označavaju operatore stvaranja čestica i anihilacije antičestica a simboli bez crtiće iznad operatore stvaranja antičestica i anihilacije čestica. Tako  $\bar{p}$  predstavlja operator stvaranja protona i anihilacije antiprotona a  $p$  operator stvaranja antiprotona i anihilacije protona. Struja  $J_w$  snižava električni naboј Q za jednu jedinicu:  $\Delta Q = -1$ , a struja  $J_w^+$  povećava električni naboј za jednu jedinicu:  $\Delta Q = +1$ . Sam proizvod  $J_w J_w^+$  je hermitski, i konzerviše nanelektrisanje.

Slaba struja  $J_w$  predstavlja zbir četiri struje i to: elektronske struje  $J_e = \bar{e}\nu$ , mionske struje  $J_\mu = \bar{\mu}\nu$ , nukleonske struje  $J_n = \bar{n}p$  i strane struje  $J_\Lambda = \bar{\Lambda}p$ . Sve navedene struje tretiraju se potpuno u slaboj interakciji.

Slabe struje odgovorne su za različite procese. U tabeli 4.1. naveden je izvestan broj procesa koji potiču od interakcije između slabih struja. Tabela je načinjena tako da kvadrati koji se nalaze ispod dijagonale sadrže direktne procese /2,4,5,7,8 i 9/. Šest kvadrata iznad dijagonale /1,3,6,10/ nije ispunjeno, jer bi oni sadržali samo obrnute procese onima koji su navedeni u kvadratima ispod dijagonale, tako da postoji refleksija u odnosu na dijagonalne kvadrate.

Prvi kvadrat /1/ sadrži rasejanje neutrino-elektron. Ovaj proces još nije eksperimentalno posmatran, jer efikasni presek koji je teorijski predviđen /za ovaj proces/, je tako mali da do sada nije detektovan. Drugi kvadrat /2/ sadrži mionski raspad koji se može predstaviti u obliku proizvoda  $J_e J_\mu^+$ , elektronske i mionske struje. Kvadrat sa brojem /3/ sadrži rasejanje neutrino-mion. Ovo rasejanje proizilazi iz interakcije mionske struje  $\bar{\mu}\nu$  sa samom sobom i direktno ga je nemoguće posmatrati. Karakteristična svojstva ove interakcije dobijaju se analizom stvaranja mionskog para neutrinom u nuklearnom Kulonovom polju:

$$\nu + \bar{\nu} \rightarrow \nu + \bar{\nu} + \mu^+ + \mu^- \quad (4.22)$$

U kvadratima /4/, /5/ i /6/ nalaze se interakcije nukleonske struje  $\bar{n}p$  sa elektronskom strujom  $\bar{e}\nu$ , mionskom strujom  $\bar{\mu}\nu$  i samom sobom. U četvrtom kvadratu je neutronski  $\beta$ -raspad, a ispod njega je raspod  $\pi^-$  mezona u elektron i neutrino.

Četvrti kvadrat sadrži još i proces  $\pi^+ \rightarrow \pi^0 + e + \nu$ , koji je eksperimentalno dokazan tek 1962. Za četvrti kvadrat se može reći da sadrži sve  $\beta$ -procese koji konzervišu stranost jako interagujućih čestica. Peti kvadrat /5/ sadrži mionski zahvat od strane protona i pionski raspodjeljivanje  $\pi \rightarrow \mu + \nu$ . Oba ova procesa predstavljaju interakcije jako interagujućih čestica sa parom  $\bar{\mu}\nu$ .

Tabela 4.1. Shema slabih interakcija

	$\bar{e}\nu$	$\bar{\mu}\nu$	$\bar{n}p$	$\bar{\Lambda}p$
$\bar{e}e$	(1) $e + \nu \rightarrow e + \nu$			
$\bar{\nu}\mu$	(2) $\mu \rightarrow e + \nu + \bar{\nu}$	(3) $\nu + \mu \rightarrow \nu + \mu$ $\nu \rightarrow \nu + \mu^+ + \mu^-$		
$\bar{p}n$	(4) $n \rightarrow p + e + \bar{\nu}$ $\pi \rightarrow e + \nu$ $\pi^+ \rightarrow \pi^0 + e + \nu$	(5) $\mu + p \rightarrow n + \nu$ $\pi \rightarrow \mu + \nu$	(6) $n + p \rightarrow n + p$ $p + p \rightarrow p + p$ $n + n \rightarrow n + n$	
$\bar{\rho}\Lambda$	(7) $\Lambda \rightarrow p + e + \bar{\nu}$ $\Sigma \rightarrow n + e + \bar{\nu}$ $K \rightarrow \pi + e + \nu$	(8) $\Delta \rightarrow p + \mu + \nu$ $\Sigma \rightarrow n + \mu + \nu$ $K \rightarrow \mu + \nu$ $K \rightarrow \pi + \mu + \nu$	(9) $\Delta + p \rightarrow n + p$ $\Lambda \rightarrow p + \pi$ $K \rightarrow 2\pi, 3\pi$	(10) $\Delta + p \rightarrow$ $\rightarrow \Lambda + p$

Šesti kvadrat /6/ pokazuje rasejanje neutron-proton i ovo slabo rasejanje treba da pokazuje nekonzervaciju parnosti. Nekonzervacija parnosti se usled jakih virtuelnih interakcija javlja i u slučaju pp i nn rasejanja koje sadrži šesti kvadrat.

Kvadrati /7/, /8/, /9/ i /10/ prikazuju interakciju strane struje. Tako sedmi kvadrat /7/ opisuje  $\beta$  -raspad  $\Lambda$  -hiperona:



i takodje, raspad sigma-hiperona:

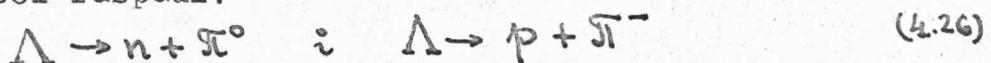


U njemu se nalazi i raspad K mezona, koji uključuje raspade:  $K \rightarrow e + \nu$ ,  $K \rightarrow \pi + e + \nu$  itd. Procesi navedeni u /7/ imaju raspad koji ide preko Lambda-hiperona, a koji se sadrži u jednoj ili drugoj čestici. U osmom kvadratu /8/ nalaze se procesi koji sadrže emisiju miona  $\Lambda \rightarrow p + \mu + \nu$ ,  $K \rightarrow \mu + \nu$  itd.

Deveti kvadrat /9/ prikazuje procese koji ne uključuju leptone. Ovi procesi, prema Sakata modelu, imaju za osnovu reakciju  $n + p \rightarrow \Lambda + p$ , mada ona nije eksperimentalno posmatrana. Tako se smatra da mora da postoji sledeći prelaz:



jer je anihilacija protona ekvivalentna kreaciji antiprotona. Iz kombinacija antiprotona i protona i antiprotona i neutrona mogući su sledeći raspadi:



Raspad  $\Lambda$  -hiperona proizilazi iz interakcije strane struje sa nukleonskom. Neleptonski raspadi:  $K \rightarrow 2\pi$ ,  $K \rightarrow 3\pi$ , itd., javljaju se kao rezultat raspada  $\Lambda$  -hiperona koji se nalazi u tim česticama. Znači, deveti kvadrat sadrži sve neleptonske raspade stranih čestica. U desetom kvadratu /10/ nalazi se proces rasejanja  $\Lambda$  hiperon-nukleon. Ovaj proces je veoma redak i u njemu se ne konzerviše parnost i njegovo posmatranje još nije ostvareno.

Navedena shema slabih interakcija u tabeli 4.1., daje objašnjenja u principu, za sve spore procese koji su do sada eksperimentalno posmatrani. Slaba interakcija uključuje struju oblika /4.20/, koja menja naielktrisanje. Postavilo se onda pitanje [zašto] ona ne bi uključivala i neutralne struje oblike:

$$\bar{v}v, \bar{e}e, \bar{\mu}\mu, \bar{\mu}e, \bar{p}p, \bar{n}n, \bar{\Lambda}\Lambda, \bar{\Lambda}n, \quad (4.27)$$

koje konzervišu nanelektrisanje. Tako bi interakcija izmedju struja  $\bar{\mu}e$  i  $\bar{e}e$  dovela do raspada  $\mu^+ \rightarrow 2e^+ + e^-$ , koji do sada nije eksperimentalno posmatran. Interakcija struje  $\bar{\Lambda}n$  sa strujama  $\bar{v}v$ ,  $\bar{e}e$ ,  $\bar{\mu}\mu$  i  $\bar{\mu}e$  dovela bi do sledećih raspada:

$$\begin{aligned} K^+ &\rightarrow \pi^+ + e^+ + e^- \\ K^+ &\rightarrow \pi^+ + \mu^+ + \mu^- \\ \Sigma^+ &\rightarrow p + e^+ + e^- \\ \Lambda^0 &\rightarrow n + e^+ + e^- \\ K^+ &\rightarrow \Xi^+ + \mu^+ + e^- \quad \text{itd.} \end{aligned} \quad (4.28)$$

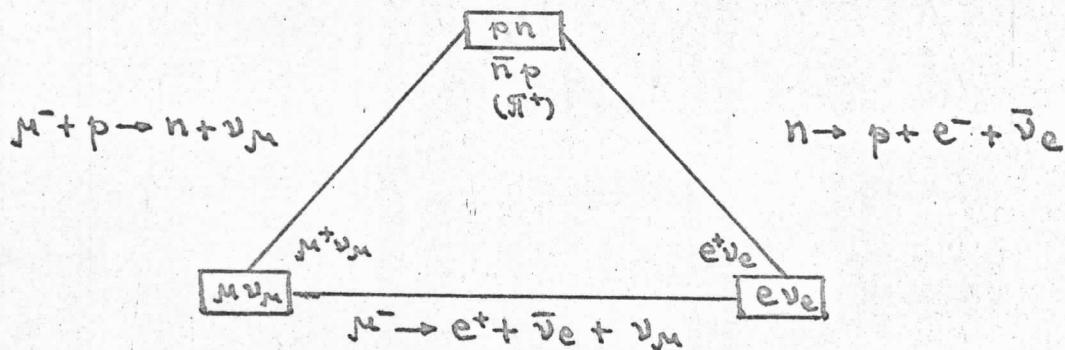
Ovi raspadi nisu do sada eksperimentalno posmatrani. Međutim, smatra se da su neutralne struje dokazane 1973., jer je nemožuće isključiti pojedinačne proizvode oblika  $/\bar{p}p + \bar{n}n/ \cdot / \bar{\Lambda}n/$ ,  $/\bar{v}v/ \cdot / \bar{p}p/$  ili  $/\bar{\mu}\mu/ \cdot / \bar{p}p/$  u Lagranžijanu slabe interakcije.

Iz tabele 4.1. vidi se da su slabih procesi mnogobrojni i raznovrsni. Međutim, pored sve ove raznovrsnosti postoji mogućnost načaženja zajedničkih svojstava za najveći broj slabih interakcija. Tako je vrednost konstante slabe interakcije, koja se dobija merenjem brzine procesa izazvanih slabom interakcijom približno ista za sledeće procese: a. nuklearni beta raspad; b. mionski raspad; c. mionski zahvat; d.  $\Sigma \rightarrow \Lambda$  raspad.

Od navedenih procesa b. je leptonski, dok procesi a, c i d obuhvataju hadrone i to su semileptonski procesi. U ovim procesima se ne menja stranost  $/ \Delta S = 0 /$ . Osim ovih postoje semileptonski i neleptonski raspadi K mezona i hiperona u kojima promena stranosti iznosi  $\Delta S = 1$ , a brzina im je mala u poređenju sa procesima kod kojih je  $\Delta S = 0$ .

Činjenica da je jačina svih procesa u kojima je  $\Delta S = 0$  skoro ista, dovela je do predpostavke da se ovi procesi mogu objasniti jednom opštom fundamentalnom osobinom čestica. To je omogućilo formulisanje ideje univerzalne Fermi interakcije. Univerzalna Fermi interakcija uključuje u svakom slučaju po četiri fermiona; a formulisana je 1948. Šematski prikaz ove interakcije dao je Pupi trouglom koji je po njemu dobio ime.

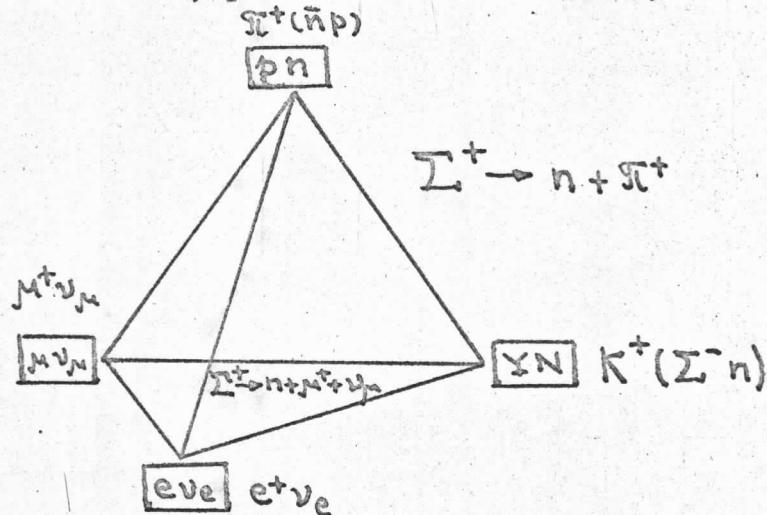
Pupijev trougao prikazan je na slici 4.1.



Slika 4.1. Pupijev trougao koji prikazuje univerzalnu Fermi interakciju

Univerzalna Fermi interakcija izražava se četvoro-fermionskom interakcijom koja uključuje sve procese izmedju čestica i antičestica sadržanim u trouglu. U temenima trougla smešteni su parovi slabo-interagujućih fermiona. Svaki od parova u temenima trougla može da se poveže sa drugim parovima slabom interakcijom. Temena uz osnovu trougla pripadaju leptonima  $\mu^-$  i  $\nu_{\mu}$  i  $e^-$  i  $\nu_e$ , dok treće teme pripada nukleonima  $p$  i  $n$ . Uz teme nukleona je  $\pi^+$  koji se razlaže u par nukleon-antinukleon / $\pi^+ \rightarrow p + \bar{n}$ / i tako ulazi u slabu interakciju.

Kada se radi o slabim raspadima stranih čestica Pupijev trougao prelazi u tetraedar, prikazan na slici 4.2.



Slika 4.2. Slab raspad stranih čestica

Tetraedar prikazuje raspade stranih čestica sa promenom stranosti. Četvrto teme pripada ovde česticama sa pozitivnom stranošću /kaon  $K^+$ / a to pokazuje vezu kaona sa slabom interakcijom.

#### 4.3. DVOKOMPONENTNA TEORIJA NEUTRINA. V-A TEORIJA

Dvokomponentna teorija neutrina sastoji se u prikazivanju neutrina dvokomponentnim spinorom, koji zadovoljava Vajlovu jednačinu, a ne četvorokomponentnim Dirakovim spinorom. Ovakvo prikazivanje moguće je s obzirom da neutrino ima masu mirovanja jednaku nuli i najjednostavniji je za razmatranje. Ova mogućnost razmatrana je više puta ranije, ali se kao smetnja javljala činjenica da Vajlova jednačina nije invarijantna prema prostornoj inverziji P. Dirakovoj jednačini odgovara rešenje oblika  $\Psi(\vec{r}, t)$ , ali isto tako i rešenje oblika  $\beta\Psi(\vec{r}, t)$ . Analogno ovome, za Vajlovu jednačinu, koja ima rešenje oblika  $\Phi(\vec{r}, t)$ , traženo je drugo rešenje u obliku  $\beta\Phi(\vec{r}, t)$ . Naime, pokušaji su išli za tim da se nadje matrica  $\beta$  oblika  $2 \times 2$  koja antikomutira sa  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$  i  $\epsilon_z$ . Tako bi sa  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$ ,  $\epsilon_z$  i  $\beta$  matricom imali četiri  $2 \times 2$  matrice koje antikomutiraju i prelaz na  $4 \times 4$  matrice bio bi nepotreban. Samo sa ovim maticama dobili bi smo Dirakovu jednačinu za konačnu masu, ali se pokazalo da ne postoji ni jedna takva matrica. Znači, korišćenje Vajlove jednačine, zahtevalo je nesimetričnost teorije u odnosu na prostorno inverziju P.

Otkriće nekonzervacije parnosti, pokazalo je da ova osobina Vajlove jednačine nije smetnja, već pogodna mogućnost koja se može iskoristiti. Posmatrajmo sada četvorofermionsku Lorenc-invarijantnu interakciju koja uključuje 4 Dirakova spinora. Uvodjenje odredjenih ograničenja na ovu interakciju ekvivalentno je korišćenju Vajlovog spinora za neutrino. Pokazaćemo ovo na sledeći način. Dirakova jednačina:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\vec{\alpha} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \Psi - i m \beta \Psi, \quad (4.29)$$

može da se napiše u novom obliku, ako se matrice  $\alpha$  i  $\beta$  pogodno izraze preko  $2 \times 2$  matrica  $\vec{\epsilon}$ , 0 i 1. Tako je:

$$\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\epsilon} \\ \vec{\epsilon} & 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (4.30)$$

Sada se četvorokomponentni spinori  $\Psi$  mogu pogodno izraziti preko dva dvokomponentna spinora  $\Psi^a$  i  $\Psi^b$ :

$$\Psi = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \\ \Psi_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Psi^a \\ \Psi_2^a \\ \Psi_1^a \\ \Psi_2^a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Psi^a \\ \Psi^b \end{pmatrix}. \quad (4.31)$$

Umesto četiri parcijalne Dirakove jednačine dobijamo dve koje su oblika:

$$\frac{\partial \Psi^a}{\partial t} = -\vec{e} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \Psi^b - im\Psi^a \quad (4.32)$$

$$\frac{\partial \Psi^b}{\partial t} = -\vec{e} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \Psi^a + im\Psi^b.$$

Iskoristimo li pogodan način obeležavanja i uvedemo da je:

$$\Phi = \frac{1}{2}(\Psi^a - \Psi^b) \quad i \quad \chi = \frac{1}{2}(\Psi^a + \Psi^b), \quad (4.33)$$

dobićemo dve jednačine, koje imaju ovaj oblik:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = e \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \Phi - im\chi \quad (4.34)$$

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} = -e \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \chi - im\Phi$$

Znači, kada je  $m=0$ , Dirakova jednačina ekvivalentna je dvema posebnim Vajlovim jednačinama. Originalno rešenje Dirakove jednačine  $\Psi$  može da se izrazi u matričnoj formi ovako:

$$\Psi = \frac{1}{2}(1+\gamma_5)\Psi + \frac{1}{2}(1-\gamma_5)\Psi \quad (4.35)$$

Da izrazimo  $\Psi$  preko  $\Phi$  i  $\chi$  iskoristićemo:

$$\gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.35a)$$

pa dobijamo:

$$\Psi = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \Psi_1 - \Psi_3 \\ \Psi_2 - \Psi_4 \\ \Psi_3 - \Psi_1 \\ \Psi_4 - \Psi_2 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \Psi_1 + \Psi_3 \\ \Psi_2 + \Psi_4 \\ \Psi_3 + \Psi_1 \\ \Psi_4 + \Psi_2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \Phi \\ -\Phi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \chi \\ \chi \end{pmatrix}. \quad (4.36)$$

Funkcije  $\Phi$  i  $\chi$  su delovi rešenja  $\Psi$  Dirakove jednačine, označeni sa  $\Phi = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\Psi$ , i  $\chi = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\Psi$ . Obe funkcije,  $\Phi$  i  $\chi$ , su rešenja Vajlove jednačine koja odgovara jednačinama /4.32/ za čestice čija je masa mirovanja jednaka nuli  $/m = 0/$ .

Opšta interakcija mionskog raspada:

$$\nu_e + \mu \rightarrow e + \nu_\mu \quad (4.37)$$

koju smo već razmatrali, predstavlja kombinaciju sledećeg oblika:

$$\bar{\nu}_\mu(1 \text{ ili } \gamma_5)\mu \bar{e}(1 \text{ ili } \gamma_5)\nu_e \quad (4.38)$$

Uopšte se može uzeti, da osnovna kombinacija ima sledeći izgled:

$$\bar{\nu}_\mu(1 \pm \gamma_5)\mu \bar{e}(1 \pm \gamma_5)\nu_e$$

Za nas je važno da dobijemo interakcije koje uključuju  $(1 + \gamma_5)\nu_e$ , a ne  $(1 - \gamma_5)\nu_e$ , odnosno samo  $\Phi$  a ne i  $\chi$ . Međutim, Vajlov spinor  $\chi$  figuriše svuda pored  $\Phi$ , i  $(1 - \gamma_5)\Psi$  može da se koristi isto kao i  $(1 + \gamma_5)\Psi$ . Teorijski i  $\Phi$  i  $\chi$  su jednakobrojni, ali eksperiment pokazuje da je mnogo bolje izabrati  $(1 + \gamma_5)\Psi$ , tj.  $\Phi$ .

Da shvatimo značenje kombinacije  $(1 + \gamma_5)\Psi$ , razmotrimo ponovo Dirakove spinore:

$$\Psi_n = U_n e^{-i(p \cdot r - \omega t)} \quad (4.39)$$

Oni će u slučaju čestice čija je masa jednaka nuli  $/m = 0/$  a impuls  $\vec{p} = /0, 0, p/$ , imati oblik:

$$U_{++} = \sqrt{p} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad U_{+-} = \sqrt{p} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (4.40)$$

$$U_{-+} = \sqrt{p} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad U_{--} = \sqrt{p} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Prva dva spinora,  $U_{++}$  i  $U_{+-}$ , odgovaraju pozitivnoj energiji, a druga dva  $U_{-+}$  i  $U_{--}$  odgovaraju negativnoj energiji. Pomnožimo li ih sa:

$$\frac{1}{2}(1 + \gamma_5) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad (4.41)$$

dobićemo sledeći rezultat:

$$\begin{array}{ll} U_{++} = \sqrt{p} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} & U_{+-} = \sqrt{p} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \\ U_{-+} = \sqrt{p} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} & U_{--} = \sqrt{p} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{array} \quad (4.4)$$

Ovaj rezultat, u kome opet prva dva rešenja odgovaraju pozitivnoj a druga dva negativnoj energiji, pokazuje da su samo dva rešenja različita od nule. Rešenje  $U_{+-}$  koje odgovara pozitivnoj energiji, opisuje spin orijentisan nasuprot pravcu kretanja čestice, i odgovara neutrinu, koji je levo orijentisana čestica. Drugo rešenje različito od nule, koje odgovara negativnoj energiji  $U_{-+}$ , opisuje antineutrino, desno orijentisano česticu sa spinom paralelnim njegovom kretanju. Znači, u slučaju čestica sa pozitivnom energijom, množenje sa  $(1 + \frac{4}{5})$  odabire čestice sa spinom, koji je orijentisan suprotno od pravca kretanja i to su levo orijentisane čestice.

U slučaju sa negativnom energijom, to su čestice sa spinom paralelnim pravcu kretanja, odnosno desno orijentisane čestice. Pošto antičestica predstavlja šupljinu u moru negativne energije, to Vajlov spinor  $\Phi$  opisuje samo neutrina koja su levo i antineutrina koja su desno orijentisana.

Ovde je ponovo potvrđena asimetrija teorije u odnosu na prostornu inverziju P. Naime, refleksijom levo orijentisanog neutrina u ravni koja sadrži njegov impuls, dobio bi se desno orijentisani neutrino sa istim impulsom ali izvrnutim spinom. Takav neutrino fizički ne postoji i bio bi opisan sa  $\chi$  a ne sa  $\Phi$ . Neutrino ima helicitet -1 a antineutrino +1 /helicitet daje vezu izmedju pravca vektora spina i longitudinalnog impulsa, a vrednosti mu zavise od toga da li je vektor spina paralelan ili antiparalelan sa pravcem impulsa čestice/.

Razmatramo li slučaj čestica čija je masa mirovanja različita od nule, na primer, elektrona i miona, onda se spinor ne može isključiti iz rešenja Dirakove jednačine. Sada  $\Phi$  i  $\chi$  nisu nezavisni, već su povezani. Ipak, Fejnman i Gel-Man su

pronašli da  $\chi$  iako ne može da se isključi iz teorije, može na pogodan način da se izrazi preko  $\Phi$ . Iskoristimo li prvu jednačinu u /4.34/, dobijemo:

$$\chi = \frac{1}{im} \left( \vec{\epsilon} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \Phi - \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right). \quad (4.42)$$

Zamenimo ovo sada u drugu jednačinu, sledi:

$$\frac{1}{im} \left( \vec{\epsilon} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \right) = -e \cdot \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{im} \left( \vec{\epsilon} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial \vec{r}} - \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right) - im \Phi,$$

ili samo:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - \Delta \Phi + m^2 \Phi = 0, \quad (4.44)$$

što predstavlja Klajn-Gordonovu jednačinu u nešto izmenjenom obliku. Odavde sledi da se  $\chi$  u teoriji uvek može izraziti preko  $\Phi$  i njegovih izvoda, a to znači da se cela teorija može izraziti dvokomponentnom talasnom funkcijom koja zadovoljava Klajn-Gordonovu jednačinu. Tako se interakcija koja predstavlja mionski raspad može da formuliše preko četiri dvokomponentna spinora:

$$\Phi_{\nu_\mu}, \Phi_{\mu}, \Phi_e, \Phi_\nu, \quad (4.45)$$

njihovih kompleksno-konjugovanih i izvoda.

Vratimo se sada na četvorofermionsku Lorenc-invarijantnu interakciju koja sadrži 12 proizvoljnih konstanti. Od kombinacija koje su korištene za smanjenje broja konstanti i tumačenje slabe interakcije, najuspešnijom se pokazala V-A teorija, koju su predložili Maršak i Sudaršan. V-A teorija je uspešno potvrđena eksperimentom.

Koristeći dvospinorski formalizam, rešenje Dirakove jednačine u matričnoj formi može se razložiti na sledeći način:

$$\begin{aligned} \Psi &= \frac{1}{2} (1 + \gamma_5) \Psi + \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) \bar{\Psi} = \\ &= \begin{pmatrix} \Phi \\ -\bar{\Phi} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \chi \\ \bar{\chi} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (4.46)$$

Funkcija  $\bar{\Psi}$  se može izraziti korišćenjem kompleksno-konjugovanih funkcija  $\Phi^*$  i  $\chi^*$ , tako da je:

$$\begin{aligned} \bar{\Psi} &= \bar{\Psi} \frac{1}{2}(1+\gamma_5) + \bar{\Psi} \frac{1}{2}(1-\gamma_5) \\ &= \begin{pmatrix} \chi^* \\ -\chi^* \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Phi^* \\ \Phi^* \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (4.47)$$

Da izbegnemo pojavljivanje  $\chi$  i  $\chi^*$  i izvode od  $\Phi$  i  $\Phi^*$ , u interakcijama, iskoristićemo samo one kombinacije koje uključuju  $\frac{1}{2}(1+\gamma_5)\Psi$  i  $\bar{\Psi}\frac{1}{2}(1-\gamma_5)$  za svaku česticu posebno, a ostavićemo one sa  $\frac{1}{2}(1-\gamma_5)\Psi$  ili  $\bar{\Psi}\frac{1}{2}(1+\gamma_5)$ . Onda četvorofermionska interakcija može da ima jedan od sledećih oblika:

$$\bar{v}_\mu(1-\gamma_5)(1+\gamma_5)\mu\bar{e}(1-\gamma_5)(1+\gamma_5)v$$

$$\begin{array}{c} | \\ \gamma_\alpha \\ | \\ \gamma_\alpha\gamma_\beta \end{array} \quad \begin{array}{c} | \\ \gamma_\alpha \\ | \\ \gamma_\alpha\gamma_\beta \end{array} \quad . \quad (4.48)$$

Odavde se odmah mogu isključiti dve kombinacije, jer su jenake nuli i to tenzorska i skalarna, koja je jednaka nuli zbog:

$$(1-\gamma_5)(1+\gamma_5) = 1-\gamma_5+\gamma_5-\gamma_5^2 = 0. \quad (4.49)$$

Tada ostaje samo jedinstveni oblik interakcije:

$$\begin{aligned} \bar{v}_\mu(1-\gamma_5)\gamma_\alpha(1+\gamma_5)\mu\bar{e}(1-\gamma_5)\gamma_\alpha(1+\gamma_5)v &= \\ = \bar{v}_\mu\gamma_\alpha(1+\gamma_5)^2\mu\bar{e}\gamma_\alpha(1+\gamma_5)^2v &= \\ = 4\bar{v}_\mu\gamma_\alpha(1+\gamma_5)\mu\bar{e}\gamma_\alpha(1+\gamma_5)v, \end{aligned} \quad (4.50)$$

koji uvedjenjem konstante  $G/\sqrt{2}$ , kojom se meri intenzitet interakcije dobija svoj konačni izgled:

$$G/\sqrt{2} \bar{v}_\mu\gamma_\alpha(1+\gamma_5)\mu\bar{e}\gamma_\alpha(1+\gamma_5)v. \quad (4.51)$$

Vidi se da ovaj konačni oblik slabe interakcije predstavlja u-stvari, već navođeni, proizvod dveju slabih struja:

$$G/\sqrt{2} J_w J_w^+ \quad (4.19)$$

gde bi  $J_w$  bilo  $J_w = \bar{\psi}_\mu \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \mu$ , a  $J_w^+ = \bar{\epsilon} \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \nu$ .

Izraz:

$$\gamma_\alpha (1 + \gamma_5) = \gamma_\alpha - \gamma_5 \gamma_\alpha = V_\alpha - A_\alpha, \quad (4.52)$$

u strujama  $J_w$  i  $J_w^+$  možemo shvatiti kao poseban operator, koji je sastavljen iz dva člana. Prvi član  $\gamma_\alpha$  je vektor  $V_\alpha$ , dok je drugi član aksijalni vektor  $A_\alpha$ /pseudovektor/ i tako se ponašaju pri inverziji koordinata P.

Konstanta G je realna i njena vrednost se dobija iz brzine mionskog raspada, a iznosi:

$$G = 1,026 m_p^{-2}, \quad (4.53)$$

gde je  $m_p$  masa protona. Eksperimentalni rezultati dobijeni izucavanjem mionskog raspada, potvrđuju važenje V-A teorije i dobro se slažu sa teorijskim predviđanjima. Tako je V-A interakcijom predviđena sledeća raspodela elektrona:

$$\frac{d\Gamma}{d\Omega dE} = \frac{M_\mu p E}{12\pi^4} G^2 \left[ 3(W-E) + 2\beta \left( \frac{4}{3}E - W - \frac{1}{3} \frac{M_e^2}{E} \right) + \right. \\ \left. + 3 \frac{M_e}{E} \eta (W-E) - \frac{P}{E} \cos\theta \xi \left\{ (W-E) + 2\delta \left( \frac{4}{3}E - W - \frac{1}{3} \frac{M_e^2}{M_\mu} \right) \right\} \right], \quad (4.54)$$

gde je  $p$  impuls elektrona,  $E$  njegova energija a  $W = \frac{M_\mu^2 + M_e^2}{2M_\mu}$  je maksimalna energija elektrona. Za četiri parametra  $\beta$ ,  $\eta$ ,  $\xi$  i  $\delta$  u /4.54/ predviđene su sledeće vrednosti:

$$\beta = \frac{3}{4}, \eta = 0, \xi = 1 \text{ i } \delta = \frac{3}{4}. \quad (4.55)$$

Rezultati koji su dobijeni za parametre  $\beta$ ,  $\eta$ ,  $\xi$  i  $\delta$  u eksperimentu iznose:

$$\beta = 0,751 \pm 0,003, \eta = -0,13 \pm 0,20, \xi = 0,975 \pm 0,005, \\ \delta = 0,752 \pm 0,009. \quad (4.56)$$

Uporedjivanje vrednosti /4.55/ koje su nadjene teorijski na osnovu V-A teorije i vrednosti /4.56/, koje su dobijene eksperimentu pokazuje izvanredno slaganje. Ovim je V-A teorija izvanredno potvrđena.

#### 4.4. SEMILEPTONSKE INTERAKCIJE. KABIBOVA HIPOTEZA

V-A teorija pokazala se veoma uspešnom u tretiranju leptonskih interakcija kao što su:

$$\nu_e + \mu \rightarrow e + \nu_\mu , \quad (4.57)$$

tako da je primenjena i na tipične semileptonske slabe interakcije:

$$\nu_e + n \rightarrow e + p \quad (4.58)$$

$$\nu_\mu + n \rightarrow \mu + p$$

Ove semileptonske interakcije mogu da se predstave u sledećem obliku:

$$G/\sqrt{2} \bar{\rho} i \gamma_\mu (1 + \gamma_5) n \bar{e} i \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu_e \quad (4.59)$$

$$G/\sqrt{2} \bar{\rho} i \gamma_\mu (1 + \gamma_5) n \bar{\mu} i \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu_\mu$$

Vrednost konstante G dobijena iz semileptonskih interakcija odgovara uz neznatne razlike, vrednosti G koja je dobijena iz leptonskih interakcija. Tako se za  $\beta$ -raspad oblik interakcije može predstaviti ovako:

$$G/\sqrt{2} \bar{\rho} i \gamma_\mu (g_V + g_A \gamma_5) n \bar{e} i \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu_e . \quad (4.60)$$

Ako se sada odavde izračunaju vrednosti za  $g_V$  i  $g_A$ , dobija se:

$$g_V \approx 4.00 \quad i \quad g_A \approx 1.25 , \quad (4.61)$$

umesto očekivanog  $g_V = g_A = 1$ . Ova razlika objašnjava se učešćem i jakom interakcijom hadrona. Kod mionskog raspada:

$$\mu \rightarrow \nu_\mu + e + \bar{\nu}_e \quad (4.62)$$

sve čestice pored slabih interakcija imaju i elektromagnetne interakcije, koje sa u prvoj aproksimaciji mogu zanemarirati, a

da to ne utiče na vrednost  $G$ . Međutim, u slučaju hadrona to nije moguće, jer oni imaju jake interakcije /na koje se ne može primeniti teorija perturbacija/ a njihove efekte ne možemo zanemariti ni u prvoj aproksimaciji. Odstupanje vrednosti  $\gamma_A$  od jedinice je očekivano, ali isto tako se očekivalo odstupanje i  $\gamma_V$ . Kako se ovo odstupanje  $\gamma_V$  od jedinice nije javilo, za objašnjenje je postavljeno nekoliko hipoteza. Najpoznatija je hipoteza o očuvanju vektorske struje, nazvana CVC hipotezom. Ova hipoteza bazira se na analogiji između vektorskog dela slabe interakcije i elektromagnetne struje. Tako se delu  $\gamma_V$  daje položaj sličan onome, koji ima električni naboј i onda se dolazi do zakona o konzervaciji nanelektrisanja. CVC hipoteza je provedena ispitivanjem  $\beta$ -raspada piona.

Hadroni, u koje spadaju proton i neutron, učestvuju u velikom broju semileptonskih slabih interakcija. Tumačenje interakcija u kojima učestvuju hadroni, znatno je olakšano uvodnjem "SU<sub>3</sub> simetrije", koja je formulisana preko kvarkova. Uzima se da su svi hadroni sastavljeni od tri osnovna kvarka, koji su označeni sa  $P$ ,  $N$  i  $\Lambda$ . Sva tri kvarka imaju spin 1/2. Kvantni brojevi koji im odgovaraju dati su u tabeli 4.2.

Tabela 4.2. Kvantni brojevi kvarkova

kvark	barionski broj	broj nanelektrisanja	stranost	$I_3$
$P$	$+ \frac{1}{3}$	$+ \frac{2}{3}$	0	$+\frac{1}{2}$
$N$	$+ \frac{1}{3}$	$- \frac{1}{3}$	0	$-\frac{1}{2}$
$\Lambda$	$+ \frac{1}{3}$	$- \frac{1}{3}$	-1	0

Korišćenjem osnovnih kvarkova, pojedine čestice mogu da se izraze preko njih. Tako se mezoni, pion i kaon, predstavljaju u obliku vezanih stanja kvarka i antikvarka:

$$\kappa_0 = \bar{\Lambda}N, \kappa_+ = \bar{\Lambda}P$$

$$\pi_- = \bar{P}N, (\pi_0, \eta) = (\bar{P}P, \bar{N}N, \bar{\Lambda}\Lambda), \pi_+ = NP$$

$$K_- = \bar{P}\Lambda, K_0 = \bar{N}\Lambda. \quad (4.62)$$

Druge čestice, kao što su barioni, predstavljaju se u obliku vezanog stanja tri kvarka:

$$N = NPN, P = PPN$$

$$\Sigma^- = NNA, (\Sigma^0, \Lambda) = (NPA), \Sigma^+ = PPA$$

$$\Xi^- = \Lambda\Lambda N, \Xi^0 = \Lambda\Lambda P \quad (4.63)$$

Ovakav način predstavljanja čestica preko tri osnovna kvarka, doveo je dalje do predpostavke da se vezana stanja moraju javljajim u grupama od po osam ili deset članova. Poznate čestice uklapaju se dosta dobro u ove grupe, čiji članovi imaju približno jednake mase. Do ovoga dovodi predviđanje da su jake interakcije približno invarijantne prema izmenama i kombinacijama osnovnih kvarkova. Tako /4.62/ predstavlja mezonski oktet a /4.63/ predstavlja barionski oktet.

Iz navedenih predpostavki sledi da su bazične slabe interakcije treba da budu formulisane preko osnovnih kvarkova. Osnovna semileptonska slaba interakcija formulisana preko kvarkova za  $\nu_e$  i  $e^-$  posebno za  $\nu_\mu$  i  $\mu^-$ , ima oblik:

$$(G/\sqrt{2}) \bar{P} i \gamma_\mu (1 + \gamma_5) (\cos \theta N + \sin \theta \Lambda) \bar{e} i \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu_e \quad (4.64)$$

$$(G/\sqrt{2}) \bar{P} i \gamma_\mu (1 + \gamma_5) (\cos \theta N + \sin \theta \Lambda) \bar{\mu} i \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu_\mu$$

Ovakav oblik predložio je Kabibo. Kabibova hipoteza sastoji se u činjenici da hadronske struje, koje ulaze u ukupnu slabu struju, nisu jednakospregnute, pa se u izrazima javlja ugao  $\Theta$ .

Ugao  $\Theta$  nazvan je Kabibov ugao i njegova empirijska vrednost iznosi:

$$\Theta \approx 0,23 \quad (4.65)$$

Mala vrednost Kabibovog ugla povezana je sa činjenicom da su amplitude raspada sa hadronskom strujom kod koje se stranost konzerviše /  $\Delta S=0$  /, slabije od amplituda raspada sa hadronskom strujom kod koje se stranost ne konzerviše /  $\Delta S=1$  /. Kabibov ugao  $\Theta$  određuje se iz mezonskog raspada /  $K^+$  / i vrednosti dobijene eksperimentom / 4.65 /, slažu se dosta dobro sa onima koje su teorijski predviđene.

#### 4.5. INTERAKCIJA STRUJA-STRUJA. INTERMEDIJARNI BOZON

Slaba interakcija se formalno tretira po analogiji sa elektromagnetnom interakcijom, tako što se energija interakcije predstavlja preko konstante  $G/\sqrt{2}$  i proizvoda dveju struja. Tako se dobija oblik interakcije poznat pod imenom struja-struja interakcija. Struja  $J_\alpha$  definiše se sledećim izrazom:

$$J_\alpha = \bar{\mu} i \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \bar{\nu}_\mu + \bar{e} i \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \bar{\nu}_e + \bar{N}' i \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \bar{P}, \quad (4.66)$$

dok hermitski konjugovana struja ima ovaj oblik:

$$J_\alpha^+ = \bar{\nu}_\mu i \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \mu + \bar{\nu}_e i \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) e + \bar{P} i \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) N'. \quad (4.67)$$

U izrazima za  $J_\alpha$  i  $J_\alpha^+$ ,  $N'$  ima sledeću vrednost:  $N' = \cos \theta P + \sin \theta N$ . Opšti oblik interakcije struja-struja može da se napiše ovako:

$$\frac{G}{\sqrt{2}} J_\alpha J_\alpha^+, \quad (4.68)$$

a to je izraz identičan sa / 4.19 /, koji smo već spominjali. Ovaj izraz sadrži devet članova, a svaki član predstavlja jednu interakciju odgovornu za određeni raspad. Sledeće interakcije:

$$(G/\sqrt{2}) \bar{\mu} i \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \nu_\mu \bar{\nu}_e i \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) e \\ (G/\sqrt{2}) \bar{\mu} i \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \nu_\mu \bar{P} i \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) N' \\ (G/\sqrt{2}) \bar{e} i \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \nu_e \bar{P}' i \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) N', \quad (4.69)$$

odgovorne su za ove raspade:

$$\begin{aligned} \nu_\mu + e &\rightarrow \mu + \nu_e \\ \nu_\mu + (N \text{ ili } \Lambda) &\rightarrow \mu + P \\ \nu_e + (N \text{ ili } \Lambda) &\rightarrow e + P. \end{aligned} \quad (4.70)$$

Interakcije konjugovano-kompleksne, interakcijama navedenim pod /4.69/, su oblika:

$$\begin{aligned} (\frac{G}{\sqrt{2}}) \bar{\nu}_\mu i \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \mu \bar{e} i \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu_e \\ (\frac{G}{\sqrt{2}}) \bar{\nu}_\mu i \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \mu \bar{N}' i \gamma_\mu (1 + \gamma_5) P \\ (\frac{G}{\sqrt{2}}) \bar{\nu}_e i \gamma_\mu (1 + \gamma_5) e \bar{N}' i \gamma_\mu (1 + \gamma_5) P, \end{aligned} \quad (4.71)$$

i predstavljaju druga tri člana, koji su odgovorni za sledeće inverzne procese:

$$\begin{aligned} \mu + \nu_e &\rightarrow \nu_\mu + e \\ \mu + p &\rightarrow \nu_\mu + (N \text{ ili } \Lambda) \\ e + p &\rightarrow \nu_e + (N \text{ ili } \Lambda). \end{aligned} \quad (4.72)$$

Poslednja tri člana nazivaju se dijagonalnim i oni uključuju interakcije, koje nisu do sada razmatrane a čiji je oblik sledeći:

$$\begin{aligned} (\frac{G}{\sqrt{2}}) \bar{\mu} i \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \bar{\nu}_\mu \nu_\mu i \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \mu \\ (\frac{G}{\sqrt{2}}) \bar{e} i \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu_e \bar{\nu}_e i \gamma_\mu (1 + \gamma_5) e \\ (\frac{G}{\sqrt{2}}) \bar{N}' i \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \bar{P} P i \gamma_\mu (1 + \gamma_5) N'. \end{aligned} \quad (4.73)$$

Prva dva izraza u /4.73/ odnose se na čisto leptonske interakcije, koje je eksperimentalno teško posmatrati. Čisto leptonska interakcija oblika:

$$(\frac{G}{\sqrt{2}}) \bar{e} i \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu_e \bar{\nu}_\mu i \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \mu, \quad (4.74)$$

odgovorna je za mionski raspad:

$$\mu \rightarrow \nu_\mu + e + \bar{\nu}_e. \quad (4.75)$$

Mionski raspad je dobro analiziran i eksperimentalno posmatran. Prve dve interakcije iz /4.73/ bile bi odgovorne za nisko energetske procese oblika:

$$\begin{aligned} \mu &\rightarrow \nu_\mu + \mu + \bar{\nu}_\mu \\ e &\rightarrow \nu_e + e + \bar{\nu}_e, \end{aligned} \quad (4.76)$$

koji su nemogući, jer narušavaju zakon konzervacije energije. Visoko energetski procesi koji im odgovaraju imali bi sledeći oblik:

$$\begin{aligned} \nu_\mu + \mu &\rightarrow \nu_\mu + \mu \\ \nu_e + e &\rightarrow \nu_e + e. \end{aligned} \quad (4.77)$$

To su rasejanja neutrino-mion i neutrino-elektron i smatra se da je drugi proces moguće posmatrati.

Treći izraz u /4.73/ predstavlja slabu interakciju koja ne sadrži leptone. To je neleptonska slaba interakcija, kod koje se javlja promena stranosti a koja je eksperimentalno posmatrana. Sledеća dva raspada predstavljaju neleptonske raspade:

$$\begin{aligned} \Lambda &\rightarrow p + \pi^- \\ K^+ &\rightarrow \pi^+ + \pi^0 \end{aligned} \quad (4.78)$$

Ova dva raspada mogu da se predstave u sledećem obliku:

$$(G/\sqrt{2}) \cos\theta \bar{N} i \gamma_\mu (1 + \gamma_5) P \bar{P} i \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \Lambda. \quad (4.79)$$

Ovaj oblik sadrži proces:

$$P + \Lambda \rightarrow P + N \quad 4.80$$

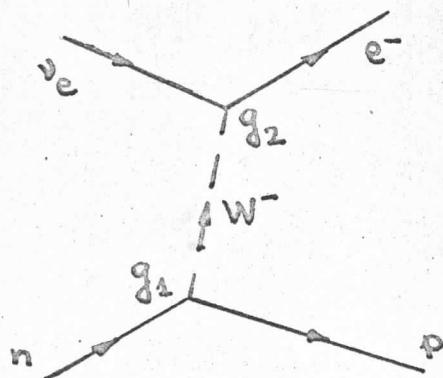
koji je izražen samo preko kvarkova i veoma je teško provjeriti ga. Treći izraz u /4.73/ može da sadrži i neleptonsku slabu interakciju, kod koje se konzerviše stranost. Takva interakcija imala bi oblik:

$$(G/\sqrt{2}) \cos\theta \bar{N} i \gamma_\mu (1 + \gamma_5) P \bar{P} i \gamma_\mu (1 + \gamma_5) N \quad (4.81)$$

i razlikovala bi se od jake interakcije koja konzerviše stranost, nekonzervacijom parnosti.

U novije vreme ide se dalje sa proširivanjem analogije izme-

du slabe interakcije oblika struja-struja i interakcije između elektromagnetnih struja. Elektromagnetna interakcija između struja ne ostvaruje se direktno, već se ostvaruje emisijom i apsorpcijom fotona. Analogno fotonu kod elektromagnetne interakcije, možda kod slabe interakcije postoji čestica koja ima istu ulogu a nazvana je  $W^-$ -mezon /bozona/. Ova hipotetična čestica  $W^-$ -mezon morala bi, da razliku od fotonu, da ima veliku masu, jer se slabe interakcije karakterišu malim dometom. Slabu interakciju / $\beta$ -raspad/ prema ovome možemo grafički predstaviti na sledeći način:



Slika 4.1. Beta raspad sa interakcijom konačnog dometa, koja može biti povezana sa bozonom  $W^-$ .

Koristeći se ovom hipotezom, možemo dalje predpostaviti da se tipična slaba interakcija kao što je mionski raspad:

$$\mu \rightarrow \nu_\mu + e + \bar{\nu}_e, \quad (4.22)$$

dešava kroz sledeća dva stadijuma:

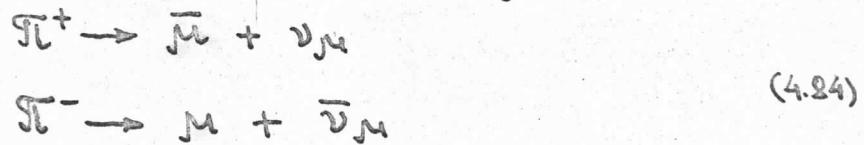
$$\begin{aligned} \mu &\rightarrow \nu_\mu + W^- \\ W^- &\rightarrow e + \bar{\nu}_e. \end{aligned} \quad (4.23)$$

$W^-$ -bozon, pored velike mase, morao bi imati i nanelektrisanje. Dalje,  $W^-$ -bozon bi se analogno fotonu, morao javiti ne samo u intermedijskom stanju, već kao i proizvod reakcije ostvarene pod pogodnim uslovima. Eksperimentalni pokušaji izvedeni u tom pravcu nisu dali do sada pouzdan rezultat.

#### 4.6. CP NARUŠAVANJE

Slabe interakcije nisu invarijantne pri prostornoj inverziji P, a ni pri konjugaciji naelektrisanja C. Nekonzervacija parnosti u slabim interakcijama proverena je i za 1956. u većem broju različitih eksperimenata, koji se odnose na  $\beta$  -raspad /asimetrija kod  $\beta$  -raspada miona, longitudinalna polarizacija elektrona i neutrina koji se emituju u  $\beta$  -raspadu itd./. Prema dvokomponentnoj teoriji neutrina postoje samo levo orijentisani neutrino i desno orijentisani antineutrino. Ovom činjenicom parnost P je narušena, pošto nema inverzije simetrije. Naime, inverzijom P, levo orijentisani neutrino prešao bi u desno orijentisani neutrino koji ne postoji.

Pored narušavanja parnosti P, ovde se javlja i narušavanje konjugacije naelektrisanja C, koja nije narušena u elektromagnetskim i jakim interakcijama. Pri konjugaciji naelektrisanja C čestica prelazi u antičesticu bez izmene spina ili impulsa. U slučaju neutrina levo orijentisani neutrino prelazi u levo orijentisani antineutrino. Levo orijentisani antineutrino ne postoji u dvokomponentnoj teoriji, pa je prema tome narušena konjugacija naelektrisanja C. Eksperimenti koji direktno pokazuju da je konjugacija naelektrisanja C narušena u slabim interakcijama prikazani su sledećim reakcijama:



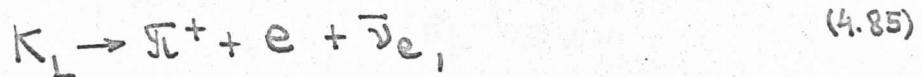
U ovim raspadima, kako su eksperimenti pokazali, mioni su longitudinalno polarizovani. Ovim je narušena parnost P. U inverznom slučaju heliciteti levo i desno orijentisanih miona bili bi podjednako verovatni, pa bi ukupna polarizacija bila jednaka nuli. U slučaju da C nije narušeno u gornjim dvema reakcijama, koje imaju konjugovana naelektrisanja, onda bi longitudinalne polarizacije za obe reakcije bile iste. Ispitivanja u eksperimentima su pokazala da su one suprotne. Znači, u dvokomponentnoj teoriji neutrina, jasno dolazi do narušavanja parnosti P i konjugacije naelektrisanja C.

Medjutim, dvokomponentna teorija neutrina ne narušava kombinovanu operaciju CP, koja predstavlja istovremenu primenu

C i P. Primenom operacije CP na levo orijentisani neutrino dobija se desno orijentisani antineutrino, koji odgovara stvarnosti. Kombinovana operacija CP, kao u dvokomponentnoj teoriji nije narušena ni u V-A teoriji. To se može izraziti činjenicom da se amplitudne reakcije ne menjaju ukoliko se čestice zamene antičesticama uz istovremenu promenu impulsa i heliciteta. Zato su u reakcijama /4.84/ longitudinalne polarizacije jednake i suprotne, a što eksperiment pokazuje.

Dalja ispitivanja su, međutim, dovela 1964. do otkrića da postoje interakcije koje narušavaju CP simetriju. Razmatranjem raspada  $K^0$  i  $\bar{K}^0$  mezona utvrđeno je da se oni raspadaju na isti način na dva ili tri piona /2π ili 3π/, što je neobično jer se radi o različitim česticama.

Narušavanje CP je pokazano u znatno poboljšanim eksperimentalnim uslovima sa neutralnim kaonom  $K_L$ , koji je dobio naziv dugoživeći kaon. Prema CP simetriji trebalo bi, analogno  $K_L$  česticama, da postoji druga čestica sa istom masom i vremenom života. Pronadjena je čestica sa približno istom masom ali različitim vremenom života i ona je dobila naziv kratkoživeći kaon  $K_S$ . Kako se  $K_L$  jako razlikuje od  $K_S$  vremenom života, to bi čestica  $K_L$  morala biti sama sebi CP konjugovana. Tada bi raspad koji predstavlja proces:



morao imati istu brzinu raspada sa CP konjugovanim raspadom:



Eksperiment je pokazao upravo suprotno. Brzine raspada su se medjusobno razlikovale za nekoliko hiljaditih delova. Do ovakvog rezultata se dolazi i u procesima koji umesto elektrona imaju mione. Ovo je najprostiji primer narušavanja CP simetrije. Narušavanje CP simetrije primećeno je pre toga u raspodu oblika:



Kasnija istraživanja su pokazala da postoji i raspad sa neutralnim pionima:

$$K_L \rightarrow \pi^0 + \pi^0 \quad (4.88)$$

Prema CP simetriji ovi načini raspada su zabranjeni, dok su CP simetrijom dozvoljeni raspadi  $K_S$  mezona u sledećem obliku:

$$K_S \rightarrow \pi^+ + \pi^- \quad (4.89)$$

$$K_S \rightarrow \pi^0 + \pi^0$$

Eksperimenti su pokazali da su amplitude oba raspada  $K_L$ , koji su zabranjeni CP simetrijom, tek nekoliko hiljaditih delova amplitude raspada  $K_S$  koji su dozvoljeni CP simetrijom.

Narušavanje CP simetrije pokazano je do sada samo u slabim interakcijama. Međutim, još postoji dilema da li je samo slaba interakcija odgovorna za narušavanje CP simetrije, jer čestice koje učestvuju u ovim procesima imaju i jake i elektromagnetne interakcije. Možda će se u delikatnijim eksperimentima otkriti neki drugi efekti, čijim bi se postojanjem bolje objasnilo narušavanje CP simetrije.

### ZAKLJUČAK

Slaba interakcija odgovorna je za raspade svih elementarnih čestica, sa izuzetkom  $\pi^0$ ,  $\Sigma^0$  i  $\eta^0$ , koje se raspadaju elektromagnetskom interakcijom i rezonanci koje se raspadaju jakom nuklearnom interakcijom. Ona je vrlo kratkog dometa i karakterišće se konstantom G, čija je vrednost približno ista za većinu slabih interakcija. Na osnovu toga formulisana je univerzalna Fermi interakcija, koja obuhvata u svakom slučaju po četiri fermiona /četvorofermionska interakcija/.

Kod slabe interakcije konzervišu se: energija, impuls, moment impulsa, naelektrisanje, barionski i oba leptonska broja. Međutim, ona narušava parnost P i nije invarijantna pri konjugaciji naelektrisanja C. Takođe narušava kombinovanu operaciju CP, kako je to utvrđeno u raspodu  $K_2^0$  mezona. Narušavanje CP kod slabe interakcije označava nepoštojanje invarijantnosti pri promeni smera vremena. Međutim, slaba interakcija je invarijantna pri istovremenoj primeni CPT transformacije.

Teorija slabe interakcije na postojećim energijama tretira slabu interakciju kao direktnu interakciju, koja se ostvaruje bez čestica izmene. Uvodjenje intermedijnog bozona  $W^-$ , analogno fotonu i  $\pi$  mezonu u elektromagnetnoj i jakoj nuklearnoj interakciji, za sada je samo hipoteza. Nove eksperimentalne činjenice i teorijska istraživanja u budućnosti sigurno će omogućiti potpunije i kvalitetnije sagledavanje slabe interakcije.



## LITERATURA

1. L.B.OKUN : WEAK INTERACTION OF ELEMENTARY PARTICLES  
PERGAMON PRESS, LONDON, 1965.
2. J.S.BELL : VERY ELEMENTARY THEORY OF WEAK INTERACTIONS  
GENEVA, CERN, 1972.
3. THEO KAHAN : LES PARTICULES ELEMENTAIRES  
PARIS, 1964.
4. R.NATAF : EQUATION DE DIRAC. COVARIANTS ET INVARIANTS  
FORMES AVEC DES SPINEURS DE DIRAC  
*/Première partie/, PARIS, 1962-63.*
5. Dr. ĐORĐE MUŠICKI : UVOD U TEORIJSKU FIZIKU II  
BEOGRAD, 1965.
6. A.A.SOKOLOV, J.M.LOSKUTOV, I.M.TERNOV: KVANTNA MEHANIKA  
NAUČNA KNJIGA, BEOGRAD, 1965.
7. L.D.LANDAU-E.M.LIFŠIC : MEHANIKA  
GRAĐEVINSKA KNJIGA, BEOGRAD, 1961.
8. Dr.MILORAD MLAĐENOVIC : UVOD U NUKLEARNU FIZIKU, I DEO  
VINČA, MART, 1967.
9. VLADISLAV ŠIMAK : HIGH ENERGY PHYSICS  
LONDON, 1968.
10. ELIZABETA NIKOLIĆ : PRINCIPI INVARIJANTNOSTI I ZAKONI KON-  
ZERVACIJE, PMF, BEOGRAD, 1969.
11. E.E.LOW : SYMMETRIES AND ELEMENTARY PRINCIPLES  
GORDON AND BREACH, NEW YORK, 1962.
12. W.E.BURCHAM : NUKLEARNA FIZIKA, UVOD /SA FIZIKOM ČESTICA/  
NAUČNA KNJIGA, BEOGRAD, 1974.