

UNIVERZITET U NOVOM SADU  
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
KATEDRA ZA FIZIKU

L A P I Š I S T V A N

R A S E J A N J E Č R S T I C A

- diplomski rad -

U Novom Sadu, 26 marta 1974 g.

M e n t o r

Dr Milan Mikolic  
vanredni profesor



Cilj ovog rada je da u najkraćim ortešama da osnovne ideje i probleme iz oblasti rasejanja čestica. Upoznavanje sa zakonom rasejanja inac je ogroman značaj za otkrivanje strukture materije i atoma. Problem rasejanja je i danas veoma aktuelan i nije izgubila od svog značaja. Fizika visokih energija među ostalim metodama uvelike koristi i metode rasejanja za otkrivanje osobina elementarnih čestica. Pošto elementarne čestice još uvek kriju mnoge tajne, jasan je značaj posmatranja zakona rasejanja.

Rad je podeljen u tri dela. U prvom delu se na klasičan način razmatra problem rasejanja i sudara. U drugom delu datе su osnovne karakteristike elementarnih čestica. U trećem delu se vrđi razmatranje sa stanovišta talasne mehanike. U ovom delu pošto se rasejanje posmatra u sistemu centra mase fizičke veličine i uglovi ne nose posebnu oznaku  $\sim$  kao u prvom delu. Pošto se pri kucanju koristi isti znak i za jedinicu i slovo el, da bi se izbegle zabune u formulama slovo el je pisan rukom. U radu nisu data detaljna matematička izvodjenja jer bi to nepotrebno proširivao obim rada.

Najlepše se zahvaljujem profesoru Dr Miljanu Nikoliću na ponudi i sugestijama koje mi je dao tokom pisanja rada.

## I. KLASIČNA TEORIJA SUDARA

### 1. CENTRALNO KRETAJUĆE

Pod centralnim kretenjem podrazumevamo takvo kretenje čestice koje se vrši u polju centralnih sile, tj. sile čiji pravac i smer sve vreme prolazi kroz jednu tačku prostora. Predstavnici ovakvih centralnih sile su gravitacione i električne sile.  $\vec{r}$  je vektor položaja posmatrane čestice u odnosu na izvor sila.



Slika 1.1 Centralna sila

su na izvor sile koja se nalazi u stalnoj tački  $O$ . (Sl.1.1) Sila  $F$  u svakom trenutku mora biti kolinearna sa ortom  $\vec{r}_0$ , vektora položaja. U opštem slučaju centralna sila zavisi od vektora položaja, brzine čestica i vremena. Razmotrimo sone takve sile čiji intensitet zavisi samo od intensiteta vektora položaja:

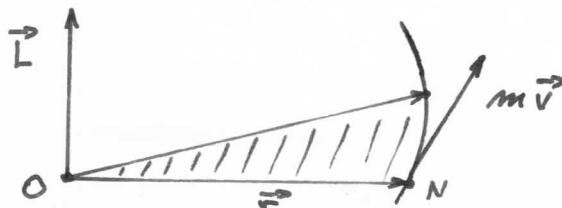
$$\vec{F} = f(r)\vec{r}_0 \quad (1.1)$$

Moment sile u odnosu na stalnu tačku  $O$  koja predstavlja izvor sile, zbog kolinearnosti radijus vektora i njegovog orta je

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times f(r)\vec{r}_0 = 0$$

Pri centralnom kretenju moment količine kretenja kao vektorska veličina ostaje konstantan (nepromenjen).

$$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v} = \text{const.} \quad (1.2)$$



Slika 1.2 Vektor momenta količine kretenja

Pošto vektor položaja  $\vec{r}_0$  mora biti normalan na  $\vec{L}$  (na osnovu 1.2), to sledi da trajektorija čestice pri centralnom kretanju leži u jednoj ravni, jer samo u tom slučaju vektor  $\vec{L}$  određava jedan isti pravac za vreme kretanja. Prema tome pri centralnom kretanju čestica ima dva stepena slobode.

Moment količine kretanja može da se izrazi pomoću kinematičke veličine  $s$ , koja se označava kao sekterska brzina. Prema definiciji

$$\vec{s} = \frac{1}{2} (\vec{r} \times \vec{v}) ,$$

a prema tome je

$$\vec{L} = 2ms$$

Ukoliko je  $L = \text{const.}$ , odgovidno je da je i  $s = \text{const.}$ , a ovo je sadržaj drugog KeplEROVOG zakona: Pri centralnom kretanju sekterska brzina (tj. površina koju opisuje vektor položaja u jedinici vremena) je stalna.

Ako se uvede veličina

$$U(r) = - \int_{r_0}^r f(r) dr \quad (1.3)$$

iznos

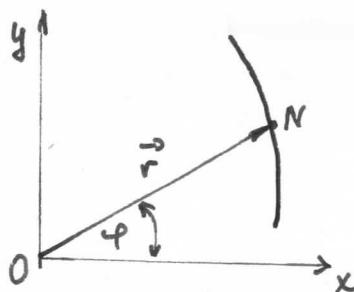
$$U'(r) = - f(r)$$

te možemo pisati

$$\vec{F} = f(r) \vec{r}_0 = - U'(r) \vec{r}_0 = - U'(r) \text{ grad } \vec{r} = - \text{grad } U(r) \quad (1.4)$$

Odgovde zaključujemo da su centralne sile uvek konservativne. Potencijal je određen relacijom (1.3). Zbog konservativnosti sile vali zakon održanja energije:  $T + U = E = \text{const.}$ . Prema tome, pri centralnom kretanju ukupna energija čestice, tj. zbir kinetičke i potencijalne energije, ostaje stalan.

Pri rešavanju svakog zadatka mehanike, vrlo veliku važnost ima izbor koordinatnog sistema. Obično se zadatak najlakše rešava u takvom sistemnu koordinata koji odgovara sinetriji problema. Zato treba očekivati da je za kretanje u centralnom polju najpodesniji polarni koordinatni sistem. U polar-



Slika 1.5 Polарне координате

nim koordinatama zakon održanja momenta količine kretanja i zakon održanja mehaničke energije može se napisati u sledećem obliku:

$$\vec{L} = mr^2 \dot{\varphi} = \text{const.} \quad (1.5)$$

$$E = \frac{1}{2}m(r^2 + r^2\dot{\varphi}^2) + U(r) = \text{const.} \quad (1.6)$$

\*

Da bi smo našli jednačinu putanje pri centralnom kretanju, primenjujemo Lagrange-eve jednačine

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_k} = 0$$

za premenljive  $r$  i  $\varphi$ . Pošto je Lagrange-eva funkcija poznate čestice

$$\mathcal{L} = T - U = \frac{1}{2}m(r^2 + r^2\dot{\varphi}^2) - U(r),$$

jednačine će gласити

$$mr\ddot{r} - mr^2\dot{\varphi}^2 - f(r) = 0 \quad \frac{d}{dt}(mr^2\dot{\varphi}) = 0 \quad (1.7)$$

Iz druge jednačine nalazi se prvi integral

$$mr^2\dot{\varphi} = \text{const.},$$

a ovo je prema (1.5) zakon o održanju momenta količine kretanja

$$mr^2\dot{\varphi} = L,$$

a odavde je

$$\dot{\varphi} = \frac{L}{mr^2}$$

Zato imamo

$$\dot{r} = \frac{dr}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = - \frac{\hbar}{m} \frac{d\varphi}{dr} \left( \frac{\hbar}{r} \right)$$

$$\ddot{r} = \frac{d\dot{r}}{dt} = - \frac{\hbar^2}{m r^2} \frac{d^2\varphi}{dr^2} \left( \frac{\hbar}{r} \right)$$

Snena  $\dot{\varphi}$  i  $\ddot{r}$  u prvu jednačinu (1.7) daje posle sredjivanja

$$\frac{d^2}{dr^2} \left( \frac{\hbar}{r} \right) + \frac{1}{r} = - \frac{2E^2 f(r)}{\hbar^2} \quad (1.8)$$

Ovo je diferencijalna jednačina putanje (kinetov obrazac). Odavde jednačinu kretanja našemo u obliku

$$\frac{1}{r} = f(\varphi)$$

Prvi integrali kretanja su

$$\dot{\varphi} = \frac{\hbar}{mr^2} \quad \dot{r} = \frac{dr}{d\varphi} \dot{\varphi} = \frac{\hbar}{mr^2} \frac{dr}{d\varphi}$$

Snena u zakon održanja energije (1.6) daje posle razdvajanja promenljivih i integracije

$$\varphi = \int_{r_0}^r \frac{\hbar}{r^2} \sqrt{\frac{dr}{2m[E - U(r)] - \frac{\hbar^2}{r^2}}} \quad (1.9)$$

$r_0$  odgovara ugлу  $\varphi = 0$ . Ovo je konačna jednačina putanje u integralnom obliku. Odavde je konačna jednačina oblika

$$\varphi = f(r)$$

\*

Medju centralnim silama veliki značaj imaju oni koji opadaju sa kvadratom rastojanja, tj.

$$\vec{F} = \frac{k}{r^2} \vec{r}_0$$

k mole biti pozitivno i negativno. Problem određivanja kretanja pod uticajem takvih sila naziva se Keplerov problem. Ovakva sila je na primer Newtonova sila gravitacije, kao i Coulomb-ova sila izmedju nanelektrisanih čestica. Potencijalna energija koja odgovara ovakvoj sili je na osnovu (1.3)

$$U(r) = \frac{k}{r}$$

Smanjenjem izraza u (1.9), posle prostih matematičkih operacija imamo

$$r = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos \varphi} \quad (1.10)$$

gde je

$$p = -\frac{h}{nk} \quad \varepsilon = \sqrt{1 + \frac{2E^2}{nk^2}}$$

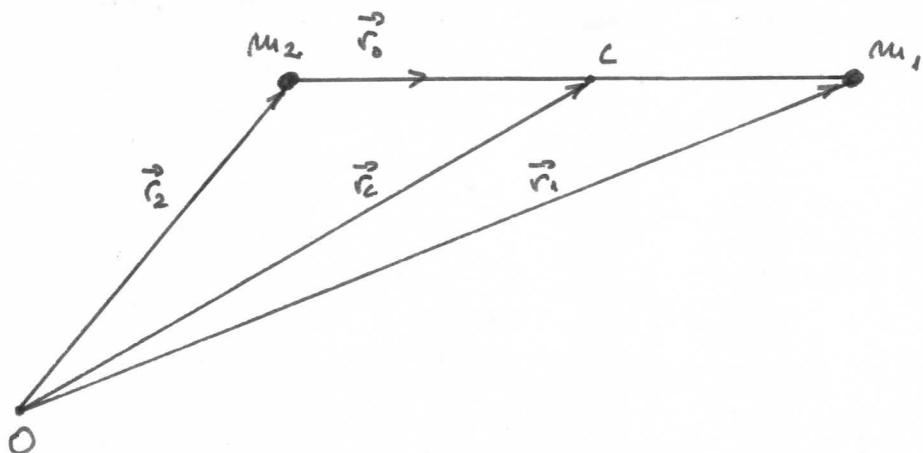
Jednačina (1.10) predstavlja konusni presek, i to elipsu ako je  $\varepsilon < 1$ , hiperbolu ako je  $\varepsilon > 1$ , a parabolu ako je  $\varepsilon = 1$ .

Priča tome, pod uticajem centralne sile koja opada sa kvadratom rastojanja, čestica opisuje konusni presek sa žetonom u izvoru sile i to elipsu ako je  $E < 0$ , hiperbolu ako je  $E > 0$  i parabolu ako je  $E = 0$ . Ovo je sadržaj prvog Keplerovog zakona.

Ako je  $k < 0$  (privlačna sila), onda je  $U(r) < 0$  pa  $E$  može biti pozitivna, negativna i nula, pa u ovom slučaju putanja može biti elipsa, hiperbola i parabola. Ukoliko je  $k > 0$  (odbojna sila), onda je  $U(r) > 0$  te je  $E > 0$ , pa putanja može biti samo hiperbola.

\*

Dosadašnje izlaganje važi pod uslovom da je izvor sile nepokretan, tj. da se u njemu nalazi čestica neuporedivo veće mase od mase čestice čije kretanje posmatramo i tada se u izvoru sile nalazi i centar mase obeju česticu. Sada razmot-



Slika 1.4 Centar mase

rimo opšti slučaj sa pokretnim izvorom sile. Sila koja deluje na česticu mase  $m_1$  kao i sila koja dejstvuje na česticu mase  $m_2$  uvek prolaze kroz centar mase (inercije) obeju čestica, te centar mase ovde igra ulogu tačke u prostoru kroz koju uvek prolaze centralne sile. Zato u ranijem izlaganju treba stalnu tačku O zameniti centrom mase, te se i u ovom slučaju kretanje vrši u jednoj ravni, ali zbog kretanja obeju čestica imamo šetiri stepena slobode.

Ukoliko se čestice nalaze samo pod dejstvom sile njihovog međusobnog dejstva, a zakon međusobnog dejstva čestica izražava funkcijom rastojanja  $f(r)$ , njihove jednačine kretnja biće:

$$\ddot{m_1} \vec{r}_1 = f(r) \vec{r}_0$$

$$\ddot{m_2} \vec{r}_2 = -f(r) \vec{r}_0$$

Sumiranjem imamo:

$$\ddot{m_1} \vec{r}_1 + \ddot{m_2} \vec{r}_2 = 0$$

ili

$$\frac{d}{dt}(\ddot{m_1} \vec{r}_1 + \ddot{m_2} \vec{r}_2) = 0$$

Odavde sledi da je

$$\ddot{m_1} \vec{r}_1 + \ddot{m_2} \vec{r}_2 = \text{const.} \quad (1.11)$$

Pri ovoj u sistemu dve čestice, međusobno vezane centralnom silom, ukupna količina kretanja sadržava konstantnu vrednost.

Vektor položaja centra mase je data sa

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^N m_i}$$

Tako u našem slučaju za vektor centra mase i relativni vektor položaja imamo

$$\vec{r}_c = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2} \quad \vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \quad (1.12)$$

Uporedjujući prvu jednačinu (1.12) i (1.11), vidi se da je

$$\vec{r}_c = \text{const.}$$

Što znači da se centar mase dveju čestica, koje su izložene samo delovanju sila međusobnog dejstva, kreće prevelinijski i ravnomerno, ili da miruje.

Pošto nas interesuje najčešće kretanje jedne čestice u odnosu na drugu, zgodno je izabrati takav koordinatni sistem u kome miruje centar mase i to tako da centar mase leži u koordinatnom početku. U tom koordinatnom sistemu čestice opisuju oko nepokretnog centra mase orbite koje liže jedna na drugu, ali čije su linearne dimenzije obrnuto proporcionalne massama.

Iz (1.12) za vektore položaja imamo

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_c + \frac{m_2}{m_1 + m_2} \vec{r} \quad \vec{r}_2 = \vec{r}_c - \frac{m_1}{m_1 + m_2} \vec{r}$$

a odavde za brzine čestica imamo

$$\begin{aligned} \vec{v}_1 &= \dot{\vec{r}}_1 = \vec{v}_c + \frac{m_2}{m_1 + m_2} \vec{v} \\ \vec{v}_2 &= \dot{\vec{r}}_2 = \vec{v}_c - \frac{m_1}{m_1 + m_2} \vec{v} \end{aligned} \tag{1.13}$$

Ovde je  $v = v_1 - v_2$ , relativna brzina prve čestice u odnosu na drugu. Ukupna kinetička energija ovih čestica je

$$T = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_c^2 + \frac{1}{2} \frac{m_1m_2}{m_1 + m_2} v^2$$

Ako uvedemo oznake

$$m = m_1 + m_2 \quad \mu = \frac{m_1m_2}{m_1 + m_2} \tag{1.14}$$

imamo

$$T = \frac{1}{2}mv_c^2 + \frac{1}{2}\mu v^2$$

te Lagrange-ova funkcija sistema od ovih dveju čestica iznosi

$$\mathcal{L} = T - U = \frac{1}{2}m_0 v_0^2 + \frac{1}{2}\mu v^2 - U(r)$$

$\mu$  je redukovana masa. Ako je  $m_2 \gg m_1$ , biće

$$\mu = \frac{\frac{m_1}{m_1}}{1 + \frac{m_1}{m_2}} \approx m_1$$

što odgovara predhodnom slučaju.

Ako za ravan kretanja uzmeno XY ravan, a za generalisane koordinate centra mase  $x_c$  i  $y_c$  i relativne koordinate  $x$  i  $y$ , kretanje ovih čestica je određeno sledećim Lagrange-ovim jednačinama:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_c} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_c} = 0$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{y}_c} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y_c} = 0$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 0$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{y}} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 0$$

Pošto je Lagrange-ova funkcija u eksplicitnom obliku data sa

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}m(\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2 + \dot{z}_c^2) + \frac{1}{2}\mu(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - U(x, y, z),$$

tako imamo

$$m\ddot{x}_c = 0$$

$$m\ddot{y}_c = 0$$

$$\mu \ddot{x} = -\frac{\partial U}{\partial x}$$

$$\mu \ddot{y} = -\frac{\partial U}{\partial y}$$

(1.15)

Pošto je  $\vec{F} = -\text{grad } U$ , u vektorskom obliku ove jednačine glase:

$$m\ddot{x}_c = 0$$

$$\mu \ddot{\vec{x}} = \vec{F}$$

(1.16)

Prva jednačina određuje kretanje centra mase, a druga relativno kretanje čestica.

Priema time, svako kretanje dveju čestica pod usajamnim uticajem centralnih sila može se svesti na translatorno kretanje centra mase u kome bi bila koncentričana ukupna masa čestice i na relativno kretanje ovih dveju čestica koje je

ekvivalentno kretanju prve čestice sa regulovanom masom dok nepokretna druga čestica u centru mase.

Ako centralne sile opadaju sa kvadratom rastojanja

$$\vec{F} = \frac{k}{r^2} \vec{r}_0$$

imamo opšti problem dvaju tela. Onda relacije (1.16) postaju

$$m\ddot{\vec{r}}_0 = 0$$

$$\mu\ddot{\vec{r}} = \frac{k}{r^2} \vec{r}_0$$

Prva jednačina kazuje da se centar mase kreće uniformno, a druga određuje relativno kretanje ovih dveju čestica. Ovde je  $\vec{r}$  rastojanje od centra mase.

## 2. SUDARI ČESTICA

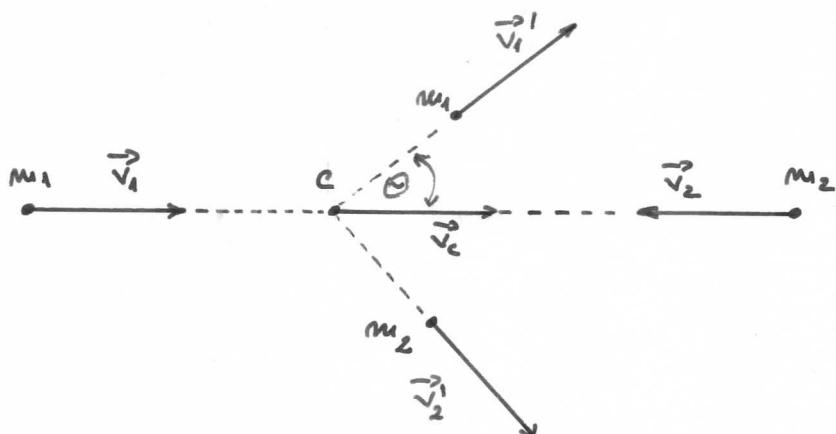
### 2.1 Elastični sudar dveju čestica

Pod elastičnim sudarom podrazumevamo takvo usajanno dejstvo izmedju dveju čestica pri kome jedna čestica, pod uticajem centralne sile koja potiče od druge, skrene sa izvestan ugao od svog prvoribnog pravca, što je na velikim rastojanjima od mesta sudara ekvivalentno elastičnom sudaru dveju švrećih kugli.

Pošto se svako centralno kretanje dveju čestica može svesti na uniformno kretanje centra masa i relativno kretanje ovih dveju čestica, sgodno je posmatrati sudar dveju čestica u sistemu vezanom za njihov centar masa. U ovom sistemu delazi do izraza samo relativno kretanje čestica, čime je broj stepeni slobode sveden na dva.

Nepokretni sistem nazivamo laboratorijskim sistemom, a sistem čiji je početak vezan za centar masa ovih čestica sistem centra masa. Sistem centra masa kreće se uniformno u odnosu na laboratorijski sistem. Ovi sistemi su inercijalni, te su i ekvivalentni pa u oba sistema valje isti zakoni održanja. Pri elastičnom sudaru, koje ćemo razmotriti, valji zakon održanja kinetičke energije.

Neka su  $\vec{v}_1$  i  $\vec{v}_2$  brzine čestica u laboratorijskom sistemu pre sudara. Pri sudaru prva čestica skrene sa izvestan ugao  $\Theta$ . Posle sudara brzine su  $\vec{v}'_1$  i  $\vec{v}'_2$ . Na slici 2.1 prika-



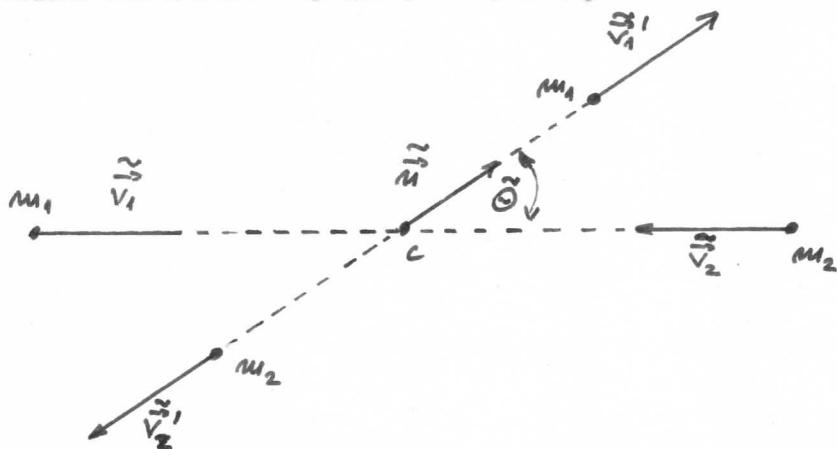
Slika 2.1 Brzine pri elastičnom sudaru u laboratorijskom sistemu

zaš je položaj centra mase u trenutku sudara. Ukoliko druga čestica pre sudara miruje, tada je brzina prve čestice istovremeno i relativna brzina prve čestice u odnosu na drugu.

$$\vec{v}_1 = \vec{v} \quad \vec{v}_2 = 0 \quad (2.1)$$

Relativne brzine i mase moraju biti unapred date.

Razmotrimo sada sudar dveju čestica u sistemu centra mase. Odgovarajuće veličine u ovom sistemu označimo sa . Centar mase na osnovu (1.12) i (2.1), u odnosu na laboratorijski



Slika 2.2 Brzine pri elastičnom sudaru u sistemu centra mase

sistem, kreće se brzinom

$$\vec{v}_c = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \vec{v} \quad (2.2)$$

Brzine čestice pre sudara su na osnovu (1.13) date sa

$$\vec{v}'_1 = \vec{v}_1 - \vec{v}_c = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \vec{v}$$

$$\vec{v}'_2 = \vec{v}_2 - \vec{v}_c = - \frac{m_1}{m_1 + m_2} \vec{v}.$$

Zato je ukupan impuls pre sudara

$$\vec{p} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0 \quad (2.3)$$

Ukupan impuls obeju čestica pre sudara u sistemu centra mase jednak je nuli. Zbog važenja zakona održanja impulsa, ukupni impuls posle sudara bide

$$\tilde{p}^* = \tilde{p}_1^* + \tilde{p}_2^* = 0 \quad (2.4)$$

Impulsi čestica posle sudara ostaju nedjusebno isti po intenzitetu.

Pošto je usajmo dejstvo posmatranih čestica na velikom medjusebnom rastojanju jednako nuli, ukupna energija sistema od ovih dveju čestica na velikim rastojanjima svedi se samo na kinetičku energiju. Ukupna energija pre sudara je

$$\tilde{E} = \frac{1}{2m_1} \tilde{p}_1^2 + \frac{1}{2m_2} \tilde{p}_2^2 = \frac{1}{2} \tilde{p}_1^2 \frac{m_2 + m_1}{m_1 m_2}$$

jer je

$$\tilde{p}_1 = \tilde{p}_2$$

Uginajudi u obzir definiciju redukovane mase (1.14), inace

$$\tilde{E} = \frac{1}{2\mu} \tilde{p}_1$$

Isto tako sa ukupnu energiju posle sudara inace

$$\tilde{E}' = \frac{1}{2\mu} \tilde{p}'_1$$

Pošto vali zakon održanja energije  $\tilde{E} = \tilde{E}'$ , te je  $\tilde{p}'_1 = \tilde{p}_1$ , a shog (2.3) i (2.4) je  $\tilde{p}_1 = \tilde{p}_2$  i  $\tilde{p}'_1 = \tilde{p}'_2$  biće  $\tilde{p}'_2 = \tilde{p}_2$ , tj.

$$\tilde{p}'_1 = \tilde{p}_1 \quad \tilde{p}'_2 = \tilde{p}_2$$

Presa tenu impulsi čestica posle sudara po intenzitetu ostaju nepromenjeni, a shog nepromenjenosti mase isti zaključak mora važiti i na brzinu čestica.

U sistemu centra mase rezultat sudara dveju čestica svedi se na ohrtanje brzine obeju čestica koje ostaju nepromenjene po intenzitetu, a suprotno usmerene.

Ako sa  $\vec{v}_1$  označimo ort u pravcu brzine prve čestice posle sudara, brzine čestica posle sudara u sistemu centra mase biće

$$\tilde{v}'_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} v \hat{n} \quad \tilde{v}'_2 = - \frac{m_1}{m_1 + m_2} v \hat{n} \quad (2.5)$$

S obziren na (2.2) brzine čestica posle sudara u laboratorijskom sistemu imaju vrednosti:

$$\tilde{v}_1' = \tilde{v}_c + \tilde{v}_1 = \frac{n_1}{n_1 + n_2} \tilde{v} + \frac{n_2}{n_1 + n_2} \tilde{n}$$

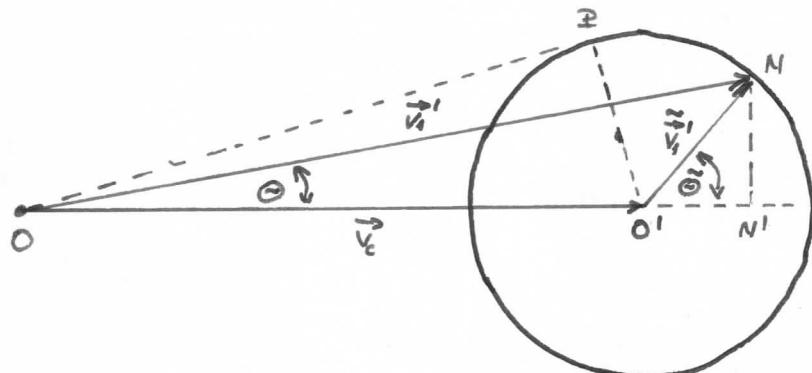
(2.6)

$$\tilde{v}_2' = \tilde{v}_c + \tilde{v}_2 = \frac{n_1}{n_1 + n_2} \tilde{v} - \frac{n_1}{n_1 + n_2} \tilde{n}$$

Pravac jediničnog vektora  $\tilde{n}$ , koji određuje pravac kretanja prve čestice posle sudara u sistemu centra masa, zavisi od zakona usajasnog dejstva čestica i njihovog usajasnog položaja u toku sudara.

\*

Sada potražimo zavisnost između uglova skretanja prve čestice u laboratorijskom sistemu i u sistemu centra masa.



Slika 2.3 Uglovi skretanja u laboratorijskom sistemu  
i u sistemu centra masa

Neka su ti uglovi skretanja  $\Theta$ , odnosno  $\tilde{\Theta}$ . Sa slike 2.3 se vidi da je

$$\operatorname{tg} \Theta = \frac{NN'}{ON'} = \frac{NN'}{OO' + O'N'} = \frac{\tilde{v}_1' \sin \tilde{\Theta}}{\tilde{v}_c + \tilde{v}_1' \cos \tilde{\Theta}}$$

a pošto je

$$\tilde{v}_1' = \frac{n_2}{n_1 + n_2} \tilde{v} \quad \text{i} \quad v_c = \frac{n_1}{n_1 + n_2} \tilde{v}$$

pa je

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{v_c}{\tilde{v}_1'}$$

te imamo

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\sin \tilde{\theta}}{\frac{m_1}{m_2} + \cos \tilde{\theta}} \quad (2.7)$$

Ova relacija daje vezu između uglova skretanja u laboratorijskom sistemu i sistemu centra mase. Vidi se da zavisnost između uglova  $\theta$  i  $\tilde{\theta}$  zavisi samo od odnosa masa obeju čestica.

Ukoliko je  $m_1 < m_2$ , onda je  $v_e < \tilde{v}_1'$ . Tada ugao  $\theta$  može imati sve vrednosti kako manje tako i veće od  $\pi/2$ , što zavisi od prirode centralnih sile i uzajamnog položaja čestica, te u ovom slučaju prva čestica posle sudara u laboratorijskom sistemu može skrenuti za preispoljen ugao.

Ukoliko je  $m_1 > m_2$ , onda je  $v_e > \tilde{v}_1'$ , kao na slici 2.3, te ugao  $\theta$  ne može preći izvesnu maksimalnu vrednost koju dostiže kada prava OY zauzme položaj tangente OP. Ta maksimalna vrednost određena je sa

$$\sin \theta_{\max} = \frac{\tilde{v}_1'}{v_e} = \frac{m_2}{m_1}$$

te u ovom slučaju prva čestica posle sudara u laboratorijskom sistemu ne može skrenuti više od izveenog maksimalnog ugla koji zavisi od odnosa masa.

Slučaj  $m_1 = m_2$  može se smatrati graničnim. Onda je  $\sin \theta_{\max} = 1$  pa je  $\theta_{\max} = \pi/2$ . U ovom slučaju na osnovu (2.7) imamo

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\sin \tilde{\theta}}{1 + \cos \tilde{\theta}} = \operatorname{tg} \frac{\tilde{\theta}}{2} \quad (2.8)$$

Što znači da je  $\theta = \tilde{\theta}/2$

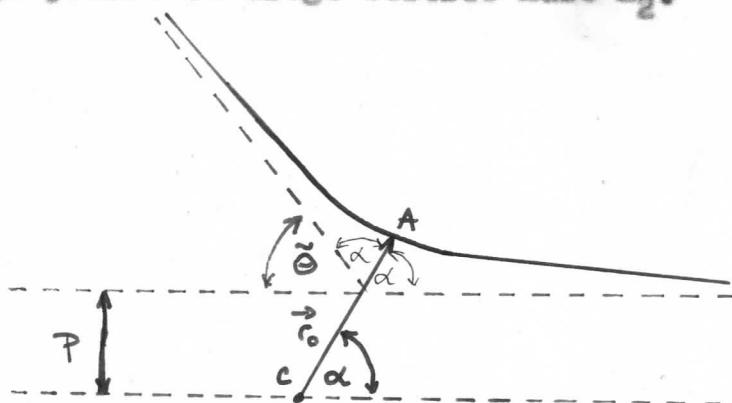
Prema tome u ovom slučaju ugao skretanja u laboratorijskom sistemu je polovina od ugla skretanja u sistemu centra mase.

Gubotak energije prve čestice pri sudaru u laboratorijskom sistemu u funkciji ugla skretanja u sistemu centra mase je

$$\Delta E = E_1 - E_1' = \frac{m_1^2 m_2 v^2}{(m_1 + m_2)^2} (1 - \cos \tilde{\theta})$$

## 2.2 Rasejanje čestica

Razmotri se elastičan sudar čestica uzimajući u obzir i zakon njihovog usajavnog dejstva. Posmatrajmo skretanje jedne čestice mase  $m_1$  u polju centralne sile sa potencijalom  $U(r)$  koja potiče od druge čestice mase  $m_2$ .



Slika 2.4 Rasejanje čestica

Znamo da je kretanje čestice u polju pokretnog izvora sile ekvivalentno zamišljenom kretanju čestice redukovane mase  $\mu$  u polju nepokretnog izvora sila u centru mase. Zato je sgodno posmatrati ovo skretanje čestice u sistemu centra mase gde inamo samo dva stepena slobode.

Neka je C centar mase u kome zamišljeno nepomičen izvor sile. Izvuđena linija na slici 2.4 je putanja čestice sa mase  $\mu$ .  $\vec{v}_1$  i  $\vec{v}_2$  su početna i krajnja brzina te čestice, a  $\Theta$  njen ugao skretanja, tj ugao izmedju asimptota putanje. Pošto intenzitet centralnih sila zavisi samo od rastojanja od izvora sile, putanja čestice je simetrična u odnosu na pravu koja prolazi kroz centar mase i najbližu tačku putanje i neka je  $\alpha$  ugao izmedju ove ose simetrije CA i prvobitnog pravca čestice. Tada inamo sledeću zavisnost

$$\tilde{\Theta} = \pi - 2\alpha \quad (2.9)$$

Prema tome problem određivanja ugla  $\tilde{\Theta}$  svedi se na problem nalaženja ugla  $\alpha$ .

Rozabavimo se ovim problemom. Uvodimo polarne koordinate u ravni putanje, uzimajući centar mase C na pol, a osu simetrije za polarnu osu. Pošto posmatrana putanja u sistemu

centra mase odgovara kretanju čestice redukovane mase  $\mu$ , jednačina ove putanje prema (1.9) glasi:

$$\varphi = \int_{r_0}^R \frac{\frac{L}{r^2}}{\sqrt{2\mu[B - U(r)] - \frac{L^2}{r^2}}} dr$$

gde  $r_0$  odgovara najbližoj tački putanje  $\alpha$ . Za beskonačno udaljenu tačku na putanji biće  $r = \infty$ ,  $\varphi = \alpha$  pa imamo:

$$\alpha = \int_{r_0}^{\infty} \frac{\frac{L}{r^2}}{\sqrt{2\mu[B - U(r)] - \frac{L^2}{r^2}}} dr \quad (2.10)$$

Ovaj obrazac određuje ugao  $\alpha$ , a time i ugao skretanja  $\tilde{\Theta}$ .

Uvedimo nove konstante umesto  $B$  i  $L$  i to brzinu čestice u beskonačnosti  $v_\infty = |\vec{v}_1| = |\vec{v}_2|$  i parametar sudara  $p$ .  $p$  je rastojanje na kome bi čestica prošla pored izvora sile kad polje sile ne bi dejstvovalo. Tada imamo

$$B = \frac{1}{2}\mu v^2 \quad L = p\mu v_\infty$$

i na taj način je

$$\alpha = \int_{r_0}^{\infty} \frac{\frac{p}{r^2}}{\sqrt{1 - \frac{p^2}{r^2} - \frac{2U(r)}{\mu v^2}}} dr \quad (2.11)$$

Ovaj obrazac sa (2.9) određuje ugao skretanja  $\tilde{\Theta}$  u funkciji od parametara sudara  $p$

$$\tilde{\Theta} = \tilde{\Theta}(p)$$

Ovde se uzima da je funkcija jednoznačna i monotona i da se može rešiti po  $p$ .

$$p = p(\tilde{\Theta})$$



### 2.3 Diferencijalni i ukupni efikasni presek

U problemima se obično ne radi o individualnom skretanju čestica, već o rasejanju paralelnog snopa istih čestica koje dolaze na istin brzinama  $v_\infty$ . Rasne čestice imaju rasne parametre sudara. Neka je  $s$  gustina fluksa homogenog snopa čestica. Ako je  $dN$  broj rasejanih čestica koji u jedinici vremena skrenu za ugao  $\tilde{\Theta}$  i  $\tilde{\Theta} + d\tilde{\Theta}$ , diferencijalni efikasni presek se definiše izrazom

$$d\sigma = \frac{dN}{s} \quad (2.12)$$

dok je ukupni efikasni presek rasejanja

$$\sigma = \int d\sigma = \int \frac{dN}{s} \quad (2.13)$$

i on je određen prirodom uzajamnog dejstva čestica i predstavlja važnu karakteristiku procesa rasejanja.

U sledećem odeljku biće dokazano da je diferencijalni efikasni presek rasejanja jednak površini kružnog pretresa između  $p$  i  $p + dp$  koji odgovara intervalu ugla skretanja  $(\tilde{\Theta}; \tilde{\Theta} + d\tilde{\Theta})$ .

Diferencijalnim efikasnim presekom često se naziva i  $\Delta\sigma$   $\sigma(\tilde{\Theta}) = d\sigma/d\Omega$ , ali strogo uzevši to je diferencijalni presek po diferencijalnom ugлу prostornog ugla. Ovakva definicija diferencijalnog efikasnog preseka koristiće se u trećem delu ovog rada.

Slededi obrasci određuju diferencijalni efikasni presek rasejanja u funkciji ugla skretanja u sistemu centra masa

$$d\sigma = 2\pi P(\tilde{\Theta}) \frac{dp(\tilde{\Theta})}{d\tilde{\Theta}} d\tilde{\Theta} \quad (2.14)$$

Prostorni ugao koji odgovara intervalu  $(\tilde{\Theta}, \tilde{\Theta} + d\tilde{\Theta})$  je

$$d\Omega = 2\pi \sin \tilde{\Theta} d\tilde{\Theta}$$

Tako inačice

$$d\sigma = \frac{P(\tilde{\Theta})}{\sin \tilde{\Theta}} \frac{dp(\tilde{\Theta})}{d\tilde{\Theta}} d\Omega \quad (2.15)$$

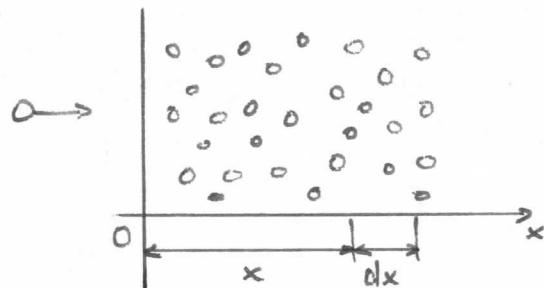
Ako želimo predi u laboratorijski sistem, u navedenim obrascima treba predi sa ugla  $\tilde{\Theta}$  na uglove  $\Theta$  pomoću relacije (2.7).

## 2. PRUĐAVANJE GRADJE ATOMA BRZIM PROJEKTILIMA

Jedan od postupaka za prouđavanje gradje atoma sastoji se u "sondiranju" atoma brzim česticama, recimo elektronima velikih brzina ili alfa česticama, koja daju radioaktivni izveri. Sustina ovog postupka sastoji se u sledećem. Atomi, odnosno materijal koji sadrži prouđavane atome, podvrgavaju se bombardovanju pomoću određenih projektila pri definisanim uslovima eksperimenta: mlaževi čestica imaju određene poprečne dimensije, brzine čestica po intensitetu leže u ograničenom intervalu a po orijentaciji u određenom intervalu uglova itd. Rezultat interakcije projektila sa atomima mete jeste slabjenje mlaža u prvobitnom pravcu i u poljavljivanju rasjednih čestica u ostalinu pravca. Česticama je posle rasjavanja moguće pripisati određenu ugaonu raspodelu. Ova raspodela je uslovljena mehanizmom interakcije. Prema tome neređi ugaonu raspodelu rasjavanja moguće je investi određene zaključke o ovom mehanizmu interakcije. Polazeći od određenog modela o gradji atoma i prirodi interakcije moguće je predviđeti oblik raspodele rasjednih čestica. Eventualno eksperimentalno potvrđivanje ovog predviđanja može se protumačiti u prilog učinjenoj pretpostavci o prirodi interakcije i prirodi atoma.

### 2.1 Rasjavanje projektila na atomima mete

Zamislimo da se čestica - projektil kreće među nepokretnim, heotično rasporedjenim česticama. Jednostavnosti radi



Slika 3.1 Naletak projektila u materijalnu sredinu

uzedeno da i projektil i meta predstavljaju kuglice. Sudar projektila sa jednom od meti predstavlja slučajan proces. Međutim, prolaska projektila kroz datu sredinu može da se opiše uvođenjem pojma verovatnoće. Očevidno je da postoji izvesna verovatnoća da projektil preleti neko rastojanje  $x$  i da ne pretrpi nijedan sudar. Ova verovatnoća mora da bude funkcija svog rastojanja  $f(x)$ . Može se dalje uzeti da je verovatnoća da projektil pretrpi sudar na elementarnom poseranju  $dx$  razmerna sa veličinom poseranja  $adx$ , što znači da je verovatnoća da ne pretrpi ni jedan sudar jednak  $1 - adx$ .

Verovatnoća da projektil preleti rastojanje  $x + dx$  bez sudara jednaka je, s jedne strane  $f(x + dx)$  i s druge strane kao verovatnoća složenog dogadjaja da će sudar ne desi na putu  $x$  a zatim i na putu  $dx$ , treba da je jednaka proizvodu verovatnoća za komponentne dogadjaje  $f(x)(1 - adx)$ . Na taj način je

$$f(x + dx) = f(x)(1 - adx)$$

odnosno, ako se leva strana razvije u red sa tačnošću do beskonačno malih drugog reda

$$f(x) + \frac{df(x)}{dx} dx = f(x) - af(x)dx$$

$$\frac{df(x)}{f(x)} = - adx$$

$$f(x) = C e^{-ax}$$

gde je  $C$  integraciona konstanta. Pošto je za  $x = 0$  verovatnoća da ne dodje do sudara jednaka 1, imamo

$$f(x) = e^{-ax}$$

Značenje konstante  $a$  može da se ustanovi na sledeći način: projektili koji pretrpe sudar na otsečku  $x + dx$  prešli su bez sudara put  $x$ . Verovatnoća za nastajanje sudara na odsečku  $x + dx$  može da se shvati kao složena verovatnoća koja mora da bude jednak

$$f(x) adx = a e^{-ax} dx$$

Ova formula određuje u isti način verovatnoću da dužina slobodne putanje čestica leži između  $x$  i  $x + dx$ . Srednja vrednost ove veličine treba da bude jednak

$$\lambda = \Sigma = \frac{\int_0^\infty x a e^{-ax} dx}{\int_0^\infty a e^{-ax} dx} = \frac{1}{a}$$

Na taj način je  $\lambda = 1/a$  i

$$f(x) = e^{-x/\lambda}$$

Prolaženje projektila kroz neku sredinu može da se opiše i na sledeći način. Predpostavimo da se svaka kuglica-mota može da se opisuje nekim efektivnom površinom, površinom efikasnog preseka  $\sigma$  i da je broj kuglica u jedinici zapremine jednak  $n_0$ . Neka je broj kuglica projektila koje su u jedinici vremena prodju kroz jedinicu površine date sredine jednak  $N_0$ .

Ukupna površina svih kuglica mota na koje može nailiti jedan projektil na putu jedinične dužine je  $n_0 \sigma$ . Zbog toga je verovatnoća da projektil pretrpi sudar na putu  $dx$  jednak površini mota u sloju odgovarajuće debljine  $n_0 \sigma dx$ . Ukoliko posmatramo  $N$  projektila, verovatnoća za sudare svih ovih projektila mora da predstavlja složen proces, koji se prikazuje izrazom

$$N \sigma n_0 dx$$

S druge strane broj sudara po jedinici površine sa jedinicom vremena predstavlja slabjenje protoka projektila

$$- dN = N n_0 \sigma dx$$

odakle sledi

$$\frac{dN}{N} = - n_0 \sigma dx$$

i

$$N = C e^{-n_0 \sigma x}$$

Očevidno za  $x = 0$  je  $C = N_0$ , što daje

$$N = N_0 e^{-n_0 \sigma x}$$

Dobivena formula daje zakon slabjenja mase projektila usled rasejavanja na metama. Nije teško zaključiti da se može staviti i

$$N = N_0 f(x) = N_0 e^{-ax}$$

pošto  $f(x)$  predstavlja verovatnoću da jedan projektil predje rastojanje  $x$ . Prema tome

$$a = N_0 \sigma$$

Tako veličina  $a$  može se shvatiti kao "makroskopski efikasni presek" – zbir efikasnih preseka za rasejanje definisan sa jedinici zapremine rasejavajuće sredine.

### 3.2 Rutherfordova formula

Razmotrimo kretanje nanelektrisane čestice u polju druge nepokretne, takođe nanelektrisane čestice mnogo veće mase. Neka je  $q$  nanelektrisanje čestice u čijem se polju kreće druge čestice nanelektrisanja  $q'$ . Neka su nanelektrisanja istog znaka, na primer obe pozitivne. Potencijalna energija je

$$U = \frac{q q'}{r}$$

gde je  $r$  rastojanje dveju nanelektrisanih čestica. Zakoni održanja energije i momenta količine kretanja u polarnim koordinatama daju na osnovu (1.5) i (1.6):

$$\frac{\dot{r}^2}{2} + r^2 \dot{\psi}^2 + \frac{m}{r} = E \quad (3.1)$$

$$mr^2 \ddot{\psi} = L \quad (3.2)$$

$E$  i  $L$  su konstantne, dok je  $m$  masa čestice koja se rasejava. Iz (3.2) je

$$\ddot{\psi} = \frac{L}{mr^2}$$

Prelazimo sa izvoda po vremenu na izvod po ugлу

$$\ddot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\varphi}{d\psi} \frac{d\psi}{dt} = \frac{L}{mr^2} \frac{d\varphi}{d\psi} \quad (3.4)$$

Smenom (3.4) i (3.3) u (3.1) imamo

$$\frac{1}{r^2} \left[ \frac{1}{m^2 r^4} \left( \frac{dr}{d\varphi} \right)^2 + r^2 \frac{1}{m^2 r^4} \right] = E - \frac{q q'}{r}$$

prostom transformacijom imamo

$$\frac{1}{r^2} \left( \frac{dr}{d\varphi} \right)^2 = \frac{2mE}{L^2} - \frac{2mq q'}{L^2} \frac{1}{r} - \frac{1}{r^2}$$

Uvodjenjem nove promenljive

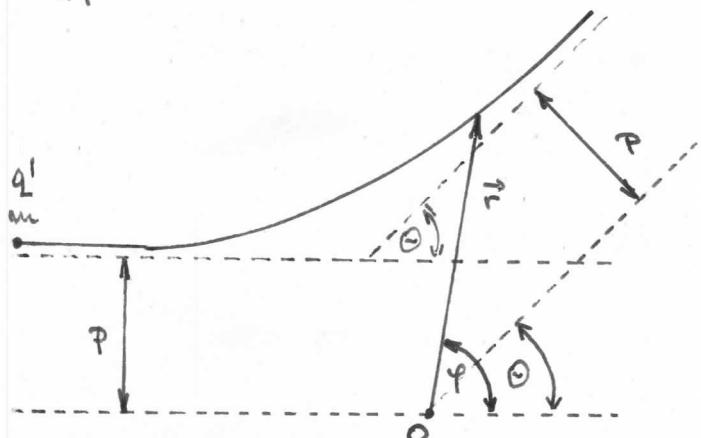
$$\rho = \frac{1}{r}$$

i stavljajući

$$c = - \frac{2mq q'}{L^2} \quad (3.5)$$

dolazimo do relacije

$$\frac{d^2 \rho}{d\varphi^2} + \rho = c \quad (3.6)$$



Slika 3.2 Skretanje čestice mase m i naselektrisanja  $q'$  u polju čestice mnogo veće mase i naselektrisanja  $q$ .

Opšte rešenje jednačine (3.6) je

$$\rho = C + A \cos \varphi + B \sin \varphi$$

Iz početnih uslova imamo da je  $C = A$ . Pošto je ordinata pravljene tačke trajektorije vezana sa  $r$  i  $\varphi$  relacijom

$$y = r \sin \varphi$$

imamo da je  $B = 1/p$ .

Na taj način nalazimo da je

$$\rho = C(1 + \cos \varphi) + \frac{1}{p} \sin \varphi$$

$$\text{za } \varphi = \Theta \Rightarrow r = a \Rightarrow \varrho = 0 \Rightarrow$$

$$0 = 0(1 + \cos \Theta) + \frac{\lambda}{p} \sin \Theta$$

a odatle je

$$\cotg \frac{\Theta}{2} = - \frac{1}{\lambda p}$$

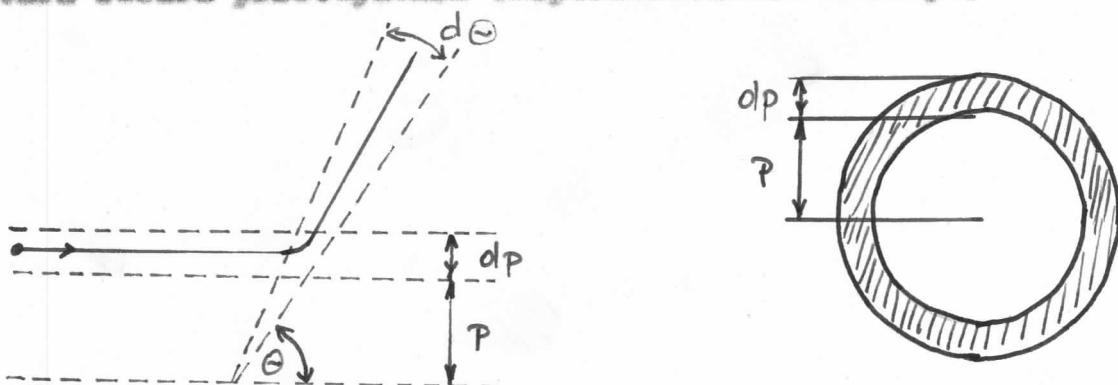
Snena na 0 iz (3.5) daje

$$\cotg \frac{\Theta}{2} = \frac{\lambda^2}{mqq'p}$$

a pošto je  $N = npv$  imamo

$$\cotg \frac{\Theta}{2} = \frac{npv^2}{qq'} \quad (3.7)$$

Ova formula se ne može neposredno potvrditi eksperimentom, jer se ne može meriti parametar sudara  $p$ . Ona se međutim može useti za osnovu statističkog razmatranja, koja će nam dati izraz za efikasni presek rasejanja u zavisnosti od parametara sudara pristupačnih eksperimentalnom merenju.



Slika 3.3

Zamislimo da paralelan niz nanelektrisanih čestica pada na jednu malu površinu tankog metalnog listida. Pri ostalim jednakim uslovima sve čestice koji okrenu u intervalu uglova između  $\Theta$  i  $\Theta + d\Theta$ , ili između  $\Theta$  i  $\Theta + d\Theta$ , imaju parametar sudara, koji leži u intervalu između  $p$  i  $p + dp$ , odnosno između  $p$  i  $p + dp$ . S druge strane akcijalna simetrija koja postoji pri ovakvom rasejanju uveljavlja da se svim česticama koje se rasejavaju pod uglom  $\Theta$  (odnosno u malom intervalu uglova  $d\Theta$ ) mogu pripisati isti parametri  $p$  (vrednosti  $p$  u svakom uskom intervalu  $p \rightarrow p + dp$ ). Drugim rečima, sve čestice siji prevei rasejanja leže u prostornom uglu

$$d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta$$

prolaze pored rasejavajućih centara koja ih rasejavaju na udaljenostima, koja svojom veličinom i orijentacijom definišu jednu prstenastu površinu  $2\pi pdp$ .

Ova elementarna prstenasta površina predstavlja diferencijalni presek za rasejanje pod uglom  $\theta$  u bezkonačno uškom intervalu  $d\theta$ .

$$d\sigma = 2\pi pdp \quad (3.8)$$

Iz (3.7) izrazimo  $p$  i kvadrirano a zatim diferenciramo te vrednost  $2pd़$  smenimo u (3.8) i konačno izrazimo

$$d\sigma = \frac{1}{4} \left( \frac{q q'}{mv^2} \right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad (3.9)$$

Ovo je Rutherfordova formula za rasejanje čestica mase  $m$  brzine  $v$  i nadelektrisanja  $q'$  na metu nadelektrisanja  $q$  sa mnogo većom masom i pod pretpostavkom da veli Coulomb-ova interakcija.

### 3.3 Rasejanje alfa čestica u metalnim listićima

Rutherford (počevši od 1906-te) vršio je sa svojim saradnicima prouđavanje rasejanja alfa čestica u tankim metalnim listićima. Kasnije je prouđavao rasejanje alfa čestica u gasovima primenom Wilsonove komore.

Rutherfordovi eksperimenti sastoјali su se ukratko u sledećem. Paralelan mlas alfa čestica, dobiven propuštanjem kroz kanal olovnog bloka alfa snimanja koje daje radioaktivni izvor, upravljen je na tanak listić metala. U nizu izvršenih eksperimentata korišćeni su različiti metali: zlato, bakar, srebro, platina itd.

Necolabjeni mlas alfa čestica, mlas oslabjen u prvebitnom pravcu usled rasejanja, kao i alfa čestice rasejane pod različitim uglovima  $\theta$  mereni su brojanjem scintilacija. Na put alfa čestica postavlja se fluorescentni zaklon. Udar jedne alfa čestice o zaklon praćen je fluorescentnim svetlosnim impulsem. Ove mikrovarnice pozmatraju se mikroskopom. Da bi

se isbeglo dopunske rasejanje alfa čestica sa molekulima vazduha, ceo sistem smješten je u vakuumsku komoru.

Opisani eksperimenti pokazali su sledeće. Vredina alfa čestica rasejava se pod malim uglovima, ali rasejanje, nada se znatno manjom učestalošću, postoji sve do najvećih uglova. Stavše u veoma retkin slučajevima započeno je rasejanje alfa čestica unazad tj. pod uglovima vredin od  $90^\circ$ , pa čak i pod uglovima bliskim  $180^\circ$ .

Prolaženje alfa čestica kroz metalne listiće moglo je da bude objašnjeno jedino "rastresitim" strukturem metala i atoma kojih obrazuju metal. Međutim trebalo je objasniti i ustanovaljeni oblik ugaone raspodele rasejanih alfa čestica. Mali uglovi rasejanja, koji se najčešće pojavljuju, mogu se objasniti malim poremećajima na koje nailaze alfa čestice pri svom pravolinijskom proletanju kroz "rastresiti" nekompaktni sloj metala. Veliki uglovi rasejanja trebalo bi da se objasne kao rezultat višestrukih malih skretanja. Međutim is statističke krive rasejanja, koje određuje verovatnošću jednostručnog malog skretanja, sledi da bi višestruka skretanja bila krajnje male verovatna, mnogo redja nego što se to konstatuje u eksperimentima.

Drugim rečima trebalo je pretpostaviti da u sloju metala, u njegovim atomima postoje centri rasejanja, koji u jednostručnim sudarima mogu da prinude helijumove jone da se odbiju unazad. Ti hipotetični centri, o čijoj prirodi fizika do tada nije mogla da da nikakve podatke, morali bi da budu izvori jakog električnog polja u atomu, da budu pozitivne nelinektrisane i da raspolažu dovoljno velikom masom skoncentrisanom u veoma maloj zapremini.

Ovo je bila hipoteza kojom je Rutherford pokušao da objasni rezultate eksperimenta sa rasejanjem alfa čestica, iz koje je proizašao nuklearni model atoma.

### 3.4 Teorija rasejanja alfa čestica

Rasejanje alfa čestica može se objasniti na osnovu Rutherfordove formule koja je već izvedena.

Neka se u tački O (slika 3.2) nalazi jekrano atoma kao mesta, odnosno kao centar rasejanja. Na elektrisanje jekrana označimo sa  $+Ze$ , gde je Z osojni broj (redni broj u PSE) a e naelektrisanje elektrona. Na elektrisanje alfa čestica je  $2e$  a njegovu masu označimo sa  $m_\alpha$ . Prema tome u ovom slučaju u formulu (3.9) treba da stavimo

$$q = +Ze \quad q' = 2e \quad m = m_\alpha \quad (3.10)$$

Na taj način imamo

$$d\sigma = \left( \frac{Ze^2}{m_\alpha v^2} \right)^2 \frac{4R^2}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad (3.11)$$

Prilikom analize nadjučnog dejstva ovih čestica pretpostavlja se da

1. jekrano atoma ima masu toliko veću od mase alfa čestica da se može uneti da pri interakciji jekrano ostaje nepokretno,
2. da interakcija među alfa česticama i jekranom atoma može se opisati Coulomb-ovom zakonom.

Zbir efikasnih preseka za rasejanje pod uglom  $\theta$  (mikroskopski presek) sa sva atomска jekrana u jedinici zapremine ( $n_0$ ) metalnog listića jednak je

$$d\Sigma = n_0 d\sigma$$

Ako sa N označimo broj projektila, koji sa jedinici vremena padnu na površinu metalnog listića, a sa dN broj rasejenih čestica u prostornom uglu  $d\Sigma(\theta)$ , onda je

$$dN = N d\Sigma = n_0 N \left( \frac{Ze^2}{m_\alpha v^2} \right)^2 \frac{4R^2}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

Odavde sledi da je

$$n_2 = \frac{dI}{d\Omega} = n_0 N \left( \frac{Z e^2}{m v^2} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad (3.12)$$

Ovo je formula za rasejanje alfa čestica, koja prikazuje broj rasejenih čestica u jediničnom prostornom ugлу, pod uglom  $\theta$  prema prvobitnom pravcu mlasa alfa čestica.

Eksperimenti koje su izvršili Rutherford, Geiger, Marsden i Chadwick svojim rezultatima potvrdili su ispravnost formule (3.12). Iz ove verifikacije formule negao se investi zaključak o ispravnosti uobičajenih pretpostavki.

Od osnovne važnosti bilo je sledede. Kad je jednom potvrđena zavisnost oblika

$$n_2(\theta) \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} = \text{cosec}^4 \frac{\theta}{2}$$

bilo je moguće odrediti i numeričku vrednost koeficijenta rasmernosti

$$\frac{Z e^2}{m v^2}$$

Pošto je ovde sve poznato osim  $Z$  to se ona odavde može odrediti.

Izloženo su bili prvi koraci proučavanja interakcije čestica, koji su kao što se vidi, odmah doveli do krupnih rezultata u proučavanju samog atoma.

## II. ELEMENTARNI ČESTICIČNI ELEMENTARNI ČESTICIČNI

### I. VISOKOENERGETSKI PROCESI

Proučavanje raznih procesa sa koje je zainteresovana fizika savisi od sile koje učeštuju u dotočnim procesima. Prema klasičnom razmatranju sudara predpostavili smo da se radi o Coulomb-ovoj interakciji. Međutim kod sudara (reakcija) koja se odigravaju između elementarnih čestica imamo i druge vrste interakcije. Osobine i strukture elementarnih čestica otkrivaju se putem proučavanja interakcije u kojima one učeštuju. Naprimjer, bombardovanjem protona elektronima veoma visoke energije možemo ustanoviti unutrašnju strukturu protona. Ali struktura otkrivena na taj način zavisiće od vrste projektila i od tipa interakcije.

Čestice sa najvećom energijom dolaze do nas iz kosmose u vidu kosmičkih zrakova. Moguće je proučavati međudejstvo čestica iz kosmičkog zračenja sa nukleonima i kompleksnim jekozgrinama. Proučavanjem interakcije protona iz kosmičkog zračenja sa energijom od  $10^{12}$  eV, može se utvrditi da takva interakcija izaziva emisiju novih sekundarnih čestica, koje su postale predmet intenzivnih proučavanja u fizici elementarnih čestica. Pošto se ove nove čestice stvaraju samo ako je energija primarnih čestica veća od  $2 \times 10^8$  eV, fizika elementarnih čestica se često zvanično zove "fizika visokih energija".

Kao izvor čestica kosmička radijacija ne daje dovoljno gust fluks čestica a ne može se ni odrediti primarna energija, te ove čestice nisu pogodne za dobru kvantitativnu analizu interakcije. Ova žinjenica podstiče konstrukciju akceleratora, koja deduše daju čestice sa mnogo manjom energijom, ali sato mnogo većeg fluksa. Prednost akceleratora je i ta, što oni daju monoenergetske snopove čestica koja mogu biti veoma tačno locirani i usmereni na cilj. Za registraciju interakcija čestica koristila se fotografска emulzija, затim se koriste metodi bazirani na varničnim konorima, mehurovin konorima, brojačima itd.

U visokoenergetskim procesima narođito dolazi do izražaja talasna karakteristika elementarnih čestica. Prema de Broglie-u svaka čestica koja se kreće kroz prostor može se predstaviti talasom čija je talasna dužina i frekvencija data sa

$$\lambda = \frac{t_0}{P} \quad v = \frac{E}{\hbar}$$

gde je  $P$  moment čestice,  $E = \sqrt{p^2 + m^2c^4}$  je totalna energija čestice a  $t_0$  je Planckova konstanta dejstva  $t_0 = h/2\pi = 1,05 \times 10^{-27}$  erg s<sup>-1</sup>. Ove talasne karakteristike se mogu dokazati npr. difrakcijom na kristalnoj rešetci. Tako se mogu uopštiti talasne karakteristike elektromagnetske radijacije na čestice. Isto tako pojam kvanta može se primeniti u slučaju svake radijacije sa talasnim karakteristikama. Tako govorimo o kvantima elektromagnetske radijacije, fotonima. Ovakav karakter zraćenja dokazuje se na primer kod fotoefekta.

Zbog talasnih karakteristika čestica inamo važenje Heisenbergovih relacija neodredjenosti, prema kojoj položaj i moment čestice moguće je u isto vreme odrediti samo sa ograničenom tačnošću. Isto važi i za energiju i vreme.

$$\Delta x \Delta p \geq t_0 \quad \Delta t \Delta E \geq t_0$$

Prema ovoj relaciji, ako zamislimo da neki signal putuje kroz atonsko jengro ( $\Delta x = 10^{-15}$  cm) brzinom svetlosti, za to je potrebno vreme  $\Delta t = 3 \times 10^{-24}$  s a odgovarajuća fluktuacija energije je onda  $E = 3 \times 10^{-4}$  erg. Ova energija se može interpretirati kao masa kvanta polja sile između nukleona. Iz relacije  $E = mc^2$  za masu ovog kvanta se dobija  $m = 200$  MeV. Ova masa je manja od mase nukleona, ali je veća od mase elektrona. Iz činjenice da ove hipotetične čestice daju silu koja postoji između neselektrisanih i neutralnih nukleona, one same moraju da nose neselektrisanje. Ove čestice nazvane su pionima (pi-mesonii) i eksperimentalno su dokazane. One su otkrivene i u kosmičkom zračenju. Slabim nuklearnim raspadom piona imane nove neselektrisane čestice koje su nazvane mionima (ni-mesonii).

## 2. INTERAKCIJE

Istorija fizike je u stvari istorija isučavanja interakcije koje deluju između raznih materijalnih sistema.

Premda današnjem stanju fizike, procesima u kojima učestvuju elementarne čestice upravljaju sledeće interakcije: jača nuklearna interakcija, elektromagnetska i slaba nuklearna interakcija. Danas poznata četvrta vrsta interakcija, gravitaciona interakcija, na nivou elementarnih čestica je zanemarljiva.

Jaka nuklearna interakcija. Otkrivanje jakе interakcije vesano je za proučavanje osobina atonskog jenogra. Atonska jengra su sastavljena od protona i neutrona koji zajedničkim imenom zovemo nukleonima. Pošto treba da budu zajedno mora postojati neka sila koja ih drži na okupu. Ta sila ne može biti elektromagnetske prirode, jer ona dovodi do odbijanja. Gravitaciona sila je privlačna ali  $10^{-36}$  puta manja od elektromagnetskih sila te ne može biti odgovorna za stabilnost jenogra. Stoga se mora prihvatići ideja o postojanju nekih novih sila koje su jače od elektromagnetskih. Yukawa je 1935-te godine postavio hipotezu o jakoj nuklearnoj interakciji koja jedino može biti odgovorna za stabilnu strukturu jenogra. Intensitet jakih interakcija je za dva do tri reda veličine veća od intensiteta elektromagnetske interakcije. Karakteristično vreme trajanja jakе nuklearne interakcije je  $\tau \sim 10^{-23}$  s. Prenosilici jakе interakcije jesu kvanti nukleona, mesoni. Za ovu interakciju je karakterističan i veoma kratak domet (oko  $10^{-15}$  cm).

Elektromagnetska interakcija. To je interakcija između svih nanelektrisanih čestica i između nanelektrisanih čestica i fotona. Prenosilici elektromagnetske interakcije su kvanti elektromagnetskog polja foton. Ova interakcija je najpre bila poznata. Elektromagnetske sile obrazuju atonski snatač, oni moguđu na nastanak molekula i švretog tela. Dalje, ova interakcija je odgovorna za emisiju i adsorpciju svetlosti a njihov vid ispoljavanja je i Coulomb-ova sila. Ovu interakciju karakteriše dugi domet. Karakteristično vreme trajanja elektromagnetske interakcije je  $\tau \sim 10^{-16}$  s.

tronagnetskih prelaza u zavisnosti od oslobođene energije je

kod visokoenergetskih procesa ( $\Delta E \sim \text{GeV}$ ) :	$10^{-20} - 10^{-15}$ s
kod procesa u jesgru	( $\Delta E \sim \text{MeV}$ ) : $10^{-16} - 10^{-14}$ s
u atomekoj fizici.	( $\Delta E \sim \text{eV}$ ) : $10^{-10} - 10^{-7}$ s

Pošto je karakteristično vreme trajanja jakih interakcija mnogo manja od trajanja elektromagnetskih prelaza, zato za elektronometske prelaze ima samo onda dovoljno vremena kada je jaki prelaz sabranjen.

Slaba nuklearna interakcija. Do otkrića slabe interakcije došlo se pri proučavanju beta raspada. Pri beta raspodu jesgro emituje jedan elektron i jedan neutrino, pri čemu u jesgru jedan neutron prelazi u proton i oslobođa se energija od nekoliko MeV-a:  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$ . Slabe interakcije su za oko deset reda veličine slabije od elektromagnetske interakcije. Karakteristično vreme trajanja je za radioaktivni raspod od jedne sekunde do hiljadu godina, a pri raspodu elementarnih čestica je od  $10^{-10}$  s do  $10^{-6}$  s, što ukazuje na to da je interakcija koja preusrekuje ovaj raspod veoma slaba.

Razne interakcije ne razlikuju se nedjusobno samo po intenzitetu, nego i u simetrijskim osobinama. Iz toga sledi da pri raznim interakcijama valje razni zakoni održanja. Prema onome što danas znemo, u svakom procesu se održava: energija, impulz, moment impulsa i naelektrisanje. Isto tako se održava leptonski kao i barijonski broj.

Simetrije koje valje u jakin interakcijama često ne valje u slabim. Tako se parnost u jakin interakcijama održava a u slabim ne. Uopšte, ukoliko je neka interakcija jača, utoliko je u vezi sa više zakona održanja. To je razlog što je neka čestica prema jaku nuklearnoj interakciji stabilna ali može da se raspadne usled slabije interakcije. Neke čestice ne mogu učestvovati u svim interakcijama već samo u nekim. Tako foton učestvuje samo u elektromagnetskim interakcijama dok elektron i mion u elektromagnetskim i slabim.

## 2. PROBLEM ELEMENTARNOSTI I KLASIFIKACIJA

### ELEMENTARNIH ČESTICA

Izraz "elementarna čestica" koju stalno koristimo i koja treba da osnađi da bi takva čestica morala biti nedeljiva, prema tome bez strukture, nije dovoljno jasna. Prema dosadašnjem znanju jasno je da je elementarnost pitanje nere uključene energije. Ovde se postavlja i osnovno pitanje: Šta su u stvari elementarne čestice? Evidentna mehanika interakcije čestica niskih energija u stvari svedi na interakciju polja koja obuhvataju čestice i tako struktura objekata uvek ostaje skrivena. U oblasti visokih energija interakcija obuhvata i sene objekte i moramo voditi računa o unutrašnjoj strukturi objekata. Kao primer razmotrimo sledeći visokoenergetski proces bombardovanje jekstra protonima neregije nekoliko GeV-a. Pogodjena jekstra se sa protonima "sjeđine" i obrazuju konglomerat temperature nekoliko biliona stepeni, u kojem osobine protona i jekstra više ne mogu posebno da se raspoznaju. Zatim se za ovaj neokruživi konglomerat ohladi i iz njega se izdvaje nove elementarne čestice. Na pitanje šta je u osnovi elementarna čestica, ne možemo dati konkretni odgovor, jer čestica "sama" nikad ne postoji, jer se nikada ne može oštroti odvojiti od fizičkog polja koja ju "obuhvata" i koja poseduje u prenošenju interakcije (sile). Eksaktna definicija elementarnih čestica se ne može dati ni zbog toga što ona zahteva objašnjenje zakona koji deluju na elementarne čestice, a ovi zakoni danas još nisu poznati.

Logično je da bi suo želeli da obrazujemo neki sistem elementarnih čestica koje imaju određene individualne osobine. Kao osnova za razvretavanje mogla bi da posluži masa. Međutim masa u mnogome zavisi od duljine života elementarnih čestica i sene čestice sa relativno dugim životom (proton, elektron) imaju oštrotu određenu masu. Masa čestica sa kratkim životom u velikoj meri postaje neodređena zbog relacije neodređjenosti. Ova neodređjenost iznosi 100 MeV-a za čestice čiji je život  $\tau \sim 10^{-23}$ s. Elementarne čestice možemo da shvatimo

kao razna pobudjena stanja materije. Istovremenim posmatranjem celog spektra elementarnih čestica treba da otkrijemo i shvatimo dinamiku koja upravlja promenama elementarnih čestica.

Položaj fizike elementarnih čestica danas je poprilično teška. Ima sredne osobine sa periodom teškoća u klasičnoj fizici pre nastanka kvantne mehanike. Danas je nagomilana ogromna količina iskustvenog materijala koja nam stoji na raspolaganju ali se ne raspolaže sa takvom obuhvatnom teorijom ponosno kojeg bi na jedinstven način opisali pojave. Nedjutim ništa ne ukazuje na to da je kvantna mehanika nedovoljna za klasifikaciju subatomskih pojava. Na osnovu relativističke kvantne teorije dolazimo uvek do nekih novih rezultata koja se složu sa nekim delovima iskustvenih podataka.

Izloženim možemo objasniti zašto se u zadnje vreme koristi, umesto dinamičkog, fenomenološko opisivanje i razvretavanje. Za to su nam najpogodniji zakoni održanja i simetrije koje karakterišu fizičke sisteme. Zakoni održanja najjačnije se javljaju u selekcionim pravilima. Ponekad sa dinamičkog stanovišta nije jasno zašto se jedan proces ne može odigrati. Onda uvek sumnjamo da se pri ovakvim procesima narušava neki zakon održanja ili neko selekcione pravilo nije zadovoljeno. Primena ovog načina rasudjivanja je jasna iz primera otkrića mion-neutrina. Dugo se verovalo da se mion raspada na jedan elektron, neutrino i antineutrino. Nije se moglo računati zašto nema raspada miona na elektron i foton. Rodila se hipoteza: ima jednu veličinu koja mora da se održava, a to je leptonski broj  $L$ . Vrednost elektronsko leptonskog broja prema dogovoru je: za  $e^-$  i  $\bar{e}$  je +1 a za  $\bar{\nu}_e$  i  $e^+$  je -1. Vrednost mionsko leptonskog broja je: za  $\nu_\mu$  i  $\bar{\mu}$  +1 a za  $\bar{\nu}_\mu$  i  $\mu^+$  je -1. Sve ostale čestice imaju leptonski broj jednak nuli. Prema tome navedeni raspad ne može da se odigra jer bi bio povredjen zakon održanja mionsko leptonskog broja. U svetu ove hipoteze, pri preston raspodu miona mora da nastane jedna takva nova čestica čiji je mionsko leptonski broj jednak jedinici, tj. neutrino iz raspada miona nije isti neutrino koji dobijamo u boga raspodu, već se tu radi o nevoj čestici koja je nazvana

nion-neutrino. Zaista neutrino iz beta raspada može da pobudi elektrone dok nion-neutrino može da pobudi samo nion.

Značajno je sasnanje da između simetrije i zakona održanja postoji veza. Simetrijska transformacija stanja fizičkih sistema generališe uvek jednu veličinu koja se održava. Poštote unastopne simetrijske transformacije takođe predstavljaju simetrijsku transformaciju zato oni obrazuju grupu te fizikalike posledice zakona održanja mogu se sagledati pomoću teorije grupe. Prema Wigneru govorimo o geometrijskoj i dinamičkoj invarijaciji. Geometrijska invarijantnost isražava homogenost i isotropnost fizičkog polja kao i homogenost vremena. Posledica ovih je zakon održanja energije, impulsa i momenta impulsa, kao i unutrašnja simetrija i gradijantna invarijantnost. Stavovi invarijacije imaju zadatak da daju strukturu fizičkih zakona i njihovu međusobnu zavisnost.

Pokušajmo sada da prikažemo različite porodice elementarnih čestica. Jasno je da atomska jengra ne može smatrati elementarnim česticama jer se njihove karakteristike mogu protumačiti osobinama nukleona koja u njih ulaze. Pod elementarnim česticama biće podrazumevani objekti koji su dati u priloženoj tablici. Ovde se nalaze sve čestice koje su danas poznate (prema "Particle properties, april 1973") i čiji je život duži od  $10^{-16}$  s i čije su mase manje od mase dva nukleona. Pored u tablici navedenih čestica postoje i vezana stanja čestice, takozvane rezonancije, čiji je život mnogo kraći od  $10^{-16}$  s i čije postojanje znano samo na osnovu sekundarnih efekata. Resonance se raspadaju po jakim nuklearnim reakcijama. Sve mase i energije u tablici su dati u MeV-ima.

Čestice su podeljene u nekoliko kategorija. Prva čestica je foton sa masom irovanja nula i spinom 1. Poton je kvant elektromagnetskog polja.

Drugu kategoriju čine leptoni. Ovde spadaju neutrino ( $\bar{\nu}_e$ ,  $\bar{\nu}_\mu$ ,  $\bar{\nu}_e + \bar{\nu}_\mu$ ), elektron ( $e^-$ ), pozitron ( $e^+$ ) i nion ( $\mu^-$ ,  $\mu^+$ ).

Treća kategorija je formirana od mesona, kvanta polja odgovorna za uzajamne sile između nukleona u jengru, ili u sudećima nukleona. Mesone čine pioni (pi-mesonii) i kaoni (K-mesonii).

Tablica čestica sa životom dužin od  $10^{-15}$  s

Čestica I( $J^P$ )	Masa u MeV	Srednji život u s	Šema raspada	$\%$	Q u MeV
$\gamma$	$J^P = 1^-$	0	stabilan	-	-
$\nu_e$	$J^P = \frac{1}{2}^+$	0	stabilan	-	-
$\nu_\mu$	$J^P = \frac{1}{2}^+$	0	stabilan	-	-
$e^\pm$	$J^P = \frac{1}{2}^+$	0,511	stabilan	-	-
$\mu^\pm$	$J^P = \frac{1}{2}^+$	105,66	$2,19 \times 10^{-6}$ $e^- \bar{\nu}_\mu \bar{\nu}_e$	100	105,1
$\pi^\pm$	$0(0^-)$	139,568	$2,6 \times 10^{-8}$ $\mu^+ \nu_\mu$ $e^+ \nu_e$ $\mu^+ \nu_\mu \gamma$	100	
$\pi^0$	$0(0^-)$	134,964	$0,84 \times 10^{-16}$ $\gamma \gamma$ $\delta e^+ e^+$	98,8	135,0
$K^\pm$	$\frac{1}{2}(0^-)$	493,751	$1,23 \times 10^{-8}$ $\mu^+ \nu_\mu \pi^+ \pi^0 \pi^0$ $\pi^+ \pi^0 \pi^0 \mu \nu_\mu$ $\pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^0 \pi^0 e^- \nu_e$	63,4 21 5,7	1,71 3,41 4,79
$K_1^0$	$\frac{1}{2}(0^-)$	497,9	$0,87 \times 10^{-8}$ $\pi^+ \pi^-$ $\pi^0 \pi^0$	69	218,5
$K_2^0$	$\frac{1}{2}(0^-)$	497,9	$5,68 \times 10^{-8}$ $\pi^0 \pi^0 \pi^0$ $\pi^+ \pi^- \pi^0$ $\pi^- \mu \nu_\mu \pi^+ e^- \nu_e$	23 12	92,8 83,6
$\chi^0$	$0(0^-)$	548,6	$\sim 10^{-20}$ $\gamma \gamma$ $\pi^0 \gamma \gamma$ $\pi^0 \pi^0 \pi^0$	33,5 19,6 20,2	
p	$\frac{1}{2}(\frac{1}{2}^+)$	938,259	stabilan	-	-
n	$\frac{1}{2}(\frac{1}{2}^+)$	939,552	$1,01 \times 10^{-3}$ $p e^- \nu_e$	100	0,78
$\Lambda^0$	$0(\frac{1}{2}^+)$	1115,59	$2,52 \times 10^{-10}$ $p \bar{\pi}^-$ $n \bar{\pi}^+$	66,3 33,6	37,6 40,9
$\Sigma^+$	$1(\frac{1}{2}^+)$	1189,41	$0,8 \times 10^{-10}$ $p \bar{\pi}^0$ $n \pi^+$	53	47
$\Sigma^0$	$1(\frac{1}{2}^+)$	1192,48	$< 10^{-14}$ $\Lambda \gamma$	100	77
$\Sigma^-$	$1(\frac{1}{2}^+)$	1197,34	$1,48 \times 10^{-10}$ $n \bar{\pi}^-$	100	181,1
$\Xi^0$	$1(\frac{1}{2}^+)$	1314,9	$2,98 \times 10^{-10}$ $\Lambda \pi^0$	100	63,9
$\Xi^-$	$1(\frac{1}{2}^+)$	1321,29	$1,62 \times 10^{-10}$ $\Lambda \bar{\pi}^-$ $\Lambda e^- \nu_e$	100 $10^{-3}$	65,8 204,8
$\Xi_2^-$	$0(\frac{3}{2}^+)$	1672,5	$1,5 \cdot 10^{-10}$ $\Xi^- \bar{\pi}^0 \Xi^0 \bar{\pi}^-$		22,1

Poslednju porodicu šine nukleoni (antinukleoni): proton p ( $\bar{p}$ ) i neutron n ( $\bar{n}$ ) i čestice hiperoni (antihiperoni):  $\Lambda^+$ ,  $\Sigma^+$ ,  $\Xi^0$ ,  $\Xi^-$ ,  $\Xi^+$ ;  $\bar{\Lambda}^+$ ,  $\bar{\Sigma}^+$ ,  $\bar{\Xi}^0$ ,  $\bar{\Xi}^-$ ,  $\Xi^0$ ,  $\Xi^-$ ,  $\Xi^+$ ,  $\bar{\Xi}^-$ . Atomska jedagra u kojima je nukleon zamjenjen hiperonom nazivaju se hiperjedagrini. Nukleoni i hiperoni sa jedničkim imenom nazivaju se barionima (antibarionima). Leptoni i bariioni imaju svoje antičestice sa tačno suprotnim karakteristikama (kao na primer naselektrisanje) ali su tačno iste mase.

U prvoj koloni tablice su oznake čestice. Znaci +, - ili 0 odnose se na naselektrisanje +1, -1 ili 0 u jedinicama e. U drugoj koloni je dat spin  $I(J^P)$  u  $\frac{1}{2}$  jedinicama i svojstvena parnost koja može biti +1 ili -1. U trećoj koloni je masa mirovanja u MeV-ima. Kod fotona je ova masa nula a kod neutrina sigurno znamo samo to da je manja od neke granične vrednosti, verovatno je nedjutim da su i njihove mase mirovanja nula. U četvrtoj koloni je srednji život u s. U petoj koloni su dati neki od glavnih načina raspada. U šestoj koloni je procenat raspada a u sedmoj koloni je kinetička energija oslobođena u raspadu Q.

Srednji život neke elementarne čestice ima statističko značenje. Ona je izvedena na osnovu eksponencijalnog zakona raspadanja. Ona se eksperimentalno određuje kao srednja vrednost vremenских intervala života čestica u sistemu koordinata u miru

$$\tau_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tau_i$$

Jedine stabilne čestice (sen fotona i neutrina Šija je masa mirovanja nula) su elektroni i protoni. Ova stabilnost daje osnovu za zakon održanja elektronsko leptonskog broja L i barionskog broja N, koji karakteriše ove čestice. Zbir elektronsko leptonskog (ili mionsko leptonskog) broja ili barionskog broja je konstantan u svakoj reakciji.

Jedna od najkarakterističnijih osobina elementarnih čestica je njima svojstven ugaošni moment - spin.

U reakcijama u kojima se formiraju barioni i mesoni posred očuvanja naselektrisanja, dinamičkih zakona očuvanja momenta, energije, ugonanih momenata i očuvanja broja bariona nalazimo da je još jedan broj očuvan, broj stranosti  $S$ . Reakcija između kvantnog broja  $S$ , naselektrisanja  $q$  (u e jedinica) i barionskog broja  $N$  data je formulom Gell-Manna i Nishijima

$$q = I_S + \frac{N + S}{2} = I_S + \frac{Y}{2}$$

$I_S$  je novi kvantni broj, s komponentom isotopskog spina  $I$ . Broj  $Y = N + S$  se zove hipernaboj. Za proton je  $I_S = +1/2$  ( $S = 0$ ) a za neutron je  $I_S = -1/2$  ( $S = 0$ ).

Rečeno je da su elektroni i protoni jedine stabilne čestice. Ta stabilnost obesbedjuje postojanje materije u ovoj formi u svemiru.

Lepton sa najvećom masom, mion, nije stabilan. Sa  $\sim 10^{-6}$  s putem slabe interakcije trpi sledeći raspad  $\mu \rightarrow e^{\pm} \bar{\nu} \nu_{\mu}$ . Pri ovom procesu je zadovoljen zakon održanja naselektrisanja i leptonskog broja.

Neutrino se javlja kod pozitivnog beta raspada i kod k zahvata. Sunce je jak emiter neutrina. Antineutrino imenuje kod negativnog beta raspada, te su reaktori jaki emiteri antineutrina. Neutreto je drugi naziv za mion-neutrino.

Elektron (ili negaton) se stvara kod beta raspada, kod obrazovanja para itd. Sa jenzrom obrazuje stabilni vezani sistem, atom. Njegova antičestica je positron koji se stvara isto u beta raspodu ili pri obrazovanju para. Sa elektronom putem elektromagnetske interakcije obrazuje metastabilni vezani sistem, positronijum.

Negativni ili pozitivni mion (mi-meson) može se stvoriti raspadanjem mesona. Na taj način se obrazuje u kosmičkom zračenju i obrazuje njegovu prodornu komponentu. Sa jenzrom stupa u nestabilnu vezu i to je onda mionski atom (formiraju ga sa jenzrom spori negativni mioni) ili mionium (formiraju ga sa jenzrom spori pozitivni mioni). Negativni mion može da

veće dva atoma i da formira nionski molekul.

U barione i mesone spadaju čestice koje su sposobne na jaku interakciju. Njihov broj se stalno dopunjuje, te oni ne obrazuju zatvorenu grupu. Nemamo jedinstvenu obuhvatnu teoriju koja bi nas upoznala sa dinamikom mesona i bariona.

Mesonii imaju spin 0 ili ceo broj, a barioni spin 1/2, 3/2, 5/2, itd. U barione spadaju nukleoni i hiperoni. Barionski broj u slučaju bariona je 1. Za barionski broj veli eksakten zakon održanja što osigurava apsolutnu stabilnost protona kao najlakšeg bariona.

Prema Haisenbergu nukleon pored četiri stepena slobode, koje odgovaraju položaju i spinu, ima i peti stepen slobode: "zna da bude neutron a zna da bude i proton". Ovaj "peti stepen slobode" elementarnih čestica nazivano je isospinom. Na primer pionu pripisujemo isospin 1 koji može imati razne orijentacije: +1, 0 i -1, i ove orijentacije karakterišu stanja  $\pi^+$ ,  $\pi^0$ ,  $\pi^-$  koja obrazuju isotriplet.

Usavršavanjem akceleratora dobijamo čestice sa sve većim energijama što pak omogućuje dalje otkrivanje osobina elementarnih čestica. Priroda nam krije još mnogo tajni a u čovekovoj je prirodi nelja da te tajne otkrije.

### III. TEORIJA RASEJANJA

#### ELIMINARILIH ČESTICA

##### 1. ČESTICE KAO RAVNI TALASI

U prvom delu je razmotrena teorija rasejanja sa stanovišta klasične fizike. Međutim klasična razmatranja nisu dovolja za elementarne čestice te moramo problem rasejanja razmetriti sa kvantomehaničkog aspekta. U kvantnoj mehanici evolucija kvantomehaničkog stanja u vremenu ekvivalentna je dejstvu operatora energije sistema na to isto stanje. Operatore označavamo sa  $\hat{H}$ . Jednačina koja nam daje zakon promene kvantomehaničkog stanja u vremenu jeste Schrödingerova jednačina. Ona je rezultat iskustva i kao takva ne izvodi se ved postulira. Njegov matematički oblik je sledeći:

$$i\hbar \frac{\partial \phi}{\partial t} = \hat{H} \phi \quad (1.1)$$

gde je  $\hat{H}$  Hamiltonian, operator energije sistema a  $\phi$  je funkcija koja zavisi od koordinata i vremena. Hamiltonov operator je sledećeg oblika:

$$\hat{H} = \frac{p^2}{2\mu} + U(r)$$

Pošto je operator impulsa  $p = -i\hbar \nabla$ , to je  $p^2 = -\hbar^2 \Delta$ , i pošto je  $U$  multiplikativni operator,  $U = U$ , imamo

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \Delta + U(r)$$

Snemom u (1.1) imamo Schrödingerovu jednačinu sa jednu česticu u sledećem obliku

$$i\hbar \frac{\partial \phi}{\partial t} = \left[ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \Delta + U(r) \right] \phi$$

ili

$$\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \phi}{\partial t} - \left[ \frac{\hbar^2}{2\mu} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) - U(r) \right] \phi = 0 \quad (1.2)$$

Ovu jednačinu često nazivamo i jednačinom stanja. Ona je ne-relativistička, ne objašnjava stvaranje i anihilaciju čestica i ne daje zakon sile.

Razmotrimo jednačinu stanja čestice koja se kreće u bez-potencijalnom polju. Onda je  $U(r) = 0$  pa je jednačina stanja sledećeg oblika:

$$\frac{t}{i} \frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{t^2}{2\mu} \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) = 0 \quad (1.3)$$

Rešenje ove jednačine može se napisati u sledećem obliku

$$\psi(x, y, z, t) = \Psi(x, y, z) f(t) = \Psi(x, y, z) e^{-\frac{i}{\mu} Et} \quad (1.4)$$

Ovde  $\Psi(x, y, z)$  zadovoljava sledeću jednačinu

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + \frac{2\mu E}{t^2} \Psi = 0 \quad (1.5)$$

Primenom metoda razdvajanja premenljivih, stavljajući

$$\Psi = X(x)Y(y)Z(z)$$

u (1.5) imamo

$$\frac{2\mu E}{t^2} = -\frac{1}{x^2} \frac{d^2 X}{dx^2} - \frac{1}{y^2} \frac{d^2 Y}{dy^2} - \frac{1}{z^2} \frac{d^2 Z}{dz^2}$$

Na desnoj strani prvi član sadrži samo  $x$ , drugi samo  $y$  a treći samo  $z$ . Zbir ova tri člana može samo onda dati konstantu nezavisnu od  $x$ ,  $y$ , i  $z$ , ako su i sami članovi ponaosob konstantni. Prema tome

$$\frac{d^2 X}{dx^2} = -a^2 X, \quad \frac{d^2 Y}{dy^2} = -b^2 Y, \quad \frac{d^2 Z}{dz^2} = -c^2 Z \quad (1.6)$$

i

$$E = \frac{t^2}{2\mu} (a^2 + b^2 + c^2)$$

Moguća rešenja (1.6) su

$$X = A e^{iax}, \quad Y = B e^{iby}, \quad Z = C e^{icz}$$

Ikoristivši ovo inačeno sledeću funkciju stanja

$$\Psi = Ke^{i(ax + by + cz)}$$

a na osnovu (1.4) imamo

$$\phi = Ke^{i(ax + by + cz - Et/\mu)}$$

$\Psi$  će biti onda ograničen ako a, b i c uzimaju realne vrednosti.

Primetimo da je  $\phi$  svojstvena funkcija ne samo energije već i komponenata impulsa, jer je

$$\frac{i}{\mu} \frac{\partial \phi}{\partial x} = t_a \phi, \frac{i}{\mu} \frac{\partial \phi}{\partial y} = t_b \phi, \frac{i}{\mu} \frac{\partial \phi}{\partial z} = t_c \phi$$

Oznaljimo svojstvene vrednosti komponenata impulsa  $t_a$ ,  $t_b$  i  $t_c$  sa  $p_x$ ,  $p_y$  i  $p_z$ . Onda se  $\phi$  može napisati u sledećem obliku

$$\phi = Ke^{\frac{i}{\mu}(p_x x + p_y y + p_z z - Et)} \quad (1.7)$$

Čestica opisana funkcijom stanja (1.7) koja ima određene komponente impulsa  $p_x$ ,  $p_y$  i  $p_z$  raspolaže sa sledećim iznosom kinetičke energije

$$E = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2\mu} \quad (1.8)$$

Funkcija stanja (1.7) opisuje česticu koja se u prostoru kreće određenom brzinom. Energija čestice je čisto kinetička energija. Za slobodnu česticu komponente impulsa, te i energija, može imati proizvoljne vrednosti. Svojstvene vrednosti energije nisu diskretnе već obrazuju kontinuiran skup.

Funkcija (1.7) opisuje ravni talas. Neka s osa koordinatnog sistema ima pravac impulsa  $\vec{p}$  koji je okrenut od komponenti  $p_x$ ,  $p_y$  i  $p_z$ . U ovom koordinatnom sistemu je  $p_x = p_y = 0$ , te iz (1.7) imamo

$$\phi = Ke^{\frac{i}{\mu}(p_z z - Et)} \quad (1.9)$$

Ovaj izraz odgovara ravnom talasu koji se prostire u pravcu s ose napisan u kompleksnom obliku

$$\phi = K e^{2\pi i \left( \frac{z}{\lambda} - \frac{t}{\tau} \right)} = K [\cos 2\pi \left( \frac{z}{\lambda} - \frac{t}{\tau} \right) + i \sin 2\pi \left( \frac{z}{\lambda} - \frac{t}{\tau} \right)]$$

Funkcija  $\phi$  je periodična u prostoru jer ima iste vrednosti u  $z$  kao i u  $z + \lambda = z + h/p$ . Periodu

$$\lambda = \frac{2\pi t}{P} = \frac{h}{P} \quad (1.10)$$

nazivano talasnom dužinom. Pored periodičnosti u prostoru

$\phi$  je periodična i u vremenu jer ima iste vrednosti za  $t$  i  $t + \tau = t + h/E$ . Ovde je perioda

$$\tau = \frac{2\pi t}{E} = \frac{h}{E}$$

te je frekvencija data sa

$$\nu = \frac{1}{\tau} = \frac{E}{h} \quad (1.11)$$

Prema izloženom vidimo da funkcija stanja čestice sa određenim impulsem i energijom pokazuje osobine ravnog talasa. Prostorna raspodjela gustine je

$$\rho = \phi^* \phi = |K|^2 \quad (1.12)$$

te nema ni govora o lokalizaciji čestice na malom delu prostora. Prema (1.10) vidimo da je talasna dužina utoliko manja ukoliko je impuls veći.

Interesantno je primetiti da je prema (1.11)

$$E = h\nu \quad (1.13)$$

tj. veza između energije i frekvencije je ista kao i u slučaju kvanta elektromagnetskog zračenja.

Brzina prostirenja talasa je

$$c = \nu \lambda = E/p \quad (1.14)$$

i ne podudara se sa klasičnom brzinom čestice  $v = p/\mu$ . Od ovoga je izuzetak foton.

Saznanje da čestice sa masom mirovanja rasličitim od nule imaju talasne karakteristike kao i foton, jeste iznenadjujući rezultat kvantne mehanike koja стоји u suprotnosti sa shvađanjem čestice u klasičnoj mehanici. Ovakvo stanje čestice, opisano sa (1.7) nazivano talasima materije. Luis de Broglie (1924) i Erwin Schrödinger (1926) na osnovu saznanja o talasnoj prirodi materije došli su do jednačina kvantne mehanike. Eksperimentalni dokaz ove teorije dali su Davisson i Germer 1927.-e godine.

Priča Bernu ieras  $\phi^*\phi$  treba tumačiti kao verovatnoću da na nekom mestu nadjemo česticu. Prema tome imenu talase verovatnode. Tako čestice estaju čestice, ali njihovo kretnje u prostoru je određeno talasnou funkcijom.

## 2. PROSTORNO RASEJANJE

Već je Rutherford započeo ispitivati atome rasejavajući na njima alfa čestice. Takva ispitivanja su se pokazala onečuvana za razumevanje interakcije između čestica.

Ako se razmatra neki eksperiment rasejanja, osnovni problem se sastoji u sledećem. Dat je paralelan snop vrlo približno monohromatskih čestica energije  $E$  koji pada na metu (centar za rasejanje), i na njoj se rasejava na sve strane. Keri



Slika 2.1 Rasejanje čestica

se intenzitet rasejanih čestica pod različitim uglovima prema snaru upadnih čestica. Veličina kojom se ovakvo rasejanje karakteriše jeste diferencijalni efikasni presek. Nju uvedimo na sledeći način. Neka je poznata strujna gustina paralelog upadnog snopa  $\delta$  (broj čestica po jedinici površine u jedinici vremena). Postavlja se pitanje, koliko čestica se raseje u jedinici vremena u prostorni ugao  $d\Omega$  karakterisanim uglovima  $\Theta$  i  $\varphi$ .

Broj čestica u sekundi rasejani u prostorni ugao  $d\Omega$ ,  $dN$ , proporcionalan je prostornom uglu i upadnoj strujnoj gustini

$$dN = \sigma(\theta, \varphi) S d\Omega \quad (2.1)$$

ako stavimo

$$\sigma(\theta, \varphi) d\Omega = d\sigma$$

imemo

$$dN = d\sigma S \quad (2.2)$$

Faktor proporcionalnosti u (2.1)  $\sigma(\theta, \varphi) = d\sigma/d\Omega$  naziva se diferencijalni efikasni presek. Ona je brojno jednaka

broju čestica rasejanih u jedinici vremena po jednom centru rasejanja u jedinični prostorni ugao u enerzi ( $\Theta, \Psi$ ) kad je gustom struje upadnog snopa jednaka jedinici. Diferencijalni efikasni presek u opštem slučaju je funkcija pravca (polarni uglovi  $\Theta$  i  $\Psi$ ). Ako nas interesuje raspodela po pravcima nego samo ukupan broj rasejanih čestica u jedinici vremena  $\Sigma$ , onda možemo napisati sledeći odnos

$$\Sigma = \sigma S \quad \sigma = \int d\Omega = \int \Gamma(\Theta, \Psi) d\Omega \quad (2.3)$$

$\Gamma$  je ukupni efikasni presek i on je integral diferencijalnog efikasnog preseka po celom prostornom uglu. Pošto  $\Sigma$  ima dimenziju  $s^{-1}$  a  $S$  dimenziju  $m^{-2} s^{-1}$ , zato  $\Gamma$  ima karakter površine. Jedinica za presek je barn i ona iznosi  $10^{-28} m^2$ . Ako je centar rasejanja kruta sfera onda je prema klasičnoj teoriji broj čestica koja se sudare sa sficom i sa nje odbiju  $\Sigma = r^2 \bar{\kappa} S$ . Prema tome klasični efikasni presek krute sfere je  $r^2 \bar{\kappa} t$  tj. jednak je geometrijskom preseku. Potpun efikasni presek može da bude kako manji tako i veći od geometrijskog preseka. Njegova veličina je karakteristika interakcije koja se javlja izmedju čestice koja se rasejava i centra rasejanja.

Pri elastičnom sudaru ne nastaje nikakva transformacija čestica niti se menja njegovo unutrašnje stanje. U ovom odjelu biće ređi samo o elastičnom rasejanju. U ovom slučaju funkcija stanja je data prema (1.4) sa

$$\phi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) e^{-\frac{i}{\hbar} Et} \quad (2.4)$$

Predpostavimo da je polje koje potiče od centra rasejanja sferno simetrično. Potencijalna energija koja vrši rasejanje je oblika  $U(r)$ .  $\psi(x, y, z)$  je određena stacionarnom Schrödingerovom jednačinom

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{2ME}{\hbar^2} - \frac{2\mu}{\hbar^2} U(r) \psi = 0 \quad (2.5)$$

Ako uvedemo sledeće osnake

$$k = \sqrt{\frac{2ME}{\hbar^2}} \quad V(r) = \frac{2\mu}{\hbar^2} U(r) \quad (2.6)$$

jednačina (2.5) inače sledi oblik

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + k^2 \psi = V(r) \psi \quad (2.7)$$

Ova jednačina ima više rešenja. Nas interesuju ona koja opisuju pozmatrani proces rasejanja. Tražimo takva stanja koja na velikom rastojanju od centra rasejanja sadrže upadni ravni talas i rasejeni sferni talas. Zato ćemo rešenje potpisati u sledećem obliku

$$\psi = e^{ikz} + \eta(r, \theta) \quad (2.8)$$

Ovde prvi član opisuje upadni ravni talas iz preveća negativne s ose. Normiranje funkcije stanja vršimo na taj način što unesemo da je amplituda upadnog talasa jedinica.  $\eta(r, \theta)$  opisuje promenu, rasejanje ravног talasa koju prouzrokuje  $V(r)$ . Upadni talas i polje koje vrši rasejanje je cilindrično simetrično (aksijalna simetrija) oko s ose, i zato funkcija stanja ne zavisi od azimutnog ugla  $\phi$  koji merimo oko s ose.  $\eta(r, \theta)$  na velikom rastojanju od centra rasejanja mora da bude opisuje sferni talas koji se udaljava i zato za asimptotski oblik unesemo sledeće

$$\eta(r, \theta) \sim f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r} \quad (2.9)$$

ako je  $r$  veliko. Zbog toga na velikom rastojanju od centra rasejanja asimptotski oblik funkcije  $\psi$  je sledeći:

$$\psi \sim e^{ikz} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r} \quad (2.10)$$

te je

$$\phi \sim e^{i(kz - \frac{k}{n}t)} + f(\theta) \frac{e^{ikr - \frac{k}{n}t}}{r} \quad (2.10')$$

ako je  $r$  veliko. Prvi član saista predstavlja upadni ravni talas koji je paraleлан sa s oseom a drugi član opisuje sferni talas koji polazi od centra rasejanja koji je smešten u koordinatni početak. Oblik i veličinu funkcije  $f(\theta)$  određuju-

jemo iz jačine i nadina interakcije koji se odvija u okolini centra rasejanja. Funkciju  $f(\theta)$  nazivamo amplitudom rasejanja.

Iz asinptotskog oblika funkcije stanja (2.10') možemo izračunati efikasni presek. Strujna gustina upadnog talasa je

$$s = j_{up} = \frac{\hbar k}{\mu} \quad (2.11)$$

dok je strujna gustina rasejanog talasa

$$j_r = \frac{\hbar k}{\mu r^2} |f(\theta)|^2$$

Element sfere oko centra rasejanja poluprečnika  $r$  koji se vidi pod prostornim uglom  $d\Omega$  je  $d\Gamma = r^2 d\Omega$ . Kroz ovu površinu prolazi

$$d\Gamma = j_r d\Gamma = \frac{\hbar k}{\mu} |f(\theta)|^2 d\Omega \quad (2.12)$$

Čestica. Ako uporedimo (2.2), (2.11) i (2.12) vidimo da možemo staviti

$$d\sigma = |f(\theta)|^2 d\Omega$$

ili

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 = \sigma(\theta, \gamma) \quad (2.13)$$

Prena tunc određivanje diferencijalnog efikasnog preseka rasejanja svedi se na određivanje funkcije  $f(\theta)$  koja se javlja u asinptotskom rešenju.

Celo ponašanje se vrši u sistemu centra mase. Ako želimo predi u laboratorijski sistem to ćemo učiniti na osnovu relacije (I.2.7).

## 2. METODA PARCIJALNIH TALASA

Ovo je metoda za određivanje efikasnog preseka sa slučaj rasejanja u centralnom konservativnom polju sile. Metoda parcijalnih talasa može se primeniti u slučaju sila kratkog doneta (na primer nuklearnih sila). Deo funkcije stanja koji je zavis od koordinata kod elastičnog rasejanja određuje stacionarna Schrödingerova jednačina (2.7).

Funkciju  $\phi$  izrazimo kao sumu stanja sa različitim momentima impulsa, tj. razvijeno u red po svojstvenim funkcijama momenta impulsa, sfernim harmonicima  $Y_l^m(\theta, \varphi)$

$$\phi = e^{-\frac{i}{\hbar} Et} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{l} c_l^m \frac{R_l(r)}{r} Y_l^m(\theta, \varphi) \quad (3.1)$$

gde je sferni harmonik dat sa

$$Y_l^m(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} \frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!} P_l^{|m|}(\cos \theta) e^{im\varphi} \quad (3.2)$$

gde je  $l$  azimutni kvantni broj,  $m$  magnetni kvantni broj a  $P_l^{|m|}$  su Legendre-ovi polinomi.

Radikalnu funkciju  $R_l(r)$  određuje sledeća diferencijalna jednačina

$$\frac{d^2 R_l}{dr^2} + \left[ k^2 - V(r) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] R_l = 0 \quad (3.3)$$

Iz rešenja jednačine (3.3) po  $R_l$  vidimo da sastavino funkcija stanja procesa rasejanja (3.1). To znači da posebno proučavamo rasejanje parcijalnih talasa sa raznim momentima impulsa. Zato ovu metodu nazivamo metodom parcijalnih talasa. Ako se p omeđimo rastojanje na kojem čestica prolazi pored centralnog rasejanja, onda je moment impulsa

$$\mu v_0 P_l = \hbar \sqrt{l(l+1)} \quad (3.4)$$

gde je  $v_0$  brzina a  $\mu$  masa upadne čestice. Za centralni sudar je  $p = 0$  i onda je i  $l = 0$ .

Ukoliko je upadni snop i polje koje vrši rasejanje simetrično oko zase  $\phi$  ne zavisi od azimutnog ugla  $\psi$  i zato se u (3.1) ograničavaju na funkciju  $I_\ell^0(\theta)$ .

$$\Psi(r, \theta) = \sum_{\ell} c_{\ell} \frac{R_{\ell}(r)}{r} I_{\ell}^0(\theta) \quad (3.5)$$

Slededi zadatak je izrađivanje koeficijenata  $c_{\ell}$ . U tom cilju posmatrajmo asimptotski oblik funkcije  $R_{\ell}$  koja je određena sa (3.3). Kada  $r$  teži beskonačnosti, potencijal rasejanja  $U(r)$  jako teži nuli i zato je asimptotski oblik jednačine (3.3)

$$\frac{d^2 R_{\ell}}{dr^2} + k^2 R_{\ell} = 0$$

Potpuno rešenje ove diferencijalne jednačine je

$$R_{\ell}^a = A_{\ell} \sin(kr + B_{\ell})$$

Radi jednostavnijeg računanja umesto  $B_{\ell}$  uvedimo izraz

$$\delta_{\ell} = B_{\ell} + \ell\pi/2$$

gde je  $\delta_{\ell}$  fazni pomak.  $A_{\ell}$  odaberimo tako da je  $k^{-1}$ . Na taj način za asimptotski oblik radijalne funkcije imamo

$$R_{\ell}^a = k^{-1} \sin(kr + \delta_{\ell} - \ell\pi/2) \quad (3.6)$$

a cela funkcija (3.5) pak ima oblik

$$\begin{aligned} \Psi^a(r, \theta) &= \sum_{\ell} c_{\ell} \frac{\sin(kr + \delta_{\ell} - \ell\pi/2)}{kr} I_{\ell}^0(\theta) = \\ &= \sum_{\ell} \frac{c_{\ell}}{2ik} \left[ \frac{e^{ikr}}{r} e^{i(\delta_{\ell} - \ell\pi/2)} - \frac{e^{-ikr}}{r} e^{-i(\delta_{\ell} - \ell\pi/2)} \right] I_{\ell}^0(\theta) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Funkcija stanja  $\Psi$  opisuje proces rasejanja koji nas interesuje onda kada se njegov asimptotski oblik podudara sa (2.10). Zato asimptotski izraz (3.7) mora biti svedljiv na sledeći oblik:

$$\Psi^a(r, \theta) = e^{ikr} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r} = e^{ikr} \cos \theta + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r} \quad (3.8)$$

Da bi lakše uporedili (3.7) i (3.8) razvijmo u red izraz  
 $e^{ikr} \cos \theta$

po sfernim harmonicima  $Y_e^0(\theta)$

$$e^{ikr} \cos \theta = \sqrt{4\pi} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sqrt{2\ell+1} e^{i\ell\pi/2} \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} J_{\ell+1/2}(kr) Y_e^0(\theta) \quad (3.9)$$

gde  $J_{\ell+1/2}$  označava Besselovu funkciju. Pošto nas (3.8) interesuje u slučaju kad r teži beskonačnosti, u relaciji (3.9) odmah koristimo asimptotski oblik Besselove funkcije

$$J_{\ell+1/2}(kr) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} \sin(kr - \ell\pi/2)$$

Ovo zamenjujemo u (3.9) a sve zatim u (3.8). Zatim se izjednači (3.7) sa (3.8) i na taj način dobijamo

$$f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r} = \frac{1}{r} \left\{ \left[ c_\ell e^{i(\delta_\ell - \ell\pi/2)} - \sqrt{4\pi(2\ell+1)} \right] \frac{e^{ikr}}{2kr} - \left[ c_\ell e^{-i(\delta_\ell - \ell\pi/2)} - \sqrt{4\pi(2\ell+1)} i^\ell \right] \frac{e^{-ikr}}{2kr} \right\} Y_e^0(\theta) \quad (3.10)$$

Zavisnost desne strane od r odgovaraće levoj strani, tj. asimptotski oblik (3.5) onda će pored upadnog ravnog talasa sadržavati i izlazni sferni talas, ako odgovarajućim isborom koeficijenta  $c_\ell$  u (3.10)  $r^{-1} e^{-ikr}$  daje nulu

$$c_\ell = \sqrt{4\pi(2\ell+1)} i^\ell e^{i\delta_\ell} \quad (3.11)$$

Začna funkcija stanja za proces rasenjanja može se napisati na osnovu diferencijalne jednačine (3.3), čija se rešenja R(r) normiraju tako da odgovaraju asimptotskom obliku (3.5)

$$\Psi(r, \theta) = \sqrt{4\pi} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sqrt{2\ell+1} i^\ell e^{i\delta_\ell} \frac{R_\ell}{r} Y_e^0(\theta) \quad (3.12)$$

Na osnovu gornjeg izlaganja osigurano je da ova funkcija obvezno uzima asimptotski oblik (2.10). Oblik funkcije  $f(\theta)$ , koja figuriše u talasnoj funkciji rasejanog talasa, može se pročitati iz (3.10) uzimajući u obzir (3.11)

$$f(\theta) = \frac{\sqrt{\pi}}{ik} \sum_{l=0}^{\infty} \sqrt{2l+1} (e^{2i\delta_l} - 1) Y_l^0(\theta) \quad (3.13)$$

Diferencijalni efikasni presek je onda

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma(\theta) = |f(\theta)|^2 = \frac{\pi}{k^2} \left| \sum_{l=0}^{\infty} \sqrt{2l+1} (e^{2i\delta_l} - 1) Y_l^0(\theta) \right|^2 \quad (3.14)$$

Istražunajmo ukupni efikasni presek. Pošto su svejstvene funkcije momenta impulsa  $Y_l^0(\theta)$  normirane, tj.

$$\int Y_l^0(\theta) Y_{l'}^0(\theta) d\Omega = \delta_{ll'} = \begin{cases} 0 & \text{za } l \neq l' \\ 1 & \text{za } l = l' \end{cases}$$

nalažimo da je

$$\sigma = \int d\sigma = \int \sigma(\theta) d\Omega = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \left| e^{2i\delta_l} - 1 \right|^2 \quad (3.15)$$

i konačno

$$\sigma = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \sin^2 \delta_l \quad (3.16)$$

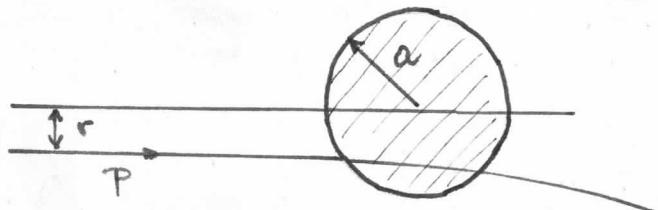
Prema tome diferencijalni i ukupni efikasni presek nađimo na sledeći način. Diferencijalnu jednačinu (3.3) rešimo za svaku  $l$ . Iz asimptotskog rešenja na osnovu (3.6) određeno vrednosti faznih konstanti i njih zamenujemo u (3.14) i (3.16).  $\delta_l$  su funkcije k tj. energije. Iz obrazaca za efikasne preseke vidimo da se parcijalni talas sa momentom  $l$  rasejava onda kada je  $\delta_l \neq 0$ .

Svaki od članova (3.16) predstavlja "parcijalni" efikasni presek  $\sigma_l$  za rasejanje čestica sa datim orbitalnim momentom impulsa  $l$ . Maksimalna moguća vrednost tog preseka iznosi

$$\sigma_{l \max} = \frac{4\pi}{k^2} (2l+1) \quad (3.17)$$

Broj čestica rasejanih sa momenom  $\ell$ , može ići četiri puta veći broj od broja takvih čestica u upadnom fluksu. Ta okolnost predstavlja disto kvantni efekat koji je povezan sa interferencijom rasejanih i nerasejanih čestica.

Izvršimo analizu fuznih posaka. Kao što je pokazano efikasni presek se može izraziti pomoću faza  $\delta_\ell$  kojih ima beskonačno mnogo jer  $\ell$  može imati vrednosti  $0, 1, 2, \dots$ . To znači da će metoda parcijalnih telosa biti pogodna za računanje samo onda kada je dovoljno poznавanje mali broj faza. Ako je nužno poznavati veliki broj faza onda ovu metodu ne moramo da koristimo. Na osnovu poluklasičnih argumentata se lako može oceniti broj potrebnih faza. Neka potencijal deluje unutar područja radijusa  $a$ . Ako sa  $p$  osnažimo impuls čestice onda je  $L = pr$  klasični moment impulsa čestice u odnosu na centar rasejanja. Udaljenost  $r$  je najmanja udaljenost između čestice i centra rasejanja za slučaj da potencijal izbačava. Do



Slika 3.1 Rasejanje čestica impulsa  $p$  na potencijalu dometa  $a$

rasejanja može dodi samo za  $r < a$ , te se rasejavaju samo one čestice čiji je moment  $L < pa$ . Zamenimo li za  $L$  kvantni rezultat  $\sqrt{e(e+1)}\hbar \approx e\hbar$  a za impul  $p = \hbar k$ , dobijamo da se smatra rasejavaju samo momenti  $\ell \leq ka$ . To znači da ne moramo računati faze  $\delta_\ell$  za  $\ell > ka$ . Merodavna veličina je dakle  $ka$ , a ona varira sa energijom i dometom potencijala. Kod niskih energija i potencijala malog dometa, kao što su nuklearni potencijali, dovoljno je imati samo nekoliko prvih faza. U graničnom slučaju, kada su energije tako niske da je ispunjen uslov  $ka \ll 1$ , možemo se ograničiti samo na prvu fazu  $\delta_0$ . U tom slučaju diferencijalni efikasni presek (3.16) je isotropan, tj. raseja-

nje ne zavisi od ugla

$$\sigma = \frac{4\pi}{k^2} \sin^2 \delta_0 \quad \tau(\theta) = \frac{\sin^2 \delta_0}{k^2} \quad (3.18)$$

Na primer za slučaj rasejanja neutron proton ova aproksimacija je dozvoljena do približno 10MeV u laboratorijskom sistemu. Za veće energije moramo računati doprinos faza  $\delta_1, \delta_2$  itd. Uticaj ovih viših faza više dolazi do izražaja u diferencijalnom nego u ukupnom efikasnom preseku.

Premda tenu diferencijalni efikasni presek ne zavisi od  $\Theta$ . Zato je karakteristika rasejanja čestica sa niskim energijama ta, da je rasejanje u svim pravcima jednako verovatno, te je zato ovo isotropni način rasejanja. Ovo sledi iz centralne prirode sudara.

Obrazac (3.18) omogućuje jednostavan način raspravljanja rasejanja čestica sa niskim energijama. Na taj način metoda parcijalnih talasa dopunjuje Bornovu metodu, koja se primenjuje u slučaju velikih energija i u kojoj će biti ređi kasnije.

Određivanje efikasnog preseka svelo se na određivanje fazne konstante  $\delta_0(k)$ . Naročito je jednostavno izračunati faznu konstantu u slučaju rasejanja na krutoj sferi. Neka je poluprečnik sfere  $a$ . Iz tog  $U = \infty$  je za  $r < a$   $R_0 = 0$ , dok u oblasti  $r > a$   $R_0$  zadovoljava sledeću stacionarnu Schrödingerovu jednačinu

$$\frac{d^2 R_0}{dr^2} + k^2 R_0 = 0$$

sa graničnim uslovima

$$R_0(a) = 0$$

Regularno rešenje je

$$R_0 = k^{-1} \sin k(r - a)$$

Odgovarajuće vidimo da je vrednost fazne konstante  $\delta_0 = -ka$ . Ukupni efikasni presek prema (3.18) je

$$\sigma = \frac{4\pi}{k^2} \sin^2 ka$$

Ukoliko energija rasejanja čestice teži nuli (tj. ako je talasna duljina čestice mnogo veća od poluprečnika sfere) onda je

$$\frac{n \pi r^2}{\lambda} \rightarrow 1$$

i tako imamo da je

$$\sigma \rightarrow 4\pi r^2$$

Treba obratiti pažnju na to da kvantna mehanika za efikasnji presek krute sfere, za rasejanje miltne energije, daje četiri puta veću vrednost od geometrijskog preseka.

#### 4. OPERATOR RASJAJA

Amplituda rasejanja  $f(\theta)$  u preizvoljnom polju zadovoljava odredjene relacije koje su posledice općih fizičkih zakona.

Asimptotski oblik talasne funkcije na velikim rastojanjima pri elastičnom rasejanju u preizvoljnom polju prema (2.10) ima sledeći oblik:

$$\Psi \sim e^{ikr \vec{n} \cdot \vec{n}'} + r^{-1} f(\vec{n}, \vec{n}') e^{ikr} \quad (4.1)$$

Ovde amplituda rasejanja zavisi od orientacije dva jedinična vektora - u smjeru nalaženja čestice ( $\vec{n}$ ) i u smjeru rasejanja ( $\vec{n}'$ ), a ne samo od ugla među njima.

Na koja linearna kombinacija funkcija oblika (4.1) sa različitim orijentacijama nalaženja  $\vec{n}$  takođe predstavlja neki mogući proces rasejanja. Funkcije (4.1) možemo preizvoljnim koeficijentima  $P(\vec{n})$  i integralizmo po svim pravcima  $n$  (element prostornog ugla  $d\Omega$ )

$$\left\{ P(\vec{n}) e^{ikr \vec{n} \cdot \vec{n}'} d\Omega + r^{-1} e^{ikr} \right\} = P(\vec{n}) f(\vec{n}, \vec{n}') d\Omega \quad (4.2)$$

Pošto je rastojanje  $r$  preizvoljno veliko, to je  $e^{ikr \vec{n} \cdot \vec{n}'}$  brzo oscilujuća funkcija pravega pronenljivog vektora  $\vec{n}'$ . Vrednost integrala određuje se uglavnom prema oblastima blizu onih vrednosti  $\vec{n}'$ , za koju eksponent ima ekstremum ( $\vec{n}' = \pm \vec{n}$ ). U svakoj od tih oblasti je  $P(\vec{n}') = P(\pm \vec{n})$  može se izneti ispred integrala, te imamo

$$2\pi i P(-\vec{n}') \frac{e^{-ikr}}{kr} = 2\pi i P(\vec{n}') \frac{e^{ikr}}{kr} + \frac{e^{ikr}}{r} \left\{ f(\vec{n}, \vec{n}') P(\vec{n}) d\Omega \right\}$$

ili u operatorskom obliku (iscostavljajući činilac  $2\pi i/k$ ) imamo

$$\frac{e^{-ikr}}{r} P(-\vec{n}') = \frac{e^{ikr}}{r} \hat{S} P(\vec{n}') \quad (4.3)$$

gde je

$$\hat{S} = 1 + 2ik \hat{f} \quad (4.4)$$

a  $\hat{f}$  integralni operator

$$\hat{f} P(\vec{n}') = \frac{1}{4\pi} \int f(\vec{n}, \vec{n}') P(\vec{n}) d\Omega \quad (4.5)$$

Opreteor  $\hat{S}$  se naziva operator rasejanja ( $\hat{S}$  matrica) i prvi put ga je uveo W. Heisenberg (1933).

Smисло  $\hat{S}$  matrice možemo videti iz sledećeg primera. Posmatrajmo na kakav proces rasejanja. U početku interakcije imamo definisano početno stanje. Usled interakcije to stanje se menja. Tu promenu opisuje funkcija  $\phi(t)$ . Rađanje ove funkcije je veoma komplikovano. Eksperimentator se ne mogu pratiti promene koje se odigravaju u kratkom vremenskom intervalu i u veoma malom delu prostora. Kemijski instrumenti nam registruju krajnje stanje sistema posle interakcije. Heisenberg je ukazao na to da za analizu procesa rasejanja nije od bitnog značaja praćenje promene funkcije  $\phi(t)$  u vremenu, već je osnovno odrediti  $\hat{S}$  matricu. Verovatnoća da interakcija doveđe čestice iz nekog početnog stanja  $\Psi_i$  u neko konacno stanje  $\Psi_f$  jeste

$$w(i \rightarrow f) = |S_{if}|^2$$

gde su  $S_{if}$  elementi  $\hat{S}$  matrice. Prema tome  $\hat{S}$  matrica opisuje promenu u stanju čestica koju preuzimaju interakcija.

U relaciji (4.3) prvi član predstavlja talas koji konvergira prema centru, a drugi talas koji divergira od centra. Jednakost flukseva čestica konvergentnog i divergentnog talasa izražava održavanje broja čestica pri elastičnom rasejanju. Prema tome ta dva talasa moraju biti jednakog normiranog. Zato operator  $\hat{S}$  mora biti unitaran, tj.

$$\hat{S} \hat{S}^* = 1 \quad (4.6)$$

Sen toga  $\hat{S}$  matrica je i simetrična matrica

$$\hat{S} = \hat{S}^*$$

Ako u (4.6) smenimo (4.4) imamo

$$\hat{f} - \hat{f}^* = 2ik \hat{f} \hat{f}^* \quad (4.7)$$

Uzimajući u obzir (4.5) uslov unitarnosti rasejanja ima oblik

$$f(\vec{n}, \vec{n}^*) - f^*(\vec{n}^*, \vec{n}) = \frac{ik}{\pi} \left\{ f(\vec{n}, \vec{n}^*) f^*(\vec{n}^*, \vec{n}^{**}) \right\} d\Omega^{**} \quad (4.8)$$

Za  $\vec{n} = \vec{n}^*$  (znači  $\Theta = 0$ ) integral na desnoj strani je ukupni efikasnji presek

$$\Gamma = \int |f(\vec{n}, \vec{n}^*)|^2 d\Omega^{**}$$

U tom slučaju razlika na levoj strani svedi se na imaginarni deo amplitude

$$f(\vec{n}, \vec{n}) = f(0)$$

Tako nalazimo opštu formulu koja daje relaciju između ukupnog efikasnog preseka elastičnog rasejanja i imaginarnog deoa amplitude rasejanja za null ugao

$$\operatorname{Im} f(0) = \frac{k}{4\pi} \Gamma \quad (4.9)$$

Ovo je tka. optička teorema.

Iz uslova unitarnosti S matrice došli smo do optičke teoreme. Iz istog uslova zaključujemo da svojstvene vrednosti S matrice moraju imati sledeći oblik

$$S_e = e^{2i\delta_e} \quad (4.10)$$

gde je  $\delta_e$  realna veličina. Te veličine se poklapaju sa fuznim ponorajima talasnih funkcija koje su uvedene u odjeljku 3.

## 5. REZONANTNO RASEJALJE

### 5.1 Elastično rezonantno rasejanje

"Parcijalne amplitude rasejanja" definišu se kao koeficijenti reda

$$f(\theta) = \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) f_{\ell}(k) P_{\ell}(\cos \theta) \quad (5.1)$$

i one predstavljaju amplitudu rasejanja  $\ell$ -tog parcijalnog talasa. Ako u (3.2) stavimo  $m = 0$  inačeeno sa  $I_{\ell}^0(\theta, \varphi)$  sledi izraz

$$I_{\ell}^0(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{2\ell + 1}{4\pi}} P_{\ell}(\cos \theta) \quad (5.2)$$

Ako ovu vrednost smenimo u (3.15) inačeeno sledeći izraz sa amplitudu rasejanja

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1)(e^{2i\delta_{\ell}} - 1) P_{\ell}(\cos \theta) \quad (5.3)$$

Uporedjenjem (5.1) i (5.3) i usimajudi u obzir (4.10) inačeeno na parcijalnu amplitudu rasejanja

$$\begin{aligned} f_{\ell}(k) &= \frac{1}{2ik} (e^{2i\delta_{\ell}} - 1) = \frac{1}{2ik} (S_{\ell} - 1) = \\ &= \frac{1}{k(\cot \delta_{\ell} - 1)} \end{aligned} \quad (5.4)$$

dok će parcijalni efikasni presek biti dat sa relacijom

$$\Gamma_{\ell} = 4\pi (2\ell + 1) |f_{\ell}(k)|^2 \quad (5.5)$$

Ako uvedemo oznaku

$$\varepsilon = \cot \delta_{\ell} \quad (5.6)$$

iz (5.4) inačeeno

$$P_{\ell}(k) = k f_{\ell}(k) = \frac{1}{\varepsilon - 1} \quad (5.7)$$

Grafički amplitudu elastičnog rasejanja predstavljeno u kompleksnoj ravni

$$x = \operatorname{Re} F_\ell \quad y = \operatorname{Im} F_\ell$$

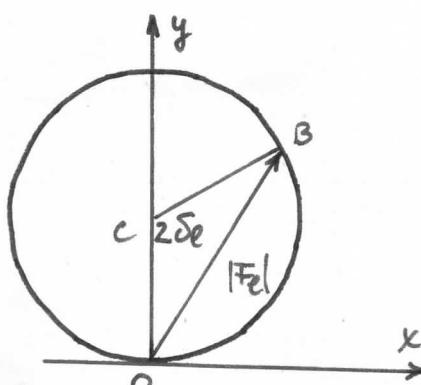
Onda je

$$x = \frac{1}{2} \sin 2\delta_\ell = \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 + 1}, \quad y = \sin^2 \delta_\ell = \frac{1}{\varepsilon^2 + 1}$$

pa je

$$x^2 = (1 - y)y$$

a to je krug čiji se centar nalazi u  $x = 0$  i  $y = 1/2$  sa poluprečnikom  $1/2$ .



Slika 5.1 Grafički prikaz amplitude rasejanja kod elastičnih procesa

Veličina  $F_\ell$  je prikazana tetivom kruga, povućenom od koordinatnog početka do tačke koja se kreće po obimu sa promenom  $\delta_\ell$ . Položaj tačke B zavisi od energije. Tetiva obuhvata ugao  $2\delta_\ell$  u tački  $C(0, 1/2)$ . Makininalna vrednost od  $F_\ell$  je jedinica, za  $\cot \delta_\ell = 0$  ili  $\delta_\ell = \pi/2$ , i ta vrednost je vezana sa rezonantno rasejanje. Prema tome rezonancu imamo kada fazi ponak prolazi kroz  $90^\circ$ .

### 5.1 Zavisnost efikasnog preseka od energije

Rasejanje sporih čestica, kada je  $k \ll l$ , potrebno je zbog specijalnih efekata posebno razmotriti. Neka se spore čestice rasejavaju u polju privlačenja i neka u diskretnom spektru negativnih nivoa energije postoji s stanje ( $\ell = 0$ ) sa energij-

jom koja je mala u odnosu na veličinu polja  $U$  u granicama r-a dijusa njegovog dejstva a. Taj nivo neka je dat sa  $\epsilon$  ( $\epsilon < 0$ ). Energija čestice koja se rasjaja  $E$ , pošto je mala, blizu je nivoa  $\epsilon$  te se nalazi skoro u rezonanci sa njim, što dovodi do snatnog povećanja efikasnog preseka.

Ako u jednačinu (5.5) stavimo  $\ell = 0$  i uvedene smenu  $\chi = rR_0$ , inace

$$\chi'' + \frac{2\mu}{\hbar^2} [E - U(r)] \chi = 0$$

zbog uslova  $k \ll 1$  u oblasti  $r \sim a$  može se  $E$  zanemariti

$$\chi'' - \frac{2\mu}{\hbar^2} U(r) \chi = 0 \quad (5.8)$$

dok u oblasti  $r \gg a$  može se zanemariti  $U$

$$\chi'' + \frac{2\mu}{\hbar^2} E \chi = 0 \quad (5.9)$$

Rešenja ovih dveju jednačina morale bi biti jednakе za neke  $r_1$  ( $1/k \gg r_1 \gg a$ ). Uslov isjednačenja rešenja sastoji se u kontinuitetu oznaka  $\chi'/\chi$ . Ona može imati sledeći oblik

$$\left. \frac{\chi'}{\chi} \right|_{r \rightarrow 0} = -\delta l \quad (5.10)$$

gde je  $\delta l$  konstanta koja ne zavisi od  $E$  pa isti uslov mora vađiti i za rešenje za male negativne energije  $E = -|\epsilon|$ . Za ovu energiju iz (5.9) imamo

$$\chi = \text{const. } e^{-r \sqrt{2\mu |\epsilon|} / \hbar}$$

a smena ovoga u (5.10) kazuje da je  $\delta l$  pozitivna veličina koja je jednaka

$$\delta l = \frac{2\mu |\epsilon|}{\hbar} \quad (5.11)$$

Primenimo granični uslov (5.10) na talačnu funkciju slobodnog kretanja

$$\chi = \text{const. } \sin(kr - \delta_0)$$

koje je opšte rešenje (5.9) sa  $E > 0$ . Tako se sa fazu dobija

$$\cot \delta_0 = - \frac{\mu}{k} = - \sqrt{\frac{|\Sigma|}{E}} \quad (5.12)$$

Odgavde se vidi da faza mora biti mala veličina jer  $E$  ne mora biti mala u odnosu na  $|\Sigma|$  ved samo mora zadovoljavati uslov  $\cot \delta_0 \ll 1$ .

Faze  $\delta_\ell$  za  $\ell \neq 1$  ostaju male, te se u amplitudi rasejanja mogu zanemariti svi članovi sa  $\ell \neq 0$ . Stavljujući zato  $\delta_\ell = \delta_0$  u (5.4) imamo

$$f \approx \frac{1}{2ik} (e^{2i\delta_0} - 1) = \frac{1}{k(\cot \delta_0 - 1)} \quad (5.13)$$

Prema (5.12) je

$$\mu = - k \cot \delta_0$$

te je

$$f = - \frac{1}{\mu + ik} \quad (5.14)$$

Tako na osnovu (2.13) sa ukupni efikasni presek imamo

$$\Gamma = 4\pi f^2$$

jer je

$$\int d\Omega = 4\pi \text{ sterad.}$$

Konačno je prema tome

$$\Gamma = \frac{4\pi}{\mu^2 + k^2}$$

Smenom vrednosti za  $\mu$  i  $k$  iz (5.11) i (2.6) imamo

$$\Gamma = \frac{2\pi \frac{k^2}{\mu}}{\mu} \frac{1}{E + |\Sigma|} \quad (5.15)$$

Prema tome presek elastičnog rasejanja zavisi od energije i u oblasti rezonancije ( $E \approx |\Sigma|$ ) je veliki u odnosu na kvadrat radijusa dejstva polja,  $a^2$ .

### 5.3 Breit-Nijmerova formula

Sistem koji je u stanju da se raspada ne poseduje diskretni spektar energija. Čestica koja iz njega pri raspodu izlazi u beskonačnost. Zbog toga je kretanje infinitno, pa je zbog toga energetski spektar kontinualan. Međutim može se dogoditi da je verovatnoća raspadanja sistema vrlo mala. Najprestiji primer te vrste predstavlja čestica koja je okružena dovoljno visokom i širokom potencijalnom barijerom. Izvor nestabilnosti stanja može biti i neophodnost promene spina sistema pri raspodnju koji se ostvaruje na račun slabe spin orbitalne sprege (interakcije).

Za takve sisteme sa malom verovatnoćom raspada može se uvesti pojam "kvazistacionarnih stanja" u kojima se čestice kreću u toku dugačeg vremena "unutar sistema". Sistem napušta takvo stanje samo po isteku snažnog vremenskog intervala  $\tau$  koji se može nazvati "dužina života" datog gotovo stacionarnog stanja ( $\tau \sim 1/w$ , gde je  $w$  verovatnoća raspadanja u jedinici vremena). Energetski spektar tih stanja biće "kvazidiskretn", on se sastoji iz niza raspinutih nivoa čija je širina  $\Gamma$  povezana sa dužinom života poseću relacije

$$\Gamma \sim \frac{k}{\tau}$$

Širine kvazidiskretnih nivoa su male u poređenju sa rastojanjima među njima.

Pri razmatranju kvazistacionarnih stanja može se primeniti sledeći formalni metod. Tražimo takva rešenja Schrödingerove jednačine koja u beskonačnosti predstavljaju divergentni sferni talas.. To odgovara česticama koja izlaze iz sistema pri njegovom raspadanju. Zbog toga što je takav granični uvlov kompleksan ne može se tvrditi da svojstvene vrednosti energije moraju biti realne. Kao rešenje Schrödingerove jednačine dobijemo skup kompleksnih vrednosti koje možemo pisati u sledećem obliku

$$E = E_R - \frac{i\Gamma}{2} \quad (5.16)$$

gde su  $E_R$  i  $\Gamma$  dve pozitivne veličine.

Fizički smisao kompleksnih vrednosti energije sastoji se u sledećem. Vremenski činilac talasne funkcije kvazistacionarnog stanja ima oblik

$$\frac{\frac{1}{\hbar} Et}{e} = e^{-\frac{1}{\hbar} E_R t} = e^{-\frac{\Gamma}{2\hbar} t}$$

Premda tona sve vrednosti verovatnoće koje se definišu kvadratima modula talasne funkcije amortisuju se u toku vremena po zakonu

$$-\frac{\Gamma_i}{\hbar}$$

Po tom zakonu amortisuju se u toku vremena i verovatnoće neizlaskača čestice "unutar sistema".

Na taj način  $\Gamma$  određuje dužinu života stanja. Verovatnoća raspada u jedinici vremena iznosi

$$w = \frac{\Gamma}{\hbar} \quad (5.17)$$

Analitičkim rasmatranjem radijalnog dela talasne funkcije dobija se sledeći izraz za vrednosti faze  $\delta_e$  u oblasti rezonance

$$\delta_e = \arctg \frac{\frac{1}{2} \Gamma_e}{E_R - \hbar} \quad (5.18)$$

Odavde se vidi da se pri prolasku kroz celu oblast rezonance (od  $E \ll E_R$  do  $E \gg E_R$ ) faza menja sa  $\pi$ .

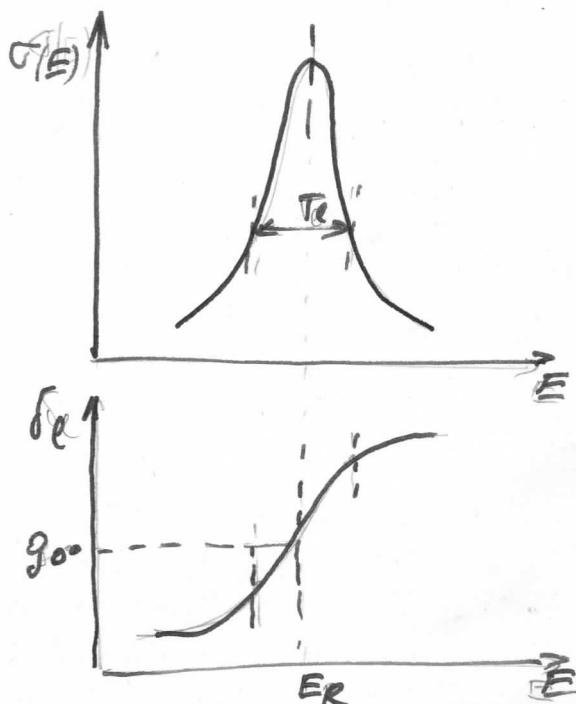
Amplituda rasejanja u oblasti rezonance sa datom  $\ell$  inče- de onda sledeću vrednost

$$f_\ell(k) = \frac{1}{\hbar} \frac{\Gamma_e/2}{(E_R - \hbar) - i\Gamma_e/2} \quad (5.19)$$

Na taj način ukupni efikasni presek će biti

$$\Gamma_\ell(E) = \frac{4\pi}{k^2} (2\ell+1) \frac{(\Gamma_e/2)^2}{(E_R - E)^2 + (\Gamma_e/2)^2} \quad (5.20)$$

Ovo je Breit Wignerova formula. Zavisnost efikasnog preseka i fajnog ponaka od energije dati su na sledećim slikama.



Slika 6.1 Pojava rezonance u efikasnom preseku i ponerenju faze

Kao što vidimo rezonancija podseća na vezana stanja. Čestica koja upada sa energijom rezonance  $E_R$  mnogo duže se zadržava u polju potencijala nego u slučaju drugih energija  $E$ . Zato se i može govoriti o kvazistacionarnom stanju. Vesa između širine rezonance  $\Gamma_c$  i ovog vremena zadržavanja u polju potencijala  $\tau$  je na osnovu relacije neodredjenosti sledeća

$$\Gamma_c \tau = t_c$$

U nuklearnoj fizici i fizici visokih energija detaljno posmatranje rezonance omogućuje upoznavanje strukture amplitude rasejanja a te pak omogućuje upoznavanje interakcije koja dovodi do rasejanja. Na primer pri rasejanju piona na protonu talas  $\ell = 1$  pokazuje veliki rezonantni maksimum ako kinetička energija iznosi oko 200 MeV, dok fazno ponaranje iznosi  $90^\circ$ . Širina rezonancije je  $\Gamma_{\ell=1} = 120$  MeV, što ukazuje na to da pion i proton obrazuju "stabilan sistem" čiji je život oko  $10^{-23}$  s.

## 6. ELASTIČNI I NEELASTIČNI MIKROSKI PRESEK

Ukoliko su sudari pradjeni proučenom unutrašnjeg stanja čestica koje se sudaraju, nazivamo ih neelastičnim. Pri takvim sudarima može doći do eksitacije ili ionizacije atoma, eksitacije ili raspadanja jenzgra, pa čak i do prenene same vrste čestica. Ovakve sudare predstavljaju i nuklearne reakcije. Ukoliko takva reakcija može biti pradžena različitim processima, kažemo da postoji različiti kanali reakcije.

Ukoliko postoji različiti kanali reakcije, asimptotski izras talasne funkcije sistema čestica koji se sudaraju predstavlja sumu u kojem svakon kanalu odgovara jedan član. Međutim je i član koji opisuje čestice u početnom neproučenljivom stanju. Taj član je proizvod talasnih funkcija unutrašnjeg stanja čestica i funkcija kojim se opisuje njihovo relativno kretanje. Ovu poslednju funkciju obeležimo sa  $\Psi$  i tražimo njegov asimptotski oblik. Kada postoji neelastični kanali sudaara amplituda divergentnog talasa mora biti manja od amplitude konvergentnog talasa. Asimptotski izras možemo prikazati u sledećem obliku:

$$\Psi = \frac{1}{2kr} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) P_\ell(\cos \theta) (i^\ell e^{-ikr} - S_\ell e^{ikr}) \quad (6.1)$$

Međutim ovde  $S_\ell$  nisu dati sa (4.10) već predstavljaju neke veličine sa modulima manjim od jedinice, te se oni mogu predstaviti kao

$$S_\ell = S_{\ell 1} = \gamma_\ell e^{2i\delta_\ell} \quad (6.2)$$

gde je  $\gamma_\ell$  manji od jedinice i pokazuje koji deo od rasejanja ostaje elastičan. Ukoliko imamo neelastične kanale reakcije njih karakterišene novim elementima S matrice  $S_{in,1} * S_{in,2} * \text{itd.}$  Njihov broj je jednak broju mogućih neelastičnih kanala. Ovi elementi predstavljaju imaginarni deo S matrice. Zakon održanja verovatnoće nam daje uslov normiranja u sledećem obliku:

$$|S_{el}|^2 + \sum_{x=1}^k |S_{in,x}|^2 = 1$$

Iz uslova normiranja dobijamo

$$\eta_e^2 = 1 - \sum_{x=1}^k |S_{in,x}|^2 \quad (6.3)$$

Odgavde vidimo da je  $\eta_e$  odredjen neelastičnim procesima.

Amplituda elastičnog rasejanja u ovom slučaju će biti

$$f(\Theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1)(S_{el} - 1) P_\ell(\cos \Theta) \quad (6.4)$$

dok je parcijalna amplituda rasejanja data sa

$$f_\ell(k) = \frac{S_{el} - 1}{2ik} = \frac{\eta_e e^{2ik\delta_\ell} - 1}{2ik} \quad (6.5)$$

Za ukupni presek elastičnog dela rasejanja inačene umesto (5.15) sledeću relaciju

$$\sigma_{el} = \frac{\pi}{k^2} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) |1 - S_{el}|^2 \quad (6.6)$$

Presek reakcije (apsorbcije, neelastičnog dela rasejanja)  $\sigma_{in}$  po svim mogućim kanalima isto se može izraziti pomoću veličine  $S_{el}$ . Treba samo znati da je za svaku vrednost  $\ell$  intenzitet divergentnog talasa u poređenju sa intenzitetom konvergentnog talasa oslabjen u odnosu  $|S_{el}|^2$ . Do slabjenja doći će iskljičivo zbog neelastičnih procesa u rasejanju. Tako inačeno da je ukupni efikasni presek neelastičnih rasejanja došao sa

$$\sigma_{in} = \frac{\pi}{k^2} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) (1 - |S_{el}|^2) \quad (6.7)$$

Totalni presek će biti

$$\sigma_{tot} = \sigma_{el} + \sigma_{in} = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) (1 - \operatorname{Re} S_{el}) \quad (6.8)$$

Pojedini parcijalni efikasni preseci rasejanja sa određenu vrednošću momenta  $\ell$  imaju sledeći oblik

$$\begin{aligned}\Gamma_{el}^{(\ell)} &= \frac{\pi}{k^2} (2\ell+1) |1 - S_{el}|^2 \\ \Gamma_{in}^{(\ell)} &= \frac{\pi}{k^2} (2\ell+1) (1 - |S_{el}|^2) \\ \Gamma_{tot}^{(\ell)} &= \frac{2\pi}{k^2} (2\ell+1) (1 - R_e S_{ee})\end{aligned}\quad (6.9)$$

Priču gornjim relacijama vidimo da vrednost  $S_{el} = 1$  (kada je  $\ell > ka$ ) odgovara potpunom odsustvu rasejanja, dok slučaj  $S_{el} = 0$  (kada je  $\ell \leq ka$ ) odgovara potpunoj apsorbaciji čestice sa datim momentom  $\ell$ . Pri tome je

$$\Gamma_{el} = \Gamma_{in} = \frac{\pi}{k^2} \sum_{\ell=0}^{\ell_{max} \approx ka} (2\ell+1) \approx \pi a^2 \quad (6.10)$$

a parcijalni preseci

$$\Gamma_{el}^{(1)} = \Gamma_{in}^{(1)} = \frac{\pi}{k^2} (2\ell+1) = \Gamma_0 \quad (6.11)$$

tj. preseci elastičnog i neelastičnog rasejanja su jednaki, što znači da je svaka čestica koja padne na metu apsorbovana. To je tzv. slučaj crne jame.

Za datu vrednost  $\Gamma_{in}^{(\ell)}$  parcijalni presek elastičnog rasejanja može imati vrednosti u intervalu

$$\sqrt{\Gamma_0} - \sqrt{\Gamma_0 - \Gamma_{in}^{(\ell)}} \leq \sqrt{\Gamma_{el}^{(\ell)}} \leq \sqrt{\Gamma_0} + \sqrt{\Gamma_0 - \Gamma_{in}^{(\ell)}}$$

gde je  $\Gamma_0$  data relacijom (6.11)

Kada je  $\Gamma_{in}^{(\ell)}$  različito od nule onda mora biti različito od nule takođe i  $\Gamma_{el}^{(\ell)}$ , tj. postojanje neelastičnih kanala reakcije stalno dovodi do istevremenog postojanja i elastič-

nih kanala. Druga rečima elastično rasejanje je posledica neelastičnog.

Ako uzmemo  $f(\theta)$  iz (6.4) za  $\theta = 0$  i uporedimo ga sa izrazom (6.8), dobijamo

$$Im f(0) = \frac{k}{4\pi} \bar{\Gamma}_{tot} \quad (6.12)$$

koja generališe optičku teoremu. Ovde je  $f(0)$  amplituda elastičnog rasejanja za nulti ugao, ali totalni presek uključuje takođe i neelastičan deo.

Imaginarni delovi parcijalnih amplituda  $f_e$  povezani su sa parcijalnim presekom  $\bar{\Gamma}_{tot}^{(e)}$  pomoću relacije

$$Im f_e = \frac{k}{4\pi} \frac{\bar{\Gamma}_{tot}^{(e)}}{2e+1} \quad (6.13)$$

koja sledi iz (6.5) i (6.9).

## 7. PONAŠANJE PRESEKA BLIZU PRAGA REAKCIJE

Kada zbir unutrašnjih energija predikata nuklearne reakcije prelazi energiju prvobitnih čestica koji učeštuju u reakciji, onda reakcija ima prag. Prag može nastati samo onda kada kinetička energija B čestica koje se sudaraju prelazi određenu vrednost  $E_p$ , koja se naziva prag ili granična vrednost. U ovom odjeljku će se razmatrati ponašanje preseka reakcije blizu te granične vrednosti energije. Smatra se da na kraju reakcije opet dobijamo samo dve čestice. Razmatrano reakcije tipa  $A + B = A' + B'$ .

Neka je  $v'$  brzina čestice koja nastaje u reakciji. U slučaju da među česticama  $A'$  i  $B'$  nema Coulombove interakcije presek reakcije je proporcionalna sa ovom brzinom.

$$T_{in} \sim v' \quad (7.1)$$

Pošto je brzina  $v'$  proporcionalna korenju iz razlike energija  $\sqrt{E - E_p}$ , to je i

$$T_{in} = C \sqrt{E - E_p} \quad (7.2)$$

gde je  $C$  konstanta proporcionalnosti.

Amplitude rasejanja po raznim kanalima nadjusobno su povezane relacijama unitarnosti. Zbog te veze otkrivanje novog kanala dovodi do određenih zakonitosti u energetskim zavisnostima a takođe i do drugih procesa uključujući tu i elastično rasejanje. Razmotrimo slučaj kada je ispod praga reakcije moguć samo elastično rasejanje.

Blizu praga reakcije nastaju čestice  $A'$  i  $B'$  koji su u stanju  $\ell = 0$ . Ako čestice koje učeštvaju u reakciji nemaju spina, onda se orbitalni moment održava, te se sistem čestica  $A + B$  takođe nalazi u s-stanju. Na osnovu (6.9) parcijalni presek reakcije sa  $\ell = 0$  povezan je sa elementom S matriće, koja odgovara elastičnom rasejanju, posudu sledeće relacije

$$\Gamma_{in}^{(0)} = \frac{\pi}{k^2} (1 - |S_{el}^0|^2) \quad (7.3)$$

Ovde je  $k$  talasni vektor čestica koje se sudaraju. Na osnovu (7.1), (7.2) i (7.3) imamo da modul  $|S_{el}^0|$  sa tačnošću do reda veličine  $E - E_p$  iznosi

$$|S_{el}^0| = 1 - \frac{k^2}{2\pi} C \sqrt{E - E_p} \quad (7.4)$$

gde je

$$k_p = \sqrt{\frac{2\mu E_p}{\hbar}}$$

Ovde je  $\mu$  redukovana masa čestica A i B. U oblastima ispod praga postoji samo elastično rasejanje, pa je

$$|S_{el}^0| = 1 \quad (E < E_p) \quad (7.5)$$

Amplituda rasejanja a sa njim i  $S_{el}^0$  moraju biti analitičke funkcije u celej oblasti promena energije. Takva funkcija dođe se sa istom tačnošću formule

$$S_{el}^0 = e^{2i\delta_0} \left(1 - \frac{k^2}{2\pi} C \sqrt{E - E_p}\right) \quad (7.6)$$

gde je  $\delta_0$  konstanta.

Za sva  $\ell \neq 0$  neelastično rasejanje ne postoji pa je  $n = 1$

$$S_{el} = S_\ell = e^{2i\delta_\ell} \quad (\ell \neq 0) \quad (7.7)$$

pri čemu u oblasti praga treba staviti da su faze  $\delta_\ell$  jednake njihovoj vrednosti pri  $E = E_p$ . Zamenom dobivenih vrednosti u (6.4) nalazimo sledeći izraz za amplitudu rasejanja blizu praga reakcije

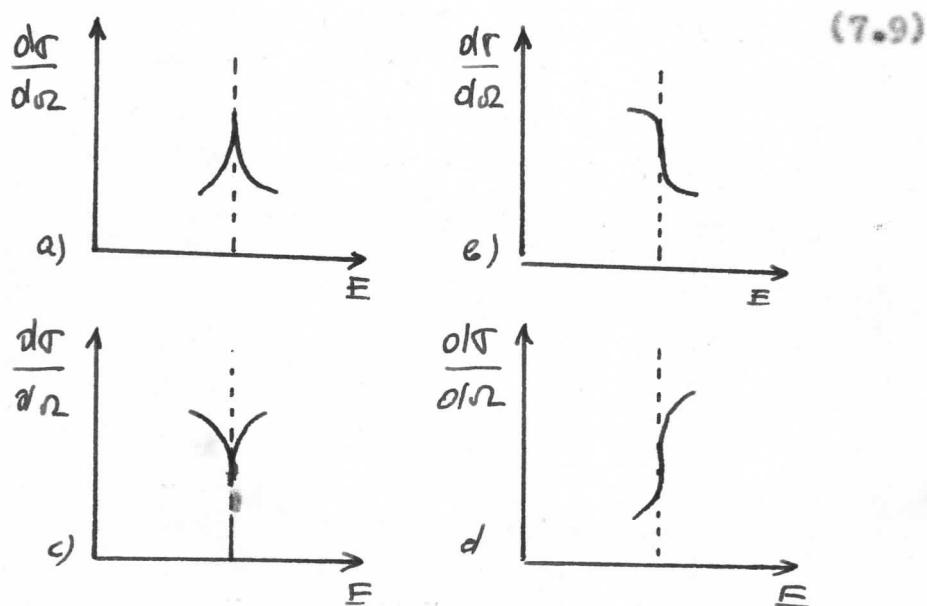
$$f(\theta, E) = f_p(\theta) - \frac{k_p}{4\pi i} C \sqrt{E - E_p} e^{2i\delta_0} \quad (7.8)$$

gde je  $f_p(\theta)$  amplituda rasejanja pri  $E = E_p$ . Ako nju prikazemo u obliku

$$f_p = |f_p| e^{i\alpha(\theta)}$$

dohijano sledeci izraz za diferencijalni efikasni presek

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left| f_p(\theta) \right|^2 - \frac{k_p^2}{2\pi} C \left| f_p(\theta) \right| \sqrt{|E - E_p|} \begin{cases} \sin(2\delta_0 - \alpha) & \text{za } E > E_p \\ \cos(2\delta_0 - \alpha) & \text{za } E < E_p \end{cases}$$



Slika 7.1 Energetska zavisnost diferencijalnog efikasnog preseka od energije

U savijenosti od toga da li se ugao  $2\delta_0 - \alpha$  nalazi u I., II., III ili IV kvadrantu, energetska zavisnost koja se tom formulom opisuje ima oblik predstavljen na slici 7.1 a, b, c ili d. U svim slučajevima imamo dve grane koje se nalaze sa obe strane zajedničke vertikalne tangente. Na taj način postojanje praga reakcije dovodi do karakterističnih singuliteta u energetskoj zavisnosti preseka elastičnog rasejanja. Postojanje spina menja kvantitativne formule, ali opšti karakter pojava ostaje isti.

## 8. BORHOVA APROKSIMACIJA

Na kraju razmotrimo još jedan formalni metod koji se primenjuje u teoriji rasejanja. Izračunajmo efikasni presek rasejanja u slučaju kada rasejavajuće polje možemo posmatrati kao perturbaciju. Ovo bi odgovaralo slučaju kada su sve faze male. Na osnovu teorije perturbacije to je moguće ako je

$$|U| \ll \frac{t^2}{\mu a^2} \quad (8.1)$$

ili

$$|U| \leq \frac{tv}{a} = \frac{t^2}{\mu a^2} k \quad (8.2)$$

Ovde je  $a$  radijus dejstva polja  $U(r)$ . Kada je ispunjen uslov (8.1) onda ova aproksimacija može se primeniti za sve brzine. U slučaju ispunjenog uslova (8.2) aproksimacija se može primeniti za dovoljno velike brzine.

Talasnu funkciju tražimo u obliku

$$\psi = \psi^{(0)} + \psi^{(1)}$$

Ovde je  $\psi^{(0)} = e^{ikr}$  i ona odgovara upadnoj čestici sa talasnim vektorom  $\vec{k} = \vec{p}/\hbar$ .

Ako se potencijalna energija posmatra kao perturbacija jednačina popravke za ovu aproksimaciju talasne funkcije ima oblik

$$\Delta \psi^{(1)} + k^2 \psi^{(1)} = \frac{2\mu U}{t^2} \psi^{(0)}$$

$U$  je ovde potencijalna energija. Rešenje ove jednačine može se napisati u obliku retardovanih potencijala

$$\psi^{(1)}(x, y, z) = - \frac{i\mu}{2\pi t^2} \int \psi^{(0)}(x', y', z') e^{ikr} \frac{\partial V'}{R} \quad (8.4)$$

gde je  $dV' = dx' dy' dz'$  a

$$R^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2$$

Smeša (8.3) u (8.4) daje

$$\Psi^{(1)}(x_1, y_1, z_1) = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \int U(x'_1, y'_1, z'_1) e^{i(\vec{k}\vec{r} + kR)} \frac{\partial V}{R} \quad (8.5)$$

Centar rasejanja se uzima sa koordinatni početak. Neka je  $\vec{R}_0$  vektor položaja za tačku pozmatranja. Neka je  $\vec{n}$  ćrt u smjeru  $\vec{R}_0$ . Vektor položaja elementa  $dV'$  neka je  $\vec{r}'$ . Onda je

$$\vec{R} = \vec{R}_0 - \vec{r}'$$

Na velikim rastojanjima od centra rasejanja je  $R_0 \gg r'$ , te je

$$R = |\vec{R}_0 - \vec{r}'| \approx R_0 - \vec{r}' \cdot \vec{n}$$

Suzina ovoga u (8.5) daje

$$\Psi^{(1)} \approx -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \frac{e^{ikR_0}}{R_0} \int U(r') e^{i(\vec{k} - \vec{k}') \cdot \vec{r}'} \partial V' \quad (8.6)$$

Ovde je  $\vec{k}' = \vec{k} - \vec{n}$  vektor položaja čestice posle rasejanja. Ako (8.6) uporedimo sa rešenjem Schrödingereve jednačine sa potencijalnom energijom  $U$  na velikim rastojanjima

$$\Psi \approx e^{ikr} + \frac{f(\Theta)}{R_0} e^{ikR_0}$$

iznos

$$f = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \int U e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}'} \partial V \quad (8.7)$$

Ovde je uveden vektor  $\vec{q} = \vec{k}' - \vec{k}$  i isvršena promena oznaka promenljivih integriranja. Apsolutna veličina vektora  $\vec{q}$  je

$$q = 2k \sin \frac{\Theta}{2} \quad (8.8)$$

gde je  $\Theta$  ugao između vektora  $\vec{k}$  i  $\vec{k}'$ , tj. ugao rasejanja.

Na osnovu (2.13) iznos za diferencijali efikasni presek

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \Omega} = \frac{\mu}{4\pi\hbar^2} \left| \int U e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}'} \partial V \right|^2 \quad (8.9)$$

Ovu formulu je prvi izveo H. Born (1926).

Često se amplituda rasejanja u Bornovej aproksimaciji daje u sledećem obliku

$$f = -\frac{2\mu}{\hbar^2} \int_0^\infty U(r) \frac{\sin qr}{q} r dr \quad (8.10)$$

U ovu formulu impulsa čestice  $p$  i ugao rasejanja  $\theta$  ulaze samo pomoću  $q$ . Na taj način u ovoj aproksimaciji efektivni presek zavisi od  $p$  i  $\theta$  samo u kombinaciji  $p \sin(\theta/2)$ .

Formula (8.9) se može primeniti u slučaju rasejanja u polju  $U(x, y, z)$  koje je funkcija od koordinata u na kojoj nijevej kombinaciji, a ne samo od  $r$ . Formula (8.10) se pak dobija i koristi u slučaju  $U = U(r)$ .

Za male brzine može se u integralu (8.7) staviti  $e^{-iqr} \approx 1$  pa je amplituda rasejanja

$$f = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \int U(x, y, z) dV$$

a ako je  $U = U(r)$ , onda je

$$f = -\frac{2\mu}{\hbar^2} \int U(r) r^2 dr$$

Ovo rasejanje je izotropno po pravcima i ne zavisi od brzine.

U slučaju velikih brzina rasejanje je jako anizotropno i orijentisano napred u uški konus sa uglom otvora  $\delta\theta \sim 1/ka$ .

Zakon opadanja preseka za velike vrednosti  $q$  zavisi od konkretnog oblika polja.

Ako za potencijalnu energiju imamo

$$U(r) = \frac{e_1 e_2}{r} e^{-\frac{r}{a}}$$

gde je  $a$  približno radijus atoma, relacija (8.10) će dati

$$f(\theta) = -\frac{2\mu}{\hbar^2} \frac{e_1 e_2}{q^2} \frac{1}{1 + (qa)^{-2}}$$

U slučaju qa >> 1 imamo

$$f(\theta) = - \frac{e_1 e_2}{2 \mu v^2} \frac{1}{\sin^2 \frac{\theta}{2}}$$

pa je diferencijalni efikasni presek klasična Rutherfordova formula

$$\sigma(\theta) = \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{e_1^2 e_2^2}{4 \mu^2 v^2} \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

koja je u prvom delu izvedena na klasičan način.

Bornova aproksimacija je primenljiva u slučaju kada se rešenje za talasnu funkciju  $\Psi$  malo razlikuje od ravnog talasa.

U prvom delu rada dat je klasičan prilaz problemu sude-  
ra i rasejanja. Ukažano je na veliki značaj preuđavanja ra-  
sejanja za upoznavanje strukture materije i atoma. Data je  
i Rutherfordova formula, isvedena na klasičan način, koja i-  
ma veliki istorijski značaj.

U drugom delu su date osnovne osobine elementarnih čes-  
tica. To je učinjeno zato da bi se ukažalo na neophodnost u-  
vodjenja kvantne mehanike u razmatranje procesa rasejanja.

U trećem delu rada su razmatrani procesi rasejanja sa  
stanovišta talasne mehanike vodeći račina o kvantnim efekti-  
ma. Tu su date i osnovne metode kojima se obrađuju problemi  
rasejanja. Ovaj deo se završava izvodnjem Rutherfordove  
formule iz Bornove aproksimacije. Na taj način je ukažano  
na zadovoljenje principa korespondencije, koji zahteva da  
svaka neklasična teorija u odgovarajućem graničnom slučaju  
prelazi u klasičnu.

LITERATURA

1. Dr Marx György, Equantummechanika, Budapest 1971
2. N. Nikolic, Analysis of Scattering and Decay
3. Landau Lifšic, Kvantna mehanika, Beograd 1966
4. Dr. D. Mušicki, Uvod u teorijsku fiziku, Beograd 1964
5. Dr. Đorđe Čeguš, Kvantna mehanika, Beograd 1970
6. E. V. Špoljakij, Atonska fizika, Beograd 1963
7. V. Šinak, High Energy Physics, London 1968
8. Dr. M. Napijalo, Atonska fizika (skripte) Novi Sad 1969
9. A.A. Sokolov, Kvantna mehanika, Beograd 1965
10. Dr. Kladenević, Nuklearna fizika, Beograd 1967
11. Modern fizikal enciklopédia Budapest 1971
12. Reviews of Modern Physics Vol.45, No.2 Part II April 1973
13. L. Michejda Elastic and Inelastic Processes at High Energy
14. I. Supek Teorijska fizika i struktura materije, Zagreb 1964
15. Dr. P. Constantinescu, Mecanica cuantica, Craiova 1970
16. L. Célifi A sokrézecske keltés fenomenológiája, Budapest, 1973
17. I. Montvay Bevezetés a sokr. keltés fenomen. Budapest, 1973
18. Gy. Pócsik Utköző sugár fizika, Budapest, 1973
19. Releške sa predavanja iz kvantne mehanike koje je držao profesor Dr. Đ. Tošić na katedri za fiziku Univerziteta u Novom Sadu godine 1972.



SADRŽAJ

I. KLASIČNA TEORIJA SUDARA	5.
1. CENTRALNO KRITANJE	5.
2. SUDARI ČESTICA	14.
2.1 Elastičan sudar dveju čestica	14.
2.2 Rasejanje čestica	19.
2.3 Diferencijalni i ukupni efikasni presek	21.
3. POUČAVANJE GRADJE BREZIN PROJEKILIMA	22.
3.1 Rasejanje projektila na atomna mreže	22.
3.2 Rutherfordova formula	25.
3.3 Rasejanje alfa čestica u metalnim listićima	28.
3.4 Teorija rasejanja alfa čestica	30.
II. ELEMENTARNI I NESTRUKTURALNI ČESTICI	32.
1. VISOKOENERGETSKI PROCESI	32.
2. INTERAKCIJE	34.
3. PROBLEM ELEMENTARNOSTI I KLASIFIKACIJA ELEMENTARNIH ČESTICA	36.
III. TEORIJA RASEJANJA ELEMENTARNIH ČESTICA	43.
1. ČESTICE KAO RAVNI TALASI	43.
2. PROSTORNO RASEJANJE	48.
3. METODA PARCIJALNIH TALASA	52.
4. OPERATOR RASEJANJA	59.
5. REZONANTNO RASEJANJE	62.
5.1 Elastično rezonantno rasejanje	62.
5.2 Zavisnost efikasnog preseka od energije	63.
5.3 Breit-Wignerova formula	66.
6. ELASTIČNI I NEELASTIČNI EFIKASNI PRESEK	69.
7. PONAŠANJE PRESEKA BLIZU PRAGA REAKCIJE	73.
8. BORNova APROXIMACIJA	76.
LITERATURA	81.

