PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET

Grupa: F I Z I K A

136

MAGNON-FONON INTERAKCIJA I KINEMATIČKI NIVOI

– diplomski rad –

RADOJE BELUŠEVIĆ

Novi Sad, septembra 1977.

Захваљујем се професору др Братиславу Тошићу
за оно што сам научио пишући овај рад.

Радоје Бешевић

S A D R Ž A J

Strana

U V O D

Pošto su magnoni i fononi kvazičestice čije su energije istog reda veličine, svaki proračun feromagnetika koji pretenduje na to da u izvesnoj meri odgovara eksperimentalnim podacima, mora da obuhvati i fononski podsistem i interakciju izmedju magnona i fonona.

U ovom diplomskom radu biće ispitano kako mehaničke oscilacije utiču na dopunske magnonske nivoe koji se pojavljuju kao posledica kinematičke interakcije u sistemu.

Ovde će biti analiziran pomenuti problem u niskotemperaturskoj aproksimaciji da bi se proverila Dajsonova tvrdnja da kinematička interakcija na niskim temperaturama ne daje primetne doprinose termodinamičkim karakteristikama feromagnetika.

Samo postojanje kinematičkih nivoa može da bude značajna na visokim temperaturama i ove dopunske energije mogu da igraju značajnu ulogu u procesima faznih prelaza. Zbog toga je istraživanje koje je ovde započeto korisno proširiti i na oblast visokih temperatura. To ovde neće biti radjeno, ali i sam odgovor na pitanje postoje li kinematički nivoi u prisustvu fonona, ili ne, dovoljan je da inicira mnogo komplikovanije visoko temperaturske analize, ukoliko se ispostavi da kinematički nivoi postoje.

I GLAVA

SPINSKI TALASI I MEHANIČKE OSCILACIJE U KRISTALU

& 1. SPINSKI TALASI U FEROMAGNETIKU

Prvu teoriju o prirodi magnetizma dao je Veber. Po ovoj teoriji magnet predstavlja skup uredjenih elementarnih magneta i sve magnetne pojave nastaju kao posledica uredjenja sistema elementarnih magneta. Promena orijentacije elementarnih magneta nastaju usled dejstva nekog spoljnjeg polja.

Na osnovu eksperimenata je utvrdjeno da su za pojavu magnetizma odgovorni spinovi elektrona unutrašnjih, nepopunjenih ljuski i to spinovi elektrona 3d ljuski za jake magnetike (Fe, Co, Ni) i spinovi elektrona 4f ljuski za slabe feromagnetike (retke zemlje). Utvrdjeno je još da spinovi ovih elektrona, kada su ostali vezani u kristalu, obrazuju jedan efektivan spin koji ne mora da bude jednak sumi svih spinova. Savremena teorija magnetizma zasniva se na pretpostavci da efektivni spin predstavlja skup uredjenih elemenata koji odgovaraju Veberovim elementarnim magnetima. Sile interakcije izmedju spinova su kvantno-mehaničkog porekla. Da bi bio zadovoljen Paulijev princip isključenja elektroni moraju biti opisani antisimetričnim funkcijama. Matrični element energije interakcije, usled antisimetričnih talasnih funkcija elektrona dobija jedan dopunski član koji se zove energija izmene i reda je veličine 100-1000 K. (K - Bolcmanova konstanta)

Na apsolutnoj nuli svi spinovi u kristalu su medjusobno paralelni, a pravac u kome su upereni, naziva se osa kvantizacije magneta. Povišenjem temperature ili dejstvom spoljnjeg polja sistem spinova odstupa od ose kvantizacije.

Napomenimo da feromagnetik predstavlja magnetni kristal koji ima prostu rešetku sastavljenu od spinova iste veličine.

Ovakav model magnetizma dali su: Frenkel i Hajzenberg i on predstavlja osnovu savremene kvantne teorije magnetnih materijala.

Uzmimo u obzir jednodimenzionalni model od N atoma i neka su atomi rasporedjeni na rastojanju a.

Ako posmatramo jedan elektron a ostatak tretiramo kao pozitivan jon, operator Hamiltonijana će biti:

ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ ИНСТИТУТ ЗА ФИЗИКУ Библиотека НОВИ САД

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\sum_{i=1}^{N} \nabla_i^2 + \sum_{i,l}^{N} V_l(\vec{M}_i) + \frac{1}{2}\sum_{i,l}^{N} \frac{e^2}{|\vec{r}_i - \vec{r}_l|} \qquad \text{I } 1.1.$$

pri čemu je $V_l(\vec{r}_i)$ negativna, potencijalna energija i-toga elektrona u polju l-toga atoma. Talasne funkcije izolovanih atoma zadovoljavaju jednačinu:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla_i^2 + V_i(\vec{r}_i) - \mathcal{E}_0\right]\varphi_i(\vec{r}_i) = 0 \qquad \text{I } 1.2.$$

Usled slabog prepokrivanja talasnih funkcija različitih atoma, imamo:

$$\int \varphi_i(\vec{r}_i)\,\varphi_l(\vec{M}_l)\, d^3\vec{M}_i \sim \delta_{i,l} \qquad \text{I } 1.3.$$

Spinskim funkcijama α i β označićemo dve moguće orijentacije spina protiv i duž Z-ose, sa napomenom da potpunom namagnetisanju odgovara orijentisanost svih spinova duž ili protiv Z-ose.

Antisimetrična funkcija ovog stanja u nultoj aproksimaciji je:

$$|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{\gamma}(-1)^{\gamma} P_{\gamma}\left\{\varphi_1(\vec{M}_1)\,\alpha(1)\ldots\varphi_N(\vec{M}_N)\,\alpha(N)\right\} \qquad \text{I } 1.4.$$

Prema teoriji perturbacije, energija u prvoj aproksimaciji je:

$$E_0 = \langle 0|\hat{H}|0\rangle$$

što se sa obzirom na izraze za $|0\rangle$ i $\hat{H}$ može napisati kao:

$$E_0 = N\mathcal{E}_0 + Q - \frac{1}{2}\sum_{i,l} I_{i,l} \qquad \text{I. } 1.5.$$

gde je

$$Q = \sum_{i,l}\int |\varphi_i(\vec{r}_i)|^2\left[V_l(\vec{r}_l) + \frac{1}{2}\int\frac{e^2}{|\vec{r}_i - \vec{r}_l|}\,|\varphi_l(\vec{r}_l)|^2\, d^3\vec{r}_l\right] d^3\vec{M}_i$$

i predstavlja srednju kulonovsku energiju uzajamnog dejstva elektrona i dejstva sa jonima rešetke, a

$$\mathring{I}_{i,l} = \int \varphi_l^*(\vec{r}_l)\,\varphi_i^*(\vec{r}_i)\left[V_l(\vec{r}_l) + V_i(\vec{r}_i) + \frac{e^2}{|\vec{r}_i - \vec{r}_l|}\right]\varphi_l(\vec{r}_l)\,\varphi_l(\vec{r}_i)\, d^3\vec{r}_i\, d^3\vec{r}_l$$

je integral izmene medju atomima **I** i **L.**

Talasna funkcija u nultoj aproksimaciji najnižeg pobudjenog stanja nastalog usled okretanja spina u n-tom atomu je:

$$|n\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\gamma} (-1)^{\gamma} P_{\gamma} \left\{ \varphi_1(\vec{r}_1)\alpha(1) \ldots \varphi_n(\vec{M}_n)\beta(n) \ldots \varphi_N(\vec{M}_N)\alpha(N) \right\} \qquad \text{I } 1.6.$$

Talasne funkcije u sledećim aproksimacijama, a koje zadovoljavju jednačinu:

$$(\hat{H} - E)\Psi = 0 \qquad \text{I } 1.7.$$

traže se u obliku:

$$\Psi = \sum_m b_m |m\rangle. \qquad \text{I } 1.8.$$

pri čemu su bm konstantni koeficijenti.

Zamenom I 1.8 u I 1. 7, množeći sa leve strane sa $\langle n|$ i integrišući, dobija se sistem jednačina iz kog se odredjuju koeficijenti bm i energije sistema:

$$\sum_m \langle n|\hat{H}|m\rangle b_m + \left[\langle n|\hat{H}|n\rangle - E\right] b_n = 0 \qquad \text{I } 1.9.$$

sa obzirom na izraze za $\hat{H}$ i $|n\rangle$

$$\langle n|\hat{H}|n\rangle = E_0 + \frac{1}{2}\sum_{\ell} I_{\ell,n} \equiv E_0'$$

pri čemu je E_0 data sa I 1.5, a

$$\langle n|\hat{H}|m\rangle = -\frac{1}{2} I_{n,m}$$

Uzimajući da je In, n+1 = In-1,n = I dobija se sistem jednačina:

$$(E + E_0')b_n = \frac{1}{2} I (2b_n - b_{n+1} - b_{n-1})$$

čije se rešenje može napisati kao:

$$b_{\vec{n}} = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{iK a \vec{n}} \quad ; \quad \text{GDE} \quad K = \frac{2\pi \nu}{N a}$$

Svakoj vrednosti K odgovara energija sistema:

$$E_{(K)} - E_0' = I(1 - \cos Ka)$$

a svakom pobudjenom stanju odgovara talasna funkcija:

$$\Psi_K = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\vec{m}} |\vec{m}\rangle e^{iK\vec{m}a} \qquad I.10.$$

Ova funkcija se zove spinski talas, a veličina

$$\varepsilon(K) = E_K - E_0' = I(1 - \cos Ka) \qquad I1.11.$$

je energija spinskog talasa. Za niske temperature i male vrednosti K ono se svodi na oblik

$$\varepsilon(K) = \frac{1}{2} I a^2 K^2 \qquad I\ 1.12.$$

I je jednaka temperaturi Kirija u energetskim jedinicama KTk.

Mala pobudjenja kristala razmatraju se kao skup elementarnih pobudjenja od kojih se svako ponaša kao kvazičestica idealnog gasa čija je efektivna masa, prema I 1.13:

$$m^* = \frac{\hbar^2}{I a^2}$$

Ove kvazičestice se nazivaju magnoni. Ako se spinski talasi smatraju nezavisnim, broj magnona u stanju odredjenom vrednošću $\vec{K}$ dat je prema Boze-Ajnštajnovoj statistici relacijom:

$$\overline{n}_{\vec{k}} = \frac{1}{e^{\varepsilon(\vec{k})/\theta} - 1}$$

$\varepsilon(\vec{k})$ je energija magnona, a $\theta = KT$.

& 2. F O N O N I

Posmatrajmo kristal čija elementarna ćelija ima R atoma. Ravnotežni položaji atoma su odredjeni vektorom rešetke $\vec{n} = \sum_{i=1}^{3} n_i \vec{a}_i$, koji odredjuje položaj elementarne ćelije, i brojem α koji odredjuje položaj atoma u elementarnoj ćeliji. Ako je $\xi^{x}_{\vec{n}\alpha}$ x-ta komponenta pomeranja atoma, tada je energija u obliku:

$$H = \frac{1}{2}\sum_{\vec{n}\alpha x}\left[M_\alpha \left(\dot{\xi}^{x}_{\vec{n}\alpha}\right)^2 + \sum_{\vec{n}'\alpha' x'} \lambda^{xx'}_{\alpha\alpha'}(\vec{n}-\vec{n}')\,\xi^{x}_{\vec{n}\alpha}\,\xi^{x'}_{\vec{n}'\alpha'}\right] \qquad \text{I } 2.1.$$

Ovo je dobijeno pod uslovom da je pomeranje malo u odnosu na konstantu rešetke, tako da se u razvoju za potencijalnu energiju mogu odbaciti kvadratni i viši članovi. M_α je masa atoma na mestu α. Koeficijenti $\lambda^{xx'}_{\alpha\alpha'}$ zavise samo od relativne razlike $\vec{n}$ i $\vec{n}'$. Jednačine kretanja su:

$$M_\alpha \ddot{\xi}^{x}_{\vec{n}\alpha} + \sum_{\vec{n}'\alpha' x'} \lambda^{xx'}_{\alpha\alpha'}(\vec{n}-\vec{n}')\,\xi^{x'}_{\vec{n}'\alpha'} = 0 \qquad \text{I } 2.2.$$

S obzirom na translacionu simetriju, njihovo rešenje je:

$$\xi_{\vec{n}\alpha}(\vec{q}) = \vec{l}_\alpha\, e^{i\vec{q}\vec{n} - i\omega_q t} \qquad \text{I } 2.3$$

Zbog cikličnih uslova je:

$$\vec{q} = 2\pi \sum_{i=1}^{3} \frac{\nu_i}{N_i}\vec{b}_i$$

pri čemu

$$-\frac{N_i}{2} \leq \nu_i \leq \frac{N_i}{2}$$

Vektori $\vec{l}_\alpha(\vec{q})$ odredjuju pravac datog talasnog vektora $\vec{q}$, dok $\vec{b}_i$ predstavljaju vektore recipročne rešetke.

Ako I 2.3 zamenimo I 2.2 dobijamo da su Dekartove komponente vektora $\vec{l}_\alpha(\vec{q})$ u obliku sistema jednačina:

$$\sum_{x'\alpha'} L^{xx'}_{\alpha\alpha'}(\vec{q})\, l^{x'}_{\alpha'} - \omega_q^2 M_\alpha l^{x}_\alpha = 0 \qquad \text{I } 2.4.$$

Koeficijenti:

$$L_{\alpha\alpha'}^{xx'}(\vec{q}) = \sum_{\vec{n}'} \lambda_{\alpha\alpha'}^{xx'}(\vec{n}-\vec{n}')\, e^{iq(\vec{n}-\vec{n}')}$$

obrazuju ermitsku matricu.

Iz uslova rešivosti sistema jednačina I 2.4 dobijaju se ω_q^2:

$$\left| L_{\alpha\alpha'}^{xx'}(\vec{q}) - \omega_q^2 M_\alpha \delta_{xx'} \delta_{\alpha\alpha'} \right| = 0 \qquad \text{I 2.5.}$$

Sva rešenja su realne funkcije od q. Tri frekvencije teže nuli za q=0 i to su takozvane akustičke grane, a ostale su za q=0 različite od nule i to su optičke grane. U slučaju proste kubne strukture postoje samo akustičke grane. Svakoj vrednosti $\omega(q)$ odgovara skup realnih vektora $\vec{l}_{\alpha j}$ koji čine ortogonalan sistem i normiraju se relacijom:

$$\sum_{\alpha=1}^{R} \vec{l}_{\alpha j} \vec{l}_{\alpha l} = \delta_{j,l}$$

Malo pomeranje atoma α koji pripada elementarnoj ćeliji $\vec{n}$ a odgovara grani j i talasnom vektoru q je dato kao:

$$\xi_{\vec{n}\alpha}(\vec{q}) = \vec{l}_{\alpha j}(\vec{q})\, e^{i(\vec{q}\vec{n} - \omega_{j}(q)t)}$$

a proizvoljno pomeranje je slaganje svih elementarnih pomeranja po svim j i svim q:

$$\vec{\xi}_{\vec{n}\alpha} = \sum_{j\vec{q}} \left(\frac{\hbar}{2M_\alpha N\omega_j(\vec{q})} \right)^{1/2} \vec{l}_{\alpha j}(\vec{q}) \left[a_{\vec{q}j} e^{i\vec{q}\vec{n}} + a_{\vec{q}j}^{*} e^{-i\vec{q}\vec{n}} \right] \qquad \text{I 2.6.}$$

Pomeranje je napisano u kompleksnoj formi, ali treba imati u vidu da je ono realna veličina. U koeficijentima $a_{\vec{q}j}$ je sadržana vremenska zavisnost pomeranja:

$$\frac{da_{\vec{q}j}}{dt} = -i\,\omega_j(\vec{q})\, a_{\vec{q}j}$$

Faktor normiranja u I 2.6 je izabran radi svodjenja Hamiltonijana na sumu hamiltonijama nezavisnih oscilatora. Zaista, stavljajući I 2.6 u I 2.1 i koristeći uslov

$$\sum_{\vec{n}} e^{i\vec{n}(\vec{q}-\vec{q}\,')} = N\delta_{\vec{q}-\vec{q}\,',0}$$

dobija se, posle dosta računa, da je:

$$H=\frac{1}{2}\sum_{j\vec{q}} \hbar\omega_j(\vec{q})\left[a_{\vec{q}j}\cdot a^*_{\vec{q}j} + a^*_{\vec{q}j}\cdot a_{\vec{q}j}\right] \qquad \text{I 2.7}$$

predstavljen kao suma hamiltonijana nezavisnih oscilatora. Ako se kompleksne aplitude zamene Boze-operatorima dobija se kvantni hamiltonijan u reprezentaciji druge kvantizacije:

$$\hat{H}=\sum_{\vec{q}j}\hbar\omega_j(\vec{q})\left[\hat{a}^+_{\vec{q}j}a_{\vec{q}j}+\frac{1}{2}\right]=\sum_{\vec{q}j}\hbar\omega_j(\vec{q})\hat{a}^+_{\vec{q}j}a_{\vec{q}j}+E_0 \qquad \text{I 2.8}$$

$E_0=\frac{1}{2}\sum\hbar\omega_j(\vec{q})$ je energija osnovnog stanja (energija vakuuma).

Talasna funkcija osnovnog stanja se obeležava sa $|0\rangle$, a funkcija koja opisuje stanje sa jednim kvatom pobudjenja (sa jednim fononom), je tada:

$$|1_{\vec{q}j}\rangle=\hat{a}^+_{\vec{q}j}|0\rangle$$

Fononska pobudjenja predstavljaju kolektivna pobudjenja interagujućih atoma u kristalu. Energija fonona je $\varepsilon=\hbar\omega(k)$. Talasna funkcija stanja sa n jednakih fonona je:

$$|n_{\vec{q}j}\rangle=\frac{1}{\sqrt{n_{\vec{q}j}}}\left(\hat{a}^+_{\vec{q}j}\right)^n|0\rangle$$

Ova funkcija zavisi samo od broja fonona i zato je simetrična u odnosu na permutacije jednakih čestica. Fononi su, zato Boze-čestice (bozoni) i pokoravaju se Boze-Ajnštajnovoj statistici. Srednji broj fonona sa talasnim vektorom $\vec{q}$ u nekom kvantnom stanju je dat kao:

$$\bar{n}_{\vec{q}} = \frac{1}{e^{\varepsilon(\vec{q})/\Theta} - 1} = \frac{1}{e^{\hbar\omega_j(\vec{q})/\Theta} - 1}$$

U opštem slučaju talasna funkcija stanja je $|\ldots n_{\vec{q}j} \ldots\rangle$, što znači da je stanje oscilacije odredjeno brojem fonona različitog tipa u istom stanju. Za primitivnu ćeliju postoje samo akustičke grane koje se, u slučaju izotropnog kristala, odredjuju sa tri jedinična normalna vektora polarizacije, od kojih je jedan kolinearan sa talasnim vektorom, a druga dva su normalna na njega. Za dato $\vec{q}$ poprečni talasi imaju manju brzinu od longitudinalnih talasa.

Za primitivnu ćeliju, prema I 2.6, pomeranje atoma u n-toj elementarnoj ćeliji je:

$$\vec{\xi}_{\vec{n}} = \sqrt{\frac{\hbar}{2MN}} \sum_{\vec{q}j} \frac{\vec{e}_j(\vec{q})}{\sqrt{\omega_j(\vec{q})}} \left[a_{\vec{q}j} e^{i\vec{q}\vec{n}} + a^*_{\vec{q}j} e^{-i\vec{q}\vec{n}} \right]$$

Ako se kompleksne amplitude zamene Boze-operatorima, dobija se operator pomeranja dat kao suma dva člana od kojih je jedan uzročnik kreacije fonona:

$$\hat{\xi}^{+}_{\vec{n}} = \sqrt{\frac{\hbar}{2MN}} \sum_{\vec{q}j} \frac{\vec{e}_j(\vec{q})}{\sqrt{\omega_j(\vec{q})}} \hat{a}^{+}_{\vec{q}j} e^{-i\vec{q}\vec{n}}$$

a drugi anihilacije:

$$\hat{\xi}_{\vec{n}} = \sqrt{\frac{\hbar}{2MN}} \sum_{\vec{q}j} \frac{\vec{e}_j(\vec{q})}{\sqrt{\omega_j(\vec{q})}} \hat{a}_{\vec{q}j} e^{i\vec{q}\vec{n}}$$

Znači, ukupno pomeranje je:

$$\hat{\vec{\xi}} = \sqrt{\frac{\hbar}{2MN}} \sum_{\vec{q}j} \frac{\vec{e}_j(\vec{q})}{\sqrt{\omega_j(\vec{q})}} \left[\hat{a}_{\vec{q}j} e^{i\vec{q}\vec{n}} + \hat{a}^{+}_{\vec{q}j} e^{-i\vec{q}\vec{n}} \right] \qquad \text{I 2.9.}$$

& 3. SPIN-FONON INTERAKCIJA

Magnet predstavlja sistem uredjenih spinova raznih čvorova kristalne rešetke. Ako sa $\hat{\vec{S}}_{\vec{n}}$ i $\hat{\vec{S}}_{\vec{m}}$ označimo interakcije izmedju spinova je proporcionalna skalarnom proizvodu spinova $\hat{\vec{S}}_{\vec{n}}$ i $\hat{\vec{S}}_{\vec{m}}$:

$$\hat{H}_{\vec{n}\vec{m}} = -\frac{1}{2} I_{\vec{n}\vec{m}} \hat{\vec{S}}_{\vec{n}} \hat{\vec{S}}_{\vec{m}} \qquad \text{I } 3.1.$$

Za ceo kristal hamiltonijan će biti jednak sumi po svim čvorovima rešetke:

$$\hat{H}_{\vec{n}\vec{m}} = -\frac{1}{2} \sum_{\vec{n}\vec{m}} I_{\vec{n}\vec{m}} \hat{\vec{S}}_{\vec{n}} \hat{\vec{S}}_{\vec{m}} \qquad \text{I } 3.2.$$

$I_{\vec{n}\vec{m}}$ je integral izmene i on je simetrična funkcija, pošto interakcija spinova u smeru $n \to m$ je ista kao i u smelru $m \to n$. Ako se posmatrani sistem nalazi u magnetnom polju $\vec{\mathcal{H}}$, svaki čvor će imati dopunsku energiju koja potiče od magnetnog polja. Vrednost ove energije je $\mu_b \vec{S}_{\vec{n}} \vec{\mathcal{H}}$.
Ukupna vrednost dodatne energije jednaka je sumi po svim čvorovima:

$$\sum_{\vec{n}} \mu_b \vec{S}^z_{\vec{n}} \vec{\mathcal{H}}$$

Ukupni hamiltonijan za sistem spinova koji se nalazi u magnetnom polju $\vec{\mathcal{H}}$, pri čemu je Z-osa osa kvantizacije, ima oblik:

$$H = -\mu_b \vec{\mathcal{H}} \sum_{\vec{n}} \vec{S}^z_{\vec{n}} - \frac{1}{2} \sum_{\vec{n}\vec{m}} I_{\vec{n}\vec{m}} \hat{\vec{S}}_{\vec{n}} \hat{\vec{S}}_{\vec{m}} \qquad \text{I } 3.3.$$

Ovaj izraz se naziva Hajzenbergov model feromagnetnog sistema.

Na temperaturama različitim od nule atomi vrše toplotne oscilacije, što dovodi do uzajamnog dejstva spina sa oscilacijama rešetke - fononima i do promene interakcije izmene. Potpuni Hamiltonijan se može napisati:

$$\hat{H} = \hat{H}_{S,S} + \hat{H}_F + \hat{H}_{S,F}$$

gde je $\hat{H}_{S,S}$ hamiltonijan spin-spinske interakcije dat izrazom:

$$\hat{H}_{S,S} = G_0 - \frac{1}{2} \sum_{\vec{n}\,\vec{m}} I_{\vec{n}\,\vec{m}} \hat{\vec{S}}_{\vec{n}} \hat{\vec{S}}_{\vec{m}}$$

$\hat{H}_f$ je hamiltonijan fononskog podsistema dat izrazom I 2.8:

$$\hat{H}_F = \sum_{\vec{q}j} \hbar \omega_j(\vec{q}) \hat{a}^+_{\vec{q}j} \cdot \hat{a}_{\vec{q}j} + E_0$$

dok $\hat{H}_{S,F}$ predstavlja hamiltonijan spin-fononske interakcije.

Izrazimo operator spin-fononske interakcije preko $S^+_{\vec{n}}$ operatora. Pošto je:

$$\vec{S}_{\vec{n}} \vec{S}_{\vec{m}} = S^x_{\vec{n}} S^x_{\vec{m}} + S^y_{\vec{n}} S^y_{\vec{m}} + S^z_{\vec{n}} S^z_{\vec{m}}$$

i pošto su operatori $S^+_{\vec{n}}$ definisani kao:

$$S^{\pm}_{\vec{n}} = S^x_{\vec{n}} \pm i S^y_{\vec{n}} \qquad \text{I 3.4}$$

iz čega sledi:

$$S^x_{\vec{n}} = \frac{S^+_{\vec{n}} + S^-_{\vec{n}}}{2} \quad i \quad S^y_{\vec{n}} = \frac{S^+_{\vec{n}} - S^-_{\vec{n}}}{2i}$$

dobijamo hamiltonijan spin-spinske interakcije, bez energije osnovnog stanja u obliku:

$$\hat{H} = -\frac{1}{2} \sum_{\vec{n}\,\vec{m}} I_{\vec{n}\,\vec{m}} \left[\frac{S^-_{\vec{n}} S^+_{\vec{m}}}{2} + \frac{S^+_{\vec{n}} S^-_{\vec{m}}}{2} + S^z_{\vec{n}} S^z_{\vec{m}} \right]$$

Kako važi $I_{\vec{n}\vec{m}} = I_{\vec{m}\vec{n}}$, $S^-_{\vec{n}} S^+_{\vec{m}}$ i $S^+_{\vec{n}} S^-_{\vec{m}}$ se mogu sabrati pa dobijamo:

$$\hat{H} = -\frac{1}{2}\sum_{\vec{n}\vec{m}} I_{\vec{n}-\vec{m}} \left[S^-_{\vec{n}} S^+_{\vec{m}} + S^z_{\vec{n}} S^z_{\vec{m}} \right] \qquad \text{I 3.5.}$$

Ako usled toplotnih oscilacija čvorovi n i m dobijaju talase $\vec{\xi}_{\vec{n}}$ i $\vec{\xi}_{\vec{m}}$ respektivno, integral izmene postaje:

$$I_{\vec{n}-\vec{m}} \longrightarrow I\left[\vec{n}-\vec{m} + (\vec{\xi}_n - \vec{\xi}_m)\right] = I_{\vec{n}-\vec{m}} + (\vec{\xi}_{\vec{n}} - \vec{\xi}_{\vec{m}}) \cdot \nabla I(n-m)$$

Pod uslovom da su oscilacije male možemo u razvoju integrala imene po atomskim pomacima odbaciti kvadratne i više članove, pa je:

$$I_{\vec{n}-\vec{m}} + (\vec{\xi}_{\vec{n}} - \vec{\xi}_{\vec{m}}) \nabla I(\vec{n}-\vec{m})$$

Sada hamiltonijan dobija oblik:

$$\hat{H} = -\frac{1}{2}\sum_{\vec{n}\vec{m}} I_{\vec{n}\vec{m}} (S^-_{\vec{n}} S^+_{\vec{m}} + S^z_{\vec{n}} S^z_{\vec{m}}) - \frac{1}{2}\sum_{\vec{n}\vec{m}} \nabla I_{\vec{n}\vec{m}} (S^-_{\vec{n}} S^+_{\vec{m}} + S^z_{\vec{n}} S^z_{\vec{m}})(\hat{\vec{\xi}}_{\vec{n}} - \hat{\vec{\xi}}_{\vec{m}})$$

$$= \hat{H}_{S,S} + \hat{H}_{S,F}$$

Znači, hamiltonijan spin-fonon interakcije je:

$$\hat{H}_{S,F} = -\frac{1}{2}\sum_{\vec{n}\vec{m}} (\hat{\vec{\xi}}_{\vec{n}} - \hat{\vec{\xi}}_{\vec{m}}) \nabla I_{n-m} (S^-_{\vec{n}} S^+_{\vec{m}} + S^z_{\vec{n}} S^z_{\vec{m}})$$

ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ИНСТИТУТ ЗА ФИЗИКУ Библиотека НОВИ САД

II GLAVA

KINEMATIČKI NIVOI U FEROMAGNETIKU

& 1. FORMIRANJE OSNOVNE JEDNAČINE ZA FUNKCIJU GRINA

HAMILTONIJAN IZOTROPNOG FEROMAGNETIKA NA APSOLUTNOJ NULI, IZRAŽEN PREKO PAULI-OPERATORA, IMA OBLIK:

$$H_S = \frac{1}{2}\sum_{\vec{n}\vec{m}} \left(\alpha_{\vec{n}\vec{m}} P^+_{\vec{n}} P_{\vec{m}} - \beta_{\vec{n}\vec{m}} P^+_{\vec{n}} P_{\vec{n}} P^+_{\vec{m}} P_{\vec{m}}\right),$$

GDE SU:

$$\alpha_{\vec{n}\vec{m}} = J_0 \delta_{\vec{n}\vec{m}} - I_{\vec{n}\vec{m}} \quad ; \quad \beta_{\vec{n}\vec{m}} = I_{\vec{n}\vec{m}} \quad ; \quad J_0 = \sum_{\vec{n}} I_{\vec{n}0}$$

HAMILTONIJAN FONONSKOG SISTEMA, NA OSNOVU JEDNAČINE I 2.8., IMA OBLIK:

$$H_{f0} = \sum_{\vec{q}j} \hbar \omega_{\vec{q}j} \cdot a^+_{\vec{q}j} \cdot a_{\vec{q}j}$$

AKO USLED OSCILACIJA:

$$\vec{n} \to \vec{n} + \vec{U}_{\vec{n}} \quad ; \quad \vec{m} \to \vec{m} + \vec{U}_{\vec{m}},$$

SADA

$$\alpha_{\vec{n}\vec{m}} \to \alpha_{\vec{n} + U_{\vec{n}},\, \vec{m} + U_{\vec{m}}} \sim \alpha_{\vec{n}\vec{m}} + (\vec{U}_{\vec{n}} - \vec{U}_{\vec{m}}) \nabla_{\vec{n}\vec{m}} \alpha_{\vec{n}\vec{m}}$$

$$\beta_{\vec{m}\vec{m}} \to \beta_{\vec{n} + U_{\vec{n}},\, \vec{m} + U_{\vec{m}}} \sim \beta_{\vec{n}\vec{m}} + (\vec{U}_{\vec{n}} - \vec{U}_{\vec{m}}) \nabla_{\vec{n}\vec{m}} \beta_{\vec{n}\vec{m}}$$

I UKUPNI HAMILTONIJAN DOBIJA OBLIK:

$$H = \frac{1}{2}\sum_{\vec{n}\vec{m}} \left(\alpha_{\vec{n}\vec{m}} P^+_{\vec{n}} P_{\vec{m}} - \beta_{\vec{n}\vec{m}} P^+_{\vec{n}} P_{\vec{n}} P^+_{\vec{m}} P_{\vec{m}}\right) + \sum_{\vec{q}j} \hbar \omega_{\vec{q}j} \cdot a^+_{\vec{q}j} \cdot a_{\vec{q}j} +$$

$$+ \frac{1}{2}\sum_{\vec{n}\vec{m}} \left[\nabla_{\vec{n}\vec{m}} \alpha_{\vec{n}\vec{m}} (U_{\vec{n}} - U_{\vec{m}}) P^+_{\vec{n}} P_{\vec{m}} - \nabla_{\vec{n}\vec{m}} \beta_{\vec{n}\vec{m}} (U_{\vec{n}} - U_{\vec{m}}) P^+_{\vec{n}} P_{\vec{n}} P^+_{\vec{m}} P_{\vec{m}}\right]$$

JEDNAČINA KRETANJA ZA P_a :

$$[P_a, P^+_{\vec n} P_{\vec m}] = (1-2P^+_a P_a) P_{\vec m} \delta_{\vec n a} = P_{\vec m} \delta_{\vec n a}$$

$$[P_a, P^+_{\vec n} P_{\vec n} P^+_{\vec m} P_{\vec m}] = P^+_{\vec m} P_{\vec m} P_a \delta_{\vec n a} + P^+_{\vec n} P_{\vec n} P_a \delta_{\vec m a}$$

$$[P_a, \frac{1}{2}\sum_{\vec n \vec m} \alpha_{\vec n \vec m} P^+_{\vec n} P_{\vec m}] = \frac{1}{2}\sum_{\vec m} \alpha_{a \vec m} P_{\vec m} - \sum_{\vec m} \alpha_{a \vec m} P^+_a P_a P_{\vec m} =$$

$$= \frac{1}{2}\sum_{\vec n} J_0 \delta_{a \vec m} P_{\vec m} - \frac{1}{2}\sum_{\vec m} I_{a \vec m} P_{\vec m} - \sum_{\vec m} J_0 \delta_{a \vec m} P^+_a P_a P_{\vec m} + \sum_{\vec m} I_{a \vec m} P^+_a P_a P_{\vec m} =$$

$$= \frac{1}{2} J_0 P_a - \frac{1}{2}\sum_{\vec m} I_{a \vec m} P_{\vec m} + \sum_{\vec m} I_{a \vec m} P^+_a P_a P_{\vec m}$$

$$[P_a, -\frac{1}{2}\sum_{\vec n \vec m} \beta_{\vec n \vec m} P^+_{\vec n} P_{\vec n} P^+_{\vec m} P_{\vec m}] = -\frac{1}{2}\sum_{\vec m} \beta_{a \vec m} P^+_{\vec m} P_{\vec m} P_a - \frac{1}{2}\sum_{\vec n} \beta_{\vec n a} P^+_{\vec n} P_{\vec n} P_a =$$

$$= \sum_{\vec m} I_{a \vec m} P^+_{\vec m} P_{\vec m} P_a$$

$$[P_a, \frac{1}{2}\sum_{\vec n \vec m} \nabla_{\vec n \vec m} \alpha_{\vec n \vec m} (U_{\vec n} - U_{\vec m}) P^+_{\vec n} P_{\vec m}] =$$

$$= \frac{1}{2}\sum_{\vec m} \nabla_{a \vec m} \alpha_{a \vec m} (U_a - U_{\vec m})(P_{\vec m} - 2 P^+_a P_a P_{\vec m}) =$$

$$= \frac{1}{2}\sum_{\vec m} \nabla_{a \vec m} \alpha_{a \vec m} (U_a - U_{\vec m}) P_{\vec m} - \sum_{\vec m} \nabla_{a \vec m} \alpha_{a \vec m} (U_a - U_{\vec m}) P^+_a P_a P_{\vec m}$$

$$[P_a, -\frac{1}{2}\sum_{\vec n \vec m} \nabla_{\vec n \vec m} \beta_{\vec n \vec m} (U_{\vec n} - U_{\vec m}) P^+_{\vec n} P_{\vec n} P^+_{\vec m} P_{\vec m}] =$$

$$= -\frac{1}{2}\sum_{\vec m} \nabla_{a \vec m} \beta_{a \vec m} (U_a - U_{\vec m}) P^+_{\vec m} P_{\vec m} P_a - \frac{1}{2}\sum_{\vec n} \nabla_{\vec n a} \beta_{\vec n a} (U_{\vec n} - U_a) P^+_{\vec n} P_{\vec n} P_a =$$

$$= -\frac{1}{2}\sum_{\vec m} \nabla_{a \vec m} \beta_{a \vec m} (U_a - U_{\vec m}) - \frac{1}{2}\sum \nabla_{\vec m a} \beta_{\vec m a} (U_{\vec m} - U_a) P^+_{\vec m} P_{\vec m} P_a$$

POŠTO JE $V_{\vec{m}a}\beta_{\vec{m}a} = -V_{a\vec{m}}\beta_{a\vec{m}}$, KONAČNO:

$$[P_a, H] = \frac{1}{2} J_0 P_a - \frac{1}{2}\sum_{\vec{m}} I_{a\vec{m}} P_{\vec{m}} + \sum_{\vec{m}} I_{a\vec{m}} P_a^+ P_a P_{\vec{m}} - \sum_{\vec{m}} I_{a\vec{m}} P_{\vec{m}}^+ P_{\vec{m}} P_a +$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{\vec{m}} V_{a\vec{m}}\alpha_{a\vec{m}} (u_a - u_{\vec{m}}) P_{\vec{m}} - \sum_{\vec{m}} V_{a\vec{m}}\alpha_{a\vec{m}} (u_a - u_{\vec{m}}) P_a^+ P_a P_{\vec{m}} -$$

$$-\sum_{\vec{m}} V_{a\vec{m}}\beta_{a\vec{m}} (u_a - u_{\vec{m}}) P_{\vec{m}}^+ P_{\vec{m}} P_a$$

$$V_{a\vec{m}}\alpha_{a\vec{m}}(u_a - u_{\vec{m}}) =$$

$$= V_{a\vec{m}} \frac{1}{N}\sum_{kqj} \alpha_k e^{ik(a-\vec{m})} \left(\frac{\hbar}{2MNW_{qj}}\right)^{1/2} \vec{l}_{qj}(a_{qj} + a^+_{-qj})(e^{iqa} - e^{iq\vec{m}}) =$$

$$= \frac{i}{N}\sum_{kqj} \left(\frac{\hbar}{2MNW_{qj}}\right)^{1/2} (\vec{k}\,\vec{l}_{qj}) \left[e^{ia(q+k) - ik\vec{m}} - e^{ika + i\vec{m}(q-k)}\right](a_{qj} + a^+_{qj})$$

AKO ZANEMARIMO POSLEDNJA DVA ČLANA U IZRAZU ZA $[P_a, H]$, ZBOG TOGA ŠTO ĆE U JEDNAČINI ZA GRINOVU FUNKCIJU (POSLE PRIMENE VIKOVE TEOREME ZA OPERATORE) IMATI OBLIK $N \langle\langle b\, B | B^+ \rangle\rangle$ (N JE MALI BROJ ZA MALE TEMPERATURE), EFEKTIVNI KOMUTATOR ĆE BITI:

$$[P_a, H] = \frac{1}{2} J_0 P_a - \frac{1}{2}\sum_{\vec{m}} I_{a\vec{m}} P_{\vec{m}} + \sum_{\vec{m}} I_{a\vec{m}} P_a^+ P_a P_{\vec{m}} - \sum I_{a\vec{m}} P_{\vec{m}}^+ P_{\vec{m}} P_a +$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{\vec{m}} F_{a\vec{m}} (a_{qj} + a^+_{-qj}) P_{\vec{m}}$$

GDE JE:

$$F_{a\vec{m}} = \frac{i}{N}\sum_{kqj} \left(\frac{\hbar}{2MNW_{qj}}\right)^{1/2} (\vec{k}\,\vec{l}_{qj}) \underbrace{(J_0 - J_k)}_{\alpha_k} \left[e^{ia(q+k) - i\vec{m}k} + e^{iak + i\vec{m}(q-k)}\right]$$

JEDNAČINA ZA GRINOVU FUNKCIJU JE SADA:

$$i\frac{d}{dt}\langle\langle P_a(t)\,|\,P_b^+(0)\rangle\rangle = i\delta_{ab}\delta(t)(1-2N)+\frac{1}{2}J_0\langle\langle P_a(t)\,|\,P_b^+(0)\rangle\rangle -$$

$$-\frac{1}{2}\sum I_{a\vec{m}}\langle\langle P_{\vec{m}}(t)\,|\,P_b^+(0)\rangle\rangle+\sum_{\vec{m}} I_{a\vec{m}}\langle\langle P_a^+(t)P_a(t)\,P_{\vec{m}}(t)\,|\,P_b^+(0)\rangle\rangle -$$

$$-\sum_{\vec{m}} I_{a\vec{m}}\langle\langle P_m^+(t)\,P_m(t)\,P_a(t)\,|\,P_b^+(0)\rangle\rangle +$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{\vec{m}} F_{am}\left[\langle\langle a_{q_j}(t)\,P_{\vec{m}}(t)\,|\,P_b^+(0)\rangle\rangle+\langle\langle a^+_{-q_j}(t)\,P_m(t)\,|\,P_b^+(0)\rangle\rangle\right]$$

& 2. TRANSFORMACIJA JEDNAČINE

PRELASKOM NA BOZE-OPERATORE KORIŠĆENJEM SLEDEĆIH RELACIJA:

$$P = B\left[\sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(-2)^{\nu}}{(1+\nu)!} B^{+\nu} B^{\nu}\right]^{1/2} \quad \text{i}$$

$$P^{+} = B^{+}\left[\sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(-2)^{\nu}}{(1+\nu)!} B^{+\nu} B^{\nu}\right]^{1/2}$$

DOBIJAMO :

$$\langle\langle P_a(t) \,|\, P^{+}_b(0) \rangle\rangle \sim \langle\langle \left[B_a(t) - B^{+}_a(t) B_a(t) B_a(t)\right] \,|\, \left[B^{+}_b(0) - B^{+}_b(0) B^{+}_b(0) B_b(0)\right] \rangle\rangle$$

$$= \langle\langle B_a(t) \,|\, B^{+}_b(0) \rangle\rangle - \langle\langle B_a(t) \,|\, B^{+}_b(0) B_b(0) B_b(0) \rangle\rangle -$$

$$- \langle\langle B^{+}_a(t) B_a(t) B_a(t) \,|\, B^{+}_b(0) \rangle\rangle + \langle\langle B^{+}_a(t) B_a(t) B_a(t) \,|\, B^{+}_b(0) B^{+}_b(0) B_b(0) \rangle\rangle$$

$$\langle\langle P_a(t) \,|\, P^{+}_b(0) \rangle\rangle = G_{ab}(t)(1-4\mathcal{N}) + 2 D_{ba}(t) G^{2}_{ab}(t) + O(\mathcal{N}^2)$$

GDE SU :

$$G_{ab}(t) = \langle\langle B_a(t) \,|\, B^{+}_b(0) \rangle\rangle \quad ; \quad D_{ba}(t) = \langle\langle B^{+}_a(t) \, B_b(0) \rangle\rangle$$

$$\mathcal{N} = \langle B^{+}_a B_a \rangle \sim \langle P^{+}_a P_a \rangle \quad ; \quad D(E) = G(-E)$$

$$\langle\langle P^{+}_a(t) P_a(t) P_m(t) \,|\, P^{+}_b(0) \rangle\rangle \sim \langle\langle B^{+}_a(t) B_a(t) B_m(t) \,|\, B^{+}_b(0) \rangle\rangle -$$

$$- \langle\langle B^{+}_a(t) B_a(t) B_m(t) \,/\, B^{+}_b(0) B^{+}_b(0) B_b(0) \rangle\rangle =$$

$$= \mathcal{N} G_{mb}(t) + \mathcal{N}_{ma} G_{ab}(t) - 2D_{ba}(t)\, G_{ab}(t)\, G_{mb}(t) + O(\mathcal{N}^2)$$

$$\langle\langle P^+_m(t) P_m(t) P_a(t) | P^+_b(0) \rangle\rangle \sim \langle\langle B^+_m(t) B_m(t) B_a(t) | B^+_b(0) \rangle\rangle -$$

$$- \langle\langle B^+_m(t) B_m(t) B_a(t) | B^+_b(0) B^+_b(0) B_b(0) \rangle\rangle =$$

$$= \mathcal{N} G_{ab}(t) + \mathcal{N}_{am} G_{mb}(t) - 2D_{bm}(t)\, G_{mb}(t)\, G_{ab}(t) + O(\mathcal{N}^2)$$

$$\langle\langle Q_{\vec{q}j}(t) P_m(t) | P^+_b(0) \rangle\rangle \sim \langle\langle Q_{\vec{q}j}(t) B_m(t) | B^+_b(0) \rangle\rangle (1-4\mathcal{N}) +$$

$$+ 2D_{bm}(t)\, G_{mb}(t) \langle\langle b_{\vec{q}j}(t) B_m(t) | B^+_b(0) \rangle\rangle + O(\mathcal{N}^2)$$

$$\langle\langle Q^+_{-\vec{q}j}(t) P_m(t) | P^+_b(0) \rangle\rangle \sim \langle\langle Q^+_{-\vec{q}j}(t) B_m(t) | B^+_b(0) \rangle\rangle (1-4\mathcal{N}) +$$

$$+ 2D_{bm}(t)\, G_{mb}(t) \langle\langle Q^+_{-\vec{q}j}(t) B_m(t) | B^+_b(0) \rangle\rangle$$

POSLE DELENJA SA $(1-4N)$ i ZANEMARIVANJA N^2, NDG, $N\langle\langle QB|B^+\rangle\rangle$ i $N\langle\langle Q^+B|B^+\rangle\rangle$, DOBIJA SE JEDNAČINA ZA GRINOVU FUNKCIJU U OBLIKU:

$$i\frac{d}{dt}\left[G_{ab}(t) + 2D_{ba}(t)\, G^2_{ab}(t)\right] = i\delta_{ab}\,\delta(t)\,(1+2N) +$$

$$+ \frac{1}{2} J_0 \left[G_{ab}(t) + 2D_{ba}(t)\, G^2_{ab}(t)\right] - \frac{1}{2}\sum_m I_{am}\left[G_{mb}(t) + 2D_{bm}(t)\, G^2_{mb}(t)\right]$$

$$+ \sum_m I_{am}\left[N G_{mb}(t) + N_{ma} G_{ab}(t) - N G_{ab}(t) + N_{am} G_{mb}(t)\right] -$$

$$-2\sum_m I_{am}\left[D_{ba}(t)\, G_{ab}(t)\, G_{mb}(t) - D_{bm}(t)\, G_{mb}(t)\, G_{ab}(t)\right] +$$

$$+ \frac{1}{2}\sum_m F_{am}\left[\langle\langle Q_{\vec{q}j}(t) B_m(t) | B^+_b(0) \rangle\rangle + Q^+_{-\vec{q}j}(t) B_m(t) | B_b(0) \rangle\rangle + \right.$$

$$\langle a^+ a \rangle_s \sim 0$$

$$+\sum_{\vec m} F_{a\vec m}\, D_{b\vec m}(t)\, G_{\vec m b}(t)\left[\langle\langle a_{qj}(t)\, B_{\vec m}(t)\,|\,B^+_{b}(0)\rangle\rangle + \langle\langle \underbrace{a^+_{qj}(t)}_{\langle a^+ a\rangle \sim 0}\, B_m(t)\,|\,B^+_{b}(0)\rangle\rangle\right.$$

IZVRŠIMO FURIJE-TRANSFORMACIJE FUNKCIJA:

$$\mathrm{I}\quad \langle\langle a_{qj}(t)\, B_{\vec m}(t)\,|\,B^+_{b}(0)\rangle\rangle = \frac{1}{N}\sum_{p}\langle\langle a_{qj}(t)\, B_p(t)\,|\,B^+_{p+q}(0)\rangle\rangle\, e^{i\vec m p - ib(p+q)}$$

$$\mathrm{II}\quad \frac{1}{2}\sum_{\vec m} F_{a\vec m}\langle\langle a_{qj}(t)\, B_{\vec m}(t)\,|\,B^+_{b}(0)\rangle\rangle = \frac{1}{2}\frac{i}{N^2}\sum_{kqjp}\left(\frac{\hbar}{2MN\omega_{qj}}\right)^{1/2}(\vec k\,\vec e_{qj})(J_0-J_k)\cdot$$

$$\cdot\sum_{\vec m}\Big[\underbrace{e^{ia(q+k)-i\vec m k+i\vec m p-ib(p+q)}}_{N\delta_{pk}\, e^{i(k+q)(a-b)}} - \underbrace{e^{iak-i\vec m(q-k)+i\vec m p-ib(p+q)}}_{N\delta_{p,k-q}\, e^{i(a-b)k}}\Big] =$$

$$=\frac{i}{2N}\sum_{kqj}\left(\frac{\hbar}{2MN\omega_{qj}}\right)^{1/2}(\vec k\,\vec e_{qj})(J_0-J_k)\Big[\langle\langle a_{qj}(t)\, B_k(t)\,|\,B^+_{k+q}(0)\rangle\rangle\, e^{i(k+q)(a-b)} -$$

$$-\langle\langle a_{qj}(t)\, B_{k-q}(t)\,|\,B^+_{k}(0)\rangle\rangle\, e^{ik(a-b)}\Big]$$

$$\mathrm{III}\quad \sum_{\vec m} F_{a\vec m}\, D_{b\vec m}(t)\, G_{\vec m b}(t)\,\langle\langle a_{qj}(t)\, B_m(t)\,|\,B^+_{b}(0)\rangle\rangle =$$

$$= \frac{i}{N^3} \sum_{kqpp_1 j} \left(\frac{\hbar}{2MN\omega_{qj}}\right)^{1/2} (\vec{k}\vec{l}_{qj})(J_0 - J_k) D_{p_1}(t)\, G_{k-p+p_1}(t) \cdot$$

$$\cdot \langle\langle a_{qj}(t) B_p(t) \mid B^+_{p+q}(t) \rangle\rangle \left[e^{i(k+q)(a-b)} - e^{ik(a-b)} \right]$$

$$\underline{IV} \quad \sum_{\vec{m}} i_{a\vec{m}} D_{ba} G_{ab} G_{\vec{m}b} = \frac{1}{N^3} \sum_{k_1k_2k_3} J_{k_1} D_{k_2} G_{k_3} G_{k_1} e^{i(k_1-k_2+k_3)(a-b)}$$

$$\underline{V} \sum_{\vec{m}} i_{a\vec{m}} D_{b\vec{m}} G_{\vec{m}b} G_{ab} = \frac{1}{N^3} \sum_{k_1k_2k_3} J_{k_1} J_{k_1} G_{k_1+k_2} G_{k_4} e^{i(a-b)(k_1+k_4)}$$

$$\underline{VI} \sum_{\vec{m}} i_{a\vec{m}} D_{b\vec{m}} G_{\vec{m}b} G_{\vec{m}b} = \frac{1}{N^3} \sum_{k_1k_2k_3} J_{k_1} D_{k_2} G_{k_3} G_{k_1+k_2-k_3} e^{i(a-b)k_1}$$

POSLE IZMENE INDEKSA U JEDNAČINAMA:

$\underline{II}$ $- \; k = p \qquad p + q = k$

$\underline{III}$ $- \; p_1 = q_2 \qquad p = q_1$

$\underline{IV}$ $- \; k_1 = k - k_3 + k_2$

$\underline{V}$ $- \; k_4 = k - k_1 \qquad k_1 = q_1 - q_2$

$\underline{VI}$ $\; k_1 = k \qquad k_3 = q$

I POSLE FURIJE TRANSFORMACIJA:

$$G_{ab}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} dE \, \frac{1}{N} \sum_{k} G_k(E) \, e^{ik(a-b) - iEt}$$

$$D_{ab}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} dE \, \frac{1}{N} \sum_{k} D_k(E) \, e^{ik(a-b) - iEt}$$

$$I_{ab} = \frac{1}{N} \sum_{k} J_k \, e^{ik(a-b)} \quad ; \quad \delta_{ab} = \frac{1}{N} \sum_{k} e^{ik(a-b)}$$

$$\delta(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dE \, e^{-iEt} \quad ; \quad \langle\langle a(t) B(t) | B^+(0) \rangle\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} dE \, \langle\langle bB | B^+ \rangle\rangle_E \, e^{-iEt}$$

I KORIŠĆENJA DA JE $D(-E) = G(E)$, DOBIJAMO:

$$\left[E - \frac{1}{2}(J_0 - J_k)\right] G_k(E) + \frac{2}{N^2} \sum_{q_1 q_2} \int_{-\infty}^{\infty} dE_1 dE_2 \, G_{q_1}(E_1) G_{q_2}(E_2) G_{k-q_1+q_2}(E - E_1 + E_2) =$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{q_1 q_2} \left[J_k + J_q - J_0 - J_{k-q}\right] \langle B_q^+ B_q \rangle_0 \, G_k(E) -$$

$$- \frac{2}{N^2} \sum_{q_1 q_2} \left[J_{k-q_1+q_2} - J_{q_1 - q_2}\right] \int_{-\infty}^{\infty} dE_1 dE_2 \, G_{q_1}(E_1) G_{q_2}(E_2) G_{k-q_1+q_2}(E - E_1 + E_2) \Big] +$$

$$+ \frac{i}{2} \sum_{qj} \underbrace{\left(\frac{\hbar}{2MN\omega_{qj}}\right)^{1/2} \left[(\vec{k} - \vec{q}) \vec{e}_{qj} (J_0 - J_{k-q}) - \vec{k} \vec{e}_{qj} (J_0 - J_k) \right.}_{\Phi_j(k,q)} \langle\langle a_{qj} B_{k-q} | B_k^+ \rangle\rangle_E^+$$

$$+\frac{i}{N^2}\sum_{q q_1 q_2 j}\left(\frac{\hbar}{2MN\omega_{qj}}\right)^{1/2}\left[(\vec{k}-\vec{q})\vec{l}_{qj}(J_0-J_{k-q})-\vec{k}\vec{l}_{qj}(J_0-J_k)\right]\cdot$$

$$\cdot\int_{-\infty}^{\infty} dE_1 dE_2 \langle\langle a_{qj} B_{q_1} | B^+_{q_1+q} \rangle\rangle G_{q_2}(E_2)\, G_{k-q-q_1+q_2}(E-E_1+E_2)$$

EFEKTIVNI HAMILTONIJAN ZA IZRAČUNAVANJE FUNKCIJA:

$\langle\langle aB|B^+\rangle\rangle$ i $\langle\langle a^+B|B^+\rangle\rangle$ IMA OBLIK:

$$H_0=\frac{1}{2}J_0\sum_{\vec{n}} B^+_{\vec{n}} B_{\vec{n}}+\sum_{qj}\hbar\omega_{qj}\, a^+_{qj} a_{qj}+\frac{1}{2}\sum_{\vec{n}\vec{m}}\nabla_{\vec{n}\vec{m}}\, d_{\vec{n}\vec{m}}(u_{\vec{n}}-u_{\vec{m}})B^+_{\vec{n}} B_{\vec{m}}-$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{\vec{n}\vec{m}} I_{\vec{n}\vec{m}} B^+_{\vec{n}} B_{\vec{m}}$$

$$\nabla_{\vec{n}\vec{m}}\, d_{\vec{n}\vec{m}}=\nabla_{\vec{n}\vec{m}}\frac{1}{N}\sum_{k} d_k\, e^{ik(\vec{n}-\vec{m})}$$

$$\frac{1}{2}\sum_{\vec{n}\vec{m}}\nabla_{\vec{n}\vec{m}}\, d_{\vec{n}\vec{m}}(u_{\vec{n}}-u_{\vec{m}})=\frac{i}{2N^2}\sum_{kqjk_1k_2}\left(\frac{\hbar}{2MN\omega_{qj}}\right)^{1/2}\vec{k}\vec{l}_{qj}(J_0 J_k)\,B^+_{k_1} B_{k_2}\cdot$$

$$\cdot(a_{qj}+a^+_{-qj})\sum_{\vec{n}\vec{m}}\Big[\underbrace{e^{ik(\vec{n}-\vec{m})-ik_1\vec{n}+ik_2\vec{m}+iq\vec{n}}}_{N^2\delta_{k_2,k}\cdot\delta_{k_1,k+q}}-\underbrace{e^{ik(\vec{n}-\vec{m})-ik_1\vec{n}+ik_2\vec{m}+iq\vec{m}}}_{N^2\delta_{k_1,k}\delta_{k_2,k-q}}\Big]=$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{kqj} \left(\frac{\hbar}{2MN\omega_{qj}} \right)^{1/2} \left[(\vec{k} - \vec{q}) \vec{l}_{qj} (J_0 - J_{k-q}) - \vec{k}\, \vec{l}_{qj} (J_0 - J_k) \right] B_k^+ B_{k-q} (a_{qj} + a^+_{-qj})$$

NAJZAD:

$$H_0 = \sum_k \frac{1}{2} (J_0 - J_k) B_k^+ B_k + \sum_{qj} \hbar \omega_{qj} a^+_{qj} a_{qj} + \frac{i}{2} \sum_{kqj} \phi_j (k, q) B_k^+ B_{k-q} (a_{qj} + a^+_{-qj})$$

$$[a_{qj} B_{k-q}, B_\mu^+ B_\mu] = a_{qj} B_\mu \delta_{\mu, k-q}$$

$$[a_{qj} B_{k-q}, a^+_{\mu s} a_{\mu s}] = a_{\mu s} B_{k-q} \delta_{\mu, q} \delta_{sj}$$

$$[\underbrace{a_{qj}}_{A}\ \underbrace{B_{k-q}}_{B}, \underbrace{B_\mu^+ B_{\mu-\nu} a_{\nu s}}_{C}] = a_{qj} B_{\mu-\nu} \underset{S_0}{b_{\nu s}} \delta_{\mu, k-q} + 0$$

$$[a_{qj} B_{k-q}, B_\mu^+ B_{\mu-\nu} a_{-\nu s}] = a_{qj} B_{\mu-\nu} a^+_{-\nu s} \delta_{\mu, k-q} + \underset{S_0}{B_\mu B_{\mu-\nu}} B_{k-q} \delta_{k,-\nu} \delta_j$$

$$\sim B_{\mu-\nu} \delta_{\mu, k-q} \delta_{\nu, -q} \delta_{sj}$$

AKO $\mu - \nu = k - q + q$:

$$[a_{qj} B_{k-q}, H_0] = \frac{1}{2} (J_0 - J_{k-q}) a_{qj} B_{k-q} + \hbar \omega_{qj} a_{qj} B_{k-q} + \frac{i}{2} \phi_j (k-q, -q) B_k$$

ZNAČI:

$$\langle\langle a_{qj} B_{k-q} | B_k^+ \rangle\rangle = \frac{1}{2} \frac{\phi_j (k-q, -q)}{E - \frac{1}{2}(J_0 - J_{k-q}) - \hbar \omega_{qj}} G_{k}(E)$$

$$\left[a_{qj} B_{q_1}, B_\mu^+ B_\mu\right] = a_{qj} B_\mu \delta_{\mu q_1}$$

$$\left[a_{qj} B_{q_1}, a_{\mu s}^+ a_{\mu s}\right] = B_{q_1} a_{\mu s} \delta_{q,\mu} \delta_{s,j}$$

$$\left[a_{qj} B_{q_1}, B_\mu^+ B_{\mu-\nu} a_{-\nu s}^+\right] = B_{\mu-\nu} \delta_{\mu,q_1} \delta_{\nu_1,-q} \delta_{sj}$$

AKO $\mu - \nu = q_1 + q$:

$$\left[a_{qj} B_{q_1}, H_0\right) = \frac{1}{2}(J_0 - J_k) a_{qj} B_{q_1} + \hbar\omega_{qj} a_{qj} B_{q_1} + \frac{i}{2} \Phi_j (q_1 - q) B_{q_1+q}$$

ZNAČI:

$$\langle\langle a_{qj} B_{q_1} | B_k^+ \rangle\rangle \frac{1}{2} \frac{\Phi_j (q_1, -q)}{E_1 - \frac{1}{2}(J_0 - J_{q_1}) - \hbar\omega_{qj}} G_{q_1+q}(E_1)$$

KONAČNI OBLIK JEDNAČINE ZA GRINOVU FUNKCIJU:

$$\left[E - \frac{1}{2}(J_0 - J_k) - R_k\right] G_k(E) = \frac{i}{2\pi}(1 + 2N) -$$

$$- \frac{2}{N^2} \sum_{q_1 q_2} \left[E - \frac{1}{2}(J_0 + J_k) + J_{k-q_1+q_2} - J_{q_1-q_2}\right] \int_{-\infty}^{\infty} dE_1 dE_2 G_{q_1}(E_1) G_{q_2}(E_2) G_{k-q_1+q_2}(E - E_1 + E_2) -$$

$$- \frac{1}{4} \sum_{qj} \underbrace{\frac{\Phi_j(k,q)\Phi_j(k-q_1-q)}{E - \frac{1}{2}(J_0 - J_{k-q}) - \hbar\omega_{qj}}}_{S_k} G_k(E) -$$

$$-\frac{1}{2N^2}\sum_{qj}\underbrace{\frac{\Phi_j(k,q_1-q)\,\Phi_j(q,q-q_1)}{E_1-\frac{1}{2}(J_0-J_q)-\hbar\omega_{q_1-q,j}}}_{T(k,q_1,E_1)}\int_{-\infty}^{\infty}dE_1\,dE_2\,G_{q_1}(E_1)\,G_{q_2}(E_2)\,G_{k-q_1+q_2}(E-E_1+E_2)$$

POSLEDNJI ČLAN SMO DOBILI UZASTOPNIM SMENAMA:

$$\mathrm{I}\quad q_1+q=q_1' \;\rightarrow\; \mathrm{II}\quad q_1'=q_1 \quad i \quad q_1=q$$

$$R_k=\frac{1}{N}\sum_q\left(J_k+J_q-J_0-J_{k-q}\right)\langle B_q^+B_q\rangle_0$$

$$\langle B_q^+B_q\rangle_0=\left(e^{\frac{J_0-J_q}{2\theta}}-1\right)^{-1}$$

NAJZAD:

$$\left[E-\frac{1}{2}(J_0-J_k)-R_k-S_k\right]G_k(E)=\frac{1}{2\pi}\left(1+\frac{2}{N}\sum_q\langle B_q^+B_q\rangle_0\right)-$$

$$-\frac{2}{N^2}\sum_{q_1q_2}\int_{-\infty}^{\infty}dE_1\,dE_2\left[E-\frac{1}{2}(J_0-J_k)+J_{k-q_1+q_2}-J_{q_1-q_2}-\frac{1}{2}T(k,q_1,E_1)\right]\cdot$$

$$\cdot\,G_{q_1}(E_1)\,G_{q_2}(E_2)\,G_{k-q_1+q_2}(E-E_1+E_2)$$

& 3. ODREDJIVANJE DOPUNSKIH NIVOA

IZ JEDNAČINE ZA GRINOVU FUNKCIJU, IZ II & 2. DOBIJAMO :

$$G_{K(E)} = \frac{1 + 2N^{-1}\sum_{q} \langle B_q^{+} B_q \rangle_0}{E - E_K} \cdot$$

$$\cdot \frac{1}{1 + \frac{4\Pi}{N} \sum_{q_1 q_2} \int_{-\infty}^{\infty} dE_1 dE_2 \left[E - \frac{1}{2}(J_0 - J_k) + J_{k-q_1+q_2} - \frac{1}{2} T_{(k,q_1,E_1)} \right] G_{q_1(E_1)} G_{q_2(E_2)} G_{k-q_1+q_2}(E - E_1 + E_2)}$$

$$E^{(1)}_{(k)} = \frac{1}{2}(J_0 - J_k) + R_k + S_k \quad ; \quad E^{(0)}_{k} = \varepsilon_k = \frac{1}{2}(J_0 - J_k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

$$\Phi_j(q,k) = \left(\frac{\hbar}{2MNW_{qj}} \right)^{1/2} \left[\vec{k}\vec{l}_{qj}(J_k - J_{k-q}) - \underbrace{\vec{q}\,\vec{l}\,(J_{k-q} - J_0)}_{A} \right]$$

ZA DALJI RAČUN OSTAVLJAMO SAMO SABIRAK A, JER JE PROPORCIONALAN $\vec{q}\,\vec{l}_{qj}$, A TO ZNAČI DA JE PROPORCIONALAN UGLU $\vec{k}, \vec{l}_{qj}$, A $\vec{q}\,\vec{l}_{qj} = |\vec{q}| \equiv q$

$$\Phi_j(k, q_1 - q)\,\Phi_j(q, q - q_1) \sim \frac{-\hbar (q_1 - q)^2}{2MNW_{q_1 - q, j}} \left[J_{k-(q_1-q)} - J_0 \right] \left[J_{k+(q_1-q)} - J_0 \right] =$$

$$= \frac{-\hbar (q_1 - q)^2}{2MNW_{j|q_1 - q|}} \frac{\hbar^4}{m^2} \left[k^2 + (q_1 - q)^2 - 2k(q_1 - q) \right] \left[k^2 + (q_1 - q)^2 + 2k(q_1 - q) \right] =$$

$$= \frac{-\hbar^5 (q_1 - q)}{2MN\omega_j m^2} \left\{ \left[k^2 + (q_1 - q)^2 \right]^2 - 4k^2 (q_1 - q)^2 \right\} =$$

$$= \frac{-\hbar^5 (q_1 - q)}{2MN\omega_j \cdot m^2} \left[k^2 - (q_1 - q)^2 \right]^2$$

$$\frac{v_1 + v_2 + v_3}{3} = v \qquad ; \qquad \sum_j 1 = 3$$

$$T(k, q_1, E_1) = \frac{3\hbar^5}{4Mv m^2} \frac{1}{N} \sum_q \frac{|q_1 - q| \left[(q_1 - q)^2 - k^2 \right]}{E_1 - \frac{\hbar^2 q^2}{2m} - \hbar v |q_1 - q|} \qquad \overline{\overline{q_1 - q = \mu}}$$

$$= \frac{3\hbar^3}{2Mvm} \cdot \frac{1}{N} \sum_\mu \frac{\mu \, |\mu^2 - k^2|^2}{\mu^2 + (P_0 - 2q_1 \cos\theta)\mu + q_1^2 + q_0^2} \, ,$$

GDE SU $P_0 = \frac{2mv}{\hbar}$, $q_0 = \frac{2mE_1}{\hbar^2}$

POSLE INTEGRACIJA OD 0 DO μ_0, DOBIJAMO

$$T(k, q_1, E_1) = -\frac{3\hbar^3}{2mvM} \frac{a^3}{\gamma \pi^4} \frac{4\pi}{6} \mu_0^6$$

IZ USLOVA $\frac{1}{N} \sum_k 1 = 1$ DOBIJAMO $Q^3 \mu_0^3 = 6\pi^2$. KONAČNO:

$$T(q_1, k, E_1) = -\frac{3}{4} \frac{\hbar^3 \mu_0^3}{mvM}$$

$$|T| \sim 10^{-14} \, \mathrm{erg}$$

$$G_{q_1}(E_1)=\frac{1}{2\pi}\frac{1}{E_1-\varepsilon_{q_1}+i\delta}=\frac{i}{2\pi}\left[\mathcal{P}\frac{1}{E_1-\varepsilon_{q_1}}-i\pi\delta(E_1-\varepsilon_{q_1})\right]$$

POSLE PROSTIH ALGEBARSKIH OPERACIJA, DOBIJAMO:

$$\left[G_{q_1}(E_1)G_{q_2}(E_2)G_{q_3}(E_3)\right]_{eff}=\frac{i}{8\pi}\left[\frac{\delta(E_2-\varepsilon_{q_2})\delta(E_3-\varepsilon_{q_3})}{E_1-\varepsilon_{q_1}}+\frac{\delta(E_1-\varepsilon_{q_1})\delta(E_3-\varepsilon_{q_3})}{E_2-\varepsilon_{q_2}}+\right.$$

$$\left.+\frac{\delta(E_1-\varepsilon_{q_1})\delta(E_2-\varepsilon_{q_2})}{E_3-E_{q_3}}-i\pi\delta(E_1-\varepsilon_{q_1})\delta(E_2-\varepsilon_{q_2})\delta(E_3-\varepsilon_{q_3})\right]$$

POSLE SMENE $q_3=k-q_1+q_2$ i $E_3=E-E_1+E_2$ i INTEGRALJENJA OTPADAJU PRVA DVA ČLANA, DOK SU DRUGA DVA:

$$\int_{-\infty}^{\infty}dE_1dE_2\frac{\delta(E_1-\varepsilon_{q_1})\delta(E_2-\varepsilon_{q_2})}{E-E_1+E_2-\varepsilon_{q_3}}=\frac{1}{E-\varepsilon_{q_1}+\varepsilon_{q_2}-\varepsilon_{q_3}}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}dE_1dE_2\,\delta(E_1-\varepsilon_{q_1})\delta(E_2-\varepsilon_{q_2})\delta(E-E_1+E_2-\varepsilon_{q_3})=\delta(E-\varepsilon_{q_1}+\varepsilon_{q_2}-\varepsilon_{q_3})$$

SADA JE USLOV ZA NALAŽENJE DOPUNSKIH NIVOA:

$$0=1+\frac{2}{N^2}\sum_{q_1q_2}\left[E-\varepsilon_k+J_{k-q_1+q_2}-J_{q_1-q_2}+T_0\right]\cdot$$

$$\cdot\left[\frac{1}{E-\varepsilon_{q_1}+\varepsilon_{q_2}-\varepsilon_{k-q_1+q_2}}-i\pi\delta(E-\varepsilon_{q_1}+\varepsilon_{q_2}-\varepsilon_{k-q_1+q_2})\right]$$

GDE JE:

$$T_0 = \frac{3}{8}\,\frac{\hbar^3 \mu_0^3}{m v M}$$

AKO UVEDEMO SMENE $\vec{q}_1 - \vec{q}_2 = \vec{\nu}$; $\vec{q}_1 = \vec{\mu}$ i $\vec{q}_2 = \vec{\mu} - \vec{\nu}$ I POSLE PROSTIH SVOĐENJA, DOBIJAMO USLOV ZA NALAŽENJE DOPUNSKIH NIVOA U OBLIKU:

$$\frac{1}{N^2}\sum_{\mu\nu}\left(E - \mathcal{E}_k + J_{k-\nu} - J_\nu + T_0\right)\left[\left(E - \mathcal{E}_\mu - \mathcal{E}_{\mu-\nu} - \mathcal{E}_{k-\nu}\right)^{-1} - i\pi\delta\left(E - \mathcal{E}_\mu + \mathcal{E}_{\mu-\nu} - \mathcal{E}_{k-\nu}\right)\right]$$

$$= -2$$

$$J_{k-\nu} - J_\nu = Gi - ia^2(k-\nu)^2 - Gi + ia^2\nu^2$$

Pošto $ia^2 = \frac{\hbar^2}{m}$, SADA

$$J_{k-\nu} - J_\nu = \frac{\hbar^2}{m}\left(\nu^2 - \nu^2 - k^2 + 2k\nu\cos\theta_{k\nu}\right) = \frac{\hbar^2}{m}\left[2k\nu\cos\theta_{k\nu} - k^2\right]$$

$$\mathcal{E}_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$ SADA:

$$E - \mathcal{E}_k + J_{k-\nu} - J_\nu + T_0 = E + T_0 + \frac{\hbar^2}{m}\left(2k\nu\cos\theta_{k\nu} - k^2\right) - \frac{\hbar^2}{2m}k^2 =$$

$$= \left[\frac{2m(E+T_0)}{\hbar^2} + 4k\nu\cos\theta_{k\nu} - 3k^2\right]\frac{\hbar^2}{2m}$$

$$E - \mathcal{E}_\mu + \mathcal{E}_{\mu-\nu} - \mathcal{E}_{k-\nu} = \frac{\hbar^2}{2m}\left[\frac{2mE}{\hbar^2} + 2k\nu\cos\theta_{k\nu} - 2\mu\nu\cos\theta_{k\nu} - k^2\right]$$

$$\frac{1}{N^2}\sum_{\mu\nu}\left\{\frac{P^2-3k^2+4k\nu\cos\Theta k\nu}{Q^2-k^2+2k\nu\cos\Theta k\nu-2\mu\nu\cos\Theta\mu\nu}-i\pi(P^2-3k^2+4k\nu\cos\Theta k\nu\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\,\delta(Q^2-k^2+2k\nu\cos\Theta k\nu-2\mu\nu\cos\Theta\mu\nu)\right\}=-2 \qquad \text{II } 3.1.$$

PRI ČEMU JE $p^2=\frac{2m(E+T_0)}{\hbar^2}$; $Q^2=\frac{2mE}{\hbar^2}$.

AKO ZANEMARIMO ZAVISNOST OD TALASNIH VEKTORA DOBIJAMO DA JE

$$\frac{1}{N^2}\sum_{q_1q_2}\frac{p^2}{Q^2}=-2$$

IZ OVOGA SLEDI:

$$\frac{E+T_0}{E}=-2\Rightarrow E+T_0=-2E\Rightarrow E_0=-\frac{1}{3}T_0$$

ZA MALE k NEMA KINEMATIČKIH NIVOA. AKO JE $k=\mu_0$, GDE JE μ_0 GRANIČNI VEKTOR BRILUENOVE ZONE, SLEDI:

$$p^2-3k^2+4k\nu\cos\Theta k\nu\approx p^2-3\mu_0^2$$

$$Q^2-k^2+2k\nu\cos\Theta k\nu-2\mu\nu\cos\Theta\mu\nu\approx Q^2-\mu_0^2$$

$$A=2+\frac{1}{N^2}\sum_{\mu\nu}\left\{\frac{p^2-3\mu_0^2}{Q^2-\mu_0^2}-i\pi(p^2-3\mu_0^2)\,\delta(Q^2-\mu_0^2)\right\}$$

ZA SVAKO $E\neq E_0=\frac{\hbar^2\mu_0^2}{2m}$; $\delta(Q^2-\mu_0^2)=0$, PA JE

$$A=2+\frac{1}{N^2}\sum_{\mu\nu}\frac{p^2-3\mu_0^2}{Q^2-\mu_0^2}=2+\frac{p^2-3\mu_0^2}{Q^2-\mu_0^2}$$

POŠTO $A=0 \Rightarrow 2Q^2-2\mu_0^2+P^2-3\mu_0^2=0$

$$2E+E+T_0=5\frac{\hbar^2\mu_0^2}{2m} \Longrightarrow 3E=5E_0-T_0 \Rightarrow E=\frac{5}{3}E_0-\frac{1}{3}T_0=E_1$$

$$A=\frac{2Q^2-2\mu_0^2+p^2-3\mu_0^2}{Q^2-\mu_0^2}=\frac{3E+T_0-5\mu^2\frac{\hbar^2}{2m}}{E-\mu_0^2\frac{E}{2m}}=3\frac{\left(\frac{5}{3}E_0-\frac{1}{3}T_0\right)}{E-E_0}$$

ZNAČI:

$$A=3\frac{E-E_1}{E-E_0}$$

SADA GRINOVA FUNKCIJA IMA OBLIK:

$$G=\frac{i}{2\pi}\frac{1}{E-\varepsilon}\frac{E-E_0}{3(E-E_1)}=\frac{i}{6\pi}\frac{E-E_0}{(E-\varepsilon)(E-E_1)}=$$

$$=\frac{i}{6\pi}\left[\frac{x}{E-\varepsilon}+\frac{y}{E-E_1}\right]=\frac{1}{6\pi}\left[\frac{(x+y)E-(E_1x+\varepsilon y)}{(E-\varepsilon)(E-E_1)}\right]$$

DOBILI SMO SISTEM JEDNAČINA:

$$\left.\begin{aligned} x+y&=1\\ E_1x+\varepsilon y&=E_0 \end{aligned}\right\} \text{ OVDE SLEDI:}$$

$$x=\frac{\begin{vmatrix}1 & 1\\ E_0 & \varepsilon\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1 & 1\\ E_1 & \varepsilon\end{vmatrix}}=\frac{\varepsilon-E_0}{\varepsilon-E_1}$$

$$y=\frac{\begin{vmatrix}1 & 1\\ E_1 & E_0\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1 & 1\\ E_1 & \varepsilon\end{vmatrix}}=\frac{E_0-E_1}{\varepsilon-E_1}$$

$$G = \frac{i}{6\pi}\left\{\frac{\mathcal{E}-E_0}{\mathcal{E}-E_1}\,\frac{1}{E-\mathcal{E}} + \frac{E_0-E_1}{\mathcal{E}-E_1}\cdot\frac{1}{E-E_1}\right\}$$

POŠTO EKSITACIJE MOGU IMATI SAMO POZITIVNU VREDNOST ENERGIJA:

$$\frac{5\hbar^2 k^2}{2m} - T_0 \geqslant 0 \quad \Rightarrow \quad k \geqslant \frac{1}{\hbar}\sqrt{\frac{2}{5} m T_0} \sim 5\cdot 10^6\,\mathrm{cm}^{-1}$$

$$E_1 = \frac{5}{3}\,\frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \frac{1}{3} T_0 \qquad \text{ZA} \qquad \frac{1}{\hbar}\sqrt{\frac{2}{5} m T_0} < k < \mu_0$$

$$\frac{\mathcal{E}-E_0}{\mathcal{E}-E_1} = \frac{k^2-\mu_0^2}{k^2-\frac{5}{3}k^2+\frac{1}{3}T_0\frac{2m}{\hbar^2}} = 3\,\frac{\mu_0^2-k^2}{2k^2-\mathcal{H}^2} = V(\vec{k}) \qquad \left(\mathcal{H}^2 = \frac{2m}{\hbar^2}T_0\right)$$

$$\frac{E_0-E_1}{\mathcal{E}-E_1} = \frac{3\mu_0^2-5k^2+\mathcal{H}^2}{2k^2-\mathcal{H}^2} = U(\vec{k})$$

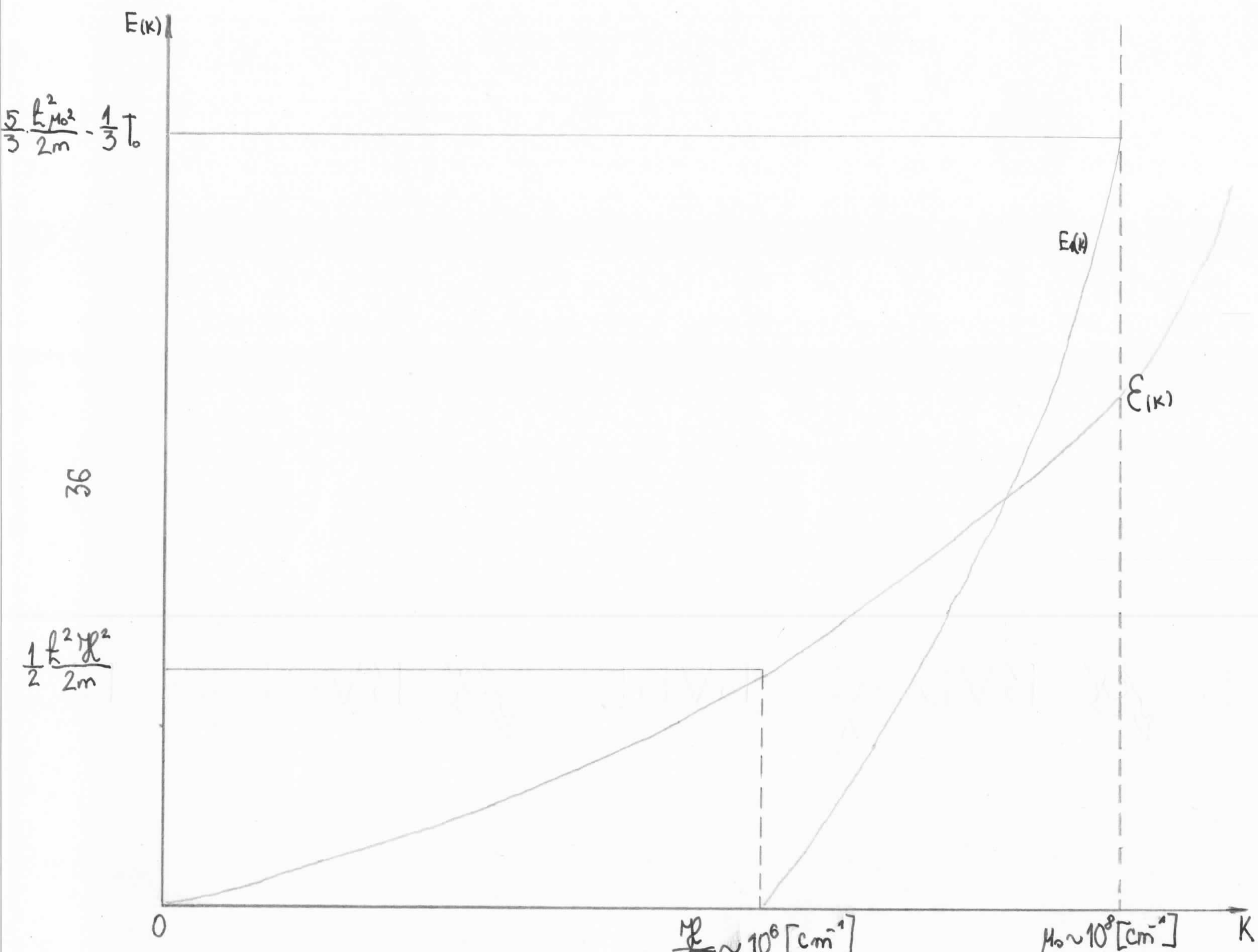
KONAČNO:

$$G_{\vec{k}}(E) = \frac{i}{2\pi}\left[U(\vec{k})\,\frac{1}{E-\mathcal{E}(\vec{k})} + V(\vec{k})\,\frac{1}{E-E_1(\vec{k})}\right],$$

GDE SU:

$$\mathcal{E}(\vec{k}) \approx \frac{\hbar^2 k^2}{2m}\ ; \quad E_1(\vec{k}) = \frac{5}{3}\,\frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \frac{1}{3} T_0 \qquad (*)$$

IZJEDNAČAVANJEM IZRAZA $(*)$ SA NULOM DOBIJA SE PRESEK KRIVE $E_1(k)$ SA k-OSOM, I ON IZNOSI $\frac{\mathcal{H}}{\sqrt{5}}$.


E(K)
$\frac{5}{3}\cdot\frac{\hbar^2\mu_0^2}{2m}-\frac{1}{3}T_0$
$\frac{1}{2}\frac{\hbar^2\varkappa^2}{2m}$
E(K)
$\mathcal{E}(K)$
0
$\frac{\varkappa}{\sqrt{5}}\sim 10^6\,[cm^{-1}]$
$\mu_0\sim 10^8\,[cm^{-1}]$
K

ZAKLJUČAK

Cilj ovog rada je dobijanje kinematičkih nivoa u feromagnetiku i ocena ponašanja ovih, dopunskih, nivoa.

Kao što smo videli uslov za nalaženje dopunskih nivoa, koji smo dobili pod pretpostavkom o malim talasnim vektorima (K), nije rešiv, iz čega sledi da za male (K) nema kinematičkih nivoa. Ovo je u skladu sa Dajsonovom teorijom da kinematička interakcija spinskih talasa u oblasti malih (K) ne daje osetne termodinamičke efekte.

Iz grafika, koji smo takodje dobili, vidimo da od vrednosti $\frac{\mathcal{H}}{\sqrt{5}} \sim 10^{6}\,cm^{-1}$ počinju da se pojavljuju dopunski nivoi i da oni u nekom intervalu (K) bivaju bolje populisani u odnosu na energetski nivo magnona (predstavljen krivom $\mathcal{E}(k)$). Treba napomenuti da je domen (K) za funkciju dopunskih nivoa u intervalu $\left(\frac{\mathcal{H}}{\sqrt{5}} < K < \mu_0\right)$.

Rad se bazira na nalaženju jednačine za Grinovu funkciju iz koje sledi uslov za nalaženje dopunskih nivoa. Pri izračunavanju koristila se aproksimacija da je na malim temperaturama populacija kvazičestica mala.

Literatura:

1. Nikolić M. Petar, „Spin-fonon interakcija; Blohove formule za magnetizaciju", 1974.

2. Svrkota B. Mićun, „Spin-fonon interakcija i srednji slobodni put magnona", 1972.

3. С. В. Тябликов, „Методы квантовой теории магнетизма", 1965.

4. Charles Kittel, „Introduction to solid state physics",
(prevod na srpski 1970.)

ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ
ИНСТИТУТ ЗА ФИЗИКУ
БИБЛИОТЕКА
НОВИ САД