UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET
ODSEK ZA FIZIKU

MAGNETO-OPTIČKI FENOMENI U MAGNETNIM DIELEKTRICIMA

KANDIDAT
STOJANOVIĆ TIHOMIR, van.stud.

S A D R Ž A J

Uvod.. 2

I glava

Hibridizacija pobudjenja u magnetnim dielektricima 3

1. Spinski sistem 3
2. Eksitoni 9
3. Fotoni sa efektima retardacije.......... 14
4. Spin-foton i eksiton-foton interakcija.. 17
5. Jednačine koje definišu spektar hibridnih pobudjenja 19

II glava

Magneto-optički tenzor 23

1. Interakcija sa spoljašnjim strujama..... 23
2. Indukovani dipolni moment sistema 24
3. Indukovani magnetni moment sistema 27
4. Magneto-optički tenzor i njegove osobine 29

Zaključak 32

UVOD

Cilj diplomskog rada je da se ispitaju procesi koji se dogadjaju u kristalima sa složenom magnetnom rešetkom u slučaju kada se kristal osvetljava vidljivom svetlošću. Radi generalizacije pristupa pretpostavićemo da kristal, pored toga što je magnetik, ima i osobinu optićkog transformisanja upadne svetlosti tj. da se u njemu pored spinskih talasa mogu pojaviti i Frenkelovi eksitoni. Obzirom na strukturu hamiltonijana interakcije spinova sa svetlošću i eksitona sa svetlošću očigledno je da će u pomenutom sistemu da se pojave hibridne eksitacije, koje predstavljaju "smešu" spinskih talasa eksitona i fotona.

U radu ćemo naći jednačine iz kojih se mogu odrediti energije hibridnih ekscitacija i razmotriti jednu od osnovnih posledica hibridizacije, a to je uzajamna interakcija magnetnog i dipolnog momenta sistema koji se indukuju pod dejstvom spoljašnjih struja. Veza izmedju ovih indukovanih momenata izražena je preko tenzora drugog ranga koji ćemo nazvati magneto-optičkim tenzorom. Komponente ovog tenzora biće izražene preko mikrokarakteristika sistema i neke njegove bitne osobine će biti ispitane.

I GLAVA

HIBRIDIZACIJA POBUDJENJA U MAGNETNIM DIELEKTRICIMA

1. SPINSKI SISTEM

Pretpostavićemo da posmatrani magnetni dielektrik ima rešetku sastavljenu od L podrešetki. Tada se hamiltonijan sistema može napisati

$$\tilde{H}_S = -\sum_g \mu_g \vec{h}_g \vec{\sigma}_g - \frac{1}{2}\sum_{gg'} I_{gg'} \vec{\sigma}_g \vec{\sigma}_{g'}$$

$$I_{gg'} \equiv I_{\theta\theta'}(\bar{n}-\bar{n}') \qquad \text{(I 1.1.)}$$

$$I_{gg} = 0\ ;\ I_{g'g} = I_{gg'}\ ;\ g = \bar{n}\theta\ ;$$

$$\vec{R}_g = \bar{n} + \vec{r}_\theta(\bar{n})\ ;\ \theta = 1,2,\ldots L\ ;\ \mu_g \equiv \mu_\theta\ ;\ \vec{h}_g = \vec{h}$$

Oznake u (I 1.1.) su sledeće: μ_g - je magnetni moment molekula u čvoru g, h_g - je konstatno spoljašnje magnetno polje, $I_{gg'}$ - su integrali izmene i $\vec{\sigma}_g$ - su spinski operatori. Indeks $g \equiv \bar{n}\theta$ uračunava složenost rešetke tako da se vektor položaja molekula u rešetci može napisati kao $\vec{R}_g = \bar{n} + \vec{r}_\theta(\bar{n})$ gde $\bar{n}$ predstavlja vektor položaja složene ćelije a $\theta = 1,2,..L$ prebrojava molekule unutar ćelije. Treba naglasiti da magnetni moment molekula μ_g ne zavisi od indeksa $\bar{n}$ već samo od indeksa θ, dok konstatno magnetno polje h_g ne zavisi ni od $\bar{n}$ ni od θ.

U sistemima spinova sa složenom rešetkom osnovni problem predstavlja odredjivanje pravca ose kvantizacije sistema. Ovaj proces se odredjuje iz zahteva da energija osnovnog stanja sistema bude minimalna. Da bi smo ovo postigli izvršićemo unitarnu i kanoničnu transformaciju hamiltonijana (I 1.1.), prelazeći od spinskih operatora $\vec{\sigma}$ na nove spinske operatore $\vec{S}$. Ova transformacija ima oblik

$$G_g^{\lambda} = Q_\theta^{\lambda} S_g^{z} + A_\theta^{\lambda} S_g^{+} + \overset{*}{A}{}_\theta^{\lambda} S_g^{-} \; ; \; \lambda = x, y, z \qquad \text{(I 1.2.)}$$

Funkcije Q_θ^{λ} su realne u gornjoj transformaciji i kao što ćemo videti one definišu pravac ose kvantizacije.

Uslov unitarnosti znači da kvadrat operatora spina mora da bude nepromenjen (konzerviran) prilikom transformacije (I 1.2.), tj.

$$\left(G_g^{x}\right)^2 + \left(G_g^{y}\right)^2 + \left(G_g^{z}\right)^2 = \left(S_g^{x}\right)^2 + \left(S_g^{y}\right)^2 + \left(S_g^{z}\right)^2 \qquad \text{(I 1.3.)}$$

Uslov kanoničnosti transformacije znači održavanje komutacionih relacija za spinske operatore prilikom transformacije (I 1.2.). To znači da mora da važi sledeće

$$\left[G_g^{x}, G_g^{y}\right] = i G_g^{z} \; ; \; \left[G_g^{z}, G_g^{x}\right] = i G_g^{y} \; ; \; \left[G_g^{y}, G_g^{z}\right] = i G_g^{x} \qquad \text{(I 1.4.)}$$

posle smene (I 1.2.) u (I 1.4.). Treba napomenuti da komponente spina $\vec{S}$ zadovoljavaju komutacione relacije tipa (I 1.4.) a da se za

$$S_g^{+} = S_g^{x} + i S_g^{y} \; ; \; S_g^{-} = S_g^{x} - i S_g^{y} \qquad \text{(I 1.5.)}$$

mogu izvesti sledeće relacije:

$$\left[S_g^{+}, S_{g'}^{-}\right] = 2 S_g^{z} \delta_{gg'} \; ; \; \left[S_g^{+}, S_{g'}^{z}\right] = -S_g^{+} \delta_{gg'} \; ; \; \left[S_g^{-}, S_{g'}^{z}\right] = S_g^{-} \delta_{gg'} \qquad \text{(I 1.6.)}$$

Na osnovu (I 1.2.), (I 1.3.), (I 1.4.) i (I 1.5.) može se pokazati da vektori $\vec{Q}$, $\vec{A}$ i $\overset{*}{\vec{A}}$ koji ne zavise od $\vec{n}$, a zavise od θ zadovoljavaju sledeće relacije:

$$\vec{Q}_\theta^2 = 1 \; ; \quad \vec{A}_\theta \vec{A}_\theta^* = \frac{1}{2} \; ; \quad \vec{A}^2 = 0 \; ;$$
$$\vec{Q}_\theta \vec{A}_\theta = 0 \; ; \quad \vec{Q}_\theta^* = \vec{Q}_\theta \; ; \quad \vec{Q}_\theta \times \vec{A}_\theta = i \vec{A}_\theta \; ; \qquad \text{(I 1.7.)}$$
$$\vec{A}_\theta \times \vec{A}_\theta^* = \frac{i}{2} \vec{Q}_\theta \; ; \quad 4 |A_\theta^\lambda|^2 = 1 - (Q_\theta^\lambda)^2$$

koje obezbedjuju da transformacija (I 1.2.) bude i unitarna i kanonična. Mogući izbor komponenata vektora $\vec{Q}$, $\vec{A}$ i $\vec{A}$ je sledeći:

$$4A_\theta^x = e^{-i\varphi_\theta}(1 + Q_\theta^z) - e^{i\varphi_\theta}(1 - Q_\theta^z) \; ;$$
$$-4iA_\theta^y = e^{i\varphi_\theta}(1 + Q_\theta^z) + e^{i\varphi_\theta}(1 - Q_\theta^z) \; ; \qquad \text{(I 1.8.)}$$
$$2A_\theta^z = \sqrt{1 - (Q_\theta^z)^2} \; ; \quad \varphi_\theta = \operatorname{arctg} \frac{Q_\theta^y}{Q_\theta^x}$$

Zamenom (I 1.2.) u hamiltonijanu (I 1.1.) dobijamo sledeći izraz za energiju osnovnog stanja spinskog sistema.

$$\tilde{H}_S^{(0)} = -\mathcal{N} \Big\{ \sum_{\theta\lambda} S_\theta \mu_\theta h^\lambda Q_\theta^\lambda + \frac{1}{2} \sum_{\theta\theta'\lambda} S_\theta S_{\theta'} J_{\theta\theta'}(0) Q_\theta^\lambda Q_{\theta'}^\lambda \Big\}$$
$$J_{\theta\theta'}(0) = \sum_{\vec{l}} I_{\theta\theta'}(\vec{l}) \qquad \vec{l} = \vec{n} - \vec{n}' \qquad \text{(I 1.9.)}$$

Kao što se vidi energija osnovnog stanja izražena je samo preko komponenata vektora $\vec{Q}$ tako da ovaj vektor, kao što je već rečeno, definiše pravac ose kvantizacije. U formuli (I 1.9.) $\mathcal{N}$ - predstavlja broj elementarnih ćelija u kristalu, a S_θ - je maksimalna vrednost projekcije spina u podrešetci označenoj sa θ.

Pravac ose kvantizacije odredjuje se iz zahteva da $\tilde{H}_S^{(0)}$ ima minimalnu vrednost uz dopunski uslov, koji sledi iz (I 1.7.) a taj je:

$$\sum_\lambda (Q_\theta^\lambda)^2 - 1 = 0 \qquad \lambda = x, y, z \qquad \text{(I 1.1o.)}$$

U ovakvim situacijama koristi se Lagražev metod neodredjenih množitelja koji se u ovom slučaju sastoji u tome što se relacija (I 1.lo.) množi faktorom $1/2\, S_\sigma \mathcal{L}_\sigma$, gde su $\mathcal{L}_\sigma$ Lagraževi množitelji, sumira po $\bar{n}$ i σ i dodaje na $\tilde{H}_S^{(0)}$ pa se onda po Q_σ^λ varira izraz

$$-N\sum_{\sigma\lambda}\left\{\mu_\sigma h^\lambda S_\sigma Q_\sigma^\lambda - \frac{1}{2}S_\sigma \mathcal{L}_\sigma (Q_\sigma^\lambda)^2 + \frac{1}{2}\sum_{\sigma'} S_\sigma S_{\sigma'} J_{\sigma\sigma'}(0) Q_\sigma^\lambda Q_{\sigma'}^\lambda + \frac{1}{2} S_\sigma Q_\sigma^\lambda\right\}$$

Izjednačujući varijaciju sa nulom dolazimo do sledećeg sistema jednačina koji definiše projekcije Q_σ^λ i neodredjene množitelje $\mathcal{L}_\sigma$:

$$\mu_\sigma h^\lambda + \sum_{\sigma'} S_{\sigma'} J_{\sigma\sigma'}(0) Q_{\sigma'}^\lambda = \mathcal{L}_\sigma Q_\sigma^\lambda$$

$$J_{\sigma\sigma'}(\bar{k}) = \sum_{\bar{\ell}} I_{\sigma\sigma'}(\bar{\ell}) e^{i\bar{k}\bar{\ell}} \qquad \text{(I 1.11.)}$$

$$\lambda = x, y, z \;;\; \sigma = 1, 2, \ldots L$$

Od ostalih delova hamiltonijana (I 1.1.) koji se dobijaju posle zamene operatora $\vec{\sigma}$ operatorima $\vec{S}$ zadržaćemo samo onaj deo koji predstavlja kvadratnu formu po Boze operatorima B_g kada se izvrši zamena (Blohova aproksimacija)

$$S_g^+ = \sqrt{2S_g}\, B_g \;;\; S_g^- = \sqrt{2S_g}\, B_g^+ \;;\; S_g - S_g^z = B_g^+ B_g \qquad \text{(I 1.12.)}$$

ovaj kvadratni deo ima oblik:

$$H_S^{(2)} = \sum_{\bar{n}\sigma} \mathcal{L}_\sigma B_{\bar{n}\sigma}^+ B_{\bar{n}\sigma} - \sum_{\bar{n}\sigma\bar{n}'\sigma'} I_{\sigma\sigma'}^{(1)}(\bar{n}-\bar{n}') B_{\bar{n}\sigma}^+ B_{\bar{n}'\sigma'} -$$

$$-\sum_{\bar{n}\sigma\bar{n}'\sigma'} \frac{1}{2}\left[I_{\sigma\sigma'}^{*(2)}(\bar{n}-\bar{n}') B_{\bar{n}\sigma}^+ B_{\bar{n}'\sigma'}^+ + c.c.\right] \qquad \text{(I 1.13.)}$$

$$I_{\sigma\sigma'}^{(1)}(\bar{n}-\bar{n}') = \sum_\lambda 2\sqrt{S_\sigma S_{\sigma'}}\, \overset{*}{A}{}_\sigma^\lambda A_{\sigma'}^\lambda I_{\sigma\sigma'}(\bar{n}-\bar{n}')$$

$$I_{\sigma\sigma'}^{(2)}(\bar{n}-\bar{n}') = \sum_\lambda 2\sqrt{S_\sigma S_{\sigma'}}\, \overset{*}{A}{}_\sigma^\lambda A_{\sigma'}^\lambda I_{\sigma\sigma'}(\bar{n}-\bar{n}')$$

Energije spinskih talasa dobijaju se posle Furije transformacija operatora B

$$B_{\bar{n}\theta} = N^{-\frac{1}{2}} \sum_{\bar{k}} B_{\theta}(\bar{k})\, e^{i\bar{k}\bar{n}} \qquad \text{(I 1.14.)}$$

gde je $\bar{k}$ - talasni vektor spinskih talasa. Tada (I 1.13.) postaje:

$$H_s^{(2)} = \sum_{\bar{k}\theta\theta'} \Big\{ \Big[\mathcal{I}_{\theta}\, \delta_{\theta\theta'} + J^{(1)}_{\theta\theta'}(\bar{k}) \Big] \overset{+}{B}_{\theta}(\bar{k}) B_{\theta'}(\bar{k}) + \Big[\tfrac{1}{2} \overset{*}{J}{}^{(2)}_{\theta\theta'}(\bar{k}) \overset{+}{B}_{\theta}(\bar{k}) \overset{+}{B}_{\theta'}(-\bar{k}) + C.C. \Big] \Big\} \qquad \text{(I 1.15.)}$$

U poslednjem izrazu treba izvršiti dijagonalizaciju po indeksu θ. To se postiže korišćenjem Bogoljubljevih u-v transformacija. Od Boze operatora $B_{\theta}(\bar{k})$ preći ćemo na nove Boze operatore $\beta_{\tau}(\bar{k})$ pomoću kanonične transformacije

$$B_{\theta}(\bar{k}) = \sum_{\tau} \Big[u^{(s)}_{\theta\tau}(\bar{k})\, \beta_{\tau}(\bar{k}) + \overset{*}{v}{}^{(s)}_{\theta\tau}(-\bar{k})\, \overset{+}{\beta}_{\tau}(-\bar{k}) \qquad \text{(I 1.16.)}$$

$\tau = 1, 2, \ldots L$

Da bi transformacija (I 1.16.) bila kanonična funkcije u i v moraju da zadovoljavaju sledeći uslov

$$\sum_{\tau} \Big[u^{(s)}_{\theta\tau}(\bar{k})\, \overset{*}{u}{}^{(s)}_{\theta'\tau}(\bar{k}) - \overset{*}{v}{}^{(s)}_{\theta\tau}(-\bar{k})\, v^{(s)}_{\theta'\tau}(-\bar{k}) \Big] = \delta_{\theta\theta'} \qquad \text{(I 1.17.)}$$

Posle transformacije (I 1.16.) kvadratni deo po operatorima β postaje

$$H_s^{(2)} = \sum_{\bar{k}\tau} E^{(s)}_{\tau}(\bar{k})\, \overset{+}{\beta}_{\tau}(\bar{k})\, \beta_{\tau}(\bar{k}) \qquad \text{(I 1.18.)}$$

Energije spinskih talasa $E^{(s)}_{\tau}(\bar{k})$ i funkcije u i v odredjuju se iz sledećeg sistema jednačina:

$$E_{\tau}^{(s)}(\vec{k})\,U_{\theta\tau}^{(s)}(\vec{k})=\sum_{\theta'}\Big\{\big[\mathcal{I}_{\theta}\delta_{\theta\theta'}-J_{\theta\theta'}^{(1)}(\vec{k})\big]U_{\theta'\tau}^{(s)}(\vec{k})-$$
$$-\overset{*}{J}{}_{\theta\theta'}^{(2)}(\vec{k})\,V_{\theta'\tau}^{(s)}(\vec{k})\Big\}$$
$$-E_{\tau}^{(s)}(\vec{k})\,V_{\theta\tau}^{(s)}(\vec{k})=\sum_{\theta'}\Big\{-J_{\theta\theta'}^{(2)}(\vec{k})\,U_{\theta'\tau}^{(s)}(\vec{k})+\big[\mathcal{I}_{\theta}\delta_{\theta\theta'}-$$
$$-\overset{*}{J}{}_{\theta\theta'}^{(1)}(\vec{k})\big]V_{\theta'\tau}^{(s)}(\vec{k})\Big\} \qquad \text{(I 1.19.)}$$

Na kraju ovog paragrafa analiziraćemo najprostiji slučaj feromagnetika sa prostom rešetkom. Tada u sistemu jednačina (I 1.11.) treba izvršiti zamene: $A_{\theta}^{\lambda}, \overset{*}{A}{}_{\theta}^{\lambda}, Q_{\theta}^{\lambda} \to A^{\lambda}, \overset{*}{A}{}^{\lambda}, Q^{\lambda}$; $\mu_{\theta}=\mu$; $S_{\theta}=S$; $\varphi_{\theta}=\varphi$ i $h^{z}=h\delta_{\lambda z}$, jer θ uzima samo jednu vrednost koju nećemo ni naznačavati, a spoljašnje magnetno polje uzimamo u pravcu z ose. Za ovaj slučaj dobijamo:
$SJ_{(0)}Q^{x}=\mathcal{I}Q^{x}$; $SJ_{(0)}Q^{y}=\mathcal{I}Q^{y}$; $\mu h+SJ_{(0)}Q^{z}=\mathcal{I}Q^{z}$
tako da možemo pisati $Q^{x}=Q^{y}=0$, $Q^{z}=\frac{\mu H+SJ(0)}{\mathcal{I}}$. Obzirom da je $(Q^{x})^{2}+(Q^{y})^{2}+(Q^{z})^{2}=1$ sledi $(Q^{z})^{2}=1$ i $Q^{z}=1$, i odavde $\mathcal{I}=\mu H+SJ(0)$. Pošto je $Q^{z}=1$ znači da u osnovnom stanju svi spinovi "gledaju" u pravcu pozitivnog smera z ose. Pošto je $\varphi=\operatorname{arc}\operatorname{tg}\frac{Q^{y}}{Q^{x}}=\operatorname{arc}\operatorname{tg}\frac{0}{0}=1$, na osnovu formula (I 1.8.) dobijamo $A^{x}=\frac{\sqrt{2}}{4}(1-i)$ i $A^{y}=\frac{\sqrt{2}}{4}(1+i)$. Kada dobijene vrednosti za $\mathcal{I}$, Q, A i $\overset{*}{A}$ zamenimo u formuli (I 1.15.) dobijamo

$$H_{S}^{(2)}=\sum_{\vec{k}}\big\{\mu h+S[J(0)-J(\vec{k})]B^{+}(\vec{k})B(\vec{k}) \qquad \text{(I 1.2o.)}$$

veličina $\mu h+S[J(0)-J(\vec{k})]$ predstavlja energiju spinskih talasa u feromagnetiku ili energiju magnona. Ako uzmemo da je rešetka prosta kubna i da su talasni vektori $\vec{k}$ mali onda formula za energiju postaje

$$E_M = \mu h + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \;;\quad m^* = \frac{\hbar^2}{2Sa^2 I} \qquad \text{(I 1.21.)}$$

U poslednjoj formuli m^* - je efektivna masa magnona, a - je konstanta rešetke i I - predstavlja integral izmene za najbliže susede. Kao što vidimo magnoni u feromagnetiku u slučaju kad je spoljašnje polje h = 0 imaju "kinetičku energiju" $E_M = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$ pa se zato i nazivaju kvazičesticama.

2. EKSITONI

Pod dejstvom spoljašnje svetlosti pobudjuju se elektroni u molekulima posmatranog kristala. Hamiltonijan pobudjenog elektronskog sistema može se napisati u obliku:

$$H_E = \sum_{gf} E_g(f) \overset{+}{F}_g(f) F_g(f) + \frac{1}{2} \sum_{gg'ff'f''f'''} \Phi_{gg'}(ff'f''f''') \overset{+}{F}_g(f) F_g(f') \overset{+}{F}_{g'}(f'') F_{g'}(f''') \qquad \text{(I 2.1.)}$$

$$f, f', f'', f''' = 0, 1, 2, \ldots \Gamma \;;\quad g = \vec{n}\alpha \;;\quad \alpha = 1, 2, \ldots L \;;\quad E_g(f) = E_\alpha(f)$$

U poslednjoj formuli $E_g(f)$ - su svojstvene vrednosti hamiltonijana H_g izolovanog molekula tj. rešenja svojstvenog problema.

$$H_g \Psi_f(\vec{\xi}_g) = E_g(f) \Psi_f(\vec{\xi}_g) \qquad \text{(I 2.2.)}$$

Veličine $E_g(f)$ - ne zavise od $\vec{n}$ već samo od α a isto tako i skupovi unutrašnjih koordinata molekula. $\vec{\xi}_g$ - zavise samo od α. Indeksi f, f', f'' i f''' predstavljaju kvantne brojeve koji karakterišu elektronska stanja molekula. Indeks f = 0 označava osnovno stanje molekula. Operatori $F_g(f)$ su Fermi operatori koji anihiliraju elektron na čvoru g u stanju f. Veličine $\Phi_{gg'}(ff'f''f''')$ su matrični elementi operatora dipol-dipolne

~~operacije~~ interakcije

$$J_{gg'} = \frac{e^2}{|\vec{R}_g - \vec{R}_{g'}|^3} \left\{ \vec{\xi}_g \vec{\xi}_{g'} - 3 \frac{[(\vec{R}_g - \vec{R}_{g'})\vec{\xi}_g] \cdot [(\vec{R}_g - \vec{R}_{g'})\vec{\xi}_{g'}]}{|\vec{R}_g - \vec{R}_{g'}|^2} \right\} \qquad (I\ 2.3.)$$

po funkcijama $\psi_f(\vec{\xi}_g)$ i imaju oblik

$$\Phi_{gg'}(ff'f''f''') = \int d^3\vec{\xi}_g\, d^3\vec{\xi}_{g'}\, \psi^*_f(\vec{\xi}_g)\psi^*_{f''}(\vec{\xi}_{g'}) J_{gg'} \psi_{f'''}(\vec{\xi}_{g'})\psi_{f'}(\vec{\xi}_g) \qquad (I\ 2.4.)$$

Elektronske talasne funkcije $\psi_f(\vec{\xi}_g)$ se slabo prekrivaju u dielektricima i zbog toga je hamiltonijan (I 2.1.) zatvoren u fermijonskom podprostoru koji je definisan uslovom:

$$\sum_{f=0}^{\Gamma} \overset{+}{F}_g(f) F_g(f) = 1 \qquad (I\ 2.5.)$$

U ovom podprostoru mogu se uvesti operatori $\overset{+}{\mathcal{P}}_g(f)$ i $\mathcal{P}_g(f)$ koji kreiraju odnosno anihiliraju pobudjenje tipa f na molekulu u čvoru g. Ovi operatori zovu se kvazi-Pauli operatori i definišu se preko Fermi operatora na sledeći način:

$$\overset{+}{\mathcal{P}}_g(f) = \overset{+}{F}_g(f) F_g(0) \; ; \; \mathcal{P}_g(f) = \overset{+}{F}_g(0) F_g(f) \qquad (I\ 2.6.)$$

$$f = 1, 2, \ldots \Gamma$$

Operatori $\mathcal{P}$ zadovoljavaju složene komutacione relacije koje nećemo navoditi. Ako je koncentracija svetlosti koja pada na kristal mala onda u računu kvazi-Paulijì operatori mogu da se približno zamene Boze-operatorima, a da to ne unese veće greške u račun.

Do hamiltonijana koji odredjuje ponašanje eksitona u harmonijskoj aproksimaciji dolazimo na sledeći način: iz suma po f u formuli (I 2.1.) izvuku se oni delovi koji čine (obzirom na formulu(I 2.6.)) kvadratnu formu po operatorima $\mathcal{P}$. Onda se operatori $\mathcal{P}$ zamene Boze-operatorima B. Kao rezultat ukazane procedure dobijamo sledeći eksitonski hamiltonijan:

$$H_E^{(2)} = \sum_{\vec{n}\varrho f} \Delta_\varrho(f) \overset{+}{B}_{\vec{n}\varrho}(f) B_{\vec{n}\varrho}(f) + \sum_{\vec{n}\varrho\vec{n}'\varrho' f f'} X_{ff'}^{\varrho\varrho'}(\vec{n}-\vec{n}') \overset{+}{B}_{\vec{n}\varrho}(f) B_{\vec{n}'\varrho'}(f') +$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{\vec{n}\varrho\vec{n}'\varrho' f f'} \left[Y_{ff'}^{\varrho\varrho'}(\vec{n}-\vec{n}') \overset{+}{B}{}^{(f)}_{\vec{n}\varrho} \overset{+}{B}{}^{(f')}_{\vec{n}'\varrho'} + c.c. \right] \tag{I 2.7.}$$

gde su Δ , X i Y dati sa:

$$\Delta_\varrho(f) = E_\varrho(f) - E_\varrho(0) - \Pi_\varrho(0000) + \frac{1}{2}\Pi_\varrho(ff00) + \frac{1}{2}\Pi_\varrho(00ff)$$

$$X_{ff'}^{\varrho\varrho'}(\vec{n}-\vec{n}') = \frac{1}{2}\Big\{ \Phi_{\vec{n}-\vec{n}'}^{\varrho\varrho'}(f00f') + \Phi_{\vec{n}-\vec{n}'}^{\varrho\varrho'}(0f'f0) +$$

$$+ \left[\Pi_\varrho(ff'00) + \Pi_\varrho(00ff') \right] \delta_{\vec{n}\vec{n}'} \delta_{\varrho\varrho'} (1 - \delta_{ff'}) \Big\} \tag{I 2.8.}$$

$$Y_{ff'}^{\varrho\varrho'}(\vec{n}-\vec{n}') = \Phi_{\vec{n}-\vec{n}'}^{\varrho\varrho'}(0f0f') \, ; \quad \overset{*}{Y}{}_{ff'}^{\varrho\varrho'}(\vec{n}-\vec{n}') = \Phi_{\vec{n}-\vec{n}'}^{\varrho\varrho'}(f0f'0)$$

$$\Pi_\varrho(ff'f''f''') = \sum_{\vec{\ell}\varrho'} \Phi_{\vec{\ell}}^{\varrho\varrho'}(ff'f''f''')$$

Da bi smo dobili eksitonski spektar dijagonalizaciju hamiltonijana (I 2.7.) izvršićemo dve etape. Prvo ćemo izvršiti dijagonalizaciju po indeksima f (Beteovsko cepanje nivoa), a zatim dijagonalizaciju po indeksima ϱ (Davidovljevo cepanje nivoa). Prva faza dijagonalizacije vrši se zamenama

$$B_{\vec{n}\varrho}(f) = N^{-\frac{1}{2}} \sum_{\vec{k}} B_{\varrho f}(\vec{k}) \, e^{i\vec{k}\vec{n}}$$

$$B_{\varrho f}(\vec{k}) = \sum_{s} \left[U_{fs}^{(B)}(\vec{k},\varrho) \, C_{\varrho s}(\vec{k}) + \overset{*}{V}{}_{fs}^{(B)}(-\vec{k},\varrho) \, \overset{+}{C}_{\varrho s}(-\vec{k}) \right] \tag{I 2.9.}$$

$$\sum_{\varsigma}\left[\mathcal{U}_{f\varsigma}^{(B)}(\bar{k},\theta)\overset{*}{\mathcal{U}}_{f'\varsigma}^{(B)}(\bar{k},\theta)-\overset{*}{\mathcal{V}}_{f\varsigma}^{(B)}(-\bar{k},\theta)\mathcal{V}_{f'\varsigma}^{(B)}(-\bar{k},\theta)\right]=\delta_{ff'}$$

$$\varsigma=1,2,\dots\Gamma$$

posle čega po Boze-operatorima C hamiltonijan (I 2.7.) postaje:

$$H_E^{(2)}=\sum_{\bar{k}\theta\theta'\varsigma}N_{\theta\theta'}(\bar{k},\varsigma)\overset{+}{C}_{\theta\varsigma}(\bar{k})C_{\theta'\varsigma}(\bar{k}) \qquad \varsigma=1,2,\dots\Gamma \tag{I 2.1o.}$$

Funkcije N , $\mathcal{U}$ i $\mathcal{V}$ odredjuju se iz sledećeg sistema jednačina

$$N_{\theta\theta'}(\bar{k},\varsigma)\mathcal{U}_{f\varsigma}^{(B)}(\bar{k},\theta)=\sum_{f'}\Big\{\big[\Delta_\theta(f)\delta_{\theta\theta'}\delta_{ff'}+$$

$$+X_{ff'}^{\theta\theta'}(\bar{k})\big]\mathcal{U}_{f'\varsigma}^{(B)}(\bar{k},\theta)+\overset{*}{Y}{}_{ff'}^{\theta\theta'}(\bar{k})\mathcal{V}_{f'\varsigma}^{(B)}(\bar{k},\theta)\Big\}$$

$$-N_{\theta\theta'}(\bar{k},\varsigma)\mathcal{V}_{f\varsigma}^{(B)}(\bar{k},\theta)=\sum_{f'}\Big\{Y_{ff'}(\bar{k})\mathcal{U}_{f'\varsigma}^{(B)}(\bar{k},\theta)+ \tag{I 2.11.}$$

$$+\big[\Delta_\theta(f)\delta_{\theta\theta'}\delta_{ff'}+X_{ff'}^{\theta\theta'}(\bar{k})\big]\mathcal{V}_{f'\varsigma}^{(B)}(\bar{k},\theta)\Big\}$$

$$X_{ff'}^{\theta\theta'}(\bar{k})=\sum_{\vec{l}}X_{ff'}^{\theta\theta'}(\vec{l})e^{-i\bar{k}\vec{l}}\,;\quad Y_{ff'}^{\theta\theta'}(\bar{k})=\sum_{\vec{l}}Y_{ff'}^{\theta\theta'}(\vec{l})e^{-i\bar{k}\vec{l}}$$

$$f=1,2,\dots\Gamma$$

U hamiltonijanu (I 2.1o.) od Boze-operatora C predjemo na nove Boze-operatore $\mathcal{L}$ pomoću kanonične transformacije

$$C_{\theta\varsigma}(\bar{k})=\sum_{\eta}\Lambda_{\theta\eta}^{(D)}(\bar{k},\varsigma)\mathcal{L}_{\varsigma\eta}(\bar{k})\,;\quad\sum_{\eta}\Lambda_{\theta\eta}^{(D)}(\bar{k},\varsigma)\overset{*}{\Lambda}{}_{\theta'\eta}^{(D)}(\bar{k},\varsigma)=\delta_{\theta\theta'} \tag{I 2.12.}$$

$$\eta=1,2,3,\dots L$$

i tada hamiltonijan postaje dijagonalan po operatorima $\mathcal{L}$ i ima oblik

$$H_E^{(2)} = \sum_{\bar{k} s \eta} E_{s\eta}^{(E)}(\bar{k}) \mathcal{L}_{s\eta}^{+}(\bar{k}) \mathcal{L}_{s\eta}(\bar{k}) \qquad \text{(I 2.13.)}$$

Energije eksitona $E_{s\eta}^{(E)}(\bar{k})$ odredjuju se iz homogenog sistema jednačina

$$E_{s\eta}^{(E)}(\bar{k}) \Lambda_{\varrho\eta}^{(D)}(\bar{k},s) = \sum_{\varrho'} N_{\varrho\varrho'}(\bar{k},s) \Lambda_{\varrho'\eta}^{(D)}(\bar{k},s) \qquad \text{(I 2.14.)}$$

$$\varrho = 1, 2, \ldots L$$

Na kraju ovog paragrafa analiziraćemo slučaj proste rešetke (indeks ϱ ima samo jednu vrednost), i slučaj kada molekul može da se pobudi u samo jedno pobudjeno stanje (indeks f uzima samo dve vrednosti 0 i f_0). Tada sistem jednačina (I 2.11.) postaje

$$\begin{aligned} N(\bar{k}) \mathcal{V}^{(B)}(\bar{k}) &= [\Delta + X(\bar{k})] \mathcal{U}^{(B)}(\bar{k}) + \overset{*}{Y}(\bar{k}) \mathcal{V}^{(B)}(\bar{k}) \\ -N(\bar{k}) \mathcal{V}^{(B)}(\bar{k}) &= Y(\bar{k}) \mathcal{U}^{(B)}(\bar{k}) + [\Delta + X(\bar{k})] \mathcal{V}^{(B)}(\bar{k}) \end{aligned} \qquad \text{(I 2.15.)}$$

i energiju eksitona $N(\bar{k})$ odredjujemo izjednačujući determinantu sistema (I 2.15.) sa nulom tj.

$$\begin{vmatrix} N(\bar{k}) - [\Delta + X(\bar{k})] & -\overset{*}{Y}(\bar{k}) \\ Y(\bar{k}) & N(\bar{k}) + [\Delta + X(\bar{k})] \end{vmatrix} = 0 \qquad \text{(I 2.16.)}$$

odakle sledi:

$$N(\bar{k}) = \sqrt{[\Delta + X(\bar{k})]^2 - |Y(\bar{k})|^2} \approx \Delta + X(\bar{k}) - \frac{|Y(\bar{k})|^2}{2\Delta} \qquad \text{(I 2.17.)}$$

Aproksamativni izraz za energiju eksitona: $\Delta + X - \frac{|Y|^2}{2\Delta}$

dobijen je na osnovu činjenice da je energija pobudjenja izolovanog molekula Δ reda veličine 5eV dok su matrični elementi operatora dipol-dipolne operacije X i Y reda veličine od o,1 do o,oleV. Može se pokazati da za male $\bar{k}$ eksitoni u svom zakonu disperzije imaju jedan deo koji predstavlja kinetičku energiju, pa se zato eksitoni mogu tretirati kao kvazičestice čija je efektivna masa data sa:

$$m_E^* = \frac{\hbar^2}{2a^2 X_0} \qquad \text{(I 2.18.)}$$

gde X_0 predstavlja matrični element dipol-dipolne interakcije za najbliže susede u prostoj kubnoj rešetci. Treba naglasiti da pošto X_0 u zavisnosti od kristalne strukture i tipa pobudjenja molekula može da ima i pozitivan i negativan znak, to eksitoni mogu imati i pozitivnu i negativnu efektivnu masu.

3. FOTONI SA EFEKTIMA RETARDACIJE

Hamiltonijan elektromagnetnog polja u kristalu koji analiziramo ima oblik:

$$H_p^{(2)} = \frac{L\Omega_0}{8\pi} \sum_{\vec{n}} \left[\vec{\mathcal{E}}^2_{\vec{n}}(t) + \vec{\mathcal{H}}^2_{\vec{n}}(t) \right] + \frac{Le^2}{2m_e c^2} \sum_{\vec{n}} \vec{A}^2_{\vec{n}}(0) \qquad \text{(I 3.1.)}$$

U ovom izrazu $\vec{A}_{\vec{n}}(t)$ je vektorski potencijal elektromagnetnog polja, koji se preko fotonskih operatora $a_j(\vec{k})$ i $a^+_j(\vec{k})$ izražava na sledeći način

$$\vec{A}_{\vec{n}}(t) = \sum_{\vec{k}j} \sqrt{\frac{2\pi\hbar c}{L N \Omega_0 k}}\, \vec{l}_j(\vec{k}) \left[a_j(\vec{k}) e^{i\vec{k}\vec{n} - it\omega_j(\vec{k})} + \right. \qquad \text{(I 3.2.)}$$

$$\left. + a^+_j(\vec{k}) e^{-i\vec{k}\vec{n} + it\omega_j(\vec{k})} \right]$$

Ovde su $\vec{\mathcal{E}}_{\vec{n}}(t) = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{A}_{\vec{n}}(t)}{\partial t}$ i $\vec{\mathcal{H}}_{\vec{n}}(t) = \mathrm{rot}\,\vec{A}_{\vec{n}}(t)$ vektori jačine električnog i jačine magnetnog polja elektromagnetnog zračenja, respektivno. Ostale oznake su Ω_c - zapremina elementarne ćelije kristala, e- naelektrisanje elektrona, m_e -masa elektrona, c - brzina svetlosti, $\vec{\ell}_j(\vec{k})$ - su polarizacioni vektori fotona, indeks j - uzima dve vrednosti j = 1,2 koje odgovaraju dvema transverzalnim granama fotona i $\omega_j(\vec{k}) = ck$ $(k \equiv |\vec{k}|)$ su fotonske frekvence. Fotonsko polje je transverzalno zbog kulonovske kalibracije div $\vec{A}_{\vec{n}}(t) = 0$. Treba naglasiti da sve veličine koje karakterišu elektromagnetno polje zavise samo od indeksa kristalne ćelije $\vec{n}$, a ne zavise od indeksa θ. Ovo je posledica činjenice da vidljiva svetlost ima veliku talasnu dužinu tako da se faktor $e^{i\vec{k}\vec{\tau}_\theta(\vec{n})}$ kojim bi se razlikovale fotonske karakteristike i po indeksu θ može približno zameniti jedinicom. Pošto je za vidljivu svetlost k~lo cm^{-1} a $\vec{\tau}_\theta(\vec{n})$ ima linearne razmere molekula $|\vec{\tau}_\theta(\vec{n})| \sim 10^{-8} cm$ to je jasno $e^{i\vec{k}\vec{\tau}_{\vec{n}}(\theta)} \approx 1 + i\vec{k}\vec{\tau}_{\vec{n}}(\theta) = 1 + 10^{-3} \approx 1$.

Prvi član u formuli (I 3.1.) predstavlja sopstvenu energiju elektromagnetnog polja, a drugi član dolazi od retardovane interakcije elektrona sa elektromagnetnim poljem. Treba naglasiti da se drugi član pojavljuje samo u analizama materijalne sredine dok je u vakumu ravan nuli. Do analitičke forme ovog člana, koja je navedena u formuli (I 3.1.) dolazi se preko izraza za impuls elektrona u elektromagnetnom polju $\vec{\pi} = \vec{p} - \frac{e}{c}\vec{A}$ gde je $\vec{p}$ impuls slobodnog elektrona. Impulsu $\vec{\pi}$ odgovara kinetička energija:

$$\mathcal{E}_{kin} = \frac{\vec{\pi}^2}{2m_e} = \frac{\vec{p}}{2m_e} - \frac{e}{m_e c}\vec{p}\vec{A} + \frac{e^2}{2m_e c^2}\vec{A}^2 \qquad \text{(I 3.3.)}$$

Prvi član u formuli (I 3.3.) ulazi u hamiltonijan molekula H_f i preko njega se uključuje u energiju eksitona. Drugi član u formuli (I 3.3.), kada se prosumira po svim elektronskim stanjima i po svim čvorovima rešetke, definiše interakciju izmedju eksitona i fotona, a treći član iz formule (I 3.3.) prosumiran po svim čvorovima rešetke daje dopunski deo hamiltonijana elektromagnetnog polja koji uračunava efekte retardacije tj.

daje nam drugi član u formuli (I 3.1.).

Zamenom (I 3.2.) u (I 3.1.) dobijamo

$$H_p^{(2)} = \sum_{\bar{K}j} \hbar\left[\omega_j(\bar{K}) + \tilde{\omega}_j(\bar{K})\right] \overset{+}{a}_j(\bar{K}) a_j(\bar{K}) + \frac{1}{2}\sum_{\bar{K}j}\left[\hbar\tilde{\omega}_j(\bar{K}) \overset{+}{a}_j(K) \overset{+}{a}_j(-K) + c.c.\right] \tag{I 3.4.}$$

gde je:

$$\tilde{\omega}_j(\bar{K}) = \frac{2\pi e^2}{\Omega_0 m_e c K} \tag{I 3.5.}$$

takozvana frekvenca plazmenih oscilacija.

Hamiltonijan (I 3.4.) dijagonalizuje se prelaskom na Boze-operatore $\mu_j(\bar{K})$ pomoću transformacije

$$a_j(\bar{K}) = u_j^{(P)}(\bar{K})\mu_j(\bar{K}) + v_j^{(P)}(\bar{K})\overset{+}{\mu}_j(-\bar{K}) \tag{I 3.6.}$$

i postaje

$$H_p^{(2)} = \sum_{\bar{K}j} E_j^{(P)}(\bar{K}) \overset{+}{\mu}_j(\bar{K}) \mu_j(\bar{K}) \tag{I 3.7.}$$

Energije fotona $E_j^{(P)}(\bar{K})$ date su izrazom

$$E_j^{(P)}(\bar{K}) = \hbar\omega_j(\bar{K})\left[1 + 2\tilde{\omega}_j(\bar{K})\omega_j^{-1}(\bar{K})\right]^{1/2} \tag{I 3.8.}$$

a realne i parne funkcije u i v imaju oblik

$$\left[u_j^{(P)}(\bar{K})\right]^2 = \frac{1}{2}\left\{\frac{1 + \tilde{\omega}_j(\bar{K})\omega_j^{-1}(\bar{K})}{\left[E_j^{(P)}(\bar{K})\right]^{1/2}} + 1\right\}$$

$$\left[v_j^{(P)}(\bar{K})\right]^2 = \frac{1}{2}\left\{\frac{1 + \tilde{\omega}_j(\bar{K})\omega_j^{1}(\bar{K})}{\left[E_j^{(P)}(\bar{K})\right]^{1/2}} - 1\right\} \tag{I 3.9.}$$

4. SPIN-FOTON I EKSITON-FOTON INTERAKCIJA

Spinovi kristalne rešetke interaguju sa magnetnim poljem $\vec{\mathcal{H}}_{\vec{n}}$ elektromagnetnog zračenja i hamiltonijan interakcije može se napisati u obliku

$$H_{SP} = -\sum_{\vec{n}\theta\lambda} \mu_\theta \mathcal{H}^\lambda_{\vec{n}}(0)\, \sigma^\lambda_{\vec{n}\theta} \qquad \text{(I 4.1.)}$$

Na osnovu relacije $\vec{\mathcal{H}}_{\vec{n}} = \mathrm{rot}\vec{A}_{\vec{n}}$ i formule (I 3.2.) možemo pisati

$$\mathcal{H}_{\vec{n}}(0) = i\sum_{\vec{k}j}\sqrt{\frac{2\pi\hbar c}{LN\Omega_0 k}}\left[\vec{k}\times\vec{l}_j(\vec{k})\right]\left[a_j(\vec{k})e^{i\vec{k}\vec{n}} - a^+_j(\vec{k})e^{-i\vec{k}\vec{n}}\right] \qquad \text{(I 4.2.)}$$

Ako u formuli (I 4.1.) izvršimo zamene (I 1.2.), (I 1.12.), (I 4.2.) i (I 3.6.) dolazimo do sledećeg izraza za kvadratni deo hamiltonijana izmedju spinskih talasa i fotona

$$H^{(2)}_{SP} = \sum_{\vec{k}\tau j}\left\{\overset{+}{R}_{\tau j}(\vec{k})\left[\beta_\tau(\vec{k})\gamma_j(\vec{k}) + \overset{+}{\beta}_\tau(\vec{k})\overset{+}{\gamma}_j(-\vec{k})\right] + c.c.\right\} \qquad \text{(I 4.3.)}$$

Funkcije $R_{\tau j}(\vec{k})$ koje karakterišu veličinu spin-foton interakcije date su sa:

$$R_{\tau j}(\vec{k}) = 2i\sum_{\theta\lambda}\sqrt{\frac{S_\theta \pi\hbar c}{L\Omega_0 k}}\left[U^{(P)}_j(\vec{k}) + V^{(P)}_j(\vec{k})\right]\left[U^{(S)}_{\theta\tau}(\vec{k}) + V^{(S)}_{\theta\tau}(\vec{k})\right]\mu_\theta A^\lambda_\theta\left[\vec{k}\times\vec{l}_j(\vec{k})\right]^\lambda \qquad \text{(I 4.4.)}$$

Na osnovu poslednje formule može se proceniti da je veličina spin-foton interakcije u optimalnom slučaju reda veličine

10^{-13} do 10^{-14} erga tj.

$$[R_{\theta j}(\vec{k})]_{max} \sim 10^{-13} \div 10^{-14}\ erga \tag{I 4.5.}$$

Već smo ranije rekli da srednji član u formuli (I 3.3.) kada se prosumira po svim čvorovima rešetke g i po svim elektronskim stanjima f daje hamiltonijan eksiton-foton interakcije. Tako, možemo pisati

$$H_{EP} = -\frac{e}{m_e c} \sum_{\vec{n}\theta f f'} \vec{P}_\theta(ff') \overset{+}{F}_{\vec{n}\theta}(f) F_{\vec{n}\theta}(f') \vec{A}_{\vec{n}}(0) \tag{I 4.6.}$$

gde su matrični elementi operatora elektronskog impulsa $\vec{P}(\vec{r}_\theta) = -i\hbar \nabla_{\vec{r}_\theta}$ po svojstvenim funkcijama izolovanog molekula $\Psi_f(\vec{r}_\theta)$ date sa:

$$\vec{P}_\theta(ff') = -i\hbar \int d^3\vec{r}_\theta \overset{*}{\Psi}_f(\vec{r}_\theta) \nabla_{\vec{r}_\theta} \Psi_{f'}(\vec{r}_\theta); \tag{I 4.7.}$$

$$\vec{P}_\theta(ff') = \overset{*}{\vec{P}}_\theta(f'f) \ ; \quad \vec{P}_\theta(ff) = 0$$

Ako u formuli (I 4.6.) vektorski potencijal $\vec{A}_{\vec{n}}(0)$ izrazimo preko operatora $\mu_j(k)$, a od Fermi-operatore F predjemo na kvazi-Pauli operatore $\mathcal{P}$ i od ovih na eksitonske operatore $\mathcal{L}$ onda kvadratni deo hamiltonijana eksiton-foton interakcije dobija sledeći oblik:

$$H^{(2)}_{EP} = \sum_{\vec{k}\varsigma\eta j} \{ \overset{*}{T}{}^j_{\varsigma\eta}(\vec{k}) [\overset{+}{\mathcal{L}}_{\varsigma\eta}(\vec{k}) \mu_j(\vec{k}) + \overset{+}{\mathcal{L}}_{\varsigma\eta}(\vec{k}) \overset{+}{\mu}_j(-\vec{k})] + c.c. \} \tag{I 4.8.}$$

Funkcije $T^j_{\varsigma\eta}(\vec{k})$, koje karakterišu veličinu eksiton-foton interakcije, date su sa:

$$T^{j}_{s\eta}(\bar{K}) = -\sum_{\beta f} \frac{e}{m_e} \sqrt{\frac{2\pi\hbar}{L\Omega_0 c K}} \left[U_j^{(P)}(\bar{K}) + V_j^{(P)}(\bar{K}) \right] \Lambda^{(0)}_{\beta\eta}(\bar{K},S)\, \vec{l}_j(\bar{K}) \cdot \tag{I 4.9.}$$

$$\cdot \left[U^{(B)}_{fs}(\bar{K},\theta)\vec{P}_{\theta}(0f) + V^{(B)}_{fs}(\bar{K},\theta)\vec{P}^{*}_{\theta}(0f) \right]$$

Procenom brojnih vrednosti veličina koje ulaze u formulu (I 4.9.) dolazimo do zaključka

$$\left[T^{j}_{s\eta}(\bar{K}) \right]_{max} \sim 10^{-12} \div 10^{-13}\ \text{erga} \tag{I. 4.1o.}$$

što pokazuje da je eksiton-foton interakcija za red veličine veća od spin-foton interakcije.

5. JEDNAČINE KOJE DEFINIŠU SPEKTAR HIBRIDNIH POBUDJENJA

Sistem kjji analiziramo sastoji se, kao što se vidi iz dosadašnjeg izlaganja, od spinskih talasa, eksitona i retardovanih vakumskih fotona. Takodje su definisane interakcije izmedju spinskih talasa i fotona i izmedju eksitona i fotona. Hibridne eksitacije koje nastaju u ovakvom sistemu dobićemo posle dijagonalizacije kompletnog hamiltonijana sistema koji ima oblik:

$$H^{(2)}_{MO} = H^{(2)}_{E} + H^{(2)}_{S} + H^{(2)}_{P} + H^{(2)}_{EP} + H^{(2)}_{SP} \tag{I 5.1.}$$

U ovom izrazu $H^{(2)}_{E}$ je dato formulom (I 2.13.), $H^{(2)}_{S}$ formulom (I 1.18.), $H^{(2)}_{P}$ formulom (I 3.6.), $H^{(2)}_{EP}$ formulom (I .4.8.) i $H^{(2)}_{SP}$ formulom (I 4.3.). Zbog glomaznosti izraza nećemo ih ovde opet navoditi.

Dijagonalizaciju hamiltonijana (I 5.1.) izvršićemo prelazeći od operatore α, β i γ na nove Boze-operatore b pomoću kanoničnih transformacija:

$$\alpha_{\varsigma\eta}(\bar{k}) = \sum_{\nu} \left[\mathcal{U}^{\nu}_{\varsigma\eta}(\bar{k})\, b_{\nu}(\bar{k}) + \overset{*}{\mathcal{V}}{}^{\nu}_{\varsigma\eta}(-\bar{k})\, b^{+}_{\nu}(-\bar{k}) \right]$$

$$\beta_{\tau}(\bar{k}) = \sum_{\nu} \left[\mathcal{U}^{\nu}_{\tau}(\bar{k})\, b_{\nu}(\bar{k}) + \overset{*}{\mathcal{V}}{}^{\nu}_{j}(-\bar{k})\, b^{+}_{\nu}(-\bar{k}) \right]$$

$$\gamma_{j}(\bar{k}) = \sum_{\nu} \left[\mathcal{U}^{\nu}_{j}(\bar{k})\, b_{\nu}(\bar{k}) + \overset{*}{\mathcal{V}}{}^{\nu}_{j}(-\bar{k})\, b^{+}_{\nu}(-\bar{k}) \right]$$

$$\sum_{\nu} \left[\mathcal{U}^{\nu}_{\varsigma\eta}(\bar{k})\, \overset{*}{\mathcal{U}}{}^{\nu}_{\varsigma'\eta'}(\bar{k}) - \overset{*}{\mathcal{V}}{}^{\nu}_{\varsigma\eta}(-\bar{k})\, \mathcal{V}^{\nu}_{\varsigma'\eta'}(-\bar{k}) \right] = \delta_{\varsigma\varsigma'}\,\delta_{\eta\eta'} \qquad \text{(I 5.2.)}$$

$$\sum_{\nu} \left[\mathcal{U}^{\nu}_{\tau}(\bar{k})\, \overset{*}{\mathcal{U}}{}^{\nu}_{\tau'}(\bar{k}) - \overset{*}{\mathcal{V}}{}^{\nu}_{\tau}(-\bar{k})\, \mathcal{V}^{\nu}_{\tau'}(-\bar{k}) \right] = \delta_{\tau\tau'}$$

$$\sum_{\nu} \left[\mathcal{U}^{\nu}_{j}(\bar{k})\, \overset{*}{\mathcal{U}}{}^{\nu}_{j'}(-\bar{k}) - \overset{*}{\mathcal{V}}{}^{\nu}_{j}(-\bar{k})\, \mathcal{V}^{\nu}_{j'}(-\bar{k}) \right] = \delta_{jj'}$$

$$\nu = 1,2,\dots L(\Gamma+1)+2\ ;\quad \varsigma = 1,2,\dots \Gamma\ ;\quad \eta,\tau = 1,2,\dots L\ ;\ j = 1,2$$

Pored uslova kanoničnosti navedenih u formuli (I 5.2.) funkcije $\mathcal{U}$ i $\mathcal{V}$ normirane su uslovom:

$$\sum_{\varsigma\eta} \left[|\mathcal{U}^{\nu}_{\varsigma\eta}(\bar{k})|^2 - |\mathcal{V}^{\nu}_{\varsigma\eta}(\bar{k})|^2 \right] + \sum_{\tau} \left[|\mathcal{U}^{\nu}_{\tau}(\bar{k})|^2 - |\mathcal{V}^{\nu}_{\tau}(\bar{k})|^2 \right] + \qquad \text{(I 5.3.)}$$

$$+ \sum_{j} \left[|\mathcal{U}^{\nu}_{j}(\bar{k})|^2 - |\mathcal{V}^{\nu}_{j}(\bar{k})|^2 \right] = 1$$

Ovaj uslov normiranja dolazi od zahteva da se u formulama (I 5.2.) može izvršiti inverzna transformacija tj. da se operatori b mogu izraziti preko operatora α, β i μ eksplicitno.

Dijagonalizovani hamiltonijan (I 5.1.) ima oblik:

$$H^{(2)}_{MO} = \sum_{\bar{k}\nu} E_\nu(\bar{k})\, b^+_\nu(\bar{k})\, b_\nu(\bar{k}) \qquad \text{(I 5.4.)}$$

Energije hibridnih ekscitacija $E_\nu(\bar{k})$ odredjuju se iz sistema homogenih jednačina:

$$\left[E_\nu(\bar{k}) - E^{(E)}_{\varrho\eta}(\bar{k})\right] \mathcal{U}^\nu_{\varrho\eta}(\bar{k}) - \sum_j \overset{*}{T}{}^j_{\varrho\eta}(\bar{k})\left[\mathcal{U}^\nu_j(\bar{k}) + \mathcal{V}^\nu_j(\bar{k})\right]$$

$$\left[E_\nu(\bar{k}) + E^{(E)}_{\varrho\eta}(\bar{k})\right] \mathcal{V}^\nu_{\varrho\eta}(\bar{k}) + \sum_j T^j_{\varrho\eta}(-\bar{k})\left[\mathcal{U}^\nu_j(\bar{k}) + \mathcal{V}^\nu_j(\bar{k})\right] = 0$$

$$\left[E_\nu(\bar{k}) - E^{(S)}_\tau(\bar{k})\right] \mathcal{U}^\nu_\tau(\bar{k}) - \sum_j \overset{*}{R}_{\tau j}(\bar{k})\left[\mathcal{U}^\nu_j(\bar{k}) + \mathcal{V}^\nu_j(\bar{k})\right]$$

$$\left[E_\nu(\bar{k}) + E^{(S)}_\tau(\bar{k})\right] \mathcal{V}^\nu_\tau(\bar{k}) + \sum_j R_{\tau j}(\bar{k})\left[\mathcal{U}_j(\bar{k}) + \mathcal{V}^\nu_j(\bar{k})\right] = 0 \qquad \text{(I 5.5.)}$$

$$\left[E_\nu(\bar{k}) - E^{(P)}_j(\bar{k})\right] \mathcal{U}^\nu_j(\bar{k}) - \sum_{\varrho\eta}\left[T^j_{\varrho\eta}(\bar{k})\,\mathcal{U}^\nu_{\varrho\eta}(\bar{k}) + \overset{*}{T}{}^j_{\varrho\eta}(\bar{k})\,\mathcal{V}^\nu_{\varrho\eta}(\bar{k}) -\right.$$

$$- \sum_\tau \left[R_{\tau j}(\bar{k})\,\mathcal{U}^\nu_\tau(\bar{k}) + \overset{*}{R}_{\tau j}(\bar{k})\,\mathcal{V}^\nu_\tau(\bar{k})\right] = 0$$

$$\left[E_\nu(\bar{k}) + E^{(P)}_j(\bar{k})\right] \mathcal{V}^\nu_j(\bar{k}) + \sum_{\varrho\eta}\left[T^j_{\varrho\eta}(-\bar{k})\,\mathcal{U}^\nu_{\varrho\eta}(\bar{k}) + \overset{*}{T}{}^j_{\varrho\eta}(-\bar{k})\,\mathcal{V}^\nu_{\varrho\eta}(\bar{k})\right] +$$

$$+ \sum_\tau \left[R_{\tau j}(-\bar{k})\,\mathcal{U}^\nu_\tau(\bar{k}) + \overset{*}{R}_{\tau j}(-\bar{k})\,\mathcal{V}^\nu_\tau(\bar{k})\right] = 0$$

$$\varrho = 1,2,\ldots\Gamma \; ; \quad \eta,\tau = 1,2,\ldots L \; ; \quad j = 1,2$$

Ako ispišemo determinantu sistema (I 5.5.) onda nam ona za energiju $E_\nu(\bar{k})$ daje jednačinu stepena $L(\Gamma+1)+2$

po $[E_\nu(\vec{k})]^2$, što znači da hibridnih ekscitacija ima ukupno L(Γ +1)+2 .Čak i u najprostijem slučaju kada ℓ ima samo jednu vrednost (L=1), kada f uzima vrednosti 0 i f_0 $(\Gamma=1)$ i kada pretpostavimo da eksitoni i magnoni interaguju sa samo jednom granom fotona ($j=1$),determinanta sistema (I 5.5.) predstavlja jednačinu trećeg stepena po $[E_\nu(\vec{k})]^2$ pa je i onda potrebno njeno numeričko rešavanje po nepoznatoj $E_\nu(\vec{k})$. Zbog toga ovde samo navodimo jednačine iz kojih se mogu odrediti energije, a konkretnu zavisnost $E_\nu(\vec{k})$ ne možemo navesti bez upotrebe računara. Hibridne ekscitacije čije se energije odredjuju na opisani način sadrže u sebi pomešane eksitonske, magnonske i fotonske osobine i zato se govori da su one "smeša" eksitona, magnona i fotona.

II GLAVA

MAGNETO-OPTIČKI TENZOR

1. INTERAKCIJA SA SPOLJAŠNJIM STRUJAMA

Naš dalji cilj je da ispitamo neke makroskopske karakteristike magnetnog dielektrika u svetlu činjenice da u njemu dolazi do hibridizacije optičkih i magnetnih pobudjenja. U tom cilju posmatraćemo srednji dipolni moment sistema kao njegovu optičku karakteristiku i srednji magnetni moment sistema kao njegovu magnetnu karakteristiku. Pretpostavićemo da se srednji dipolni moment i srednji magnetni moment indukuju (izazivaju) slabim spoljašnjim strujama $\vec{j}_{ext}(\vec{n},t)$. Ovako što je najrealnije pretpostaviti, jer spoljašnje struje uvek postoje pošto se sistem ne može potpuno izolovati od slobodnih elektrona koji lutaju u prostoru. Hamiltonijan interakcije elektromagnetnog polja sa spoljašnjim strujama dat je izrazom:

$$\tilde{H}_{ext}(t) = -\frac{1}{c}\sum_{g}\vec{A}_{g}(0)\vec{j}_{ext}(g,t) = -\frac{1}{c}\sum_{\vec{n}}\vec{A}_{\vec{n}}(0)\vec{j}_{ext}(\vec{n},t) \qquad \text{(II 1.1.)}$$

Napominjemo da spoljašnje struje zavise od indeksa $\bar{n}$ kristalne ćelije, a ne zavise od indeksa ℓ, jer je talasni vektor slobodnih elektrona u srednjem redu veličine 10^{6} do 10^{7} cm^{-1} što se zaključuje iz poznate formule kinetičke teorije gasova $\frac{P^2}{2m_e} = \frac{3}{2}K_B T$ gde je K_B - Bolcmanova konstanta, a T - apsolutna temperatura. Ponavljajući rasudjivanja iz stava 3.glave I lako zaključujemo da ako zanemarimo zavisnost j_{ext} od ℓ onda pravimo grešku reda veličine 0,01.

Ako vektorski potencijal u formuli (II 1.1.) izrazimo preko operatora μ prema formulama iz stava 3.glave I, a operatore μ prema formulama iz stava 5.glave I preko operatora b^{+} i b koji kreiraju i anihiliraju hibridna pobudjenja, onda za interakciju elektromagnetnog polja sa spoljašnjim strujama dobijamo sledeći izraz:

$$H_{ext}(t) = e^{\frac{itH_{MO}^{(2)}}{\hbar}} \tilde{H}_{ext}(t) e^{-\frac{itH_{MO}^{(2)}}{\hbar}} =$$

$$= -N^{-\frac{1}{2}} \sum_{\vec{n}\vec{k}\lambda\nu} \left[p^{\lambda}(\vec{k},\nu) b_{\nu}(\vec{k},t) + p^{*\lambda}(-\vec{k},\nu) b^{+}_{\nu}(-\vec{k},t) \right] j^{\lambda}_{ext}(\vec{n}t) e^{i\vec{k}\vec{n}} \tag{II 1.2.}$$

Hamiltonijan (II 1.2.) dat je, kao što vidimo, u reprezentaciji interakcije. Veličine $p^{\lambda}(\vec{k},\nu)$ date su izrazom

$$p^{\lambda}(\vec{k},\nu) = \sum_{j} \sqrt{\frac{2\pi\hbar L}{\Omega_0 c k}} \left[U_j^{(P)}(\vec{k}) + V_j^{(P)}(\vec{k}) \right] \left[U_j^{\nu}(\vec{k}) + V_j^{\nu}(\vec{k}) \right] l_j^{\lambda}(\vec{k}) \tag{II 1.3.}$$

gde:

$$b_{\nu}(\vec{k},t) = e^{\frac{itH_{MO}^{(2)}}{\hbar}} b_{\nu}(\vec{k}) e^{-\frac{itH_{MO}^{(2)}}{\hbar}} \tag{II 1.4.}$$

predstavlja operator anihilacije hibridnog pobudjenja u reprezentaciji interakcije.

2. INDUKOVANI DIPOLNI MOMENT SISTEMA

Ukupni dipolni moment sistema dolazi usled činjenice da su molekuli sistema koji posmatramo električni dipoli, što je naša pretpostavka od početka analize. Očigledno je da dipolni moment nastaje usled polarizacije elektrona, pa je prema tome dat sa:

$$\vec{D} = \sum_{g f f'} \vec{D}_g(ff') F^{+}_g(f) F_g(f') \; ; \quad f, f' = 0,1,2, \ldots \Gamma \tag{II 2.1.}$$

U ovoj formuli vektori $\vec{\mathcal{D}}_q(ff')$ su matrični elementi operatora dipola $e\vec{r}_\theta$ po svojstvenim funkcijama $\Psi_f(\vec{r}_\theta)$ hamiltonijana izolovanog molekula i dati su sa:

$$\vec{\mathcal{D}}_q(f,f') = \vec{\mathcal{D}}_\theta(f,f') = \int d^3\vec{\xi}_\theta \overset{*}{\Psi}_f(\vec{\xi}_\theta)\, e\vec{\xi}_\theta \Psi_{f'}(\vec{\xi}_\theta)$$

$$\vec{\mathcal{D}}_\theta(f'f) = \overset{*}{\vec{\mathcal{D}}}_\theta(ff')\,;\quad \vec{\mathcal{D}}_\theta(ff) = 0 \qquad \text{(II 2.2.)}$$

Spoljašnjim strujama se može indukovati samo onaj deo operatora $\vec{\mathcal{D}}$ koji je linearan po kvazi-Pauli operatorima $\mathcal{P}$. Ako iz formule (II 2.1.) izdvojimo onaj deo koji je linearan po operatorima $\mathcal{P}$ (ovo se postiže razvijanjem sume po f i f' i korišćenjem formule (I 2.6.)), zatim od operatora $\mathcal{P}$ predjemo na Boze-operatore $\mathcal{B}$, a od ovih, preko operatora λ, na operatore hibridnih pobudjenja b, onda za komponentu dipolnog momenta po jednom molekulu dobijamo (u reprezentaciji interakcije) sledeći izraz:

$$\mathcal{D}^\lambda_{\bar{n}\theta}(\bar{n},t) = e^{\frac{it H^{(2)}_{MO}}{\hbar}}\, \mathcal{D}^\lambda_{\bar{n}\theta}\, e^{\frac{-it H^{(2)}_{MO}}{\hbar}} =$$

$$= N^{-\frac{1}{2}} \sum_{\bar{k}\nu} \left[d^\lambda_\theta(\bar{k},\nu)\, b_\nu(\bar{k},t) + \overset{*}{d}{}^\lambda_\theta(-\bar{k},\nu)\, b^+_\nu(-\bar{k},t) \right] e^{i\bar{k}\bar{n}} \qquad \text{(II 2.3.)}$$

Funkcije $d^\lambda_\theta(\bar{k},\nu)$ date su sa:

$$d^\lambda_\theta(\bar{k},\nu) = \sum_{f s \eta} \Big\{ \Lambda^{(D)}_{\theta\eta}(\bar{k},s)\, U^\nu_{s\eta}(\bar{k}) \Big[\mathcal{D}^\lambda_\theta(0f)\, U^{(B)}_{s\eta}(\bar{k}0) +$$

$$+ \overset{*}{\mathcal{D}}{}^\lambda_\theta(0f)\, V^{(B)}_{s\eta}(\bar{k}0) \Big] + \overset{*}{\Lambda}{}^{(D)}_{\theta\eta}(-\bar{k}s)\, V^\nu_{s\eta}(\bar{k}) \Big[\overset{*}{\mathcal{D}}{}^\lambda_\theta(0f)\, \overset{*}{U}{}^{(B)}_{s\eta}(-\bar{k},0) +$$

$$+ \mathcal{D}^\lambda_\theta(0f)\, V^{(B)}_{s\eta}(-\bar{k},0) \Big] \Big\} \qquad \text{(II 2.4.)}$$

Srednji dipol indukovan spoljašnjim strujama izračunava se po formuli

$$\langle \hat{\mathcal{D}}_{1\theta}(\bar{n},t)\rangle_{ext} = \langle \hat{S}^{-1}(t)\hat{\mathcal{D}}_{1\theta}(\bar{n},t)\hat{S}(t)\rangle \tag{II 2.5.}$$

gde je $\hat{S}(t)$ S - matrica sistema, koja za interakciju tipa (II 1.2.) ima oblik

$$\hat{S}(t) = \hat{T} e^{\frac{i}{\hbar}\int_{-\infty}^{t} dt' H_{int}(t')} \tag{II 2.6.}$$

Operator $\hat{T}$ u formuli (II 2.6.) je Dajsonov hronološki operator, a simbol $\langle \cdots \rangle$ predstavlja usrednjavanje po kanoničkom Gipsovom ansamblu tj.

$$\langle \cdots\cdots \rangle = S_p(\cdots) e^{\frac{F_{MC}-H_{MC}}{\theta}} \tag{II 2.7.}$$

gde je F_{MC} - slobodna energija sistema.

Ako S matricu razvijemo do članova koji su linearni po interakciji i dobijene izraze zamenimo u formuli (II 2.5.), onda posle Furije transformacija prostor-impuls i vreme-energija tipa

$$\vec{V}(\bar{K},\omega) = (2\pi N)^{-1}\sum_{\bar{n}}\int_{-\infty}^{+\infty} dt\,\vec{V}(\bar{n},t)e^{-i\bar{K}\bar{n}+i\omega t} \tag{II 2.8.}$$

dobijamo konačno

$$\langle \vec{\mathcal{D}}_{1\theta}(\bar{K},\omega)\rangle_{ext} = \hat{D}_{\theta}(\bar{K},\omega)\vec{J}_{ext}(\bar{K},\omega) \tag{II 2.9.}$$

Formula (II 2.9.) daje indukovani dipolni moment sistema kao funkciju spoljašnjih struja. Komponente tenzora $\hat{D}(\bar{K},\omega)$ koji povezuje ova dva vektora date su sa:

$$D_{\theta}^{\lambda\lambda'}(\vec{k},\omega) = (2\hbar)^{-1}\sum_{\nu}\left[\frac{W_{\theta}^{\lambda\lambda'}(\vec{k},\nu)}{\Omega_{\nu}(\vec{k})-\omega-i\delta} + \frac{\overset{*}{W}{}_{\theta}^{\lambda\lambda'}(-\vec{k},\nu)}{\Omega_{\nu}(\vec{k})+\omega-i\delta}\right]_{\delta\to+0} \qquad \text{(II 2.1o.)}$$

gde je

$$W_{\theta}^{\lambda\lambda'}(\vec{k},\nu) = d_{\theta}^{\lambda}(\vec{k},\nu)\overset{*}{p}{}^{\lambda'}(\vec{k},\nu)\ ; \quad \Omega_{\nu}(\vec{k}) = \hbar^{-1}E_{\nu}(\vec{k}) \qquad \text{(II 2.11.)}$$

Treba naglasiti da se tokom izračunavanja indukovanog dipolnog momenta $\langle \hat{D}_{1\theta}(\vec{k},\omega)\rangle ext$ u računu pojavljuju Grinove funkcije hibridnih pobudjenja $\langle\langle b_{\nu}(\vec{k})\,|\,b_{\nu}^{+}(\vec{k})\rangle\rangle_{\omega}$ i $\langle\langle b_{\nu}^{+}(-\vec{k})\,|\,b_{\nu}(\vec{k})\rangle\rangle_{\omega} = \langle\langle b_{\nu}(\vec{k})\,b_{\nu}^{+}(\vec{k})\rangle\rangle_{-\omega}$, koje, na osnovu opšte teorije dvovremenskih Grinovih funkcija i hamiltonijana (I 5.4.), imaju oblik

$$\langle\langle b_{\nu}(\vec{k})\,|\,b_{\nu}^{+}(\vec{k})\rangle\rangle_{\omega} = \frac{i}{2\pi}\,\frac{1}{\omega-\Omega_{\nu}(\vec{k})+i\delta}\Bigg|_{\delta\to+0} \qquad \text{(II 2.12.)}$$

Formula (II 1.12.) korišćena je da bi se dobile formule (II 2.1o) koje definišu komponente tenzora $\hat{D}_{\theta}(\vec{k},\omega)$.

3. INDUKOVANI MAGNETNI MOMENT SISTEMA

Ukupni magnetni moment sistema dat je izrazom:

$$\vec{M} = \sum_{\vec{n}\theta}\mu_{\theta}\vec{\sigma}_{\vec{n}\theta} \qquad \text{(II 3.1.)}$$

U daljoj analizi posmatraćemo magnetni moment na jedan čvor rešetke tj. $\vec{M}_{\theta}(\vec{n}) = \mu_{\theta}\vec{\sigma}_{\vec{n}\theta}$. Lako je konstatovati da će spoljašnje struje delovati samo na onaj deo operatora $\vec{M}_{\theta}(\vec{n})$ koji je linearan po operatorima S^{+} i S^{-}. Ovaj linearni deo dobija se tako što se u formuli $\vec{\mathcal{M}}_{\theta}(\vec{n}) = \mu_{\theta}\vec{\sigma}_{\vec{n}\theta}$ najpre izvrši zamena (I 1.2.) i izdvoje delovi proporcionalni S^{+} i S^{-}, a zatim se iskoristi Blohova aproksimacija i od operatora S^{+} i S^{-} predje na operatore B i B^{+} koji se opet izraze preko operatora β, a ovi preko operatora b. Posle svih ukazanih zamena za komponentu vektora $\vec{\mathcal{M}}_{\theta}(\vec{n})$ dobijamo u reprezentaciji interakcije sledeći izraz:

$$\mathcal{M}^{\lambda}_{1\theta}(\vec{n}t) = e^{\frac{it H^{(2)}_{M0}}{\hbar}} \mathcal{M}^{\lambda}_{1\theta}(\vec{n}) e^{\frac{-it H^{(2)}_{M0}}{\hbar}} =$$

$$= \mathcal{N}^{-\frac{1}{2}} \sum_{\vec{k}\nu} \left[m^{\lambda}_{\theta}(\vec{k},\nu) b_{\nu}(\vec{k},t) + \overset{*}{m}{}^{\lambda}_{\theta}(-\vec{k},\nu) b^{+}_{\nu}(-\vec{k},t) \right] e^{i\vec{k}\vec{n}} \qquad \text{(II 3.2.)}$$

Funkcije $m^{\lambda}_{\theta}(\vec{k},\nu)$ date su formulom

$$m^{\lambda}_{\theta}(\vec{k},\nu) = \sqrt{2}\, S_{\theta}\mu_{\theta} \sum_{\tau} \Big\{ \mathcal{U}^{\nu}_{\tau}(\vec{k}) \left[A^{\lambda}_{\theta} \mathcal{U}^{(s)}_{\theta\tau}(\vec{k}) + \overset{*}{A}{}^{\lambda}_{\theta} \mathcal{V}^{(s)}_{\theta\tau}(\vec{k}) \right] + \qquad \text{(II 3.3.)}$$

$$+ \mathcal{V}^{\nu}_{\tau}(\vec{k}) \left[\overset{*}{A}{}^{\lambda}_{\theta} \overset{*}{\mathcal{U}}{}^{(s)}_{\theta\tau}(-\vec{k}) + A^{\lambda}_{\theta} \overset{*}{\mathcal{V}}{}^{(s)}_{\theta\tau}(-\vec{k}) \right] \Big\}$$

Indukovani magnetni moment daje se formulom

$$\langle \mathcal{M}^{\lambda}_{1\theta}(\vec{n},t) \rangle_{ext} = \langle \hat{S}^{-1}(t) \mathcal{M}^{\lambda}_{1\theta}(\vec{n},t) \hat{S}(t) \rangle \qquad \text{(II 3.4.)}$$

Ako primenimo potpuno istu proceduru računa koju smo imali prilikom izračunavanja indukovanog dipolnog momenta onda dobijamo:

$$\langle \vec{\mathcal{M}}_{1\theta}(\vec{k},\omega) \rangle_{ext} = \hat{M}_{\theta}(\vec{k},\omega) \vec{j}_{ext}(\vec{k},\omega) \qquad \text{(II 3.5.)}$$

Komponente tenzora $\hat{M}_{\theta}(\vec{k},\omega)$ koji povezuje Furije lik indukovanog magnetnog momenta sa Furije likom spoljašnjih struja date su izrazom:

$$M_{\theta}^{\lambda\lambda'}(\bar{k},\omega) = (2\hbar)^{-1}\sum_{\nu}\left[\frac{Z_{\theta}^{\lambda\lambda'}(\bar{k},\nu)}{\Omega_{\nu}(\bar{k})-\omega-i\delta} + \frac{\overset{*}{Z}{}_{\theta}^{\lambda\lambda'}(-\bar{k},\nu)}{\Omega_{\nu}(\bar{k})+\omega-i\delta}\right] \qquad \text{(II 3.6.)}$$

$$\delta \to +0$$

gde je

$$Z_{\theta}^{\lambda\lambda'}(\bar{k},\nu) = m_{\theta}^{\lambda}(\bar{k},\nu)\,\overset{*}{p}{}^{\lambda'}(\bar{k},\nu) \qquad \text{(II 3.7.)}$$

4. MAGNETO-OPTIČKI TENZOR I NJEGOVE OSOBINE

Ako relaciju $\langle \vec{\mathcal{D}}_{1\theta}(\bar{k},\omega)\rangle_{ext} = \hat{D}_{\theta}(\bar{k},\omega)\vec{j}_{ext}(\bar{k},\omega)$ pomnožimo sa leve strane inverznim tenzorom $\hat{D}_{\theta}^{-1}(\bar{k},\omega)$ onda dobijamo:

$$\vec{j}_{ext}(\bar{k},\omega) = \hat{D}_{\theta}^{-1}(\bar{k},\omega)\langle \vec{\mathcal{D}}_{1\theta}(\bar{k},\omega)\rangle_{ext} \qquad \text{(II 4.1.)}$$

pa ovo zamenimo u relaciji $\langle \vec{\mathcal{M}}_{1\theta}(\bar{k},\omega)\rangle_{ext} = \hat{M}_{\theta}(\bar{k},\omega)\vec{j}_{ext}(\bar{k},\omega)$

dolazimo do rezultata:

$$\langle \bar{\mathcal{M}}_{1\theta}(\bar{k},\omega)\rangle_{ext} = \hat{\mathcal{K}}_{\theta}(\bar{k},\omega)\langle \vec{\mathcal{D}}_{1\theta}(\bar{k},\omega)\rangle_{ext} \qquad \text{(II 4.2.)}$$

gde je tenzor $\hat{\mathcal{K}}_{\theta}(\bar{k},\omega)$ dat sa:

$$\hat{\mathcal{K}}_{\theta}(\bar{k},\omega) = \hat{M}_{\theta}(\bar{k},\omega)\hat{D}^{-1}(\bar{k},\omega) \qquad \text{(II 4.3.)}$$

Tenzor $\hat{\mathcal{K}}$ koji povezuje indukovani magnetni moment $\vec{\mathcal{M}}$ sa indukovanim dipolnim momentom $\vec{\mathcal{D}}$ nazvaćemo magneto-optičkim tenzorom. Treba naglasiti da su veličine $\vec{M}$ i $\vec{\mathcal{D}}$ makroskopske karakteristike sistema i kao takve se mogu direktno meriti. To znači da se osobine magneto-optičkog tenzora $\hat{K}$ mogu lako odrediti iz eksperimenta i rezultati sravniti sa rezultatima mikroteorijske analize koja je izvršena u paragrafima 2, 3 i 4. ove glave.

Naša razmatranja zaključićemo procenom ponašanja indukovanog magnetnog i dipolnog momenta sistema na osnovu relacije (II 4.3.). Koristeći rezultat stava 5. glave I i rezultate stavova 2, 3 i 4 ove glave možemo približno pisati:

$$\frac{\langle M^{\lambda}\rangle}{\langle \mathcal{D}^{\lambda}\rangle} \sim \frac{E_{\nu_0} - E^{(E)}}{E_{\nu_0} - E^{(S)}} \cdot \frac{R_{\tilde{\iota} j}}{T^{j}_{\varsigma\eta}} \qquad \text{(II 4.4.)}$$

U ovoj FORMULI ν_0 označava onu granu hibridnih ekscitacija koja je u rezonanci sa frekvencom ω spoljašnjih struja. Veličine R i T karakterišu, kao što znamo, spin-foton interakciju i eksito-foton interakciju. Na osnovu formule (II 4.4.) zaključujemo da do pojačanja magnetnog momenta može da dodje u dva slučaja: ako je spoljašnja frekvenca $\omega \simeq \hbar^{-1} \cdot E_{\nu_0}$ bliska frekvenci magnona $\hbar^{-1} E^{(S)}$, ali takodje i u slučaju kada su spoljašnje frekvence visoke, što znači bliske frekvenci eksitona $\hbar^{-1} E^{(E)}$, ali tada je potrebno da eksiton-foton interakcija bude veoma slaba tj. veličina T mora da teži nuli. Iz izraza za T jasno je da se ovo može desiti za neke pravce prostiranja talasa.

Takodje je očigledno iz formule (II 4.4.) da dipolni moment sistema raste u slučaju visokih frekvenci $\omega \simeq \hbar^{-1} E^{(E)}$, ali da do njegovog porasta može da dodje i na niskim frekvencama $\omega \simeq \hbar^{-1} E^{(S)}$, ali pod uslovom da magnon-foton interakcijA postane izčezavajuće mala tj. tada mora biti ispunjen uslov $R \to 0$. Prema tome pojačanje dipolnog momenta nije uslovljeno samo visokim frekvencama, kao što se obično misli, već na njegovo ponašanje bitno utiče i veličina magnon-foton sprege koja, kada je mala, može da dovede do pojačanja dipola i za niske frekvence. Isto tako jasno je da niske frekvence nisu jedini agens koji pojačava magnetni moment sistema, jer kao što smo videli ovaj se može pojačavati i na visokim frekvencama, ako eksiton-foton interakcija slabi.

ZAKLJUČAK

Analiza koja je izvršena u ovom diplomsko radu pokazala je sledeće:

a) U kristalu koji ima i magnetna i optička svojstva (nazvali smo ga magnetni dielektrik) dolazi do stvaranja hibridnih pobudjenja koja predstavljaju "smešu" magnona, Frenkelovih eksitona i fotona.

b) Kao posledica hibridizacije u magnetnom dielektriku se pojavljuje direktna zavisnost izmedju magnetnog i dipolnog momenta koji su indukovani spoljašnjim strujama i predstavljaju makroskopske (fenomenološke) karakteristike sistema. Veza izmedju ovih momenata izražena je preko tenzora drugog ranga koji je nazvan magneto-optički tenzor i čije su komponente, u ovom radu, izražene preko mikroskopskih karakteristika magnetnog dielektrika.

c) Procena osobina magneto-optičkog tenzora dovodi do zaključka da do pojačanja dipolnog momenta može da dodje i na niskim frekvencama ako je magnon-foton interakcija veoma slaba. Magnetni moment može se pojačati i na visokim frekvencama ukoliko eksiton-foton interakcija postaje slaba.

Ovi zaključci su kvalitativno novi u odnosu na uobičajeno mišljenje da samo visoke frekvence mogu da pojačaju dipolni moment, a samo niske magnetni.

LITERATURA

1. В.М. Агранович, В.Л. Гинзбург: Кристалло-оптика с учётом пространственной дисперсии и теория экситонов, Наука, Москва, 1965.

2. С.В. Тябликов: „Методы квантовой теории магнетизма", Наука, Москва, 1965.

3. В.М. Агранович „Теория экситонов", Наука, Москва, 1968.

4. Д.И. Зубарев: „Неравновесная статистическая термодинамика", Наука, Москва, 1971.

5. А.С. Давыдов: „Квантовая механик", физматгиз, Москва, 1962.