УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ
ПРИРОДНО – МАТЕМАТИЧКИ
ФАКУЛТЕТ
ДЕПАРТМАН ЗА ФИЗИКУ

МЕТОДИКА РЕШАВАЊА ЗАДАТАКА ИЗ ФИЗИКЕ ЉУДСКОГ ОРГАНИЗМА

- мастер рад -

Ментор:
Доц. др Маја Стојановић

Кандидат:
Бранислава Блајваз

Нови Сад, 2011

ПРЕДГОВОР

Мастер рад је настао у сарадњи Катедре за општу физику и методику наставе физике и Катедре за нуклеарну физику, Департмана за физику, Природно-математичког факултета у Новом Саду.
Мастер рад је урађен под менторством др Маје Стојановић, уз помоћ др Оливере Клисурић, доцената Природно-математичког факултета у Новом Саду.

Захваљујем се Доц. др Маји Стојановић, мојој драгој менторки, на разумевању, стрпљењу и помоћи током сарадње на мастер студијама, на залагању и помоћи током израде мастер рада.
Најискреније се захваљујем Доц. др Оливери Клисурић, мојој драгој професорки на предложеној теми, спремности да несебично подели своје знање са мном, стрпљењу, разумевању и знању које ми је пружила током година сарадње.
Захваљујем се и Јовани Николов, мојој драгој асистенткињи на саветима и помоћи при избору и куцању задатака који су укључени у овај рад.
На крају, желим да се захвалим својим родитељима, Милици и Круниславу , што су били уз мене током моје авантуре на мастер студијама за професора физике.

Од срца Вам свима хвала!
Бранислава Блајваз

Садржај

1. УВОД

Физика је једна од фундаменталних природних наука. Као посебан наставни предмет она се у школе уводи почетком двадесетог века и од тада доживљава буран развој, захваљујући брзом развоју физике као науке и методике наставе физике.

У настави физике упознају се физичке појаве, закони, физичке величине, принципи, теорије итд. О степену разумевања градива које се изучава и нивоу усвојености може се судити на основу умећа ученика да та знања примеђују у процесу вежбања рашавања задатака. Због тога, у настави физике, решавање задатака представља веома важну етапу наставног процеса. Ученици би требали, приликом решавања задатака, да науче методе решавања задатака, продубе разумевање физичких закона и других знања, да науче како да реше задатак и да развију способност обављања мисаоних операција.

Задатак може бити рачунски, демонстрациони или експериметнални. Највећи значај задатка је корисна информација коју пружа ученику, тј. примењивост ситуације из задатка у свакодневном животу. Имагинарне ситуације које могу бити постављене тексом задатка, могу се заменити живописним задацима који показују примену закона физике на људски организам. На овај начин се упознајемо са савременом физиком, тј. њеном конкретном применом на човеков организам и медицину.

Одабрани задаци су намењени ученицима средње медицинске школе, студентима медицинске физике и студентима медицине који кроз њих могу да употпуно своје знања из области биозике и медицине.

2. ФИЗИКА КАО НАСТАВНИ ПРЕДМЕТ

Захтеви које физика као наука на данашњем степену развоја поставља физици као школском предмету све су сложенији, а обим садржаја које ученици треба да усвоје по свом карактеру и разноврсности све су шири. Због сталног богаћења и проширивања сазнања из физике које се аутоматски рефлектује на знања понуђена у настави поставља се питање-како оспособити младе генерације за променљиве услове рада које са собом доноси брз развој науке и технике, и на тај начин убрзати процес стицања знања и тај процес учинити ефикаснијим, организованијим и економичнијим.

Место физике у образовном систему одређује се положајем и улогом физике у систему наука, њеним научним нивоом, везом са другим наукама-пре свега природним наукама, математиком и техником, са филозофијом, њеним доприносом у подизању нивоа техничког и општег образовања, формирања научног погледа на свет, као и њеном непосредном и посредном везом са свакодневним животом [5].

Садржај наставе физике се временом мењао. Промене су условљене еволуцијом физике као науке, развојем метода и средстава проучавања, развитком методике, педагогије и дадиктике, усавршавањем метода и начина образовања, степеном друштвеног развитка, потребама и и захтевима технике, индустрије и праксе.

У почетној етапи развитка наставе физике углавном су се изучавале и описивале наприступачније природне појаве (механичка кретања, топлотне, акустичне, светлосне појаве...) и својства супстанције (чврстих тела, течности и гасова). Тада су у настави физике преовладавали емпиријски садржаји чија се интерпретација углавном сводила на описивање и тумачење. Међутим, већ тада се јављала потреба за успостављањем квалитативних и квантитативних веза између физичких величина. За боље успостављање везе између узрока и последица физичких појава искоришћен је математички апарат. Овим путем су систематизовано и експлицитно изложени фундаментални закони од принципа класичне механике до теорије релативности и квантне механике. Све шире коришћење математичког апарата довело је до убрзаног развоја физике као науке и до подизања квалитета њене наставе, до повећања степена систематизације и генерализације њених садржаја и хеуристичке улоге њених закона, принципа и теорија [5]. Знања стечена на часовима физике су основа многих других природних наука, као што су хемија, космологија, техничких дисциплина-електротехника, радио-техника, термомеханика, хидромеханика, електроника, компјутерска техника и друге. Многе од ових области су се развиле у самосталне научне дисциплине, али се оне и даље темеље и развијају на основама физике и њеног развитка као науке. Због овога би требало физику дефинисати као фундаменталну природну науку и дати јој већи значај у процесу образовања млађих генерација.

У савременој настави физике значајану улогу има примена информатичких система, који омогућавају и програмирану наставу (преко видеобима), примену анимација и модела за различите физичке моделе, могућност виђења експеримената који нису изводљиви у школским условима и доступност предаваног градива и литературе у електронској форми. Наравно, свака модернизација има своје предности и слабе тачке. Остаје нам да видимо колико је модернизација наставе допринела физици као предмету и шта јој је одузела.

3. МЕТОДИКА НАСТАВЕ ФИЗИКЕ

Методика наставе физике је релативно млада наука, дефинисана је на конгресу природњака у Мерану 1905.године када је постављен захтев да се физика изучава као посебан наставни предмет. Она још увек тешко успева да прати брз и буран развој физике као науке [5].

Сваки наставни процес има два основна циља-образовни и васпитни. Образовни циљ се огледа у стицању знања и вештина на основу којих се формира поглед на свет. Овај циљ се остварује директно кроз поједине наставне предмете у одређеним етапама. Предмети се морају прожимати и допуњавати тако да се на крају добија целовит поглед и схватање света који нас окружује. Образовним процесом млада личност стиче сазнања која представљају основу за неку практичну делатност или за овладавање неком специфичном области људског знања. Васпитним процесом се развијају особине неопходне сваком члану друштвене заједнице у којој живи, а која се карактерише одређеним правилима понашања. У савременом друштву, то би морао да буде млади човек који свесно жели да мења свет у коме живи у циљу бољег, културнијег, слободног и равноправног живота свих људи, ослобођених свих догми .

Методика наставног процеса физике истражује законитости, путеве и средства васпитања и образовања у процесу организованог изучавања физике. Развој физике поставио је последњих деценија озбиљне проблеме пред методику физике. Брзина којом се раније стицало знање постала је недовољна у садашњим условима. Постоје два основна правца развоја којима се ови проблеми покушавају превазићи. Један је увођење и примена техничких помагала, а други радикалне измене планова и програма, па и самих поступака изучавања физике. Задатак је врло деликатан и захтева добро познавање психологије ученика, циља који се жели постићи, услова организовања наставе. При том се стечена искуства не смеју олако одбацити. Мора се имати у виду да наставници не могу одједном да напусте дуго коришћене, разрађене и афирмисане методе и да крену прилично неизвесним новим путевима. Дидактика физике обухвата и обрађује низ питања везаних за извођење наставе физике. Та питања су у вези са задацима и циљевима наставе физике, наставним програмом, организацијом наставе физике, методама и средствима извођења наставе, функцијама, принципима и методама проверавања и оцењивања рада и знања ученика .

3.1. ДИДАКТИЧКИ ПРИНЦИПИ У НАСТАВИ ФИЗИКЕ

Дидактички принципи су општи ставови који су произашли из праксе и служе пракси, односно настави као планираном и организованом образовно–васпитном процесу. Наставни процес се може успешно остварити само ако су испуњене три основне претпоставке: планирање, образовна и васпитна компонента. Класична дидактика за остваривање ових основних елемената наставе предвиђа низ принципа као опште ставове.

У наставној делатности дидактички принципи представљају опште методичке ставове, односно начела која су разрађена и потврђена на основу практичних резултата образовно–васпитног процеса. Они указују на то како да рад наставника буде рационалан и ефикасан, како да се обезбеде најбоља решења образовних и васпитних задатака. Дидактички принципи одређују ток предавања и учења у складу са циљевима и законитостима наставног процеса. Они обухватају обраду и тумачење наставних садржаја, рад наставника, организоване облике образовно-васпитног рада, рад ученика, њихово усвајање знања, контролу, проверавање и оцењивање квалитета знања .

Адекватна примена дидактичких принципа подразумева стручно–научну оспособљеност наставника, његов креативно–стваралачки рад, као и друге способности и квалитете који се испољавају потврђују у разним конкретним ситуацијама и условима у којима се одвија наставни процес. Дидактички принципи се не могу посматрати и примењивати изоловано, већ у одређеној међусобној повезаности и систему, јер су они међусобно повезани и условљени. Наставник треба да зна како и када да примени сваки од принципа у одређеним условима у зависности од узраста ученика, карактера наставног садржаја, постављених општих наставних задатака, циљева и других фактора. У настави физике посебан значај имају следећи принципи :

1) Принцип научности непосредно произилази из научне заснованости наставног процеса. Наставни садржаји треба да буду у складу са стањем у савременој науци, односно, наука треба што мање да предњачи у односу на наставу. Суштина овог принципа огледа се у научној интерпретацији наставног градива, његовог утврђивања и примене у конкретној ситуацији, у формирању умења, вештина и навика, самосталном стицању знања, корелацији појединих наставних предмета, мултидисциплинарном решавању конкретних проблема, систематизацији и генерализацији знања усвојеног у проучавању дате дисциплине .

2) Принцип систематичности и поступности се први пут уводи у дидактику у XVII веку. Овај принцип истиче да је основни задатак савремене школе да ученицима пружи елементарно, заокружено знање о природи и људском друштву кроз различите наставне предмете како би били у стању да развију правилан поглед на свет и да га даља развијају. За то је потребно остварити систематичност у усвајању наставног градива, која се постиже правилним распоредом наставног градива кроз план и програм, поштујући при том основна начела дидактичке систематике. Дидактичка систематика нас упућује на четири основна начела систематичности и поступности: од ближег ка даљем, од једноставног ка сложеном, од лакшег ка тежем, од познатог ка непознатом. Ова четири начела обезбеђују

систематичност и поступност којом се у настави остварују трајна и сигурна знања ученика. Ново градиво се мора повезивати са претходним, једноставнијим и на тај начин градити знање које може да се примени у пракси.

3) Принцип очигледности је још Аристотел увео у наставу. Овај принцип је од изузетног значаја за наставу физике, али се настава не сме свести на коришћење очигледних средстава на часу. Правилно очигледно сазнавање је оно које се своди на свесно и планско посматрање предмета и појава, тј. примену експеримената и огледа у настави физике.

4) Принцип повезаности теорије и праксе у физици се остварује преко односа експеримента и теорије. Физика је природна наука и базира се на природним појавама које треба посматрати, повезивати, објашњавати и изводити закључке. Критеријум на основу кога се може верификовати свака тврдња у физици је експеримент. Експеримент у науци представља само део истраживања. Крајњи циљ је уопштавање појединих појава, ставова и тврдњи, односно изграђивање физичких теорија. Некада су теоријски проблеми и питања захтевали експерименталну проверу, а други пут су пракса и експерименти подразумевали теоријско објашњење.

5) Принцип свесне активности односи се на личност ученика у целини, али се различито изражава и поставља зависно од конкретне области делатности. Када је реч о научно–наставном раду, онда се често говори о стваралачкој, инвентивно–креативној активности појединца. Принцип свесне активности изражава општи став којим се исказује да ученик није објекат, него субјекат наставног процеса. Доследна примена овог принципа омогућава убрзано развијање интелектуалне радозналости и критичности, самокритичности и упорности у постизању циља. Степен активности ученика у процесу наставе физике, као и у настави других предмета, одређује се низом фактора: личним примером наставника, његовим ауторитетом, стручним, педагошким и људским квалитетима, садржајима програма, квалитетом уџбеника и приручника, условима рада итд. Да би се обезбедили активност и свесно усвајање знања у наставном процесу, примењују се различити методи. Када је реч о настави физике, приликом проучавања новог градива користе се огледна предавања, демонстрациони огледи, фронтални огледи, посебне врсте квантитативних и квалитативних задатака, задаци експерименталног и природно–техничког карактера.

6) Остварење принципа трајно усвојених знања, вештина и навика један је од основних задатака наставе физике. Трајност знања претпоставља свесно усвајање знања, овладавање умењем и навикама, мисаону активност и логичко мишљење, а не механичко памћење. Трајно усвајање подразумева понављање, увежбавање и утврђивање пређеног градива. Само када је усвојено знање постаје трајна својина, а ученици могу да га примене у различитим сазнајним и практичним ситуацијама.

7) Принцип индивидуализације наставног рада је у дидактику уведен због постојања разлике између ученика, не само у интелектуалним способностима, већ и у начину и брзини учења, интересовањима, склоностима, способностима опажања. Исти приступ

свим ученицима као скупу просечних ученика је одавно превазиђен. Оваквим приступом би били оштећени и талантовани ученици и слабији ученици. Талентованим ученицима би била ускраћена могућност да испоље сва своја интересовања, способности, услед чега би њихов даљи развој био угушен. Супротно томе, слабији ученици не би били у могућности да испрате наставу. Индивидуализовани рад обезбеђује да сваки ученик самостално учествује у решавању задатака, реализовању практичних, експерименталних вежби, као и другим облицима учења, што значи да се индивидуална настава прилагођава сваком појединоm ученику или групи ученика. Прилагођавањем наставе потребама ученика или групе ученика омогућен је њихов напредак у складу са сопственим могућностима.

8) Принцип идејне усмерености. Наставна делатност потчињена је и усмерена потребама и захтевима друштвене заједнице. У оквиру тог захтева треба посебно истаћи потребу спајања, прожимања наставе као основног облика образовно-васпитног процеса са производним и другим друштвено-корисним радом. Овај захтев претпоставља повезивање теорије са праксом и конкретну примену стеченог знања.

9) Принцип хуманизма заснован је на поштовању личности која се образује и васпитава , на вери у позитиван развитак младог човека и упорности наставника да се бори за успех сваког појединца. Убеђеност у коначан успех треба да дође до изражаја како у ставу и односу према ученику, тако и у облицима, средствима и методама које се користе у остваривању образовно–васпитног процеса. Принцип хуманизма у наставној делатности никада не подразумева смањивање захтева, попустљивост, болећивост према грешкама, пропустима и недостацима код ученика. Насупрот, овај принцип претпоставља одређену строгост, принципијалност, доследност у односу на благовремено испуњавање сопствених задатака и обавеза у односу на ученике.

10) Принцип примерености наставе заснован је на крилатици „Не наметати ученицима ништа, што није примерено њиховом узрасту“. Садржај и обим наставог градива, ниво интерпретације и начин усвајања, морају да одговарају психолошким и интелектуалним могућностима, физичким особинама, способностима и могућностима ученика и њиховим интересовањима, као и предзнању ученика. Остваривање тих захтева повезано је са адекватним избором и применом наставних метода и поступака, као и одговарајућих техничких и других помагала. Иако овај принцип ограничава наставу на нивоу интелектуалног, психолошког, биолошког развоја, истовремено оставља довољно простора за самосталан рад и учење, подстицање мисаоне активности, што су основне премисе за даљи духовни развој и напредовање сваке личности.

11) Принцип антиципације. Општи је став да наставник повремено треба да информише ученике (бар начелно) о најновијим истраживањима и резултатима у физици и о њиховом могућим применама. У уџбенику физике такве научне новине могу се наћи као фуснота. При томе, наставник треба да нађе складни однос између принципа примерености, научности и антиципације. Препоручује се да наставник предаје антиципирано она поглавља физике која боље познаје. Али од ученика не треба очекивати

да своје интересовање усмере на допунско упознавање баш оних области које њиховом наставнику боље " леже" и да се у том смислу запоставе остали делови физике .

12) Принцип интегралности. Физика, као и наука уопште, није скуп изолованих чињеница и њихових линеарних уопштавања, него јединствени и кохерентни систем знања, односно закона, принципа и теорија. Физика као наставни предмет, подељена је на предметна подручја, па су традиционално формиране привидно индивидуалне области ове науке. Међутим, све те целине, поред релативне аутономности и самосталности, су међусобно тесно повезане. Принцип интегралности изражава и чињеница да се ниједан наставни предмет, нарочито физика, не може ослањати само на сопствену логичку структуру, него се мора уважавати и однос са другим наставним дисциплинама.

За наставу физике најзначајнији су принципи научности, систематичности, очигледности, принцип повезаности теорије и праксе и принцип трајности усвојених знања јер омогућавају заокруживање знања у јединствену целину и развој логичног мишљења неопходног за функционисање у савременом свету.

4. ЗАДАЦИ

У данашње време не постоји тачна дефиницаја задатка. Она зависи од врсте науке у којој се дефинише, нивоа знања и примене у настави.

Руски психолог Гуров задатак дефинише као објект мисаоне делатности који садржи захтев за неки практични преображај или за одговор на теоретско питање помоћу тражења услова уз допуштено откривање везе између познатих и непознатих елемената.

Школски задатак се разликује од других задатака у томе што се његов циљ и резултат разликују у промени активних субјеката, садржаним у овладавању одређеним способностима за деловање (рад), а не у промени предмета са којим субјект дејствује.

Научити ученике да решавају задатке један је од главних циљева и коначних циљева наставе физике.

4.1. ЗАДАЦИ У НАСТАВИ ФИЗИКЕ

Настава физике не одређује се само квантитетом и квалитетом усвојеног знања, него и тиме колико то знање може да се примени како у остваривању нових наставних циљева, тако и у решавању конкретних проблема и задатака техничке и практичне природе.

Примена знања, његова конкретизација у реалним условима, најобјективнији је показатељ свесне усвојености, степена осмишљености и трајности стеченог знања. Примена знања је највиша фаза у процесу стицања сазнања. Пасивно, тзв. „књишко знање", неупотребљиво знање у ствари и није знање.

Примена знања у конкретним случајевима не врши се сама од себе. Познавање физичких објеката, појава и њихових закона је потребан, али не и довољан услов. Неопходне су посебне припреме и специјална увежбавања. У процесу увежбавања знања, нарочито значајно место и улогу имају задаци у настави физике.

Решавање задатака је нераздвојива компонента наставе физике без које би знање у овој науци било празно, апстрактно и добрим делом формално.
Научити ученике да решавају задатке један је од главних и коначних циљева наставе физике. Основни циљ решавања задатака јесте у томе да ученици дубље схвате физичке величине, законе и теорије и њихову примену у решавању одређених проблема. Ниједна формулација или формула не може бити свесно усвојена све дотле док није проверена и потврђена кроз решавање конкретних задатака.
Решавање задатака подстиче мисаону активност и знатно доприноси развитку логичког и креативно-стваралачког мишљења и усмерава ученика на самостални рад, доношење оригиналних решења и закључака. На тај начин ученик се припрема и анимира за самоиницијативно освајање знања.
Задаци у настави физике имају и друге функције и циљеве. У току њиховог решавања могу да се уводе нови појмови, величине; да се откривају њихове везе и односи и на основу тога да се формулишу физичке законитости, да се изведу формуле, објасне и запамте функционалне зависности између физичких величина, њихове дефиниције и бројне вредности, одговарајуће димензије и мерне јединице; користе се за понављање и утврђивање пређеног градива, проверавање и оцењивање, систематизацију и генерализацију знања.
Решавање задатака не може да буде изоловано од теоријске интерпретације и квантитизације наставног градива, нити од других метода рада посебно кад је реч о експерименталним вежбама и физичком практикуму.

4.2. УЛОГА, ЗНАЧАЈ И МЕТОДИКА РЕШАВАЊА ЗАДАТАКА ИЗ ФИЗИКЕ

Решавање задатака из физике као процес и метода примене знања уведена је у школску праксу онда када је педагошка наука дошла до сазнања да знања која ученици поседују имају претежно формалан карактер, уколико се ученици не доведу у ситуацију да их на неки начин користе. Ниједна дефиниција, закон, формула или теорија нису трајно усвојени ако их ученици само знају, а не употребљавају. Самом процесу решавања одговарајућих задатака стичу се дубља и потпуна знања [6]. Тек тада изучавана формула оживи у свести ученика, знања постају осмишљена, па се тиме постиже већа трајност, тј. памћење.
Код многих ученика рад на решавању задатака повећава интересовање за физику, развија логичко мишљење, подстиче на иницијативу и упорност у савлађивању потешкоћа, јача се воља и стиче самосталност у раду.
Улога и значај вежбања у решавању задатака у настави физике састоји се у томе што се постиже:

1. Конкретизација и осмишљавање теоријских знања;
2. Повезивање стечених знања са свакодневним животом;
3. Стицање умећа и навика за практичну примену изучаваног градива;
4. Развијање способности за обављање мисаоних операција;

5. Развијање самосталности и изграђивање других позитивних вредности ученикове личности, понављање, продубљивање и утврђивање знања, развијање интересовања за предмет и кориговање ученичких знања и умећа.

У педагошкој и методичкој литератури задатак из физике се представља у облику система, чије стање карактеришу одређени параметри. Задатак из физике у школској пракси називају мањим проблемом, који се решава помоћу логичког закључивања, математичких операција и експеримената на основу метода и закона физике. Задатак из физике се састоји из услова и захтева, при чему постоји унутрашња веза између познатих и тражених величина и та веза одређује структуру и тежину задатка. Решавање задатка се састоји управо од проналажења тих веза, узрока и последица о којима се у задатку говори. Због овога се уводи појам познате и непознате величине. Познате величине су дате самим дефинисањем задатка тј. поставком, док проналажење непознате величине чини процес решавања задатка. Познате величине су најчешће параметри, док су непознате величине физички закони, правила и принципи. На решавање задатака из физике утичу два фактора, структура самог задатка (његове особине) и индивидуалне особине детета које решава задатак .

Процес решавања задатака укључује избор и стратегију решавања задатака, дефинисање општих и посебних правила које је могуће применити при решавању задатака. Стратегија решавања обухвата формирање идеје о начину решавања конкретног задатка. Стратегија решавања се састоји од три етапе: прелиминарне, која обухвата изучавање услова задатака и анализу његовог текста; планске, која обухвата формирање идеје о решавању задатка и реализације, као процеса самог решавања задатка и провере његовог решења. При учењу како се решавају задаци из физике користе се општа правила и посебни начини решавања задатака. Општа правила усмеравају на одређивање основних прилаза решавању задатака физике, док посебна правила упућују на развој специфичног начина размишљања које физика као наука развија .

Основне етапе у процесу вежбања у решавању задатака су:

1. Саопштавање или читање задатка и прегледно записивање датих, потребних и тражених задатака;
2. Скраћено понављање захтева задатка
3. Анализа услова и тражење идеје за решавање задатка;
4. Добијање решења;
5. Провера решења путем свођења јединица или вршења димензионе провере;
6. Замена бројних вредности и груба процена реда величине резултата, а затим строго израчунавање;
7. Дискусија решења.

Подаци се исписују један испод другог истовремено са читањем задатка. Са исписом података, подвлачи се црта испод и исписују подаци који се траже један испод другог. Увек када постоји могућност да се слика употреби, треба захтевати да ученици направе своји скицу, како би показали степен разумевања задатка.

Анализа задатка се састоји у утврђивању постојеће повезаности датих услова задатака и тражених захтева, с циљем откривања могућности да се преко познатих величина одреде оне непознате које се у задатку траже. Етапа добијања решења је чисто математичке природе, за разлику од претходне, где је тежиште било на физичкој страни проблема тј. у физичким процесима који се увек налазе у основи сваког задатка из физике. Пре израчунавања подаци се морају изразити у SI јединицама. Дискусија решења подразумева разматрање два питања:

а) да ли решење има физилки смисао, и

б) да ли постоји могућност да се дати задатак реши и на неки други начин, указујући на предност или недостатак у односу на примењени

Задаци из физике често представљају апстракцију неке реалне ситуације. Важност ових задатака је у томе што се код њих истиче и објашњава суштина физичке појаве. Решавање задатка са реалном ситуацијом олакшава решавање задатка, али не доприноси превише развијању навике примене знања у пракси, тј. у свакодневном животу. Да би се развила примена знања стечених решавањем задатака из физике, потребно је прво развити специфичан начин размишљања, а затим већину проблема показати деци кроз демонстрацију или експеримент .

У пракси наставе физике се примењује моделирање физичких процеса као наставна метода. Суштина методе је да се на основу проучаваног физичког објекта изгради модел, који замењује оригинал и служи као предмет проучавања. У зависности од начина и градње, модели се могу поделити на материјалне (градивне) и идеалистичке (замишљене). У школском градиву физике ширу примену су нашли идеалистички модели појмова као што су материјална тачка, идеалан гас, апсолутно црно тело. Постоји још једна подела модела који се користе у процесу решавања задатака на помоћне и главне моделе. Главни модел је у суштини нови задатак, који замењује изворни и олакшава решавање. Помоћни модел се користи за анализу задатка и обухвата скице, цртеже, шеме и графике.

Задатке прво треба радити од лакшег ка тежим, и увек из истих области и да буду повезани. То ће донети ученицима могућност уочавања сличности и разлика са већ наученим. У погледу садржине задатака треба радити не само оне задатке у који конкретизују примену теоријских знања, већ да истовремено потпомажу развијање способности мишљења, да мотивишу ученике на решавање задатака.

Функција задатка из физике у систему школовања је да се одреде нивои усвојеног градива и да се ученици класификују по развијености спознајних способности и стваралачких могућности. Пошто се ученици увек налазе на различитим нивоима и знања и способности неопходно је пронаћи прилаз решавању одређеног типа задатака.

5. КЛАСИФИКАЦИЈА ЗАДАТАКА

У литератури постоје различите класификације задатака из физике. У зависности од начина класификације један задатак може бити убрајан у различите класификације. Из овога произилази да је класификација задатака непотпуна и не до краја доследна .
Руски аутори В.И. Богдан, Б.А. Бондарь и Д. И. Кульбицкии задатке класификују према

- Према дидактичком циљу- тренажни, стваралачки, контролни;
- Према начину задавања услова – текстуални, задатак-график, задатак-цртеж, задатак-оглед;
- Према степену тежине – једноставни, сложени, комбиновани;
- Према начину решавања – квалитативни, квантитативни, графички, експеримантални

У методичкој литератури постоји подела задатака из физике према следећим особинама
- По карактеру захтева
- По садржају
- По начину поставке и решавања
- Према постављеним циљевима

По начину изражавања услова задатака и методама решавања из физике, могуће их је поделити на
- Текстуалне
- Експрименталне
- Графичке

По садржају задатке делимо на
- Историјске
- Техничке
- Интердисциплинарне

5.1. ПОДЕЛА ЗАДАТАКА ПО РУСКИМ АУТОРИМА

5.1.1. КЛАСИФИКАЦИЈА ПО ДИДАКТИЧКОМ ЦИЉУ

Према овој класификацији задаци се деле на тренажне, стваралачке и контролне.

1) Тренажни задаци се користе за репродуковање већ пређеног знања, они су неопходни као почетна етапа у процесу усвајања изложеног наставног градива. Тренинг задаци се могу поделити по тежини на три нивоа, тренинг задатке првог, другог и трећег нивоа.

Тренинг задаци првог нивоа су задаци који представљају чисту примену формула и користе се за лакше памћење градива.

Тренинг задаци другог нивоа захтевају анализу одређене физичке ситуације. Ови задаци усмеравају се не само на памћење неги и не репродуктивно мишљење. Они од ученика захтевају самосталну модификацију знања и примену у конкретним ситуацијама постављеним условима задатка. Ови задаци омогућавају продубљивање знања и његову примену у конкретним практичним ситуацијама.

Тренинг задаци трећег нивоа се могу решавати непосредно на основу знања које је добијено на часовима физике. До њиховог коначног решења може се доћи на основу одређених упоредних анализа, аналогија и сличности са оним већ познато. Решавање такве врсте задатака од ученика захтева да самостално размишља, расуђује и доноси одређене закључке.

2) Стваралачки задаци могу да буду формулисани у облику питања или рачунског задатка. Одговор или решење подразумева самостално закључивање ученика и увођење нових појмова и величина.

3) Контролни задаци се користе за проверу стеченог знања ученика. Могу се поделити по тежини, да би се одредио ниво знања ученика. По начину поставке могу бити квалитативни (задаци-питања) и квантитативни (рачунски). Могу бити засновани на провери умења и способности, уколико се оцењује лабораторијски рад.

5.1.2. КЛАСИФИКАЦИЈА ПРЕМА НАЧИНУ ЗАДАВАЊА УСЛОВА

Према овој подели задаци могу бити текстуани, задатак-график, задатак-цртеж и задатак-оглед.

1) Текстуални задаци проблемске ситуације изражавају текстом. Деле се на квалитативне-задатке питања и квантитативне-рачунске задатке. Са текстуалним задацима ћемо се боље упознати у наредним поглављима.

2) Задатак-график омогућава одређивање функционалне зависноси између величина које карактеришу објекте или појаве. На основу добијене функционалне зависности дефинишу се узајамне везе између објеката и појава, односно између узрока и последица.

Графички представљена функционална зависност је веома очигледна и приступачна за анализу. График на релативно једноставан начин открива физичку законитост. Ови задаци се користе у низу случајева када знање из математике код ученика није на одговарајућем нивоу, а графички се могу приказати одређени процеси који се тек на каснијем стадијуму могу изразити и аналитички. Значај графичких задатака је вишеструк: графикони много очигледније показују зависност и односе међу физичким величинама него што се то може уочити код функционалних веза; развијају се не само мишљење и памћење него и посматрачке способности и моторне радње; стичу се навике прецизног, педатног и брзог цртања; припремају се ученици за успешније извођење лабораторијских вежби и демонстрациони огледа. На крају само треба напоменути, да правилно коришћење графичких задатака не подразумева само исцртавање датих зависности већ и њихову анализу.

3) Задатак-цртеж се користи као део поступка решавања сложенијих задатака. Представља скицу реалне ситуације постављене текстом задатка. Задатак-цртеж учи ученике да користе физичке моделе и на тај начин олакшају себи решавање задате ситуације.

4) Задатак-оглед се своди на експериментални задатак са којим ћемо се боље упознати у наредном тексту.

5.1.3. КЛАСИФИКАЦИЈА ПРЕМА ТЕЖИНИ ЗАДАТАКА

Постоје две класификације задатака према сложености. По једној се задаци деле на једноставне, сложене и комбиноване, а по другој задатке делимо само на просте и комбиноване.

Прости или једноставни задаци не захтевају сложену анализу и не траже много изучавања. За њихово решавање је најчешће потребна једна до две формуле. Циљ ових задатака је да ученици лакше запамте формулу, науче да замењују податке у једначину, утврде знање појединих физичких величина, константи и др. По дидактичким циљевима ови задаци служе за увежбавање градива, најчешће се раде после изучавања нових законитости или у домаћим задацима.

Сложени задаци представљају компликованије задатке који за своје решавање захтева добро познавање заокруженог знања једне пређене области.

Комбиновани задаци представљају примену више законитости из различитих тема и области физике. Ови задаци најчешће садрже проблемску ситуацију и елементе новог градива. Сврха ових задатака је продубљивање знања ученика, ширење слике о узајмности физичких појава, а такође и тематска провера знања .

5.1.4. КЛАСИФИКАЦИЈА ПРЕМА НАЧИНУ РЕШАВАЊА

Према овој класификацији задаци се деле на квалитативне, квантитативне, графичке и експериметалне.

Са квалитативним (1) и квантитативним (2) задацима ћемо се боље упознати у наредним поглављима. Са графички задацима (3) смо се већ упознали.

4)Ученици при решавању експерименталних задатака исказују велику практичну вештину, умење и самосталност у раду, али нажалост ова врста задатака није довољно заступљена у данашњој настави физике. Велике могућности које пружа примена експеримената у настави и чињеница да су за већину ученика врло занимљиви, довољан су разлог за њихову редовну употребу, како у обради новог градива, тако и приликом понављања наученог.

Експерименти треба да буду једноставни, а услови при којима се изводе лако објашњиви ученицима. Будући да експеримент у настави захтева доста времена наопходна је добра припрема како наставника, тако и ученика.

Подаци за решавање експерименталних задатака добијају се непосредно из огледа путем мерења физичких величина, чије је вредности потребно знати с обзиром на услове задатка. На овај начин ученици остварују знања о природи али и саме механизме стицања знања односно, уче да спознаја истине подразумева и проналажење пута којим се стиже до те истине [7].

Решавање експеримантелних задатака садржи следеће етапе: постављање задатка, анализа услова задатка, мерење, обрада добијених резултата, проверавање решења и коментар добијеног резултата.

Експериментални задаци могу бити различити по тежини, али треба водити рачуна о томе да буду примерени узрасту и предзнању ученика. Зависно од садржаја и циља, користе се: задаци код којих се експеримент изводи да би се проверила тачност решења које се добија теоријским путем, задаци са елементима истраживачког карактера,..

Употребом експеримента у настави природних наука постижу се бројни разултати, као што су [7]:

- Боље разумевање природних појава
- Подстичу се, стимулишу и буде интелектуалне радозналости ученика
- Подстиче се принцип развоја од простог ка сложеном
- Подстиче се принцип дејства супротности
- Знања добијена путем експеримента су трајнија од осталих знања
- Ученик учи деловањем
- Ученик уочава јединство материје
- Прави се разумљива веза између живе и неживе материје, као и природних појава
- Боље се уочавају и схватају природне узрочно-последичне везе
- Подстиче се трансформисање стечених знања у вештине и навике
- Ученик боље разуме свет око себе
- Развијају се способности запажања важних момената

- Развијају се способности вршења графичке анализе
- Развија се ученикова одговорност према животној средини

Према циљу и садржају експерименти могу бити основни, упоредни и модел експерименти. Знања о основним природним појавама, процесима ученици стичу путем основних експеримената, док ће за утврђивање појмова бити погоднији упоредни експеримент. Код упоредних експеримената један тип експеримента се изводи са различитим супстанцама у истим условима, или се посматра понашање једног процеса у различитим условима. Приказивање неког сложеног индустријског поступка или природне појаве која се не може непосредно посматрати врши се помоћу модела. Њихова употрба је мање заступљена у разредној настави.

На основу трајања разликујемо краткотрајне и дуготрајне експерименте.

Експериментални задаци су најчешће комбинација кратког експеримента, логичког расуђивања и одговарајућих израчунавања. Задаци овог типа су врло интересантни ученицима, радо их решавају и служе им као ефикасно мотивационо средство у учењу физике. Овакви задаци доприносе до знатног развијања ученичког мишљења, омоућавајући природно повезивање теорије и праксе.

5.2.ПОДЕЛА ЗАДАТАКА У МЕТОДИЧКОЈ ЛИТЕРАТУРИ

5.2.1. КЛАСИФИКАЦИЈА ПО КАРАКТЕРУ ЗАХТЕВА

Класификација по карактеру захтева се своди на класификацију задатака по тежини. Задаци су подељени на просте (једноставне), сложене и комбиноване. Са овим врстама задатака смо се упознали у претходном тексту.

5.2.2. КЛАСИФИКАЦИЈА ЗАДАТАКА ПО САДРЖАЈУ

Класификација задатака по садржају дели задатке са историјским садржајем, техничким садржајем и интердисциплинарним садржајем .

1) Задаци са историјским садржајем имају циљ да кроз садржај упуте ученике на историјски карактер физичких открића, огледа, проналазака, метода одређивања физичких величина... На овај начин се ученик упознаје са елементима историје физике и технике и буди се његово интересовање за самостално истраживање историје научних открића.

2) Задаци са техничким садржајем се односе на задатке који у тексту носе податке о индустријској и пољопривредној производњи, транспорту и везама... Ови задаци морају бити логички повезани са градивом из физике и садржати податке о техничким објектима и појавама које имају широку примену у привреди. Кроз ове задатке ученици се приближавају производним условима и процесима. Најзначајнији задаци који припадају овој групи су задаци који се користе код техничког прорачуна-прорачун електричног кола, потрошње електричне енергије...Примена ових задатака у наставном процесу доприноси оспособљавању ученика, повећава њихово интересовање за физику и технику и упознаје их са достигнућима и перспективом науке и технике.

3) Задаци интердисциплинарног садржаја описују савремену примену физике у другим областима науке. Посебна врста ових задатака су задаци са биофизичким садржајем. На овај начин се уводи градиво биофизике у курс физике. Решавање задатака са биофизичким садржајем омогућава показивање јединства закона природе, примену неких закона физике на живе организме, упознавање са физичким методама истраживања која се широко примењују у биологији и медицини .

5.2.3. *КЛАСИФИКАЦИЈА ПО НАЧИНУ ПОСТАВКЕ И РЕШЕЊА*

Ова класификација се своди на класификацију према начину решавања задатака из физике. Задаци се деле на квалитативне, квантитативне, графичке и експерименталне.

5.2.4. *КЛАСИФИКАЦИЈА ПРЕМА ПОСТАВЉЕНИМ ЦИЉЕВИМА*

Класификација према постављеним циљевима се своди на класификацију према дидактичком циљу. По овом критеријуму задаци се деле на тренажне, стваралачке и контролне.

5.3. КЛАСИФИКАЦИЈА ПРЕМА НАЧИНУ ПОСТАВЉАЊА УСЛОВА ЗАДАТАКА

По начину изражавања услова задатака из физике, могуће их је поделити на: текстуалне, експерименталне и графичке.

1) У наставном процесу највише се примењују текстуални задаци. То су задаци код којих су услови изражени речима, тј. у виду текста који садржи све неопходне податке осим физичких константи. Текст задатка често може садржати податке због којих решење задатка није очигледно. Значај других података, датих у задатку може бити мање очигледан и могу се учинити неважним за решавање задатка. Због тога је за решавање задатка потребно одабрати оне податке који су битни. Услови задатка исказани у облику текста често се чине неподесним за сликовито представљање задатака. Зато је битан корак у решавању задатака прекомпоновање одређених делова и тумачење да би задатак могао да се представи преко ознака, скица или шема.

У зависности од карактера и метода истраживања физичких појава текстуални задаци се могу поделити на:

- Квалитативне
- Квантитативне(рачунске)

Квалитативни задаци обухватају задатке код којих се при решавању одређује само квалитативна зависност између физичких величина. При решавању ових задатака нема никаквих израчунавања. Решење код ове врсте задатака се добија применом физичких закона на анализирану појаву о којој се говори у задатку, тј. објашњава се физичка суштина појаве. Ова врста задатака је најпримеренија за почетне етапе усвајања новог градива.

Квалитативни задаци се формулишу речима, могу се ослањати на илустрације а могу представљати и извођењем експеримента.

При решавању ове врсте задатака примењује се аналитичко-синтетичка метода, суштина закључивања је у томе да се помоћу индукције и дедукције гради логичко закључивање, засновано на физичким законима. Редослед етапа решавања квалитативних задатака је:

- Упознавање са условима задатка, његово тумачење и усвајање података.
- Анализа садржаја задатка, појашњење његовог физичког смисла, цртање графика, скице или цртежа.
- Аналитичко и синтетичко размишљање да би упростили сложене појаве на ниво простих појава, затим обједините последице које су добијене путем примене физичких закона ка конкретном случају у општи закључак.
- Сврха квалитативних задатака је да заинтересују ученике за предмет, да развију логичко размишљање и да их оспособе да примене знање за објашњавање процеса у природи. Квалитативни задаци се укључују у самосталне и контролне радове, или у домаће задатке .

Квантитативни задаци су задаци код којих се решавањем одређује количинска (рачунска или бројна) зависност између физичких величина. Да би решили овај тип задатака потребно је користити одређене математичке операције.

Решавање овог типа задатака започиње квалитативном анализом и допуњује се квантитативном анализом тј. израчунавањем одређене величине применом рачунског поступка.

Пропуст код овог типа задатака може бити то да се квалитативна анализа изоставља, и да се решавању задатка приступа чистом применом формуле и математичких операција, тада математичке особине задатка испливавају у први план, док се физичка суштина задатка губи.

Решавање квантитативних задатака доприноси бољем усвајању физичке теорије, појмова и закона, формира реално знање и васпитава ученика о материјалистичкој представи природе .

Са графичким и експерименталним задацима смо се већ упознали.

6. ЗАДАЦИ ИЗ ФИЗИКЕ ЉУДСКОГ ОРГАНИЗМА

6.1. БИОМЕХАНИКА ЛОКОМОТОРНОГ СИСТЕМА ЧОВЕКА

6.1.1. ЛОКОМОТОРНИ СИСТЕМ

Локомоторни систем омогућава човеку да се креће у простору. Састоји се од активног и пасивног дела. Активни део чине мишићи, а пасивни кости и зглобови.

Костуру човека припада 40% запремине и 60% масе тела. Скелетни систем се састоји од 200 костију тела, које су међусобно повезане зглобовима [2]. Он обезбеђује заштиту и подршку органима, покретање тела, представља складиште минерала и масти и место настанка крвних ћелија. Кости се према облику могу поделити на дуге, кратке, пљоснате и кости неправилног облика. Дуге кости имју дужину израженију него ширину. Састоје се од средишњег дела (*diaphysis*) који је цилиндричног облика и окрајка (*epiphysis*) који улази у састав зглоба. У неким дугим костима постоји коштана шупљина у којој се налази коштана срж. Дуге кости су кости руку и ногу. Кратке кости имају све три димензије једнако изражене. Најчешће су приближно кубног или кружног облика. Ове кости чине шаке и стопала. Равне или пљоснате кости су веома танке кости и најчешће су закривљане. Служе као заштита меким деловима организма. Такве кости су кости лобање, карличне кости, грудна кост и кости рамена. Неправнилне кости по облику се не могу сврстати ни у једну од претходних категорија. То су кости лица и кичмени пршљенови

Зглоб представља спој између две кости, при чему је окрајак једне испупчен и назива се глава кости, док је други окрајак удубљен и представља чашицу. Зглобови се могу поделити на покретне (*diarthrosis)* и непокретне (*synarthrosis*) [2]. Синартрозе (непокретни зглобови) су континуирани спојеви између костију. Диартрозе (покретни зглобови) су спојеви са прекидом континуитета између костију, до којег је дошло услед формирања шупљине у дубини споја. У састав покретног зглоба улазе окрајци костију-један испупчен, један издубљен и они су раздвојени зглобном шупљином. Унутар шупљине се налази синовијална течност која обезбеђује мали коефицијент трења између костију (μ=0,01). У састав зглоба улазе још и лигаменти који чине зглобну везу.

Мишићи представљају активне елементе локомоторног система јер се на њиховим крајевима генеришу силе приликом контракције. Узрок настанка сила се везује за генерисање електричних импулса који се простиру дуж моторних нерава из кичмене мождине до влакна мишића где изазивају њихову контракцију. Генерално, силе су електричног порекла. Оне на кости делују преко тетива које повезују мишиће са костима и изазивају њихове покрете. Подела мишића је извршена на основу грађе, контракције и инервације на глатко, срчано и скелетно мишићно ткиво. Глатко мишићно ткиво је специјализовано за контракције слабе снаге и дужег трајања. Ово ткиво се налази у органима у којима се врше слаби и спори аутоматски покрети. Глатко мишићно ткиво се налази у зидовима крвних и лимфних судова, у зиду система за варење, душнику, одводним каналима жлезда, у одводима мокраћних и полних путева, у оку и кожи. Срчано мишићно ткиво је изграђено од попречно-пругастих мишића која се контрахују без утицаја наше воље тј. аутоматски. Постоје две врсте мишићних влакана, једна врста чини радну мускулатуру срца-специјализовану за извршење контракција, док друга врста чини спроводну мускулатуру, тј. спроводни систем срца, специјализован за спровођење електричних импулса по површини срца.

6.1.2. ФУНКЦИОНИСАЊЕ ЛОКОМОТОРНОГ СИСТЕМА

Круто тело представља модел код кога се међусобни положај појединих тачака не мења. Овакво тело се не деформише под дејством сила, али се под њеним дејством креће транслационо и ротационо. Модел крутог тела се може применити као модел костију при изучавању локомоторног система [1].

Свака сила $\vec{F}$ може бити разложена на компоненте дуж x, y и z осе (F_x, F_y, F_z). У стању мировања сума свих сила $\vec{F}$ које делују на тело у свим правцима је једнака нули:

$$\sum F_x = 0 \sum F_y = 0 \sum F_z = 0 \qquad (6.1.1)$$

У овом случају брзина центра масе тела је константна у свим правцима. Ове силе могу бити у равнотежи за цело тело, или за део тела. Једначине (6.1.1) представљају услов за транслациону равнотежу. Транслација је кретање при којем све тачке тела прелазе исте путеве под дејством резултујуће силе и имају исту брзину и убрзање:

$$F = m \cdot a = m \cdot \frac{dv}{dt} = m\frac{dp}{dt}$$

Код транслаторног кретања сила доводи тело до убрзања $\vec{a}$ ($\vec{a}$ =d²r/dt²), што доводи до промене брзине $\vec{v}$ ($\vec{v}$ =dr/dt) и момента импулса $\vec{p}$ ($\vec{p}$ =mdv/dt).

Слично сили, и обртни момен $\vec{\tau}$ (или $\vec{M}$) може бити разложен по компонентама x,y и z-осе. У стању мировања обртни момент целог тела или дела тела је једнак нули:

$$\sum \tau_x = 0 \sum \tau_y = 0 \sum \tau_z = 0$$
(6.1.2)

Генерално момет силе се може дефинисати као векторски производ радијус вектора $\vec{r}$ тачке у којој делује сила и саме силе $\vec{F}$:

$$\tau = \vec{r} \times \vec{F} \qquad (6.1.3)$$

На тело може деловати више сила истовремено. За сваку од њих се може дефинисати момент силе. Ротациона равнотежа крутог тела постиже се када је испуњен услов да је алгебарски збир свих момената сила једнак нули

$$\sum \tau_i = \sum r_i \times \sum F_i = \sum F_i \cdot l_i = 0 \tag{6.1.4}$$

Ротациона равнотежа подразумева да тело не ротира или да ротира константном брзином . На крају, да би круто тело било у равнотежи, његове тачке морају да се покоравају услову равнотеже тј.сума свих сила које делују на тело и њихових момената мора бити једнака нули:

$$\sum F_i = 0 \quad \sum M_i = 0 \tag{6.1.5}$$

Кретање многих делова тела се може посматрати као кретање у једној равни. То је најчешће xy раван за коју је z компонента константна. Пример оваквог кретања су покрети колена и лактова. Проблем померања ногу и кукова се такође може посматрати у две димензије, тако да се шест једначина које описују силу и обртни момент ($\vec{\tau}$) могу свести на три једначине:

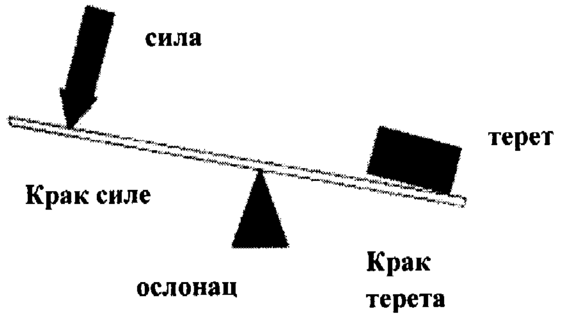
$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum \tau_z = 0$$

Проблем кретање делова тела се може описати помоћу једног од три типа полуге. Гледано са физичке стране полуге су крута тела која се не деформишу под дејством силе. У реалности деформација костију под дејством стварних сила је релативно мала, па се у првој апроксимацији може занемарити.

Полуга је свако круто тело које може да ротира око своје осе, која пролази кроз његов ослонац.

На слици . је приказана полуга која може да ротира око осе која је нормална на раван цртежа и пролази кроз тачку О

полуга



Слика 1. Полуга
Извор: http://www.currentreports.info

На једном крају полуге делује сила $\vec{F}$ (у случају локомоторног система она потиче од мишића), а на другом оптерећење $\vec{Q}$. Нормално растојање од тачке ослонца до нападне линије силе је крак силе *a*, док је нормално растојање од тачке ослонца до нападне линије терета крак терета *b*. На полугу истовремено делују два момента-момент силе $\vec{F}$ и момент терета $\vec{Q}$. Полуга је у равнотежи ако су ова два момента једнака по интензитету али супротног смера. Из овог услова се изводи једначина равнотеже полуге

$$F \cdot a = Q \cdot b \tag{6.1.6}$$

Полуга је у равнотежи када је производ силе и њеног крака једнак производу терета и његовог крака .

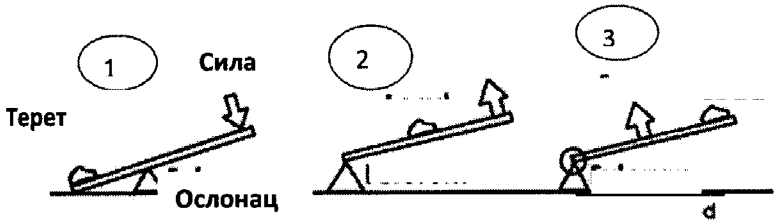
За анализу функционисања полуга у телу човека потребно је знати тачан положај нападне тачке силе мишића, тачке ослонца и нападне тачке терета. У односу на међусобни положај ових елемената полуге можемо поделити на :

1. Полуге прве врсте
2. Полуге друге врсте
3. Полуге треће врсте

Полуге прве врсте су двокраке полуге код којих терет и мишић дејствују са супротних страна ослонца и то у истом правцу.

Полуге друге врсте су једнокраке полуге код којих терет и мишић дејствују са исте стране ослонца, при чему терет дејствује ближе ослонцу.

Полуге треће врсте су једнокраке полуге код којих терет и мишић дејствују са исте стране ослонца али је сад тачка дејства мишића ближа ослонцу од тачке дејства терет.



1. Полуга прве врсте
2. Полуга друге врсте
3. Полуга треће врсте

Слика 2. Врсте полуге
Извор: http://www.professorbeaker.com

6.1.3. ЗАДАЦИ ИЗ БИОМЕХАНИКЕ ЛОКОМОТОРНОГ СИСТЕМА

1. Са које најмање висине *h* треба да падне особа масе $m=70\ kg$ под најнеповољнијим условима на равну и чврсту подлогу па да дође до фрактуре потоленичне кости на месту површине попречног пресека $S=5\ cm^2$, ако је критични напон лома при аксијалном деловању силе кости $\sigma_c=0{,}1\ GN/m^2$? За време трајања контакта са подлогом је $\Delta t=0{,}01\ s$.

Решење:

$m = 70\ \ kg$

$S = 5\ cm^2$

$\sigma_c = 0{,}1\ GN / m^2$

$\Delta t = 0{,}01\ s$

$h = ?$

При паду човека долази до краткотрајног дејства силе, па се може применити закон импулса силе :

$$\bar{F}\,\Delta t = \Delta(mv) \tag{6.1.7}$$

$\bar{F}\,\Delta t$ је импулс средње вредности силе који тело предаје подлози при контакту са њом

$\Delta(mv)$ је промена количине кретања тела

При падању тела са висине h , брзина коју добије тело је :

$$v_p = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \tag{6.1.8}$$

Ова брзина је брзина коју тело има у тренутку контакта са подлогом. Пошто се сматра да је подлога чврста и равна, тако да не апсорбује удар услед дејства мишића, због заустављања тела $v_k = 0$. На основу овога можемо написати да је импулс средње силе који тело предаје подлози :

$$\bar{F}\,\Delta t = 0 - mv_p = -mv_p$$

Са друге стране, тело од подлоге добија исти импулс супротног смера :

$$\bar{F}\,\Delta t = m\sqrt{2gh}$$

На крају можемо написати да је :

$$h = \frac{1}{2g}\left(\frac{\bar{F}\Delta t}{m}\right)^2 \tag{6.1.9}$$

Да би дошло до фрактуре треба средњу вредност силе заменити критичном силом лома за задати попречни пресек. По дефиницији критични напон лома је:

$$\sigma = \frac{F}{s} \tag{6.1.10}$$

Па одатле можемо извести формулу за критичну силу:

$$F_c = \sigma_c s$$

Претходну формулу можемо заменити у формулу (6.1.9), па добијамо тражену висину:

$$\boxed{h = \frac{1}{2g}\left(\frac{F_c\Delta t}{m}\right)^2 = \frac{1}{2g}\left(\frac{\sigma_c s\Delta t}{m}\right) = 2{,}6\quad cm} \tag{6.1.11}$$

2. Особа масе $m=70\ kg$ пада са стене високе $h=3\ m$. При успостављању контакта са подлогом прелази у чучањ, савијајући ноге за $\Delta h=60\ cm$ док се не заустави, трпећи при томе константно успорење. Коликом средњом вредношћу силе делују ноге на тело за време заустављања? Ако је напон за тибиу (*tibia)* при аксијалном деловању силе $\sigma_c=1,4\cdot 10^8\ N/m^2$, а њен најмањи пресек је $S=3,25\ cm^2$, да ли ће овај пад довести и до фрактуре?

Решење:

$m = 70\ kg$

$h = 3\ m$

$\Delta h = 60\ cm$

$\sigma_c = 1{,}4\cdot 10^8\ N/m^2$

$S = 3{,}25\ cm^2$

$F_c = ?$

Брзина коју особа има у тренутку контакта са подлогом је дата формулом :

$$v_k = \sqrt{2gh} \qquad (6.1.12)$$

А након контакта са подлогом почиње успорење тела на путу Δh:

$$\Delta h = v_k \Delta t - \frac{a\Delta t^2}{2} \qquad (6.1.13)$$

$$v_k = a\Delta t \rightarrow \Delta t = \frac{v_k}{a}$$

$$\Delta h = \frac{v_k^{\ 2}}{a} - \frac{v_k^{\ 2}}{2a} \qquad (6.1.14)$$

па можемо написати да је успорење (a) једнако:

$$a = \frac{v_k^2}{2\Delta h} \qquad (6.1.15)$$

Време судара је једнако времену заустављања тела:

$$\Delta t = \frac{v_k}{a} = \frac{2\Delta h}{v_k}$$

Средња вредност силе којом ноге у току заустављања делују на тело је :

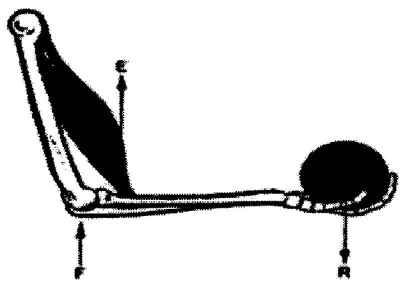
$$\boxed{\bar{F} = \frac{mv_k}{\Delta t} = \frac{mv_k^{\ 2}}{2\Delta h} = \frac{mgh}{\Delta h} = 35000\ N} \qquad (6.1.16)$$

Према закону акције и реакције истом овом силом и тело делује на ноге, при чему једна нога трпи половину интензитета силе. Критична сила за једну кост је :

$$\boxed{Fc = \sigma_c s = 45500\ N} \qquad (6.1.17)$$

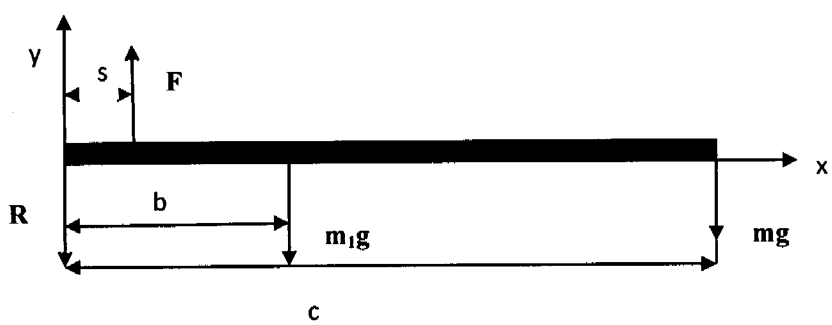
Интензитет критичне силе је већи од интезитета силе којом тело делује на ноге $F_c > \frac{\bar{F}}{2}$, тако да неће доћи до фрактуре.

3. Особа држи у руци тело масе $m=5\ kg$, захваљујући сили напрезања бицепса (слика 3). Ако се подлактица налази у хоризонталном положају и са надлактицом заклапа прав угао, наћи силу напрезања бицепса, као и силу реакције у зглобу лакта, под претпоставком да је маса подлактице $m_1=1,5\ kg$. Дато је растојање хватишта бицепса $a=50\ mm$,растојање тежишта руке од подлактичног зглоба $b=150\ mm$ и дужина руке $c=380\ mm$.



Слика 3. Слика руке уз задатак број 3.
Извор: Станковић,2006

Решење:



Слика 4. Модел руке уз задатак 3.

$m_1 = 1,5\ kg$
$a = 50\ mm$
$c = 380\ mm$
$b = 150\ mm$
$F = ?$
$R = ?$

Према горњој слици, ако искористимо услове равнотеже, добијамо :

$$\Sigma F_x = F_x - R_x = 0 \quad \rightarrow \quad F_x = R_x = 0 \qquad (6.1.18)$$

$$\Sigma F_y = F - R_y - g(m + m_1) = 0 \quad \rightarrow \quad R_y = F / g(m + m_1)$$

$$\Sigma M = F \cdot a - m_1 gb - mgc = 0 \qquad (6.1.19)$$

Из последње релације можемо изразити интензитет силе F:

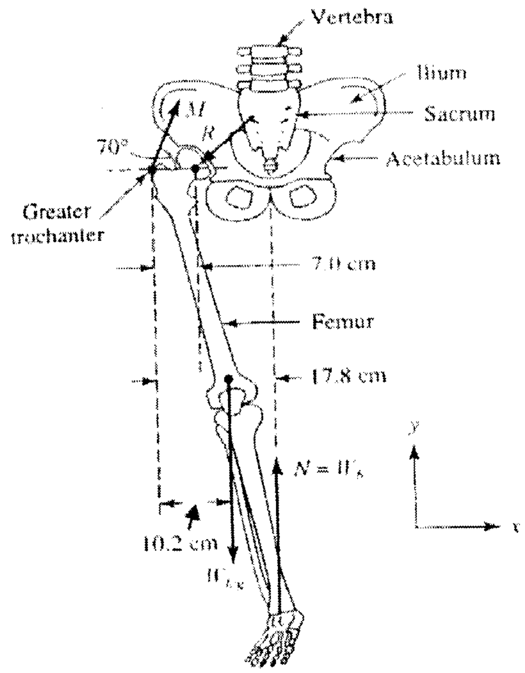
$$\boxed{F = \frac{g(mc + m_1 b)}{a} = 417\ N}$$

(6.1.20)

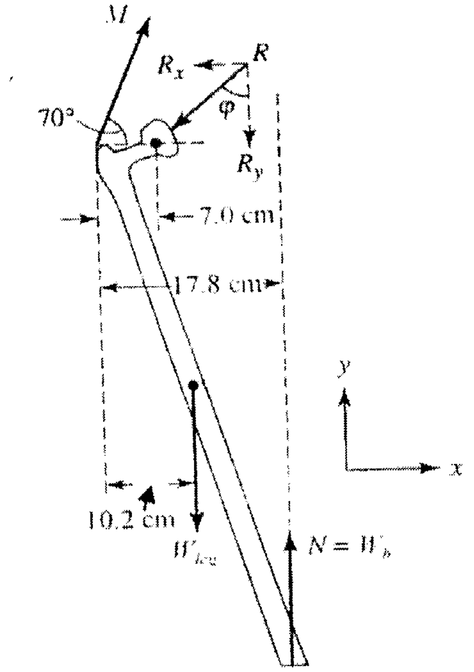
Како компонента R_x силе реакције према релацији (6.1.18) једнака нули, следи да је :

$$\boxed{R = R_y = F - g(m + m_1) = 353\ N} \tag{6.1.21}$$

4. Посматрамо случај када човек стоји на једној нози. Око четрнаест мишића и неколико лигамената повезује горњу кост ноге (*femur*) са карличном кости. Ако се нога посматра као изоловани систем, три силе делују симултано на главу фемура. $\vec{F}$ је резултујућа сила мишића која делује под углом од 70° у односу на хоризонталу, $\vec{R}$ је сила којом карлица делује на фемур и ногу у целини, а $\vec{Q}$ је сила тежине тела и једнака је сили којом подлога делује на ногу. Тежина ноге $\vec{Q}_{leg}$ износи $0{,}16Q$ тежине целог тела. Израчунати силе $\vec{F}$ и $\vec{R}$ у односу на тежину тела $\vec{Q}$ на основу података са слике џџ и угла ϑ под којим сила карлице делује на фемур и ногу у целини.



Слика 5. Модел ноге уз задатак број 4
Извор:Херман,2007



Слика 6. Шема уз задатак број 4
Извор:Херман, 2007.

На основу шеме на којој су означене силе и њихови правци можемо написати три једначине са три непознате

x-правац $F\cos 70^\circ - R_x = 0$ (6.1.22)

y-правац $F\sin 70^\circ - R_y - 0{,}16Q + Q = 0$ (6.1.23)

Бирамо да ротациона оса z полази из центра главе фемура, зато што сила реакције карличне кост пролази кроз ову тачку. Растојања која су нам потребна приказана су на дијаграму (добијена су на основу анатомских димензија и геометрије). Дакле, можемо написати и трећу једначину

$R_y = R\cos 13^\circ$ (6.1.24)

Компонента вектора растојања која гради нормалу са нормалном силом $\vec{N}$ дејствује на растојању $r' = (17{,}8 - 7)\ cm = 10{,}8\ cm$

Нормална сила производи момент силе

$M_N = r' \cdot Q$ (6.1.25)

Ово је позитиван момент јер нормална сила индукује ротацију у супротном смеру кретања казаљке на сату око z-осе.

Компонента вектора растојања нормална на силу тежине ноге је $l = 3{,}2\ cm$ и ова сила индукује момент у смеру казаљке на сату па можемо написати

$M_{leg} = -l \cdot Q_{leg} = -l \cdot 0{,}16Q = -0{,}5 \cdot Q$ (6.1.26)

Са датим избором осе ротације, момент силе који потиче од ротационе силе $\vec{R}$ из кука је једнак нули, јер су вектор растојања и нормална компонента силе антипаралелни.

Компонента силе $\vec{F}$ делује на растојању $x = 7\ cm$. Ова компонента индукује момент силе у смеру казаљке на сату па се може написати

$$M_F = -7F\sin 70^\circ \tag{6.1.27}$$

Коришћењем релација (6.1.25), (6.1.26) и (6.1.27) може се написати једначина момената у равнотежи

$$10{,}8Q - 3{,}2 \cdot 0{,}16Q + 0 - 7F\sin 70^\circ = 0 \tag{6.1.28}$$

Из претходне релације се може изразити релација за силу $\vec{F}$

$$\boxed{F = \frac{10{,}3Q}{7\sin 70^\circ} = 1{,}57Q} \tag{6.1.29}$$

Можемо закључити да је момент силе коју производе мишићи кука неопходан да бисмо израчунали моменте сила који потичу од нормалне силе од пода и од тежине ноге.

Решавајући једначину (6.1.22) по x-правцу добија се

$$R_x = F\cos 70^0 = 0{,}54Q \tag{6.1.30}$$

Решавањем једначине (6.1.23) по y-правцу добија се

$$R_y = F\sin 70^\circ + 0{,}84Q = 2{,}32Q \tag{6.1.31}$$

На крају, интензитет силе $\vec{R}$ можемо израчунати по формули

$$R = \sqrt{R^2{}_x + R^2{}_y}$$

$$\boxed{R = 2{,}38Q} \tag{6.1.32}$$

Угао под којим дејствују компоненте силе $\vec{R}$ може се изразити преко њиховог односа

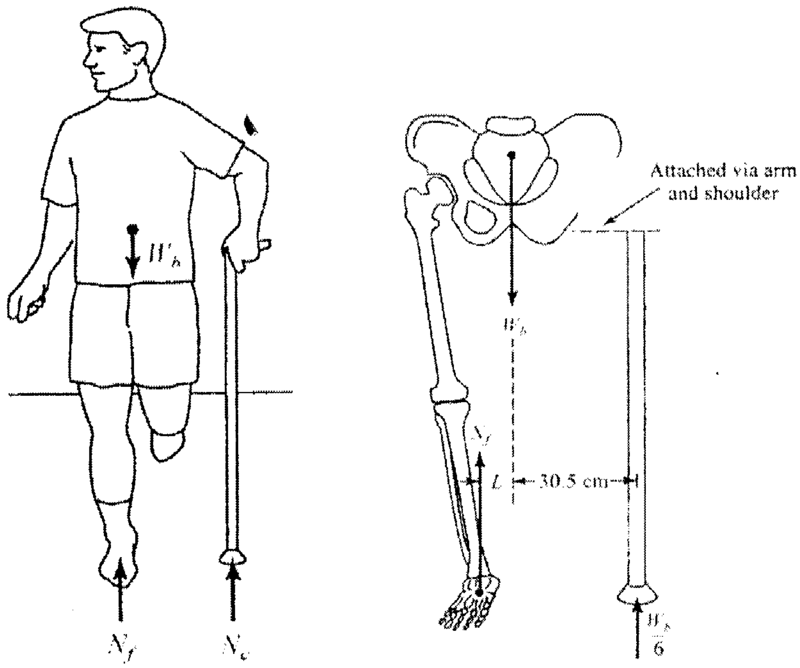
$$tg\theta = \frac{R_x}{R_y} = \frac{0{,}54Q}{2{,}32Q}$$

$$\theta = arctg\frac{0{,}54}{2{,}32} = 13^\circ \tag{6.1.33}$$

Коментар:

Ако измеримо да је $F = 1{,}6Q$ и $R = 2{,}4Q$ за особу чија је маса $m = 90\ kg$ и тежина $Q = 880\ N$, добићемо да је момент силе $F = 1400\ N$, а сила којом карлица делује на фемур $R = 2100\ N$.

5. Варијација проблема са куком би била када би особа користила штап да би обезбедила подпору леве стране док стоји на десној нози. Особа сада користи штап да би подупрела леву страну док стоји на десној нози. Штап је удаљен 30,5 *cm* од средишње линије тела. Овај штап човек држи левом руком, тј. ослонац је у левом рамену. Израчунати резултујуће силе мишића $\vec{F}$ и силу којом карлица делује на подлогу $\vec{R}$.



Слика 7. Шема уз задатак број 5
Извор: Херман, 2007.

Решење:

Као последица ослањања на штап јавља се нормална сила од пода $\vec{N}_c$. Са слике видимо да је $N_c = \frac{Q_b}{6}$. Ово има две директне последице. Десна нога сада није више директно на нивоу средишње линије тела, већ је померена за растојање L у десно, па и нормална сила која делује сада на десну ногу $\vec{N}_f$ више није једнака тежини тела. Равнотежа целог тела се може написати као

$$N_f + N_c - Q_B = N_f + \frac{Q_b}{6} - Q_B = 0 \tag{6.1.34}$$

Одавде се може изразити нормална сила која делује на десну ногу

$$N_f = \frac{5}{6} Q_B \tag{6.1.35}$$

Равнотежу момента сила можемо написати као

$$30{,}5N_c - LN_f = 30{,}5\frac{Q_B}{6} - L\frac{5}{6}Q_B = 0 \quad (6.1.36)$$

Одавде се може израчунати растојање за које је померен ослонац десне ноге од осе тела L

$$L = 6{,}1\,cm \quad (6.1.37)$$

Сада ћемо анализирати целокупну једначину равнотеже ноге. Штап није експлицитно укључен, али имплицитно јесте преко промене положаја ноге.

x-правац $F\cos 70 - R_x = 0$ (6.1.38)

y-правац $F\sin 70 - R_y - 0{,}16Q_B + \frac{5}{6}Q_B = 0$ (6.1.39)

За момент сила имамо

$$4{,}7cm\frac{5}{6}Q_B + 0{,}33cm0{,}16Q_B + 0 - 6{,}98F\sin 70 = 0 \quad (6.1.40)$$

Прва једначина је остала непромењена, релација (јер претпостављамо да је ефективни угао мишића одмицача кука са x-осом и даље 70°, иако ово више није сасвим тачно). Једина промена у другој једначини је мања нормална сила која делује на ногу. У једначини момента силе имамо две промене. Први члан, који потиче од нормалне силе пода, много је мањи због промене момента руке и нормалне силе ноге (претходни ефекат је много већи од будућег). Други члан, који потиче од тежине ноге је сада мањи и позитиван, јер је центар масе ноге сада више померен у лево са вертикалне осе.

Сређивањем последње релације добија се

$$\boxed{F = 0{,}61Q_B} \quad (6.1.41)$$

$R_x = 0{,}21Q_B$

$R_y = 1{,}24Q_B$

На крају можемо израчунати силу којом карлица делује на подлогу

$$\boxed{R = 1{,}24Q_B} \quad (6.1.42)$$

Угао под којим сила $\vec{R}$ делује на ногу је

$\varphi = 9{,}5^\circ$

За $Q_B = 880\ N$ сила $F = 540N$, што је мање у односу на вредност коју сила има у случају без штапа ($F = 1400\,N$), а сила $R = 1100\,N$, уместо *2100 N*. Ово је изузетно значајан ефекат ако узмемо у обзир да се само $\frac{Q_B}{6} = 145\,N$ ослања на штап. Најзначајнија последица употребе штапа је промена момента нормалне силе од пода са *10,8 cm* на *4,7 cm,* зато што се нога сада помери у десно за *6,1cm.*

6.2. БИОМЕХАНИКА КАРДИОВАСКУЛАРНОГ СИСТЕМА

6.2.1. КАРДИОВАСКУЛАРНИ СИСТЕМ

Кардиоваскуларни систем обухвата срце, артерије, капиларе и вене, различите структуре и функције. Срце обезбеђује покретачку снагу и пумпа крв кроз васкуларни систем. Артерије носе крв од срца, а вене враћају назад крв у срце. Између артеријског и венског система налази се мрежа капилара, судова дијаметра од неколико хиљадитих делова милиметра [4].

Циркулација крви у организму има функцију транспортног система, којим се допрема"гориво"из хране и кисеоник из ваздуха који удишемо у ћелије, где долази до сагоревања унетих састојака и ослобађања енергије, потребне за функционисање организма. Истовремено, крв односи продукте сагоревања из ћелије (H_2O и CO_2) [2].

Срце, као основни део крадиоваскуларног система, представља двоструку пумпу која пумпа крв кроз два циркулаторна система-пулмонални (мали) крвоток и системски (велики) крвоток.

Кретање крви кроз кардиоваскуларни систем се посматра као кретње флуида.

6.2.2. ИДЕАЛНЕ ТЕЧНОСТИ

Део који описује физику кардиоваскуларног система није једноставна механика флуида, већ се у обзир морају узети и карактеристике циркулаторног система човека, али у идеалном случају идеална течност се користи као физички модел за крв. Идеална течност је нестишљива (што је тачно за већину реалних течности, па и за крв) и не постоји унутрашње трење, што значи да не постоји еластична деформација смицања између замишљених занемарљиво танких слојева течности (ова особина идеалних течности не може се применити на крв).

6.2.2.1. ХИДРОСТАТИКА

Особине течности у мировања проучава хидростатика. Течност је у стању мировања, уколико све спољње силе делују нормално на површину течности. У овом случају притисак спољашњих сила преноси се кроз течности једнако у свим правцима и дефинисан је Паскаловим законом:

$$p = \frac{F}{S} \qquad (6.2.1)$$

6.2.2.2. ХИДРОДИНАМИКА

У реалности, течности су непрекидне средине, али се за њихов модел користи флуид који се састоји од сићушних честица-делића средине које су у непрекидном кретању. Област која се бави проучавањем оваквих средина је хидродинамика. Делићи средине имају особину да се понашају као самосталне целине. Делићи течности у кретању пролазе кроз поједине геометријске тачке у пољу приликом кретања. Низ геометријских тачака кроз које један делић флуида пролази приликом његовог протицања кроз систем чини струјну линију. Код стационарног кретања течности, облик појединих струјних линија не мења се током времена. Стационарно кретање идеалне течности описује се једначином континуитета и Бернулијевом једначином.

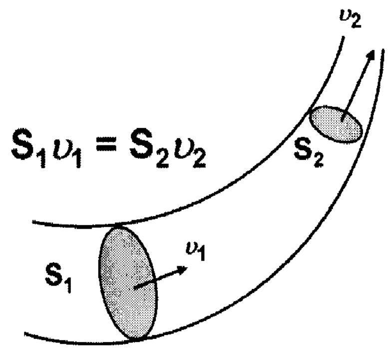
На основу закона о одржању масе ($m = const$) кроз било који попречни пресек S струјне цеви мора да прође иста количина течности у јединици времена. Ова величина представља проток Q и једнака је

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = S\frac{\Delta l}{\Delta t} = S \cdot v = const \qquad (6.2.2)$$

$\Delta V = S\Delta l$ је запремина течности у стубу течности дужине Δl, v је брзина протицања течности. Релација

$$Sv = const \qquad (6.2.3)$$

представља једначину континуитета (слика 8).

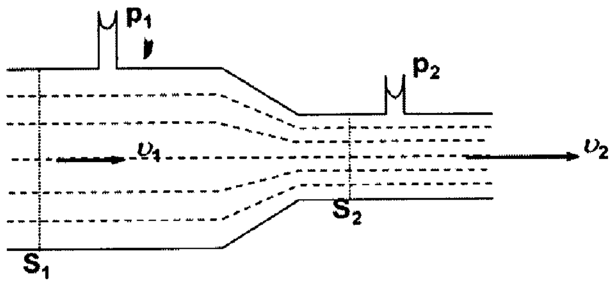


Слика 8. Веза између брзине течности и попречног пресека цеви
Извор : Станковић,2006

Бернулијева једначина се добија из закона о одржању енергије ($E = const$), по коме укупна механичка енергија одређене количине течности током њеног кретања кроз струјну цев остаје непромењена. По овоме збир потенцијалне и кинетичке енергије уочене количине флуида на било ком пресеку цеви мора бити константан, одакле следи Бернулијева једначина

$$p + \frac{\rho v^2}{2} = const \qquad (6.2.4)$$

Први члан-p представаља притисак течности, односно потенцијалну енергију јединичне запремине ($p = \frac{E_p}{V}$), други члан је хидродинамички притисак и представља кинетичку енергију јединичне запремине ($\frac{E_k}{V} = \frac{\rho v^2}{2}$).



Слика 9. Бернулијева једначина примењена на струјну цев
Извор: Станковић,2006

Бернулијева једначина примењена на струјну цев приказану на слици (9) имаће облик

$$p_1 + \frac{\rho v^2{}_1}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^3}{2} \tag{6.2.5}$$

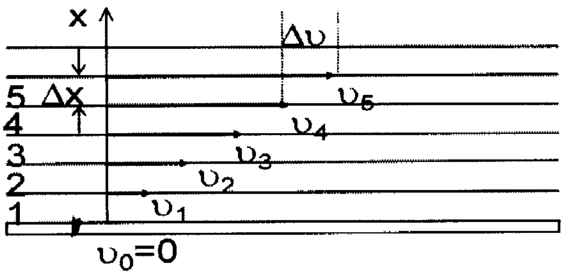
6.2.3. РЕАЛНЕ ТЕЧНОСТИ

Као што је већ споменуто, реалне течности се не покоравају другој особини идеалних течности, тј. код њиховог кретања се јавља унутрашње трење-вискозност. Вискозност је узрок појаве ламинарног кретања течности.

Уколико се течност креће преко чврсте подлоге, брзина слоја уз саму подлогу је једнака нули, а након тога брзина слојева расте заједно са удаљавањем од подлоге, до максималне вредности коју има површински слој течности. Сила вискозног трења између слојева хомогене течности делује супротно од смера кретања течности и дефинисана је Њутновим законом вискозности:

$$F = \eta S \frac{\Delta v}{\Delta t} \tag{6.2.6}$$

η је динамички коефицијент вискозности и он зависи од природе течности и коефицијента вискозности, S је додирна површина између слојева течности, $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ је градијент брзине.



Слика 10.. Карактеристике ламинарног кретања преко равне подлоге
Извор: Станковић,2006

Други случај који је интересантан за биофизику кардиоваскуларног система је кретање течности у слојевима кроз уску цев. У овом случају, први слој течности, који се налази уз сам зид цеви се не креће, док следећи слојеви имају све већу брзину, до максималне брзине коју има слој течности који се креће дуж осе цеви. Зато овде говоримо о средњој брзини течности у суду која је једнака половини збира најмање и највеће брзине течности

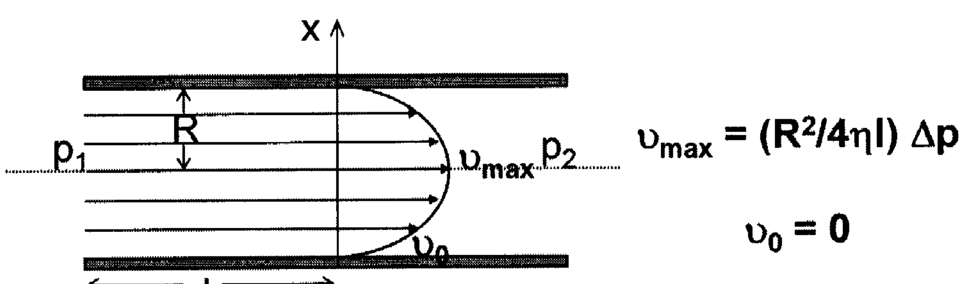
$$v = \frac{v_0 + v_{\max}}{2} = \frac{R^2}{8\eta l}\Delta p \qquad (6.2.7)$$

R је полупречник цилиндра, дужине l, Δp је разлика притисака на крајевима цеви.
Проток вискозне течности у овом случају дефинисан је релацијом која се зове Поазејев закон

$$Q = Sv = R^2\pi\frac{R^2}{8\eta l}\Delta p = \frac{\pi R^4}{8\eta l}\Delta p = \frac{\Delta p}{R_H} \qquad (6.2.8)$$

Поазејев закон показује да је за протицање течности кроз уску цев потребан градијент притиска на крајевима цеви да би се савладао хидраулични отпор:

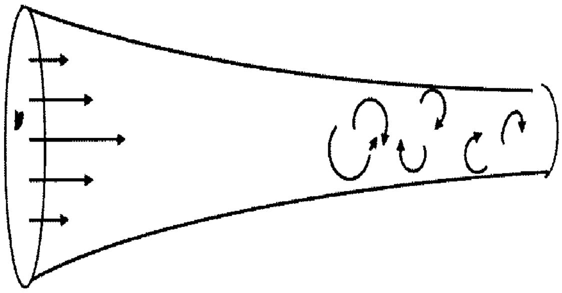
$$R_H = \frac{8\eta l}{\pi R^4}$$



Слика 11. Кретање вискозног флуида кроз узану цев
Извор:Станковић, 2006

Поазејев закон се може упоредити са Омовим законом, проток флуида је еквивалентан јачини струје, разлика притисака на крајевима цеви одговара разлици потенцијала, а хидраулични отпор одговара електричном отпору.

При ламинарном кретању поједини делићи средине не прелазе из једног слоја у други, међутим при повећању брзине кретања слојева долази до њиховог мешања што се манифестује као турбуленција.



Слика 12. Прелаз из ламинарног у турбулентни ток
Извор: Станковић, 2006

Да ли ће ток течности кроз цев бити ламинаран или турбулентан зависиће од брзине протицања и карактеристика течности у цеви. На основу експерименталних испитивања Рејнолдс је установио да карактер струјања зависи од бездимензионе величине познате под именом Рејнолдсов број:

$$R_e = \frac{2Rv}{\eta_k} \tag{6.2.9}$$

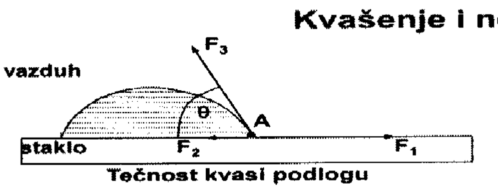
v је средња брзина струјања, $2R$ је дијаметар цеви, а η_K представља кинематички коефицијент вискозности.

Феномени који се јављају на граничним површинама између две различите средине последица су међумолекулских сила између једнаких и различитих молекула, као и тежње течности да смањи своју слободну површину. Како су привлачне силе међу истоврсним молекулима веће, јавиће се резултујућа сила која ће бити усмерена ка центру течности. Зато ће се тај слој течности налазити под тензијом која се дефинише као површински напон. Коефицијент површинског напона се дефинише као

$$\tau = \frac{A}{S} = \frac{F_t}{l} \tag{6.2.10}$$

A је рад који се утроши на повећање површине S за јединичну вредност, F_t је сила површинског напона, l дужина.

Када постоје три различите средине које су у међусобном контакту, на додирним површинама јавиће се силе површинског напона.



Слика 13. Пример кап течности на стакленој површини
Извор: Станковић, 2006

Резултујућа сила која делује на површину је дата формулом

$$F = F_1 - F_2 - F_3 \cos\theta \tag{6.2.11}$$

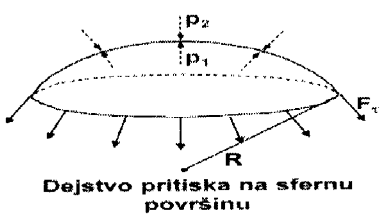
Уколико је сила *F* позитивна течност ће се разливати по површини стакла, уколико је сила F негативна течност ће формирати кап као на другом делу слике 13. Угао θ је угао квашења и дат је релацијом

$$\cos\theta = \frac{F_1 - F_2}{F_3} \tag{6.2.12}$$

Када течност кваси површину $\cos\theta > 0$ и $0 < \theta < 90^\circ$, уколико течност не кваси подлогу $\cos\theta < 0$ и $90^\circ < \theta < 180^\circ$.

6.2.4. ПОВРШИНСКИ ЕФЕКТИ

Гранична површина између две средине може имати различите облике. Уколико је површина сферног облика можемо претпоставити да на површину нормално делују са спољашње и унутршње стране притисци p_1 и p_2, као на слици 14.



Слика 14. Дејство протиска на сферну површину
Извор: Станковић, 2006

Хоризонталне компоненте притисака се уравнотежују, тако да остају само нормалне компоненте, а њиховим сабирањем се добија

$$F_t = (p_1 - p_2)\pi R^2 = \tau 2\pi R$$

Одакле се добија једначина позната као Лапласов закон

$$\Delta p = \frac{2\tau}{R} \tag{6.2.13}$$

Додатни притисак на сфери обрнуто је пропорционалан полупречнику сфере.

6.2.5. ЗАДАЦИ ИЗ БИОМЕХАНИКЕ КАРДИОВАСКУЛАРНОГ СИСТЕМА

1. У широком делу хоризонталне цеви тече вода брзином $v=50\ m/s$. Одредити брзину тока воде у уском делу цеви, ако је разлика притисака у њима $\Delta p=1330\ Pa$.

Решење:

$v = 50\,\frac{m}{s}$

$\Delta p = 1330\ Pa$

$v_1 = ?$

Полазићи од Бернулијеве једначине $p + \frac{\rho v^2}{2} + \rho h g = const$ и услова $h = h_1$, тј. да су хидростатички притисци у уском и широком делу хоризонталне цеви једнаки, можемо за оба пресека написати:

$$p + \frac{\rho v^2}{2} = p_1 + \frac{\rho v_1^{\,2}}{2} \tag{6.2.5}$$

$$\Delta p = p - p_1 = \frac{\rho(v_1^{\,2} - v^2)}{2}$$

$$\boxed{v_1 = \sqrt{v^2 + \frac{2\Delta p}{\rho}} = 1{,}7\,\frac{m}{s}} \tag{6.2.16}$$

2. Одредити максималну масу крви која може проћи кроз аорту за време $t=1\ s$, да би ток остао ламинаран. Пречник аорте $D=2\ cm$, а коефицијент вискозности крви $\eta=5\ mPas$ и критични Рејнолдсов број за крв је $R=1940$.

Решење:

$t = 1s$

$D = 2cm$

$\eta = 5mPas$

$R = 1940$

$\Delta m = ?$

Из израза за Рејнолдсов број :

$$R_e = \frac{\rho \bar{v} D}{\eta} \tag{6.2.17}$$

Можемо наћи средњу брзину протицања крви кроз аорту : $\bar{v} = \frac{\eta R_e}{\rho D}$

Маса крви која у јединици времена протекне кроз аорту је :

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\rho \Delta V}{\Delta t} = \frac{\rho S \bar{v} \Delta t}{\Delta t} = \rho S \bar{v}$$

$$\Delta m = \rho S \bar{v} \Delta t \tag{6.2.18}$$

S је попречни пресек аорте и рачуна се по формули : $S = \frac{D^2 \pi}{4}$

Ако релацију за попречни пресек и средњу брзину увстимо у релацију за максималну масу, добијамо да је тражена маса крви која протекне кроз аорту у 1s једнака :

$$\boxed{\Delta m = \frac{\pi D R_e \eta \Delta t}{4} = 0{,}15\ kg} \tag{6.2.19}$$

3. Пластична ињекција може поднети притисак од $p = 2 \cdot 10^4\ Pa$. Којом максималном брзином може да се потискује клип у ињекцији пречника *D=1 cm*, па да пластична ињекција не пукне? Нека се у ињекцији налази отопина коефицијента вискозности $\eta = 2 \cdot 10^{-3}\ Pas$ која се истискује кроз иглу пречника *d=0,5 mm* и дужине *l=20 mm*.

Решење :

$p = 2 \cdot 10^4\ Pa$

$D = 1\ cm$

$\eta = 2 \cdot 10^{-3}\ Pas$

$d = 0{,}5\ mm$

$l = 20\ mm$

$v_1 = ?$

Проток Q је по дефиницији једнак $Q = S \cdot v = r^2 \pi v$

а према Поазејевом закону $Q = \frac{\pi r^4 (p_1 - p_2)}{8 \eta l} = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8 \eta l}$

Изједначавањем претходне две формуле добијамо вредност средње брзине којом се истискује отопина кроз иглу :

$$\bar{v} = \frac{r^2 \Delta p}{8 \eta l} \tag{6.2.20}$$

Пошто се притисак кроз течности преноси у свим правцима подједнако, онда притисак на месту уласка течности у иглу једнак збиру атмосферског притиска и притиска клипа на течност у ињекцији, док на излазу из игле влада атмосферски притисак, па је пад притиска дуж игле :

$\Delta p = p_a + p - p_a = p$

Брзину из релације (6.2.20) сад можемо писати као :

$$\boxed{\bar{v} = \frac{r^2 p}{8\eta l} = 3{,}9\frac{m}{s}} \tag{6.2.21}$$

Брзина померања клипа се добија из једначине континуитета $S_1 v_1 = Sv$ (услов нестишљивости течности) :

$$\boxed{v_1 = \frac{S}{S_1}\bar{v} = \frac{d^2}{D^2}\bar{v} = 9{,}8\frac{mm}{s}} \tag{6.2.22}$$

4. Колики је укупан отпор протицању крви три паралелне артерије полупречника $r = 1\,mm$ и дужине $l = 20\,cm$? Ако је проток крви кроз артерије $Q = 1{,}7\cdot 10^{-6}\,\frac{m^3}{s}$, колики је пад притиска дуж артерија? Нека је вискозност крви приближно $\eta = 3{,}5\cdot 10^{-3}\,Pas$.

Решење :

$r = 1\,mm$

$l = 20\,cm$

$Q = 1{,}7\cdot 10^{-6}\,\frac{m^3}{s}$

$\eta = 3{,}5\cdot 10^{-3}\,Pas$

$\Delta p = ?$

Према Поазејевом закону за протицање вискозне течности кроз уску цев потребно је обезбедити градијент притиска на крајевима цеви да би се савладао хидраулични отпор:

$$Q = \frac{\pi r^4 (p_1 - p_2)}{8\eta l} = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8\eta l} \tag{6.2.8}$$

Где је Δp градијент притиска тј.пад притиска на дужини цеви l. Поазејев закон се може написати аналогно Омовом закону код електричних струја :

$$Q = \frac{\Delta p}{R_H} \tag{6.2.24}$$

Где је R_H хидраулични отпор цеви. Поређењем релација (6.2.8) и (6.2.24) добија се :

$$\boxed{R_H = \frac{8\eta l}{\pi R^4} = 1{,}8\cdot 10^9\,\frac{Ns}{m^5}} \tag{6.2.25}$$

Што представља отпор једне артерије. Код гранања цеви важи аналогија са протицањем електричне струје. Када су цеви паралелне важи паралелна веза отпорника:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{3}{R_H}$$

Јер је $R_1 = R_2 = R_3 = R_H \rightarrow R_e = \frac{R_H}{3}$

$$\boxed{R_e = 6\cdot 10^8 \frac{Ns}{m^5}} \tag{6.2.26}$$

Пад притиска дуж артерије се рачуна по формули (6.2.24):

$\Delta p = QR_e$

$$\boxed{\Delta p = 1020 Pa} \tag{6.2.27}$$

5. У крвном суду на чији крајевима влада разлика у притисцима $\Delta p = 100\ Pa$,дошло је до формирања емболуса (ваздушног мехура). Колики би требао да буде полупречник R крвног суда па да ваздушни мехур заустави проток крви кроз њега, под условом да су полупречници кривина сферних површина које се налазе приближно на крајевима суда и ограничавају емболус $R_1 = 6R$ и $R_2 = 2R$? Константа површинског напона крвног серума износи $\gamma = 6{,}7\cdot 10^{-3}\,\frac{N}{m}$.

Решење:

$\Delta p = 100\ Pa$

$R_1 = 6R$

$R_2 = 2R$

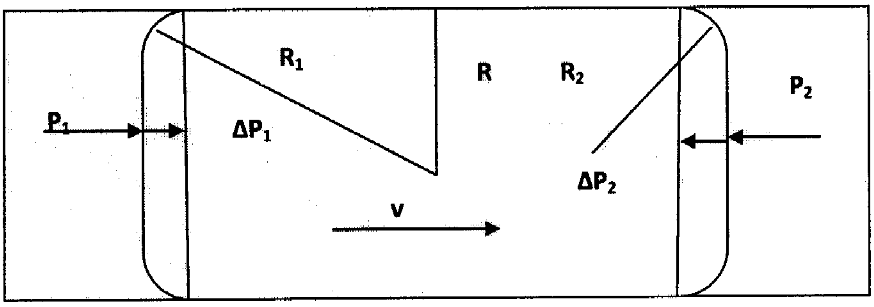
$\gamma = 6{,}7\cdot 10^{-3}\,\frac{N}{m}$

$R = ?$

Уколико не би било ваздушног мехура средња брзина протицања крви у крвном суду би по Поазејевом закону износила :

$$\bar{v} = \frac{R^2 \Delta p}{8\eta l} = \frac{R^2}{8\eta l}(p_1 - p_2) \tag{6.2.28}$$

Где је R полупречник кривине, а l дужина крвног суда.



Слика 15. Шема уз задатак 5.

Због постојања ваздушног мехураи сферних површина, на њиховим границама ће се услед појаве површинског напона јавити додатни притисци (као на слици) који су дати Лапласовом једначином:

$$\Delta p_1 = \frac{2\gamma}{R_1} \text{ и } \Delta p_2 = \frac{2\gamma}{R_2} \tag{6.2.13}$$

Ови притисци ће повећати вредност притиска на крајевима суда тако да је :

$$\bar{v} = \frac{R^2}{8\eta l}\left[(p_1 + \Delta p_1) - (p_2 + \Delta p_2)\right] \tag{6.2.29}$$

У моменту када се заустави проток важи $v = 0$ па из горње релације добијамо да је:

$$p_1 + \Delta p_1 - p_2 - \Delta p_2 = 0$$

$$p_1 - p_2 = \Delta p_2 - \Delta p_1 = \Delta p$$

$$\Delta p = \Delta p_2 - \Delta p_1 = \frac{2\gamma}{R_2} - \frac{2\gamma}{R_1}$$

$$\Delta p = 2\gamma\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)$$

$$\Delta p = 2\gamma\left(\frac{1}{2R} - \frac{1}{6R}\right) = \frac{4\gamma}{6R}$$

$$\Delta p = \frac{2}{3}\frac{\gamma}{R} \tag{6.2.30}$$

$$R = \frac{2}{3}\frac{\gamma}{\Delta p} \tag{6.2.31}$$

Тражена вредност полупречника крвног суда је:

$$\boxed{R = 44{,}7\,\mu m} \tag{6.2.32}$$

6.3. ТЕРМОДИНАМИКА ЉУДСКОГ ОРГАНИЗМА

6.3.1. МЕТАБОЛИЗАМ ЉУДСКОГ ОРГАНИЗМА

Човеков организам не може да функционише без енергије. Процес који укључује уношење, складиштење и употребу енергије у организму је метаболизам. Шире гледано, метаболизам представља било који вид употребе енергије у организму. Он је једнак суми свих хемијских процеса који се одигравају на нивоу ћелије у циљу одржања организма у животу.

Метаболички процеси се могу поделити на катаболичке и анаболичке реакције. Катаболичким реакцијама се сматрају реакције при којима се сложени молекули разграђују на једноставније молекуле ради коришћења енергије (при овим реакцијама долази до ослобађања енергије). Анаболичке реакције су реакције при којима се једноставнији молекули удружују у комплексне ради складиштења енергије.

Човеково тело користи енергију из хране за рад органа, одржавање константне температуре тела, вршење рада, формирање енергетских резерви (масно ткиво) и за неке друге потребе.

У овом поглављу ћемо се упознати са базалном конзервацијом енергије и њеним губитком током вршења различитих процеса у организму или вршења рада.

6.3.2. СКЛАДИШТЕЊЕ ЕНЕРГИЈЕ У ЉУДСКОМ ОРГАНИЗМУ И ПРОТОК ТОПЛОТЕ

Први закон термодинамике се користи за описивање складиштења енергије при било којем процесу. Уколико овај закон применимо на човеково тело, добићемо релацију

$$\Delta U = Q - W \tag{6.3.1}$$

У којој је ΔU промена складиштене енергије, Q је проток топлоте у телу, а W је механички рад извршен од стране самог тела. Складиштење енергије се смањује уколико тело одаје топлоту $Q < 0$ и истовремено врши рад $W > 0$. У проток топлоте је укључена топлота која је продукт метаболичких процеса (Q_{met}) и топлота која се губи (Q_{loss}) радијацијом, конвекцијом, кондукцијом и евапорацијом. На основу овога релацију (6.3.1) можемо написати у следећем облику

$$\Delta U = Q_{met} + Q_{loss} - W \tag{6.3.2}$$

Где Q_{met} представља брзину метаболизма.

Процеси у човековом организму изазивају сталне промене енергије у току времена, па је за изучавање човековог метаболизма прикладнија релација

$$\frac{dU}{dt} = \frac{dQ_{met}}{dt} + \frac{dQ_{loss}}{dt} - \frac{dW}{dt} \tag{6.3.4}$$

При чему тело повећава енергију када је члан $\frac{dQ_{met}}{dt}$ позитиван, а губи енергију када је члан $\frac{dQ_{loss}}{dt}$ негативан.

Област која се бави изучавањем људског метаболизма је биоенергетика. Она користи специфичну јединицу, за све видове енергије, калорију. Веза између калорије и Џула је дата релацијом

$$1\,calorie(cal) = 4{,}184\,J \tag{6.3.5}$$

Калорија се користи за представљање енергетске вредности хране.

6.3.2.1. Брзина метаболизма

Брзина метаболизма (MR) варира од човека до човека у зависности од њихове тежине, генетике, физичке активности...У овом поглављу ћемо се боље упознати са минималном брзином метаболизма и активностима које утичу на његово повећање.

Брзина базалног метаболизма (basal metabolic rate-BMR) је величина која карактерише енергију потребну за одржавање основних животних функција. Ова енергија се троши на функционисање скелетних мишића, срца, мозга, јетре, слезине и бубрега. Да би се измерила брзина базалног метаболизма човек не би требао да једе дванаест сати током мерења, да је током мерења један део времена провео у стању мировања, спавања и да се мерења врше на собној температури.

Појам брзине базалног метаболизма не треба мешати са појмом брзине метаболизма. Вредности ова два параметра су увек различите, чак је вредност BMR-а током сна већа од вредности MR-а јер се врши минимално варење хране.

Брзина базалног метаболизма зависи од различитих фактора, пре свега од величине човека, тј.од његове масе (m_b body mass)

$$BMR = c \cdot m_b^{3/4} \tag{6.3.6}$$

Где је константа $c = 90\frac{kcal}{kg^{3/4}day}$. Релација (6.3.6) је познала као Клајберов закон (Kleiber's Law).

Брзина метаболизма зависи и од фактора активности човека. Током вежбања брзина метаболизма може да се мери директом или индиректном калориметријом. Током вежбања *40%* ослобођење (утрошене) енергије се користи за стварање АТП-а (аденозин-три-фосфат) док се преосталих *60%* претвара у топлону енергију која се мери (код директне калориметрије). Код индиректне калориметрије мери се капацитет респирације (издисаја) испитаника. За особе које се активно не баве спортом капацитет износи $44-50\,mL/kg\cdot\min$ за мушкарце, а за жене $38-42\,mL/kg\cdot\min$. Ова вредност се смањује са повећањем година испитаника. Што је особа физички активнија већа је и њена брзина метаболизма.

6.3.3. ЗАДАЦИ ИЗ ТЕМОДИНАМИКЕ ЉУДСКОГ ОРГАНИЗМА

1. Особа чија је маса $m = 70\,kg$, држи дијету, али није била карактерна и појела је крофну чија је калоријска вредност $280\,kcal$. Шта она треба да уради да би утрошила непотребно утрошене калорије. Брзина метаболизма у току мировања је $103\,kcal/h$, а током физичке активности (играња кошарке) је $688\,kcal/h$.

Решење

$m = 70\ kg$

$E_d = 280\ kcal$

$MR_m = 103\,kcal/h$

$MR_A = 688\ kcal/h$

Енергија коју особа треба да утроши једнака је енергетској вредности крофне $E_d = 280\ kcal$. Уколико је особа неактивна, седи или се одмара, брзина њеног метаболизма ће бити $MR_m = 103\,kcal/h$, а уколико буде активна $MR_A = 688\ kcal/h$, што значи да ће активношћу повећати своју брзину метаболизма за $585 kcal/h$.

Да би организам сагорео крофну, у активном стању потребно је време

$$\boxed{t = \frac{280 kcal}{585\dfrac{kcal}{h}} = 29\ \min} \tag{6.3.7}$$

Одавде се може закључити да је потребно око пола сата физичке активности да би се потрошила енергетска вредност једне крофне.

2. Колико крофни треба да поједе особа масе $m = 60\,kg$, да би одржала вредност брзине базалног метаболизма BMR добијену по Клајберовом закону?

Решење

$m_b = 60\ kg$

$n = ?$

Брзину базалног метболизма ћемо израчунати по релацији (6.3.6)

$$BMR = c \cdot m_b^{3/4}$$

Где је с константа $c = 90\dfrac{kcal}{kg^{3/4} day}$, а m_b маса човека.

$$\boxed{BMR = 1940{,}2\,\frac{kcal}{day}} \tag{6.3.8}$$

Енергетска вредност једна крофне је $E_d = 280\ kcal$, одакле следи да је потребно

$$n = \frac{BMR}{E_d} \tag{6.3.9}$$

крофни које човек треба да поједе у току дана .

$$\boxed{n = 6{,}92 \approx 7} \tag{6.3.10}$$

Човек треба да поједе седам крофни да би одржао BMRпо Клајберовом закону.

3. За неку замишљену животињу од *700 kg* BMR (*basal metabolic rate=brzina bazalnog metabolizma)* износи $10^4\, kcal/dan$. Ако је калорична вредност коју животиња конзумира $5kcal/g$ израчунати колико је килограма хране потребно животињи сваког дана.

Решење:

$m = 700\, kg$

$BMR = 10^4\, kcal/dan$

Ако са m_d означимо масу хране која је животињи потребна да преживи дан, можемо написати пропорцију

$$10^4\, kcal : 1dan = 5\frac{kcal}{g} m_d : 1dan \tag{6.3.11}$$

$$5\frac{kcal}{g} m_d = 10^4 \frac{kcal}{dan}$$

$$m_d = \frac{10^4}{5}\frac{g}{dan}$$

$$\boxed{m_d = 2000\frac{g}{dan} = 2\frac{kg}{dan}} \tag{6.3.12}$$

4. Излетник масе $m = 70\ kg$ пење се уз брдо и савлађује висинску разлику $\Delta h = 1200\, m$ за време $t = 4\ h$.

а) Наћи укупну снагу и рад извршен при пењању.

б) За шетњу по хоризонталном путу тело развије снагу од око $P = 240\, W$. Ако овоме додамо снагу за савлађивање висинске разлике и претпостављајући да се само 15% енергије ослобођене у процесу катаболизма претвара у механичку енергију, остатак у топлоту, наћи тоталну снагу и енергију коју захтева тело при пењању.

в) Израчунати брзину провођења топлоте у телу.

г) Ако један сендвич садржи енергију еквивалентну $1{,}26 \cdot 10^6\, J$, колико сендвича би требало дапоједе излетник да би надокнадио губитак енергије?

Решење:
$m = 70\,kg$
$\Delta h = 1200\,m$
$t = 4\,h$
$P = 240\,W$

а) Рад на савлађивању висинске разлике једнак је повећању потенцијалне енергије излетника

$$A_h = \Delta E_p = mg\Delta h \qquad (6.3.13)$$

$$\boxed{A_h = 8{,}4 \cdot 10^5\,J}$$

Снага се дефинише као рад у јединици времена

$$\boxed{P_h = \frac{A_h}{t} = 58{,}3W} \qquad (6.3.14)$$

б) Механичка енергија E_m једнака је укупном раду при пењању

$$E_m = A = P_m t = (P_1 + P_h)t \qquad (6.3.14)$$

А према условима задатка она износи 15% од укупне енергије, што можемо наћи као
$E_m = \eta E = 0{,}15E$

Уколико горњу релацију заменимо у израз за механичку енергију можемо да нађемо укупну снагу P

$$P = \frac{E}{t}$$

$$\frac{0{,}15E}{t} = P_1 + P_h$$

$$\boxed{P = \frac{P_1 + P_h}{0{,}15} = 2kW} \qquad (6.3.15)$$

Ово одговара катабиличкој брзини. Укупна енергија која се ослободи у процесу катаболизма је :

$$\boxed{E = P \cdot t = 2{,}88 \cdot 10^7\,J}$$

(6.3.16)

в) Брзина провођења топлоте, према првом закону термодинамике за баланс енергије у телу биће једнака:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = P - P_m = P - (P_1 + P_h)$$

$$\boxed{\frac{\Delta Q}{\Delta t} = 1700W = 1700\frac{J}{s}} \qquad (6.3.17)$$

г) Уколико са n означимо број сендвича, а са E_0 еквивалентну енергију једног сендвича, онда ће енергија n сендвича бити $E_n = nE$ па како она треба да буде једнака укупној енергији E тражени број сендвича ће бити

$$\boxed{n = \frac{E_n}{E_0} = \frac{E}{E_0} 22} \qquad (6.3.18)$$

5. Под претпоставком да желимо изгубити $m = 4{,}54\ kg$ сала, физичком активношћу или путем дијете:

а) колико дуго треба то радити развијајући снагу од $P = 60\ W$, ако је калоријска вредност сала $q = 39\ MJ/kg$

б) колико би дана требала да траје дијета ако смањимо калоричну вредност хране од $q_1 = 10{,}475\ MJ/dan$ на $q_2 = 8{,}38\ MJ/dan$

Решење

$m = 4{,}54\ kg$

$P = 60\ W$

$q = 39\ MJ/kg$

$q_1 = 10{,}475\ MJ/dan$

$q_2 = 8{,}38\ MJ/dan$

$t = ?$

а) Снага се рачуна по релацији

$$P = \frac{A}{t} = \frac{E}{t} \qquad (6.3.19)$$

Где је P снага, A рад, а E енергија која се троши при постизању те снаге. Одавде можемо изразити време

$$t = \frac{E}{P} = \frac{m \cdot q}{P} \qquad (6.3.20)$$

$$\boxed{t = 819{,}7\ h}$$

(6.3.21)

б) При смањењу калоричне вредности са $q_1 = 10{,}475\ MJ/dan$ на $q_2 = 8{,}38\ MJ/dan$ губимо $\Delta q = q_1 - q_2 = 2{,}095\ MJ/dan$

Калоријска вредност сала је $q = 39\ MJ/kg$, а енергија коју треба да утрошимо је

$$E_s = m \cdot q \qquad (6.3.22)$$

$$\boxed{E_s = 177{,}06\ MJ/kg} \qquad (6.3.23)$$

Време које је потребно да се енергија E_s утроши, ако дневно смањимо калоријску вредност хране за Δq је

$$t = \frac{E_s}{\Delta q} \tag{6.3.24}$$

$$\boxed{t = 84\ dana} \tag{6.3.25}$$

6.4. ТРАНСПОРТНИ ПРОЦЕСИ У ЉУДСКОМ ОРГАНИЗМУ

6.4.1. ТРАНСПОРТ ТОПЛОТНЕ ЕНЕРГИЈЕ

Живи организам је отворен темодинамички систем будући да за његово функционисање неопходна непрекидна размена топлоте, хране и гасова (кисеоника и угљендиоксида) са околином. Транспорт енергије и суптанције (у оба смера) подложан је одређеним физичким законима [2].

У овом поглављу ћемо се упознати са основним карактеристикама транспорта топлотне енергије и транспорта суспстанције, са посебним освртом на комуникацију људског организма, као термодинамичког система, са околином.

Постоје три механизма транспорта топлоте из људског организма у околину: кондукција, конвекција и радијација. Живи организми размењују топлоту са околином на још два начина, респирацијом и евапорацијом (испаравањем зноја са површине коже).

6.4.1.1. КОНДУКЦИЈА

На основу другог закона термодинамике знамо да ће при неравнотежном стању, у коме постоји температурска разлика између тела која чине термодинамички систем, доћи до транспорта топлоте са тела на вишој температури ка телу на нижој температури. За кондукцију је потребан директан контакт тела са околином, зато посматрамо трансфер топлоте ΔQ кроз неко тело, на чијим крајевима постоји температурна разлика ΔT. Овакво тело се може посматрати као преграда између две средине, као зид зграде који одваја унутрашљост од спољашњости или кожа која одваја унутрашњост организма од његове околине. Кроз хомогено тело константне дебљине Δx брзина протицања топлоте тј. његов топлотни флукс Φ_T може се написати у виду релације

$$\Phi_T = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\lambda S \frac{\Delta T}{\Delta x} \tag{6.4.1}$$

S је површина попречног пресека тела, ΔT је температурска разлика на његовим крајевима, а λ је кондуктивност (топлотна проводљивост). Кондуктивност је константа која карактерише природу материјала од кога је тело начињено.

Релација (6.4.1) има аналоган облик Омовом закону за протицање електричне струје кроз струјни проводник $I = \frac{U}{R}$, при чему је јачина струје аналогна брзини протицања топлоте, а електрични напон температурској разлици, па се може написати да је

$$R_T = \frac{\Delta x}{\lambda S} \tag{6.4.2}$$

Топлотни отпор датог материјала. Топлотни отпор зависи од карактеристика тела, од његових димензија и врсте материјала. Сада релацију (6.4.2) можемо написати у облику

$$\Phi_T = -\frac{1}{R_t}\Delta T \tag{6.4.3}$$

Претходна релација показује да се термодинамички систем при транспорту топлоте понаша као систем нултог реда. Улазна величина је температурска разлика ΔT, излазна величина је топлотни флукс Φ_T, а R_T је параметар система.

6.4.1.2. КОНВЕКЦИЈА

Трансфер топлоте путем конвекције остварује се кретањем флуида који окружују тело. Људски организам је углавном окружен ваздухом, чија температура може бити већа или мања у односу на површину тела [2].

Топлотни флукс при конвекцији се може изразити на сличан начин као и код кондукције. Слој флуида који се налази између две површине сматра се преградом која дели две средине.

$$\Phi_T = -kS(T_t - T_f) \tag{6.4.4}$$

Где је T_t температура тела, а T_f температура флуида, S је ефективна додирна површина између тела и флуида, коефицијент k је коефицијент конвекције и зависи од карактеристика флуида.

6.4.1.3. РАДИЈАЦИЈА

Одавање топлоте радијацијом одвија се по Штефан-Болтзмановом закону

$$W = e\sigma ST^4 \tag{6.4.5}$$

Емисиона моћ зависи од четвртог степена апсолутне температуре тела, што значи да је губитак топлоте зрачењем значајан код тела на високој температури.

Укупан радијациони флукс се дефинише као

$$\Phi_R = SW = e\sigma ST^4 \tag{6.4.6}$$

Где је e емисивност, а σ Штефан-Болтзманова константа.

6.4.1.4. ЉУДСКИ ОРГАНИЗАМ И ТРАНСПОРТ ТОПЛОТЕ

Уколико се тело налази у вакууму, оно губи топлоту једино радијациојом јер се кондукција и конвекција не могу остварити уколико не постоји материјална средина.

Топлотни еквилибријум подразумева јаднакост температура тела и околине. Када се тело налази у термодинамичком еквилибријуму са околином , оно мора одавати и истовремено примати исту количину топлоте неким од поменутих процеса или путем сва три процеса истовремено.

Живи организми генеришу топлоту метаболичким процесима. Они ступају у топлотни контакт са околином и размењују топлоту, али неће успоставити термодинамички еквилибријум у циљу изједначавања температуре. Један од важним параметара хомеостазе је одржавање константне температуре организма, која износи око $37 \pm 0{,}5^{\circ}C$. Метаболичким процесима у организму ослобађа се значајна количина топлотне енергије. Део те енергије се користи за функционисање организма. Ако постоји вишак топлоне енергије она се мора одстранити да не би дошло до пораста температуре организма. Организам ће се ослободити вишка топлоте, створене у метаболичким процесима, углавном путем транспортних процеса:

- Радијацијом-54%
- Кондукцијом и конвекцијом-25%
- Евапорацијом-испаравањем зноја, при нормалним условима-7%
- Респирацијом-издисање топлог ваздуха из плућа и удисање хладног ваздуха-14%

За одржавање константне температуре у некој средини користи се термостат. Функцију термостат у људском организму обавља *hipotalamus* . Ако температура тела расте, хипоталамус иницира вазодилатацију (ширење) крвних судова. Већа количина крви се усмерава у артерије ближе површини коже, чиме се увећава температура коже и изазива знојење. Уколико је температура нижа од нормалне, терморецептори у кожи шаљу информацију хипотеламусу. Хипоталамус изазива дрхтавицу, при којој услед механичког рада долази до ослобађања одређене количине топлоте у организму и тиме се увећава његова температура.

6.4.2. ЗАДАЦИ ИЗ ТРАНСПОРТНИХ ПРОЦЕСА У ЉУДСКОМ ОРГАНИЗМУ

1. Брзина хлађења тела пропорционална је разлици температура тела и околине. До које ће се температуре охладити тело за време $t_1 = 30$ min , ако се оно за време $t_2 = 10$ min охладило од температуре $T_1 = 373\ K$ до $T_2 = 333\ K$? Температура околине износи $T_s = 293\ K$.

Решење:

$t_1 = 30$ min

$t_2 = 10$ min

$T_1 = 373\ K$

$T_2 = 333\ K$

$T_s = 293\ K$

$T = ?$

Брзина промене температуре тела (хлађење) дата је првим изводом температуре по времену (dT/dt). Ова брзина хлађења је пропорционална разлици температура тела и околине, тако да можемо написати :

$$-\frac{dT}{dt} = T - T_s \qquad (6.4.7)$$

Знак „-“ означава опадање температуре (хлађење). Увођењем константе пропорционалносту горњи израз можемо написати у облику диференцијалне једначине:

$$-\frac{dT}{dt} = -k(T - T_s)$$

Ова диференцијална једначина представља математички модел хлађења тела. Диференцијалну једначину решавамо методом раздвајања променљивих:

$$\frac{dT}{T - T_s} = -kdt$$

Интеграљењем леве и десна стране једначине добија се :

$$\ln(T - T_s) = -kt + \ln C$$

$$\boxed{T = Ce^{-kt} + T_s} \qquad (6.4.8)$$

Константа C се одређује из почетних услова $T_s = 293K$ и $T_1 = 373K$

$$373K = Ce^{-k0} + 293K$$

$$\boxed{C = 80K}$$

Решење можемо написати у облику

$$\boxed{T[K] = 80e^{-kt} + T_s} \qquad (6.4.9)$$

Уврштавањем у горњу једначину $t_2 = 10$ min и $T_2 = 333K$ за константу пропорционалности добијамо

$333 = 80e^{-k10} + 293$

$e^{10k} = 2$

$k = \dfrac{\ln 2}{10} = 0{,}1\ln 2$

Тако да решење диференцијалне једначине можемо написати у облику

$T\,k = 80e^{-(0{,}1\ln 2)t} + 293$

Преко последње релације директно налазимо температуру тела Т, увршт︠а︡вањем задатог времена $t = t_1 = 30\ \mathrm{min}$

$T\,k = 80e^{-(0{,}1\ln 2)30} + 293$

$T\,k = 80e^{-\ln 8} + 293$

$$\boxed{T = 80 \cdot \frac{1}{8} + 293 = 10 + 20 = 303\ K} \qquad (6.4.10)$$

2. Израчунати енергију коју губи човек у једној секунди при размени топлоте зрачењем са околином средином у два случаја:

а) ако је неодевен

б) ако је у вуненој одећи.

Узети да је коефицијент емисивности коже $e_1 = 0{,}9$ а вунене одеће $e_2 = 0{,}76$. Температура коже је t_1=30°C, површина вунене тканине t_2=20°C и околне средине t_0=18°C. Површина преко које се остварује размена топлоте зрачењем са околном средином износи $S = 1{,}2\ m^2$.

Решење:

$e_1 = 0{,}9$

$e_2 = 0{,}76$

$t_1 = 30^\circ C$

$t_2 = 20^\circ C$

$t_0 = 18^\circ C$

$S = 1{,}2\ m^2$

$\Delta\Phi = ?$

Пошто тело није идеално црно тело, можемо написати:

$$\Phi = e\sigma T^4 \qquad (6.4.11)$$

e је коефицијент емисивности и представља однос емисионе моћи датог тела (сивог тела) и емисионе моћи коју би тело имало да је апсолутно црно тело. Ако је човек неодевен, он ће са површине свог тела S израчити енергију у јединици времена (снагу) једнаку:

$$\Phi_1 = e_1\sigma T_1^4 S \qquad (6.4.12)$$

Истовремено, човек ће и апсорбовати део зрачења из околине. Када би површина човековог тела имала температуру једнаку температури околине, тада би радијациона и апсорбована снага биле једнаке и износиле би:

$$\Phi_{0} = e_1 \sigma T_0{}^4 S \tag{6.4.13}$$

Ту исту снагу ће апсорбовати тело човека и при другим температурама његове површине.

а) Одузимањем апсорбоване снаге Φ_0 од радијационе снаге Φ_1 добијамо енергију коју човек губи у јединици времена када је неодевен

$$\boxed{\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_0 = e_1 \sigma (T_1{}^4 - T_0^4) S = 77 \frac{J}{s}}$$

(6.4.14)

б) Ако је човек у вуненој одећи, користимо исте релације, само што уместо e_1 замењујемо e_2 и температуру T_1 са T_2, тако да тражени губитак енергије у једној секунди износи :

$$\boxed{\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_0 = e_2 \sigma (T_2^4 - T_0^4) S = 10{,}3 \frac{J}{s}} \tag{6.4.15}$$

3. Пливач је у води температуре $t_1 = 7\,^{\circ}\mathrm{C}$. Колику топлотну снагу губи пливач услед топлотне проводљивости масног ткива дебљине $d = 20\,mm$ ако је температура његовог тела $t_2 = 37\,^{\circ}\mathrm{C}$? Коефицијент топлотне проводљивости масног ткива је $\lambda = 0{,}2 \dfrac{W}{mK}$ а површина тела $S = 1{,}8\,m^2$.

Решење:

$t_1 = 7^{\circ} C$

$d = 20 mm$

$t_2 = 37^{\circ} C$

$\lambda = 0{,}2 \dfrac{W}{mK}$

$S = 1{,}8 m^2$

$\Phi_T = ?$

Топлотни ток услед кондукције (провођења) је дат изразом :

$$\Phi_T = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \lambda S \frac{\Delta T}{\Delta x} \tag{6.4.1}$$

Где је $\dfrac{\Delta T}{\Delta x}$ модуо градијента температуре, а S је површина кроз коју се размењује топлота.

Пошто Δx одговара дебљини масног ткива, а ΔT је једнако разлици температура тела и воде можемо написати да је градијент температуре једнак:

$$\frac{\Delta T}{\Delta x} = \frac{T_2 - T_1}{d}$$

Па је топлотна снага коју губи пливач једнака:

$$\boxed{\Phi_T = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{\lambda S(T_2 - T_1)}{d} = 540\,W} \qquad (6.4.16)$$

4. Колика ће бити брзина одавања топлоте путем конвекције голог човека ако је околни ваздух температуре *25 °C*? Температура тела износи *34 °C*, а површина тела *1,2 m²*.

Решење:

$t_1 = 25^\circ C$

$t_2 = 34^\circ C$

$S = 1{,}2\,m^2$

$\Phi_K = ?$

Енергија која се у јединици времена ода путем конвекције је дата релацијом:

$$\Phi_k = kS\Delta t \qquad (6.4.4)$$

Коефицијент конвекције за ваздух који мирује је $k = 2{,}7\dfrac{W}{m^2K}$

$$\Phi_k = kS(t_2 - t_1) = 29{,}16\frac{J}{s} \qquad (6.4.17)$$

$$\boxed{\Phi_k = 29{,}16\frac{\frac{1}{4{,}184}cal}{\frac{1}{3600}h} = 25\frac{kcal}{h}} \qquad (6.4.18)$$

5. На плажи се сунча човек, који у жељи да поцрни излаже Сунцу ефективну површину своје коже од *0,9* m^2. Сунчан је дан па човек прима од Сунца радијациону топлоту у износу од *30 kcal/h* али је истовремено и одаје услед сопствене радијације. Температура његове коже је *32°C*, а температура околине *30°C*.

а) Израчунати резултујући флукс добијен радијацијом у току једног сата.

б) Ако на плажи дува ветар брзином од *2,3 m/s*, израчунати топлотни флукс који човек одаје у току једног сата путем конвекције.

ц) Ако је брзина метаболизма човека $80\,kcal/h$, а губитак топлотне енергије путем респирације $10\,kcal/h$, колико топлоте мора да ода у току једног сата испаравања зноја да би његова телесна температура остала непромењена?

Решење:

а)

$S = 0{,}9\ m^2$

$\Phi_R = 30\ kcal/h$

$t = 32^{\circ}C$

$t_0 = 30^{\circ}C$

$\Delta t = 2^{\circ}C = 2\ K$

$\Delta\Phi = ?$

Укупни топлотни флукс тела је једнак разлици емитованог и апсорбованог радијационог флукса:

$$\Delta\Phi = \Phi_{\mathrm{Re}} + \Phi_{Ra} \tag{6.4.19}$$

где је Φ_{Re} емитовани топлотни флукс, а Φ_{Ra} апсорбовани топлотни флукс.

$$\Phi_{\mathrm{Re}} = eKST \tag{6.4.20}$$

$$\Phi_{Ra} = eKST_0 \tag{6.4.21}$$

Уколико претходне две релације унесемо у релацију за укупни топлотни флукс добијамо

$$\Delta\Phi = eKST - eKST_0 = eKS\Delta T \tag{6.4.22}$$

$K = 5\dfrac{kcal}{m^2 h^{\circ}C}$ је константа која се одређује експериментално. Вредност коефицијента емисивности је $e = 1$. Уврштавањем бројних вредности у релацију (6.4.22) добијамо

$$\Delta\Phi = 1 \cdot 5\frac{kcal}{m^2 h^{\circ}C} \cdot 0{,}9m^2 \cdot 2^{\circ}C \tag{6.4.23}$$

$$\boxed{\Delta\Phi = 9\frac{kcal}{h}} \tag{6.4.24}$$

б) $v = 2{,}3\frac{m}{s}$

$\Phi_K = ?$

Топлотни флукс који човек ода путем конвекције у току једног сата једнак је

$$\Phi_K = -kS(T_t - T_f) \tag{6.4.4}$$

где је T_t температура тела, а T_f температура флуида.

Вредност коефицијента конвекције за ваздух је $k = 2{,}7\frac{W}{m^2K}$, али је експериментално потврђено да се ова вредност повећава десет пута за брзину ветра од $v = 2{,}3\frac{m}{s}$, па је $k = 27\frac{W}{m^2K}$.

Када бројне вредности уврстимо у релацију (6.4.4) добија се:

$$\Phi_k = 27\frac{W}{m^2K}\cdot 0{,}9\,m^2\cdot 2\,K \tag{6.4.25}$$

$$\boxed{\Phi_k = 48{,}6W = 48{,}6\frac{J}{s} = 48{,}6\frac{\frac{1}{4{,}184}cal}{\frac{1}{3600}h} = 41{,}8\frac{kcal}{h}} \tag{6.4.26}$$

ц)

$BMR = 80\frac{kcal}{h}$

$\Phi_{\mathrm{Re}\,sp} = 10\frac{kcal}{h}$

$\Phi_{EZ} = ?$

Из релације у којој са једне стране фигуришу брзина базалног метаболизма и топлотни флукс који тело прими од Сунца, а са друге стране укупан топлотни флукс услед радијације тела, флукс услед конвекције и флукс услед испаравања зноја, можемо извести управо тражени флукс услед испаравања зноја

$$BMR + \Phi_{R(s)} = \Delta\Phi + \Phi_K + \Phi_{\mathrm{Re}\,sp} + \Phi_{EZ} \tag{6.4.27}$$

$$\Phi_{EZ} = BMR + \Phi_{R(s)} - \Delta\Phi - \Phi_K - \Phi_{\mathrm{Re}\,sp} \tag{6.4.28}$$

Убацивањем бројних вредности у преходну релацију добија се

$$\Phi_{EZ} = 80\frac{kcal}{h} + 30\frac{kcal}{h} - 9\frac{kcal}{h} - 41{,}8\frac{kcal}{h} - 10\frac{kcal}{h}$$

$$\boxed{\Phi_{EZ} = 49{,}2\frac{kcal}{h} = 49200\cdot\frac{4{,}184J}{3600s} = 57{,}2\frac{J}{s} = 57{,}2\,W} \tag{6.4.29}$$

6.5. БИОЕЛЕКТРИЧНИ ПРОЦЕСИ У ЉУДСКОМ ОРГАНИЗМУ

6.5.1. ЕЛЕКТРИЧНИ СИГНАЛИ У ОРГАНИЗМУ

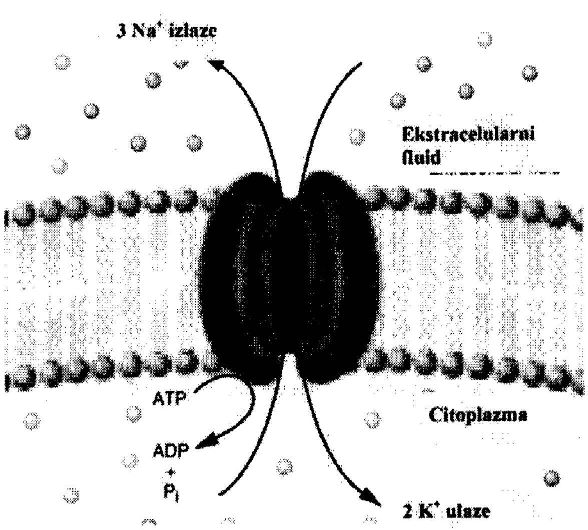
Биоелектрични процеси играју важну улогу у медицини. Проучавање биоелектричних процеса и биомагнетних појава у живој материји, посебно у људском организму, од изузетне је важности за разумевање функционисања организма [2].

Свака функција људског организма или његових делова праћена је одговарајућом променом распореда наелектрисања. Та промена може се простирати кроз нервни систем у виду електричних сигнала. У циљу обављања великог броја функција организма, многобројни електрични сигнали се непрекидно генеришу и транспортују кроз нервни систем. Селективним мерењем параметара специфичног сигнала, без уношења било каквог поремећаја у нормално функционисање организма, можемо добити корисне дијагностичке информације о појединим функцијама.

Људски организам такође може (намерно или не) бити изложен дејству спољног електричног или магнетног поља или се кроз њега може пропуштати електрична струја. Проучавање и регистровање одговора организма, као средине специфичних проводних карактеристика, на дејство електричне струје и утицај електричног и магнетног поља може се успешно употребити у дијагностици и терапији.

6.5.1.1. МЕМБРАНСКИ ПОТЕНЦИЈАЛ

Стимулус је промена средине у којој се налази надражљиво ткиво и као одговор на примену стимулуса јавља се мембрански потенцијал (потенцијал мировања). Стимулуси за настанак мембранског потенцијала су разлике у концентрацијама наелектрисања са две стране мембране и разлике у концентрацијама јона са две стране мембране. Разлика концентрација негативних и позитивних наелектрисања на мембрани јавља се као последица активног транспорта јона кроз мембрану, док се разлика у концентрацијама јона јавља као последица пасивног транспорта (дифузије јона) кроз мембрану.



Слика 16. Мембрански потенцијал
Извор: Саладин,2003

Унутрашњост ћелије-интрацелуларна течност и њена спољашњост-екстрацелуларна течност садрже једнаке количине позитивних и негативних јона. Међутим под утицајем натријум-калијумске пумпе долази до транспорта позитивних натријумских јона из ћелије и транспорта позитивних калијумских јона у ћелију као што је приказано на слици 16. Јони натријума и калијума се транспортују у односу 3:2. Зато унутар ћелије остаје више анјона и то узрокује негативну поларисаност интрацелуларне течности, док изван ћелије буде више позитивно наелектрисаних јона натријума и екстрацелуларна течност постаје позитивно поларисана.

Овај специфичан однос натријумових и калијумових јона је потребан за живот ћелије и одржава се активним транспортом.

Вредност потенцијалне разлике која настаје на мембрани је специфичност врсте ћелије и може се израчунати Нернстовом једначином (6.5.1) :

$$U[mV] = -61 \log \frac{c_i}{c_e} \qquad (6.5.1)$$

c_i је концентрација јона унутар ћелије, а c_e је концентрација јона изван ћелије.

Разлика у концентрацијама унутар ћелије и изван ње доводи до спонтане дифузије тј. до пасивног транспорта јона. Тада мембрана постаје више пропустљива за катјоне него за анјоне. Због велике концентрације натријумових јона изван ћелије постоји велики концентрацијски градијент усмерен ка унутра, па постоји и велика тежња натријума да дифундује у ћелију. Уласком натријума у ћелију повећава се број позитивних јона унутрар ћелије, тј. ствара се електропозитивност у интрацелуларној течности. Са спољашње стране мембране остају анјони, па је спољашњост ћелије електронегативна. Овим процесом настаје разлика потенцијала на мембрани која натријумове јоне усмерава у супротном смеру од смера дифузије (из ћелије). За временски период од једне милисекунде потенцијал на мембрани толико нарасте да долази до заустављања дифузије натријума. Пасивни транспорт важи и за јоне калијума, само што се почетно стање разликује. У тренутку када са спољашње стране мембране постоји велика концентрација натријумових јона, унутар ћелије је велика концентрација калијумових јона. Пошто је мамбрана пропустљива за катјоне, калијумови јони излазе из ћелије и ствара се поларисаност мембране, негативна унутар ћелије и позитивна ван ћелије. Потенцијал и у овом случају за кратко време достиже вредност која зауставља дифузију. Као укупни резултат свих транспорта на мембрани долази до коначне динамичке равнотеже. При динамичкој равнотежи са спољашње стране мембране се налази вишак позитивног наелектрисања који узрокује мембрански потенцијал од -60mV до -90mV.

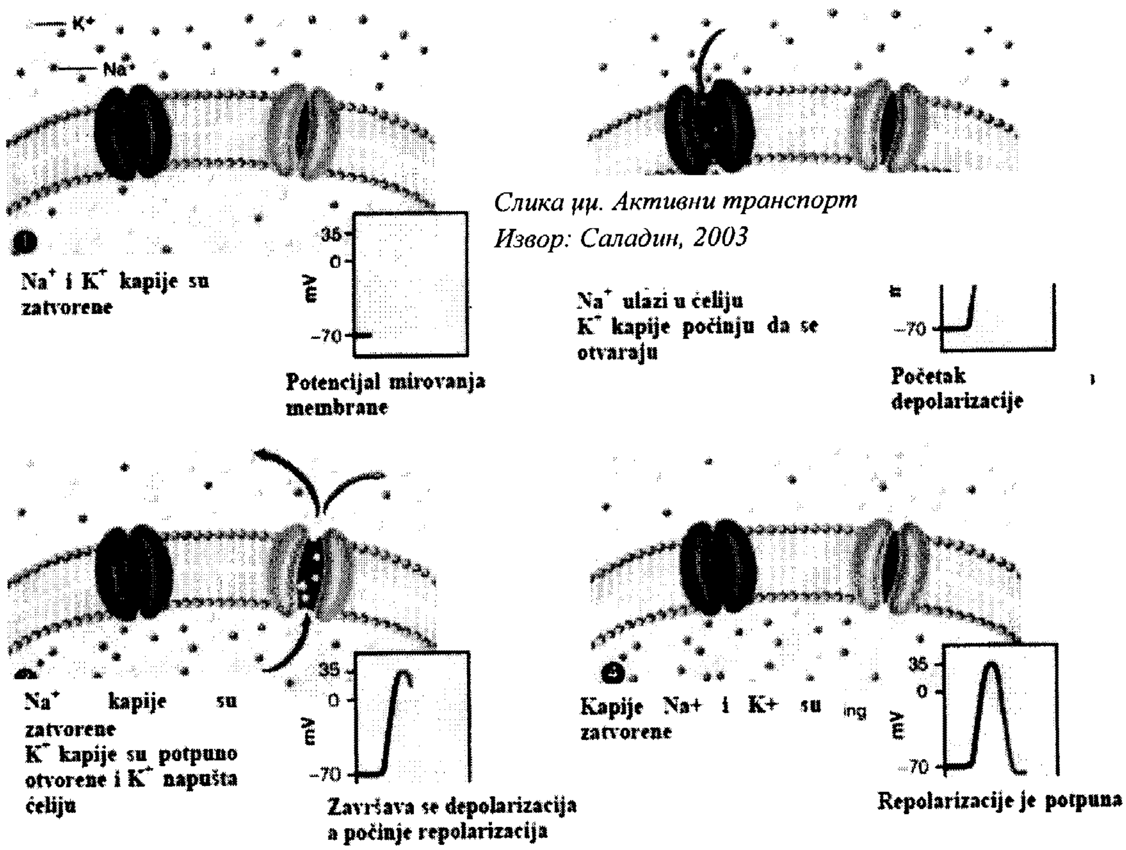
6.5.1.2. АКЦИОНИ ПОТЕНЦИЈАЛ

Акциони потенцијал настаје као резултат брзих промена пропустљивости мембране за јоне натријума и калијума. Наглом променом пропустљивости мембране долази до сталне промене позитивне вредности потенцијала у негативну и обрнуто, што се карактерише као пулсирајућа промена мембранског потенцијала. Ове пулсирајуће промене потенцијала у нервном систему служе за пренос информационих сигнала са једног краја тела на други. Фактори који изазивају промене пропустљивости мембране могу бити механичке, електричне и хемијске природе. Као што смо видели у претходном параграфу, важну улогу у настанку мембранског потенцијала има натријум-калијумска пумпа . Пумпа за натријум и калијум ствара велике разлике у концентрацијама ових јона са обе стране мембране. При томе је концентрација натријума велика са спољашње стране мембране, а концентрација калијума је велика са унутрашње стране мембране, као што је приказано на слици 17. Треба нагласити да када се једном створи разлика у концентрацијама са обе стране мембране, акциони потенцијал не зависи од рада натријум-калијумске пумпе. Приликом промене пропустљивости мембране, прво се повећа пропустљивост мембране за натријумове јоне (пропустљивост се повећа и до 5000 пута), а затим се врати на нормалну вредност. Након ове промене јавља се повећање пропустљивости мембране за калијумове јоне. Као последица промене пермеабилности мембране јавља се промена мембранског потенцијала тј. акциони потенцијал.

Промена потенцијала услед кретања јона може се израчунати по следећој формули

$$\Delta U = -\frac{RT}{F}\ln\frac{[K_1]_u P_1 + [K_2]_u P_2 + A_{1S}P_3 + A_{2S}P_4 + ...}{[K_1]_s P_1 + [K_2]_s P_2 + A_{1U}P_3 + A_{2u}P_4 + ...} \qquad (6.5.2)$$

K_1 и K_2 су дифузибилни катјони, A_1 и A_2 су дифузибилни анјони, P_1,P_2..су коефицијенти пермеабилности ћелијске мембране. Индекси У и С означавају унутрашњост и спољашњост ћелијске мембране.

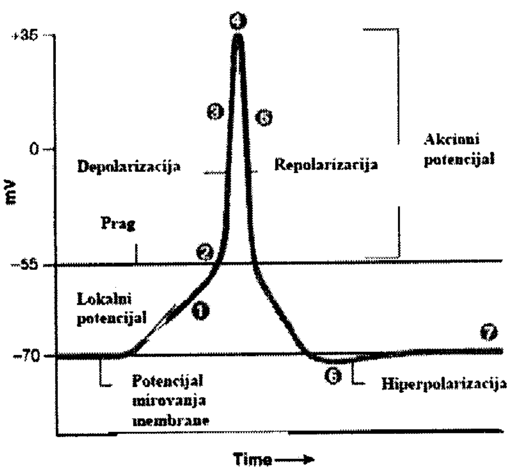


Слика цц. Активни транспорт
Извор: Саладин, 2003

Слика 17. Дешавања на мембрани током акционог потенцијала
Извор: Саладин, 2003.

На слици 17 је приказана мембрана ћелије са натријумским и калијумским каналима и график који представља зависност напона на мембрани у зависности од дешавања на мембрани. На сваком каналу се налази капија која се отвара и затвара у зависности од потенцијала на мембрани. Слика 17.1. приказује стање мембране при потенцијалу мировања, тада су капије затворене. На почетку акционог потенцијала натријумске капије се делимично отварају и у ћелију улази довољна количина натријума која омогућава делимичну деполаризацију-пораст потенцијала. Потенцијал унутар влакна се помера у позитивном смеру и доводи до промене капацитета на површини натријумске капије. Променом капацитета, долази до смањења потенцијала капије и она се више отвара и већи број натријумових јона може да уђе у ћелију (слика 17.2.). Са повећањем натријумових јона који улазе у ћелију долази до још већег слабљења потенцијала капије и још веће отворености капије. Овај процес се назива позитивно-повратни регенерацијски циклус (функционише на принципу позитивне повратне спреге) и одвија се све док се натријумове капије не отворе у потпуности. Електрични потенцијал који је карактеристичан за ову фазу акционог потенцијала се повећава од потенцијала мировања чија је вредност карактеристика ћелије, до +45mV.

Слика 17.3. илуструје процес реполаризације мембране. У тренутку када се натријумове капије у ћелију долази до затварања натријумских капија и отварања калијумских капија. Узрок отварања калијумских капија је такође позитиван потенцијал унутар мембране који позитивне калијумове јоне тера из ћелије. Изласком калијумових јона из ћелије вредност потенцијала почиња да опада и ширење негативног капацитета узрокује све веће отварање калијумових капија. Из овога се закључује да је реполаризација позитивно-повратни процес који отвара калијумске канале. Током процеса реполаризације долази до опадања потенцијала мембране, све док поново потенцијал не достигне негативну вредност потенцијала мировања. Када се поново достигне потенцијал мировања затворене су и натријумске и калијумске капије (слика 17.4.). Мембрана задржава вредност потенцијала мировања све док се ћелија поново не надражи.



Слика 18. Крива акционог потенцијала
Извор: Саладин, 2003

На слици 18. је приказана целокупна крива акционог потенцијала са означеним фазама. Након потенцијала мировања мембране јавља се фаза локалног потенцијала (1). Ова фаза представља почетак деполаризације мембране, када јони натријума почињу да улазе у ћелију. Да би се акциони потенцијал развијао даље локални потенцијал треба да достигне одређену вредност-праг (2). Праг представља минималну вредност потенцијала која је потребна да би се капије даље отварале та вредност најчешће износи -55mV. Бројем три је означен процес деполаризације-улазак натријумових јона у ћелију и појава позитивног потенцијала са унутрашње стране мебране. У тачки максималног потенцијала (4) натријумови јони престају да улазе у ћелију и капије се затварају. Максимални потенцијал најчешће има вредност око +35-45mV и за овај потенцијал мембрана је позитивна са унутрашње стране а негативна са спољашње стране. Процес реполаризације (5)

представља враћање потенцијала мембране на негативну вредност. Опадањем потенцијала долази до затврања калијумских капија, међутим и у тренутку када се достигне вредност потенцијала мировања мембране мали део калијумских капија остаје отворен. Због тога је најнижа вредност потенцијала
за 2-3mV мања од вредности потенцијала мировања мембране и овај негативан пик се зове хиперполаризација (6). Бројем (7) је означено стање потенцијала мировања мембране.

6.5.2. ФУНКЦИОНАЛНА ДИЈАГНОСТИКА

Функционална дијагностика је део медицинске електронике, који се бави регистровањем електричних сигнала и анализом одређених параметара у циљу добијања података о функционисању појединих органа и делова организма. Функционална дијагностика се дели на три области: електрографију, електрично регистровање неелектричних параметара и ендометрију и радио(теле)метрију.

6.5.2.1. ЕЛЕКТРОГРАФИЈА

Биопотенцијали се јављају у ћелијама, ткивима и органима као резултат промене мембранског потенцијала. Промене ових величина се манифестују као краткотрајни импулси сталног или промењивог знака и називају се акциони потенцијали или потенцијали дејства. Потенцијали појединих ћелија се сабирају и формирају заједничку потенцијалску разлику, која се може мерити између појединих тачака органа или ткива. На овај начин се могу регистровати промене биопотенцијала мишића, електромиографија-ЕМГ, срца, електрокардиографија-ЕКГ, мозга, електроенцефалографија-ЕЕГ и ретине, електроретинографија-ЕРГ.

6.5.3. ДЕЈСТВО ЈЕДНОСМЕРНЕ СТРУЈЕ НА ОРГАНИЗАМ

Када се наелектрисана честица нађе у електричном пољу, доћиће до њеног усмереног кретања под дејством поља и успостављања потенцијалне разлике. Материјал кроз који се крећу наелектрисане честице је проводник, који може бити проводник првог реда (ако се кроз њега крећу електрони) или проводник другог реда (ако се кроз њега крећу јони).
Између густине електричне струје и јачине електричног поља (E) у свакој тачки проводника постоји директна сразмерност

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \tag{6.5.3}$$

Где је σ коефицијент проводљивости материјала. Горња релација је позната као Омов закон у диференцијалном облику.

У хомогеним проводницима густина струје једнака је у свим тачкама попречног пресека, $j=\frac{I}{S}$ и $E=\frac{U}{l}$ па се Омов закон може написати као

$$\frac{I}{S}=\sigma\frac{U}{L}$$

Односно,

$$U=\frac{1}{\sigma}\frac{L}{S}I=RI \qquad (6.5.4)$$

Релација (6.5.4) је познатија као Омов закон у интегралном облику. На основу њега се може закључити да је електрична струја у проводнику пропорционална напону који влада на крајевима проводника, а константа пропорционалности је

$$R=\frac{1}{\sigma}\frac{L}{S}=\rho\frac{L}{S} \qquad (6.5.5)$$

Је величина која зависи од карактеристика проводника и представља термогени електрични отпор.

6.5.4. ЗАГРЕВАЊЕ ПРОВОДНИКА ЕЛЕКТРИЧНОМ СТРУЈОМ. ЏУЛОВ ЗАКОН

При протицању електричне струје кроз проводник на њему долази до ослобађања одређене количине топлоте ΔQ, која је директно сразмерна напону на крајевима проводника, јачини електричне струје и времену њеног протицања кроз проводник

$$\Delta Q=UIt \qquad (6.5.6)$$

Уколико у претходну релацију, уврстимо Омов закон (6.5.4) добија се релација

$$\Delta Q=I^2Rt \qquad (6.5.7)$$

Која представља Џулов закон, који важи за хомоген проводник константног отпора.

Џулов закон нам је важан јер се он може применити на људски организам, који се представља као запремински проводник. Људски организам је лош, запремински нехомогени проводник, али у њему постоје релативно велика подручја са констаним специфичним отпором (крв, кожа, кости...). Захваљујући томе организам се може моделирати комбинацијом већег броја међусобно повезаних хомогених проводника, тј. отпорника.

6.5.5. *РЕДНО И ПАРАЛЕЛНО ВЕЗИВАЊЕ ОТПОРНИКА*

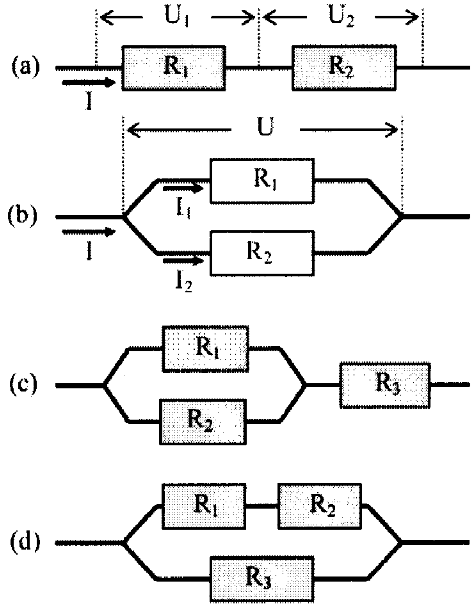
Отпорници се могу везати редно (слика19.а), паралелно (слика19.б) и комбиновано (слика19.ц).

Редно везани отпорници се могу заменити једним еквивалентним отпорником већег отпора R_e, чија је вредност једнака збиру замењених отпорника

$$R_e = \sum R_i = R_1 + R_2 + R_3 .... \qquad (6.5.8)$$

Код паралелне везе реципрочна вредност отпора еквивалентног отпорника једнака је збиру реципрочних вредности отпора земењених отпорника

$$\frac{1}{R_e} = \sum \frac{1}{R_i} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ... \qquad (6.5.9)$$



Слика 19. Везивање отпорника
Извор: Станковић,2006

На основу везе која је коришћена приликом везивања отпорника, можемо проценити колика количина топлоте ће се ослободити на тим проводницима (отпорницима).

1. Редна веза. Ако имамо везу два или више отпорника, количина ослобођене топлоте се одређује према релацији

$$\frac{\Delta Q_1}{\Delta Q_2} = \frac{I^2 R_1 t}{I^2 R_2 t} = \frac{R_1}{R_2} \qquad (6.5.10)$$

Количина топлоте је сразмерна вредности отпора у проводнику.

2. Паралелна веза. Код паралелне везе напон на крајевима отпорника је исти па се ослобођена количина топлоте одређује према релацији

$$\frac{\Delta Q_1}{\Delta Q_2} = \frac{(\frac{U^2}{R_1})t}{(\frac{U^2}{R_2})t} = \frac{R_2}{R_1} \tag{6.5.11}$$

У овом случају ослобођена количина топлоте је обрнуто сразмерна отпорну проводника.

6.5.6. ЗАДАЦИ ИЗ БИОЕЛЕКТРИЧНИХ ПРОЦЕСА У ЉУДСКОМ ОРГАНИЗМУ

1. Одредити електрични капацитет човека претпостављајући да је једнак капацитету равномерно наелектрисане кугле, запремине једнаке човековој. Узети да је маса човека $m = 60\ kg$, а густина $\rho = 1\frac{g}{cm^3}$. Диелектрична константа вакуума је $\varepsilon_0 = 8{,}84 \cdot 10^{-12}\frac{F}{m}$.

Решење:

$m = 60\ kg$

$\rho = 1\frac{g}{cm^3}$

$\varepsilon_0 = 8{,}84 \cdot 10^{-12}\frac{F}{m}$

$C = ?$

Потенцијал равномерно наелектрисане кугле полупречника R износи

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R} \tag{6.5.12}$$

А како је електрични капацитет дат изразом $C = \frac{q}{V}$, следи

$$C = \frac{q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 R \tag{6.5.13}$$

Полупречник R се може изразити преко масе m и густине ρ

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Где је V запремина кугле.

$$\frac{4R^3\pi}{3} = \frac{m}{\rho}$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{3m}{4\pi\rho}} \tag{6.5.14}$$

Уколико претходну релацију уврстимо у прелацију за капацитет добија се

$$\boxed{C = 4\pi\varepsilon_0 \sqrt[3]{\frac{3m}{4\pi\rho}} = 9pF} \tag{6.5.15}$$

2. За израчунавање структуре и функције биолошких мембрана, користе се модели-фосфолипидне мембране, које се састоје из биомолекуларног слоја фосфолипида. Дебљина такве вештачке мембране износи $l = 6nm$. Наћи електрични капацитет као и количину електрицитета по $1\,cm^2$ површине мембране, ако је њена релативна диелектрична пропустиљивост $\varepsilon_r = 3$ и разлика потенцијала између њеног спољашњег и унутрашњег дела је $U = 60\,mV$. Упоредите добијени електрични капацитет са аналогном карактеристиком кондензатора чије се плоче налазе на растојању $d = 1\,mm$.

Решење:

$l = 6nm$

$\varepsilon_r = 3$

$U = 60\,mV$

$d = 1\,mm$

$S = 1\,cm^2$

$C_m = ?$

$\frac{C_m}{S} = ?$

$\frac{C_K}{S} = ?$

Услед постојања двојног електричног слоја на наспрамним странама мембране, она ће бити поларисана, па ће се понашати као плочасти кондензатор са плочама на растојању l, између којих се налази диелектрик ралативне диелектричне пропустљивости ε_r. Како је електрични капацитет плочастог кондензатора дат изразом

$$C = \frac{\varepsilon S}{d} \tag{6.5.16}$$

Електрични капацитет мембране се може записати као

$$C_m = \frac{\varepsilon S}{l} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{l}$$

За јединичну површину капацитет би имао вредност

$$\boxed{\frac{C_m}{S} = \frac{\varepsilon S}{lS} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{l} = 0{,}44\frac{\mu F}{cm^2}} \tag{6.5.17}$$

Површинска густина наелектрисања (количина наелектрисања по јединици површине) је једнака

$$\boxed{q_s = \frac{q}{S} = \frac{C_m U}{S} = 26{,}4 \frac{nC}{cm^2}} \qquad (6.5.18)$$

Електрилни капацитет кондензатора ће бити једнак

$$C_K = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d}$$

Односно, капацитет за јединичну површину ће бити једнак

$$\boxed{\frac{C_k}{S} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{d} = 2{,}7 \frac{pF}{cm^2}} \qquad (6.5.19)$$

3. На једном од одвода, највећа разлика биопотенцијала на електрокардиограму износи $U = 2\,mV$. Претпостављајући, да је при томе електрични диполни момент срца паралелан оној страни Ајнтхофеновог троугла, на којој се снима електрокардиограм, одредити величину електричног момента срца. Диелектрична константа вакуума износи $\varepsilon_0 = 8{,}84 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$, а релативна диелектрична константа средине $\varepsilon_r = 80$. За растојање између извода узети вредност $r = 1\,m$.

Решење:

$U = 2\,mV$

$\varepsilon_0 = 8{,}84 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$

$\varepsilon_r = 80$

$r = 1\,m$

$p = ?$

Електрични дипол представља два једнака наелектрисања супротног знака који се налазе на неком растојању један од другог. Основна карактеристика дипола је диполни момент-вектор који је једнак проузводу наелектрисања и крака дипола (растојања између наелектрисања), орјентисан од негативног ка позитивном наелектрисању (слика 20.а)

$$\vec{p} = q\vec{d} \qquad (6.5.20)$$

Сваки дипол ствара у својој околини електрично поље. У некој тачки А (слика 20.б) потенцијал електричног поља дипола је једнак збиру потенцијала које стварају нелектрисања оба знака

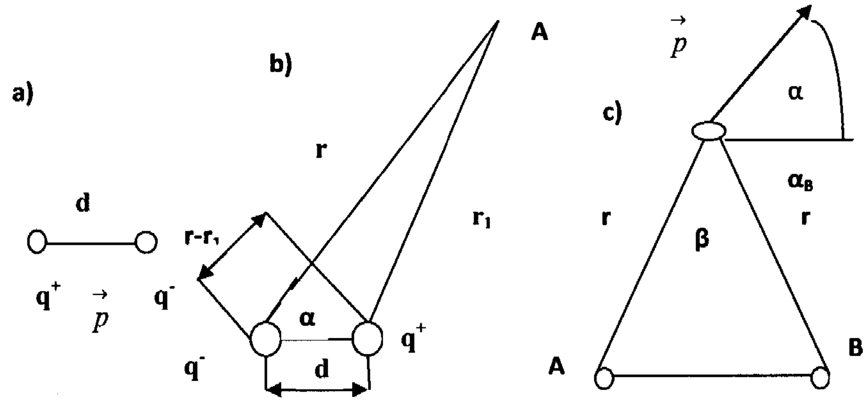
$$\varphi_A = \frac{q}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}\frac{r - r_1}{rr_1} \qquad (6.5.21)$$

Ако представимо да је d<<r, тада је $r \approx r_1, r_1 r \approx r^2$ и $r - r_1 \approx d\cos\alpha$, где је α угао између вектора $\vec{p}$ и $\vec{r}$. Коришћењем приближних релација добијамо

$$\varphi_A = \frac{q}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}\frac{d\cos\alpha}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}\frac{p\cos\alpha}{r^2}$$

Ако сада претпоставимо да се дипол налази у некој тачки О са диполним моментом $\vec{p}$ и занемарљивом величином крака, разлика потенцијала коју ствара дипол у тачкама А и В на подједнаким удаљеностима r од тачке О је према претходној релацији за φ_A

$$\varphi_B - \varphi_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}\frac{p}{r^2}(\cos\alpha_B - \cos\alpha_A) \tag{6.5.22}$$



Слика 20. Шема уз задатак 5.

Па се коришћењем одговарајућих тригонометријских трансформација добија

$$\cos\alpha_B - \cos\alpha_A = -2\sin\frac{2\alpha+\pi}{2}\sin(-\frac{\beta}{2}) = 2\sin\frac{\beta}{2}\cos\alpha$$

Замењујући овај израз у релацију (6.5.22) коначно добијамо

$$\varphi_A - \varphi_B = \frac{\sin(\frac{\beta}{2})}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}p\cos\alpha$$

Када се диполи налазе у центру једнакостраничног(слика20.ц) троугла тада је према претходној релацији

$$\varphi_A - \varphi_B = \frac{\sin(\frac{\gamma}{2})}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}p\cos\beta$$

Где је γ угао под којим се виде тачке А и В од дипола, а β угао између електричног момента дипола $\vec{p}$ и праве АВ.

Према теорији Ајнтхофена срце се понаша као електрични дипол. Електрични диполни момент срца-дипола (који се назива укупним електричним вектором) периодично се мења како по величини, тако и по правцу. Биопотенцијали се региструју између врхова једнакостраничног троугла који је образован спајањем две руке и једне ноге. Срце се налази у центру тог троугла , па је угао $\gamma = 120^\circ$. Према услову задатка вектор $\vec{p}$ је паралелан страници AC (погледати слику 20) из чега следи да је угао који заклапа његов правац са том страницом $\beta = 0^\circ$. Ако уврстимо вредности ових углова у горњу релацију, добијамо разлику потенцијала између тачака A и C

$$U = \varphi_C - \varphi_A = \frac{\sqrt{3}p}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2} \tag{6.5.22}$$

Одакле је тражени електрични момент дипола p једнак

$$\boxed{p = \frac{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0 r^2 U}{\sqrt{3}} = 10^{-11}\ Cm} \tag{6.5.23}$$

4. Између две електроде, прикључене на напон $U = 36\,V$, налази се живо ткиво. Условно се може узети да се ткиво састоји из два слоја суве коже и мишића са крвним судовима. Дебљина слоја коже износи $l_1 = 0{,}3\ mm$, а дебљина унутрашњег слоја ткива износи $l_2 = 9{,}4\ mm$. Наћи густину струје и пад потенцијала на кожи и у масном ткиву, посматрајући их као проводнике. Специфичне отпорности суве коже и мишићног ткива су $\rho_1 = 10^5\,\Omega m$ и $\rho_2 = 2\ \Omega m$, респективно.

Решење:

$U = 36\,V$

$l_1 = 0{,}3\ mm$

$l_2 = 9{,}4\ mm$

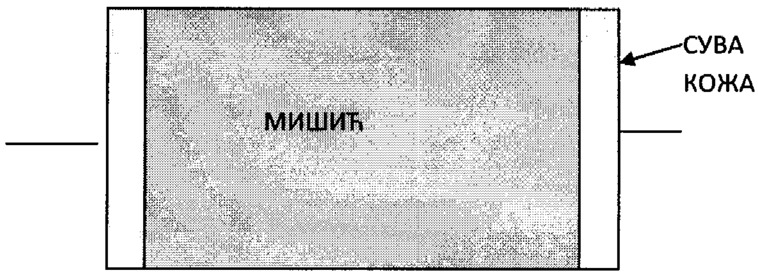
$\rho_1 = 10^5\,\Omega m$

$\rho_2 = 2\ \Omega m$

$j = ?$

$U_1 = ?$

$U_2 = ?$



Слика 21. Шема уз задатак 4.

Густина стационарне струје која тече кроз ткиво је $j = \dfrac{I}{S}$, са друге стране по Омовом закону

$I = \dfrac{U}{R}$, тако да можемо написати

$$j = \frac{U}{RS} \tag{6.5.24}$$

Где је R укупан отпор ткива. Сада живо ткиво можемо посматрати као три отпорника редно (серисјки) везана па је укупан отпор једнак

$$R = 2R_1 + R_2 = 2\rho_1 \frac{l_1}{S} + \rho_2 \frac{l_2}{S}$$

Па за густину струје добијамо

$$j = \frac{U}{2\rho_1 l_1 + \rho_2 l_2}$$

$$\boxed{j = 0{,}6 \frac{A}{m^2}} \tag{6.5.25}$$

Пад потенцијала на кожи износиће

$$\boxed{U_1 = 2UR_1 = 2j\rho_1 l_1 = 36\ V} \tag{6.5.26}$$

Пад потенцијала на мишићном ткиву је

$$\boxed{U_2 = IR_2 = j\rho_2 l_2 = 0{,}01\ V} \tag{6.5.27}$$

5. Еквивалентно коло за кратки део нервног влакан може се појестављено приказати RC колом приказаном на слици 22. Ако се нервно влаконо дужине $d = 2\ mm$ и полупречника $r = 40\ \mu m$ на једном крају побуђује наизменичном струјом напона $U = 100\ mV$ и фреквенције $\nu = 1\ kHz$, колики ће бити напон на другом крају? Узети да је електрични капацитет влакна $C = 3{,}3\ nF$, његова специфична отпорност $\rho = 0{,}6\ \Omega m$.

Решење:

$d = 2\ mm$

$r = 40\ \mu m$

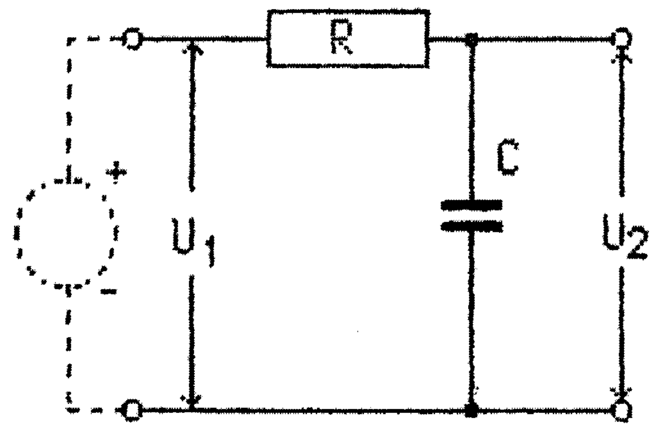
$U = 100\ mV$

$\nu = 1\ kHz$

$C = 3{,}3\ nF$

$\rho = 0{,}6\ \Omega m$

$U_2 = ?$



Слика 22. Еквивалентно коло уз задатак 5.

Омски отпор влакна R рачунамо према релацији за отпор линијског проводника

$$R = \rho \frac{l}{S} = \rho \frac{d}{r^2 \pi} \tag{6.5.28}$$

$$\boxed{R = 2{,}4 \cdot 10^5\ \Omega} \tag{6.5.29}$$

Сада користимо израз за пригушење сигнала наизменичне струје

$$\boxed{p = \frac{U_1}{U_2}} \tag{6.5.30}$$

Где је U_1 ефективна вредност напона на улазу, а U_2 ефективна вредност напона на излазу. Излаз се понаша као редна веза омске и капацитивне отпорности, па је импеданца једнака

$$Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega c)^2}}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{(2\pi \nu c)^2}}$$

$$U_1 = I_0 Z$$

$$U_2 = I_0 X_c = I_0 \frac{1}{2\pi \nu c}$$

Из претходне две релације можемо израчунати преигушење сигнала

$$p = \frac{U_1}{U_2} = \frac{Z}{X_c}$$

Уколико у претходну релацију уврстимо релације за Z и X_C добијамо

$$\boxed{p = \sqrt{(2\pi\nu CR)^2 + 1}} \tag{6.5.31}$$

И на крају коефицијент пригушења сигнала је $p = 5$

Из релације за коефицијент пригушења сигнала лако добијамо вредност напона на другом крају кола

$$\boxed{U_2 = \frac{U_1}{p} = \frac{100\ mV}{5} = 20\ mV} \tag{6.5.32}$$

6.6. БИОАКУСТИКА

Звук је један од основних начина комуникације између људи. Постоји више аспеката интеракције звука и организма. На пример, складни тонови звука (музички акорди) пружају осећај уживања у музици. Са друге стране, звук великог интензитета (бука) може да буде загађивач животне средине и узрочник озбиљних патофизиолошких и психичких проблема.

Звук је маханички талас одређених карактеристика. Механички таласи представљају осцилације које се простиру кроз материјалну средину без транспорта супстанције. Ентитет који осцилује може бити честица, или неки молекул материјалне средине кроз коју звук пролази.

6.6.1. ОСЦИЛАЦИЈЕ

Осцилације су облик кретања, који се понавља у одређеним временским интервалима. Ако су ти интервали међусобно једнаки, осцилаторно кретање ће бити периодично. Време трајања једне такве осцилације дефинише се као период осциловања.

Слободно осцилаторно кретање настаје као резултат извођења осцилаторног система из равнотежног положаја и одвија се без присуства спољних сила, на рачун сопствене енергије.

Најједноставнији облик осцилаторног кретања је просто хармонијско осциловање, које се одвија под дејством еластичнереституционе силе. Систем који нам служи за објашњење простог хармонијског кретања се састоји од тела масе m везаног за идеално еластичну орпугу причвршћену на једном крају (линеарни хармонијски осцилатор). Када се под дејством силе $\vec{F}$ тело помери из равнотежног положајана максималну удаљеност A_0, у истегнутој еластичној опрузи се јавља реституциона сила супротног смера F_x која тежи да тело врати у равнотежни положај.

$$F_x = -kx \quad (6.6.1)$$

Где је k коефицијент еластичности опруге, а x величина истезања или сабијања опруге. Хармонијско осцилаторно кретање описује се диференцијалном једначином другог реда

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx \quad (6.6.2)$$

У реалним системима, услед трења и отпора ваздуха долази до смањивања енергије система, па самим тим и амплитуде осциловања, тако да ће осцилације бити пригушене, а осциловање система ће се после одређеног времена зауставити. Сила пригушења у овом случају ће бити пропорционална брзини кретања и супротно усмерена

$$F_{pr} = -r\upsilon = -r\frac{dx}{dt} \quad (6.6.3)$$

Диференцијална једначина другог реда која описује овај начин кретања је

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - r\frac{dx}{dt} \quad (6.6.4)$$

Многи физички системи, од атома до ноге човека могу се моделирати као пригушени осцилатори. Инжињери често дизајнирају системе са специфичном вредношћу пригушења.

6.6.2. МЕХАНИЧКИ ТАЛАСИ И ЕНЕРГИЈА

Таласи који носе енергију, информацију простирући се кроз сва агрегатна стања су механички таласи. Механички таласи настају преношењем осцилација са једне честице на другу у одређеном правцу или у свим, ако за то постоје услови. Механички једнодимензионални таласи могу бити лонгитудинални (ако се правац осциловања честица и простирања таласа поклапају) и трансверзални (ако честице осцилују нормално на правац простирања таласа). Лонгитудинални таласи се простиру кроз све мастеријалне средине, док се трансверзални таласи простиру само кроз чврста тела.
Енергија честица које осцилују дефинисана је релацијом

$$E = \frac{1}{2}mA_0^2\omega_0^2 \quad (6.6.5)$$

Где је A_0 амплитуда таласа, а ω_0 кружна фреквенција осциловања.

Она се преноси са једне честице, на другу-следећу, са ове на следећу и на све остале које учествују у простирању таласа. Дакле, сваки талас са собом носи одређенуу енергију која се може исказати величином која се назива енергетски флукс. Енеретски флукс представља енергију коју талас пренесе кроз неку површину у јединици времена

$$\Phi = \frac{E}{S} = \frac{1}{2}\rho A_0^2\omega_0^2 Sv \quad (6.6.6)$$

Где је ρ густина средине, A_0 амплитуда осциловања, ω_0 кружна фреквенција, S је површина, а v брзина таласа.

6.6.3. ЗВУК

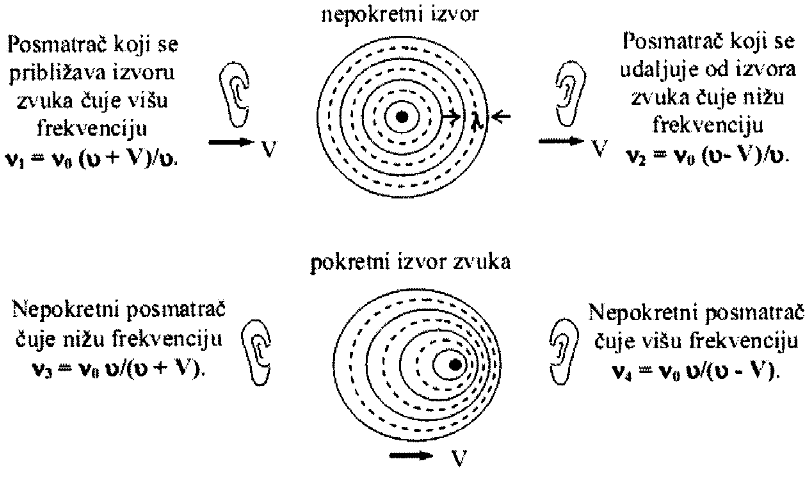
Звучни таласи су механички лонгитудинални таласи, који се простиру кроз гасовиту, течну и чврсту средину. Када говоримо о звуку, ми првенствено мислимо на таласе које чујемо, али звук који чујемо обухвата само мали део опсега звучних таласа који имају велик значај како у природи тако и у технологији. Људско ухо је осетљиво на звучне таласе чији је опсег од 20 до 20000 Hz, област која обухвата фреквенције испод 20 Hz је област инфразвука, а област која обухвата фреквенције изнад 20000 Hz је област ултразвука.

Звучни таласи које људско ухо региструје се разликују по структури и периоди, и на основу ових карактеристика разликујемо тон, шум и прасак.

6.6.4. ДОПЛЕРОВ ЕФЕКАТ

Приликом испитивања звука физичари су утврдили да се висина тона извора фреквенције ν_0 мења зависно од промене релативног односа извора и слушаоца. Испитивања су показала да је то последица промене фреквенције звука који стиже до слушаоца. Ова појава се назива Доплеров ефекат.

Тачкаст извор, који мирује у некој средини, емитује звучне таласе у свим правцима. Таласни фронт се шири у облику концентричних кругова брзином υ. Ако се слушалац приближава извору звука брзином V регистроваће звук више фреквенције ν_1 , а ако се удаљује регистроваће звук ниже фреквенције ν_2. Уколико се извор звука креће брзином V слушалац од кога се извор удаљује регистроваће звук ниже фреквенције ν_3, док ће онај коме се извор приближава регистровати звук више фреквенције ν_4. Промена фреквенције $\Delta\nu$ назива се Доплеров шифт.



Слика 23. Доплеров ефекат
Извор:Станковић, 2006

6.6.5. *ЗВУК И ЉУДСКО УХО*

Звук делује на орган слуха и изазива субјективне реакције које зависе не само од објективних особина звука, већ и од особина слушног апарата. Ухо је изванредан инструмент који реагује сензацијом чувења у широком опсегу фреквенција, амплитуда и интензитета звука, одговор људског уха ће зависити од фреквенције и интензитета звучног таласа. Ниво интензитета звука одговара величини која се назива ниво чујности S. Ниво чујности је дефинисан према релацији

$$S = k\log\frac{I}{I_0} \tag{6.6.7}$$

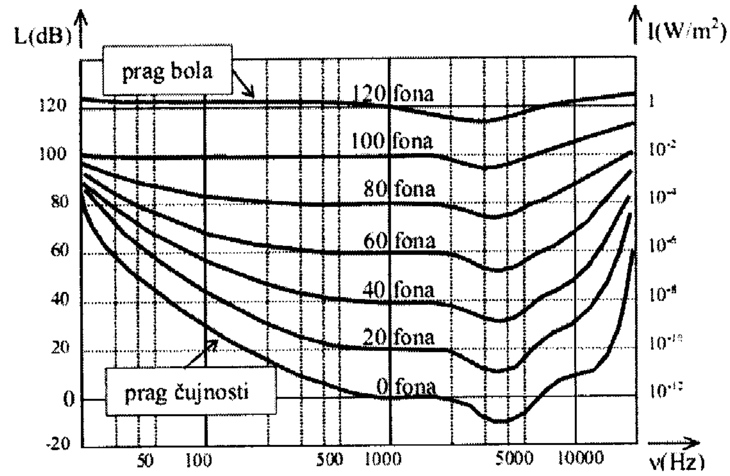
Јединица за нови чујности је фон.

Поред нивоа чујности, друга важна физичка величина за процес чувења је ниво интензитета звука L. Користи се за поређење интензитета два звука и представља логаритамски однос њихових интензитета

$$L = k\log\frac{I_2}{I_1} \tag{6.6.8}$$

Коефицијент k може имати вредност 1 и тада је јединица за ниво интензитета Бел. Ако је $k=10$ јединица је децибел (dB).

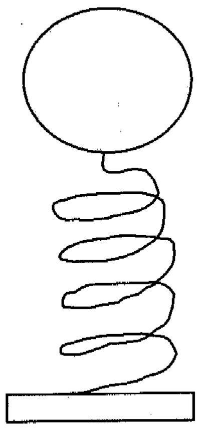
Најнижи интензитет звука који људско ухо може да чује назива се праг чујности. Његова вредност битно зависи од фреквенције звучног таласа. При фреквенцији од $1000Hz$ минимални интензитет звука који људско ухо региструје износи $I_0 = 10^{-12}\frac{W}{m_2}$. Ова вредност се у испитивању функционисања слушног апарата означава као референтни интензитет, са којим се пореде други интензитети.



Слика 24. Графички приказ међусобне везе између интензитета звука, нивоа интензитета и новиа чујности
Извор:Станковић,2006

6.6.6. ЗАДАЦИ ИЗ БИОАКУСТИКЕ

1. Систем глава-врат-рамена неке особе може се померати као на слици 25 систем: маса (глава), опруга (врат) и чврста подлога (рамена). Сопствена учестаност система глава-врат износи $\nu_0 = 30\ Hz$.Ако је маса главе $m = 5,5\ kg$, наћи коефицијент еластичности врата.



Слика 25. Модел човекове главе,уз задатак 1.

Решење:
$m = 5,5 kg$

$\nu_0 = 30 Hz$

$k = ?$

Дати систем се може посматрати као осцилаторни систем, на њега се могу применити одговарајући изрази који важе за просто хармонијско осциловање

$$\omega_0 = 2\pi\nu_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

(6.6.9)

$$\boxed{k = (2\pi\nu_0)^2 m = 2 \cdot 10^5 \frac{N}{m}} \qquad (6.6.10)$$

2. Одредити максималну вредност силе која делује на бубну опну човека при наиласку звучних таласа фреквенције $\nu = 1\ kHz$,ако је површина бубне опне $S = 66\ mm^2$ у два случаја:

а) за праг чујности

б) за праг бола

Нека је брзина простирања звучности таласа $c = 340\frac{m}{s}$, густина ваздуха $\rho = 1{,}29\frac{kg}{m^3}$.

Решење:

$\nu = 1\ kHz$

$S = 66\ mm^2$

$c = 340\frac{m}{s}$

$\rho = 1{,}29\frac{kg}{m^3}$

$F = ?$

Интензитет звука је дефинисан релацијом

$$I = \frac{p^2}{2Z_a} = \frac{p^2}{2\rho c} \qquad (6.6.11)$$

Где је p средња амплитуда звучног притиска, а Z_a је акустички отпор (импеданца), дефинисана релацијом

$Z_a = \rho c$

Средња амплитуда звучног притиска који делује на бубну опну се може написати у облику

$p = \sqrt{2I\rho c}$

Тражена средња сила, која одговара амплитудној вредности звучног притиска је

$$\boxed{F = p \cdot S = S \cdot \sqrt{2I\rho c}} \qquad (6.6.12)$$

а) Минимална јачина звучног таласа која изазива једва приметан осећај звука за дату фреквенцију је праг чујности. Овај праг зависи од фреквенције, за $\nu = 1\ kHz$ он износи $I_0 = 10^{-12}\frac{W}{m^2}$ и заменом у релацију за силу добијамо

$$\boxed{F = S\sqrt{2I_0\rho c} = 1{,}95 \cdot 10^{-9}\,N} \qquad (6.6.13)$$

б) Максимална јачина звука коју човек може још јасно да чује је праг бола и за дату фреквенцију износи $I_{\max} = 1\frac{W}{m^2}$ Сила која делује на бубну опну у овом случају износи:

$$\boxed{F = S\sqrt{2I_{\max}\rho c} = 6{,}18 \cdot 10^{-3}\,N} \qquad (6.6.14)$$

3. Колика ће бити амплитуда звучног притиска у течности унутрашњег уха, под дејством звучних таласа из спољашње средине нивоа интензитета $L = 60\ dB$? Површина бубне опне износи $S_1 = 55\ mm^2$, овалног прозора $S_2 = 3{,}2\ mm^2$, механичка коефицијент еластичности слушних кошчица $k = 1{,}5$, а акустички отпор ваздуха $Z_a = 410 \frac{kg}{m^2 s}$.

Решење:

$L = 60\ dB$

$S_1 = 55\ mm^2$

$S_2 = 3{,}2\ mm^2$

$k = 1{,}5$

$Z_a = 410 \frac{kg}{m^2 s}$

$p_2 = ?$

Пошто слушне кошчице играју улогу система полуга, можемо написати да је њихова механичка предност (коефицијент)

$$k = \frac{F_2}{F_1} \qquad (6.6.15)$$

На бубној опни је коефицијент $p_1 = \frac{F_1}{S_1} \rightarrow F_1 = p_1 S_1$

А на овалном прозору коефицијент је $p_2 = \frac{F_2}{S_2} = \frac{kF_1}{S_2}$

Из претходне две релације можемо извести $p_2 = \frac{kp_1 S_1}{S_2} = kp_1 \frac{S_1}{S_2}$

Уколико у претходну релацију уврстимо израз који важи за предност на спољашњем уху $p_1 = \sqrt{2IZ_a}$

Добићемо $p_2 = k \frac{S_1}{S_2} \sqrt{2IZ_a}$

Интензитет I одређујемо преко задатог нивоа јачине звука

$$L = 10 \log \frac{I}{I_0} \qquad (6.6.16)$$

Где је $I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$ праг чујности.

$$60dB = 10\log\frac{I}{I_0}$$

$$I = I_0 \cdot 10^{0,1L} = I_0 \cdot 10^6$$

Овако добијен интензитет можемо вретити у релацију за предност па се коначно добија

$$p_2 = k\frac{S_1}{S_2}\sqrt{2I_0 \cdot 10^6 Z_a} \tag{6.6.17}$$

$$\boxed{p_2 = 0{,}74\,Pa} \tag{6.6.18}$$

4. Звучник производи звук од $\nu = 440\,Hz$ са тоталном снагом од $P = 1{,}2\,W$, радијално у свим правцима. На удаљености од $d = 5\,m$, колики ће бити :

а) Интензитет звука $I = ?$

б) Ниво интензитета звука $L = ?$

в) Амплитуда промене притиска $\Delta p_{\max} = ?$

г) амплитуда осциловања у ваздуху $A = ?$

Решење:

$\nu = 440\,Hz$

$P = 1{,}2\,W$

$d = 5\,m$

$I = ?$

$L = ?$

$\Delta p_{\max} = ?$

$A = ?$

а) Интензитет звука се може израчунати применом релације

$$I = \frac{P}{S} \tag{6.6.19}$$

Где је P укупна снага, а S је површина просторног угла $S = 4d^2\pi$ и можемо написати

$$I = \frac{P}{4d^2\pi} \tag{6.6.20}$$

$$\boxed{I = 3{,}8\frac{mW}{m^2}} \tag{6.6.21}$$

б) Ниво интензитета звука се може израчунати по релацији

$$L = 10\log\frac{I}{I_0} \tag{6.6.20}$$

Где је $I_0 = 10^{-12}\,\frac{W}{m^2}$ праг чујности.

$$\boxed{L = 96\,dB} \tag{6.6.22}$$

в) Интензитет звучног таласа можемо изразити и преко амплитуде (максималне промене) притиска :

$$I = \frac{\Delta p_{\max}{}^2}{2\rho v} \tag{6.6.22}$$

Где је $\rho = 1{,}29\frac{kg}{m^3}$ густина ваздуха, а $v = 343\frac{m}{s}$ брзина звука.

$$\Delta p_{\max} = \sqrt{2\rho v I} \tag{6.6.23}$$

И на крају, ако уврстимо бројне вредности у претходну релацију добија се

$$\boxed{\Delta p_{\max} = 1{,}83\frac{N}{m^2} = 1{,}83 Pa} \tag{6.6.24}$$

г) Интензитет звучног таласа се може изразити преко амплитуде

$$I = \frac{1}{2}\rho v A^2 \omega_0^2 = \frac{1}{2}\rho v A^2 (2\pi v)^2 \tag{6.6.25}$$

$$A = \frac{1}{2\pi v}\sqrt{\frac{2I}{\rho v}}$$

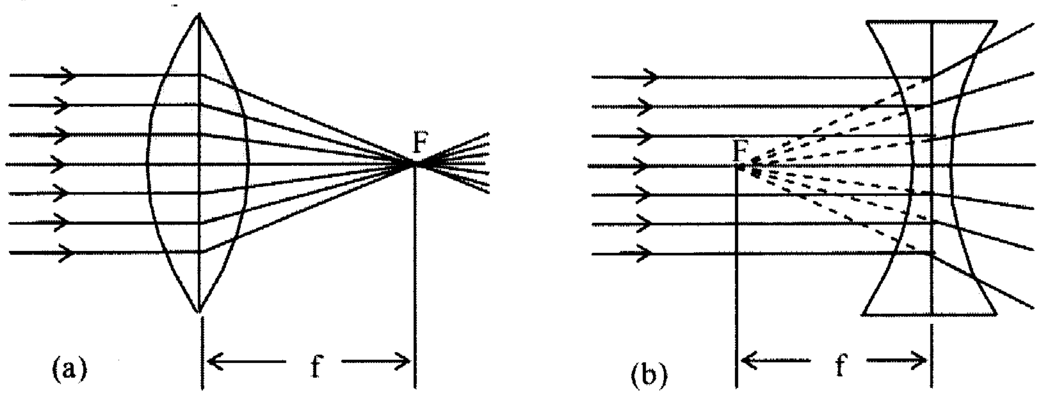
$$\boxed{A = 1{,}5\mu m} \tag{6.6.26}$$

6.7. ФИЗИКА ОКА И ВИЂЕЊА

Светлост, као део спектра нејонизујућег електромагнетног зрачења, јесте једна од првих физичких појава са којима се човек у животу среће и живи и има велик значај бар са два аспекта о којима ће бити речи у овом поглављу. Први део се односи на употребу светлости у медицинској дијагностици и терапији, а други се односи да физику ока и процес виђења који представља један од основних видова комуникације човека са околином.

6.7.1. СОЧИВА

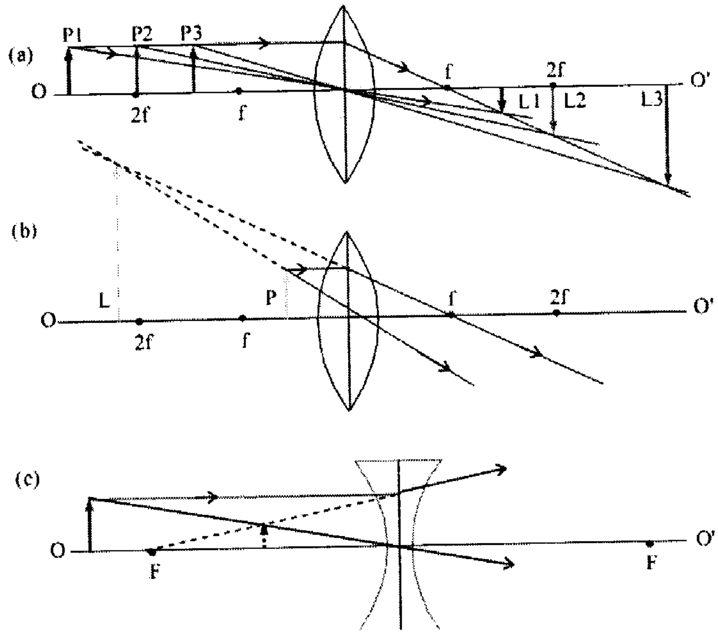
Сочиво је транспарентно тело помоћу кога се захваљујући рефракцији светлости, формира слика предмета. Сочива могу бити конвергентна (сабирна) и дивергентна (расипна). Сабирна сочива могу бити биконкавна, планконкавна и конвексноконкавна.



Слика 26. Конвергентна и дивергентна сочива
Извор: Станковић, 2006

Свако сочиво карактерише оса сочива која стоји нормално у односу на главну оптичку осу OO' и две жиже (F) које се налазе на једнаким растојањима (f) од осе сочива. Констукција лика (L) неког предмета (P) може се остварити помоћу два светлосна зрака:

1. Светлосни зрак који путује паралелно главној оптичкој оси после рефракције на сочиву пролази кроз жижу
2. Светлосни зрак који пролази кроз центар сочива не мења свој правац, не прелама се.



Слика 27. Формирање лика код сочива
Извор: Станковић,2006

Једначина танког сочива које се налази у некој хомогеној средини има облик

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{l} \tag{6.7.1}$$

У случају да се предмет налази у бесконачносит ($p=\infty$) лик ће бити на растојању $l = f$ тј. налазиће се у жижи сочива, ако се предмет налази у жижи ($p=f$) лик ће се налазити у бесконачности.

Једначина важи за случај када имамо имагинаран лик под условом да даљину лика означимо као негативну; она такође важи и за дивергентна сочива уколико даљину лика и жижину даљину означимо као негативне.

6.7.2. ОПТИЧКИ СИСТЕМ ОКА

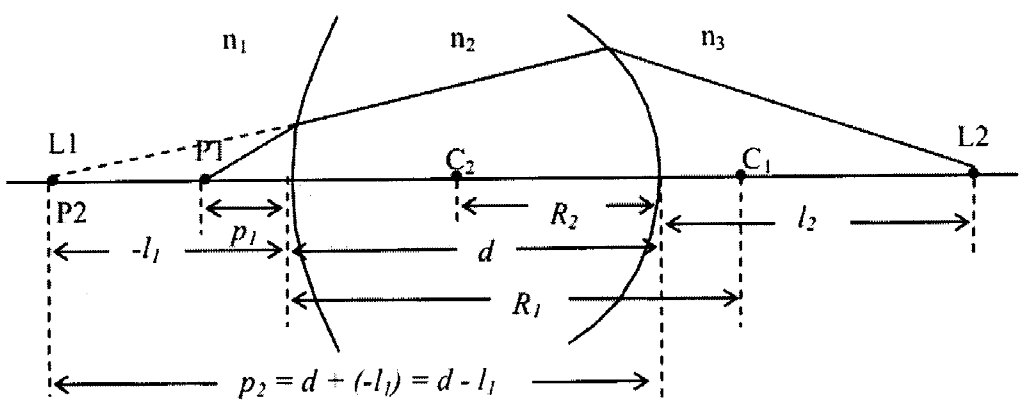
Оптички систем ока са видним путевима сличан је камери са придуженим деловима . Систем се састоји од : система саочива кроз које пролазе и преламају се светлосни зраци; дијафрагма са уским кружним отвором, односно зеница, која регулише количину примљене светлости; мрачна комора са негативом, који у оку представља мрежњача, која прима светлосне надражаје; оптички нерв, преко којих се преносе светлосни надражаји ка видним центрима у мозгу.

Слика коју мозак види је обрнута у односу на лик предмета у оку и одговара реалном предмету.

Око има два главна фокусирајућа дела: рожњачу, која представља провидно испупчење на предњој страни ока и врши две трећине фокусирања и сочиво које врши фино фокусирање. Рожњача има сталан фокус, док сочиво може мењати свој облик а самим тим и фокусирати објекте на различитим удаљеностима.

6.7.3. ДЕБЕЛО СОЧИВО

Посматраћемо сочиво дефинисано једном конвексном и једном конкавном површином, различитих полупречника кривина R_1 и R_2 (слика 28.). Светлосни зрак, који долази на конвексну површину из тачке P_1, прелама се и стиже до конкавне површине сочива, где ће се поново преломити и коначно формирати лик L_2. Имагинаран продужетак први пут преломљеног зрака формираће имагинаран лик L_1, који је уједно и предмет P_2 из кога би светлост долазила на другу површину када прве не би било.



Слика 28. Конструкција лика светле тачке добијеног проласком светлости кроз дебело сочиво
Извор: Станковић,2006

Уколико успоставимо везу између P_1 и L_2 добићемо две релације за две рефракционе површине

За конвексну површину $\dfrac{n_1}{p_1} + \dfrac{n_2}{p_2} = \dfrac{n_2 - n_1}{R_1}$ (6.7.2)

За конкавну површину $\dfrac{n_2}{d - l_1} + \dfrac{n_3}{l_2} = \dfrac{n_3 - n_2}{R_2}$ (6.7.3)

Комбиновањем ових једначина можемо израчунати параметре дебелог сочива. За сочива која немају велику дебљину углавном се користи поједностављена формула као веза између параметара који карактеришу сочиво. Њу ћемо добити ако $d \to 0$, $n_1 = n_3 = 1$, $n_2 = n$, што значи да се сочиво индекса преламања n налази у ваздуху.

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{l} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \qquad (6.7.4)$$

Или

$$\frac{1}{f}=(n-1)(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}) \qquad (6.7.5)$$

Претходна релација позната као једначина танког сочива.

Ако се сочиво не налази у ваздуху,већ у некој другој средини претходна релација има облик

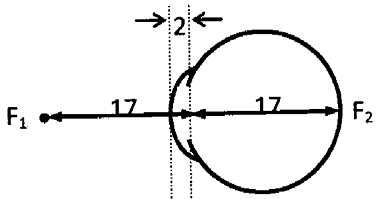
$$\frac{1}{f}=(\frac{n_2}{n_1}-1)(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}) \qquad (6.7.6)$$

Оптичка јачина сочива се дефинише као реципрочна вредност жижине даљине.

$$D=\frac{1}{f}[m^{-1}] \qquad (6.7.7)$$

6.7.4. РЕДУКОВАНО ОКО

За упрошћену анализу дешавања при сензацији виђења користи се систем који се назива редуковано. Систем сочива се замењује једним дебелим сочивом индекса преламања ($n=1{,}41$), чија је средишња тачка удаљена $17\,mm$ од рожњаче. Тачка пресека главне оптичке осе и мрежњаче дефинише другу жижу F_2.



Слика 29. Редуковано око
Извор: Станковић, 2006

Укупна оптичка јачина ока је 59 диоптрија када је око прилагиђено за гледање на даљину. Предња површина рожњаче дипприноси укупној диоптријској снази са 48 диоптрија из три разлога: индекс преламања рожњаче се јако разликује од индекса преламања ваздуха, рожњача је у односу на сочиво удаљена од мрежњаче и закривљеност рожњаче је велика.Задња површина рожњаче је конкавна али будући да је разлика између индекса преламања очне водице и рожњаче мала, она има оптичку јачину од само -4 диоптрије, чиме се умањује укупна оптичка јачина ока.

Уколико би се очно сочиво налазило у ваздуху његова оптичка јачина би била 150 диотрија. Међутим, како је очно сочиво са обе своје стране окружено течношћу блиског индекса преламања његова оптичка јачина износи само 15 диоптрија. Тако долазимо коначно до укупне оптичке јачине ока од $48-4+15=59$ диоптрија. Слика коју добијамо на мрежњачи је обрнута у однос на предмет. Међутим, ми је видимо у правом положају јер је мозак увежбан да обрнуту слику доживљава као нормалну.

6.7.5. *ОПТИЧКИ НЕДОСТАЦИ ОКА*

Нормално грађено око (*еметропно око*) подразумева да се светлосни зраци, који долазе из даљине, преламају и секу у самој жутој мрљи без учешћа акомодације. Најдаља тачка јасног вида (*punctun remotum*) налази се испред ока на даљини око $25\,cm$, којем око са минималним напрезањем мишића јасно види блиске предмете. Величина ока, тачније речено предње-задњи дијаметар код еметропног ока износи $24\,mm$. Како је у природи мало идеалних решења, логично је очекивати да се у целокупној популацији нађе и одређен број особа са рефракционим грешкама. У том случају говоримо о оптичким недостацима ока, односно о *аметропном оку*. Најжначајнији оптички недостаци ока, који се једним именом називају аметропија, су:

- Кратковидност (*myopia*)
- Далековидост (*hiperopia*)
- Астигматизам (*astigmatismus*)
- Презбиопија (*presbyopia*)

6.7.6. *ЗАДАЦИ ИЗ ОКА И ВИЂЕЊА*

1. Одредити оптичку јачину рожњаче ока која претставља закривљену површину полупречника кривине $R = 7{,}8\,mm$, а индекс преламања материјала рожњаче износи $n = 1{,}336$? Где ће бити слика предмета који се налази на растојању $p = 25\,cm$ испред те површине?

Решење:

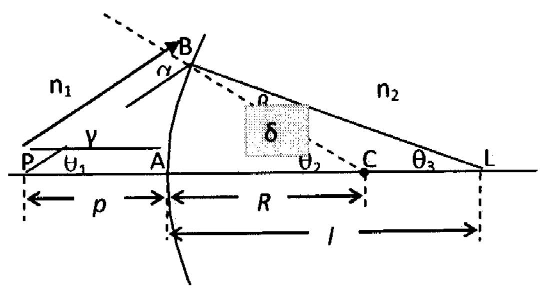
$R = 7{,}8\,mm$

$n = 1{,}336$

$p = 25\,cm$

$l = ?$

Посматрајмо преламање на некој сферној површини која раздваја две средине различитих оптичких густина тј. индекса преламања n_1 и n_2.



Слика 30. Шема уз задатак 1

Нека зрак светлости из средине индекса преламања n_1 долази из тачке P и пада на сферну површину у тачки A. Он ће се преламати према познатом закону преламања

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1} \tag{6.7.8}$$

Где су α и β углови упадног и преломљеног зрака према нормали (нормала у тачки A се добија када спојимо ову тачку са центром кривине C), респективно. Под условом да ови зраци падају под малим угловима у односу на оптичку осу система (права која спаја тачка P са центром кривине C), синуси и тангенси углова су врло блиски вредностима (апроксимација параксијалних зрака) тј. $\sin\alpha \approx tg\alpha \approx \beta$, тада важи

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{n_2}{n_1}$$

Са слике 30 се могу успоставити везе међу угловима, тј. $\alpha = \gamma + \delta$ и $\beta = \delta - \gamma'$, те је

$$n_1(\gamma + \delta) = n_2(\delta - \gamma')$$

Како се растојање OB може занемарити, односностављајући $PB \approx PO \approx p$, $BC \approx LO \approx 1$ и $BC \approx OC \approx R$, те је узевши да су углови приближно једнаки тангесима имамо

$$tg\gamma \approx \gamma = \frac{h}{p},\ tg\gamma' \approx \gamma' = \frac{h}{l},\ tg\delta \approx \delta = \frac{h}{R}$$

Заменом ових вредности у израз (6.7.8) добијамо

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{l} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

Одакле је

$$\frac{n_2 - n_1}{R} = F \tag{6.7.9}$$

Назива оптичка моћ преломне површине.уколико се предмет налази у бесконачности $(p = \infty)$ на закривљену површину пада зрак паралелан са оптичком осом и после преламања би пролазио кроз тачку F_2 која се назива задња жижа или фокус, која у нашем случају одговара растојању лика l. Растојање фокуса од темена закривљености површине назива се жижна даљина $(= f_2)$. Уврштавањем ових вредности у једначину

($\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{l} = \frac{n_2 - n_1}{R}$) добијамо

$$\frac{n_1}{\infty} + \frac{n_2}{f_2} = \frac{n_2 - n_1}{R} = F$$

Одакле је

$$f_2 = \frac{n_2 \cdot R}{n_2 - n_1} = \frac{n_2}{F}$$

На крају добијамо добијамо

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{l} = \frac{n_2}{f}$$

Ова једначина нам даје у општем случају везу између растојања предмета, лика, жиже и одговарајућих индекса преламања средина. За наш случај (код ока) имамо $n_1 = 1$(ваздух), $n_2 = n$ (рожњача) и $f_2 = f$, па је тражена оптичка моћ

$$\boxed{F = \frac{n}{f} = \frac{n-1}{R} = 43m^{-1} = 43D} \qquad (6.7.10)$$

На крјау добијамо

$\boxed{\frac{n}{l} = \frac{n}{f} - \frac{1}{p} = 39D}$, односно растојање лика

$$\boxed{l = 34\ mm} \qquad (6.7.11)$$

2. Сочиво неакомодираног ока има полупречнике закривљености $R_1 = 10mm$ и $R_2 = 6mm$. Колика је оптичка моћ и жижна даљина сочива, ако се ово налази у средини индекса преламања $n_1 = 1{,}336$, а индекс преламања малтера сочива износи $n_2 = 1{,}413$?

Решење:

$R_1 = 10mm$

$R_2 = 6mm$

$n_1 = 1{,}336$

$n_2 = 1{,}413$

$F = ?$

$f = ?$

Израз за оптичку моћ (јачину) такног сочива може се добити ако искористимо релацију из претходног задатка

$$F = \frac{n_2 - n_1}{R} \qquad (6.7.12)$$

Која важи за сферну преломну површину. Применимо ову релацију на обе површине које ограничавају отпичко сочиво. На тај начин је оптичка моћ сферне површине полупречника кривине R_1

$$F_1 = \frac{n_2 - n_1}{R_1}$$

А сферне површине полупречника R_2

$$F_2 = \frac{n_2 - n_1}{R_2}$$

Где је n_1 индекс преламањасредине у којој се налази сочиво, а n_2 индекс преламања материјала сочива. Код танких сочива преломне површине су врло блиске једна другој па се може занемарити пут светлосних зрака кроз сочиво.

Укупна оптичка моће система преломних сферних површина може се наћи као алгебарски збир оптичких јачина појединих површина (апроксимација танког сочива)

$$F = F_1 + F_2 = (n_2 - n_1)(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}) \qquad (6.7.13)$$

Претходни израз се назива и оптичка јачина сочива. Ако се сочиво налази у ваздуху тада би важило $n_1 = 1$, а жиже би се могле налазити на истом растојању са једне и са друге стране сочива . Оптичка моћ танког сочива се тада може дефинисати као

$$F = \frac{1}{f}$$

f је жижна даљина сочива (растојање сочива лика за тачку која се налази у ∞). Уврштавањем бројне вредности за оптичку моћ сочива добијамо

$$\boxed{F = 20{,}5m^{-1} = 20{,}5D} \qquad (6.7.14)$$

А жижна даљина је

$$\boxed{f = 4{,}87cm} \qquad (6.7.15)$$

Напомена: на основу овог резултата видимо да је оптичка моћ очног сочива око пола јачине рожњаче, па је рожњача главна компонента која учествује у преламању светлости и стварању лика ока. Укупна оптичка моћ оба преломна система је

$$\boxed{F = 43D + 20{,}5D = 63{,}5D} \qquad (6.7.16)$$

А ово приближно одговара стварним вредностима код нормалног ока.

3. Одредите опптичку јачину сочива наочара које треба да коригују кретковидно око, чија је далека тачка (најдаља тачка јасног вида) на растојању $p = 1m$. Узети да се слика ствара на ретини на растојању од $l = 2cm$ од очног сочива (жижна даљина ока).

Решење:

$p = 1m$

$l = 2cm$

$F' = ?$

Пошто слика предмета из најдаље тачке јасног вида даје јасну слику на ретини, за оптичку моћ кратковидог сочива можемо написати

$$F = \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l} \tag{6.7.17}$$

$$\boxed{F = 51D} \tag{6.7.18}$$

Да би око јасно видело удаљене предмете (у ∞) његова оптичка моћ би требала бити

$$F_1 = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{l} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{l}$$

Да бисмо постигли оволику оптичку јачину онда испред ока треба да ставимо сочиво чија је оптичка јачина (моћ):

$$F' = F_1 - F$$

$$\boxed{F' = -1D} \tag{6.7.19}$$

4. Оптометриста је нашао да пацијент има наближу тачку јасног вида на растојању $p = 0,5m$, а желео би да пацијент може нормално читати на растојању $s = 0,25m$. Какве наочаре за читање треба да препоручи оптпметриста, ако је жижна даљина ока пацијента $f = 2cm$?

Решење:

$p = 0,5m$

$s = 0,25m$

$f = 2cm$

$F' = ?$

При фокусирању ока на даљину (∞) оптичка моћ би требала бити

$$F = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{l} \tag{6.7.20}$$

$$\boxed{F = 52D} \tag{6.7.21}$$

Пацијент треба да има ширину акомодације од

$$\Delta F = F_1 - F$$

$\boxed{\Delta F = 2D}$ (6.7.22)

За фокусирање на дањину s његова оптичка моћ треба да буде

$$F_2 = \frac{1}{S} + \frac{1}{l}$$

$$\boxed{F_2 = 54D} \quad (6.7.23)$$

Његове наочаре за читање треба да имају оптичку моћ

$$F' = F_2 - F_1$$

$$\boxed{F' = 2D} \quad (6.7.24)$$

5. Пречник зенице ока износи $d = 4mm$. Колики је најмањи размак између две тачкасте структуре на даљини јасног вида да би се оне могле видети одвојено, ако је таласна дужина светлсоти $\lambda = 500nm$? Даљина јасног вида је $s = 25cm$.

Решење:

$d = 4mm$

$\lambda = 500nm$

$s = 25cm$

$AB = ?$

Према Рејлијевом критеријуму раздвајања, две структуре можемо видети раздвојене ако први дифракциони минимум друге структуре (структуре се понашају као дифракциони центри), тј.ако је видни угао дат релацијом:

$$\sin\theta = 1{,}22\frac{\lambda}{d} \quad (6.7.25)$$

Са слике се види да је:

$tg\frac{\theta}{2} = \frac{AB}{2s}$, за мале углове је $\sin\theta \approx \theta$ и $tg\frac{\theta}{2} \approx \frac{\theta}{2}$. Одавде следи да је $\frac{\theta}{2} = \frac{AB}{2\,s}$, па је

$$\theta = 1{,}22\frac{\lambda}{d}$$

Тражено растојање је:

$$\boxed{AB = \theta \cdot s = 1{,}22\frac{\lambda}{d} \cdot s \Rightarrow AB = 38\mu m}. \quad (6.7.26)$$

Напомена:

Два тачкаста предмета око може видет и одвојено, ако слика сваке тачке падне на другувидну ћелију (чепић). Видни угао под којим би се видела два суседна чепића у оку може се наћи као: $\theta = \frac{d}{f}$, где је d- предњи пречник једног чепића, f- удаљеност оптичког центра ока од ретине, а то уједно представља и задњу жижу ока. Узимајући бројне вреднсоти добијамо

$$\boxed{\theta = \frac{4 \cdot 10^{-6} m}{18 \cdot 10^{-3} m} = 2{,}2 \cdot 10^{-4} rad} \qquad (6.7.27)$$

Када се тачке нслсзе на даљини јасног вида, за њихово међусобно растојање се може ставити

$$\boxed{AB = \theta\, s = 0{,}06\, mm} \qquad (6.7.28)$$

Поредећи овај резултат са претходним можемо закључити да око не би могло (због дифракционих ефеката на зеници) постићи веће разлучивање, чак и да су видне ћелије мањих димензија.

6.8. РАДИЈАЦИОНА И НУКЛЕАРНА БИОФИЗИКА

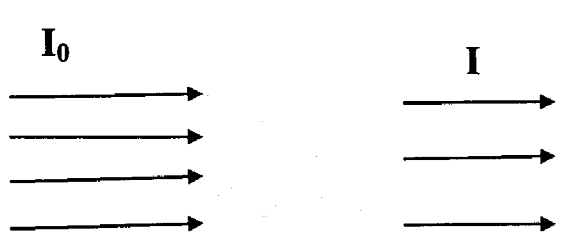
6.8.1. ОСНОВЕ РАДИЈАЦИОНЕ И НУКЛЕАРНЕ БИОФИЗИКЕ

У радијационој и нуклеарној медицини многе дијагностичке и терапијске процедуре користе јонизујуће зрачење или су засноване на дистрибуцији радионуклида у телу пацијента. У дијагностичке технике које су засноване на јонизујућем зрачењу спадају радиографија (конвенционална и дигитална), флуороскопија, компјутеризована томографија (CT), емисиона компјутеризована томографија једнофотонским емитерима (SPECT) и позитронска емисиона томографија (PET).

Приликом проласка кроз материју (ткиво) сноп зрачења може да ступи у различите интеракције са атомина средине, а вероватноћа за интеракцију у овом случају је пресек. Фотон може да интерагује са чврсто везаним електронима, са целим атомом (фотоелектрични ефекат, кохерентно расејање), са пољем језгра (стварање пара електрон-позитрон) или са слободним орбиталним електроном (Комтонов ефекат, стварање триплета). Због интеракције са средином кроз коју пролази интензитет фотонског снопа се мења по Ламберовом закону

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x} \qquad (6.8.1)$$

Где је I_0 почетни интензитет снопа, μ линеарни атенуациони коефецијент, а x дебљина материјала кроз који сноп пролази.



Слика 31. Слабљење снопа зрачење приликом проласка кроз материју

У дијагностици и терапији се користе четири раијационе величине, експозиција, апсорбована доза, еквивалентна доза и радиоактивност. Свака од ових величина има стандардизовану и нестндардизовану јединицу.

Експозиција изражава интензитет радијације коју носи сноп зрачења, тј. она описује способност зрачења да јонизује ваздух.

$$X = \frac{dQ}{dm} \tag{6.8.2}$$

Стандардизована јединица за експозицију је Кулон по килограму ($\frac{C}{kg}$), а нестандардизована је Рендген ($1R = 2{,}58 \cdot 10^{-4}\frac{C}{kg}$). Ове величине су дефинисане за јонизацију ваздуха X-зрацима и γ-зрацима са енергијом већом од 3MeV. Експозиција X-зрака је обрнуто сразмерна квадрату растојања између извора и објекта.

Поред експозиције, користи се и јачина експозиције, која представља промену експозиционе дозе у јединици времена

$$X_1 = \frac{dX}{dt} \tag{6.8.3}$$

Јединице за јачину експозиције су Кулон по килограм секунду ($\frac{C}{kgs}$) и Рендген по секунду ($\frac{R}{s}$). У заштити од зрачења се јачина експозиције изражава у Ренгенима по часу ($\frac{R}{h}$).

Апсорбована доза представља енергију јонизујућег зрачења која је апсорбована по јединици масе апсорпционе средине

$$D = \frac{E}{m} \tag{6.8.4}$$

Јединица за апсорбовану дозу је Греј и он је једнак енергији од једног Џула депонованој по јединици масе ($Gy = \frac{J}{kg}$), традиционална јединица је рад (радијациона апсорбована доза, $1R = 100rad$).

Поред апсорбоване дозе, користи се и средња апсорбована доза у ткиву или органу D_T. Она представља енергију предату органу или ткиву подељену са масом ткива или органа.

Још једна величина се везује за апсорбовану дозу-ЛЕТ или линеарни трансфер енергије. ЛЕТ се дефинише као апсорбована енергија по јединици пута, при проласку зрачења кроз материјалну средину. Лет је пропорционалан квадрату наелектрисања честице, а обрнуто пропорционалан кинетичкој енергији

$$LET = \frac{q^2}{E_K} \tag{6.8.5}$$

Јединица за линеарни тренсфер енергије је $keV/\mu m$. Неутрони, протони, α-честице и тешки јони имају високе вредности ЛЕТ-а (3-2000 $keV/\mu m$), а фотони, γ-зраци, позитрони и електрони имају мале вредности ЛЕТ-а (0,2-3 $keV/\mu m$).

Еквивалентна доза је физичка величина која нам говори о биолошком дејству коришћеног типа зрачења на ткиво. Она је једнака апсорбованој дози помноженој са бездимензионим тежинским фактором зрачења (Q_F), који квантификује биолошку ефикасност посматраног типа зрачења.

$$H = D \cdot Q_F \tag{6.8.6}$$

Q_F фактор зависи од вредности ЛЕТ-а. За честице које имају ниске вредности ЛЕТ-а Q_F фактор има вредност 1, а за честице које имају високе вредности ЛЕТ-а Q_F фактор може имати вредности и до 20.Стандардизована јединица за еквивалентну дозу је Сиверт (Sv), а традиционална је рем(radiation energy man, $1Sv = 100rem$).

6.8.2. ЗАДАЦИ ИЗ РАДИЈАЦИОНЕ И НУКЛЕАРНЕ БИОФИЗИКЕ

1. Тело масе $m = 60kg$ у току $t = 6h$, апсорбује енергију јонизујућег зрачења $E = 1J$. Одредити апсорбовану дозу и јачину апсорбоване дозе.

Решење:

$m = 60kg$

$t = 6h$

$E = 1J$

$D = ?$

$D_1 = ?$

Апсорбована доза се дефинише као енергија депонована од стране зрачења по јединици масе

$$D = \frac{E}{m}$$

Тако да добијамо

$$\boxed{D = \frac{1J}{60kg} = 0{,}017\,Gy} \tag{6.8.7}$$

Јачина апсорбоване дозе представља апсорбовану дозу у јединици времена

$$\boxed{D_1 = \frac{D}{t} = \frac{0{,}017Gy}{21600s} = 7{,}7 \cdot 10^{-7}\,\frac{Gy}{s}} \tag{6.8.8}$$

2. У маси $m = 10g$ ткива апсорбује се $n = 10^9$ α-честица енергије $E = 5MeV$. Наћи апсорбовану дозу и еквивалентну дозу, ако је фактор квалитета α-честице $Q = 20$.

Решење :

$m = 10g$

$n = 10^9$

$E = 5MeV$

$Q = 20$

$D = ?$

$H = ?$

Апсорбована доза се представља енергију која је апсорбована по јединици масе апсорпционе средине

$$D = \frac{E}{m}$$

Нама је енергија дата у eV, тако да треба да је претворимо у Џуле (J)

$$E = 5MeV = 5 \cdot 10^6 eV = 5 \cdot 10^6 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} = 8 \cdot 10^{-13} J$$

Сада можемо да израчунамо апсорбовану дозу по релацији

$$\boxed{D = \frac{E}{m} = \frac{8 \cdot 10^{-13} J}{0{,}01 kg} = 0{,}08 \frac{J}{kg} = 8 \cdot 10^{-2} Gy} \tag{6.8.9}$$

Након што смо израчунали апсорбовану дозу, лако можемо израчунати и еквивалентну дозу. Еквивалантна доза представља апсорбовану дозу помножену са бездимензионим тежинским фактором зрачења Q, који квантификује биолошку ефикасност посматраног типа зрачења.

Еививалентна доза се може израчунати по релацији

$$H = D \cdot Q$$

Q фактор за α-честице износи 20, тако да се уврштавањем бројних вредности добија

$$\boxed{H = D \cdot Q = 8 \cdot 10^{-2} \cdot 20 = 1{,}6 Sv}$$

Јединица за еквивалентну дозу је Сиверт $Sv = \frac{J}{kg}$.

3. Пацијенту је убризгано $V = 1\,cm^3$ раствора који садржи радиоактивни натријум. Активност раствора је $A_0 = 2000\,Bq$.Активност $1cm^3$ крви, узете од пацијента после $5h$ износи $A_1 = 0{,}27\,Bq$. Израчунати запремину крви у организму човека. Период полураспада радиоактивног натријума је $T_{\frac{1}{2}} = 15{,}3h$.

Решење

$V = 1cm^3$

$A_0 = 2000\,Bq$

$A_1 = 0{,}27\,Bq$

$T_{\frac{1}{2}} = 15{,}3h$

$t = 5h$

$V_k = ?$

Ако бисмо мерили активност $1cm^3$ крви човека непосредно након убризгавања раствора (тј. чим се активност раствора A_0 равномерно расподели у целокупној запремини крви), тада би активност $1cm^3$ крви, A_1, била онолико пута мања од активности A_0, колико је запремина $V = 1cm^3$ пута мања од збира запремине унетог раствора V и запремине крви V_k, тј.

$$\frac{A_1}{A_0} = \frac{V}{V + V_k} \tag{6.8.10}$$

Одавде је:

$$A_1 = A_0 \frac{V}{V + V_k}$$

Након времена t, активност $1cm^3$ крви износи :

$$A = A_1 2^{-\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}}$$

$$A = A_0 \frac{V}{V + V_k} 2^{-\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}}$$

Одавде ћемо изразити запремину крви:

$$(V + V_k)A = A_0 V 2^{-\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}}$$

$$V + V_k = \frac{A_0}{A} V 2^{-\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}}$$

$$V_k = \frac{A_0}{A} V 2^{-\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}} - V$$

$$\boxed{V_k = 5905\,cm^3 = 5{,}905\,dm^3 = 5{,}905\,litara} \qquad (6.8.11)$$

4. Цртеж на слици 32 шематски приказује део кости окружене ткивом, која се излаже γ-зрачењу енергије $E_\gamma = 60keV$. Ако однос пропуштених интензитета γ-зрачења I_1 (кроз ткиво) и I_2 (кроз ткиво и кост) износи 2, израчунати дебљину кости.

Решење

$E_\gamma = 60keV$

$\frac{I_1}{I_2} = 2$

$x = ?$

Масени атенуациони коефицијент за γ-зрачење енергије $60keV$ су следећи

За ткиво $\mu_{m(t)} = 0{,}2\frac{cm^2}{g}$ и за кости $\mu_{m(k)} = 0{,}32\frac{cm^2}{g}$. Оговарајуће густине су, за ткиво $\rho_t = 1\frac{g}{cm^3}$ и за кости $\rho_k = 1{,}8\frac{g}{cm^3}$.

Пропуштени интензитет кроз ткиво I_1, може се изразити у следећем облику

$$I_1 = I_0 e^{-\mu_t d} \qquad (6.8.11)$$

Где је μ_t линеарни атенуациони коефицијент за ткиво, а d дебљина ткива кроз коју зрачење пролази. Пропуштени интензитет кроз ткиво и кост је

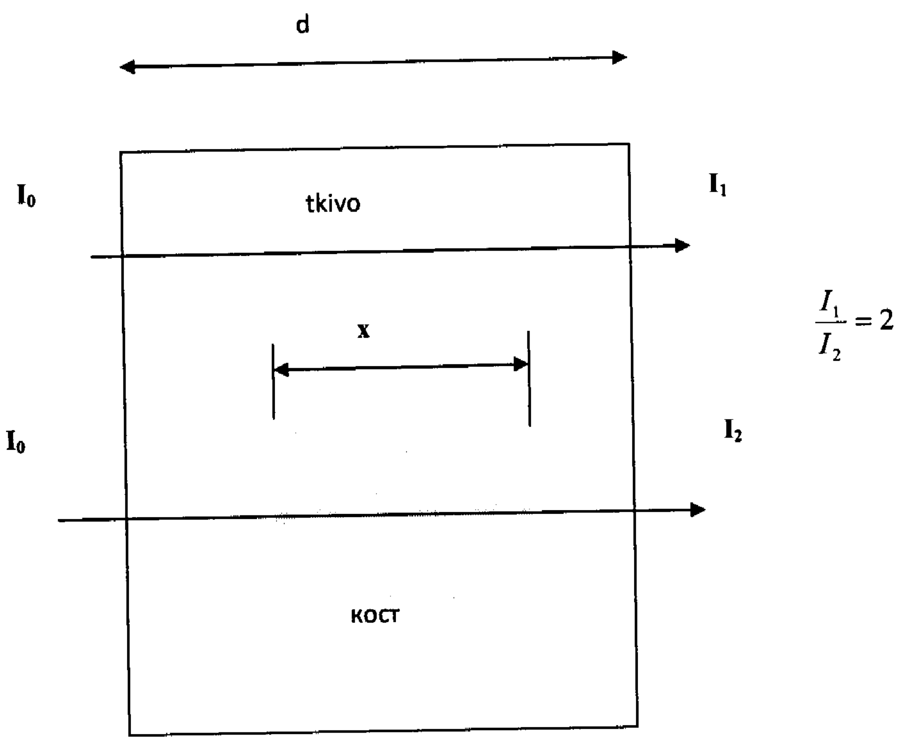
$$I_2 = I_0 e^{-\mu_t (d-x)} e^{-\mu_k x}$$

Где је μ_k линеарни атенуациони коефицијент за кост, а μ_t за ткиво, x је дебљина кости и $(d-x)$ дебљина ткива кроз које зрачење пролази.

$$I_2 = I_0 e^{-\mu_t (d-x) - \mu_k x}$$

Деобом релација следи

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{I_0 e^{-\mu_t d}}{I_0 e^{-\mu_t d + \mu_t x - \mu_k x}}$$



Слика 32. Шема уз задатак 4.

Пропуштени интензитет кроз ткиво I_1, може се изразити у следећем облику

Па се према услову задатка да је $\frac{I_1}{I_2} = 2$ добија

$$\frac{e^{-\mu_t d}}{e^{-\mu_t d + \mu_t x - \mu_k x}} = 2 \quad \Big| \ \ln$$

$$-\mu_t d + \mu_t d - \mu x_t + \mu_k x = 0{,}693$$

$$x = \frac{0{,}693}{\mu_k - \mu_t}$$

Имајући у виду да су масени и линеарни атенуациони коефицијент везани релацијом $\mu = \mu_m \rho$ добијамо

$$x = \frac{0{,}693}{\mu_{m(k)}\rho_k - \mu_{mt}\rho_t}$$

Уврштавајући бројне вредности у претходну релацију добијамо

$$\boxed{x = 1{,}8cm} \tag{6.8.12}$$

5. Узан сноп гама зрачења енергије $E_\gamma = 1MeV$ при проласку кроз слој олова дебљине $x = 2{,}9cm$ ослаби 10 пута. Ако је пресек за фотоефекат на олову $\sigma_f = 6{,}2barn$, одредити пресек за стварање пара електрон-позитрон. Да ти подаци су $\rho_{Pb} = 11{,}4\frac{g}{cm^3}$, $M_{Pb} = 207\frac{g}{mol}$.

Решење

$E_\gamma = 1MeV$

$x = 2{,}9cm$

$\rho_{Pb} = 11{,}4\frac{g}{cm^3}$

$\sigma_f = 6{,}2barn$

$M_{Pb} = 207\frac{g}{mol}$

$\sigma_p = ?$

У случају уског, добро колимисаног снопа гама зрачења, слабљење интензитета зрачења се може изразити на следећи начин

$I = I_0 e^{-\mu x}$

Где је I_0 упадни сноп зрачења, I интензитет зрачења након проласка кроз слој материјала дебљине x, а μ је линеарни атенуациони коефицијент. Линеарни атенуациони коефицијент је могуће приказати као производ укупног пресека за интеракцију, σ, и броја центара за интеракцију по јединици запремине

$\mu = \sigma N'$

Укупан пресек за интеракцију γ кванта са појединачним центром интеракције је сума пресека за фотоефекат, Комптоново расејање и стварање пара електро-позитрон

$\sigma = \sigma_f + \sigma_c + \sigma_p$

Како је у нашем случају

$E_\gamma = 1MeV < 2m_0c^2 = 1{,}02MeV$ следи да је пресек за стварање пара електрон-позитрон једнак нули. Дакле

$\sigma = \sigma_f + \sigma_c$

$\mu = (\sigma_f + \sigma_c)N'$

$I = I_0 e^{-(\sigma_f + \sigma_c)N' x}$

По услову задатка имамо $I = \frac{I_0}{10}$ па се добија

$$\frac{I_0}{10} = I_0 e^{-(\sigma_f+\sigma_c)N'x}$$

$$\frac{1}{10} = e^{-(\sigma_f+\sigma_c)N'x} \; / \ln$$

$$\ln 10^{-1} = -(\sigma_f + \sigma_c)N'x$$

$$x(\sigma_f + \sigma_c) = \frac{\ln 10}{N'}$$

$$\sigma_c = \frac{\ln 10}{N'x} - \sigma_f$$

$$N' = \rho \frac{N_A}{M}$$

Коначно

$$\sigma_c = \frac{\ln 10}{\rho_{Pb} \frac{N_A}{M_{Pb}} x} - \sigma_f \tag{6.8.13}$$

Уврштавање бројних вредности у претходну релацију, добија се

$$\boxed{\sigma_c = 17{,}7 barn} \tag{6.8.14}$$

7. ЗАКЉУЧАК

Решавање рачунских задатака из физике и учење методологије њиховог решавања, треба да буде један од приоритета задатака сваког наставника у школи. Ово је сложен, озбиљан и занимљив процес, којем треба прићи са довољно мотивације, да се часови на којима се задаци обрађују прилагоде свакодневној ситуацији и неким актуелним информацијама. Кроз задатке ученици могу да се упознају и са историјским открићима науке и технике и са савременим достигнућима и применом физике у другим областима науке. Поред ових информација, важно је да се развије логичко мишљење и реалан поглед на свет (преко способности да се објасне природне појаве). Из свега овога произилази да постојаћу одбојност коју ученици често имају према задацима, треба на неки начин превазићи, јер је допринос задатка у развоју сваког ученика као личности незамењљив.

У раду смо се упознали са значајем затака у наставном процесу физике и примењљивости физичких закона на човеков организам. Одабрани задаци су намењени ученицима средње медицинске школе, студентима медицинске физике и медицине, али се уопштено могу користити као допуна стандардних збирки задатака свих узраста. Једноставнији задаци се могу решавати са ученицима основне школе и на тај начин их увести у свет биофизике и на занимљив начин им представити функционисање људског организма. Ученици средње медицинске школе или гимназије би овакве задатке требало да имају у оквиру својих обавезних збирки, јер би знање из биологије и различитих области медицине могли да прошире и боље разумеју, спајајући то знање са физиком.

Уколико се осврнемо на класификацију задатака, можемо закључити да задаци из физике људског организма у потпуности одговарају свим поделама. Генерално то су мултидисциплинарни задаци, јер је за њихово решавање потребно знање из физике, медицине, биологије и хемије. Њихова поставка услова је најчешће дата текстом, који прати цртеж који верно приказује реалну ситуацију у телу човека. Задаци могу бити и квалитативни, уколико само описују процес који се одиграва у телу човека и квантитативни, уколико вршимо и рачунски прорачун. Сви задаци се могу и експериментално урадити, а једностанији се могу презентовати и као огледи на часовима физике (мерење температуре, притиска...). У зависности од тежине задатака могу се користити као тренажни и контролни задаци.

Задаци из физике људског организма на живописан начин описују још једну од примена физике у другим наукама. Њиховим решавањем час утврђивања градива (увежбавања задатака) може се учинити занимљивијим, продуктивнији и ефикаснијим.

8. ЛИТЕРАТУРА

[1] Herman. *Physics of the Human Body*. Springer, Berlin, 2007

[2] Stanković. *Fizika ljudskog organizma*.PMF, Novi Sad,2006

[3] Koprić.*Zbirka zadataka iz biofizike*, Univerzitet u Tuzli, Tuzla, 1989.

[4] Mihalj. *Anatomija čoveka*, Zmajeva biblioteka znanja, Novi Sad, 2005.

[5] Raspopović. *Metodika nastave fizike*, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd, 1992.

[6] Petrović, *Didaktika fizike-teorija nastave fizike*, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd, 1993.

[7] Cvjetićanin, Segedinac, Adamov, Branković. *Eksperimenti o toploti u razrednoj nastavi*, Vaspitanje i obrazovanje, Podgorica,1993.

[8] В.И. Богдан, Б.А. Бондарь, Д. И. Кульбицкии. *Практикум по методике решения физических задач*, Издательство, 1983.

9. БИОГРАФИЈА

Бранислава Блајваз, рођена је 03.07.1986.године у Сремској Митровици, од оца Крунослава и мајке Милице. Основну школу „Јован Јовановић Змај“ и гимназију „Иво Лола Рибар“ завршила је у Сремској Митровици. Природно-математички факултет на Универзитету у Новом Саду (одсек за физику, образовни профил Дипломирани физичар-медицинска физика) уписала је 2005.године, а завршила 2010.године са просечном оценом 8,68. Дипломске академске студије-мастер уписала је 2010.године по наставном студијском модулу. Све испите предвиђене планом и програмом струдијског модула-настава положила је са просечном оценом___________.

УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ

ПРИРОДНО МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ

ДЕПАРТМАН ЗА ФИЗИКУ

КЉУЧНА ДОКУМЕНТАЦИЈСКА ИНФОРМАЦИЈА

Редни број: **РБР**	
Идентификациони број: **ИБР**	
Тип документације: **ТД**	Монографска документација
Тип записа: **ТЗ**	Текстуални штампани материјал
Врста рада: **ВР**	Мастер рад
Аутор:	Бранислава Блајваз

АУ

Ментор: Доц. Др Маја Стојановић

МН

Наслов рада: Методика решавања задатака из физике људског организма

НР

Језик публикације: Српски / ћирилица

ЈП

Језик извода: Српски

ЈИ

Земља публикације: Србија

ЗП

Уже географско подручје: Војводина

УГП

Година: 2011.

ГО

Издавач: Ауторски репринт

ИЗ

Место и адреса: **МА**	ПМФ,Трг Д. Обрадовића 3, Н. Сад
Физички опис рада: **ФО**	9 поглавља, 105 страна, 31 слика,
Научна област: **НО**	Физика
Научна дисциплина **НД**	Биофизика
Предметна одредница / кључне речи: **ПО**	Решавање задатака, физика људског организма Задаци, Људски организам
Чува се: **ЧУ**	Библиотека Департмана за физику, Н. Сад.
Извод:	Врло важна компонента припреме и оспособљавања наставника физике је овладавање методиком решавања задатака из физике. То је неопходно и важно и за саме ученике да би свесно и промишљено усвојили наставно градиво, развијали логичко мишљење, формирали вештине и навике примене стеченог знања у пракси, тј. свакодневном животу

Датум прихватања теме:

ДП

Датум одбране: 20.07.2011.

ДО

Чланови комисије:

1.) др Оливера Клисурић, доцент на ПМФ, у Новом Саду, председник

2.) др Срђан Ракић, доцент на ПМФ, у Н. Саду, члан

3.) др Маја Стојановић, доцент на ПМФ, у Н. Саду, ментор

UNIVERSITY OF NOVI SAD

FACULTY OF SCIENCE

Department of geography, tourism, and hotel management

KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number: **ANO**	
Identification number: **INO**	
Document type: **DT**	Monograph type
Type of record: **TR**	Printed text
Contents code: **CC**	Graduate assay
Author:	Branislava Blajvaz

AU

Mentor: dr Maja Stojanović

MN

Title: ??????

XI

Language of text: Serbial / Cyrilic

LT

Language of abstract: Serbian

LA

Country of publication: Serbia

CP

Locality of publication: Vojvodina

LP

Publication year: 2006.

PY

Publisher: Autor's reprint

PU

Publik place: 21000 N.Sad, Trg D. Obradovića 3.

PP

Phisical description: 9 chapters, 105 pages, 31 pictures

Scientific field: physics

SF

Scientific discipline: biophysics

SD

Key words:

UC ???????

Holding data: University of Novi Sad (Library)

SD

Abstract:

Accepted by the Scientific Board on:

Defended:

Thesys Defend Board:

1.) dr Olivera Klisurić, president

2.) dr Srđan Rakić, member

3.) dr Maja Stojanović, member