

Aleksandar Polzović:

EKSPERIMENTALNE POTVRDE TEORIJE RELATIVNOSTI
- diplomski rad -

IZRAZIO SAM 30.-XII.-1967

ca ogranom:

stevilom par 9 (petek)

četvrti opštine 9 (petek)

Doblyanov

Tema koju sam odabrao za svoj diplomski rad dovela me je Dr. Djordju Mušickom, profesoru teorijske fizike. Profesor Mušicki je bio ljubazan da mi pruži svaku potrebnu pomoć tokom ovog obimnog ali interesantnog rada, koji me je vodio kroz šire regije znanja. Zato smatram svojom dužnošću da se Dr. Djordju Mušickom, profesoru teorijske fizike na Filozofskom fakultetu u Novom Sadu i na ovom mestu najiskrenije zahvalim.

Dr. Lazar Marinkov, profesor nuklearne fizike Fakulteta vrlo rado mi je dao korisne sugestije u vezi potvrda teorije relativnosti u nuklearnoj fizici i poslužio me odgovarajućom literaturom, na čemu mu i ovde najlepše zahvaljujem. Zahvalan sam i Dr. Slobodanu Cariću, šefu katedre za fiziku Fakulteta, koji me je upoznao sa zahtevima tehničke opreme jednog ovakvog rada.

U Novom Sadu, 15.decembra 1967.

Aleksandar Polzović

Uvod

Teorija relativnosti je zasnovana radovima Einsteina 1905 god. kao specijalna, što će reći ograničena na inercijalne sisteme, a 1916 god. sam Einstein je objavljuje kao uopštenu, dakle proširenu i na ubrzane sisteme. Iako bi se dedukcijom iz opšte teorije relativnosti mogla dobiti specijalna, ipak se danas obe teorije prilično odvojeno i samostalno izučavaju: najpre specijalna a zatim opšta. Jedan od praktičnih razloga je, verovatno, pored različitog stepena složenosti matematičke interpretacije, i taj što već specijalna teorija unosi radikalne izmenе u naša shvatanja na osnovu svakodnevnog iskustva, dok nas opšta teorija veoma udaljuje od tog iskustva. Međutim raste broj činjenica koje se mogu objasniti stavovima ove teorije, raste broj mogućnosti da potvrde zaključke teorije. Štaviše, moderna fizika čini veoma krupne korake i veoma brzo se razvija zahvaljujući i tome što se koristi teorijom relativnosti.

Izlažući eksperimentalne potvrde teorije relativnosti, uglavnom one koje se danas smatraju najneposrednije i najbolje proverene, držaću se uobičajenog reda, a koji mi izgleda logičan i ujedno dovoljno pristupačan i jasan. Radi boljeg povezivanja i veće preglednosti biću primoran da makar ovlaš skiciram stavove koji se potvrđuju.

I POTVRDE SPECIJALNE TEORIJE RELATIVNOSTI

Klasična, Njutnova mehanika izgradjivana je na shvatanju prostora kao homogenog, izotropnog i nezavisnog od tela i procesa u njemu. Njutnov princip inercije važi u svim sistemima koji miruju ili vrše uniformnu translaciju, pa su u tom smislu takvi, inercijalni sistemi ekvivalentni. Ipak, ovaj klasični princip relativnosti dozvoljavao je izdvajanje jednog sistema koji bi apsolutno mirovao, bez obzira na mogućnost njegove realizacije. Što se tiče vremena, smatralo se da postoji jedno universalno vreme, takođe nezavisno od sistema posmatranja, a pitanje određivanja apsolutne istovremenosti se nije ni postavljalo.

Na bazi takvih shvatanja izgradjene su tsv. Galilejeve transformacije koordinata i vremena za prelaz iz jednog inercijalnog sistema u drugi. Razume se, jednačine klasične mehanike su invarijantne u odnosu na Galilejeve transformacije, što je samo matematički izraz navedenih shvatanja.

Elektrodinamika je s druge strane krajem XIX veka, naročito radovima Maxwella i Lorentza, postala teorijski visoko izgradjena. Pošto se smatralo da sve pojave moraju imati svoj mehanički model, hipotetični etar, koji ispunjava celokupan prostor, ostao je nosilac svih elektromagnetskih pojava. Konačna brzina prostriranja elektromagnetskih talasa ^{velike domet i brzost} shvatala se kao brzina u odnosu na etar. Primenjujući slaganje brzina na osnovu Galilejevih transformacija elektromagnetni talas je gubio izotropnost pri prelazu u drugi inercijalni sistem. Štaviše, baš zbog te univerzalne konstante što ima dimenziju brzine svetlosti, osnovne jednačine elektrodinamike nisu invarijantne u odnosu na Galilejeve transformacije. Eto protivrednosti što govore da nešto u osnovnim shvatanjima

ma nije u redu.

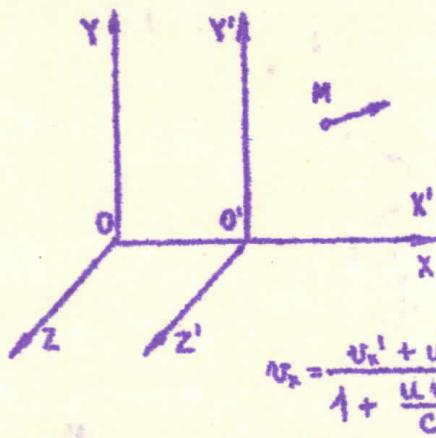
Etu je konačno pripisano stanje apsolutnog mirovanja, pa izmeriti brzinu kretanja u odnosu na etar znači odrediti apsolutno kretanje. To je bila svrha Michelsonovog ogleda. Međutim, negativan rezultat ovog ogleda u podledu određivanja apsolutnog kretanja Zemlje potvrdio je isotropnost prostiranja svetlosti koničnom konstantnom brzinom u vakuumu, dokle i njemu nezavisnost od na kog inercijalnog sistema.

Dok Lorentz, prihvatajući Fitz-Geraldovu ideju, objašnjava negativan rezultat Michelsonovog ogleda hipotezom kontrakcije dužine u pravcu kretanja - čime etar i ovoga puta ostaje "neuvoljiv", dotle Einstein podvrgava osnovna shvatanja o prostoru i vremenu temeljnoj analizi. Tako se radja specijalna teorija relativnosti na bazi postulata o ekvivalentnosti svih inercijalnih sistema i konstantnosti vakuumske brzine svetlosti u njima.

Kao što je nemoguće odrediti apsolutno kretanje, tako i apsolutna istovremenost dva dogadjaja na daljini nema smisla. Polazeci od ovoga Einstein dolazi do istih transformacija prostorno-vremenских координата do kojih i Lorentz na osnovu hipoteze o kontrakciji dužina. Međutim, očigledno da se kontrakcija dužina može shvatiti kao jedna od posledica tih istih, tzv. Lorentzovih transformacija, koje, dobijene na osnovu Einsteinovih postulata, čine polaznu tačku u razvijanju specijalne teorije relativnosti.

A. Slaganje brzina

Posmatrajmo kretanje testice M u odnosu na dva inercijalna sistema S i S' . Usmimo da sistem S' vrši translaciju duž X-ose sistema S relativnom brzinom u . Ako se \vec{v} i \vec{v}' označimo odgovarajuće brzine, onda su komponente brzina u tim sistemima prema klasičnim, Galilejevim transformacijama vezane ovim relacijama:



$$v_x = v_x' + u, \quad v_y = v_y', \quad v_z = v_z',$$

a prema relativističkim, Lorentzovim transformacijama pak ovim relacijama:

$$v_x = \frac{v_x' + u}{1 + \frac{u v_x'}{c^2}},$$

$$v_y = \frac{v_y'}{1 + \frac{u v_x'}{c^2}},$$

$$v_z = \frac{v_z'}{1 + \frac{u v_x'}{c^2}},$$

Da su X i X' ose orijentisane u pravcu kretanja čestice, imali bismo celokupan intenzitet brzine, naravno, samo u pravcu X i X' ose. Viđi se da se u ovom slučaju relativistička relacija razlikuje od klasične za faktor: $\frac{1}{1 + \frac{u v_x'}{c^2}}$. Kako iz analize Lorentzovih transformacija sledi da za realne prostorno-vremenske koordinate mora biti $v \leq c$ i $u \leq c$, stavimo da je $v' = v_x' = -c - \alpha$ i $u = c - \beta$ pa ćemo dobiti:

$$v_x = \frac{v_x' + u}{1 + \frac{u v_x'}{c^2}} = \frac{c - \alpha + c - \beta}{1 + \frac{(c - \alpha)(c - \beta)}{c^2}} = c \frac{2c - \alpha - \beta}{2c - \alpha - \beta + \frac{\alpha \beta}{c}}$$

Znači: zbir dve brzine manje od brzine svetlosti uvek je manji od brzine svetlosti (a ako je jedna od posmatranih brzina sama brzina svetlosti ($v' = c$, $\alpha = 0$), onda je zbir ipak jednak brzini svetlosti. Zbog ovog veoma važnog zaključka relativističke relacije za transformaciju brzine su i nazvane relativistički zakon slaganja brzina.

Lako je videti da za $v < c$ relativističke transformacije u aproksimaciji prelaze u klasične. Međutim iz klasičnih transformacija se nikad ne bi mogla dobiti ovako važna ograničenja za brzine, posebno u odnosu na brzinu prostiranja svetlosti.

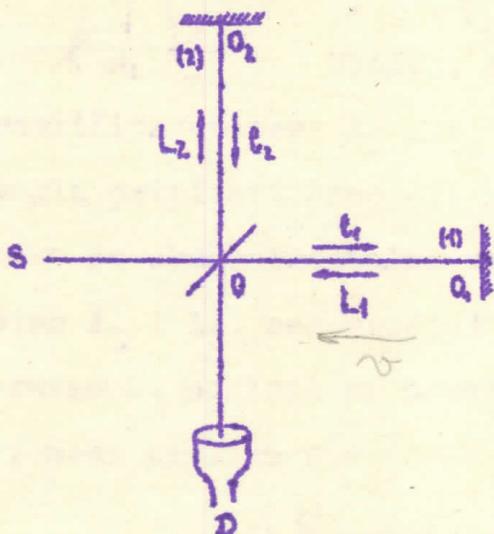
1. MICHELSONOV OGLED

Negativan rezultat Michelsonovog ogleda bio je neposredan povod razmišljanjima koja su dovela do specijalne teorije relativnosti, ali i posledica objektivnog, relativističkog zakona

\Rightarrow 2. Slab. bran je tle lasanje faza otkriven kad?

slaganja brzina.

Michelson je konstruisao specijalni interferometar, veoma proste šeme ali i vanredne osetljivosti. Ovim uređajem je trebalo, predpostavljajući različito vreme kretanja svetlosti na putevima različitim usled kretanja Zemlje u odnosu na nepokretni etar, utvrditi interferenciju svetlosti, a time odrediti i apsolutno kretanje Zemlje.



Postupak se ukratko sastojao u ovome. Svetlost iz izvora S pada na polupropustljivu ploču O pod uglom od 45° . Deo snopa (1) nastavlja put do ogledala O_1 , odbija se od njega u istom pravou nazad, pa odbivši se od ploče O dospeva u durbin D. Drugi deo snopa (2) se reflektuje od ploče O, dospeva do ogledala O_2 , odbija se u istom pravou nazad, te prošavši kroz ploču O dospeva takodje u durbin D.

S obzirom da Zemlja za vreme kretanja svetlosti predje veoma mali put u odnosu na put svoje revolucije, dozvoljeno je računati sa uniformnom translacijom Zemlje brzinom v u odnosu na nepokretni etar. Predpostavlja se izotropnost prostiranja svetlosti i uzima se njena konstantna brzina c u odnosu na nepokretni etar.

Uredjaj se najpre postavlja tako da nosač L_1 bude u pravcu kretanja Zemlje, a nosač L_2 da bude vertikalni. Vreme prelaza puta $O O_1$ i puta $O_1 O$ u sistemu vezanom za nepokretni etar bi, prema Galilejevim transformacijama, respektivno bilo:

$$t_A = \frac{L_1 + vt_A}{c}, \quad t_B = \frac{L_1 - vt_B}{c},$$

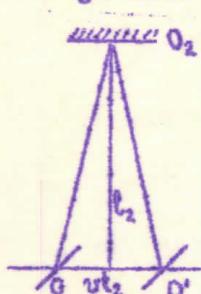
ili

$$t_A = \frac{L_1}{c-v}, \quad t_B = \frac{L_1}{c+v},$$

pa je

$$t_1 = t_A + t_B = \frac{l_1}{c - v} + \frac{l_1}{c + v} = \frac{2l_1}{c} \frac{1}{1 - \beta^2}, \quad (\beta = \frac{v}{c})$$

Snop (2) bi prešao put $0O_2O'$ za vreme t_2 , koje bi bilo jednako:



$$t_2 = \frac{0O_2 + 0_2O'}{c} = \frac{2}{c} 0O_2 = \frac{2}{c} \sqrt{l_2^2 + \left(\frac{vt_2}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{4l_2^2}{c^2} + \beta^2 t_2^2},$$

to jest:

$$t_2 = \frac{2l_2}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Ukoliko bi dužine l_1 i l_2 bile potpuno jednakе, različita vremena t_1 i t_2 bi uslovila interferenciju koja bi se mogla pripisati samo uticaju apsolutnog kretanja Zemlje. Međutim, kako je eksperimentalno veoma teško ostvariti potpunu jednakost dužina l_1 i l_2 , ceo uredaj se obrće u ravni L_1L_2 za $\pi/2$ tako da se pravac L_2 poklopi sa pravcem kretanja Zemlje, pa će odgovarajuća vremena prelaza svetlosti biti:

$$t'_1 = \frac{2l_1}{c} \frac{1}{1 - \beta^2}, \quad t'_2 = \frac{2l_1}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Pri ovom obrtanju nastao bi pomak interferencijsih poluosa uslovljen jednoznačno apsolutnim kretanjem Zemlje usled ove vremenske razlike:

$$\begin{aligned} \Delta t &= (t'_1 - t'_2) - (t_2 - t_1) = \frac{2}{c} (l_1 + l_2) \left(\frac{1}{1 - \beta^2} - \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) \approx \\ &\approx \frac{2}{c} (l_1 + l_2) \left[1 + \beta^2 - \left(1 + \frac{\beta^2}{2} \right) \right] = \frac{l_1 + l_2}{c} \beta^2. \end{aligned}$$

Pošto je odnos pomaka Δa i širine interferencijske poluose a jednak odnosu vremenske razlike Δt i perioda oscilovanja T , podelimo gornju relaciju sa T , pa ćemo, s obzirom na definiciju talasne dužine λ ($\lambda = cT$) dobiti:

$$\frac{\Delta t}{T} \approx \frac{l_1 + l_2}{cT} \beta^2 = \frac{l_1 + l_2}{\lambda} \beta^2 = \frac{\Delta a}{a}$$

Pošto je $v = 30 \text{ km/sec}$, tako da je $\beta \approx 10^{-4}$, ako se uzme reda veličine $\lambda \approx 5 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$, trebalo bi da bude:

$$\frac{\Delta a}{a} \approx \frac{l_1 + l_2}{5 \cdot 10^{-5}} \cdot 10^{-8} = \frac{l_1 + l_2}{5 \cdot 10^3} [\text{cm}]$$

Za zahtev da bude $\Delta t \approx T$, treba uzeti: $l_1 + l_2 \approx 5 \cdot 10^3 \text{ cm}$, pa bi se pokazalo: $\Delta \alpha \approx \alpha$.

Michelson je najpre izveo svoj ogled 1881 god., a u neviši poboljšanja sa Morleyem 1887 god. Uredjaj je omogućavao da se otkriju pomaci i stotinu puta manji od ovih računskih. Višestrukim odbijanjem moglo se postići da svetlost predje zahtevani put: $l_1 + l_2 \approx 5 \cdot 10^3 \text{ cm}$. Postizana je visoka eksperimentalna tačnost, tako da bi se mogla otkriti i brzina Zemlje u odnosu na etar od $1,5 \text{ km/sec}$ (Kennedy, 1926, Illingsworth, 1927, Piccard, Stahel, 1926, 1928, Joos, 1930). Međutim i u ogledima drugog tipa (Truton, Noble, 1903, Trouton, Rankine, 1908, Chase, 1927, Tomashek, 1924, 1925, 1926, 1927) dobijani su negativni rezultati. Pomaci su bili daleko ispod izračunatih, pa kad se uzmu u obzir greške merenja, moralo se zaključiti da nema interferencije usled kretanja Zemlje u odnosu na etar, da se efektima drugog reda po β to ni ne može otkriti.

Medjutim da je bio poznat, a kasnije prihvaćen relativistički zakon slaganja brzina, prema kome je brzina svetlosti nezavisna od uniformnog i pravolinijskog kretanja sistema, Michelsonov ogled i njemu slični ne bi sa tim ciljem ni bili postavljeni. Naime, lako je uveriti se da ako se gornji račun sprovede relativistički, sledi: $\Delta t = 0$, pa se ni ne može očekivati bilo kakva interferencija, odnosno pomak interferencionalnih poluosa.

Ipak, Michelsonovim ogledom je dobro potvrđena činjenica nezavisnosti brzine svetlosti u sistemu izvor-posmatrač, na osnovu koje se i mogla postulirati za sve inercijalne sisteme.

2. FIZEAUOV OGLED

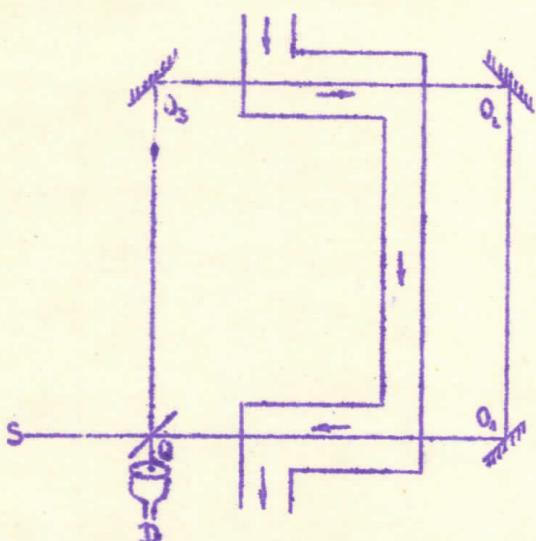
Fitz-Gerald, 1892 i Lorentz, 1895 pokušavaju nemogućnost otkrivanja potpune nepokretnosti etra u efektima drugog reda po β - kao što je slučaj u Michelsonovom ogledu, da objasne time što kontrakcija dužina u pravcu kretanja kompenzuje te efekte. Slično

tome, negativan rezultat Fizeauovog ogleda, 1851 se objašnjavao Fresnelovom idejom da efekte prvog reda po β , koji se javljaju u tom ogledu, kompenzuje delimično povlačenje etra sa telima u kretanju. Čak je bio izračunat i koeficijent "povlačenja etra" u providnim sredinama:

$$\alpha = 1 - \frac{1}{n^2}$$

gde je n -indeks prelamanja sredine.

Fizeauov ogled se ukratko sastoji u ovom. Snop svetlosti iz izvora S pada na poluprovidnu ploču O. Propušteni deo prelazi



put $O_1O_2O_3O$, a odbijeni put $O_3O_2O_1O$, tako da oba dela nastavljaju put OD zajedno i u durbinu D se interferuju. Usled kretanja čitavog uređaja sa Zemljom kroz etar i delimičnog proleta svetlosti u oba smera kroz vodu koja brzo teče, na osnovu slaganja

brzina prema Galilejevim transformacijama, u računu su se javljali efekti pravoga reda po β . Ovi efekti bi, osiguravajući pomerenje interferencione slike, omogućili sa de izračuna brzina kretanja Zemlje u odnosu na etar. Međutim veličina pomeranja je bila takva da je isključivala efekte prvog reda po β . Kada se izračunala dodatna brzina svetlosti u vodi usled delimičnog povlačenja etra $\Phi = \alpha v$, gde je α - koeficijent povlačenja dat Fresnelovom formulom, a v - brzina Zemlje u odnosu na nepokretni medjuzvezdani etar, pokazalo se da ona tačno poništava efekte prvog reda po β , pa time onemogućava da se odredi kretanje Zemlje u odnosu na etar.

Pokazaćemo sada da primena relativističkog slaganja brzina doveđi do rezultata kojima nije potrebno nikakvo dalje objašnjenje. Uzmimo da je u brzina vode u odnosu na okolinu, N_x^1 -

brzina svetlosti u vodi u odnosu na vodu, pa prema ranije pokazanom, brzina svetlosti u vodi u odnosu na okolinu biće:

$$N_v = \frac{v'_v + u}{1 + \frac{uv'_v}{c^2}}$$

Koristeći definiciju indeksa prelamanja: $n = \frac{N_v}{c}$, stavimo u gornji izraz: $v'_v = \frac{c}{n}$, pa ćemo, zanemarujući članove višeg reda $\frac{u}{c}$, s obzirom da je $u \ll c$, dobiti:

$$N_v = \frac{\frac{c}{n} + u}{1 + \frac{u}{c} \frac{c}{n}} = \left(\frac{c}{n} + u\right) \left(1 - \frac{1}{n} \frac{u}{c} + \dots\right) \approx \left(\frac{c}{n} + u\right) \left(1 - \frac{1}{n} \frac{u}{c}\right) \approx \frac{c}{n} + \left(1 - \frac{1}{n}\right) u,$$

$$v'_v = v_v + \alpha u, \quad (\alpha = 1 - \frac{1}{n}).$$

Dobili smo isti rezultat kao i Fizeau. Koeficijent α se dada javlja kao posledica prostih kinematičkih odnosa pri slaganju dve paralelne brzine: brzine svetlosti u providnoj sredini i brzine same sredine. Brzina svetlosti ostaje i dalje funkcija prelamanja sredine i brzine te sredine.

Fizeauov ogled je prema tome veoma jednostavna potvrda relativističkog slaganja brzina.

B. Dilatacija vremena

Pored kontrakoje dužina, za koju je Einstein pokazao da nema iskustveni karakter, i dilatacija vremena je neposredna posledica Lorentzovih transformacija. Dilatacija vremena se ukratko sastoji u ovom:

Ako se dva dogadjaja odigravaju na istom mestu sa stvarišta sistema vezanog za telo u procesu i ako je vremenski interval između ta dva dogadjaja u tom sistemu Δt_0 , posmatrač u bilo kojem drugom inercijalnom sistemu, u odnosu na koji se telo kreće relativnom brzinom v , zapaža vremenski interval Δt prema relaciji:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (\beta = \frac{v}{c}).$$

Vreme koje teče u sistemu koji se kreće zajedno sa telom ili u odnosu na koji telo miruje naziva se sopstveno vreme.

Vreme posmatračeve se poklapa sa sopstvenim vremenom samo ako su on i posmatrani proces u relativnom mirovanju ($v=0$, $\Delta t = \Delta t_0$), inače vreme posmatraču sporije teče ($v < c$, $\Delta t > \Delta t_0$). Oba vremena su potpuno ravноправна i realna, svaki u svom sistemu.

Kako je u običnim uslovima $v \ll c$, te $\Delta t \approx \Delta t_0$, dilatacija vremena se ne zapaža. U slučaju brzina bliskih brzini svetlosti dilatacija vremena - kao uostalom i drugi relativistički efekti treba da dodje do izražaja.

1. SREDNJI PRODUŽETAK ŽIVOTA MI-MEZONA

Nadjene vrednosti srednjeg života brzih i sporih mi-mezona pokazale su razliku koja se mogla pripisati dilataciji vremena. Može se poći i obrnuto: ako smo pouzdano odredili srednji život mi-mezona u sistemu prema kome oni relativno miruju τ_0 , onda srednji život mi-mezona u sistemu prema kojem se oni relativno kreću, τ treba da zadovolji relaciju o dilataciji vremena:

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\xi^2}} > \tau_0$$

Razlika: $\tau - \tau_0 > 0$ predstavlja srednji produžetak života mi-mezona. Ovo važi naravno samo pod uslovom da pri velikim brzinama ne nastaju neki procesi koji sa svoje strane utiču na srednji život u istom smislu u kojem i predpostavljena dilatacija vremena.

Mi-meson se raspada prema šemii:



Zato se srednji život sporih mi-mezona određuje njihovim zaustavljanjem u metalnom bloku. Sistem brojača savremenom primenom motoda koincidencije registruje ulaz mezona i izlaz elektrona nastao raspadom ovog mezona. Broj mezona N koji se raspao za vreme t , od ukupnog broja mezona koji su ušli N_0 , vlada se po poznatom statističkom zakonu:

$$N = N_0 e^{-\frac{1}{\tau} t}$$

Vršeći niz uzastopnih merenja možemo konstruisati pravu u semi-

logaritamskoj podeli: $y = \ln \frac{N}{N_0} = -\frac{1}{T_0} t + \text{const}$

pa iz nagiba te prave odrediti ($-\frac{1}{T_0}$, tga) srednji život zaustavljenih mi-mezona, T_0 .

Tako su Nereson i Rossi, 1943 dobili vrednosti za

$$T_0 = (2.45 \pm 0.07) \cdot 10^{-6} \text{ sec}, \quad \text{Gacchiapuoti i Riccioni, 1941}$$

$$T_0 = (2.30 \pm 0.5) \cdot 10^{-6} \text{ sec}. \quad \text{Danas se smatra da je najtačnija vrednost (Bell i Hinoks, 1951):}$$

$$T_0 = (2.22 \pm 0.02) \cdot 10^{-6} \text{ sec}$$

Uzimajući u obzir da se mi-mesonii, koji su nastali u visokim slojevima atmosfere kreću brzinama bliskim brzini svetlosti, srednja slobodna putanja ovih mi-mezona, l treba da bude: $l = vt \approx c \frac{T_0}{\sqrt{1-\xi^2}} \frac{m_e c}{m_m c} = E \frac{T_0}{m_m c} \quad (E = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1-\xi^2}})$

a odatle:

$$\frac{l}{E} = \frac{T_0}{m_m c} = \text{const.}$$

Ovu formulu su proveravali Rossi i Hall, 1941. Oni su izmerili putanju, $l = (4.5 \pm 0.3) \cdot 10^5 \text{ cm}$ za mezone energije, $E = (5.0 \pm 0.7) \text{ eV}$. Uvezši - prema Leprince-Ringuet i Gorodetsky - približno 200 masa elektrona za masu mezona, dobije se

$$T_0 = (2.4 \pm 0.3) \cdot 10^{-6} \text{ sec}$$

i na osnovu iste relacije: $\xi = 0.99$

Iz navedenog se mogu uočiti slabe strane metoda. Ipak približno slaganje eksperimentalno dobivenih vrednosti sa vrednostima za T_0 i β na osnovu Einsteinove formule o dilataciji vremena smatra se dovoljnim da potvrди i samu relaciju o dilataciji vremena.

2. DOPPLEROV EFEKT

Da bi se dilatacija vremena mogla faktički utvrditi, bila bi potrebna dva veoma precizna časovnika koja u stanju mirovanja otkucavaju iste vremenske intervale. Jedan od njih bi se zatim stavio u uniformno pravolinijsko kretanje brzinom bliskoj

brzini svetlosti. Pod uslovom da red mehanizma ostane nepromenjen, prema Einsteinovoj teoriji, zapazili bismo da časovnik u kretanju otkucava duže vremenske intervale.

Pod časovnikom možemo ovde podrazumevati bilo kakav periodički proces koji se održava sa stalnim periodom oscilovanja. U tom smislu mogu da posluže atomi sa stalnom frekvencijom oscilovanja iz pobudjenog stanja u osnovno i odgovarajućim svetlosnim zračenjem. Ako je vremenski interval jedne oscilacije Δt , odnosno $\Delta t'$, onda, prema definiciji frekvencije: $\nu_0 = \frac{1}{\Delta t}$, odnosno $\nu' = \frac{1}{\Delta t'}$, relacija o dilataciji vremena dobija oblik:

$$\nu' = \nu_0 \sqrt{1 - \beta^2} < \nu_0$$

Prema tome, ako se posmatra monohromatsko svetlosno zračenje atoma u relativnom kretanju prema spektrografu, treba da se zapazi spektralna linija koja je utoliko više pomerena ka crvenom delu spektra, ukoliko je veća brzina kretanja atoma. Međutim u istom smislu se ispoljava iz klasične fizike poznati Dopplerov efekt (1842) za slučaj udaljavanja izvora talasa od posmatrača kao i očekivani relativistički efekt usled dilatacije vremena. Koristeći Galilejeve transformacije lako dobijamo da je

$$\nu' = \frac{\nu'}{1 - \beta \cos \theta}$$

gde je ν' - frekvencija izvora talasa, θ - ugao između pravca kretanja i pravca posmatranja.

Relativistički posmatrano, ν' je frekvencija u sistemu posmatrača, tj. $\nu' = \nu_0 \sqrt{1 - \beta^2}$. Zamenom poslednjeg izraza u izraz za klasični Dopplerov efekt dobijamo:

$$\nu = \frac{\nu_0 \sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta \cos \theta}$$

Ovaj, relativistički izraz za Dopplerov efekt se može u potpunosti izvesti relativističkim formalizmom, polazeći od relativističkih obrazaca za transformaciju kružne frekvencije $\omega = 2\pi\nu$

i talasnog vektora k ravnih monohromatskih talasa.

Specijalno za $\theta=0$ i $\theta=\pi/2$ dobijamo respektivno longitudinalni i transverzalni Dopplerov efekti:

$$V = V_0 \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \quad , \quad V = V_0 \sqrt{1-\beta^2} \quad , \quad \beta = \frac{v}{c}$$

Kako je klasični Dopplerov efekt za $\theta=0$ u prvoj aproksimaciji:

$$V = \frac{V^*}{1-\beta} \approx V_0(1+\beta), \quad (V^* = V_0)$$

i longitudinalni Dopplerov efekt se u prvoj aproksimaciji:

$$V_0 = V_0 \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} = V_0 \left(1 + \frac{1}{2}\beta - \frac{1}{8}\beta^2 + \dots\right) \left(1 + \frac{1}{2}\beta - \frac{3}{8}\beta^2 + \dots\right) \approx V_0 \left(1 + \frac{1}{2}\beta\right)^2 \approx V_0(1+\beta)$$

svodi na klasični Dopplerov efekt.

Iz izvedenog se pre svega vidi da je Dopplerov efekt obradjen relativističkim formalizmom šire obuhvaćena pojava nego što ga je predstavljala klasična fizika. Zatim, longitudinalni i transverzalni Dopplerov efekt se odnose kao efekti prvog i drugog reda. Dok se longitudinalni Dopplerov efekt u prvoj aproksimaciji svodi na klasični, dotle se transverzalni može smatrati čistim relativističkim efektom dilatacije vremena u kome su isključeni efekti prvog reda.

Međutim, prilikom određivanja pravog ugla za posmatrani transverzalni Dopplerov efekt se čine greške koje su istog reda veličine kao i veličine koje treba meriti. Isto tako i određivanje ugla θ , koji figuriše u relativističkom izrazu za Dopplerov efekt, dovodi do grešaka koje maskiraju javljanje članova reda β^2 , što takodje čini proveravanje relativističke formule iuzornim.

Zato su Ives i Stilwell, 1938, 1941 posmatrali svetlost čije je prostiranje po istom pravcu izmešano u oba smera, jer su u tom slučaju odgovarajuće frekvence:

$$V_1 = \frac{V_0 \sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta \cos \theta} \quad , \quad V_2 = \frac{V_0 \sqrt{1-\beta^2}}{1+\beta \cos \theta} \quad ,$$

odnosno spektralne linije sledećih talasnih dužina:

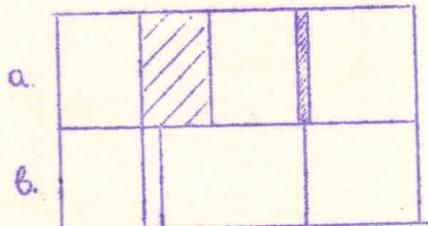
$$\lambda_1 = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1-\beta^2}} (1-\beta \cos \theta), \quad \lambda_2 = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1-\beta^2}} (1+\beta \cos \theta), \quad (\lambda = \frac{c}{\nu}),$$

što u zbiru dovodi do izraza koji ne zavisi od ugla θ :

$$\lambda_1 + \lambda_2 = \frac{2\lambda_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

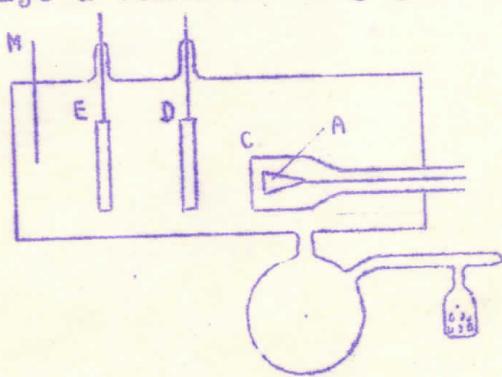
Posmatranje pak pod malim uglom θ vodi u aproksimaciji longitudinalnom Dopplerovom efektu i određivanju efekata prvog reda. Izmerene vrednosti su trebale da pokažu bolje slaganje sa efektima drugog reda, koji se javljaju u relativističkoj obradi Dopplerovog efekta u koji se unosi faktor dilatacije vremena.

OGLEDI IVESA I STILWELLA Ives i Stilwelli su spektrografski posmatrali vodonikove kanalske zrake. Ali u običnim kanal-



skim cevima kinetička energija atoma je različita, te se usled Dopplerovog efekta prvog reda spektralna linija veoma širi, tako da je odnos izmedju nepomerene i pomerenе linije sličan crtežu a. Monoenergetske atome su Ives i Stil-

dobijali
well u specijalno za tu svrhu modifikovanim cevima (Batho i Dempster, 1932). Na taj način se dobijaju veoma uzane linije (crtež b.), te se može tačno izmeriti talasna dužina λ i otkriti pomeranje linije u veličini drugog reda.



Usijana katoda emisija elektrone koji ionizuju molekule vodonika, a ovi se ubrzavaju električnim poljem izmedju elektroda E i D. Visoka razredjenost u cevi spriječava međusobne sudare jona u ovom delu da

ne bi došlo do promene naielktrisanja, a time i do promene kinetičke energije čestica. Kanalske čestice emituju svetlost ispred

sebe, ali se pomoću konkavnog ogledala M vodi računa i o svetlosti koja se prostire nasuprot kretanja kanalskih zraka. Pravac posmatranja sa pravcem kretanja atoma je zahvatao ugao od oko 7° , tako da se mogla posmatrati svetlost koja se prostirala skoro duž spektrograфа. Svetlost koju emituju atomi pre ulaska u prostor E i D može smatrati da je svetlost atoma u stanju mirovanja talasne dužine λ_0 .

Razlika izmedju centra pomerenih spektralnih liniјa usled Dopplerovog efekta i spektralnih liniјa atoma u stanju mirovanja treba da bude:

$$\Delta_1\lambda = \frac{\lambda_0 + \lambda_0}{2} - \lambda_0 = \frac{2\lambda_0}{2\sqrt{1-\beta^2}} - \lambda_0 = \lambda_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \approx \lambda_0 \frac{\beta^2}{2},$$

Što je efekt drugog reda, koji bi klasičnom obradom Dopplerovog efekta potpuno izostao.

S druge strane, efekt prvog reda se može imiteriti ako se posmatra svetlosno značenje pod malim uglom θ ($\theta \rightarrow 0$) u odnosu na pravac kretanja izvora. Pri tome je

$$\Delta_1\lambda = \lambda_2 - \lambda_0 = \frac{\lambda_0(1+\beta)}{\sqrt{1-\beta^2}} - \lambda_0 = \lambda_0 \left(\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} - 1 \right) \approx \lambda_0 (\beta + 1 - 1) = \lambda_0 \beta.$$

Rezultati merenja su sledeći:

$$\lambda_{0H\beta} = 4381 \text{ Å} \approx 5000 \text{ Å}$$

$\Delta_1\lambda = 20 \text{ Å}$ --- Što odgovara pomeranju od 2 mm na korišćenom uredjaju uz potencijal od 20kV,
 $\Delta_1\lambda = \lambda_0 \beta$; $\beta = \frac{\Delta_1\lambda}{\lambda_0} = \frac{20}{5000} = 0,004$

$$\Delta_2\lambda = \lambda_0 \frac{\beta^2}{2} = \frac{1}{2} \Delta_1\lambda \cdot \beta = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 0,004 = 0,04 \text{ Å}$$

Prema tome poluširina pomerene liniјe H β na korišćenom uredjaju jeste:

$$\frac{2 \cdot 0,04}{20} = 0,004 \text{ mm},$$

što odgovara izmerenoj vrednosti.

Moglo se posumnjati da širina ove liniјe odgovara ne razvijenoj finoj strukturi liniјa, koja bi se sa povećanjem napona

mora da ukazati. Međutim za različite napone, sve do 43 kV, ili za $\beta = 0,007$ Ives i Stilwell su dobijali različite, ali odgovarajuće vrednosti kako za β tako i za $\Delta\lambda$ koje su pokazale vanrednu saglasnost između eksperimentalno dobijenih vrednosti i očekivanih na osnovu računa.

Zato se smatra da ogledi Ivesa i Stilwella posredno potvrđuju relaciju o dilataciji vremena.

3. MOSSBAUEROV EFEKT I DILATACIJA VREMENA

Mössbauerov efekt je efekt rezonantne apsorpcije gama zraka pri specijalno podešenom emiteru i apsorberu, koji, uz korišćenje Dopplerovog efekta, omogućava vrlo precizna merenja frekvenci i ujihovih promena sve do prirodne širine spektralnih linija.

Kao što je poznato, gama zračenje je posledica prelaza atomskog jezgo-prodakta iz pobudjenog stanja u niže (osnovno) stanje, a koje je nastalo alfa ili beta raspadom. Pri tom prelazu jezgro-prodakta gama kvant ne može odneti čitavu energiju prelaza E_0 , već deo te energije, ΔE odlazi na povećanje kinetičke energije samog jezgra, na tzv. uzmak jezgra, pa je energija izračenog kvanta: $E_\gamma = E_0 - \Delta E$.

Uzmak jezgra možemo odrediti polazeći od izraza za kinetičku energiju:

$$\Delta E = T_j = \sqrt{p_j^2 c^2 + m_{oj}^2 c^4} - m_{oj} c^2 \approx \frac{p_j^2}{2m_{oj}},$$

gde je p_j - impuls jezgra, a m_{oj} - masa mirovanja jezgra.

Iz zakona održanja impulsa u sistemu centra masa za ovaj proces: $0 = \vec{p}_i + \vec{p}_j$ sledi da je: $|\vec{p}_j| = |\vec{p}_i|$, pa uzimajući u obzir relaciju: $p = \frac{E}{c}$ dobijamo konačno veličinu uzmaka jezgra u ovom obliku:

$$\Delta E = \frac{p_j^2}{2m_{oj}} = \frac{p_i^2}{2m_{oj}} = \frac{E_\gamma^2}{2m_{oj}c^2}.$$

Da bi se isto atomsko jezgro prevelo u isto pobudjeno

stanja, tj. da bi se neki gama kvant apsorbovao potrebno je da raspolaže energijom prelaza uvećanom za uzmak jezgra, tj.

$$E'_\gamma = E_\gamma + \Delta E = E_\gamma + \delta E + \Delta E = E_\gamma + 2 \frac{E_\gamma^2}{2m_e c^2} = E_\gamma + \frac{E_\gamma^2}{m_e c^2}.$$

Vidi se, dakle, da je za rezonantnu apsorpciju gama zraka potrebna nešto viša energija od one kojom raspolaže emitovani gama kvant istog prelaza istog jezgra. Kako je širina emitovanja i apsorbovanja već još mnogo manja od energije uzmaka ($\Delta E \ll \Delta E'$), tek Moon, 1953 uspeva da znatnim ubrzavanjem emitera poveća energiju odnosno frekvencu gama kvanta i tome ostvari rezonantnu apsorpciju. Mössbauer međutim ide drugim putem i 1958 god. dolazi do efikasnog rešenja.

Iz izraza za uzmak jezgra se vidi da je energija uzmaka obrnuto proporcionalna masi. Zato Mössbauer ugrađuje radioaktivne izotope u kristalnu rešetku od stabilnih, po masi bliskih izotopa. Impuls uzmaka se na taj način predaje kristalnoj rešetki kao celini, jer usled velikih sила uzajamnog dejstva izmedju susednih atoma nije dovoljan da istrgne jezgro iz njegovog položaja u kristalnoj rešetki. Tako se i energija uzmaka svodi na zanemarljivo malu veličinu ($m_e \rightarrow \infty, \Delta E \rightarrow 0$) i uz hladjenje ispod Debeyeve temperature (-250°C) postiže se rezonantna apsorpcija pri praktično nepromenjenoj energiji odnosno frekvenci gama kvanta ($E'_\gamma = E_\gamma$).

Ali na temperaturi iznad Debeyeve toplotno kretanje atoma unutar kristalne rešetke mora dovesti do promene frekvence. Naime, relativno kretanje atoma u emiteru u odnosu na apsorber izaziva Dopplerov efekt dat izrazom u kome će linearni član po β izostati, zato što je srednja brzina toplotnog kretanja jednaka nuli ($\beta = \frac{\bar{v}}{c} = 0$):

$$v = \frac{v_0 \sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta \cos \theta} = v_0 \sqrt{1 - \beta^2} \approx v_0 \left(1 - \frac{1}{2} \beta^2\right), \quad \left(\beta^2 = \frac{\bar{v}^2}{c^2}\right).$$

Do istog rezultata se može doći i ovakvim rezonovanjem:

Ako jezgro kinetičke energije do zračenja:

$T = \sqrt{p^2 c^2 - m_e^2 c^4} - m_e c^2 \approx \frac{p^2}{2m_0}$ zrači kvant $h\nu_0$, onda se zračenjem njegova masa umanjuje za $\frac{h\nu_0}{c^2}$, zadržavajući stalnu vrednost impulsa,

a kinetička energija mu se povećava za vrednost:

$$\Delta T = \left[\sqrt{p^2 c^2 + \left(m_0 - \frac{h\nu_0}{c^2}\right)^2 c^4} - \left(m_0 - \frac{h\nu_0}{c^2}\right) c^2 \right] - \left(\sqrt{p^2 c^2 + m_e^2 c^4} - m_e c^2 \right) \approx \\ \approx \left(m_0 - \frac{h\nu_0}{c^2}\right) c^2 \left[1 + \frac{p^2}{2\left(m_0 - \frac{h\nu_0}{c^2}\right)^2 c^2} \right] - \left(m_0 - \frac{h\nu_0}{c^2}\right) c^2 - \frac{p^2}{2m_0} = \\ = \frac{p^2}{2\left(m_0 - \frac{h\nu_0}{c^2}\right)} - \frac{p^2}{2m_0} \approx \frac{p^2}{2m_0} \frac{h\nu_0}{c^2}$$

Zamenjujući stvarnu vrednost kvadrata impulsa njegovom srednjom vrednošću usled toplopnog kretanja: $p^2 = m_0^2 \bar{v}^2$, dobijamo:

$$\Delta T = \frac{1}{2} h\nu_0 \frac{\bar{v}^2}{c^2}$$

Za ovoliko je upravo manja energija kvanta koju zrači jezgro u kretanju od energije kvanta jezgra u mirovanju, tj.:

$$h\nu = h\nu_0 - \Delta T = h\nu_0 \left(1 - \frac{1}{2} \beta^2\right), \quad \left(\beta^2 = \frac{\bar{v}^2}{c^2}\right)$$

ili

$$\nu = \nu_0 \left(1 - \frac{1}{2} \beta^2\right)$$

Ovaj rezultat se može shvatiti kao čist relativistički efekt dilatacije vremena.

Prema tome, očekuje se relativno pomeranje frekvencije spektralne linije gama zraka u Mössbauerovom efektu usled toplovnog kretanja:

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_0} = \frac{\nu_t - \nu}{\nu_0} = \frac{\nu_0 - \nu_0 \left(1 - \frac{1}{2} \beta^2\right)}{\nu_0} = \frac{1}{2} \beta^2$$

Rezultati merenja, objavljeni 1960 god., dobro se slažu sa veličinom $\frac{1}{2} \beta^2$, pa prema tome potvrđuju relativistički efekt dilatacije vremena.

C. Ekvivalentnost mase i energije

Vršeći kovarijantnu formulaciju fizičkih zakona u oblasti mehanike dolazimo do relacije koja nas podseća na zakon održanja kinetičke energije klasične mehanike. Uporedjenjem dve relacije nalazimo da bi izraz za kinetičku energiju u relativističkoj mehanici bio:

$$T = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - m_0 c^2 = mc^2 - m_0 c^2, \quad \left(m = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \right).$$

Prema tome, kinetičku energiju moramo shvatiti kao razliku energija tela u kretanju i mirovanju, pa je energija slobodnog tela u kretanju:

$$E = mc^2$$

koja za slučaj $v = 0$ se svodi na - nazovimo je - energiju mirovanja: $E_0 = m_0 c^2$.

Izvedena Einsteinova relacija utvrđuje proporcionalnost veličina mase i energije, koje su ekvivalentne tako da svakoj masi m pridružena energija iznosi mc^2 , i obrnuto: energiji E pridružena masa je jednaka E/c^2 . Napomenimo da izraz "ekvivalentnost" nema uobičajeni smisao, jer se radi o veličinama različitih dimenzija. Tim pre treba обратити pažnju da je relacija vezana znakom jednakosti a ne znakom identičnosti. Olako prelaženje preko ovoga vodi shvatanjima koja mogu biti fundamentalne prirode, ali koja se udaljuju od stvarnosti i koja u svakom slučaju ne proizilaze iz same relacije.

Relacija ekvivalentnosti mase i energije naziva se i zakon održanja energije ili relativističke mase. Naime, ovom je relacijom uspostavljena veza izmedju dva osnovna, ali odvojena i jedan od drugog nezavisna zakona klasične mehanike. Kao što su prostorno-vremenske koordinate dogadjaja povezane u invarijantni kvadrivektor položaja, tako se i impuls i energija povezuju u kvadrivektor impulsa, koji je takodje invarijantan u odnosu na Lorentzove transformacije. Time se još bolje vidi čvrsta veza izmedju

osnovnih zakona održanja, pa se govori i o zakonu održanja energije-impulsa.

Napomenimo najzad da je pojam potencijalne energije nespojiv sa teorijom relativnosti, jer sadrži predstavu o trenutnom dejstvu na daljinu, pa se pri obradi sistema vezanih čestica pribegava aproksimacijama koje odgovaraju klasičnoj mehanici.

Zakon održanja energije-impulsa i relacija ekvivalentnosti energije i mase ne samo da su našli eksperimentalne potvrde u nuklearnoj fizici, nego su oni često osnovni stavovi na kojima se gradi savremena nuklearna fizika. Zadržaćemo se samo na nekim primerima koji to najbolje ilustruju.

1. DEFJEKT MASE I NUKLEARNA ENERGIJA

Predpostavimo da se čestica mase M raspada na čestice m_1 i m_2 sa impulsima \vec{p}_1 i \vec{p}_2 i energijama E_1 i E_2 . U sistemu centra masa zakon održanja impulsa glasi: $0 = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \Rightarrow$ pa se invarijanta kvadratektora impulsa može napisati:

$$(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 c^2 - (E_1 + E_2)^2 = -M^2 c^4,$$

to jest?

$$Mc^2 = E_1 + E_2.$$

Kako su $E_1 = m_1 c^2 + T_1$ i $E_2 = m_2 c^2 + T_2$, gornji izraz postaje:

$$Mc^2 = (m_1 + m_2) c^2 + T_1 + T_2.$$

Pošto se kinetičke energije čestica nastale raspadom moraju svakakojavljati, tj. $T_1 > 0$, $T_2 > 0$, onda je raspad bez dovodjenja energije je, tzv. spontani raspad moguć samo ako je

$$M > m_1 + m_2.$$

U slučaju da je

$$M < m_1 + m_2,$$

raspad će nastati samo ako se dovodi energija, pa kažemo da je čestica stabilna.

Uopšte, razlika sume masa nukleona koji izgradjuju

nukleus i mase nukleusa naziva se defekt mase: $\Delta m = \sum_{i=1}^n m_i - M$.

Ako je defekt mase pozitivan, nukleus ili atomsko jezgro je stabilno, i u protivnom je nestabilno i dolazi do spontanog raspada. Ali treba odmah primetiti da pozitivan defekt mase ne znači da je atomsko jezgro absolutno stabilno. Naime, ako je defekt mase jednog jezgra manji od sume defekta mase sa jezgara na koje bi se ovo moglo raspasti, onda do ovakvog raspada spontano i dolazi, jer je krajnji sistem stabilniji od polaznog. Na primer:

Jezgro berilijsuma ${}^4\text{Be}$ bi se u principu moglo raspasti na dva jezgra helijuma ${}^2\text{He}_2^4$:



Potražimo zato odgovarajuće defekte mase i uporedimo ih:

$$\begin{aligned} \text{Za } {}^4\text{Be}: \dots \Delta m &= 4 \cdot p_0^1 + 4 \cdot n_1^1 - M_{{}^4\text{Be}} = 4 \cdot 1,008123 + 4 \cdot 1,00893 - 8,00785 = \\ &= 8,068212 - 8,00785 = + 0,060362 \text{ amj} \end{aligned}$$

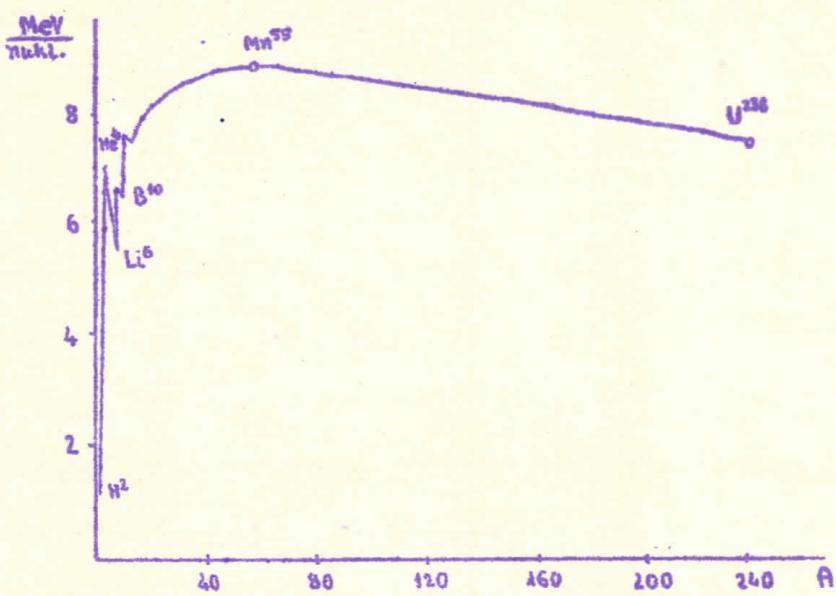
$$\begin{aligned} \text{Za } {}^2\text{He}_2^4: \dots \Delta m_i &= 2 \cdot p_0^1 + 2 \cdot n_1^1 - M_{{}^2\text{He}_2^4} = 2 \cdot 1,008123 + 2 \cdot 1,00893 - 4,00390 = \\ &= 4,034406 - 4,00390 = + 0,030206 \text{ amj} \end{aligned}$$

$$2 \Delta m_i = + 0,060412 \text{ amj}$$

$$\Delta m < \Delta m_i$$

Prema tome, usled unutrašnjih transformacija, a po isteku određenog vremenskog intervala, treba očekivati da se u jezgru berilijsuma ${}^4\text{Be}$ javi raspadajuća konfiguracija, te da se jezgro raspadne na dva jezgra helijuma ${}^2\text{He}_2^4$. Ovo je i eksperimentalna činjenica.

Prema relaciji o ekvivalentnosti mase i energije defektu mase kod stabilnih jezgara odgovara energija veze: $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$, a to je energija koju treba dovesti jezgru da bi se razdvojilo na nukleone koji ga izgradjuju. Ako je jezgro nestabilno, onda defektu mase odgovara energija oslobođena raspadom: $-\Delta E = -\Delta m \cdot c^2$. Prema tome, kako defekt mase tako i energija veze je mera stabiliteta.



nosti jezgra. Da bi se stabilnost jezgra mogla uporedjivati energija veze se daje po nukleonu, što ilustruje prikazani grafik. Analizirajući ovaj grafik pada uobičajeno velika energija veze jezgra He^4 medju lakinim jezgrima, koje je i inače poznato kao veoma stabilno, u hemijskom pogledu to je inertan gas; dostižući maksimum oko atomskog broja $A = 60$ energija veze dalje polako opada, i tako dalje.

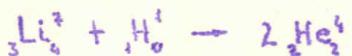
Na kraju napomenimo da eksperimentalne vrednosti mase jezgara, dobivene pomoću masenih spektrografa, i izmerene vrednosti utrošene ili oslobođene energije pri nuklearnim procesima pokazuju odlična slaganja sa računskim vrednostima na osnovu relacije o ekvivalentnosti mase i energije.

2. BILANS NUKLEARNIH REAKCIJA

Einsteinova relacija ekvivalentnosti mase i energije omogućila je da se shvati ogromna vrednost oslobođene energije pri nuklearnim procesima. Ona je vodila i vodi čoveka kroz praksu nuklearne tehnike. Ne može se ni zamisliti da bi se bilans nuklearnih reakcija mogao svesti bez relacije o ekvivalentnosti mase i energije. Kako je ovakvo svodjenje bilansa već uobičajena praksa, pokazaćemo to samo na jednom primeru.

Bombardovanjem litijuma Li_7 brzim protonima nastaje

nestabilan sistem koji se raspada na dve alfa čestice:



Energija koja se oslobadja ovim procesom jednak je razlici kinetičkih energija nastalih alfa čestica i kinetičke energije protona kojim je vršeno bombardovanje litijuma. Prema Smithu, 1939 izmerene vrednosti daju sledeću razliku:

$$\Delta E = 17,28 \pm 0,03 \text{ MeV} = (27,6 \pm 0,05) \cdot 10^{-6} \text{ erga}$$

Koristeći izmerene mase nukleona i čestica koje sudjeluju u ovom procesu lako je izračunati defekt mase:

$$\Delta m = 7,0166 + 1,0076 - 2 \cdot 4,0028 = 0,0186 \text{ amj}$$

Prema relaciji o ekvivalentnosti mase i energije treba očekivati sledeću oslobođenu energiju:

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = 0,0186 \cdot 1,493 \cdot 10^{-2} = 27,3 \cdot 10^{-6} \text{ erga}$$

Kao što se vidi, slaganje izmedju oslobođene energije na osnovu relacije ekvivalentnosti i izmerene vrednosti te iste energije je vanredno.

3. Stvaranje parova i njihova anihilacija

Pojave transformacije čestice sa masom mirovanja jednakom nuli u čestice mase mirovanja različitom od nule, i obrnuto, su pojave koje sasvim izlaze iz okvira klasične fizike, koje zakon održanja mase i zakon održanja energije u svom klasičnom obliku nikako ne mogu da objasne. Ove pojave su direktna potvrda relativističkog zakona održanja energije ili relativističke mase i ujedno primer kako taj zakon treba shvatati.

Na osnovu zakona održanja energije ili relativističke mase i zakona održanja impulsa moguće je da se gama kvant pri interakciji sa elektromagnetskim poljem jezgra transformiše u par elektron-pozitron. Lako je shvatiti da ova transformacija nije moguća u vakuumu, dakle bez prisustva trećeg tela, jer u tom slučaju ne bi mogao biti zadovoljen i zakon održanja energije i zakon

održanja impulsa.

Pokazaćemo kako se određuje energetski prag reakcije, tj. minimalna energija kojom mora raspolagati gama kvant da bi došlo do reakcije u prisustvu atomskog jezgra.

Do reakcije imamo gama kvant energije E i impulsa $p = \frac{E}{c}$ i jezgro mase mirovanja M , pa je odgovarajući kvadrivektor impulsa

$$l = \left(\frac{E}{c}\right)^2 c^2 - (E + Mc^2)^2$$

Posle reakcije javlja se par elektron-positron mase mirovanja $2m$ i jezgro mase M koje preuzima deo impulsa i energije, pa isti kvadrivektor u sistemu centra masa (ukupni impuls je jednak nuli) glasi:

$$l = -(2mc^2 + Mc^2)^2$$

Napišemo li zakon održanja

$$(E + Mc^2)^2 - \left(\frac{E}{c}\right)^2 c^2 = (2mc^2 + Mc^2)^2$$

dobićemo iz njega:

$$E = 2mc^2 \left(1 + \frac{m}{M}\right) > 2mc^2 = 2 \cdot 0,511 \text{ MeV} = 1,022 \text{ MeV}.$$

Prema tome, energetski prag reakcije je $E > 1,022 \text{ MeV}$

Pojavu stvaranja parova predviđela je kvantna mehanička (Dirac, 1928), a otkrili su je Blackett i Occhialini, 1932 u kosmičkim zracima. Eksperimentalni rezultati merenja se slažu sa relativističkim računom.

Eksperimentalno je utvrđeno da pozitroni "iščezavaju" prolazeći kroz materiju i da to "iščezavanje" prati emisija gama kvanata energije $0,511 \text{ MeV}$. Ovo se objašnjava time da se veoma usporeni pozitroni ($v \rightarrow 0$) slijavaju sa elektronima. Ovakav sistem je električki neutralan, vanredno male mase i impulsa i energije koja se svodi na energiju mirovanja:

$$E = mc^2 + mc^2 = 2mc^2 = 1,022 \text{ MeV}$$

Na osnovu relacije o ekvivalentnosti mase i energije i zakona

održanja impulsa:

$$0 = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$$

iz procesa anihilacije para pozitron-elektron moraju nastati dva gama kvanta sa suprotno usmerenim impulsima, energije:

$$E_g = 2h\nu = 2mc^2 = 2 \cdot 0,511 = 1,022 \text{ MeV}$$

Ovo je bio još jedan primer kako u svim nuklearnim procesima, u kojima dolazi do izražaja znatna izmena energije sistema, relacija o ekvivalentnosti mase i energije ima fundamentalni karakter.

D. Promena mase sa brzinom

Ako se izvrši kovarijantna formulacija osnovne jednacine dinamike klasične mehanike u smislu Einsteinovih shvatanja prostora i vremena, odmah će se uočiti da izraz

$$\frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

odgovara masi m koja se kreće u odnosu na posmatrača uniformno pravolinijski brzinom v . Veličina m_0 jeste masa u odnosu na sistem koji se kreće zajedno sa njom ili u odnosu na koji ona miruje, dakle sopstvena masa ili masa mirenja. Kao što vidimo, u relativističkoj relaciji za masu figurine isti dilatacioni faktor

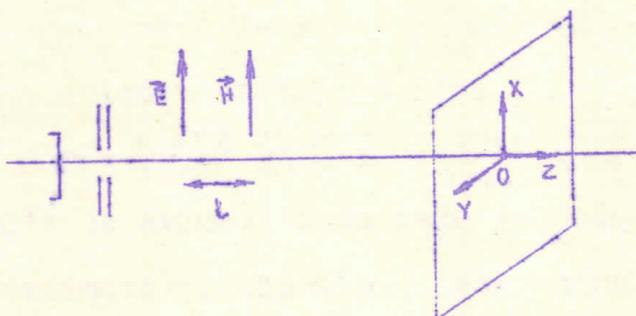
$1/\sqrt{1-\beta^2}$ kao i u relaciji za vreme, pa sve što važi za dilataciju vremena važi i za dilataciju mase, tj. da se masa povećava sa porastom brzine. Dakle, otpor istoj proeni stanja kretanja čestice, nazvan masa raste sa brzinom.

Povećanje mase sa porastom brzine bila je eksperimentalna činjenica već 1901 god. (Kaufmann). Abrahamova hipoteza o krutom elektronu (1903) dovela je do izraza za impuls (proizvod mase i brzine), prema kojem se impuls povećava sa porastom brzine tela prema brzini svetlosti logaritamski do beskonačnosti. Lorentzova teorija o deformabilnom elektronu vodi pak do iste, relativi-

stičke relacije za masu. Kako je eksperimentalno najjednostavnije dovesti elektrone u kretanje brzinama bliskim, ili bar uporedivim sa brzinom svetlosti, to ćemo najpre ovde potražiti potvrde relativističke relacije za masu.

1. SKRETANJE NAELEKTRONIČESTICA U EL. I MAGN. POLJU

Posmatrajmo ponašanje mlaza katodnih zraka u električnom i magnetnom polju. Neka se uzani mlaz kreće u pozitivnom smeru Z-ose.



ru Z-ose i neka pogadja ekran u tački O. Ako uključimo električno polje \vec{E} , koje je normalno na pravac kretanja elektrona u mlazu, ono će izazivati savijanje mlaza u pravcu polja, recimo u pravcu X-ose. Magnetno polje \vec{H} , paralelno električnom, izaziva otklon mlaza u smeru Y-ose.

Da bi našli otklon mlaza pod uticajem električnog polja moramo podi od relativističke diferencijalne jednačine kretanja:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{f} - \frac{\vec{v}}{c^2} (\vec{f} \cdot \vec{v}),$$

jer se elektroni u katodnoj cevi kreću brzinama uporedivim sa brzinom svetlosti. Kako je u početnom trebutku brzina normalna na pravac električne sile, a u kasnijim trenucima skoro normalna, to je skalarni proizvod: $\vec{f} \cdot \vec{v}$ jednak nuli, odnosno skoro jednak nuli, pa gornja jednačina postaje:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} \approx \vec{f}.$$

Aproksimativno se dakle relativistička diferencijalna jednačina

kretanja svodi na klasičnu. Ako odgovarajući skalarnu diferencijalnu jednačinu integralimo dva puta, uz početne uslove: $t_0 = 0$, $x_0 = 0$, $v_{x_0} = 0$ dobićemo:

$$x = \frac{1}{2} a t^2 .$$

Uzimajući da je $a = \frac{d\vec{v}}{dt} \approx \frac{\vec{f}}{m}$, gde su: $\vec{f} = e\vec{E}$, $t = \frac{l}{v}$, $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$, konačno dobijamo otklon usled električnog polja:

$$x = \frac{1}{2} \frac{eE}{m_0} \frac{l^2}{v^2} \sqrt{1-\beta^2} = \frac{eE l^2}{2 m_0 v^2} \sqrt{1-\beta^2} .$$

Istim rezonom, samo ovde je: $\vec{f} = e(\vec{v} \times \vec{B}) = evB\hat{j} = ev \frac{H}{c} \hat{j}$ dobijamo otklon usled magnetnog polja:

$$y = \frac{1}{2} \frac{evH}{m_0 c} \frac{l^2}{v^2} \sqrt{1-\beta^2} = \frac{eH l^2}{2 m_0 c v} \sqrt{1-\beta^2} .$$

Može se primetiti da iako je polazna diferencijalna jednačina aproksimativno klasična, ipak računamo sa relativističkom masom, jer pri velikim brzinama ona mora doći do izražaja. Da smo se zaustavili na klasičnoj masi, što je opravданo za $\gamma \ll c$, elektroni različitih brzina u mlazu bi, pri istovremenom dejstvu električnog i magnetnog polja, obrazovali na ekranu parabolu:

$$\frac{y^2}{x} = \frac{e}{m_0} \frac{H^2}{E} \frac{l^2}{2 c^2} = \text{const.}, \quad [x = x(v), y = y(v)] .$$

Međutim kako to nije slučaj, kriva na ekranu nije parabola, već

$$\frac{y^2}{x} = \left(\frac{y^2}{x} \right)_{\text{par.}} \sqrt{1-\beta^2} ,$$

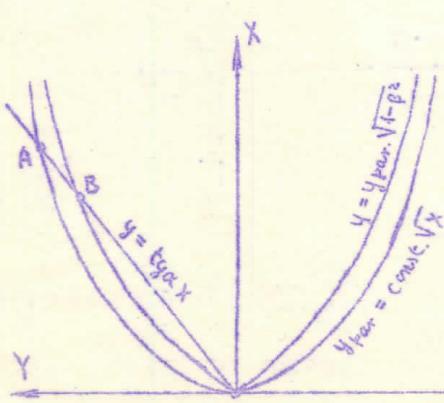
a to je kriva četvrtog reda.

S druge strane, sve nenelektrisane čestice, koje pri istoj brzini v imaju različite mase obrazuju:

$$\frac{y}{x} = \frac{H}{E} \frac{v}{c} ,$$

ili

$$y = \beta \frac{H}{E} x, \quad (\beta = \frac{v}{c}).$$



Dakle leže na pravi koja prolazi kroz

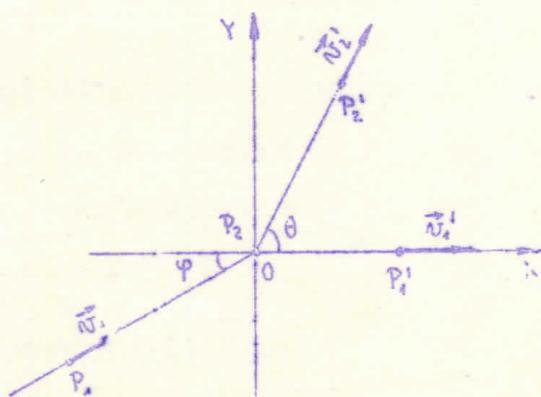
koordinatni početak, tj. koja prolazi kroz tačku na koju pada mraz neuplivisan električnim i magnetnim poljem, a čiji nagib zavisi od brzine elektrona pri stalnom odnosu H/E .

Na taj način lako je eksperimentalno odrediti brzinu v i masu m .

Tako su već Guye i Lavanchy, 1916, birajući različite vrednosti napona električnog i magnetnog polja, dobijali stalan otklon katodnih mlazeva brzina $0,2 < v < 0,49$. Nacken, 1935 usavršivši metod koristi elektrone i sa $v \approx 0,7$. Pokazalo se da se nerelativistička izračunavanja zasnovana na Abrahamovoj hipotezi ne slazu sa rezultatima ogleda, dok se relativistička formula $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2}}$ odlično potvrđuje ogledima. Štaviše, ova formula se smatra kao jednom od najadekvatnijih u fizici. Uvlo precizne mase, sa kojima se mora računati pri ubrzavanju teških čestica (protona, deuterona, alfa čestica) u akceleratorima, dobivaju se prema relativističkoj formuli.

2. ELASTIČNI SUDAR ČESTICA

Obradićemo relativistički formalizmom elastični sudar dve čestice jednakih masa mirovanja m_0 u laboratorijskom sistemu. U tu svrhu koordinatni početak laboratorijskog sistema S



vezujemo za jednu od tih čestica, npr. za česticu P_2 . Neka je pre sudara njena brzina $\vec{v}_2 = 0$, a čestica P_1 neka se kreće prema njoj pravcem OP_1 i stalnom brzinom \vec{v}_1 . Posle sudara čestice se kreću brzinama \vec{v}'_1 i \vec{v}'_2

po pravcima OP'_1 i OP'_2 . Kako je elastični sudar uslovjen centralnim silama, kretanje ostaje u istoj ravni, te orijentišimo koordinatni sistem S tako da pravci kretanja čestica leže u ravni XOY i

da se pravac kretanja jedne od tih čestica, npr. OP_1 poklapa sa X-osom. Sa φ i θ označimo uglove koje sa X-osom zahvataju pravci OP_1 i OP_2' . Brzinama v_i, v_i', v_i'' odgovaraju impulsei $\vec{p}_i, \vec{p}_i', \vec{p}_i''$.

U ovom slučaju zakon održanja impulsa: $\vec{p}_i = \vec{p}_i' + \vec{p}_i''$

($\vec{p}_i = 0$) izražen odgovarajućim projekcijama glasi:

$$p_i \cos \varphi = p_i' \cos \theta ,$$

$$p_i \sin \varphi = p_i' \sin \theta ,$$

Ako obe jednačine kvadriramo i saberemo dobijemo da je

$$2p_i' p_i \cos \theta = p_i'^2 - p_i'^2 - p_i'^2 \dots /a/ .$$

Zakon održanja energije u ovom slučaju, uzimajući u obzir relacijsku ekvivalentnost, glasi:

$$E_i + E_z = E_i' + E_z'$$

ili

$$m_i c^2 + m_z c^2 = m_i' c^2 + m_z' c^2$$

tj.

$$m_i + m_z = m_i' + m_z' , \quad (m_z = m_0)$$

a odavde je

$$m_i = m_i' + m_z' - m_0$$

Iz relativističkih izraza za energiju:

$$E = m c^2 \quad ; \quad E = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4}$$

možemo dobiti da je

$$\frac{p^2}{c^2} = m^2 - m_0^2 \dots /b/$$

Podelimo zato jednačinu /a/ sa c^2 i zamenimo odgovarajuće vrednosti na desnoj strani prema /b/, pa ćemo dobiti:

$$\begin{aligned} \frac{2}{c^2} p_i' p_i \cos \theta &= m_i^2 - m_0^2 - (m_i'^2 - m_0^2) - (m_z'^2 - m_0^2) = \\ &= m_i^2 + m_0^2 - m_i'^2 - m_z'^2 . \end{aligned}$$

Zamenimo li u ovoj relaciji ranije izračunatu vrednost za m_1 , konačno dobijamo da je

$$\frac{2}{c^2} p_i' p_i \cos \theta = 2(m_0^2 + m_i' m_z' - m_i' m_0 - m_z' m_0) ,$$

a odavde:

$$\cos \theta = c^2 \frac{(m_i' - m_0)(m_z' - m_0)}{p_i' p_z'} .$$

Izvedeni izraz određuje ugao izmedju pravaca razilaženja dve čestice jednakih masa posle elastičnog sudara u relativističkoj obradi. Ako $p_1' p_2' \neq 0$, a pošto su $m_1' > 0, m_2' > 0$ sledi:

$$\Leftrightarrow \theta > 0, \quad 0 < \theta < \pi/2.$$

Dakle, ugao izmedju pravaca kretanja dve čestice jednakih masa posle elastičnog sudara je uvek oštar. Pri malim brzinama je praktično $m_1' = m_2' = m_0$, pa na osnovu gornjeg za slučaj da $p_1' p_2' \neq 0$ sledi:

$$\Leftrightarrow \theta = 0, \quad \theta = \pi/2.$$

Dakle samo pri nerelativističkim brzinama čestice jednakih masa razilaze se posle sudara u pravcima normalnim jedan na drugom - što se poklapa sa rezultatima klasične obrade elastičnog sudara.

Istraživanja u nuklearnoj fizici obiluju elastičnim sudarima čestica koje se kreću kako nerelativističkim tako i relativističkim brzinama, a veoma su pristupačna merenju. Tako je Champion, 1932 sistematski proveravao gornju formulu, pomoću koje se za slučaj relativističkih brzina sa $m_1' = \frac{m_0}{\sqrt{1-\epsilon^2}}$ i $m_2' = \frac{m_0}{\sqrt{1-\epsilon^2}}$ dobija zadovoljavajuće slaganje sa eksperimentalnim rezultatima. Sastavim dokumentovane potvrde su snimci putanja čestica u Vilsonovoj komori. Tako je npr. Jolie M. Curie, 1935 snimio elastičan sudar elektrona sa $\epsilon = 0,968, \theta = 60^\circ$, Leprince-Ringuet, 1936 takodje elastičan sudar elektrona sa $\epsilon = 0,93, \theta = 72^\circ$.

3. COMPTONOV EFEKT

Comptonov efekt se ukratko sastoji u smanjenju frekvencije elektromagnetskih radijacija pri njihovom prolazu kroz supstancu. Naime, Compton je 1922 god. zapazio u spektru X-zraka, pored molibdenove K_α linije i liniju koja je u odnosu na ovu bila pomerena ka crvenom delu spektra, kad se X-zračenje rasejava na grafitu.

Pre svega, Comptonov efekt se nije mogao shvatiti na osnovu klasičnih predstava o radijacijama. Tek ako se prihvati

da kvant elektromagnetsnog polja $\hbar\nu$ pri interakciji sa elektronom preda njemu deo energije $\Delta E = \hbar\nu - \hbar\nu'$ može se shvatiti smanjena frekvencija ν' kao rezultat smanjene energije $\hbar\nu'$ i uspešno prići obrati Comptonovog efekta.

Kako se radi o elastičnom sudaru fotona i elektrona, obrada teče u smislu opisanom u prethodnom odeljku, ali pri tome treba voditi računa o posebnoj prirodi fotona. Naime, pošto je za fotone $\beta = 1$, da bi masa mirovanja bila konačna, prema $m_0 / \sqrt{1-\beta^2}$ mora biti $m_0 = 0$. Međutim sam izraz $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$ postaje neodredjen za $\beta = 1$ - kao uostalom i svi drugi koji sadrže faktor $1/\sqrt{1-\beta^2}$. Zato se masa fotona u kretanju dobija iz Einsteinove i Planckove relacije za energiju:

$$E = mc^2, \quad E = \hbar\nu .$$

Odakle sledi:

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{\hbar\nu}{c^2} .$$

Impuls fotona, kao proizvod mase i brzine, će prema tome biti:

$$\beta = mc = \frac{m}{c} c = \frac{\hbar\nu}{c} = \frac{E}{c} ,$$

što se može dobiti i iz relacija:

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}, \quad E = \hbar\nu ,$$

vodeći pri tome računa da je masa mirovanja fotona jednaka nuli.

Uzimajući sve ovo u obzir na kraju dobijamo promenu

talasne dužine fotona usled njegove interakcije sa elektronom:

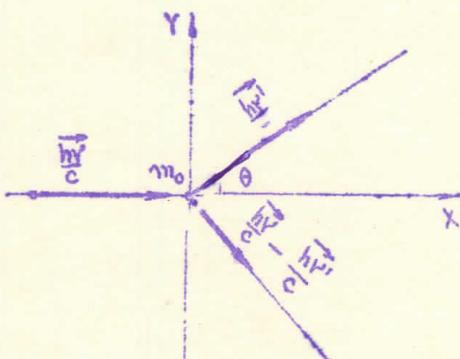
$$\lambda' - \lambda = \Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\theta) ,$$

gde je m_0 masa mirovanja elektrona.

Specijalno ako je $\theta = \pi/2$, sledi:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c} .$$

Teorijska vrednost ove, tzv. Comptonove talasne dužine: $\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c}$ sa najtačnijim vrednostima za h , n_0 i c (vidi Špoljskij: Atomska fizika, 1963, str. 303) iznosi:



$$\Delta\lambda = \left(\frac{h}{m_e c}\right)_{\text{teori}} = (0,024265_{14} \pm 0,000005_7) \text{\AA},$$

dok je eksperimentalno dobijena vrednost:

$$\Delta\lambda = \left(\frac{h}{m_e c}\right)_{\text{ekspl.}} = (0,02424 \pm 0,00004) \text{\AA}.$$

Slaganje teorije i eksperimenta je očigledno. Ovo je ujedno i jedan od najprostijih primera eksperimentalne potvrde kvantne teorije kao se koristi relativistički formalizam.

4. FINA STRUKTURA ATOMA VODONIKA

Krihvatajući Plaškove ideje o diskontinualnosti energije elektromagnetsnog zračenja Niels Bohr ne može da izbegne prenošenje predstava i pojma mehanike makrokosmosa na mikro sistem, kao što je atom. Ipak, na osnovu postulata svojih, Bohr, 1913 uspeva da odredi trajektoriju elektrona u atomu vodonika, brzinu, pa i energiju ovog elektrona po određenim orbitama. Tako izračunata energija za atom vodonika je u začudjujućoj saglasnosti sa izmerenim vrednostima koje odgovaraju pojedinim spektralnim linijama.

Ali, pri većoj moći razlaganja spektrografa, svaka od ovih linija pokazuje svoju multipletnost - fina struktura. Znači, umesto jednog energetskog nivoa postoje više bliskih koje, možda, nerelativistička aproksimacija u teoriji nije mogla da razdvoji. Zato Sommerfeld, 1916 prilazi obradi istog problema sa istih pozicija, ali račun sa relativističkom masom i relativističkom kinetičkom energijom.

Počini sad od zakona održanja energije:

$$E - T + U = m_e c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) - \frac{Ze^2}{r} = \text{const.}$$

gde su: $\beta^2 = \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{\xi^2}(t^2 + r^2\dot{\psi}^2)$ i Z - broj protona u jezgru atoma vodonika, odnosno u jezgru atoma sličnog atomu vodonika, i vodeći računa da su generalisani impulsi za polarne koordinate: $p_r = \frac{\partial L}{\partial \dot{r}} = m\dot{r}$ i $p_\psi = \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} = mr^2\dot{\psi} = \text{const.}$, gde je $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$, posle uvođenja

smene: $\frac{1}{\zeta} = \gamma$, Sommerfeld dolazi do homogene diferencijalne jednačine drugog reda oblika:

$$\frac{d^2\zeta}{d\varphi^2} + \gamma^2 \zeta = C,$$

gde su:

$$\gamma^2 = 1 - \frac{Z^2 e^4}{p_\varphi^2 c^2} \quad i \quad C = \frac{m_0 Z e^2}{p_\varphi^2} \left(1 + \frac{E}{m_e c^2} \right).$$

Opšti integral ove jednačine je:

$$\zeta = A \cos \gamma \varphi + B \sin \gamma \varphi + C.$$

Pošto se za početak računanja ugla uzima τ_{\min} . odnosno ζ_{\max} . tj. za $\varphi = 0$ mora biti $B = 0$, sledi:

$$\zeta = \frac{1}{\zeta} = A \cos \gamma \varphi + C,$$

odnosno:

$$\tau = \frac{1}{A \cos \gamma \varphi + C} = \frac{q}{1 + \epsilon \cos \gamma \varphi},$$

gde su:

$$q = \frac{1}{C} = \frac{\gamma^2 c^2 p_\varphi^2}{Z e^2 E}, \quad \epsilon = \frac{A}{C} = \sqrt{1 + \frac{\gamma^2 (1 - \frac{m_0^2 c^4}{E^2}}{1 - \gamma^2}}.$$

Prema tome relativistička trajektorija elektrona u atomu vodonika i atoma sličnog atomu vodonika bi se poklopila sa nerelativističkom (bila bi u opštem slučaju elipsa) samo u slučaju da je $\gamma = 1$, tj. da $C \rightarrow \infty$. Relativistička trajektorija se razlikuje od elipse po tome, što elektron ponovo prolazi kroz svoj perihel posle $\gamma \varphi = 2\pi$, tj. posle ugla $\varphi = \frac{2\pi}{\gamma}$. Kako je imamo pomeranje perihela odnosno afela u smjeru kretanja za ugao:

$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\gamma} - 2\pi \approx \frac{\pi Z^2 e^4}{c^2 p_\varphi^2},$$

pa je trajektorija elektrona, prema Sommerfeldu, jedna iz familije rozeta.

Uzimajući u obzir Bohrove postupke:

$$\oint p_\varphi d\varphi = n_i h, \quad \omega = \frac{E_n - E_{n'}}{\hbar},$$

može se dobiti:

$$E_{n, m_q} = E - m_e c^2 = m_e c^2 \left\{ 1 + \frac{Z^2 \alpha^2}{[n^2 + \sqrt{n^2 - Z^2 \alpha^2}]^2} \right\}^{-\frac{1}{2}} - m_e c^2,$$

ili, razvivši u red po α^2 i zanemarujući više članove:

$$E_{n, m_q} = - \frac{R \hbar Z^2}{n^2} \left[1 + \frac{\alpha^2 Z^2}{n^2} \left(\frac{n}{m_q} - \frac{3}{4} \right) \right] ,$$

gde su: R - Ryžbergova konstanta i $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}$ - konstanta fine strukturem a to je ustvari odnos brzine elektrona na prvoj orbiti u atomu vodonika i brzine svetlosti.

Prema tome, pošto se azimutalni kvantni broj m_q menja od 1 do n, nivo energije odredjen glavnim kuantnim brojem $m = m_r + m_q$ se cepta na n nivoa gusto rasporedjenih (zbog male vrednosti α^2) usled relativističke zavisnosti mase od brzine. Na taj način, stanja koja su prema nerelativističkom tretiranju sa degeneracijom u stvari su bez degeneracije.

Moramo napomenuti da u vreme Sommerfelda nije bila poznata talasna priroda elektrona, a spin je bio još neotkriven. Tek Diracova teorija, 1932 sa potpuno kvantnih pozicija koristeći relativistički formalizam uvodi spin u teoriju. Time je omogućeno da se pored relativističkih efekata zavisnosti mase od brzine uzmu u obzir i spinski efekti. Tako na primer prema Diracovoj teoriji kod atoma vodonika nivo $n = 2$ se raspada na tri nivoa od kojih se dva poklapaju. Sommerfeld za ovaj slučaj predviđa dva nivoa, ali obe teorije daju istu vrednost frekvence prelaza. Eksperiment je dao za pravo Diracovoj teoriji, pa se Sommerfeldov rezultat smatra manje-više slučajnim.

Na kraju treba reći da brižljivija ispitivanja nisu pružila ubedljive podatke o potpunom slaganju Diracove teorije i eksperimenta. Ovo je s jedne strane dovelo do daljeg usavršavanja eksperimentalne tehnike, a s druge strane je dovelo do daljeg

razvijanja teorijske fizike.

U svakom slučaju, Einsteinova shvatanja prostora i vremena i relacije koje iz njih proističu protežu se i na oblasti koje su nedostupne neposrednom posmatranju, bar zasad, a koje su predmet proučavanja kvantne fizike.

II POTVRDE OPŠTE TEORIJE RELATIVNOSTI

Kao što se ne može realizovati sistem koji bi apsolutno mirovac, tako se ne može posmatranjem samo iz jednog sistema utvrditi da li se taj sistem ubrzava a okolina uniformno kreće, ili obrnuto - efekt je isti, obe tvrdnje su ekvivalentne. Tako se radi postulat opšte teorije relativnosti: svi ubrzani sistemi su ekvivalentni. Drugi postulat opšte teorije relativnosti zahteva identičnost inercione i gravitacione mase. Teorijski se ovo ne može dokazati, iako je baš u klasičnoj fizici jednakost inercione i gravitacione mase sa relativnom tačnošću do $5 \cdot 10^{-8}$ postala eksperimentalna činjenica (Eötvös, 1890, Zeemann, 1917). Preko ovih postulata se logično dolazi do shvatanja o jedinstvu inercije i gravitacije, što je Einstein izmazio principom ekvivalentnosti ubrzanog kretanja i gravitacionog polja: svaki ubrzani sistem je ekvivalentan izvesnom inercijalnom sistemu sa gravitacionim poljem i obrnuto: svako gravitaciono polje ekvivalentno je polju koje potiče od pogodnog ubrzavanja posmatranog sistema.

Kada je Einstein u specijalnoj teoriji relativnosti prilazio kovarijantnoj formulaciji fizičkih zakona, tj. formulišanju fizičkih zakona u obliku nezavisnom od inercijalnog sistema, došao je najpre do intervala dogadjaja kao osnovne invarijante. Za beskonačno bliske dogadjaje osnovna invarijanta je ustvari metrika, istina četvorodimenzionog ali još uvek Euklidovog prostora:

$$ds^2 = dx_\mu dx^\mu, \quad (\mu = 1, 2, 3, 4).$$

Ali kovarijantna formulacija fizičkih zakona u opštoj teoriji relativnosti, ili zadržavanje istog oblika matematičkih relacija u svim sistemima znači zadržavanje istog oblika pri proizvoljnim, a ne samo Lorentzovim transformacijama. Pošto se, prema principu

o ekvivalentnosti ubrzanja i gravitacije, prostor i infinitesimalnom delu oko tela koje se kreće u gravitacionom polju svodi na euklidski (inercijalni sistemi), to i interval dogadjaja u infinitesimalnom obliku ili metrika prostora mora biti takva da se može svesti na metriku Euklidovog prostora:

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu,$$

gde je $g_{\mu\nu} = \delta_{\mu\nu}$ za slučaj Euklidovog prostora. Veličina $g_{\mu\nu}$ je u opštem slučaju funkcija položaja i naziva se fundamentalni tensor. Prema gornjem se vidi da fundamentalni tensor izražava ne samo osobine prostorno-vremenskog kontinuuma nego i gravitacionog polja.

U opštem slučaju prostor nije Euklidski, pa se mora primenjivati neeuklidska, Riemannova geometrija. Koristeći se njome vidimo da prostor, vreme, kao i druge fizičke veličine zavise od rasporeda masa u prostoru. Na taj način fizičke veličine dobivaju novi smisao i vezuju se novim relacijama. Tako usled gravitacionog polja, naročito u blizini velikih masa, vakuumска brzina nije više konstanta, putanje svetlosnih zraka nisu prave. Po- red već poznate kontrakcije dužina i dilatacije vremena javlja se tzv. gravitaciona kontrakcija dužina i gravitaciona dilatacija vremena, a u vezi s tim i promena frekvence odnosno pomeranje talasne dužine ka crvenom delu i tako dalje. Ali tamo gde se prostor može svesti na euklidski, opšta teorija prelazi u specijalnu i za slučaj malih brzina u odnosu na brzinu svetlosti - svodi se na klasičnu fiziku.

U toku daljeg izlaganja zadržaćemo se na nekim efektima koje - kako izgleda - jedino objašnjava opšta teorija relativnosti i koji će ujedno biti i eksperimentalne potvrde ove teorije.

A. Pomeranje perihela Merkura

Na osnovu postulata opšte teorije relativnosti, a po-
lazeći od Schwarzschildovog rešenja jednačine gravitacionog polja
(1916), mogu se dobiti relativističke diferencijalne jednačine
kretanja nenaelektrisane čestice u polju statičke sferno-simetrič-
ne mase:

$$\frac{d^2u}{d\varphi^2} + u = \frac{Gm}{h^2} + \frac{3Gmu^2}{c^2}, \quad r^2 \frac{d\varphi}{ds} = \frac{h}{c},$$

gde su: $u = \frac{1}{r}$, r - vektor položaja posmatrane čestice,

φ - ugao vektora položaja sa polarnom osom,

m - sferno-simetrična masa,

$G = 6,664 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ gr}^{-1} \text{ sec}^{-2}$ - Njutnova gravitaciona konstanta,

c - konstanta brzine svetlosti,

h - integraciona konstanta.

Odgovarajuće diferencijalne jednačine klasične, Njutnove mehanike
imaju oblik:

$$\frac{d^2u}{d\varphi^2} + u = \frac{Gm}{h^2}, \quad r^2 \frac{d\varphi}{ds} = c.$$

Relativistička diferencijalna jednačina se dakle razlikuje od od-
govarajuće klasične dopunskim članom $\frac{3Gmu^2}{c^2}$. Da bi ocenili re-
lativističku popravku, uporedimo dopunski član $\frac{3Gmu^2}{c^2}$ sa čla-
nom $\frac{Gm}{h^2}$:

$$\frac{3Gmu^2}{c^2} : \frac{Gm}{h^2} = 3\left(u \frac{h}{c}\right)^2 = 3\left(r \frac{d\varphi}{ds}\right)^2 = 3\left(r \frac{d\varphi}{cdt}\right)^2 = 3\left(\frac{v\omega}{c}\right)^2 = 3\left(\frac{v}{c}\right)^2$$

Vidimo da je za $v \ll c$ dopunski član zanemarljivo mali, pa se
npr. putanje planeta mogu veoma približno odrediti jednačinama
klasične mehanike. Ipak, putanje planeta bliže Suncu (posmatra-
jući dopunski član) treba da se primetno razlikuju od onih koje
su izračunate na osnovu klasičnih jednačina.

Integraljenjem klasične diferencijalne jednačine kre-
tanja nalazimo rešenje:

$$u_0 = \frac{Gm}{h^2} [1 + A \cos(\psi - \bar{\omega})],$$

a to je jednačina elipse sa osama a i b u polarnom koordinatnom sistemu, čiji je početak u jednom od gokusa:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{p} (1 + e \cos \psi).$$

Uporedjujući poslednje dve jednačine nalazimo da je

$$\text{ekscentritet elipse}, e = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{T_{\max} + T_{\min}} = A,$$

$$\text{i parametar elipse}, p = \frac{h^2}{A} = a(1-e^2) = \frac{h^2}{Gm}, \text{ a odašde je}$$

$$h^2 = Gma = Gm a(1-e^2) \quad (\bar{\omega} - \text{integraciona konstanta}).$$

Rešenje relativističke diferencijalne jednačine se načini metodom sukcesivnih aproksimacija, stavljajući u dopunski član za u vrednost u_0 kao njegovu prvu aproksimaciju:

$$\frac{d^2u}{d\psi^2} + u = \frac{Gm}{h^2} + \frac{3Gm}{c^2} u_0^2 \approx \frac{6G^3m^3}{c^2 h^4} e \cos(\psi - \bar{\omega}).$$

Ova diferencijalna jednačina ima partikularni integral:

$$u_1 = \frac{3G^3m^3}{c^2 h^4} e \psi \sin(\psi - \bar{\omega}).$$

Prema tome, rešenje relativističke diferencijalne jednačine kretanja u drugoj aproksimaciji biće:

$$u = u_0 + u_1 = \frac{mG}{h^2} [1 + e \cos(\psi - \bar{\omega})] + \frac{3m^3G^3}{h^4 c^2} e \psi \sin(\psi - \bar{\omega}) =$$

$$= \frac{mG}{h^2} \left\{ 1 + e \left[\cos(\psi - \bar{\omega}) + \frac{3m^2G^2}{c^2 h^2} \psi \sin(\psi - \bar{\omega}) \right] \right\}.$$

Uzimajući da je $\frac{3m^2G^2}{c^2 h^2} \psi = \delta\bar{\omega}$ veoma mali ugao ($\sin \delta\bar{\omega} \approx \delta\bar{\omega}$, $\cos \delta\bar{\omega} \approx 1$) na kraju dobijamo:

$$u = \frac{mG}{h^2} [1 + e \cos(\psi - \bar{\omega} - \delta\bar{\omega})].$$

Veličina $\delta\bar{\omega} \neq 0$ dovodi do pomeranja perihela elipse tokom obrtanja čestice za ugao ψ . Ako uzmemo u obzir gore dobijenu vrednost za h^2 , dobićemo da je

$$\delta\bar{\omega} = \frac{3m^2G^2}{c^2 h^2} \psi = \frac{3m^2G^2}{c^2 Gm a(1-e^2)} \psi = \frac{3mG}{c^2 a(1-e^2)} \psi.$$

Uzmimo da planeta vrši obrtanje oko Sunca ($m = 1,983 \cdot 10^{33}$ gr, $G = 6,66 \cdot 10^{-8}$). U tom slučaju njen perihel će se pomeriti tokom jednog obrtaja ($\varphi = 2\pi$) za

$$\delta\omega = \frac{3 \cdot 1,983 \cdot 10^{33} \cdot 6,66 \cdot 10^{-8}}{(3 \cdot 10^{10})^2 \cdot a(1-e^2)} \cdot 2\pi = \frac{7,9 \cdot 10^5 \pi}{a(1-e^2)} \text{ radijana} = \\ = \frac{360 \cdot 3600}{2\pi} \cdot \frac{7,9 \cdot 10^5 \pi}{a(1-e^2)} = \frac{57,348 \cdot 10^{10}}{a(1-e^2)} \text{ lučnih sekundi.}$$

Ako vreme revolucije planete T izrazimo u zvezdanim danima, posmatrač sa Zemlje zapaziće sekularno pomeranje njenog perihela na nebu:

$$d\Omega = \frac{100 T_{\text{Zemlje}}}{T} \delta\omega = \frac{36525}{T} \cdot \frac{57,348 \cdot 10^{10}}{a(1-e^2)} = \frac{20946,357 \cdot 10^{12}}{a(1-e^2)T} \text{ luč. sek.}$$

Prema tome treba očekivati kod planeta sa malim vremenom revolucije T, malom osom a i velikim ekscentritetom e merljivo sekularno pomeranje perihela u pravcu njihovog kretanja. Ovo je baš slučaj kod planete Merkura, za koju je

$$T = 87,97 \text{ dana}, \quad a = 5,8 \cdot 10^{12} \text{ cm}, \quad e = 0,2056.$$

Uvrštavajući ove podatke u izraz koji određuje sekularno pomeranje perihela Merkura za posmatrača na Zemlji, dobijamo:

$$d\Omega = \frac{20946,357 \cdot 10^{12}}{5,8 \cdot 10^{12} (1 - 0,2056^2) \cdot 87,97} = 42,9''$$

Pomeranje perihela planete Merkur u pravcu njenog kretanja otkrio je Leverrier, 1850. Ostale planete svojim masama dovode do pomeranja perihela, ali je klasičnim računom to pomeranje trebalo da bude za oko 38 lučnih sekundi manje. tokom jednog veka. Na osnovu brojnijih i tačnijih posmatranja Newcomb je oko 1880 god. našao da pomeranje treba da iznosi 42,9''. Prema radovima Chazy, 1926 smatra se da je pomeranje od 42,9'' isključivo relativistički efekt i da se popravke zbog uticaja masa ostalih planeta na putanju Merkura mogu i dalje računati klasičnim putem, jer one, budući male, relativističkom obradom dobijaju zanemarljivo malu korekturu. Prema tome, rezultat opšte teorije relativno-

sti je u granicama tačnosti posmatranja u skladu sa astronomskim podacima.

B. Skretanje svetlosnih zraka u grav.polju

Da bismo relativistički posmatrali kretanje svetlosti u gravitacionom polju, podjimo od diferencijalnih jednačina navedenih u prošlom odeljku:

$$\frac{d^2u}{d\varphi^2} + u = \frac{Gm}{h^2} + \frac{3Gm u^2}{c^2}, \quad r^2 \frac{du}{ds} = \frac{h}{c},$$

vodeći računa da je trajektorija svetlosti data jednačinom geodetske linije: $ds^2 = 0$, pa otuda: $ds = 0$ i, prema drugoj gornjoj jednačini $h \rightarrow \infty$, te odgovarajuća diferencijalna jednačina kretnja svetlosti u gravitacionom polju glasi:

$$\frac{d^2u}{d\varphi^2} + u = \frac{3Gm}{c^2} u^2.$$

Ova jednačina se takođe rešava metodom sukcesivnih aproksimacija. Vrednost u_0 se dobiva stavljanjem da je $\frac{3Gm}{c^2} u^2 = 0$, a zatim se uzima da je $\frac{3Gm u_0^2}{c^2} \ll 1$, pa se dobije vrednost u_1 . Tako je u drugoj aproksimaciji rešenje gornje diferencijalne jednačine:

$$u = u_0 + u_1 = \frac{\cos \varphi}{R} + \frac{Gm}{c^2 R^2} (\cos^2 \varphi + 2 \sin^2 \varphi), \quad (u = \frac{1}{r}),$$

gde je R - integraciona konstanta.

Prelazom na Dekartove pravougle koordinate ($x = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$) dobijamo:

$$x = R - \frac{mG}{c^2 R} \frac{x^2 + 2y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}} = R - \Delta x, \quad \left(\Delta x = \frac{mG}{c^2 R} \frac{x^2 + 2y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right).$$

Poslednji član, Δx karakteriše otklon svetlosnih zraka od pravca $x = R$, gde je R najmanje rastojanje svetlosne trajektorije od sferno-simetrične mase. Kako merimo skretanje svetlosnog zraka koji je pošao sa velike udaljenosti u odnosu na R i kako je posmatrana masa veoma udaljena od posmatrača, predpostavljajući daleko

od mase pravolinijsko prostiranje svetlosti, ugao skretanja je dvostruko veći, tj.:

$$\alpha_{\text{rel.}} = 2 \frac{\Delta x}{y} = 2 \frac{1}{y} \frac{mG}{c^2 R} \left(\frac{x^2 + 2y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right)_{x \ll y} = \frac{1}{y} \frac{4mG y}{c^2 R} = \frac{4mG}{c^2 R}$$

Klasičnu obradu ovog zadatka možemo izvesti polazeći od osnovne jednačine klasične dinamike:

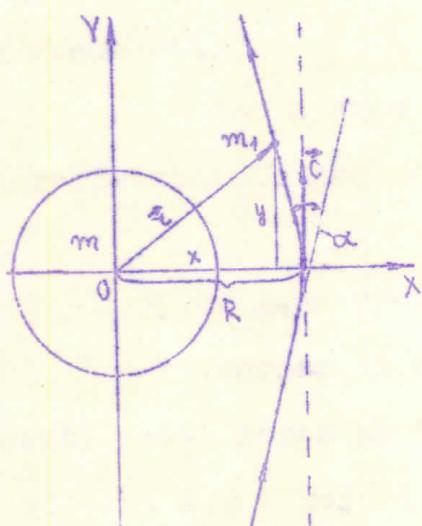
$$m_1 \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{F},$$

gde je m_1 - masa čestice u kretanju, a \vec{F} - sila usled uzajamnog privlačnog dejstva masa, a koja je jednaka: $\vec{F} = m_1 \text{grad } U$, gde je $U = \frac{Gm}{r}$ (Njutnov gravitacioni potencijal). Tako nam polazna jednačina postaje eksplicitno nezavisna od mase posmatrane čestice u kretanju:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \text{grad } U.$$

Uzmimo da se u koordinatnom početku pravouglog Dekartovog sistema nalazi sferno-simetrična masa m , da svetlost na rastojanju

$x_0 = R$, $y_0 = 0$ prolazi brzinom $\frac{dy}{dt} = c$, pa uz već navedene pretpostavke nalazimo odgovarajuće skalarne diferencijalne jednačine:



$$\frac{d^2 x}{dt^2} = Gm \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{r} \right) = - \frac{Gm}{r^2} \frac{\partial r}{\partial x} = - \frac{Gm x}{r^3},$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = 0, \quad \frac{dy}{dt} = c$$

Onda je ubrzanje za $x = R$:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{d^2 x}{dy^2} \frac{dy^2}{dt^2} = c^2 \frac{d^2 x}{dy^2} = - \frac{GmR}{(R^2 + y^2)^{3/2}},$$

a odatle: $\frac{d^2 x}{dy^2} = - \frac{GmR}{c^2 (R^2 + y^2)^{5/2}}$

Integrirajući dva puta poslednju jednačinu, uz navedene početne uslove i aproksimacije, dobijamo:

$$x \approx R - \frac{Gm}{c^2 R} y,$$

pa je odgovarajući ugao skretanja:

$$\alpha_{\text{kl.}} = \frac{2mG}{c^2 R} = \frac{1}{2} \alpha_{\text{rel.}}$$

Pogledajmo sada koliko je očekivano skretanje svetlosti koja nam dolazi sa udaljenih zvezda usled njenog prolaza kroz polje Sunčeve gravitacije. Raspolažući ovim podacima: masa Sunca, $m = 1,983 \cdot 10^{33}$ gr, poluprečnik Sunca, $R = 6,955 \cdot 10^8$ cm, Njutnovu gravitacionu konstantu, $G = 6,664 \cdot 10^{-8}$ cm³ gr⁻¹ sec⁻² dobijamo:

$$\alpha_{\text{rel.}} = \frac{4mG}{c^2 R} = \frac{180 \cdot 2600}{\pi} \frac{4mG}{c^2 R} = 1,742''.$$

Dakle i najveće očekivano skretanje svetlosti u polju Sunčeve gravitacije je još veoma malo, što - uz druge teškoće - znatno otežava da se eksperimentalno odredi. Merenja se vrše za vreme pomračenja Sunca. Pri tome treba da se ugledaju zvezde koje nam Sunce svojom masom, pravolinijski posmatrano, zaklanja. Eddington, 1919 je dobio ove rezultate: $\alpha_1 = 1,98'' \pm 0,12''$, $\alpha_2 = 1,61'' \pm 0,30''$, Campbell i Trumpler, 1918: $\alpha_1 = 1,72'' \pm 0,11''$, $\alpha_2 = 1,82'' \pm 0,15''$, Klüber, 1931, Biesbroeck, 1950, Mitchell, 1952, Ovenden, 1953 dobijaju nešto veće vrednosti.

Sve u svemu, smatra se da rezltati merenja u okviru eksperimentalnih grešaka idu u prilog relativističke teorije.

C. Promena frekvence radijacije usled gravitacije

Koristeći odgovarajući matematički formalizam može se dobiti opšti izraz za frekvencu koju zapaža posmatrač, apsorber u sistemu S_j , a koja je nastala u izvoru, emiteru na mestu P_i :

$$Y_{ij}^a = Y_{oo} \left\{ -\beta_{ij}^2 + (g_{oo})_i \left[1 + \left(\frac{g_{or}}{\sqrt{g_{oo}}} \right)_i \beta_{ij}^2 \right]^2 \right\}^{-\frac{1}{2}} \frac{dN^a}{dN^e}$$

gde su: $Y_{oo} = \frac{dN^e}{dt_o}$ - sopstvena apsolutna frekvanca, tj. broj oscilacija izvora, emitera u jedinici sopstvenog vremena. (Sopstveno vreme je vreme u sistemu koji se kreće zajedno sa telom van gravitacionog polja; u prisustvu gravitacionog polja naziva se lokalno vreme dt_o). Vreme koje zapaža po-

smatrač u nekom drugom sistemu koji se kreće u odnosu na posmatrani dogadjaj zove se lokalno koordinatno vreme, $d\tau_{ij}$.

$\beta_{ij} = \frac{u_{ij}}{c}$, u_{ij} - relativna brzina izvora u odnosu na sistem S_{ij} .

g_{00}, g_{0t} - odgovarajući Einst. gravitacioni potencijali,
 $\frac{dN^e}{dN^e}$ - odnos broja oscilacija apsorbovanih i emitovanih u istom vremenskom intervalu.

Iz ovog izraza kao specijalni slučaj se mogu dobiti Dopplerov efekt relativistički i klasični, kao i tzv. gravitacioni Dopplerov efekt. Pod gravitacionim Dopplerovim efektom podrazumevamo promenu frekvence usled nalaženja izvora u gravitacionom polju. Naime, ako su izvor i posmatrač u relativnom miru ($\beta_{ij}=0$), mora biti $dN^e = dN^a$, pa se opšti izraz za posmatranu frekvencu, izostavljajući indekse i i j kao nepotrebne, svodi na:

$$V = V_{00} \sqrt{g_{00}},$$

$$\text{gde je: } g_{00} = 1 - \frac{2U}{c^2} = 1 - \frac{2GM}{c^2 r}, \quad (U = \frac{GM}{r})$$

Uvrštavajući vrednost za g_{00} u gornji izraz dobijamo aproksimativno:

$$V = V_{00} \sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 r}} \approx V_{00} \left(1 - \frac{GM}{c^2 r}\right),$$

pa je relativno pomeranje frekvencе usled gravitacije:

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{V - V_{00}}{V_{00}} = \frac{V_{00} \left(1 - \frac{GM}{c^2 r}\right) - V_{00}}{V_{00}} = \frac{V_{00}}{V_{00}} \left(1 - \frac{GM}{c^2 r} - 1\right) = - \frac{GM}{c^2 r}.$$

Iz izведенog se vidi da je frekvencija, koja se zapaža u prisustvu gravitacionog polja manja od one koja bi bila da nema gravitacionog polja. Zato su spektralne linije svetlosti odgovarajuće frekvencije pomerene ka crvenom delu spektra usled prisustva gravitacionog polja. U svakom slučaju, ta su pomeranja vanredno mala, pa se pri eksperimentalnoj proveri javlja čitav niz teškoća. Tu je pre svega problem određivanja absolutne sopstvene frekvencije

Zato su se najpre očekivale potvrde pomeranja spektralnih linija usled gravitacije na osnovu astronomskih posmatranja i merenja.

1. ASTRONOMSKA POSMATRANJA

Ako se posmatra svetlost određenih atoma neke zvezde, onda je rastojanje toliko veliko da se Einsteinov gravitacioni potencijal g_{μ} skoro neće razlikovati od jedinice, te će promena frekvence $\Delta\nu$ biti praktično ravna nuli. Zato se frekvenci istih, "zemaljskih" atoma može uzeti kao sopstvena frekvencija. Prema tome, treba posmatrati položaj spektralne linije atoma neke zvezde u odnosu na položaj iste linije zemaljskih atoma.

Jasno je odmah da će primetno relativno pomeranje biti samo u tom slučaju, ako je gravitaciono polje odnosne zvezde dovoljno veliko. Npr. masa Sunca je $m = 1,983 \cdot 10^{33}$ gr i njegov poluprečnik, $r = 6,95 \cdot 10^8$ cm, pa je očekivano relativno pomeranje frekvencije:

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = -\frac{Gm}{c^2r} = -\frac{6,664 \cdot 10^{-8} \cdot 1,983 \cdot 10^{33}}{6,95 \cdot 10^8 \cdot (3 \cdot 10^8)^2} = -2,10 \cdot 10^{-6}$$

Za Sirijusov satelit "Beli putuljak" odnos m/r je oko 31 put veći nego za Sunce, pa je i

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = -6,54 \cdot 10^{-5}$$

Povoljna je okolnost pri posmatranju Sirijusovog satelita što se protivni Dopplerov efekt usled kretanja kompenzuje jednakom brzinom obrtanja sistema oko zajedničke ose Teškoća je ipak u tome što su Sirijus i njegov pratilac na vidnom rastojanju od 10 lučnih sekundi. Najzapaženija merenja su vršili Saint-John, 1928, Adams, 1925, Adam, 1948, Popper, 1954. Prema jednim računima očekivalo se pomeranje koje odgovara Dopplerovom efektu pri brzini od 23 km/sec, a merenja su dala vrednost ka 19 ± 5 km/sec.

S obzirom na teškoću smatra se da rezultati potvrđuju stavove opšte teorije relativnosti.

2. ZEMALJSKA POSMATRANJA

Zamislimo da imamo dva emitera radijacije stalne frekvence. Jedan od njih neka se nalazi na nekoj visini iznad zemljine površine u tački P_i , a drugi na površini zemlje u tački P_j . Oba emitera su međusobno, a i u odnosu na apsorber, koji se takođe nalazi na površini zemlje, u relativnom miru ($\beta_{ij} = \beta_{jj} = 0$, $dN_i^e = dN_j^e = dN_j^a$), pa iz opšteg izraza za zapaženu frekvencu dobijamo respektivno:

$$V_{ij} = V_{\infty} \sqrt{(g_{\infty})_i}, \quad V_{jj} = V_{\infty} \sqrt{(g_{\infty})_j}.$$

Uzimajući vrednosti:

$$(g_{\infty})_i = 1 - \frac{2}{c^2} \frac{GM}{R+H}, \quad (g_{\infty})_j = 1 - \frac{2}{c^2} \frac{GM}{R},$$

može se pokazati da je:

$$V_{ij} = V_{jj} = \sqrt{\frac{1 - \frac{2}{c^2} \frac{GM}{R+H}}{1 - \frac{2}{c^2} \frac{GM}{R}}} \approx V_{jj} \left(1 - \frac{GM}{c^2(R+H)} \right) \left(1 + \frac{GM}{c^2 R} \right) \approx V_{jj} \left(1 + \frac{GMH}{c^2 R^2} \right)$$

pa je relativno pomeranje frekvence aproksimativno:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{V_{ij} - V_{jj}}{V_{jj}} = \frac{GMH}{c^2 R^2} = \frac{gH}{c^2}, \quad \left(\frac{GM}{R^2} = g \right),$$

gde je g - ubrzanje Zemljine teže, H - razlika nivoa.

Relativno pomeranje frekvence usled gravitacije pri razlici nivoa od $H = 1m$ biće:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{gH}{c^2} = \frac{981 \cdot 100}{9 \cdot 10^{20}} = 1,09 \cdot 10^{-16}$$

Da bi bilo jasnije koliko je to pomeranje, zadržaćemo se na pojmu prirodne širine spektralne linije. Pod prirodnom širinom spektralne linije, Γ podrazumeva se neodređenost u određivanju energetskog nivoa pobudjenog stanja u smislu Heisenbergovog principa. Ona se prema Heisenbergovoj relaciji: $\Delta t \cdot \Delta E = \hbar$ i definiše:

$$\Gamma = \Delta E = \frac{h}{\Delta t}$$

gde je h - Planckova konstanta, a Δt - vreme prelaza iz pobudjene frekvence u osnovno. Relativno pomeranje srazmerno prirodnoj širini spektralne linije, što se vidi iz sledećeg:

$$F = h \frac{1}{\Delta t} = h \cdot \Delta \nu \frac{\nu}{\nu} = E_0 \frac{\Delta \nu}{\nu}, \text{ a odače: } \frac{\Delta \nu}{\nu} = \frac{\Gamma}{E_0}.$$

Prema tome, da bi se u zemaljskim uslovima gravitaciono pomeranje spektralnih linija moglo eksperimentalno utvrditi, prirodna širina spektralnih linija ne sme po redu veličine prelaziti vrednosti relativnog pomeranja frekvence usled gravitacije. Odgovarajuću prirodnu širinu imaju spektralne linije gama zraka koje se koriste u Mössbauerovom efektu.

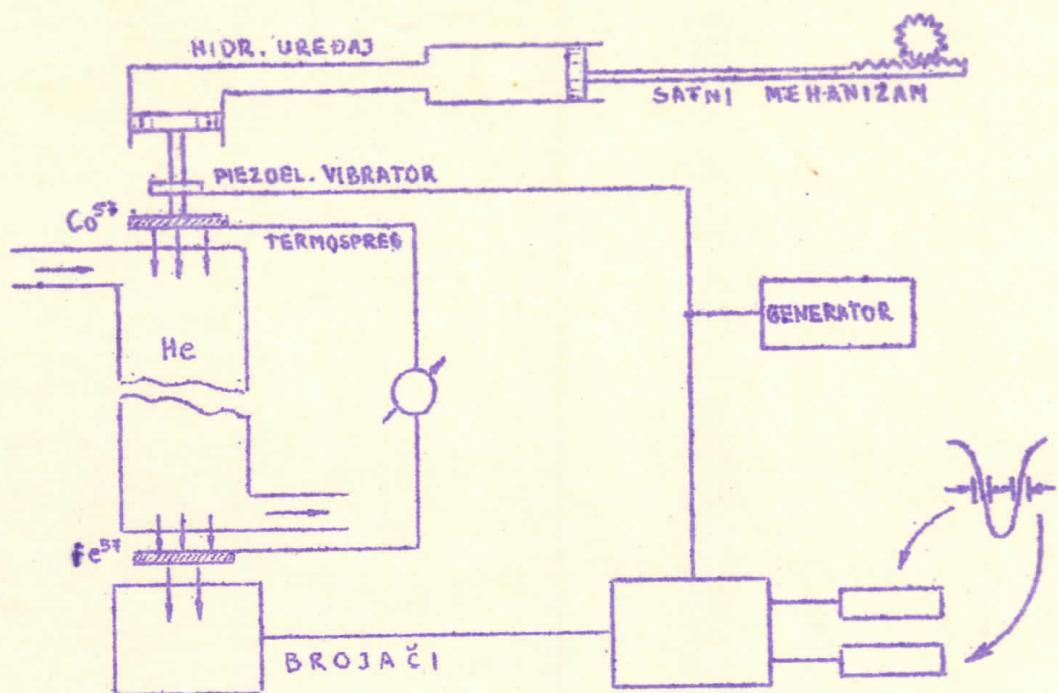
OGLEDI POUNDA I REBKE Pound i Rebka (1959, 1960), a po njihovim sugestijama i Cranshaw, Shiffer i Whitehead (1960) su u više navrata vršili eksperimente u cilju dokazivanja gravitacionog pomeranja spektralnih linija koristeći Mössbauerov efekt. Longitudinalnim Dopplerovim efektom ($\nu' = \nu(1 + \beta)$) su kompenzovali gravitaciono pomeranje, jer je ovaj dovodio do ove relativne promene frekvence:

$$\frac{\Delta \nu}{\nu} = \frac{\nu' - \nu}{\nu} = \frac{1}{c} [\nu(1 + \beta) - \nu] = \beta = \frac{U}{c}.$$

Bilo je dovoljno izazvati sasvim malu promenu frekvencu pa da se iz krivu asimetrije krive apsorpcije pri promeni smera kretanja emitera prema apsorberu odredi tačna brzina v koja odgovara maksimumu apsorpcije. Na taj način treba da bude:

$$\frac{\Delta \nu}{\nu} = \frac{U}{c} = \frac{qH}{c^2}.$$

Zato su Pound i Rebka u svojim poslednjim ogledima ugradili i emiter i apsorber u kristalnu rešetku od gvoždja Fe^{56} . Kao emiter služila su pobudjena jezgra gvoždja Fe^{57*} , a kao apsorber nepobudjena jezgra gvoždja Fe^{57} . Pobudjena jezgra gvoždja Fe^{57*}



su se dobijala ugradjivanjem kobaltovih jezgara Co^{57} , koja elektronskim zahvatom prelaze u pobudjena jezgra gvoždja $\text{Fe}^{57\gamma}$ ($\text{Co}^{57} + e^- \rightarrow \text{Fe}^{57\gamma} + \gamma$). Gama zraci su prolazili kroz atmosferu helijuma normalnog pritiska i temperature da bi se izbeglo njihovo slabljjenje. Visinska razlika je iznosila 74 stope, tj. 22,496 m. Radi izazivanja Dopplerovog efekta izvor se kretao ka i od absorbera brzinom $v = 6 \cdot 10^{-4} \text{ cm/sec}$ pomoću hidrauličnog uređaja i satnog mehanizma.

Relativno pomeranje frekvence usled gravitacije, posle uwošenja temperaturne korekcije, ima srednju eksperimentalnu vrednost od $-(5,13 \pm 0,51) \cdot 10^{-15}$, dok je teorijska vrednost $-4,9 \cdot 10^{-15}$. Koliko je slaganje teorije i eksperimenta najbolje pokazuje odnos dobivenih vrednosti:

$$\frac{\Delta\nu_{\text{ekspl.}}}{\Delta\nu_{\text{teor.}}} = 1,02 \pm 0,12.$$

Sam Pound smatra da će usavršavanjem eksperimentalne tehnike dovesti do nepobitnog slaganja teorije i eksperimenta. Ali i ovo što je već postignuto predstavlja jednu od najpouzdanijih potvrda promene frekvence u gravitacionom polju, a možda i stavu opšte teorije relativnosti uopšte.

Zaključak

Rezimirajući može se reći da je eksperimentalna potvrda teorije relativnosti, iako ne tako obimna i ne sveobuhvatna, ipak veoma značajna. Neki zaključci teorije relativnosti su već danas potpuno izvesni, neki su veoma dobro potvrđeni, nekima su otkriveni putevi da se dokažu. A da li će se teorija u celini prihvati pokazaće vreme. U svakom slučaju, teorija relativnosti je uzdrmala vekovima na isti način slagana shvatanja o prostoru, vremenu i gravitaciji. Ona je dala podstrek i zamah nauci i njenom razvoju. Ona je postala neophodna oblastima tek otvorenim a već toliko istraženim, kao što su elektronika, atomistika i nuklearna fizika. Ona je do danas svakako neprevazidjena.

I na kraju, prihvatajući nepobitne činjenice, dalekosežna predviđanja - i ona, čiji smisao danas još nije potpuno jasan, ne mojemo da se ne divimo veličini uma ljudskog genija Alberta Einsteina koji je gradio i skoro sam izgradio teoriju relativnosti.

Literatura

1. M. Tonnelat: Le principes de la théorie électromagnétique et de la relativité, Moskva 1962 (ruski prevod).
2. D.Ivanović: O teoriji relativnosti, Beograd 1962.
3. M. Born: Einsteinova teorija relativnosti, Zagreb 1948.
4. G.Ljovič: Kurs teoretičeskoj fiziki, tom I, Moskva 1962.
5. Dj. Mušicki: Uvod u teorijsku fiziku I,II, Beograd 1964,1965.
6. I.Supek:Teorijska fizika i struktura materije II,Zagreb 1952.
7. D.Ivanović: Atomska i nuklearna fizika, Beograd 1966.
8. E. B. Špoljskij: Atomska fizika I, Beograd 1963.
9. Sokolov - Loskutov - Ternov: Kvantna mehanika, Beograd 1965.
10. G. Verthejm: Efekt Mesbauera, Moskva 1966.

Sadržaj

Uvod	str. 2
I POTVRDE SPECIJALNE TEORIJE RELATIVNOSTI	3
A. Slaganje brzina	4
1. Michelsonov ogled	5
2. Fizeauov ogled	8
B. Dilatacija vremena	10
1. Srednji produžetak života mi-mesona	11
2. Dopplerov efekt	12
Ogledi Ivesa i Stilwelia	15
3. Mössbauerov efekt i dilatacija vremena	17
C. Ekvivalentnost mase i energije	20
1. Defekt mase i nuklearna energija	21
2. Bilans nukleranih reakcija	23
3. Stvaranje parova i njihova anihilacija	24
D. Promena mase sa brzinom	26
1. Skretanje nael.čestica u el. i magn. polju	27
2. Elastični sudar čestica	29
3. Comptonov efekt	31
4. Fina struktura atoma vodonika	33
II POTVRDE OPŠTE TEORIJE RELATIVNOSTI	37
A. Pomeranje perihela Merkura	39
B. Skretanje svetl.zraka u grav.polju	42
C. Promena frekvencije radijacija usled gravitacije	44
1. Astronomска некојим posmatranja	46
2. Zemaljska posmatranja	47
Ogledi Pounda i Rebke	48
Zaključak	50
Literatura	51