diplomski rad

UJEDINJAVANJE
FUNDAMENTALNIH INTERAKCIJA
I
GAUGE TEORIJE

Božidar M. Kovačević

Institut za fiziku
Prirodno-matematički fakultet
Univerzitet n Novom Sadu

u Novom Sadu,
oktobar 1981.

Ovim se zahvaljujem Dr. Milanu Nikoliću za nesebičnu pomoć pri upoznavanju novih ideja u fizici elementarnih čestica. Posebno se zahvaljujem kolegi Tristanu Hibšu za lepo otkucan rad. On je, takodje, svojim primedbama i sugestijama doprineo da se otklone mnogi nedostaci u toku kucanja.

s a d r ž a j

U V O D

"Niskoenergetska"fizika elementarnih čestica (recimo, sa energijom u centru masa - 1 GeV), "vidi" tri medjusobno veoma različite vrste interakcija : elektromagnetske, slabe i jake. (Uloga gravitacione sile, koja dejstvuje izmedju svih vrsta čestica, a ne samo izmedju naelektrisanih, kao npr. elektromagnetska, je na ovom nivou potpuno zanemarljiva.) Interakcije elementarnih čestica se opisuju preko izmene intermedijarnih čestica, koje su nosioci informacija o sili (vrsti, jačini, dometu, ...) npr. foton u slučaju elektromagnetskih interakcija.

Foton je prva poznata intermedijarna čestica (Einstein, 1905.), a ima masu mirovanja nula. Masa fotona je u neposrednoj vezi sa invarijantnošću jednačina kretanja koje opisuju fotonsko polje, u odnosu na tzv. klasične lokalne gauge transformacije : ako su jednačine invarijantne, foton mora imati masu nula i obrnuto! U delu A su razmatrane opšte gauge transformacije i njihova uloga u opisivanju ovih interakcija. Pokazano je da svi intermedijarni prenosioci interakcija, tzv. gauge bozoni, u slučaju važenja gauge simetrije, imaju masu mirovanja - nula. Ovo je, medjutim, nepogodno za opisivanje slabih interakcija, koje su izrazito kratkodometne. Pošto je domet sile obrnuto proporcionalan sa masom razmenjene čestice, moraju se uvesti masivni prenosioci.

Ako želimo da ujedinimo elektromagnetske i slabe interakcije npr., da bi zadržali gauge princip moramo uvesti nove vrste interakcija elementarnih čestica, koje će nam obezbediti željeni spektar masa intermedijarnih prenosioca. U delu B je pokazano da tzv. spontanim narušavanjem simetrijske gauge grupe lagranžijanske gustine (koja je - matematički povezana sa jednačinama kretanja, tj. dinamikom sistema), kada važi lokalna gauge simetrija, od strane fizičkog vakuuma, - neki intermedijarni bozoni (u pogodno izabranom modelu) mogu dobiti masu!

Ovo "stvaranje" mase je isključivo posledica novih svojstava vakuuma, a korišćenjem ovog mehanizma, prikazan je (deo C) prvi eksplicitni model ujedinjavanja slabih i elektromagnetnih interakcija, kao i neke njegove posledice, odnosno eksperimentalne potvrde. Energija na kojoj dolazi do ovog ujedinjavanja je reda 100 GeV.

U delu D je, korišćenjem prethodne tehnike i novih pretpostavki, prikazan model ujedinjavanja elektromagnetskih, slabih i jakih interakcija i posledice kao : kvantizacija naelektrisanja, raspad protona; izračunata energija ujedinjavanja - 10^{15} GeV (!) itd. Time je pokazano da gauge teorije predvidjaju na navedenim, višim, energijama efektivno ujedinjavanje interakcija.

Na energijama reda 10^{19} GeV, tzv. Planck-ovoj masi, gravitacija je najjača sila i mora se tretirati kvantnomehanički. Klasična teorija gravitacije je Einstein-ova teorija opšte relativnosti i danas je potvrdjeno niz njenih predvidjanja. Može se pokazati da ova teorija zahteva postojanje intermedijarnih prenosilaca gravitacione sile - tzv. gravitona, ali da se ne može uspešno kvantizirati (javljaju se neotklonjivi matematički nedefinisani izrazi u računima). Razvijena je nova teorija, tzv. supergravitacija, koja uvodi još jednu česticu - supersimetrični par gravitona - gravitino - (u minimalnoj verziji), što samo delimično poboljšava situaciju. U tzv. proširenim supergravitacijama se uvodi, prema formalizmu u teoriji grupa, mnoštvo drugih čestica, što po prvi put pruža mogućnost za ujedinjavanje svih poznatih interakcija.

Ove teorije su, još uvek, suočene sa nizom problema, te nisu razmatrane u ovom radu.

A. GAUGE SIMETRIJA

o1. Ako bi se pokušalo nešto proglasiti za opšti pogled u okviru fizike, onda bi to, bez sumnje, bio princip simetrije i posledice, koje slede iz njegove primene. Simetrije su u neposrednoj vezi, npr., sa Pauli-evim predvidjanjem postojanja neutrina, sa pitanjima koja se tiču raspada čestica; simetrije odredjuju svojstvo sila u gauge teorijama, da li npr. pobudjeni atom može da predje u niže energetsko stanje, uz emisiju svetlosnog kvanta ... itd.

Ono što simetrije posebno vezuje za fiziku je njihova dinamička uloga koja uvek pomaže u sagledavanju globalne strukture proučavane pojave, tj. ne pojavljuje se samo kao trik, karakterističan za datu situaciju. Opšti karakter je sadržan i u mogućnosti povezivanja fenomenološke analize sa tzv. simetrijskim grupama. Preko simetrijskih grupa možemo, čak, raspoznati različite oblasti fizike. Atomski spektri su vezani za grupu O_3 (ortogonalna grupa), multipletna struktura spektra - za grupu $O_3 \times O_3$, relativistička fizika - za Lorentz-ovu grupu, nuklearna fizika za SU(2) grupu, Gell-Mann - Zweig-ov model kvarkova - za SU(3) grupu ... itd.

Osnovne jednačine kretanja za atome, u kvantnoj mehanici, moraju biti egzaktno invarijantne u odnosu na O_3 grupu, dok je $O_3 \times O_3$ grupa samo aproksimativna simetrijska grupa i važi u slučaju da je spin-orbitalna interakcija zanemarljiva u datom delu spektra, tako da se i spinovi čestica mogu rotirati (grupa O_3), kao i orbitalni momenti (druga O_3 grupa) - praktički nezavisno.

Specifična dinamika sistema, dakle, može da uključi i više simetrijskih grupa za fenomenološki opis, mada više simetrijske grupe ne moraju pružati podatke o suštinskim zakonima prirode (kao u fizici kvarkova, gde $SU(N)_f$ ima klasifikatorsku ulogu).

o2. Mnoštvo konkretnih simetrija se može svrstati u nekoliko tipova, koji proizilaze iz različitih zahteva invarijantnosti: Poincaré invarijantnost i njoj nasuprot - unutrašnja simetrija, neprekidna i diskretna simetrija, egzaktna i aproksimativna simetija. Postoji neposredna veza izmedju simetrijskih transformacija i zakona konzervacije. Neprekidne simetrijske transformacije, pri kojima gustina lagranžijana (koja opisuje dinamiku sistema) ostaje invarijantna, generišu zakone očuvanja, u kojima prepoznajemo različite konstante kretanja. Ove transformacije nas vode do egzaktnih zakona očuvanja.

Ove transformacije mogu biti npr. prostorno - vremenska pomeranja što vodi do očuvanja tzv. tenzora energije - impulsa, a što fizički znači da sistem polja ne razmenjuje energiju sa spoljašnjim izvorima dejstava. Pri prostorni - vremenskim rotacijama dobijamo da je očuvan tenzor totalnog angularnog momenta polja ... itd.

UNUTRAŠNJA SIMETRIJA

o3. Dodatni zakoni konzervacije se dobijaju ako gustina lagranžijana za posmatrani slučaj podleže tzv. unutrašnjim simetrijama. Pod unutrašnjom simetrijom podrazumevamo invarijantnost gustine lagranžijana $\mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi)$ u odnosu na grupu transformacija G koje deluju na polja ϕ, transformišući ih u polja ϕ'

$$\phi'(x) = e^{i\theta^\alpha(x)T_\alpha}\phi(x) \quad \alpha = 1,\dots N, \quad N = n^2-1 .$$

N je dimenzija grupe, odnosno broj generatora grupe, (tj. maksimalni broj nezavisnih transformacija). T_α je matrična reprezentacija generatora grupe i to u onoj reprezentaciji u kojoj su polja na koja deluju. U osnovnoj reprezentaciji, ϕ je vektor - kolona sa n komponenti, pa su generatori T_α - matrice $n\times n$. U pridruženoj reprezentaciji, polje je vektor - kolona sa N komponenti, pa su generatori T_α matrice $N\times N$. θ^α je skup od N infinitezimalnih parametara zavisnih od koordinate x, tj. od izbora tačke u prostor - vremenu (opšti slučaj). Naziv "unutrašnja" označava da ove simetrije nisu vezane za grupu Poincaré - ovih transformacija, tj. da komutiraju sa transformacijama tipa Lorentz-ove transformacije + 4-dim. translacije. Za rad je, većinom, pogodniji infinitezimalni oblik ovih transformacija:

$$\phi'(x) = \phi(x) + \delta\phi(x)$$

gde je
$$\delta\phi(x) = i\,\theta^\alpha(x)\,T_\alpha\,\phi(x)$$

o4. Postoje različite vrste i oblici ovih unutrašnjih simetrija. U opštem slučaju, razlikujemo dve vrste : globalne i lokalne unutrašnje simetrije i dva oblika za svaku od ovih vrsta - abelovske i neabelovske. Ukoliko je simetrijska transformacija nezavisna od tačke prostor - vremena (θ^α su konstante), govorimo o globalnim simetrijama, a ako postoji takva zavisnost, govorimo o lokalnim simetrijama.

Ako je grupa transformacija, koju odredjuju generatori abelovska, transformacije u grupi komutiraju jedne sa drugima, dok za neabelovsku grupu to nije slučaj - postoje strogo odredjeni oblici ove nekomutativnosti. Zato govorimo o abelovskim i neabelovskim teorijama.

GLOBALNA ABELOVSKA GAUGE SIMETRIJA

o5. Ako se radi o invarijantnosti $\mathcal{L}$ u odnosu na tzv. fazne transformacije ili globalne gauge - transformacije (ili gauge - transformacije prve vrste), za koje je grupa G abelovska grupa U(1), a $e^{iq_j\theta}$ njena jednodimenziona reprezentacija, generisana generatorom Q, čije su svojstvene vrednosti q_j (npr. Q je operator naelektrisanja, a q_j su naelektrisanja pôlja ϕ_j, izražena u jedinicama naelektrisanja protona, e), gde je θ infinitezimalni parametar, nezavisan od x, zakon transformacije polja je :

$$\phi_j'(x) = \phi_j(x) + iq_j\theta\,\phi_j(x) \quad , \quad \partial_\mu = (\nabla, \tfrac{\partial}{\partial ict}) .$$

Zbog nezavisnosti θ od x, izvodi polja će se transformisati kao i sama polja :

$$\partial_\mu\phi_j'(x) = \partial_\mu\phi_j(x) + iq_j\theta\,\partial_\mu\phi_j(x) .$$

Otuda, ako posmatramo $\mathcal{L}$ za slobodna fermionska polja ψ_i :

$$\mathcal{L} = \bar\psi_i(i\gamma_\mu\partial_\mu - m)\psi_i \tag{1}$$

biće, zbog navedenih transformacionih svojstava pôlja i njihovih izvoda,

$$\mathcal{L}' = \mathcal{L} .$$

o6. Da je gustina lagranžijana $\mathcal{L}$ invarijantna u odnosu na smenu $\psi \to \psi'$ znači da je :

$$\mathcal{L}(\psi) = \mathcal{L}(\psi') = \mathcal{L}(\psi + \delta\psi) = \mathcal{L}(\psi) + \delta\mathcal{L}$$

odnosno

$$\delta\mathcal{L} = 0$$

Pošto je $\mathcal{L} = \mathcal{L}(\psi, \partial_\mu \psi)$ to je, uz $\delta\partial_\mu = \partial_\mu \delta$,

$$\delta\mathcal{L} = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi}\delta\psi + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\psi)}\delta(\partial_\mu\psi) =$$

$$= \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi}\delta\psi + \partial_\mu\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\partial_\mu\psi}\delta\psi\right) - \partial_\mu\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\partial_\mu\psi}\right).\delta\psi = 0$$

što, zbog Euler-lagrange-ovih jednačina

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi} - \partial_\mu\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\partial_\mu\psi}\right) = 0 \quad ,$$

vodi do Noether - ine teoreme

$$\partial_\mu\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\partial_\mu\psi}\delta\psi\right) = 0 \quad .$$

Veličina u zagradi je, do na konstantu, prostor-vremenski očuvana. U slučaju fazne invarijantnosti je

$$\delta\psi = i q \theta \psi$$

pa, zbog proizvoljnosti izbora parametra θ , dobijamo, prema (1), očuvanu veličinu, koja se naziva struja :

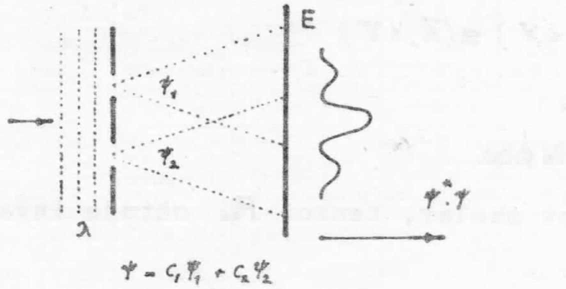
$$J_\mu = q\bar{\psi}\gamma_\mu\psi \quad ,$$

odnosno, vremenski očuvan naboj (nošen tom strujom) :

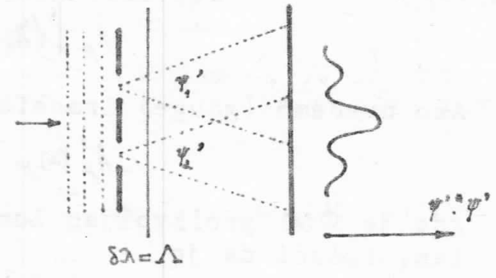
$$Q = \int d^3x \, J_0(x,t) .$$

o7. Fazna invarijantnost je posledica činjenice da faze fermionskih polja nisu opservabilne veličine u fizičkim eksperimentima. Otuda se mogu birati kako nam to odgovara. Medjutim, mora se voditi računa da θ ne zavisi od x, te promena parametra θ u nekoj tački vreme-prostora nužno povlači promenu faze i u svim ostalim tačkama i za isti iznos. Zato i govorimo o globalnim transformacijama.

o8. ψ kompleksna funkcija opisuje česticu (npr. elektron) kao talasni paket. Najbolji primer za pokazivanje talasnih svojstava je difrakcioni eksperiment (sl. 1) sa dve pukotine. Dva difraktovana dela ψ_1 i ψ_2 upadnog snopa elektrona interferiraju dajući poznatu sliku zavisnosti intenziteta od mesta merenja na ekranu (E)



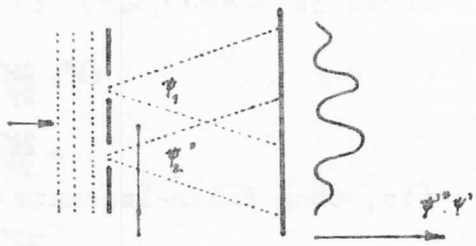
sl. 1



sl. 2

Oblik krive zavisi samo od razlike u fazama difraktovanih talasa. Ako se faze promene za isti iznos u svim tačkama izmedju difrakcionih pukotina "elektronskom Λ - pločicom" (sl. 2), na ekranu će se opet meriti ista zavisnost intenziteta od položaja. Apsolutna vrednost faza je nebitna, ali je, ipak, nužno znati, u teoriji, koliki je njen iznos u datom slučaju, da bi se oscilacije u elektronskom polju odredile potpuno.

Naime, ukoliko smo fazu izmenili samo delimično (tj. ako posmatrana transformacija nije bila globalna), difrakciona slika će se promeniti (maksimumi i minimumi će izmeniti mesta u slučaju $\lambda/2$ - talasne pločice) (sl. 3).



sl. 3

MAXWELL-OVA ELEKTRODINAMIKA

o9. Za realno vektorsko polje, gustina lagranžijana je

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)^2 - \frac{1}{2}\mu^2 A_\mu^2 \equiv$$

$$\equiv -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\mu^2 A_\mu A_\mu \quad ,$$

gde je μ parametar sa značenjem mase. Prema Euler-Lagrange-ovim jednačinama je :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_\nu} - \partial_\lambda \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\lambda A_\nu)} = -\mu^2 A_\nu + \partial_\lambda(\partial_\lambda A_\nu - \partial_\nu A_\lambda) = 0 \quad ,$$

odnosno, osnovne jednačine vektorskog polja se mogu napisati u obliku :

$$F_{\lambda\nu} = \partial_\lambda A_\nu - \partial_\nu A_\lambda \qquad (2)$$
$$\partial_\lambda F_{\lambda\nu} = \mu^2 A_\nu \quad .$$

Ako kombinujemo ove dve jednačine dobićemo :

$$\mu^2 A_\nu = \partial_\lambda F_{\lambda\nu} = \Box A_\nu - \partial_\nu(\partial_\lambda A_\lambda) = +4\pi J_\nu \quad , \quad \partial_\lambda\partial_\lambda \equiv \Box \quad ,$$

gde je J_ν tzv. struja vektorskog polja.

lo. Četvorovektorski potencijal A_μ je odredjen sa :

$$A_\mu = (A_1, A_2, A_3, iV) \equiv (\vec{A}, iV) \quad .$$

Ako uvedemo (gauge) transformaciju :

$$A'_\mu(x) = A_\mu(x) + \partial_\mu \phi(x) \quad ,$$

gde je $\phi(x)$ proizvoljan Lorentz-ov skalar, tenzor $F_{\lambda\nu}$ ostaje invarijantan, budući da je

$$F'_{\lambda\nu} = \partial_\lambda A'_\nu - \partial_\nu A'_\lambda = \partial_\lambda A_\nu - \partial_\nu A_\lambda + \partial_\lambda\partial_\nu\phi - \partial_\nu\partial_\lambda\phi = F_{\lambda\nu} \quad .$$

Za drugu jednačinu iz (2), medjutim, dobijamo :

$$\mu^2 A_\nu' = \mu^2 A_\nu + \mu^2 \partial_\nu \phi(x) \quad ,$$

odnosno, mora važiti :

$$\partial_\lambda F_{\lambda\nu}' - \mu^2 A_\nu' = \mu^2 \partial_\nu \phi(x) \quad .$$

Samo u slučajevima :

a) $\phi(x) = const$

b) $\mu = 0$

će jednačine polja ostati kovarijantne u odnosu na izvršenu transformaciju.

11. Slučaj a) je trivijalan - odgovara identičkoj transformaciji potencijala A_μ. Slučaj b), vektorsko polje sa $\mu = 0$, opisuje dobro poznato elektromagnetsko polje ($\vec{E} - \vec{B}$), čiji je tenzor dat sa :

$$F_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & +B_3 & -B_2 & -iE_1 \\ -B_3 & 0 & B_3 & -iE_2 \\ B_2 & -B_3 & 0 & -iE_3 \\ iE_1 & iB_2 & +iB_1 & 0 \end{pmatrix}$$

J_μ je elektromagnetska struja, za koju važi zakon konzervacije:

$$\partial^\nu J_\nu = +\frac{1}{4\pi}\left[\Box(\partial^\mu A_\mu) - \Box(\partial^\nu A_\nu)\right] = 0$$

Ovo je samo potvrda stare Noether - ine teoreme - da svakoj neprekidnoj simetriji lagranžijana odgovara zakon konzervacije.

12. Maxwell - ova teorija elektromagnetizma (1868.) je bila prva (gauge) teorija sa lokalnom simetrijom. Prema njoj, izvor električnog polja je u naelektrisanjima. Gustina naelektrisanja ρ odredjuje jačinu polja prema :

$$\nabla\vec{E} = 4\pi\rho \quad .$$

Alternativno, polje je odredjeno preko potencijala V , u slučaju da naelektrisanja miruju, sa

$$\vec{E} = -\nabla V \quad .$$

Sam potencijal je tim veći što je veća gustina ρ . Električno polje izmedju dveju bliskih tačaka, je, medjutim, odredjeno samo razlikom potencijala u tim tačkama, a ne njihovom apsolutnom vrednošću. Globalna simetrija se odmah prepoznaje. Ako u nekoj laboratoriji merimo električno polje nastalo od datog rasporeda naelektrisanja, njegova vrednost se neće promeniti u slučaju da smo deo laboratorije u kojem vršimo merenje, podigli na viši potencijal za vrednost V_0 , zbog

$$\nabla V = \nabla(V + V_0) \, .$$

$\vec{E}$ je nepromenjeno, osim u slučaju da postoje, npr., dve oblasti sa različitim potencijalima, tj. da naša promena potencijala nije bila globalna u odnosu na eksperiment. Svaki ogled koji se odvija, recimo, prvo delimično u jednoj oblasti, a potom u drugoj, registrovaće promenu pri prelasku granice oblasti.

13. U slučaju da se radi o nestacionarnom naelektrisanju, njegovo kretanje uzrokuje simultano stvaranje magnetnog polja, koje se može opisati uvodjenjem vektorskog potencijala $\vec{A}$ na sledeći način :

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad ,$$

dok je doprinos $\vec{E}$ polju odredjen sa :

$$\vec{E} + \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\nabla V \quad .$$

Samo zahvaljujući polju $\vec{B}$ i efektima koji su vezani za njega, moguće je globalnu simetriju proširiti u lokalnu. Svaka lokalna promena skalarnog potencijala oblika

$$V' = V - \frac{1}{c}\frac{\partial \phi(x)}{\partial t} \; ,$$

može se kompenzovati promenom vektorskog potencijala oblika

$$\vec{A}' = \vec{A} + \nabla \phi(x) \quad ,$$

tako da se odgovarajuće promene u $\vec{E}$ i $\vec{B}$ polju anuliraju. U kompaktnoj četvorovektorskoj notaciji, zbog

$$iV' = iV + \frac{\partial \phi}{\partial (ict)}$$

$$\vec{A}' = \vec{A} + \nabla \phi \quad ,$$

klasična gauge transformacija se zapisuje jednim izrazom :

$$A'_\mu = A_\mu + \partial_\mu \phi \quad ,$$

a sa ovim oblikom, invarijantnost je već demonstrirana.

MASA FOTONA

14. Elektromagnetska interakcija izmedju naelektrisanja se ostvaruje preko razmene fotona, kvanata polja, sa masom $\mu = 0$. Videli smo da je zahtev neposredno vezan sa principom klasične gauge - invarijantnosti i strogom konzervacijom elektromagnetske struje. Ali - da li foton zaista ima masu mirovanja nula ? Koje su eksperimentalne granice?

Postoje različite metode i sve potvrdjuju opravdanost pretpostavke $\mu = 0$ (R A.1).

15. Laboratorijske metode : najbolja granica je dobijena merenjem električnog polja E u zatvorenoj cevi sa provodnim zidovima. Za foton sa masom nula, imamo staru teoriju, pa, očito, mora biti $E = 0$. Iz eksperimentalne gornje granice za električno polje se dobija :

$$\mu < 10^{-14} \text{ eV} \, .$$

16. Proučavanje planetarnih $\vec{B}$ polja na velikim rastojanjima : ako foton ima $\mu \neq 0$, magnetsko polje ima opadajući faktor

$$e^{-\mu r} \quad , \quad r \text{ - rastojanje od izvora } \vec{B} \text{ polja.}$$

Izbor velikog rastojanja omogućava da se isključi suviša veliko μ . Najbolju granicu dao je "Pioneer 10" proučavanjem magnetnog polja Jupitera, a ona iznosi

$$\mu < 6 \cdot 10^{-16}\, eV \ .$$

Postoje i rezultati iz analize galaktičkih magnetskih polja, posebno u vezi sa ravnotežom intermedijarnog gasa u Magelanovim oblacima. Ova granica je izuzetno restriktivna :

$$\mu < 3 \cdot 10^{-27} eV \ .$$

17. Elektron je najlakša poznata naelektrisana čestica. Njegova nestabilnost bi ujedno značila neodržanje električnog naboja, odnosno električne struje. Videli smo da je održanje struje, u Maxwell-ovoj elektrodinamici, neposredna posledica gauge invarijantnosti. Ako postoji fotonska masa, $\mu \neq 0$, onda je vrlo mala, kao što to kazuju prethodni rezultati. Iz granice za μ, dobija se granica za život elektrona :

$$\tau_e > e^{10^{20}} .$$

KVANTNA ELEKTRODINAMIKA

18. Primer lokalne gauge invarijantne teorije je i QED sa svojom elektron-pozitron-fotonskom interakcijom. Minimalno sprezanje fermionskog polja spina $1/2$ sa fotonskim poljem spina 1 se dobija proširivanjem klasičnog korespondencionog principa elektromagnetske sprege, na jednačine slobodnog fermionskog polja,

$$k_\mu \to k_\mu - eA_\mu \ .$$

U slučaju kvantne teorije polja, ovo postaje :

$$\partial_\mu \to \partial_\mu - ieA_\mu \qquad , \qquad (k_\mu \to -i\partial_\mu) \ .$$

Otuda, za totalnu lagranžijansku gustinu imamo :

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} &= \mathcal{L}^{min.\ sprege}_{slobodno} + \mathcal{L}_{elektromagnetsko} = \\
&= \bar{\psi}\left[i\gamma_\mu (\partial_\mu - ieA_\mu) - m \right]\psi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} = \\
&= \bar{\psi}(i\gamma_\mu \partial_\mu - m)\psi + e\bar{\psi}\gamma_\mu\psi A_\mu - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \equiv \\
&\equiv \mathcal{L}_{slobodno} + \mathcal{L}_{interakcije} + \mathcal{L}_{elektromagnetsko} \ .
\end{aligned}$$

Ovo sprezanje je zaista minimalno (nisu potrebni nikakvi dodaci u $\mathcal{L}_I$) jer slaganje svog našeg eksperimentalnog znanja o elektron-pozitron-fotonskoj interakciji (kada se još uzme u obzir i svojstvo renormalizabilnosti $\mathcal{L}_I$) sa teorijskim znanjem samo sa ovim $\mathcal{L}_I$ je izuzetno.

Npr., eksperimentalna i teorijska vrednost za anomalni magnetni momenat elektrona je (R A.2) :

$$\begin{array}{r} 0.00115965220\,0 \\ +0.00000000004\,0 \\ 0.00115965257\,2 \\ +0.00000000020\,0 \end{array} \quad ,$$

respektivno.

19. Ako pretpostavimo da je $\mathcal{L}$ invarijantno bez obzira koju smo vrednost parametra izabrali u dvema različitim tačkama prostor - vremena, tj. ako je :

$$\theta = \theta(x) \quad ,$$

dobićemo lokalnu abelovsku teoriju zasnovanu na lokalnim gauge transformacijama ili gauge transformacijama druge vrste, koje su odredjene sa

$$\psi'(x) = e^{i\theta(x)}\,\psi(x) \quad ,$$

ili, u infinitezimalnom obliku :

$$\delta\psi(x) = i\theta(x)\psi(x) \quad .$$

U ovom slučaju, polja i izvodi polja se ne transformišu isto, nego :

$$\psi'(x) = \psi(x) + i\,\theta(x)\,\psi(x)$$

$$\partial_\mu\psi'(x) = \partial_\mu\psi(x) + i\,\theta(x)\,\partial_\mu\psi(x) + i\,\partial_\mu\theta(x)\cdot\psi(x) \quad ,$$

respektivno; pojavljuje se, dakle, ekstra član :

$$i\,\partial_\mu\theta(x)\cdot\psi(x) \quad ,$$

u drugom izrazu.

2o. Videli smo da je elektromagnetno polje gauge invarijantno, tj. da se jednačine pôlja ne menjaju pri transformaciji fotonskog polja

$$A_\mu' = A_\mu + \partial_\mu\phi \equiv A_\mu + \frac{1}{e}\,\partial_\mu\alpha(x) \quad ,$$

a posebno, da je $F'_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}$. Otuda se ni $\mathcal{L}_{e.m.}$ ne menja. Medjutim, u $\mathcal{L}$ su sada, pored fotonskog polja i fermionska polja. Interakcioni deo se ne menja, pri transformaciji (samo) fermionskih polja, budući da sadrži članove oblika $\bar\psi\psi$, tako da u transformisanoj lagranžijanskoj gustini $\mathcal{L}_I'$ postoji samo doprinos transformacije fotonskog polja :

$$\delta\mathcal{L}_I = \mathcal{L}_I' - \mathcal{L}_I = eA_\mu'\bar\psi'\gamma_\mu\psi' - eA_\mu\bar\psi\gamma_\mu\psi = e\,\bar\psi\gamma_\mu\psi\,\delta A_\mu = \partial_\mu\alpha\cdot\bar\psi\gamma_\mu\psi \quad .$$

Za $\mathcal{L}_s$, račun daje da je doprinos zbog transformacije fermionskih polja :

$$\delta\mathcal{L}_s = \mathcal{L}_s' - \mathcal{L}_s = \bar\psi'(i\gamma_\mu\partial_\mu - m)\psi' - \bar\psi(i\gamma_\mu\partial_\mu - m)\psi = \bar\psi' i\gamma_\mu\partial_\mu\psi' - \bar\psi i\gamma_\mu\partial_\mu\psi =$$
$$= -\partial_\mu\theta\cdot\bar\psi\gamma_\mu\psi \quad .$$

Otuda je ukupna promena :

$$\delta\mathcal{L} = \delta\mathcal{L}_1 + \delta\mathcal{L}_5 = (\partial_\mu\alpha - \partial_\mu\theta)\bar{\psi}\gamma_\mu\psi \ .$$

Ako u gauge transformacijama fermionskih polja i transformaciji fotonskog polja figuriše isti infinitezimalni parametar $\theta(x)$ (tačnije, $\theta(x) = \alpha(x) + const.$, ali se konstantni fazni faktor uvek može eliminisati, zbog postojanja članova oblika $\bar{\psi}\psi$) doprinosi neinvarijantnosti gustini lagranžijana se potiru.

Rezultat je postojanje simetrije za $\mathcal{L}$, tj. lokalne gauge invarijantnosti u odnosu na gauge transformacije :

$$\delta\psi = i\,\theta(x)\psi \qquad \delta A_\mu = \frac{1}{e}\partial_\mu\theta(x) \ .$$

Primetimo opet da bi prisustvo člana mase za foton

$$\mu^2 A_\mu A_\mu \ ,$$

narušilo gauge invarijantnost.

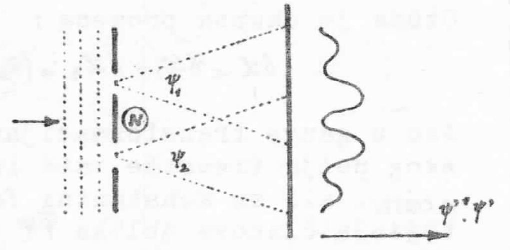
21. Vidimo, dakle, da elektromagnetno polje osigurava gauge invarijantnost elektronskog polja. U odredjenom smislu se to moglo i očekivati : polje traženog tipa (jer samo uvodjenjem novog polja se postiže zadovoljenje teorijskog principa) treba da se prostire do beskonačnosti, da bi, u principu, obuhvatili invarijantnost u čitavom prostoru. Zbog beskonačnog dometa, polje ima masu mirovanja nula. Ovo već očito liči na elektromagnetno polje (potreban uslov je još da bude vektorsko polje).

22. Veza izmedju elektromagnetnog polja i elektronskog polja se ostvaruje preko njihove medjusobne interakcije. Na elektron deluje sila e.m. polja koja se ostvaruje putem razmene fotona jer su fotoni nosioci informacije o ovoj sili. Apsorpcija ili emisija fotona se manifestuje promenom faze elektronskog polja na potpuno odredjen način. Drugim rečima, kada se jednom fiksiraju e.m. potencijali, faza elektronskog talasa je jednoznačno odredjena. Samim potencijalima se mogu dati proizvoljne vrednosti u izabranoj tački prostor - vremena, a time je, najšire posmatrano, i faza elektronskog polja proizvoljna, no konzistentno odredjena svakim pojedinačnim izborom potencijala.

Gauge invarijantno e.m. polje spregnuto sa elektronskim omogućava, dakle, proširenje gauge principa : faza elektronskog polja može da bude proizvoljna funkcija prostor - vremena kao koordinate, jer sve opažajne veličine zadržavaju invarijantno značenje kada se ona menja od mesta do mesta, u toku vremena.

23. U slučaju eksperimenta sa difrakcijom elektronskih talasa to znači da, zbog postojanja lokalne gauge invarijantnosti za e.m. polje, potpuno analognu promenu onoj izazvanoj sa " $\lambda/2$ - pločicom", možemo, lokalno, proizvesti sa odgovarajućim magnetnim poljem,(koje stvara magnet (N - S), smešten izmedju proreza) normalnim na difraktovane elektronske talase (sl. 4)

Šta je uzrokovalo promenu - pločica ili magnet ? Posmatrajući samo sliku intenziteta, nije moguće reći, budući je zbog postojanja lokalne gauge invarijantnosti, faza elektronskog polja lokalno proizvoljna, pa se fizička informacija o tome šta izaziva poremećaj na interferentnoj slici (koja je odredjena samo sa $\psi^*\psi$) gubi na ekranu.



sl. 4

GLOBALNA NEABELOVSKA SIMETRIJA

24. Ako se radi o globalnim neabelovskim gauge transformacijama, $\mathcal{L}$ je invarijantno u odnosu na, recimo, SU(2) grupu, tzv. izospinsku grupu. Polja se tada javljaju u multipletima. Ako imamo, na primer, dublet polja, grupa SU(2) je, u matričnoj reprezentaciji, odredjena sa

$$T^a = \frac{\tau^a}{2} \qquad a = 1,2,3 ,$$

gde su τ^a Pauli-eve spinorske matrice. Ako je polje u pridruženoj reprezentaciji, imaćemo triplet polja, a SU(2) je odredjena sa

$$T^a_{ij} = i\,\varepsilon_{ija} .$$

ε_{ija} je totalno antisimetrični (Levi-Civita) tenzor ($\varepsilon_{123}=1$). Generatori grupe SU(2) i reprezentacione matrice generatora zadovoljavaju istu Lie-algebru :

$$[T_i, T_j] = i\,\varepsilon_{ijk}\,T_k ,$$

a odavde potiče naziv neabelovska grupa (za abelovsku grupu je [,]=0). Gauge transformacija je odredjena sa

$$\psi'(x) = e^{i\theta^a \frac{\tau_a}{2}}\,\psi(x) ,$$

ili, u infinitezimalnom obliku :

$$\delta\psi(x) = i\,\theta^a\,\frac{\tau_a}{2}\,\psi(x) .$$

25. Odavde, za svako θ_a, $a=1,2,3$, mora postojati izospinska invarijantnost $\mathcal{L}$, tj. $\delta\mathcal{L}=0$ za

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma_\mu\partial_\mu - m)\psi = \bar{\psi}_\alpha(i\gamma_\mu\partial_\mu - m)\psi_\alpha .$$

Prema Noether-inoj teoremi, postoji triplet očuvanih struja J^a_μ, $a=1,2,3$. Iz

$$\partial_\mu\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\partial_\mu\psi_\alpha}\,\delta\psi_\alpha\right) = \partial_\mu\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\partial_\mu\psi_\alpha}\, i\,\theta^a\left(\frac{\tau_a}{2}\right)_{\alpha\beta}\psi_\beta\right) = 0 ,$$

zbog nezavisnosti parametara θ^a, nalazimo :

$$J^a_\mu = -i\,\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\partial_\mu\psi_\alpha}\left(\frac{\tau_a}{2}\right)_{\alpha\beta}\psi_\beta = \bar{\psi}\,\gamma_\mu\,\frac{\tau_a}{2}\,\psi , \qquad (3)$$

a posledica ovog je postojanje očuvanih "naboja":

$$Q^a = \int d^3x\, \mathcal{T}_0^a(x,t) \quad , \quad \frac{dQ^a}{dt} = 0 \quad .$$

26. Proširenje na proizvoljnu Lie grupu G unutrašnjih simetrija je jednostavno. Treba samo izabrati reprezentaciju grupe G , kojoj pripadaju posmatrana polja i ponoviti čitav postupak. Razlika je isključivo u broju generatora grupe G : za slučaj SU(2) imamo tri, za SU(3) - osam, a za SU(N) - ukupno N^2-1 .

CHIRAL-NA SIMETRIJA

27. Infinitezimalne transformacije

$$\delta\psi = i\,\varepsilon^a \frac{\tau^a}{2}\psi \qquad a=1,2,3 \quad ,$$

se mogu proširiti do tzv. chiral-nih. Ovo uvećanje se postiže uključivanjem γ_5 matrice :

$$\delta_5\psi = i\,\eta^a \frac{\tau^a}{2}\gamma_5\psi \quad ,$$

gde su η^a infinitezimalni parametri. Zbog ovog dodavanja imamo novu grupi infinitezimalnih transformacija :

$$\delta\psi \;\; , \;\; \delta_5\psi \quad ,$$

čiji generatori :

$$\tau_a \;\; , \; a=1,2,3 \;\; , \;\; \tau_a\gamma_5 \quad ,$$

zadovoljavaju sledeće komutacione relacije :

$$\left[\frac{\tau_a}{2}, \frac{\tau_b}{2}\right] = i\,\varepsilon_{abc}\frac{\tau_c}{2} \tag{4}$$

$$\left[\frac{\tau_a}{2}, \frac{\tau_b}{2}\gamma_5\right] = i\,\varepsilon_{abc}\frac{\tau_c}{2}\gamma_5 \tag{5}$$

$$\left[\frac{\tau_a}{2}\gamma_5, \frac{\tau_b\gamma_5}{2}\right] = i\,\varepsilon_{abc}\frac{\tau_c}{2} \quad .$$

Poslednja jednakost je posledica činjenice da je $\gamma_5^2=1$ i da γ_5 komutira sa τ_a jer ne dejstvuju u istom prostoru.

28. Infinitezimalni generatori se mogu izraziti i u drugom obliku:

$$L^a = \frac{(1-\gamma_5)}{2}\frac{\tau_a}{2} \equiv L\,\frac{\tau_a}{2}$$

$$R^a = \frac{(1+\gamma_5)}{2}\frac{\tau_a}{2} \equiv R\,\frac{\tau_a}{2} \quad .$$

Zbog ovoga, komutacione relacije, množenjema malopre datih (4) i (5), respektivno, sa

$$L^2 = \left(\frac{1-\gamma_5}{2}\right)^2 = \frac{1-\gamma_5}{2}$$

$$R^2 = \left(\frac{1+\gamma_5}{2}\right)^2 = \frac{1+\gamma_5}{2} \quad ,$$

postaju :

$$[L^a, L^b] = i\varepsilon_{abc} L^c \qquad [R^a, R^b] = i\varepsilon_{abc} L^c \quad ,$$

dok je

$$[L^a, R^a] = 0 \; .$$

Operatori L i R su, u stvari (chiral-ni) projekcioni operatori, jer zadovoljavaju

$$L^2 = L \qquad R^2 = R$$

$$LR = RL = 0$$

$$R + L = 1 \; .$$

29. Svako spinorno polje se može rastaviti na (dva stanja heličnosti) :

$$\psi = L\psi + R\psi \equiv \psi_L + \psi_R \quad ,$$

jer je formalno ispunjena jednakost :

$$\psi = (L + R)\psi = \psi \; .$$

$\mathcal{L}$ za slobodno fermionsko polje se onda može napisati u obliku :

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}_L \gamma_\mu \partial_\mu \psi_L + i\bar{\psi}_R \gamma_\mu \partial_\mu \psi_R - m(\bar{\psi}_L \psi_R + \bar{\psi}_R \psi_L) \; .$$

Ako fermion ima konačnu masu, mora se javljati u oba stanja heličnosti. Naime, Lorentz-ovom transformacijom se stanje jedne heličnosti može prevesti u stanje druge heličnosti i obrnuto. U tom slučaju, cepanje ψ na gore navedeni način nema Lorentz - invarijantno značenje za $\mathcal{L}$ (član sa masom nije invarijantna veličina).

3o. Ako je $m = 0$, ψ_R je rešenje polaznih jednačina kretanja, sa spinom duž smera impulsa (pozitivna heličnost), a ψ_L je rešenje sa spinom u suprotnom smeru (negativna heličnost). Ovo se lako dobija iz Dirac - ovih jednačina :

$$(i\gamma_\mu \partial_\mu - m)\psi = 0 \quad ,$$

za slučaj Dirac - ovih matrica

$$\gamma_4 = \gamma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \qquad \gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} .$$

Za $m = 0$ biće :

$$0 = i\gamma_\mu \partial_\mu \psi \Rightarrow (\gamma_0 - \vec{\gamma}\cdot\vec{n})\psi = 0 \quad ,$$

gde je $\vec{n}$ jedinični vektor u pravcu impulsa. Množenjem sa γ_0 , a zatim sa γ_5 , biće :

$$(\gamma_5 - \gamma_5\gamma_0\vec{\gamma}\cdot\vec{n})\psi = 0 \ .$$

Ali :

$$\gamma_5\gamma_0\vec{\gamma} = \begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & \vec{\sigma}\\ -\vec{\sigma} & 0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\vec{\sigma} & 0\\ 0 & \vec{\sigma}\end{pmatrix} = \vec{\Sigma} \ .$$

Kako je $\frac{1}{2}\vec{\Sigma}$ spinski operator sa svojstvenim vrednostima $\pm 1/2$, to je operator heličnosti dat sa :

$$h = \frac{\vec{\Sigma}\cdot\vec{p}}{|\vec{p}|} = \vec{\Sigma}\cdot\vec{n} \ ,$$

i ima svojstvene vrednosti ± 1 . Otuda su rešenja jednačina kretanja :

$$h = +1 \qquad (1 - \gamma_5)\psi = 0$$

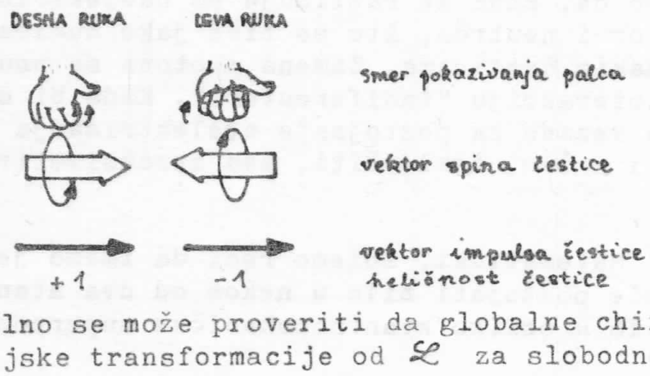
$$h = -1 \qquad (1 + \gamma_5)\psi = 0 \ ,$$

zbog $(1-\gamma_5)(1+\gamma_5) = 0$, respektivno :

$$\psi_R = \left(\frac{1+\gamma_5}{2}\right)\psi \qquad \psi_L = \left(\frac{1-\gamma_5}{2}\right)\psi \ .$$

Faktor $1/2$ je odredjen iz uslova $\psi_R + \psi_L = \psi$. To znači da operatori R i L projektuju iz ψ desnoruka (desnogira, $h=+1$) odnosno levoruka (levogira, $h=-1$) stanja. Za rešenja sa negativnom energijom, R i L projektuju levoruka i desnoruka stanja, redom.

31. Termini levoruka, desnoruka, chiral-na (od grčkog - ruka) se mogu interpretirati na sledeći način:



32. Formalno se može proveriti da globalne chiral-ne transformacije nisu simetrijske transformacije od $\mathcal{L}$ za slobodno fermionsko polje ako je $m \neq 0$:

$$\delta_5\mathcal{L} = \delta_5\left[\bar{\psi}(i\gamma_\mu\partial_\mu - m)\psi\right] = \delta_5(\bar{\psi}i\gamma_\mu\partial_\mu\psi) - \delta_5(m\bar{\psi}\psi) \ .$$

Posebno je :

$$-\delta_5(m\bar{\psi}\psi) = m(\delta_5\bar{\psi})\psi + m\bar{\psi}\delta_5\psi =$$

$$= i m \eta_a \bar{\psi}\frac{\tau_a}{2}\gamma_5\psi + m\bar{\psi}i\eta_a\frac{\tau_a}{2}\gamma_5\psi =$$

$$= 2i\eta_a \frac{\tau_a}{2} m \bar{\psi}\gamma_5\psi ,$$

gde je korišćeno $\bar{\psi}=\psi^+\gamma_4$, $\gamma_\mu\gamma_5 = -\gamma_5\gamma_\mu$, a prvi član :

$$\delta_5(i\bar{\psi}\gamma_\mu\partial_\mu\psi) = i(\delta_5\bar{\psi})\gamma_\mu\partial_\mu\psi + i\bar{\psi}\gamma_\mu\partial_\mu(\delta_5\psi) =$$

$$= i\bar{\psi}i\eta_a\frac{\tau_a}{2}\gamma_5\gamma_\mu\partial_\mu\psi + i\bar{\psi}\gamma_\mu\partial_\mu(i\eta_a\frac{\tau_a}{2}\gamma_5\psi) =$$

$$= -\eta_a\bar{\psi}\frac{\tau_a}{2}(\gamma_5\gamma_\mu+\gamma_\mu\gamma_5)\partial_\mu\psi =$$

$$= 0 ,$$

gde je $\partial\delta_5=\delta_5\partial$ zbog globalnih transformacija. Otuda je :

$$\delta_5\mathcal{L} = -2i\eta_a\frac{\tau_a}{2} m\bar{\psi}\gamma_5\psi .$$

Uslov simetrije je $\delta_5\mathcal{L}=0$, što je moguće samo ako su mase (u opštem slučaju) svih fermionskih polja

$$m_i = 0 , \quad i=1,2,\ldots .$$

33. Opšta osobina svih čestica bez mase mirovanja, a proizvoljnog spina s , je da je spin uvek usmeren u pravcu kretanja čestice a može imati samo dve ekstremne vrednosti $\pm s$. U slučaju čestice sa masom mirovanja $\neq 0$, Lorentz-ovim transformacijama možemo preći u sistem koji je vezan za tu česticu, a u ovom sistemu spin može biti usmeren u proizvoljnom pravcu i smeru. Za česticu bez mase mirovanja (kreće se brzinom svetlosti) to nije izvodljivo.

IZOSPINSKA SIMETRIJA

34. Izospinska simetrija je našla svoje mesto u fizici nakon što je opaženo da, mada se razlikuju po naelektrisanju i neznatno (o.7‰) po masi, proton i neutron, što se tiče jake nuklearne sile, mogu da se smatraju jednakim česticama. Zamena protona sa neutronom i obratno, ostavlja jaku interakciju "indiferentnom". Kada bi se elektromagnetske sile, koje su vezane za postojanje naelektrisanja i njihovog kretanja, mogle, na neki način, isključiti, ova aproksimativna simetrija bi postala egzaktna.

35. Matematički, možemo reći da imamo jednu česticu, nukleon N , koja može postojati bilo u nekom od dva stanja : p (proton) i n (neutron), bilo u obliku kvantnomehaničke superpozicije ova dva stanja, simbolično :

$$N=\begin{pmatrix}\text{gornja komponenta}\\ \text{donja komponenta}\end{pmatrix} .$$

Gornju komponentu možemo nazvati p , a donju n . Možemo izabrati i obrnuto označavanje, ali kada ga jednom odredimo, u slučaju globalnih izospinskih transformacija, odredili smo ga jednoznačno, za svaku laboratoriju, u bilo kojoj oblasti prostor-vremena. Ako nukleonu pridružimo (izo-)spin $1/2$, vidimo da, prema opštem pravilu postoji tačno

$$2I+1 = 2\cdot\frac{1}{2}+1 = 2$$

mogućih nukleonskih stanja.

36. Simetrija s obzirom na izospinsku rotaciju kaže da na primer, u slučaju rotacije $\theta_1 = \theta_3 = 0$, $\theta_2 = \pi$

$$N = \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} \rightarrow e^{\frac{i\theta^2\tau^2}{2}} \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} = \left(\cos\frac{\theta_2}{2} + i\,\tau^2 \sin\frac{\theta_2}{2}\right)\begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n \\ -p \end{pmatrix} ,$$

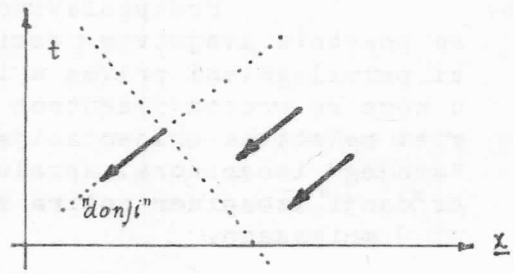
svaki proton postaje neutron i obrnuto, tj.

$$e^{\frac{i\theta^2\tau^2}{2}} \begin{pmatrix} p \\ 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 \\ p \end{pmatrix} \qquad e^{\frac{i\theta^2\tau^2}{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ n \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} n \\ 0 \end{pmatrix} .$$

Nikakvi efekti (zbog egzaktne simetrije)ne bi mogli biti opaženi u eksperimentima. U komplikovanijem slučaju superpozicije dva stanja, dobićemo medjustanje : npr. proton se transformiše u stanje koje se, u eksperimentima, može pokazati sa odredjenom verovatnoćom $\mathcal{P}$ kao proton, a sa verovatnoćom $1-\mathcal{P}$ - kao neutron.

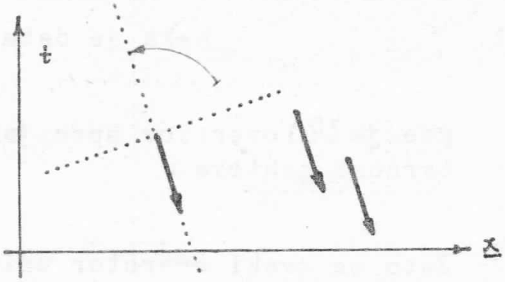
37. Instruktivno je grafički spojiti prostor-vreme i izospinski prostor (primiti ovo samo kao ilustraciju!).

Nukleon se može pretstaviti dvostrukom strelicom tako da dužina strelice pretstavlja vrednost odgovarajuće komponente u tački x ($\underline{x}$, t) prostor vremena, a da je orijentacija u unutrašnjem prostoru odredjena smerom odgovarajuće strelice (razumljivo, i prostor-vreme i izospinski prostor su, u ovoj slici, dvodimenzioni). Uvek se može naći izospinski prostor, u kojem je nukleon "gornji" (predstavljen strelicom $\rightarrow$) ili "donji" (predstavljen strelicom $\downarrow$) (sl. 5)



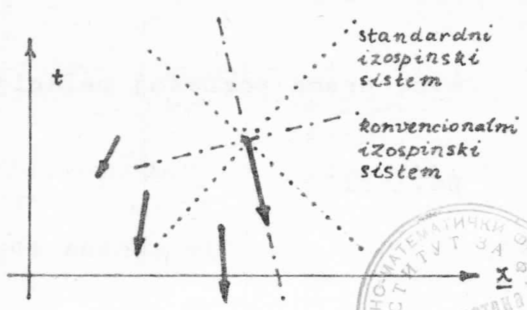
(sl.5)

Ako se u nekoj laboratoriji izvrši kalibracija nukleonskih stanja rotiranjem izospinora, onda se ta ista rotacija mora izvršiti u svim ostalim laboratorijama, odnosno, u svim tačkama prostor-vremena (sl.6)



(sl. 6)

38. Ako dodje do perturbacije stanja usled neke interakcije, u različitim tačkama prostor-vremena, dobićemo različite dužine izospinora i različitu usmerenost u odnosu na standardni smer definisan neperturbativnim stanjem (pre uključivanja interakcije). Grafički, ovo možemo predstaviti kao na slici 7.



(sl. 7)

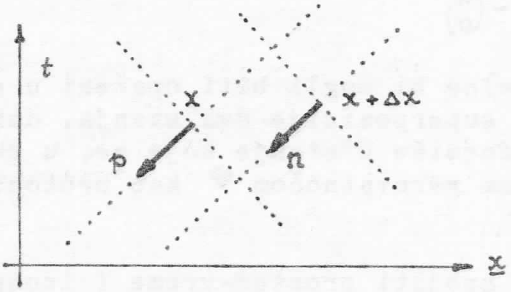
39. Postojanje lokalne izospinske invarijantnosti bi omogućavalo da se konvencija o označavanju nukleonskih stanja oznakama proton i neutron može izvesti nezavisno u svakoj tački prostor vremena. (Ako, npr. u našoj laboratoriji označimo proton - stanje sa :

$$\binom{p}{0}$$

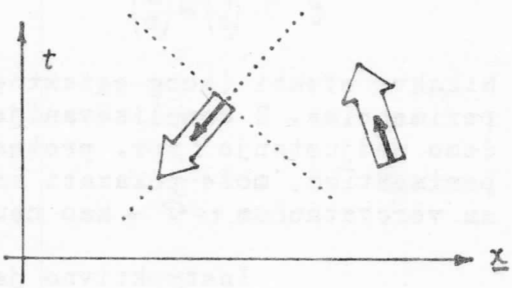
u susednoj bi se laboratoriji to stanje moglo označiti sa

$$\binom{0}{p} \, .)$$

Grafički se ta proizvoljnost može prikazati kao na slici 8.



(sl. 8)



(sl. 9)

4o. Pretpostavimo da postoji još jedan izospinski dublet, ali sa posebnim svojstvom : recimo da je uvek "donji". Tada će on odredjivati privilegovani pravac u izospinskom prostoru, tj. definisaće sistem u kome se proton i neutron mogu razlikovati, budući da se uvek može meriti relativna orijentacija izospinske strelice u odnosu na strelicu "donjeg" izospinora. Apsolutna orijentacija izospina nema smisla, jer se "donji" izospinor rotira zajedno sa nukleonskim, kao što je to, na slici 9 prikazano.

Simetrija teorije koja zahteva da se proton ne može razlikovati od neutrona još uvek je prisutna, ali je prikrivena.

LOKALNA NEABELOVSKA GAUGE SIMETRIJA

41. Neka je data transformacija polja, u opštem slučaju :

$$\psi'(x) = U(x)\,\psi(x) \, ,$$

gde je $U(x)$ operator specijalne unitarne transformacije grupe SU(n). Unitarnost zahteva :

$$U^{+} U = 1 \quad .$$

Zato se svaki operator unitarne transformacije može napisati u obliku :

$$U = e^{iS} \qquad U^{+} = e^{-iS^{+}} \, , \tag{6}$$

a uslov unitarnosti povlači $S^{+}=S$ (S je hermitski operator); uslov "specijalna" znači unimodularnost, tj.

$$\det U = 1$$

što, prema poznatoj relaciji $\det U = \det e^{iS} = e^{i\,\mathrm{Trag}(S)}$,

povlači $$\mathrm{Trag}(S) = 0 \, .$$

42. Iz zakona transformacije za polja sledi :

$$\partial_\mu \psi' = (\partial_\mu U)\psi + U(\partial_\mu \psi),$$

što znači da se izvodi polja ne transformišu na isti način kao i sama polja usled eksplicitne zavisnosti transformacije od x koordinate.

Gustina lagranžijana $\mathcal{L}$ je funkcija od ψ i $\partial_\mu \psi$, a najkarakterističniji član je oblika :

$$\bar{\psi}\partial_\mu \psi .$$

Pod odredjenim uslovima, $\mathcal{L}$ za slobodno fermionsko polje sadrži samo ovakve članove. Stoga, ako želimo da $\mathcal{L}$ bude invarijantno u odnosu na U transformaciju,u slučaju minimalne sprege,

$$\partial_\mu - igB_\mu \equiv \mathcal{D}_\mu$$

(gde se $\mathcal{D}_\mu$ naziva kovarijantni izvod),da bismo obezbedili invarijantnost člana

$$\bar{\psi}\mathcal{D}_\mu \psi ,$$

zakon transformacije veličine $\mathcal{D}_\mu$ ćemo odrediti tako da se kovarijantni izvodi polja transformišu kao i sama polja, tj.

$$\mathcal{D}_\mu' \psi' = U(\mathcal{D}_\mu \psi).$$

Korišćenjem zakona transformacije za polje dobijamo

$$\mathcal{D}_\mu' U\psi = U\mathcal{D}_\mu \psi$$

odnosno

$$U^{-1}\mathcal{D}_\mu' U\psi = \mathcal{D}_\mu \psi ,$$

odakle sledi

$$\mathcal{D}_\mu' = U\mathcal{D}_\mu U^{-1} .$$

43. Veličine B_μ su analogne veličini $\mathbb{1} A_\mu$, gde je $\mathbb{1}$ jedinična matrica a A_μ fotonsko polje iz QED. Opštije rečeno, $\mathbb{1}$ je generator grupe U(1), a A_μ je gauge polje, koje mu je pridruženo. U opštem slučaju, ovaj član postaje zbir sačinjen od proizvoda gauge polja b_μ^a i generatora neabelovske grupe G, u oznaci $\tau^a/2$. Otuda je :

$$B_\mu = \frac{\tau_a}{2} b_\mu^a ,$$

pri čemu je svakom generatoru pridruženo jedno polje. Tada je kovarijantni izvod :

$$\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu - ig\frac{\tau_a}{2} b_\mu^a .$$

44. Izvod $\mathcal{D}_\mu$ je kovarijantna veličina, što znači da se datom transformacijom prevodi u :

$$\mathcal{D}_\mu' = \partial_\mu - ig\frac{\tau_a}{2} b_\mu^{a\,\prime}$$

tj. da zadržava isti oblik nakon transformacije. Iz ovog zahteva se može odrediti zakon transformacije za B_μ :

$$\mathcal{D}_\mu' \psi' = U\mathcal{D}_\mu \psi$$

$$(\partial_\mu - igB_\mu')U\psi = U(\partial_\mu - igB_\mu)\psi$$

$$(\partial_\mu U)\psi + \cancel{U\partial_\mu\psi} - igB_\mu' U\psi = \cancel{U\partial_\mu\psi} - igUB_\mu\psi ,$$

odakle je

$$B_\mu' = UB_\mu U^{-1} - \frac{i}{g}(\partial_\mu U)U^{-1} = U\left(B_\mu - \frac{i}{g}U^{-1}\partial_\mu U\right)U^{-1} .$$

45. Dalje, treba da generališemo izraz za kinetičku energiju gauge bozona. To postižemo polazeći od tenzora polja u QED :

$$\mathbb{1}\, F_{\mu\nu} = \partial_\mu(\mathbb{1} A_\nu) - \partial_\nu(\mathbb{1} A_\mu)$$

koji, u našem slučaju (više bozonskih polja), glasi :

$$F^a_{\mu\nu}\frac{\tau_a}{2} = (\partial_\mu - ig B_\mu) B_\nu - (\partial_\nu - ig B_\nu) B_\mu \equiv F_{\mu\nu} .$$

Odavde lako nalazimo izraz za tenzor $F^a_{\mu\nu}$ pridružen gauge polju b^a_μ :

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - ig B_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu + ig B_\nu B_\mu = (\partial_\mu b^a_\nu - \partial_\nu b^a_\mu)\frac{\tau_a}{2} + ig(B_\nu B_\mu - B_\mu B_\nu) .$$

Za drugi član nalazimo :

$$ig[B_\nu, B_\mu] = ig\left(\frac{\tau_c}{2} b^c_\nu \frac{\tau_b}{2} b^b_\mu - \frac{\tau_b}{2} b^b_\mu \frac{\tau_c}{2} b^c_\nu\right) = ig\, b^c_\nu b^b_\mu \left[\frac{\tau_c}{2}, \frac{\tau_b}{2}\right] = +g\,\varepsilon_{abc}\, b^b_\mu b^c_\nu \frac{\tau_a}{2} ,$$

tako da je $F^a_{\mu\nu}\frac{\tau_a}{2} = \left(\partial_\mu b^a_\nu - \partial_\nu b^a_\mu + g\,\varepsilon_{abc}\, b^b_\mu b^c_\nu\right)\frac{\tau_a}{2}$,

odnosno, zbog nezavisnosti τ_a je :

$$F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu b^a_\nu - \partial_\nu b^a_\mu + g\,\varepsilon_{abc}\, b^b_\mu b^c_\nu .$$

46. Član kinetičke energije u QED za fotonsko polje je :

$$-\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} ,$$

a njemu analogan, za više gauge pôlja, sastoji se iz zbira takvih članova, za svako polje posebno jedan, :

$$-\frac{1}{4} F^a_{\mu\nu} F^{a\mu\nu} .$$

Ovaj član se naziva Yang-Mills-ov, budući da su oni (i Ronald Shaw, 1955) proučavali ovu generalizaciju za slučaj grupe SU(2). Ovaj se član može napisati u obliku

$$\mathcal{L}_{YM} = -\frac{1}{4} F^a_{\mu\nu} F^{a\mu\nu} = -\delta_{ab}\left(F^a_{\mu\nu}\frac{\tau_a}{2}\right)\left(F^{b\mu\nu}\frac{\tau_b}{2}\right) = -\frac{1}{2}\,\mathrm{Tr}\left(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\right)$$

jer je za slučaj SU(2) grupe

$$\mathrm{Tr}\left(\frac{\tau_a}{2}\frac{\tau_b}{2}\right) = \frac{1}{2}\delta_{ab}$$

Usled transformacije polja, ovaj član postaje

$$\mathcal{L}'_{YM} = -\frac{1}{2}\,\mathrm{Tr}\left(F'_{\mu\nu}F^{\mu\nu\,\prime}\right)$$

pa treba da nadjemo zakon transformacije za tenzore $F_{\mu\nu}$.

47. Tenzor $F_{\mu\nu}$ je odredjen sa

$$F_{\mu\nu} = \mathcal{D}_\mu B_\nu - \mathcal{D}_\nu B_\mu ,$$

a transformisan, postaje $F'_{\mu\nu} = \mathcal{D}'_\mu B'_\nu - \mathcal{D}'_\nu B'_\mu$.

Zamenom dobijamo

$$\mathcal{D}'_\mu B'_\nu = U\mathcal{D}_\mu U^{-1}U\left(B_\nu - \frac{i}{g}U^{-1}\partial_\nu U\right)U^{-1} = U\mathcal{D}_\mu B_\nu U^{-1} - \frac{i}{g}U\mathcal{D}_\mu U^{-1}(\partial_\nu U)U^{-1}.$$

Kako je $U^{-1}\partial_\nu U = \partial_\nu(U^{-1}U) - (\partial_\nu U^{-1})U = -(\partial_\nu U^{-1})U$,

biće

$$\begin{aligned}\mathcal{D}'_\mu B'_\nu &= U\mathcal{D}_\mu B_\nu U^{-1} + \frac{i}{g}U\mathcal{D}_\mu \partial_\nu U^{-1} = \\ &= \frac{i}{g}U\mathcal{D}_\mu[-igB_\nu + \partial_\nu]U^{-1} = \\ &= \frac{i}{g}U\mathcal{D}_\mu \mathcal{D}_\nu U^{-1} ,\end{aligned}$$

pa je

$$F'_{\mu\nu} = \frac{i}{g}U\mathcal{D}_\mu\mathcal{D}_\nu U^{-1} - \frac{i}{g}U\mathcal{D}_\nu\mathcal{D}_\mu U^{-1} = \frac{i}{g}U[\mathcal{D}_\mu, \mathcal{D}_\nu]U^{-1} ,$$

s jedne strane, odnosno, svodjenjem članova na oblik $U\mathcal{D}_\mu U^{-1} U \mathcal{D}_\nu U^{-1}$,

$$F'_{\mu\nu} = \frac{i}{g}[\mathcal{D}'_\mu, \mathcal{D}'_\nu]$$

s druge strane. Otuda je zakon transformacije :

$$F'_{\mu\nu} = U F_{\mu\nu} U^{-1} \ .$$

Pri ovome treba voditi računa da su veličine $F_{\mu\nu}$, definisane sada sa

$$F_{\mu\nu} = \frac{i}{g}[\mathcal{D}_\mu, \mathcal{D}_\nu] \quad ,$$

operatori. Operatorski karakter je prikriven u izrazu za $F'_{\mu\nu}$,zbog pojave U^{-1} sa desne strane.

48. Korišćenjem navedenog zakona transformacije za tenzore polja $F_{\mu\nu}$ biće :

$$\mathcal{L}'_{YM} = -\frac{1}{2}\mathrm{Tr}\left(F'_{\mu\nu}F^{\mu\nu\,'}\right) = -\frac{1}{2}\mathrm{Tr}\left(U F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}U^{-1}\right) = -\frac{1}{2}\mathrm{Tr}\left(U^{-1}U F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\right) = -\frac{1}{2}\mathrm{Tr}\left(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\right)$$

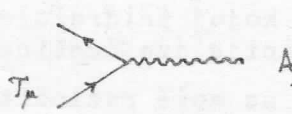
tj.

$$\mathcal{L}'_{YM} = \mathcal{L}_{YM} \quad .$$

49. Sada se, iz $\mathcal{L}_{YM}$, lako može videti razlika izmedju interakcije gauge bozona u abelovskoj teoriji (QED) i neabelovskoj (npr. SU(2)) teoriji. Za QED, komutator gauge polja iščezava i javlja se samo bilinearna kombinacija gauge polja. Imali smo (2a , $g=+e$)

$$\mathcal{L}_1 = + g\,\bar{\psi}\gamma_\mu\psi A_\mu = g\,J_\mu A_\mu$$

odnosno, fotonski propagator je spregnut samo sa strujom J_μ :



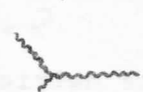
To znači da, ako nema izvora u obliku naelektrisanja, nema ni interakcije, jer je foton neutralan (te ne interaguje sam sa sobom).

5o. U SU(2) gauge teoriji (i uopšte, u generalnoj neabelovskoj gauge teoriji) iz

$$\mathcal{L}_{YM} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} = -\frac{1}{4}\left(\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g\,\varepsilon_{abc}A_\mu^b A_\nu^c\right)\left(\partial^\mu A^{\nu a} - \partial^\nu A^{\mu a} + g\,\varepsilon_{adf}A^{\mu d}A^{\nu f}\right) =$$

$$= -\frac{1}{2}\partial_\mu A_\nu^a\left(\partial^\mu A^{\nu a} - \partial^\nu A^{a\mu}\right) - g\,\varepsilon_{abc}A_\mu^a A_\nu^b\,\partial^\mu A^{\nu c} - \frac{1}{4}g^2\varepsilon_{abc}\varepsilon_{adf}A_\mu^b A_\nu^c A^{\mu d}A^{\nu f} \quad ,$$

zbog toga što je komutator gauge polja različit od nule ($\varepsilon_{abc} \neq 0$), dobijamo trilinearne i kvadrilinearne članove, pored bilinearnih. Imamo, dakle, propagator gauge polja, analogan fotonu, kao i trostruki i četvorostruki gauge-bozonski verteks - samo-interakcije, (prvi, drugi i treći sabirak u zadnjem izrazu !) :

 ,  , 

51. U slučaju da nema fermionskih izvora, ipak ima interakcionih članova, jer gauge polja nose izospin(-ski naboj) i sprežu se medju sobom. Naime, iz uopštenja člana za slobodno polje :

$$\bar{\psi}\left(i\gamma_\mu\partial_\mu - m + g\,\gamma_\mu\frac{\tau_a}{2}A_\mu\right)\psi$$

nalazimo da je interakcioni član

$$g A_\mu^a (\bar{\Psi} \gamma_\mu \frac{\tau_a}{2} \psi) = + g A_\mu^a T_\mu^a \quad ,$$

gde je T_μ^a očuvana struja ((3)) u slučaju globalne izospinske simetrije (pre uvodjenja gauge polja). Pošto gauge polje nosi izospin, pored $\partial_\mu \Psi$, u $\mathcal{L}$ se javljaju $\partial_\mu A_\nu^a$, dakle : $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu A_\nu^a} = \partial_\nu A_\mu^a - \partial_\mu A_\nu^a - g \, \varepsilon_{abc} A^{\mu b} A^{\nu c} = - F_{\mu\nu}^a$,

zbog $\delta A_\mu^a = - \varepsilon_{abc} \varepsilon^b A_\mu^c$ $\quad (\tilde{A}'_\mu = e^{iS} \tilde{A}_\mu e^{-iS} \approx \tilde{A}_\mu + i[S, \tilde{A}_\mu] \; ; \; \tilde{A}_\mu = A_\mu^a \frac{\tau_a}{2} \, , \; S = \varepsilon^a \frac{\tau^a}{2})$

biće $- \varepsilon^b \mathcal{F}_\mu^b = -i \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu A_\nu^a} \delta A_\nu^a = -i \, F_{\mu\nu}^a \varepsilon_{abc} \varepsilon^b A_\nu^c$,

odnosno, doprinos totalnoj očuvanoj struji :

$$\mathcal{F}_\mu^a = i \, \varepsilon_{abc} A_\nu^c F_{\mu\nu}^b \; .$$

Totalna očuvana struja je onda zbir dve dobijene :

$$J_\mu^a = T_\mu^a + \mathcal{F}_\mu^a \; .$$

SU(2) x U(1) SIMETRIJA

52. Neka je data grupa SU(2) x U(1). To znači da imamo dvodimenzionalni kompleksni prostor za SU(2) grupu i jednodimenzioni kompleksni prostor za grupu U(1). Alternativno za grupu U(1) možemo smatrati da imamo matricu formata n x n u n-dimenzionom prostoru (kompleksnom !), koja se od jedinične matrice razlikuje samo za fazni faktor. U(1) transformacije su identične, u smislu da gauge-bozonsko polje, koje im pridružujemo, ako se radi o dve različite čestice, ne meša te čestice.

Nasuprot, grupa SU(2) transformacija kojoj pridružujemo tri gauge bozonska polja daje sve moguće transformacije dve čestice.

Matrica S u (6), transformaciji U , se može razložiti preko generatora grupe : za SU(2) grupu :

$$S = \rho^a(x) \frac{\tau^a}{2} \qquad a = 1,2,3 \quad ,$$

gde su ρ_a realni brojevi; a matrica "S", za grupu U(1) će biti (U(1) je samo unitarna a ne i specijalna grupa) :

$$S = \rho^0(x) \, \frac{1}{2} \quad ,$$

gde je ρ^0 opet realni parametar. Veličine B_μ ili tzv. vektor-bozonske matrice postaju, za grupu SU(2)

$$B_\mu = \frac{\tau_a}{2} b_\mu^a \, ,$$

a za grupu U(1)

$$C_\mu = \frac{1}{2} c_\mu \; .$$

Ove vektor-bozonske matrice se mogu kombinovati u jednu :

$$\frac{\tau_a}{2} b_\mu^a + \frac{1}{2} c_\mu = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} (b_\mu^3 + c_\mu) & (b_\mu^1 - i b_\mu^2) \\ (b_\mu^1 + i b_\mu^2) & (-b_\mu^3 + c_\mu) \end{pmatrix}$$

u kojoj su sakupljena sva gauge-bozonska polja grupe SU(2) x U(1).

53. Dalje, za grupu SU(2) će biti :

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu b_\nu^a - \partial_\nu b_\mu^a + g \varepsilon_{abc} b_\mu^b b_\nu^c \quad ,$$

a za grupu U(1) $G_{\mu\nu} = \partial_\mu c_\nu - \partial_\nu c_\mu$.

Kovarijantna derivacija postaje :

$$\mathcal{D}_\mu = \left(\partial_\mu - ig\frac{\tau_a}{2} b_\mu^a - ig'\frac{1}{2} c_\mu\right) ,$$

gde se, budući da je totalna grupa sastavljena iz dve grupe, u opštem slučaju moraju uzeti različite konstante sprege g . Ove se konstante takodje mogu uključiti u vektor-bozonsku matricu, tako da je ona data :

$$g\frac{\tau_a}{2} b_\mu^a + g'\frac{1}{2} c_\mu .$$

54. Kompletna lagranžijanska gustina je onda :

$$\mathcal{L} = \bar\psi(i\gamma_\mu \mathcal{D}_\mu - m)\psi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} G_{\mu\nu} G^{\mu\nu}$$

i invarijantna je u odnosu na grupu SU(2) x U(1) transformacija. Kao i u slučaju QED, član mase, recimo:

$$-m^2 T_r (B_\mu B^\mu) ,$$

(koji je analogan sa QED članom $\mu^2 A_\mu A^\mu$) nespojiv je sa gauge invarijantnošću ! Otuda su i polja

$$b_\mu^a , \; c_\mu \qquad a = 1, 2, 3$$

bez mase !

55. Na kraju, rezime. Pošli smo od QED, kao modela za ugled, koji ima izvanrednu eksperimentalnu potvrdu, te prema njenoj šemi konstruisali analognu lokalno gauge invarijantnu teoriju sa neabelovskom grupom transformacija, koje ostavljaju generalisanu $\mathcal{L}$ invarijantnom. Dobili smo skup vektorskih bozona sa masom nula, koji sadrži N^2-1 článova za svaku SU(N) grupu, a N^2 - za U(N) grupu, - onoliko koliko je dimenzija pridružene reprezentacije neabelovske grupe. Problem je u tome što mi znamo samo za jedan vektorski bozon sa masom mirovanja nula - - foton (ne računajući još uvek hipotetični graviton).

Želimo da slabe interakcije opišemo ne kao kontaktne, već kao interakcije koje se prenose intermedijarnim česticama. Prema dobijenoj slici, te čestice su analogne fotonu, jer imaju masu nula, a interakcije koje se njima prenose, analogne su e.m. interakcijama, jer se prostiru do beskonačnosti. Ali slabe interakcije su jako kratkog dometa, što znači da naši bozoni treba da su veoma masivni. Izgleda, dakle, kao da gauge invarijantnost gubi svoj smisao u ovom slučaju.

B. SPONTANO NARUŠAVANJE SIMETRIJE

o1. Egzaktne simetrije su, sa eksperimentalnog stanovišta, samo idealizacija, tj. nikada nisu, u tom smislu, realno ispunjene. Proglašavamo ih, u teorijskom smislu, egzaktnim zato što neslaganja možemo smatrati eksperimentalnom greškom usled ograničene preciznosti naših mernih uredjaja a pogotovo ako su posledice ovakve pretpostavke dalekosežne u jednom opštijem teorijskom smislu (npr. masa fotona i gauge princip).

Što se tiče unutrašnjih simetrija, tu imamo, npr. izospinsku simetriju, SU(3) invarijantnost itd. Mnoge od ovih simetrija su, realno, znatno narušene, a odstupanja se ne mogu svrstati pod "eksperimentalnu grešku", jer preciznost merenja odgovarajućih parametara to isključuje.

Postoje različiti uticaji (smetnje) zbog kojih dolazi do narušavanja ovih simetrija. Ovo narušavanje može biti manje ili više izraženo. U slučaju izospinske simetrije, narušenost potiče od elektromagnetske interakcije (koja se ne može isključiti), pa $\mathcal{L}$ pored simetričnog dela sadrži i dodatni :

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{simetrično} + \delta\mathcal{L} \; .$$

Ako je $\delta\mathcal{L}$ malo, može se pribeći perturbativnom tretiranju problema. Otuda, ako je $\mathcal{L}$ samo približno simetrično, dobićemo samo aproksimativnu simetriju, koja prelazi u egzaktnu kada se "isključe" one interakcije koje doprinose stvaranju $\delta\mathcal{L}$.

o2. Druga mogućnost, koja postoji i koja ima izuzetno važnu ulogu je da imamo egzaktnu simetriju $\mathcal{L}$-a, ali postoji stanje koje tu simetriju ne ispoljava - konkretno - stanje fizičkog vakuuma. Tada dobijamo egzaktne zakone održanja ali je simetrija teorije narušena.

o3. Rešenja mnogih fizičkih problema su izrazito jednostavna kada se uoče različita svojstva simetrije. Problem koji se pri tome zanemaruje je sledeći : U realnom slučaju uvek postoji barem malo odstupanja od totalne simetrije, a za ovo odstupanje očekujemo da ne utiče na simetriju u rešenju (koja potiče od pretpostavljene simetrije u samom problemu).

Da li će simetrija u problemu dati istu simetriju i u rešenjima zavisi, npr. i od pretpostavki koje su učinjene u vezi sa stabilnošću rešenja : da li je pretpostavljeno rešenje stabilno ili nestabilno? Ovo je u direktnoj vezi sa nekim parametrom, koji može imati kritičnu vrednost, koja odredjuje da li će i kada doći do tzv. spontanog narušavanja simetrije. U slučaju spontanog narušavanja simetrije, pri prolasku kroz kritičnu vrednost tog parametra, stabilno rešenje postaje nestabilno. Konkretan problem, koji nastaje usled ovoga, vezan je za činjenicu da ne možemo računati, u slučaju kvantne teorije polja, kvantne fluktuacije oko nestabilnog rešenja, koristeći perturbacionu teoriju. Ako to radimo, dobijamo besmislena rešenja. Ali kvantne fluktuacije možemo računati oko stabilnog rešenja i zato je potrebno da transliramo polazno polje u stabilno rešenje, a onda primenimo perturbacionu teoriju i izvršimo fizičku analizu. Kada bismo znali tačna rešenja jednačina polja, ovo ne bi morali da radimo. Na žalost, mi znamo samo aproksimativna rešenja, a dobijamo ih korišćenjem perturbacione teorije i možemo ih popravljati izračunavajući popravke do kojeg god reda (konačno) želimo.

Neke konkretne situacije će razjasniti suštinu ovog što je rečeno.

o4. Uzmimo jednostavan slučaj realnog samointeragujućeg skalarnog polja ϕ , koje opisuje čestice mase μ , sa konstantom samointerakcije λ , za koje je simetrična gustina lagranžijana :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)^2 - \left(\mu^2\phi^2 + \frac{\lambda}{2}\phi^4\right) \equiv \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)^2 - V(\phi) .$$

μ ćemo, nadalje, interpretirati samo kao parametar.

Uslov stabilnosti rešenja, u opštem slučaju, zahteva da je $\lambda > 0$. Kada je $\mu^2 > 0$, za potencijal

$$V(\phi) = \frac{\lambda}{2}\left[\left(\phi^2 + \frac{\mu^2}{\lambda}\right)^2 - \frac{\mu^4}{\lambda^2}\right]$$

postoji samo jedno stabilno rešenje $\phi = 0$. Ovo nam govori da je u stanju sa najnižom energijom, vakuumu, polje odsutno.

Ako je $\mu^2 < 0$ prethodno rešenje postaje nestabilno, a kao rezultat toga, dobijamo, u posmatranom slučaju, dva nova rešenja (stabilna !) :

$$\phi = \pm\left(-\frac{\mu^2}{\lambda}\right)^{1/2} .$$

Dakle, dobijamo dva osnovna stanja, stanja najniže energije. Gustina lagranžijana je invarijantna u odnosu na transformaciju :

$$\phi' = -\phi ,$$

ali se ovom (diskretnom) transformacijom prelazi iz jednog osnovnog stanja u drugo, što znači da svako od ovih stanja ne pokazuje onu simetriju koja je sadržana u polaznoj jednačini za $\mathcal{L}$.

o5. U slučaju samointeragujućeg naelektrisanog (dakle, kompleksnog) skalarnog polja ϕ , biće

$$\mathcal{L} = \partial_\mu\phi^* \partial_\mu\phi - \left[\mu^2\phi^*\phi + \frac{\lambda}{2}(\phi^*\phi)^2\right] ,$$

gde je $\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2)$,

a ϕ_1 i ϕ_2 su realna polja. Gustina hamiltonijana je :

$$\mathcal{H} = \dot\phi^* \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot\phi^*} + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot\phi}\dot\phi - \mathcal{L} = \dot\phi^*\dot\phi + \dot\phi^*\dot\phi - \partial_\mu\phi^*\partial_\mu\phi + \mu^2\phi^*\phi + \frac{\lambda}{2}(\phi^*\phi)^2 =$$

$$= \underbrace{\dot\phi^*\dot\phi}_{\text{vremenski izvodi}} + \underbrace{\nabla\phi^*\nabla\phi}_{\text{prostorni gradijenti}} + \underbrace{V(\phi)}_{\text{potencijal interakcije u klasičnom smislu}} .$$

Prva dva člana čine kvadratnu formu, koja je pozitivno definitna, a najniža vrednost se dobija kada je forma jednaka nuli, tj.

$$\phi = const .$$

Otuda je minimum od $\mathcal{H}$, tj. stanje najniže energije, odredjen minimumom funkcije $V(\phi)$. Uslov stabilnosti rešenja u opštem slučaju zahteva $\lambda > 0$, a ravnotežna rešenja se dobijaju (uz $y^2 = \phi^*\phi$) iz :

$$\frac{d}{dy}V(y^2) = \frac{d}{dy}\left(\mu^2 y^2 + \frac{\lambda}{2}y^4\right) = 2y(\mu^2 + \lambda y^2) = 0 .$$

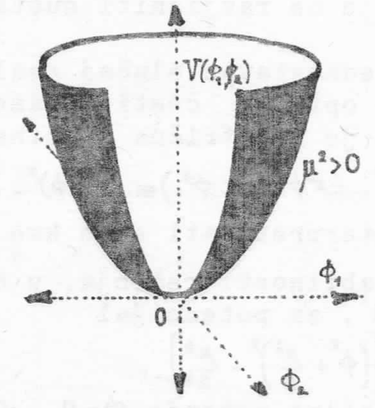
o6. Za $\mu^2 > 0$, zbog $\lambda > 0$ jedino stabilno rešenje je $y = 0$, dok je za $\mu^2 < 0$, rešenje jednačine :

$$y = (\phi_0^*\phi_0)^{1/2} = |\phi_0| = +\left(-\frac{\mu^2}{\lambda}\right)^{1/2} .$$

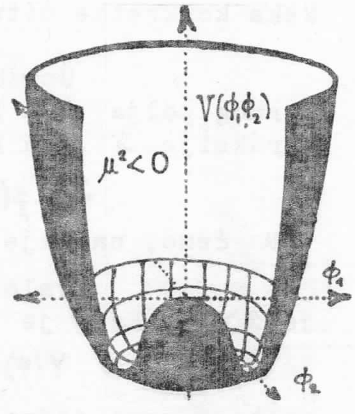
Grafički je $V(\phi_1\phi_2)$ dato za slučajeve $\mu^2>0$ i $\mu^2<0$, na slikama 10 a) i b).

U drugom slučaju se dobija čitav krug minimuma za potencijalni član, sa radijusom ψ . Gustina lagranžijana je invarijantna u odnosu na grupu U(1) globalnih transformacija :

$\phi' = e^{i\theta}\phi$,



sl. 10 a)



sl. 10 b)

dok sve tačke sa dobijanog kruga, u kompleksnoj ravni, narušavaju ovu simetriju, budući se neprekidnom transformacijom prelazi sa jednog stabilnog rešenja na druga ... U ovom slučaju ima čak beskonačno mnogo stabilnih rešenja, a ne samo dva (kao kod realnog skalarnog polja). Svako rešenje daje drugo stanje vakuuma - vakuum je degenerisan!

o7. Degeneracija osnovnog stanja je sadržana u proizvoljnom faznom uglu ξ kompleksnog polja ϕ_0 :

$$\phi_0 = \left(-\frac{\mu^2}{\lambda}\right)^{1/2} e^{i\xi} .$$

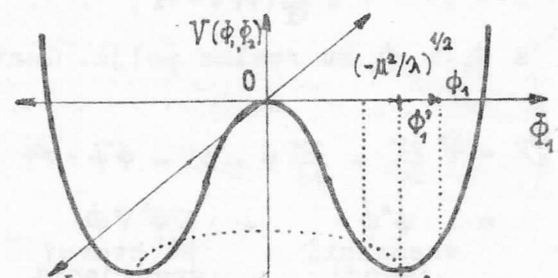
U kvantnoj teoriji se za osnovno stanje traži da bude jednoznačno. Tako u slučaju $\mu^2>0$ osnovno stanje je $\phi_0=0$, te jednoznačno. Dakle, ni u slučaju $\mu^2<0$, faza ne sme biti neodredjena. To znači da moramo izabrati konkretnu fazu (izbor je proizvoljan !) - tada fiksiramo gauge - ali je onda moramo zadržati u svim tačkama prostor-vremena. U slučaju kompleksnog skalarnog polja, može se izabrati :

$$\langle 0|\phi_1|0\rangle = \left(-\frac{\mu^2}{\lambda}\right)^{1/2} , \quad \langle 0|\phi_2|0\rangle = 0 .$$

Otuda, ako posmatramo male oscilacije oko osnovnog stanja u sistemu (vidi sl. 11), polje

$$\phi_1' = \phi_1 - \langle 0|\phi_1|0\rangle$$

će odgovarati radijalnim oscilacijama oko tačke O' na krugu minimuma (i eksitacijama sa realnom masom), dok će ϕ_2 odgovarati kretanju po krugu sa nultom frekvencijom (i eksitacijama sa masom nula !).



sl. 11

o8. Ovo proizvoljno biranje jednog osnovnog stanja za osnovno stanje sistema je tzv. spontano narušavanje simetrije.

Salam je dao lep primer za shvatanje suštine spontanog narušavanja simetrije. Posmatrajmo, odozgo, okrugli sto za ručavanje, na kojem su poredjane salvete i tanjiri. Svaka osoba za stolom ima salvetu sa svoje leve i desne strane. (Svako ima obezbedjenu samo jednu salvetu i može da uzme ili levu ili desnu !) Onog trenutka kada jedna od osoba odluči da uzme, recimo, "svoju" desnu salvetu, dolazi do spontanog narušavanja prethodno postojeće simetrije. Više nema izbora "levo ili de - no". Sve osobe sada moraju uzimati svoju desnu salvetu, da bi bila uspostavljena jednoznačna korespondencija. Na taj način je odredjen "privilegovan smer" uzimanja salvete u "prostoru" koji definiše ovaj sto. Da je ona osoba izabrala levu salvetu, smer bi bio promenjen.

o9. Posmatrajmo sada samointeragujuće skalarno polje ϕ , koje se može sprezati sa fermionskim poljima. Da bi se dopustilo da ovo sprezanje bude invarijantno, ϕ mora biti bar izospinor. Napisaćemo ga u obliku :

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^\circ \end{pmatrix} ,$$

gde je ϕ^+ naelektrisano polje, a ϕ° neutralno polje, što se tiče "običnog" naelektrisanja. Najjednostavnija simetrična gustina lagranžijana je opet :

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \phi^+ \partial_\mu \phi - \mu^2(\phi^+\phi) - \lambda(\phi^+\phi)^2 ,$$

koja je očigledno invarijantna u odnosu na globalne izospinske transformacije.

lo. Spontanim narušavanjem simetrije ($\mu^2 < 0$), jedno od ϕ polja je dobilo vakuumsku očekivanu vrednost različitu od nule. Pretpostavimo da važi zakon očuvanja naelektrisanja, te polje o kojem je reč ne može biti ϕ^+. Zato je

$$\langle 0|\phi^\circ|0\rangle \equiv \langle\phi\rangle_0 \neq 0 .$$

Stoga biramo standardni izospinski prostor u kojem je ovaj konstantni izospinor osnovnog stanja - "donji" izospinor :

$$\phi_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{-\frac{\mu^2}{2\lambda}} \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ \eta \end{pmatrix} .$$

11. U tački x , za koju je, zbog perturbacije, $\phi^+(x)\phi(x) \neq \phi_0^+\phi_0$, u konvencionalnom izospinorskom prostoru, biće :

$$\tilde{\phi}(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ \eta + \sigma(x)/\sqrt{2} \end{pmatrix} ,$$

gde je, zbog male perturbacije, $\sigma(x)$ infinitezimalno realno polje. Ako u tački x zarotiramo $\tilde{\phi}$ tako da se opet vratimo u standardni izospinski sistem, perturbovano ϕ_0 će biti odredjeno sa :

$$\phi(x) = e^{i\tau_a\theta^a(x)} \tilde{\phi}(x) = e^{i\tau_a\theta^a} \begin{pmatrix} 0 \\ \eta + \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} .$$

12. Sa klasičnog stanovišta, treba da posmatramo male oscilacije oko stabilnog ravnotežnog položaja. Iz tog razloga je potrebno izvršiti transformaciju polja do tog položaja, odredjenu sa

$$\phi(x) - \phi_0 = \chi(x) ,$$

gde se sada, zbog $\langle\phi(x)\rangle_0 = \langle\phi_0\rangle_0$, dobija za $\chi(x)$ da je $\langle 0|\chi(x)|0\rangle = 0$. Otuda se, za polje $\chi(x)$ može primeniti perturbaciona teorija, a lagranžijanska gustina, preko $\chi(x)$ fizički interpretirati na uobičajen način.

13. Dobija se prvo : $\chi(x) = \phi(x) - \phi_0 = e^{i\tau_a\theta^a(x)} \begin{pmatrix} 0 \\ \eta + \frac{\sigma(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ \eta \end{pmatrix}$,

a kako su $\theta^a(x)$, $a = 1,2,3$ i $\sigma(x)$ male vrednosti, biće odstupanje od neiščezavajućeg osnovnog stanja dato sa :

$$\chi(x) \approx (1 + i\tau_a \theta^a(x)) \begin{pmatrix} 0 \\ \eta + \frac{\sigma(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ \eta \end{pmatrix} = i \begin{pmatrix} \theta^3 & \theta^1 - i\theta^2 \\ \theta^1 + i\theta^2 & -\theta^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \eta + \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (i\theta^1 + \theta^2)\eta \\ \frac{\sigma}{\sqrt{2}} - i\theta^3\eta \end{pmatrix} .$$

$\chi(x)$ je, dakle, opisano sa četiri realna polja : θ^a, $a=1,2,3$ i $\sigma(x)$. Prema tome je :

$$\phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \eta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} (\theta^2 + i\theta^1)\eta \\ \frac{\sigma}{\sqrt{2}} - i\theta^3\eta \end{pmatrix} + \cdots .$$

14. Da bi smo odredili spektar masa čestica koje odgovaraju ovim poljima, $\mathcal{L}$ treba da izrazimo preko stepena po χ :

$$\mathcal{L} = "\chi^2" + "\chi^3" + "\chi^4"$$

i da se zadržimo samo na članovima drugog reda, "χ^2", jer nam oni određuju energije tih polja. Iz ovih energetskih (kvadratnih) članova, lako čitamo odgovarajuće mase.

U slučaju $\mu^2 > 0$, spektar masa je bio degenerisan, a čitali smo ga iz drugog člana polaznog $\mathcal{L}$. Sada je μ , u $\mathcal{L}$, samo parametar.

15. Za izvode polja dobijamo : $\partial_\mu \phi = \begin{pmatrix} \eta(\partial_\mu\theta^2 + i\,\partial_\mu\theta^1) \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\partial_\mu\sigma - i\eta\,\partial_\mu\theta^3 \end{pmatrix} + \cdots$,

pa je prvi član $\partial_\mu\phi^+ \partial_\mu\phi$ dat sa :

$$\eta^2 (\partial_\mu\theta^2)^2 + (\partial_\mu\theta^1)^2 + (\partial_\mu\theta^3)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma)^2 + \cdots =$$
$$= \eta^2 \partial_\mu\theta^a \partial_\mu\theta^a + \frac{1}{2}\partial_\mu\sigma \cdot \partial_\mu\sigma + \cdots .$$

Član $\phi^+\phi$ je dat sa :

$$\phi^+\phi = \tilde{\phi}^+ e^{-i\tau_a\theta^a} e^{i\tau_a\theta^a}\tilde{\phi} = \tilde{\phi}^+\tilde{\phi} = \left(\eta + \frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right)^2 ,$$

a potencijal sa :

$$V\left[\left(\eta + \frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right)^2\right] = \mu^2\left(\eta + \frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right)^2 + \lambda\left(\eta + \frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right)^2 = \mu^2\eta^2 + \mu^2\frac{\sigma^2}{2} + \mu^2 2\eta\frac{\sigma}{\sqrt{2}} + \lambda\eta^4 +$$
$$+ 4\lambda\eta^2\frac{\sigma^2}{2} + 4\eta^3\frac{\sigma}{\sqrt{2}} + \eta^2\sigma^2 + \cdots = \frac{\mu^2\eta^2}{2} - \mu^2\sigma^2 + \cdots =$$
$$= \text{const.} + (-2\mu^2)\cdot\frac{\sigma^2}{2} + \cdots .$$

provjeriti

Konačno, izraz za "χ^2" je dat sa :

$$"\chi^2" = \eta^2 \partial_\mu\theta^a \cdot \partial_\mu\theta^a + \frac{1}{2}\partial_\mu\sigma \cdot \partial_\mu\sigma - (-2\mu^2)\frac{\sigma^2}{2} =$$
$$= \frac{1}{2}\partial_\mu(\sqrt{2}\eta\theta^a)\,\partial_\mu(\sqrt{2}\eta\theta^a) + \frac{1}{2}\partial_\mu\sigma \cdot \partial_\mu\sigma - \frac{1}{2}\cdot(-2\mu^2)\sigma^2 - \frac{1}{2}0\cdot(\sqrt{2}\eta\theta^a)^2 .$$

16. Sada čitamo iz $-\frac{1}{2}(-2\mu^2)\sigma^2$, da polju $\sigma(x)$ odgovara jedan masivni skalarni bozon sa masom: $m = \sqrt{-2\mu^2}$,

a iz $(-1/2)0\cdot(\sqrt{2}\eta\theta^a)$, $a=1,2,3$, da poljima $\tilde{\theta}^a = \sqrt{2}\eta\,\theta^a$ odgovaraju (tzv. Goldstone-) bozoni sa masom :

$$m_a = 0 , \quad a = 1,2,3 .$$

17. Zaključak je, dakle, da je dinamički uslov $\mu^2 < 0$ uzrokovao narušavanje polazne izospinske simetrije spektra masa (time što je uslo-

vio da osnovnom stanju (vakuumu) odgovara konstantna vrednost polja, različita od nule). Polja θ^a, $a=1,2,3$ i σ nam odredjuju transverzalne i longitudinalne oscilacije (oko stabilnog vakuuma ϕ_0) respektivno, s tim da, kao što smo videli, poljima θ^a odgovaraju kvanti pobudjenja mase nula, a polju σ kvanti pobudjenja mase različite od nule.

18. Može izgledati da smo na početku imali samo tri stepena slobode, one asocirane generatorima grupe SU(2), a da smo na kraju dobili četiri. Medjutim, stvarna grupa simetrije od $\mathcal{L}$ je šira od SU(2), jer je $\mathcal{L}$ invarijantno i u odnosu na transformaciju

$$\delta\phi = i\varepsilon \tfrac{1}{2}\phi ,$$

gde je ε infinitezimalni parametar, a $\mathbb{1}$ je $\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$, generator jednodimenzionalne abelove grupe U(1). On očito komutira sa generatorima grupe SU(2). Kompletna grupa simetrije od $\mathcal{L}$ je, onda, direktni proizvod ovih grupa :

$$SU(2)\times U(1) \; .$$

Tako smo na početku zaista imali četiri stepena slobode.

19. Vakuum, koji je nastao spontanim cepanjem simetrije, postao je nesimetričan. U odnosu na koje transformacije je on invarijantan, ili, što je isto, koliko generatora grupe SU(2) x U(1) daju

$$e^{i\alpha G}\phi_0 = \phi_0$$

gde je infinitezimalni parametar - α, a G traženi generator grupe? Odavde, u infinitezimalnom obliku :

$$(1 + i\alpha G)\phi_0 = \phi_0$$

ili, zbog proizvoljnosti α , :

$$G\phi_0 = 0 \, .$$

Za generatore grupe SU(2) x U(1) nalazimo :

$$\tau_1\phi_0 = \begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\\eta\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\eta\\0\end{pmatrix} \neq 0 \; , \quad \tau_2\phi_0 = \begin{pmatrix}0&-i\\i&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\\eta\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-i\eta\\0\end{pmatrix} \neq 0 \; , \quad \tau_3\phi_0 = \begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\\eta\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\-\eta\end{pmatrix} \neq 0 \quad \mathbb{1}\phi_0 = \phi_0 \neq 0 \, .$$

Ali, linearna kombinacija : $Q = (\mathbb{1} + \tau_3)/2 = \begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}$,(koja odgovara električnom naboju, jer na dijagonali ima svojstvene vrednosti naelektrisanja komponenti izospinora ϕ) daje :

$$Q\phi_0 = \begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\\eta\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$$

2o. To je jedini (do na konstantu) dijagonalni generator grupe SU(2) x U(1), koji anihilira novi vakuum, tj. generiše transformaciju (grupa $U(1)_Q$) :

$$e^{i\alpha Q} \, ,$$

koja vakuum ostavlja invarijantnim. Od četiri generatora, samo jedan može da zadovoljava traženu relaciju za invarijantnost vakuuma (pošli smo od toga da važi zakon održanja naelektrisanja). Strogo govoreći, trebalo bi zameniti τ_3 generator sa

$$T_3 = \frac{1-\tau_3}{2}$$

generatorom, koji je ortogonalan na generator Q , tako da imamo bazis :

$$\tau_1,\ \tau_2,\ \frac{1-\tau_3}{2},\ \frac{1+\tau_3}{2}$$

ali, pošto je $\tau_3 = \frac{1+\tau_3}{2} - \frac{1-\tau_3}{2} = Q - T_3$,

a Q ostavlja vakuum invarijantnim, efekat je isti. Dovoljno je imati T_i , $i=1,2,3$ generatore grupe SU(2) za koje je $T_i\phi_0 \neq 0$.

21. Kao što smo videli. postoje tri polja θ^a , koja su, nakon otklanjanja degeneracije mase ostala bez mase i jedno polje σ , koje je dobilo masu. Takodje, dobili smo tri generatora koji ne anihiliraju vakum, te jedan, koji ga anihilira. Ispada da je broj "narušenih" generatora jednak broju Goldstone-ovih bozona. To nije slučajno, jer važi opšta teorema : za dati $\mathcal{L}$:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\,\partial_\mu\phi\,\partial_\mu\phi - V(\phi)\ ,$$

gde je ϕ n-komponentni vektor sastavljen od n realnih skalarnih polja ϕ_i , a $V(\phi)$ polinom od ϕ , invarijantan u odnosu na grupu transformacija G dimenzije N , pri čemu se ϕ transformiše prema n - dimenzionoj reprezentaciji generatora T_α sa :

$$\delta\phi = i\theta^\alpha T_\alpha\,\phi,$$

ako postoji M -dimenziona podgrupa S grupe G , koja ostaje simetrija vakuuma, tj. za T_α iz G važi :

$$T_\alpha\,\phi_0 = 0\ ,$$

onda postoji $N-M$ (goldstone - ovih) bozona bez mase, a simetrija generisana njima je spontano narušena.

Fizički smisao ove teoreme je sadržan u činjenici kvantne teorije polja, da su za uzimanje u obzir degeneracije vakuuma u spektru stanja potrebne eksitacije sa masom nula !

Konzekventno, u našem primeru je bilo $N=4$, a $M=1$, pa je broj Goldstone - ovih bozona $N-M=3$.

22. Goldstone je prvi (1961.) pokazao da su ovi bozoni neizbežni u Lorentz - kovarijantnoj teoriji polja sa spontano narušenom simetrijom. Higgs je 1964 razmotrio slučaj lokalne gauge teorije. On je pokazao da sada, u slučaju spontanog narušavanja simetrije nema više ovih bozona, a vektorski bozoni ovim mehanizmom dobijaju mase. Na taj način se Goldstone - ovi bozoni eliminišu, a stepen slobode koji im je odgovarao, postaje longitudinalni stepen slobode vektorskih bozona, koji su dobili mase. Slikovito rečeno : "Gauge polja su pojela Goldstone-ove bozone i dobila na težini"(R B.1).

Ovaj fenomen, tzv. Higgs - ov mehanizam, je zaista iznenadjujući, jer se, kombinacijom gauge teorije koja ima skup svojih polja bez mase i spontano narušene simetrije koja uvodi nova skalarna polja bez mase, dolazi do gauge polja sa masom.

U otkrivanju i razvoju ovog fenomena sudelovali su, pored Higgsa još i Brout i Englert, pa Guralnik, Hagen i Kibble (itd.) u periodu 1964 - 1968.

23. Nova lagranžijanska gustina je :

$$\mathcal{L} = \mathcal{D}_\mu\phi^+\mathcal{D}_\mu\phi - V(\phi^+\phi) - \frac{1}{4}F^a_{\mu\nu}F^{a\mu\nu} - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}G^{\mu\nu}\ .$$

Gauge rotori su dati sa : $F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu - g\,\varepsilon_{abc} A^b_\mu A^c_\nu \qquad a = 1,2,3$,

$$G_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu ,$$

a kovarijantni izvodi sa :

$$\mathcal{D}_\mu = \left(\partial_\mu + ig A^a_\mu \frac{\tau_a}{2} + ig' B_\mu \frac{\mathbb{1}}{2}\right) ,$$

gde su gauge polja :

$A_\mu \quad a = 1,2,3$ izotriplet asociran grupi SU(2)

B_μ izosinglet asociran grupi U(1) ,

a g i g' su konstante sprege, različite, pošto je grupa SU(2) x U(1) reducibilna na grupe SU(2) i U(1).

24. Nova gustina lagranžijana je invarijantna u odnosu na lokalne gauge transformacije, što znači da u proizvoljnoj tački x možemo izabrati orijentaciju izospinskih osa nezavisno od toga kakav smo izbor napravili u bilo kojoj drugoj tački prostor - vremena.

Narušavanje simetrije se postiže uvodjenjem Higgs-ovih kompleksnih skalarnih polja koja mogu da interaguju sa gauge poljima. Vakuumska očekivana vrednost (Higgs-ovog) izospinskog dubleta je različita od nule (uz isti uslov $\mu^2 < 0$), a osnovno stanje odredjuje privilegovani pravac u izospinskom prostoru.

25. Vakuumsko stanje je, kao i pre, konstantno i različito od nule, s tim da sada imamo doprinos svih polja :

$$\phi_0 , A^a_{\mu 0} \quad a = 1,2,3 , \quad B_{\mu 0} .$$

Budući da osnovno stanje mora biti Lorentz invarijantno, tj. da u Minkovski-evom prostor-vremenu ne sme postojati privilegovani pravac, važi :

$$A^a_{\mu 0} = B_{\mu 0} = 0 \qquad a = 1,2,3 .$$

U protivnom, ova polja bi ga definisala. Stoga, opet, dobijamo isti uslov za osnovno stanje :

$$\langle \phi_0 \rangle = const. \neq 0 .$$

26. Ovo je dovoljno za nastajanje spontanog cepanja simetrije. Kao i pre, možemo izabrati izospinski sistem u kome je ϕ_0 odredjeno sa

$$\phi_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \eta \end{pmatrix} ,$$

a u tom istom izospinskom sistemu, zbog perturbacije usled interakcije, biće $\phi(x)$ dato sa

$$\phi(x) = \phi_0 + \chi(x) = e^{i\tau_a \theta^a(x)} \begin{pmatrix} 0 \\ \eta + \frac{\delta(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} ,$$

gde, opet, imamo četiri realna polja, $\delta(x)$ i θ^a . Sada, medjutim, zbog postojanja lokalne gauge invarijantnosti možemo izabrati takav gauge (tzv. unitarni - u kojem je spektar čestica fizički, jer se u $\mathcal{L}$ javljaju samo fizička polja), pogodno izabranom gauge transformacijom, da $\phi(x)$ bude baš "donje", tj. formalno, ne moramo vršiti rotaciju u izospinskom prostoru.

Time smo eliminisali polja $\theta^a(x),\ a = 1,2,3$, pa je

$$\phi(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ \eta + \frac{\sigma(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}.$$

Ostalo nam je samo jedno polje $\sigma(x)$, a ostala tri (transverzalni stepeni slobode Higgs-ovih polja) kao da su nepovratno nestali.

Dinamika sistema time nije uopšte promenjena, budući da je $\mathcal{L}$ invarijantno u odnosu na ovu gauge transformaciju. Treba medjutim, primetiti da, zbog

$$\theta^a(x) \sim \frac{\tilde{\theta}^a}{\eta},$$

u slučaju da nema narušavanja simetrije ($\eta = 0$) ovo nije dozvoljeno uraditi!

27. Da bi smo odredili spektar masa čestica treba da $\mathcal{L}$ izračunamo do drugog reda po poljima σ , A_μ^a i B_μ . Za skalarna polja, član koji odgovara proizvodu kovarijantnih izvoda polja postaje :

$$\mathcal{D}_\mu^+ \phi^+ \mathcal{D}_\mu \phi = \mathcal{D}_\mu^+ \begin{pmatrix} 0 & \eta + \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}^* \mathcal{D}_\mu \begin{pmatrix} 0 \\ \eta + \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \left| \begin{pmatrix} 0 \\ \partial_\mu \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} + \left(\eta + \frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right) \begin{pmatrix} i\frac{g}{2} A_\mu^1 - iA_\mu^2 \\ i\frac{g'}{2} B_\mu - i\frac{g}{2} A_\mu^3 \end{pmatrix} \right|^2 =$$

$$= \frac{1}{2}(\partial_\mu \sigma)^2 + \left(\eta + \frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right)^2 \left\{ \frac{g^2}{4}\left(A_\mu^1 A_\mu^1 + A_\mu^2 A_\mu^2\right) + \frac{1}{4}\left(g' B_\mu - g A_\mu^3\right)^2 \right\} \approx \frac{1}{2}(\partial_\mu \sigma)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\eta^2 g^2}{2}\right)\left(A_\mu^1 A_\mu^1 + A_\mu^2 A_\mu^2\right) + \frac{1}{4}\eta^2\left(g' B_\mu - g A_\mu^3\right)^2$$

Potencijal $V(\phi^+\phi)$ je: $const. + \frac{1}{2} \cdot (-2\mu^2)\sigma^2 + \cdots$,

dok je : $-\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} G_{\mu\nu} G^{\mu\nu} \approx -\frac{1}{4}\left(\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a\right)^2 - \frac{1}{4}\left(\partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu\right)^2$.

Gustina lagranžijana je onda :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \sigma)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\eta^2 g^2}{2}\right)\left(A_\mu^1 A_\mu^1 + A_\mu^2 A_\mu^2\right) + \frac{1}{2}\eta^2\left(g A_\mu^3 - g' B_\mu\right)^2 - \frac{1}{2}(-2\mu^2)\sigma^2 - \frac{1}{4}\left(\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a\right)^2 - \frac{1}{4}\left(\partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu\right)^2 .$$

28. Član $\frac{1}{2}\eta^2 \left(g A_\mu^3 - g' B_\mu\right)^2$ daje član $A_\mu^3 B_\mu$, tj. meša suštinski različita polja (što znači da A_μ^3 i B_μ nisu fizička polja, za koja matrica mase treba da je dijagonalna). Zato uvodimo novi parametar θ i fizička polja Z_μ i A_μ , tako da je :

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} , \qquad \begin{pmatrix} A_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} . \tag{7}$$

Za nedijagonalni član se dobija :

$$g A_\mu^3 - g' B_\mu = g\left(\cos\theta\, Z_\mu + \sin\theta\, A_\mu\right) - g'\left(-\sin\theta\, Z_\mu + \cos\theta\, A_\mu\right) =$$

$$= \left(g\cos\theta + g'\sin\theta\right) Z_\mu + \left(g\sin\theta - g'\cos\theta\right) A_\mu .$$

Kvadrat člana je :

$$\left(g A_\mu^3 - g' B_\mu\right)^2 = \left(g\cos\theta + g'\sin\theta\right)^2 Z_\mu Z^\mu + \left(g\sin\theta - g'\cos\theta\right)^2 A_\mu A^\mu + \left(g\cos\theta + g'\sin\theta\right)\left(g\sin\theta - g'\cos\theta\right)\left(2 Z_\mu A^\mu\right) .$$

Dijagonalizovanje ovog člana se postiže sa

$$\left(g\cos\theta + g'\sin\theta\right)\left(g\sin\theta - g'\cos\theta\right) = 0$$

što daje

$$\operatorname{tang}\theta = \frac{g'}{g} , \qquad g\sin\theta = g'\cos\theta . \tag{8}$$

29. Konačno je :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\sigma\cdot\partial_\mu\sigma - \frac{1}{2}(-2\mu^2)\sigma^2 - \frac{1}{4}\overset{1}{A}_{\mu\nu}\overset{1}{A}{}^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\left(\frac{g^2\eta^2}{2}\right)\overset{1}{A}_\mu\overset{1}{A}{}^{\mu} - \frac{1}{4}\overset{2}{A}_{\mu\nu}\overset{2}{A}{}^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\left(\frac{g^2\eta^2}{2}\right)\overset{2}{A}_\mu\overset{2}{A}{}^{\mu} - \frac{1}{2}Z_{\mu\nu}Z^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\frac{\eta^2 g^2}{\cos^2\theta}Z_\mu Z^\mu - \frac{1}{4}A_{\mu\nu}A^{\mu\nu} + 0\cdot A_\mu A^\mu ,$$

gde je : $\overset{a}{A}_{\mu\nu} = \partial_\mu \overset{a}{A}_\nu$, $a = 1,2,$ $Z_{\mu\nu} = \partial_\mu Z_\nu$, itd .

Iz ove lagranžijanske gustine čitamo, redom :

iz $\frac{1}{2}(-2\mu^2)\sigma^2$ da je masa za skalarni bozon (kao i pre) : $m = \sqrt{-2\mu^2}$,

iz $\frac{1}{2}\left(\frac{g^2\eta^2}{2}\right)\overset{a}{A}_\mu\overset{a}{A}{}^\mu$ da je masa ovih vektorskih polja : $M_1 = M_2 = M = \sqrt{\frac{1}{2}\eta^2 g^2}$,

iz $\frac{1}{2}\left(\frac{\eta^2 g^2}{\cos^2\theta}\right)Z_\mu Z^\mu$ da je masa ovog vektorskog polja : $M_Z = \sqrt{\frac{1}{2}\frac{\eta^2 g^2}{\cos^2\theta}} = \frac{M}{\cos\theta}$,

iz $0\cdot A_\mu A^\mu$ da je masa ovog vektorskog polja - nula !

30. Vidimo da su (zbog $\eta \neq 0$) tri vektorska polja dobila masu: jedno neutralno (koje je zamenilo B_μ polje) i dva polja $\overset{1}{A}_\mu$ i $\overset{2}{A}_\mu$, koja se mogu zameniti kompleksnim poljima, tako da je :

$$\overset{1}{A}_\mu\overset{1}{A}{}^\mu + \overset{2}{A}_\mu\overset{2}{A}{}^\mu = \left|\frac{\overset{1}{A}_\mu + i\overset{2}{A}_\mu}{\sqrt{2}}\right|^2 + \left|\frac{\overset{1}{A}_\mu - i\overset{2}{A}_\mu}{\sqrt{2}}\right|^2 = |W_\mu^+|^2 + |W_\mu^-|^2$$

Polja W_μ^+ i W_μ^- su polja pridružena naelektrisanim intermedijarnim bozonima, dok je polje Z_μ neutralni intermedijarni bozon (u sledećem poglavlju - prenosioci slabih interakcija).

Goldstone-ovih bozona više nema, već samo jedan masivni skalarni bozon. Tri stepena slobode, koje kao da smo izgubili sa nestankom polja θ^a , javljaju se, kod vektorskih polja sa masom $\neq 0$. To nije iznenadjujuće, budući da masivna vektorska polja moraju imati jedan stepen slobode više nego ona sa masom mirovanja nula. Kao da su tri stepena slobode, sa skalarnih polja, prešla na tri longitudinalna stepena slobode vektorskih polja. Rezimirajmo:

na početku	stepeni slobode
četiri skalarna polja	$4\cdot 1 = 4$
četiri vektorska polja ($m = 0$)	$4\cdot 2 = 8$
ukupno :	12
na kraju	
jedno skalarno polje	$1\cdot 1 = 1$
tri vektorska polja ($m \neq 0$)	$3\cdot 3 = 9$
jedno vektorsko polje ($m = 0$)	$1\cdot 2 = 2$
ukupno :	12

31. Postoji generator grupe SU(2) x U(1), koji je očuvan nakon narušavanja simetrije i to je, kao što smo videli u (19.) generator naelektrisanja :

$$Q = \frac{1 + \tau_3}{2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} .$$

Polje A_μ je spregnuto baš sa ovim generatorom, što se, formalno, dobija na sledeći način : iz

$$ig A_\mu^3 \frac{\tau^3}{2} + i\frac{g'}{2} B_\mu \mathbb{1} = \left(ig\frac{\tau^3}{2}\cos\theta - ig'\frac{\mathbb{1}}{2}\sin\theta\right) Z_\mu + \left(ig\frac{\tau^3}{2}\sin\theta + ig'\frac{\mathbb{1}}{2}\cos\theta\right) A_\mu =$$
$$= \frac{ig}{\cos\theta}\left(\frac{\tau^3}{2}\cos^2\theta - \sin^2\theta\,\frac{\mathbb{1}}{2}\right) Z_\mu + ig\sin\theta\left(\frac{\tau^3 + \mathbb{1}}{2}\right) A_\mu \quad ,$$

zamenom u kovarijantni izvod:

$$\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu + ig A_\mu^1 \frac{\tau_1}{2} + ig A_\mu^2 \frac{\tau_2}{2} + i\frac{g}{\cos\theta}\left(\frac{\tau_3}{2} - Q\sin^2\theta\right) Z_\mu + ig\sin\theta\, Q A_\mu \quad ,$$

sledi : A_μ^1 je spregnuto sa τ_1
A_μ^2 je spregnuto sa τ_2 } grupa SU(2)
Z_μ je spregnuto sa τ_3
A_μ je spregnuto sa Q } grupa $U(1)_Q$.

Pošto je, uz to, polje A_μ ostalo bez mase mirovanja, nakon narušavanja simetrije, pridružujemo ga fotonskom polju; spregnuto je sa očuvanim generatorom Q , kroz član $ig\sin\theta\, Q\, A_\mu$ u izrazu za kovarijantni izvod. Poredjenje sa QED kaže da treba da stavimo :

$$g\sin\theta = e \, . \tag{9}$$

32. Da bismo našli dejstvo U(1) transformacija, u opštem slučaju, stavimo sve fermione u vektor-kolonu K :

$$K^T = (\psi_1, \ldots, \psi_n)$$

i posmatrajmo transformaciju :

$$\delta K = i\frac{\varepsilon}{2} Y K \, ,$$

gde je ε (opet) infinitezimalni parametar, a Y matrica formata $n \times n$. Opšti oblik za spregu fotonskog polja sa naelektrisanjem se dobija iz člana :

$$i\bar{\psi}\gamma_\mu\left(g A_\mu^3 \frac{\tau^3}{2} + g' B_\mu \frac{\mathbb{1}}{2}\right)\psi \, .$$

U ovom pretstavljanju fermiona ($\tau^3/2$) postaje T^3 , čiji su dijagonalni elementi izospinske projekcije (format $n \times n$ - dijagonalna matrica), a Y je, u novoj reprezentaciji fermiona, uopšteni generator $\mathbb{1}$. Otuda posmatramo član :

$$\bar{K}\gamma_\mu\left(g A_\mu^3 T^3 + \frac{g'}{2} B_\mu Y\right) K \, .$$

Koristimo ranije dobijene relacije : (7), (8), (9) i nalazimo

$$\bar{K}\gamma_\mu\left\{A_\mu e\left(T^3 + \tfrac{1}{2}Y\right) + \frac{g}{\cos\theta} Z_\mu\left[T^3 - \sin^2\theta\left(T^3 + \tfrac{1}{2}Y\right)\right]\right\} K \, .$$

Treba, dakle, da stavimo :

$$Q = T^3 + \tfrac{1}{2}Y \, . \tag{1o}$$

Pošto su Q i T^3 dijagonalne (u ovoj reprezentaciji fermiona je Q matrica formata $n \times n$, na čijoj se dijagonali nalaze naelektrisanja odgovarajućih polja) to je i Y dijagonalna matrica (tzv. matrica hipernaelektrisanja).

33. Na kraju, možemo pokazati da lokalna gauge invarijantnost još uvek važi za lokalnu grupu $U(1)_Q$, koja odgovara generatoru Q, sa fotonskim poljem A_μ kao gauge bozonom. U odnosu na gauge transformaciju generisanu sa Q je

$$\delta A_\mu^3 = \frac{1}{g}\partial_\mu \varepsilon \qquad \delta B_\mu = \frac{1}{\left(\frac{g'}{2}\right)}\partial_\mu\left(\frac{\varepsilon}{2}\right) \quad ,$$

a korišćenjem navedenih veza za g , g' i e je :

$$\delta Z_\mu = \sin\theta\,\delta B_\mu - \cos\theta\,\delta A_\mu = \sin\theta\,\frac{1}{g'}\partial_\mu \varepsilon - \cos\theta\,\frac{1}{g}\partial_\mu \varepsilon = 0$$

$$\delta A_\mu = \cos\theta\,\delta B_\mu + \sin\theta\,\delta A^3_\mu = \cos\theta\,\frac{1}{g'}\partial_\mu \varepsilon + \sin\theta\,\frac{1}{g}\partial_\mu \varepsilon = \frac{1}{g\sin\theta}\partial_\mu \varepsilon = \frac{1}{e}\partial_\mu \varepsilon$$

C. WEINBERG - SALAM MODEL

ČESTICE

o1. Mion (μ), elektron (e), tau-lepton - triton (τ) i neutrina $\nu_e \equiv \nu$, $\nu_\mu \equiv \nu'$ (i ν_τ ?) su jedini, do sada poznati leptoni. Njima se pridružuje tzv. "leptonski" broj i to za e, μ, τ, ν_i - +1, a za e^+, μ^+, τ^+, $\bar{\nu}_i$ - -1. Svi, do sada poznati eksperimenti u skladu su sa pretpostavljenim očuvanjem leptonskog broja i interakcijama elementarnih čestica. S druge strane, izgleda da je npr. "mionski" broj takodje očuvan, što znači da procesi :

$$\mu \to e + \gamma \qquad \mu \to e + e^+ + e \quad ,$$

nisu mogući, iako je leptonski broj očuvan. Analogno važi i za elektronski broj i za tau-broj. Dalje, neutrino, koji se stvara u raspadu : $\pi \to \mu + \bar{\nu}_\mu$ nije nadjen da izaziva inverzni beta raspad : $\nu_e + n \to$ $\to p + e$ što znači da je neutrino pridružen mionu različit od neutrina pridruženog elektronu, odnosno tau-leptonu. (Elektron i mion su identični po svim osobinama, osim što se tiče masa, gde je razlika veoma izražena : $m_e \sim 0{,}5$ MeV, a $m_\mu \sim 106$ MeV.) Otuda pretpostavljamo da postoje tri dubleta : mionski M, elektronski E i tau-dublet T :

$$E \equiv \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix} \qquad M \equiv \begin{pmatrix} \nu' \\ \mu \end{pmatrix} \qquad T \equiv \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix} \quad ,$$

koji se medjusobno razlikuju prema odgovarajućim kvantnim brojevima. Sadašnja kosmološka razmatranja ograničavaju broj ovih dubleta (≤ 6, prema R C.1)

o2. Sledeća važna činjenica je da je neutrino, izgleda, čestica bez mase (mirovanja), mada se eksperimentalno ne mogu postaviti tako dobre granice kao u slučaju za masu fotona. Postoje sledeće eksperimentalne granice (R C.2) :

neutrino	masa	reakcije	impuls
ν_e	< 60 eV	$H^3 \to He^3 + e + \nu_e$	< 18 keV/c
ν_μ	< 0.57 MeV	$\pi \to \mu + \nu_\mu$	37 MeV/c
ν_τ	< 250 MeV	$\tau \to \nu + e + \bar{\nu}_e$	< 750 MeV/c

gde su navedene one reakcije koje obezbedjuju tipične granice za masu neutrina.

o3. Heličnost čestice se može promeniti jednostavno, u slučaju da ta čestica ima konačnu masu mirovanja. Potrebno je usporiti česticu do brzine nula, a zatim promeniti smer impulsa, tj. ubrzati je u suprotnom smeru do prethodne brzine, bez remećenja spina. Zato čestice sa masom imaju i leva i desna stanja. Medjutim, čestice bez mase mirovanja se mogu kretati samo brzinom svetlosti i nikakvo usporavanje ne dolazi u obzir. Otuda, neutrino koji ima masu nula ne može menjati heličnost, pa mi o tome moramo voditi računa u opisivanju slabih interakcija. Ako je masa neutrina tačno nula, samo održanje parnosti će zahtevati oba stanja heličnosti da bi se obezbedila potpuna reprezentacija Poincaré grupe.

Neodržanje parnosti (simetrije "levo - desno") dopušta bilo koje stanje heličnosti za kompletnu reprezentaciju. Eksperimenti sa slabim raspadima, sa najviše sigurnih podataka, kao što su :

$$n \to p + e + \bar{\nu}_e$$

$$\mu \to e + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$
$$\pi \to \mu + \bar{\nu}_\mu$$

mnoštvo nuklearnih raspada , pokazuju da postoji samo levi neutrino ($h=-1$) i desni antineutrino ($h=+1$). Mi ćemo pretpostaviti da zaista postoji samo ~~desni~~ levi neutrino. Može se pokazati da ako se u $\mathcal{L}$ javlja samo ν_L - neutrinsko polje, neutrino ostaje sa $m_\nu=0$ do proizvoljno uključenog reda u perturbacionoj teoriji.

o4. Da je simetrija "levo - desno" zaista narušena u slabim interakcijama, dokazano je 1957. godine (Wu et al. , Lederman eł al.). Ideju o chiral-noj simetriji dali su A. Salam i L. Landau, te T. Lee i C. Yang (1957.). Salam je takodje predložio i postojanje chiral-ne simetrije za elektrone i mione.

Neodržanje parnosti i chiral-na simetrija su doveli do " V - A " (vektor minus aksijal-vektor) teorije : R. Marshak i E. Sudarshan (1957. i 1958.), R. Feynman i M. Gell-Mann (1958.). Ova teorija je vezana za pojavu faktora oblika :

$$\gamma_\mu(1-\gamma_5) = \gamma_\mu - \gamma_\mu\gamma_5 ,$$

gde se prvi član, matrica γ_μ , Lorentz-ovom transformacijom transformiše kao vektor, a drugi član kao aksijalni vektor (γ_5 se transformiše kao pseudoskalar). Propratna pojava za " V - A " teoriju je bila da ako se slabe interakcije prenose intermedijarnim mezonima, onda oni imaju spin jedan (otuda - intermedijarni bozoni).

o5. Pošto su leptonske struje, u slabim interakcijama čisto " V - A ", generatori grupe SU(2) x U(1) dejstvuju na leptonska polja kao chiral-ni izospinski generatori. Chiral-ne izospinske transformacije za čestice nulte mase odgovaraju izospinskoj rotaciji levorukih ($h=-1$) stanja, dok desnoruka ($h=+1$) stanja ostaju nedirnuta.

Polazeći od : $\delta E = i\varepsilon^a L^a \binom{\nu}{e} = i\varepsilon^a \frac{\tau^a}{2}\frac{(1-\gamma_5)}{2}\binom{e}{\nu}$,

možemo pisati : $\delta E = i\varepsilon^a \frac{\tau^a}{2} E_L$,

dok je : $\delta e_R = \delta\left\{\left(\frac{1+\gamma_5}{2}\right)e\right\} = 0$.

Dakle, levoruka polja se ponašaju kao slabi izodubleti, a desnoruka kao slabi izosingleti. Analogne relacije se mogu napisati za ostale dublete i izosonglete μ_R , τ_R .

o6. Prema dobijenoj relaciji (lo), može se napisati sledeća tabela (Y se pridružuje leptonima na početku tako da kada se ova relacija dobije, ona bude i formalno ispunjena).

lepton	T^3	Q	Y	prelazi
ν_L	+1/2	0	-1	$W^+ \downarrow$ $\uparrow W^-$
e_L	-1/2	-1	-1	
e_R	0	-1	-2	
ν_R	0	0	0	

i slično, za M i T (zamenom $E \to M \to T$).

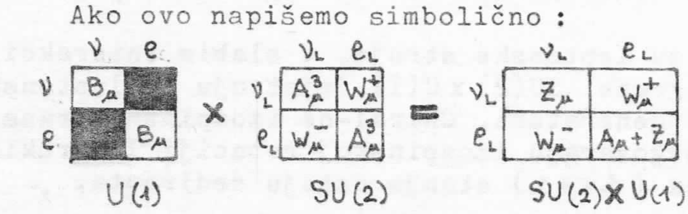
Y se naziva hipernaelektrisanje, zbog povezanosti sa običnim naelektrisanjem. Slabe sile takodje imaju svoj naboj, a pridružuje im se na osnovu heliciteta. Slabo naelektrisanje je ono T^3. Samo levoruke čestice i desnoruke antičestice nose slabo naelektrisanje (čestice u dubletima). Desnoruke čestice i levoruke antičestice su neutralne s obzirom na slabe sile (čestice u singletima). Za elektron, vrednost slabog naelektrisanja zavisi od njegovog kretanja i stoga ne može biti održana (ako elektron ima masu). U slučaju egzaktne chiral-ne simetrije, leptoni nemaju masu, te je slabo naelektrisanje očuvano. Da bi elektroni, mioni, tau-leptoni ... dobili masu, pored elektromagnetskih i slabih interakcija se moraju uvesti i druge interakcije leptona.

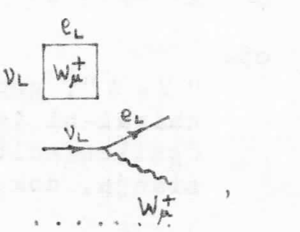
o7. Hipernaelektrisanje je pridruženo U(1) simetriji, odnosno polju B_μ izmedju ostalog. B_μ nema ni slabi, ni elektromagnetski naboj. Kao što smo videli, ni B_μ ni A_μ^3, koje je asocirano grupi SU(2), nije fizički značajno ponaosob, već samo kombinacije, dajući čestice Z_μ i A_μ. A_μ je fotonsko polje, njime se sprežu samo čestice koje nose električni naboj. Z_μ takodje prenosi interakcije u kojima čestice, njegovom emisijom ne gube svoju individualnost. Z_μ se, medjutim, spreže i sa česticama koje ne nose obično naelektrisanje, konkretno, sa neutrinima.

Ovo se lako može videti ako napišemo vektor-bozonsku matricu, koristeći nadjene relacije za konstante sprege g i g', preko fizičkih polja :

$$g\frac{\tau_a}{2}A_\mu^a - g'\frac{1}{2}B_\mu \sim \begin{pmatrix} A_\mu^3 - \mathrm{tang}\,\theta\, B_\mu & \sqrt{2}\,W_\mu^+ \\ \sqrt{2}\,W_\mu^- & -A_\mu^3 - \mathrm{tang}\,\theta\, B_\mu \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} Z_\mu/\sqrt{2} & \cos\theta\, W_\mu^+ \\ \cos\theta\, W_\mu^- & \cos 2\theta\, Z_\mu - \sin 2\theta\, A_\mu \end{pmatrix}.$$

Ako ovo napišemo simbolično :





korespondencija sa onim što je rečeno, je očita.

Ujedinjavanje slabih i e.m. sila u Weinberg-Salam modelu je sadržana upravo u činjenici da W_μ^+, W_μ^-, Z_μ, A_μ izviru iz iste teorije (nakon spontanog narušavanja simetrije).

MASE LEPTONA

o8. Leptoni dobijaju masu pogodnim sprezanjem sa skalarnim izodubletom ϕ. Ovo sprezanje mora da zadovolji sledeće uslove.

1. renormalizabilnost
2. simetričnost u odnosu na celu grupu SU(2) x U(1)
3. Lorentz invarijantnost.

Opšti član sprege je oblika interakcije Yukawa-inog tipa, da bi se obezbedila renormalizabilnost :

$$g_i \bar{\Psi}_i \Psi_i \phi + h.c. \; .$$

Lorentz invarijantnost se postiže kombinacijom levih i desnih polja, tako da se dobije U(1) invarijantna sprega (zato je ϕ morao biti izodublet), tj. da je hipernaelektrisanje očuvano, npr.

$$g_{11}\,\bar{E}_L\,\phi\,e_R + h.c.$$
$$Y = \quad +1 \quad +1 \quad -2 \qquad \Sigma Y = 0 \,.$$

Uz pretpostavku da je masa neutrina nula, svi članovi ovog oblika sprezanja, sastavljeni od ϕ , E_L , M_L , e_R , μ_R (npr.) daju

$$(g_{11}\bar{E}_L e_R + g_{12}\bar{E}\mu_R)\phi + (g_{21}\bar{M}_L e_R + g_{22}\bar{M}_L\mu_R)\phi + h.c. \,,$$

ili : $$(e_R \;\; \mu_R)\begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\bar{E}_L \\ \bar{M}_L\end{pmatrix}\phi + h.c. \,.$$

Ako napravimo ortogonalnu transformaciju, dinamika se ne menja :

$$\begin{pmatrix}E_L \\ M_L\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha\end{pmatrix}\begin{pmatrix}E_L' \\ M_L'\end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix}e_R \\ \mu_R\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}e_R' \\ \mu_R'\end{pmatrix} \,,$$

gde su α i β parametri, koje odredjujemo tako da je gornja forma dijagonalna :

$$(e_R' \;\; \mu_R')\begin{pmatrix} g_{11}' & 0 \\ 0 & g_{22}'\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\bar{E}_L' \\ \bar{M}_L'\end{pmatrix} + h.c. \,,$$

tj. da je interakcija oblika (uvodimo opet stare oznake !) :

$$(g_{11}\,\bar{E}_L e_R + g_{22}\bar{M}_L\mu_R)\phi + h.c. \,.$$

Može se pokazati, da je, bez gubljenja opštosti, dopušteno izabrati konstante g da budu realne, što odgovara CP očuvanim interakcijama.

Sada zamenjujemo ϕ, sa vakuumskom očekivanom vrednošću $\neq 0$, sa

$$\phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \eta + \frac{\sigma}{\sqrt{2}}\end{pmatrix}$$

Pretpostavlja se da su σ polja mnogo teža od leptona, jer bi inače bila odavno opažena u eksperimentima, tako da je doprinos ϕ -a isključivo u generisanju masa leptona. Zato se deo u $\mathcal{L}$ koji odgovara σ poljima može zanemariti.

Za član mase se dobija :

$$(g_{11}\bar{E}_L e_R + g_{22}\bar{M}_L\mu_R)\begin{pmatrix}0 \\ \eta\end{pmatrix} + h.c. = g_{11}\eta(\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) + g_{22}\eta(\bar{\mu}_L\mu_R + \bar{\mu}_R\mu_L) \,.$$

Kako je
$$\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L = \bar{e}\left(\frac{1+\gamma_5}{2}\right)^2 e + \bar{e}\left(\frac{1-\gamma_5}{2}\right)^2 e = \bar{e}e$$

i slično za drugi član, maseni član će biti :

$$(g_{11}\eta)\,\bar{e}e + (g_{22}\eta)\,\bar{\mu}\mu \,.$$

Mase elektrona i miona su $m_e = g_{11}\eta$, $m_\mu = g_{22}\eta$, respektivno. Odavde je odnos leptonskih masa :

$$\frac{m_e}{m_\mu} = \frac{g_{11}}{g_{22}} \,.$$

Ali se ova vrednost ne može predvideti brojčano, budući da su vrednosti konstanti sprege g , u ovoj teoriji, proizvoljne. Jedino se može uraditi obrnuto, iz postojećih eksperimentalnih vrednosti odrediti odnos ovih konstanti.

o9. Spontano narušavanje simetrije je, tako, dalo objašnjenje i za opaženi spektar leptonskih masa. Nema odgovora na pitanja :

1. odnos leptonskih masa ?
2. mase neutrina - vrlo male ili nula ?

Naime, pretpostavljeno je da je masa neutrina nula. Moguće je, u gornja razmatranja, uključiti i neutrino sa masom različitom od nule. Tada u WS modelu dolazi prirodno do pojave neutrino - oscilacije, čija se vrednost može izračunati.

REZIME PRETHODNO UTVRDJENIH KARAKTERISTIKA MODELA

10. Grupa SU(2) smeštena je, zajedno sa gauge grupom U(1), u veću gauge - simetrijsku grupu, pri čemu je :

$SU(2)$	$\times\ U(1) =$	$\mathcal{G}_o$	simetrijska grupa $\mathcal{G}_o$
$T^a{}_{a=1,2,3}$	Y		generatori $\mathcal{G}_o$
A^a_μ	B_μ		gauge polja za $\mathcal{G}_o$, bez mase
g	$g'/2$		konstante sprege za $\mathcal{G}_o$

Gustina lagranžijana je :

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{lepton.} + \mathcal{L}_{gauge} \quad ,$$

gde je : $\mathcal{L}_{lepton} = i(\bar{E}_L \gamma_\mu \mathcal{D}_\mu E + \bar{M}_L \gamma_\mu \mathcal{D}_\mu M_L) + i(\bar{e}_R \gamma_\mu \mathcal{D}_\mu e_R + \bar{\mu}_R \gamma_\mu \mathcal{D}_\mu \mu_R)$

lagranžijanska gustina leptona, uvodjenjem minimalne sprege u slobodna fermionska polja, uz uslov (za sve leptone) $m_\ell = 0$, a $\mathcal{L}_g = -\frac{1}{4}F^a_{\mu\nu}F^{a\mu\nu} - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}G^{\mu\nu}$ je gustina lagranžijana za gauge polja. Da bi se opisale elektro - slabe (e.s.) interakcije, $\mathcal{G}_o$ mora biti narušena. Zato se uvodi :

$$\mathcal{L}_{skalar} = (\mathcal{D}_\mu\phi)^+(\mathcal{D}_\mu\phi) - V(\phi^+\phi) \quad ,$$

a u minimalnoj verziji, ϕ je jedan kompleksni (Higgs-ov) izodublet, sa kompleksnim poljima ϕ^+, ϕ°, pri čemu je, za njega, $T^3 = 1/2$, $Q=+1$, $Y=+1$. Izodublet može da se spreže sa leptonskim poljima, usled čega $\mathcal{L}$ dobija član $\mathcal{L}_{interakcije}$.

Postavljanjem uslova $\mu^2 < 0$ na potencijalni član, $V(\phi^+\phi) = \mu^2(\phi^+\phi) + \lambda(\phi^+\phi)^2$ dolazi do spontanog narušavanja simetrije, budući da fizički vakuum (osnovno stanje) više nije invarijantan u odnosu na grupu $\mathcal{G}_o$, već u odnosu na njenu podrupu $U(1)_Q$-e.m. grupu; $Q\phi_o = 0$, gde je $Q = T^3 + Y/2$.

Zbog postojanja lokalne gauge simetrije, potencijalni Goldstone-ovi bozoni nestaju, a stepeni slobode, koji su im odgovarali, pojavljuju se na gauge bozonima W^+_μ, W^-_μ, Z_μ slabe interakcije, kao longitudinalni stepeni slobode, dok gauge polje A_μ, foton, ostaje bez mase. Postoji jedno masivno (Higgs-ovo) skalarno polje σ. Usled interakcije skalarnog polja sa leptonskim poljima postaje, u prvoj aproksimaciji, $\mathcal{L}_{inter.} = (g_{11}\eta)\bar{e}e + (g_{22}\eta)\bar{\mu}\mu$ tako da i neki leptoni dobijaju masu.

11. Postoje tri nezavisna parametra u minimalnom modelu, a to su konstante sprege g, g' i parametar η, koji odredjuje ϕ_o. Na kraju, nakon narušavanja simetrije, ostaje jedan, θ_w, tzv. Weinberg-ov ugao. Pri tome je $g = e/\sin\theta_w$, $g' = e/\cos\theta_w$ a parametar η odredjujemo nakon analize $\mathcal{L}_{lept.}$ poredjenjem sa starom teorijom. Totalna e.s. lagranžijanska gustina u WS modelu je

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{lept.} + \mathcal{L}_{gauge} + \mathcal{L}_{skalar} + \mathcal{L}_{inter.} \quad .$$

INTERAKCIONI ČLANOVI

12. U najjednostavnijem slučaju se javlja samo prva generacija E_L, e_R, a proširivanje se dobija uopštavanjem, tj. dodavanjem članova $E_L \to M_L$, $e_R \to \mu_R$, itd. Budući da je hipernaelektrisanje, prema datoj tabeli, za izodublet -1, a za izosinglet -2, za kovarijantni izvod

$$\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu + ig\frac{\tau_a}{2}A_\mu^a + ig'\frac{Y}{2}B_\mu$$

se dobija :

$$\mathcal{D}_\mu E_L = \left(\partial_\mu + ig\frac{\tau_a}{2}A_\mu^a - ig'\frac{1}{2}B_\mu\right)E_L \qquad Y = -1$$

(jer se transformiše sa SU(2) x U(1)),

$$\mathcal{D}_\mu e_R = (\partial_\mu - ig' 1\, B_\mu)\, e_R \qquad Y = -2$$

(jer se transformiše sa U(1)),

$$\mathcal{D}_\mu \nu_R = \partial_\mu \nu_R \qquad Y = 0 \; .$$

Tada je :

$$\mathcal{L}_{lept.} = i\bar{E}_L\gamma_\mu\left(\partial_\mu + ig\frac{\tau_a}{2}A_\mu^a - i\frac{g'}{2}B_\mu\right)E_L + i\bar{e}_R\gamma_\mu(\partial_\mu - ig'B_\mu)e_R + i\bar{\nu}_R \overset{0}{\cancel{\partial_\mu}}\nu_R + \dots .$$

Interakcijski deo $\mathcal{L}_{lept.}$ za leptonska polja i gauge bozone je :

$$\mathcal{L}_{lept.}^{inter.} = -gA_\mu^a\bar{E}_L\gamma_\mu\frac{\tau_a}{2}E_L + \frac{g'}{2}(\bar{E}_L\gamma_\mu E_L + 2\bar{e}_R\gamma_\mu e_R)B_\mu + (E_L \to M_L,\ e_R \to \mu_R) \; .$$

Ovaj izraz treba da napišemo preko fizičkih polja. Dobija se :

$$\mathcal{L}_{lept.}^{inter.} = -gA_\mu^1(\bar{\nu}\ \bar{e})\frac{(1+\gamma_5)}{2}\gamma_\mu\frac{(1-\gamma_5)}{2}\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\frac{1}{2}\begin{pmatrix}\nu\\e\end{pmatrix} - gA_\mu^2(\bar{\nu}\ \bar{e})\frac{(1+\gamma_5)}{2}\gamma_\mu\frac{(1-\gamma_5)}{2}\begin{pmatrix}0&-i\\i&0\end{pmatrix}\frac{1}{2}\begin{pmatrix}\nu\\e\end{pmatrix} -$$

$$-gA_\mu^3(\bar{\nu}\ \bar{e})\frac{(1+\gamma_5)}{2}\gamma_\mu\frac{(1-\gamma_5)}{2}\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}\frac{1}{2}\begin{pmatrix}\nu\\e\end{pmatrix} + \frac{g'}{2}\left[(\bar{\nu}\bar{e})\frac{(1+\gamma_5)}{2}\gamma_\mu\frac{(1-\gamma_5)}{2}\begin{pmatrix}\nu\\e\end{pmatrix} + 2\bar{e}\frac{(1-\gamma_5)}{2}\gamma_\mu\frac{(1+\gamma_5)}{2}e\right]B_\mu +$$

$$+ (E_L \to M_L,\ e_R \to \mu_R) .$$

Uvodjenjem fizičkih polja W_μ^+ i W_μ^- prva dva člana daju :

$$-\frac{g}{2\sqrt{2}}\bar{\nu}\gamma_\mu(1-\gamma_5)eW_\mu^- - \frac{g}{2\sqrt{2}}\bar{e}\gamma_\mu(1-\gamma_5)\nu W_\mu^+ ,$$

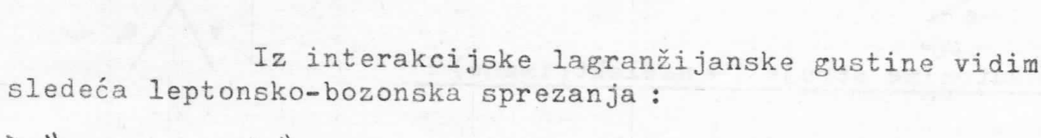
dok se druga dva člana mogu dovesti u oblik :

$$-\frac{g}{4\cos\theta}\bar{\nu}\gamma_\mu(1-\gamma_5)\nu Z_\mu + \frac{g}{4}\bar{e}\gamma_\mu\left[\left(\cos\theta - 3\frac{\sin^2\theta}{\cos\theta}\right)Z_\mu + 4\sin\theta A_\mu - \frac{\gamma_5}{\cos\theta}Z_\mu\right]e \; .$$

Sredjivanjem se dobija :

$$\mathcal{L}_{lept.}^{inter.} = -\frac{g}{2\sqrt{2}}\bar{\nu}\gamma_\mu(1-\gamma_5)eW_\mu^- + h.c. - \frac{g}{4\cos\theta}\left[\bar{\nu}\gamma_\mu(1-\gamma_5)\nu - \bar{e}\gamma_\mu(1-4\sin^2\theta-\gamma_5)e\right]Z_\mu - g\sin\theta\,\bar{e}\gamma_\mu eA_\mu + \left(\begin{matrix}e\to\mu\\ \nu\to\nu'\end{matrix}\right)$$

13. Iz interakcijske lagranžijanske gustine vidimo da teorija sadrži sledeća leptonsko-bozonska sprezanja :



$\bar{\nu}\gamma_\mu\frac{(1-\gamma_5)}{2}eW_\mu$ $\qquad$ $\bar{\nu}\gamma_\mu\frac{(1-\gamma_5)}{2}\nu Z_\mu$ $\qquad$ $\bar{e}\gamma_\mu\frac{(1-\gamma_5)}{2}eZ_\mu$ $\qquad$ $\bar{e}\gamma_\mu eA_\mu$

14. Naelektrisani gauge bozoni $W_\mu^\mp$ su vezani za izospinsku struju $J_\mu^\pm$. U slučaju prve dve generacije leptona je

$$J^+_\mu = \frac{1}{2}\left[\bar\nu\gamma_\mu(1-\gamma_5)e + \bar\nu'\gamma_\mu(1-\gamma_5)\mu\right]$$

$$J^-_\mu = \frac{1}{2}\left[\bar e\gamma_\mu(1-\gamma_5)\nu + \bar\mu\gamma_\mu(1-\gamma_5)\nu'\right].$$

E.m. struja, vezana za A_μ polje je :

$$J^{e.m.}_\mu = -\bar e\gamma_\mu e - \bar\mu\gamma_\mu\mu \quad ,$$

dok je neutralna struja, vezana za Z_μ bozon :

$$J^0_\mu = \frac{1}{2}\left[\bar\nu\gamma_\mu\left(\frac{1-\gamma_5}{2}\right)\nu - \bar e\gamma_\mu\left(\frac{1-4\sin^2\theta-\gamma_5}{2}\right)e\right] + (e\to\mu\ ,\ \nu\to\nu') \quad ,$$

a može se napisati u obliku :

$$J^0_\mu = \bar E_L\frac{\tau_3}{2}\gamma_\mu E_L + \bar M_L\frac{\tau_3}{2}\gamma_\mu M_L + \sin^2\theta\,(\bar e\gamma_\mu e + \bar\mu\gamma_\mu\mu) =$$

$$= J^3_\mu - \sin^2\theta\, J^{e.m.}_\mu \quad .$$

15. Vidi se da je neutralna komponenta J^0_μ slabe struje sastavljena od neutralne komponente J^3_μ slabe izospinske struje $J_\mu = (J^+_\mu, J^-_\mu, J^3_\mu)$, i e.m. struje. S druge strane, elektronski i mionski deo u J^0_μ su potpuno razdvojeni, što se i zahteva postojanjem zakona očuvanja elektronskog i mionskog broja. "Stručniji" izraz za to je: leptonske neutralne struje čuvaju leptonske "mirise" (e , μ , ν , ...) ili formalnije, J^0_μ je dijagonalno po mirisima.

Neutrinska slaba struja, $\nu\to\nu$ je čisto " V - A ", što znači da se neutrino javlja samo u levorukom stanju (u slučaju " V + A " to bi bilo desnoruko stanje).

Elektronska slaba struja je mešavina V i A struje i zavisi od ugla θ prema :

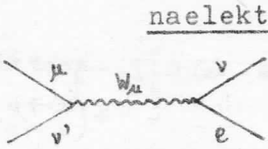
$$\frac{1}{2}\bar e\gamma_\mu(g_V - g_A\gamma_5)e = \frac{1}{2}g_V\,\bar e\gamma_\mu e - \frac{1}{2}g_A\,\bar e\gamma_\mu\gamma_5 e \quad ,$$

gde su konstante sprege za odgovarajući tip struje :

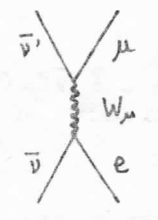
$$g_V = \frac{1}{2} - 2\sin^2\theta \ , \qquad g_A = \frac{1}{2} \ .$$

16. Izmena bozona prema WS modelu vodi do sledećih čisto leptonskih procesa :

naelektrisane struje :

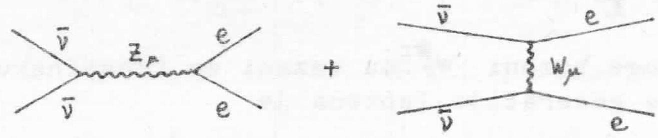


$\nu' + e \to \mu + \nu$ $\qquad$ $\bar\nu + e \to \nu' + \mu$



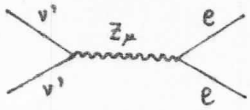
neutralne struje (+ naelektrisane) :

$\nu + e \to \nu + e$

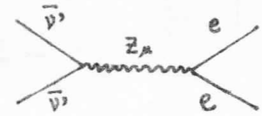


$\bar\nu + e \to \bar\nu + e$

Najbolji test za WS model je :

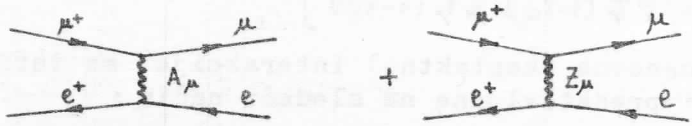


$\nu' + e \to \nu' + e \qquad \bar{\nu}' + e \to \bar{\nu}' + e$



,

budući da se javljaju čisto neutralne struje. Proces, koji ne uključuje neutrino je, npr.



.

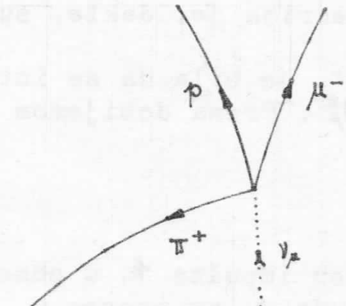
Pri niskim energijama, doprinos Z_μ -izmene je zanemarljiv, ali raste linearno sa povećanjem energije centra mase.

17. Slaba neutralna struja je prvi put opažena 1973. godine, u eksperimentu sa rasejanjem neutrina, u mehurastoj komori sa teškim tečnostima "Gargamelle" pri European Organization for Nuclear Research (CERN). Dobijeno konačno stanje nije sadržavalo mione. Na sledećim slikama su prikazana dva rezultata malo kasnijih eksperimenata, izvedenih u Argonne National Laboratory (USA) sa zrakom neutrina dovedenim iz nula - gradijantnog sinhrotrona u 12-stopa mehurastu komoru ispunjenu tečnim vodonikom. Na slici 12 je prikazan proces sa naelektrisanim struja-ma (leptoni izmenjuju jedinicu naelektrisanja sa ostalim česticama) :

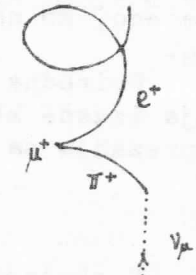
$$\nu_\mu + p \to \mu^- + p + \pi^+ ,$$

a na slici 13 je prikazan proces sa neutralnom strujom (nema miona i protona u konačnom stanju) :

$$\nu_\mu + p \to \nu_\mu + n + \pi^+ .$$



sl. 12



sl.13

(Tačkicama je prikazan pravac upadnog snopa neutrina) U oba slučaja se dešava " π - μ - e " raspad. (R C.3)

18. " V - A " teorija, predložena 1957. godine je bila vezana i za uvodjenje tzv. struja - struja teorije. Prema ovoj teoriji interakcije izmedju fermiona se trebaju pisati u obliku proizvoda dve struje koje nose naelektrisanje. To znači da je (ako se ograničimo samo na e , μ , ν i ν') :

$$\mathcal{L}_{ss} = \frac{G}{\sqrt{2}}\, j_\mu^+ j_\mu^- ,$$

gde su struje :

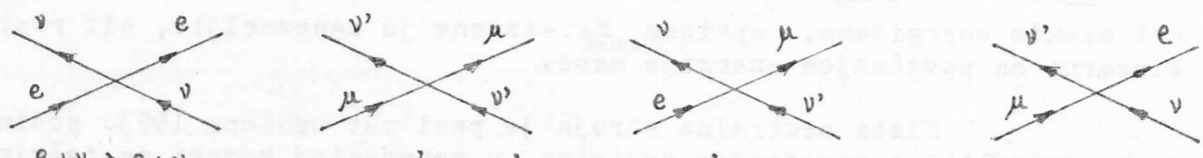
$$j_\mu^+ = i\left[\bar{\nu}\gamma_\mu(1-\gamma_5)e + \bar{\nu}'\gamma_\mu(1-\gamma_5)\mu\right]$$

$$j_\mu^- = i\left[\bar{e}\gamma_\mu(1-\gamma_5)\nu + \bar{\mu}\gamma_\mu(1-\gamma_5)\nu'\right] .$$

Eksplicitno napisano, biće :

$$-\mathcal{L}_{ss} = \frac{G}{\sqrt{2}}\Big[\bar{\nu}\gamma_\mu(1-\gamma_5)e\cdot\bar{e}\gamma_\mu(1-\gamma_5)\nu + \bar{\nu}\gamma_\mu(1-\gamma_5)e\cdot\bar{\mu}\gamma_\mu(1-\gamma_5)\nu' + \bar{\nu}'\gamma_\mu(1-\gamma_5)\mu\cdot\bar{e}\gamma_\mu(1-\gamma_5)\nu + \bar{\nu}'\gamma_\mu(1-\gamma_5)\mu\cdot\bar{\mu}\gamma_\mu(1-\gamma_5)\nu'\Big],$$

što znači da ima četiri osnovne (kontaktne) interakcije, sa istim konstantama sprege, grafički predstavljene na sledeći način :



$e+\nu \to e+\nu$ $\quad$ $\mu+\nu' \to \mu+\nu'$ $\quad$ $e+\nu' \to \mu+\nu$ $\quad$ $\mu+\nu \to e+\nu'$.

19. Iz eksperimentalno poznatog života miona (poslednja dva dijagrama su odgovorna za μ - raspad) prema :

$$1/\tau_\mu = (m_\mu^5/192\pi^3)\cdot G^2,$$

se može odrediti Fermi-eva konstanta sprege :

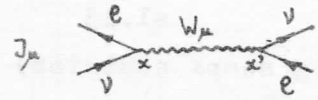
$$G = 1{,}0246\cdot 10^{-5} M_p^{-2} \sim 10^{-5} M_p^{-2},$$

gde je M_p masa protona 938 MeV. Svi eksperimenti na niskim energijama su, do nedavno, mogli biti opisani u potpunoj saglasnosti na osnovu ove fenomenološke teorije. Medjutim, činjenica da efikasni preseci za interakcije rastu prema beskonačnosti sa porastom energije, značila je da na odredjenoj energiji sigurno dolazi do neodržanja verovatnoće, ili drugačije rečeno, do narušavanja unitarnosti - teorija je, dakle, suštinski pogrešna.

Prirodna pretpostavka, sledeći QED, je bila da se interakcije struja izvode kvantima vektorskih polja $W_\mu^\pm$. Prema dobijenom $\mathcal{L}$, konstanta sprezanja sa leptonima je :

$$\frac{g}{2\sqrt{2}}.$$

20. U slučaju da se radi o malom prenosu impulsa k u odnosu na masu izmenjenog W_μ, može se izraziti amplituda A za proces :



$$A \sim \left(\frac{g}{2\sqrt{2}}\right)^2 \frac{1}{k^2 - M_W^2} J_\mu J_\mu',$$

te izjednačiti sa amplitudom u Fermi modelu, tako da je faktor analogan faktoru $G/\sqrt{2}$ stare teorije, dat sa

$$g^2/8M_W^2.$$

Izjednačavanjem se dobija :

$$M_W^2 = \frac{g^2}{G4\sqrt{2}} = \frac{e^2}{4\sqrt{2}G}\frac{1}{\sin^2\theta} = \left(\frac{\pi\cdot\alpha}{\sqrt{2}G}\right)\cdot\frac{1}{\sin^2\theta},$$

gde je $\alpha = e^2/4\pi = 1/137$, pa je $M_W \approx 38/\sin\theta$ GeV. Prema formuli nadjenoj za M_W je :

$$\eta = \frac{\sqrt{2}}{g} M_W = \left(\frac{1}{2\sqrt{2}G}\right)^{1/2} \approx 177 \text{ GeV}.$$

Prema formuli za M_Z dobija se :

$$M_Z = \frac{M_W}{\cos\theta} \approx \frac{38}{\sin\theta\cos\theta} = \frac{76}{\sin 2\theta}\ \mathrm{GeV} \, .$$

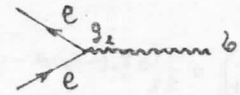
21. Lagranžijanska gustina interakcije Higgs-ovih polja sa leptonima je, u opštem slučaju, sadržavala, nakon spontanog narušavanja simetrije, spregu Higgs-ovog mezona b sa leptonima, npr.

$$g_\ell \frac{b}{\sqrt{2}} \bar{e} e \, .$$

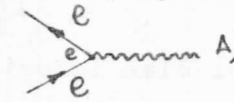
Za leptonsku masu smo našli $m_\ell \sim g_\ell \eta$, pa možemo pisati za konstantu sprege leptona i Higgs-mezona :

$$\frac{g_\ell}{\sqrt{2}} \sim \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{m_e}{\eta} \sim 2\cdot 10^{-6} \, ,$$

tj. vrlo je mala. To se vidi iz sledećeg poredjenja :



$$\frac{g_\ell^2}{4\pi} \sim 10^{-12} \qquad \frac{e^2}{4\pi} \sim 10^{-2}$$



Takodje, iz amplitude za b izmenu kod leptona, na niskim energijama je :

$$(g_\ell^2/M_b^2) \approx (g^2/M_W^2)(m_\ell^2/M_b^2) \approx G\, m_\ell^2/M_b^2 \, ,$$

pa se za $m_\ell \ll M_b$ sprezanje leptona sa Higgs-ovim mezonima može zanemariti. Slika slabih interakcija se zato, u ovom domenu niskih energija, ne menja značajnije, pa je opravdana pretpostavka da je jedini doprimos sprezanja u stvaranju leptonskih masa.

PROŠIRENJE NA HADRONSKU OBLAST

22. Iz elementarne teorije jakih interakcija poznato je da se hadroni smatraju vezanim stanjima osnovnih fermiona - kvarkova. Kvarkovi se javljaju u "mirisima" ("aromama") :

$$u, d, s, c, \ldots ,$$

a svaki se miris javlja u tri boje : R , B , G tj.

$$u_R, d_R, \ldots$$
$$u_B, d_B, \ldots$$
$$u_G, d_G, \ldots \, .$$

Svi hadroni su singleti boje (bezbojni su, kao celina). Što se tiče jake interakcije, mirisi nemaju neku suštinsku ulogu, mada je u početku izgledalo da će opaženi hadroni, sa različitim unutrašnjim kvantnim brojevima (izospin, stranost, šarm, ...) i dinamički moći biti opisani grupama :

SU(2) , SU(3) , SU(4) , ...

respektivno. Jake interakcije su, izgleda, osetljive na boju, a dinamika kvarkova je, po svemu sudeći, QCD, gauge teorija zasnovana na SU(3) gauge grupi boje. SU(3) grupa mirisa je samo aproksimativna grupa običnih hadrona. Boja je ono što razlikuje kvarkove od leptona i zato su slabe i e.m. interakcije singleti boje. Ove dejstvuju samo u "prostoru" mirisa, a miris je ono što suštinski vezuje kvarkove za slabe i e.m. struje. Otuda je on dinamički vezan za ove interakcije pre nego za jake. U oblasti jakih interakcija se miris javlja kao neka vrsta obilnosti kod kvarkova i opisuje se grupom simetrija SU(N) , a narušenost ove simetrije potiče od razlike u masama kvarkova. Za jačinu jake interakcije odgovorna je obilnost boje ili tzv. naboj boje (po analogiji sa električnim nabojem - naelektrisanjem), koji nose kvarkovi.

23. Pre 1970. godine je postojala SU(3) grupa mirisa zasnovana na tada poznatim kvarkovima :

$$u, d, s.$$

Prema Cabibbo-voj slici univerzalnosti slabe interakcije, u hadronskoj slaboj struji se javlja slabi izospinski kvark-dublet :

$$\begin{pmatrix} u \\ d_\theta \end{pmatrix}_L \equiv U_L$$

gde je $d_\theta = d\cos\theta_c + s\sin\theta_c$, a θ_c je Cabibbo-ugao (nezavisan od boje kvarkova). Ako napišemo WS neutralnu struju, u skladu sa ovim dubletom biće :

$$J_\mu^0 = J_\mu^3 - \sin^2\theta_W J_\mu^{e.m.} = \bar{U}_L \frac{\tau_3}{2} U_L - \sin^2\theta_W \left(\frac{2}{3}\bar{u}\gamma_\mu u - \frac{1}{3}\bar{d}\gamma_\mu d - \frac{1}{3}\bar{s}\gamma_\mu s \right)$$

gde su naelektrisanja kvarkova u, d, s izražena u jedinicama naelektrisanja protona :

$$+\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}$$

respektivno. Prvi član iznosi : $\bar{U}_L \frac{\tau_3}{2} U_L = \frac{1}{2}(u\ d_\theta)\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ d_\theta \end{pmatrix}_L = \frac{1}{2}\left[\bar{u}\gamma_\mu(1-\gamma_5)u - \bar{d}_\theta\gamma_\mu(1-\gamma_5)d_\theta\right]$,

pri čemu je :

$$d_\theta \gamma_\mu(1-\gamma_5)d_\theta = \bar{d}\gamma_\mu(1-\gamma_5)d\cos^2\theta_c + \bar{s}\gamma_\mu(1-\gamma_5)s\sin^2\theta_c + \\ + \left[\bar{s}\gamma_\mu(1-\gamma_5)d\sin\theta_c\cos\theta_c + s \leftrightarrow d\right].$$

Videli smo da leptonske struje čuvaju leptonske mirise u analognom slučaju, ali ovde kao da se nužno javlja neočuvanje mirisa, jer imamo ekstra članove u uglastoj zagradi.

24. Medjutim, raspadi sa promenom stranosti su opaženi u izrazitom obimu samo u procesima sa naelektrisanim strujama :

$$K^+ \to \mu^+ + \nu_\mu, \qquad K^+ \to \pi^0 + e^+ + \nu_e.$$

Neutralne struje su, prema gornjoj teoriji, oblika :

$$K^0 \to \mu^+ + \mu^-, \qquad K^+ \to \pi^+ + \nu + \bar{\nu}, \qquad K^+ \to \pi^+ + e^+ + e^-,$$

tj. postoje raspadi sa promenom stranosti, a njihove amplitude bi trebale biti poredljivog reda veličine sa amplitudama u slučaju naelektrisanih struja.

Eksperimentalni odnos je 10^{-8}. Zato je potrebno gustini lagranžijana dodati deo koji će eliminisati onaj eksperimentalno neželjeni deo. Pošto je stara teorija fenomenološka, tj. zasnovana na eksperimentima saglasnim sa hipotezom tri kvarka, mora se uvesti novi miris za kvarkove, odnosno, proširiti SU(3) grupa mirisa na SU(4) takvu grupu.

25. Ako se uvede ortogonalna kombinacija :

$$s_\theta = s\cos\theta_c - d\sin\theta_c$$

i novi kvark miris - "šarm", na kvarku c, te analogno, dublet :

$$\begin{pmatrix} c \\ s_\theta \end{pmatrix} \equiv C_L \qquad Q_c = +\frac{2}{3},$$

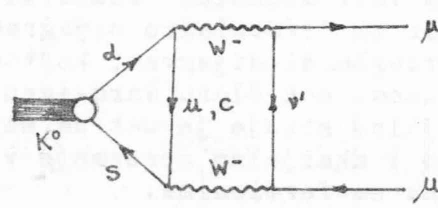
kao i novi kvantni broj - šarm - sa :

kvark :	u	d	s	c
šarm :	0	0	0	1

u J_μ^0 će se javiti član analogan članu u uglastoj zagradi, ali zbog $\sin\theta_c \to -\sin\theta_c$, imaće suprotan znak od znaka člana za U_L deo, te će se ovi članovi potirati. Otuda ćemo dobiti da je :

$$J^{0}_{\mu} = \frac{1}{2}\left\{ \bar{u}\gamma_\mu(1-\gamma_5)u + \bar{c}\gamma_\mu(1-\gamma_5)c - \bar{d}\gamma_\mu(1-\gamma_5)d - \bar{s}\gamma_\mu(1-\gamma_5)s \right\} - \sin^2\theta_W J^{e.m.}_{\mu} .$$

To znači da će i hadronske neutralne struje čuvati mirise kvarkova. Posebno, neće biti promene stranosti (pošto i e.m. struje čuvaju stranost). Medjutim, raspad $K^0 \to \mu^+ + \mu^-$ može da se javi u slučaju izmene W bozona (sl. 14).



(sl. 14)

26. Ovaj mehanizam proširenja WS modela na područje hadrona, ali ne preko samih hadrona, već preko njihovih konstituenata - kvarkova, se naziva GIM mehanizam (prema Glashow, Iliopoulos i Maiani - 1970.). Njime se dobija :

a) opažena univerzalnost izmedju leptonskih i hadronskih interakcija naelektrisanih struja, gde je npr. struja

$$\mathcal{I}^{+}_{\mu} = \frac{1}{2}\left[\bar{u}\gamma_\mu(1-\gamma_5)d\cos\theta_c + \bar{u}\gamma_\mu(1-\gamma_5)s\sin\theta_c - \bar{c}\gamma_\mu(1-\gamma_5)d\sin\theta_c + \bar{c}\gamma_\mu(1-\gamma_5)s\cos\theta_c\right] ;$$

b) neutralne struje čuvaju mirise;

c) postojanje čitave klase novih hadrona sa novim kvantnim brojem, tzv. "šarmiranih" hadrona. Npr. 0^- - mezon, koji se sastoji od para $q\bar{q}$ i čini reprezentaciju $4\times4 = 1 + 15$; dekompozicija multipleta 15 u SU(3) reprezentacije dovodi do :

okteta mezona sa	C = 0
tripleta mezona sa	C = -1
antitripleta mezona sa	C = +1
singleta mezona sa	C = 0

d) jake interakcije čuvaju šarm, pa se najlakša stanja raspadaju samo slabo;

e) pošto je $\sin\theta_c \sim 0.22$, očekujemo, prema izrazu za naelektrisanu struju :

$$\mathcal{I}^{+}_{\mu} \approx \bar{u}\gamma_\mu(1-\gamma_5)d + \bar{c}\gamma_\mu(1-\gamma_5)s ,$$

da se šarmirane čestice raspadaju prvenstveno u strane čestice;

f) postoji simetrija sa leptonskim nizanjem u generacije :

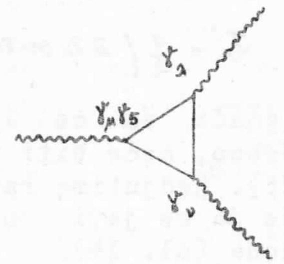
leptoni: $\begin{pmatrix}\nu\\ e\end{pmatrix}_L, e_R, \begin{pmatrix}\nu'\\ \mu\end{pmatrix}, \mu_R, \ldots ?$ kvarkovi: $\begin{pmatrix}u\\ d_\theta\end{pmatrix}_L u_R, d_R, \begin{pmatrix}c\\ s_\theta\end{pmatrix}_L c_R, s_R, \ldots ?$

osim u pogledu da "kvark-neutrina" u_R , c_R ... imaju masu (znatno) različitu od nule. Ovo ima za posledicu činjenicu da se neka od razmatranja mogu izvoditi u opštijem obliku.

27. Ovakva slika kvarkova zahteva chiral-ne transformacije, što znači da u granici, kad se radi o egzaktnoj SU(2) x U(1) simetriji, kvarkovi nemaju masu. Masu dobijaju na sličan način kao i leptoni, s tim da se mora raditi sa opštim slučajem "neutrina" sa masom različitom od nule.

28. WS model leptonske oblasti, proširen GIM mehanizmom na hadronsku oblast, je zasnovan na fermionskom sprezanju preko vektorskih

i aksijalno-vektorskih struja. Iz gauge invarijantnosti početne gustine lagranžijana, sledi skup tzv. Ward-ovih identiteta, koji se mogu koristiti u renormalizacionom postupku. Ovi identiteti su, za aksijalne struje, izobličeni pojavom tzv. anomalnih članova, koji su vezani za "trouglaste dijagrame". Osnovni trouglasti dijagram, koji daje doprinos anomalnom članu Ward-identiteta za aksijalne struje je dat na sl. 15, - tj. imamo i aksijalno sprezanje vektorskih bozona sa fermionima.



(sl. 15)

29. Kada je gauge grupa - chiral-na grupa, ova pojava upropašta-va renormalizabilnost teorije. Medjutim, ispostavlja se da :

a) doprinos svakog fermiona anomalnom članu nezavisan je od mase fermiona;

b) svaki doprinos nema odredjen znak, ali je negativan u slučaju sprege sa aksijalnom strujom.

Odavde sledi da se fermioni trebju razmestiti tako da ponište anomalni član, bilo

a) podešavanjem spektra naelektrisanja;

b) uvodjenjem fermiona spregnutih sa levorukim i desnorukim strujama, budući da se, u tom slučaju, doprinosi od aksijalnih struja poništavaju.

3o. U slučaju gauge grape SU(2) x U(1) u WS + GIM modelu uslov da nema ovih tzv. Adler - Bell - Jackiw anomalija je, prema Bouchiat - - Iliopoulos - Meyer-u (BIM) :

$$\sum_{levi\ dubleti} Q - \sum_{desni\ dubleti} Q = 0$$

Pošto desnih dubleta nema, ostaje :

$$\begin{pmatrix}\nu\\ e\end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix}\nu'\\ \mu\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}u\\ d\end{pmatrix}^{R,B,G} \quad \begin{pmatrix}c\\ s\end{pmatrix}^{R,B,G}$$

$$\sum Q = (-1) + (-1) + 3\,(1/3) + 3\cdot(1/3) = 0$$

Dakle, teorija može da bude renormalizabilna, jer se anomalni članovi poništavaju.

DRUGI MODELI

31. Pored WS modela postoji i mnoštvo drugih predloženih modela za ujedinjavanje slabih i elektromagnetnih interakcija. Spomenuću neke od prvih, pravljenih sa namerom da se eliminišu neutralne struje.

(1) Georgi - Glashow model (1972) je zasnovan na gauge grupi O_3, što znači da postoji samo tri intermedijarna bozona : W^+_μ, W^-_μ i A_μ. Jedina neutralna struja je elektromagnetska. Teorija je zasnovana na novim (neopaženim) teškim leptonima i teškim kvarkovima (SU(8) hadronska simetrijska grupa). Pored " V - A ", postoji i " V + A " sprezanje fermiona. Opažena univerzalnost slabih interakcija se postiže pogodnim podešavanjem slobodnih parametara koji figurišu u teoriji. Analogno važi i za leptonsko-hadronsku univerzalnost slabih interakcija. Do otkrića neutralnih struja, ovaj model je smatran najozbiljnijom alternativom WS modelu.

(2) Lee - Prentky - Zumino model (1972.). Gauge grupa je U(2). Uvode se teški leptoni, da bi se zabranile neutralne struje, odnosno, teški kvarkovi da bi se skratile zabranjene neutralne neleptonske i semileptonske amplitude. Simetrijska grupa jakih interakcija je SU(8), a intermedijarni bozoni su kao u WS modelu, W_μ^+, W_μ^-, Z_μ i A_μ. Postoje šarmirane čestice. Nema dodatnih " V + A " sprezanja. Ad hoc vrednosti slobodnih parametara su potrebne za opisivanje opaženih univerzalnosti. Univerzalnost električnog naboja nije posledica grupne strukture.

(3) Za Georgi - Glashow - Lipkin model (1972.) leptonska slika je kao u (1). Simetrijska grupa jakih interakcija je SU(3) x SU(3), prema Han - Nambu-ovom modelu (1965.) - hadroni se grade sa tri tripleta kvarkova. Postoje teški leptoni i šarmirane čestice, ali nema (opet) neutralnih struja.

32. Gradjenje modela je, u neku ruku, postalo zabava, pa se neretko, mogu naći i algoritmi za pravljenje teorija. Citiram jedan takav program, koji je dao J. Iliopoulos (R C.2) :

(1.) Izaberi neku gauge grupu G .
(2.) Izaberi polja "elementarnih čestica" koje želiš da uvedeš i njihove reprezentacije. Ne zaboravi da uvedeš dovoljno skalarnih polja, da bi dopustio mogućnost Higgs - mehanizma.
(3.) Napiši najopštiji renormalizabilni lagranžijan, invarijantan u odnosu na grupu G . Do ovog koraka, gauge invarijantnost je još uvek egzaktna i svi gauge - vektorski bozoni su bez mase.
(4.) Izaberi parametre Higgs-ovih skalara tako da se pojavi spontano narušavanje simetrije. U praksi, ovo često znači negativne vrednosti za parametar .
(5.) Translatorno pomeri skalar i prepiši lagranžijan preko članova transliranih polja. Izaberi pogodan gauge i kvantiziraj teoriju.
(6.) Pogledaj svojstva dobijanog modela. Ako odražava fiziku, čak i izdaleka, objavi.
(7.) Predji na (1.).

Tačke (1.) i (2.) su osnova za karakterizaciju modela u opštim gauge okvirima, i iz tog razloga je moguće praviti veliko mnoštvo teorija koje odražavaju ovu ili onu eksperimentalnu činjenicu. Ja sam se, ovde, ograničio na WS model, te Georgi - Gleshow model ujedinjavanja slabe, e.m. i jake interakcije (u četvrtom, D - poglavlju). Ovo su tzv. minimalni modeli, zasnovani na najmanjem broju zahteva, a koji, danas, odražavaju nešto od eksperimenata. Ovi su modeli, sada, uglavnom prihvaćeni kao standardni.

33. Sledeći bitan korak u izgradjivanju modela trebao bi da bude kvantizacija teorije i obrada renormalizabilnosti. Ovaj problem, zbog svoje složenosti, ovde nije razmatran. Već su Weinberg i Salam naslutili da su teorije sa spontanim cepanjem simetrije renormalizabilne, jer je to izgledalo prirodno, budući su jednačine kretanja, u "čistoj" gauge teoriji identične sa jednačinama kretanja u teoriji sa spontano narušenom simetrijom. Nakon što je dokazano da u teorijama Yang-Millsovog tipa, sa spontano narušenom simetrijom, divergencije ostaju nepromenjene, tj. da se mogu ukloniti istim dodatnim članovimakao u teoriji sa nenarušenom simetrijom, 1971. je G.´t Hooft, koristeći eksplicitnu slobodu izbora gauge-a, demonstrirao renormalizabilnost modela tipa WS.

D. G E O R G I - G L A S H O W M O D E L

OSNOVNE KARAKTERISTIKE MODELA

o1. Uzimanjem u obzir sledeće grupne karakteristike kvarkova i leptona :

grupa	leptoni	antileptoni	kvarkovi	antikvarkovi
SU(2)	dubleti	singleti	dubleti	singleti
SU(3)	singleti	singleti	tripleti	tripleti

Vidimo da u prvoj generaciji postoje tri dubleta levih kvarkova i šest singleta desnih kvarkova + levi leptonski dublet i desni leptonski singlet :

$$\begin{pmatrix} u^i \\ d^i \end{pmatrix}_L , \; u^i_R , \; d^i_R \quad i = R, B, G \qquad \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L , \; e_R ,$$

tj. familija od 15 fermiona. Ovo važi u slučaju da je neutrino bez mase. Ako neutrino ima masu, postojaće još i ν_R , tj. ukupno 16 stanja. U tom slučaju, bi se morao uvesti još i dodatni singlet, što je "neestetski".

o2. Na prvi pogled bi izgledalo najbolje da se svih 15 fermiona prve generacije smesti u jedan osnovni multiplet, spinor, koji sadrži 15 komponenti i pripada grupi SU(15). To bi, medjutim, značilo da postoji $224 = (15^2-1)$ vektorska bozona, što je očigledno,u odnosu na razmatranja u prethodnim poglavljima, za prvi pristup isuviše mnogo. Naredna razmatranja će pokazati da minimalni model, koji daje niz zadovoljavajućih rezultata, sadrži, čak, 2oo vektorskih bozona manje !

o3. Uspeh WS modela, zasnovanog na grupi SU(2) x U(1) i QCD modela, zasnovanog na grupi $SU(3)_c$, je nagoveštavao da je efektivna G_0 gauge grupa, na niskim energijama, $SU(3)_c \times SU(2) \times U(1)$. Ako je istinsko ujedinjavanje elektromagnetne, jake i slabe interakcije moguće, onda mora postojati, na višim energijama, simetrijska grupa, čiji je ostatak, na nižim energijama, ono što trenutno opažamo, tri različita tipa interakcija.

o4. Neke od osobina ove grupe mogu se uočiti na osnovu poznatih nedostataka WS modela.

a) Grupa SU(2) x U(1) ne obezbedjuje potpuno ujedinjavanje e.m. i slabe interakcije, jer se javljaju dve nezavisne konstante sprege : g i g'.

b) Naelektrisanje nije kvantizirano, već je podešeno sa Y generatorom, u izrazu za Q , odnosno, što je ekvivalentno, e je proizvoljan parametar (tako da zaista imamo e i θ , kao nezavisne parametre - ako zanemarimo da je e eksperimentalno odredjen parametar). U jedinstvenom modelu trebalo bi da postoji samo jedna konstanta sprege, a naelektrisanje da bude kvantizirano.

o5. Ako bi smo zaista uspeli da ujedinimo e.m. i slabu interakciju, nezavisno od jake interakcije, tako što bi našli grupu G^*, koja sadrži WS e.s. grupu, dakle, koja je prosta grupa, ili direktni proizvod takvih grupa, odnos g'/g bi bio fiksiran i imali bi samo jednu konstantu sprege u teoriji. Prvi nedostatak bi bio otklonjen. Efektivna grupa e.s. i jake interakcije, na niskim energijama bi bila

$$G^0 = SU(3)_c \times G^*$$

o6. Operator naelektrisanja, zbog zahteva kvantizacije, mora biti generator grupe $\mathcal{G}^{o}$, a u tom slučaju, kao što znamo, mora biti, za izabranu reprezentaciju :

$$Tr(Q)=0 ,$$

ali, budući da su leptoni singleti boje, a kvarkovi i antikvarkovi tripleti, nalaze se, svaki za sebe, u različitim reprezentacijama grupe $\mathcal{G}^{o}$. To znači da Q ne može biti generator ove grupe, jer za izabranu reprezentaciju,

$$\sum_{\text{reprezentacija 1}} Q \neq 0 \quad , \quad \sum_{\text{reprezentacija 2}} Q \neq 0 .$$

To dalje znači da se e.m. i slabe interakcije ne mogu ujediniti potpuno, a nezavisno od jake interakcije (pod polaznim pretpostavkama). Iz tog razloga moramo naći grupu $\mathcal{G}$, tako da je $\mathcal{G}_o \subset \mathcal{G}$, ili da je direktni proizvod izomorfnih prostih članova.

o7. Pitanje je koliko je (minimalno) velika grupa $\mathcal{G}$? Pošto mora sadržati $\mathcal{G}_o$ grupu kao podgrupu, red (maksimalan broj istovremeno, tj. u istom bazisu, dijagonalizabilnih generatora) je odredjen prema sledećem :

grupa :	SU(3)	SU(2)	U(1)	
red :	2	1	1	4

Otuda je red grupe $\mathcal{G}$ veći ili jednak 4 .Sledeće važno svojstvo je da grupa mora davati renormalizabilnu teoriju, što znači da ne sme biti anomalija. Uzimanjem u obzir još nekih osobina, može se pokazati da je (Georgi, Glashow,´74.)minimalni model koji ujedinjava e.m., slabe i jake interakcije moguće zasnovati na grupi SU(5).

o8. 15 fermiona prve generacije su smešteni u dva multipleta antikvintet - $\bar{5}$ i dekuplet - 10 , koji se mogu uzeti u sledećem obliku

$$\bar{5} = \psi^{\alpha *}_{L} = (d^*_R \; d^*_B \; d^*_G \; e \; \nu)_L \quad , \quad 10 = \psi_{\alpha\beta_L} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & u^*_{\underline{G}} & -u^*_{\underline{B}} & -u_R & -d_R \\ -u^*_{\underline{G}} & 0 & u^*_{\underline{R}} & -u_B & -d_B \\ u^*_{\underline{B}} & -u^*_{\underline{R}} & 0 & -u_G & -d_G \\ u_R & u_B & u_G & 0 & -e^+ \\ d_R & d_B & d_G & e^+ & 0 \end{pmatrix}_L , \quad \bar{\psi}^*_L \sim \psi_R$$

$$\psi^* = C\bar{\psi}^T \qquad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\underline{G}, \underline{B}, \underline{R}$ antiboja

Dekuplet se dobija kao antisimetrični proizvod (u smislu teorije grupa) korišćenjem kvinteta. Neposredne posledice ovog pretstavljanja su sledeće :

o9. Kvantizacija naelektrisanja : Q je generator SU(5). Iz $\bar{5}$ se dobija

$$Tr(Q)_{\bar{5}} = \sum_{\bar{5}} Q = Q_{d^*_R} + Q_{d^*_B} + Q_{d^*_G} + Q_e + Q_\nu = 0 ,$$

što, u tačnoj SU(5) simetriji postaje :

$$3Q_{d^*} + Q_e = 0 .$$

Ako postavimo : $Q_e = -1$ biće $Q_{d^*} = 1/3$, $Q_d = -1/3$.

Iz $Q_{W^+} = 1$ se dobija:

$$Q_u = Q_{W^+} - Q_{d^*} = 1 - 1/3 = 2/3 .$$

Proton je vezano stanje dva u kvarka i jednog d kvarka $(p = 2u + d)$, pa je $Q_p = 2\cdot\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = 1$, što je tačno do na 10^{-21}.

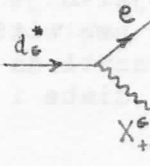
Vidimo da je razlomljenost naelektrisanja kvarkova prirodna posledica SU(5) simetrijskog modela.

lo. Iredućibilne reprezentacije $\bar{5}$ i 10 nisu anomalno slobodne, ali je reprezentacija grupe u kojoj je 15 čestica pomešano, anomalno slobodna. Uslov za anomalnu slobodu je $\mathrm{Tr}\,Q_{dublet} = 0$. Prema sadržaju multipleta 15 je:

$$\mathrm{Tr}\,Q_{15} = \mathrm{Tr}\,Q_{\bar{5}}\Big|_{dub} + \mathrm{Tr}\,Q_{10}\Big|_{dub} = (-1) + (+1) = 0$$

11. Za grupu SU(2) x U(1) smo videli da ima četiri gauge bozona i da se mogu pogodno smestiti u gauge-bozonsku matricu formata 2x2. QCD sadrži osam gauge bozona - tzv. gluona; oni se takodje mogu smestiti u gauge-bozonsku matricu, ali formata 3x3. Grupa SU(5) daje 24 gauge bozona, koji se mogu smestiti u matricu formata 5x5. Grupe nižeg reda se nalaze u ovoj matrici, kao podgrupa; simbolično :

$$\begin{array}{cc} & e \\ d^*_G & \boxed{X^G_{+\frac{4}{3}}} \end{array}$$



	d^*_R	d^*_B	d^*_G	e	ν
d^*_R	G_1+G_2+ $+A_\mu+Z_\mu$	RB	RG	$X^R_{+\frac{4}{3}}$	$Y^R_{+1/3}$
d^*_B	BR	G_1+G_2+ $A_\mu+Z_\mu$	BG	$X^B_{+4/3}$	$Y^B_{+1/3}$
d^*_G	GR	GB	G_1+G_2+ $+A_\mu+Z_\mu$	$X^G_{+4/3}$	$Y^G_{+1/3}$
e	$\overline{X^R_{-4/3}}$	$\overline{X^B_{-4/3}}$	$\overline{X^G_{-\frac{4}{3}}}$	$A_\mu+Z_\mu$	W_μ^-
ν	$\overline{Y^R_{-1/3}}$	$\overline{Y^B_{-1/3}}$	$\overline{Y^G_{-1/3}}$	W_μ^+	Z_μ

Ovom gauge-bozonskom matricom su obezbedjeni svi mogući prelazi izmedju čestica $\bar{5}$. Pored starih gauge-bozona, uočavamo i nove, tzv. lepto--kvarkove, koji prenose novi tip interakcije : leptoni $\rightleftarrows$ kvarkovi. Ovih bozona je ulupno 12, a nose i običan naboj (naelektrisanje), naboj boje (tripleti boje po SU(3)) i slabi naboj (dubleti po SU(2)).

12. Sada se zahteva invarijantnost u odnosu na transformacije

$$\psi'(x) = e^{i\alpha^a(x)\frac{T_a}{2}}\,\psi(x)$$

gde su T_a matrice formata 5x5, koje pretstavljaju 24 generatora grupe SU(5). Matrična reprezentacija generatora se bira, analogno SU(2) i SU(3) izboru :

$$T_a = \left(\begin{array}{ccc:cc} & \lambda_a & & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & 0 & & 0 \end{array}\right), \quad T_9 = \left(\begin{array}{ccc:cc} & & & 1 & 0 \\ & 0 & & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 \\ \hdashline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right), \quad T_{10} = \left(\begin{array}{ccc:cc} & & & -i & 0 \\ & 0 & & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 \\ \hdashline i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right), \quad \ldots,$$

$a = 1, \ldots 8$

λ_a-Gell-Mann matrice grupe SU(3)

$$T_{15} = \frac{1}{\sqrt{6}}\left(\begin{array}{ccc:cc} 1 & 0 & 0 & & \\ 0 & 1 & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & 1 & & \\ \hdashline & & & -3 & 0 \\ & 0 & & 0 & 0 \end{array}\right), \qquad T_{24} = \frac{1}{\sqrt{10}}\left(\begin{array}{ccc:cc} 1 & 0 & 0 & & \\ 0 & 1 & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & 1 & & \\ \hdashline & & & 1 & 0 \\ & 0 & & 0 & -4 \end{array}\right).$$

Tačkice iza T_{10} označavaju da se ostale matrice (ima ih još 12) dobijaju po istom šablonu (koristeći 1, odnosno $\pm i$) kao i matrice T_9 i T_{10}.

U odnosu na boju i slabi izospin, dekuplet je reducibilan, što znači da je univerzalnost jake, slabe i e.m. interakcije obezbedjena ((u_{ji}, d_{ji}) obrazuju dublet u odnosu na slabi izospin, a tretiraju se isto kao i (ν, e); u_R čine triplet boje, a SU(2) singlet, a tretiraju se na isti način kao i d_i^*, osim što se tiče hipernaelektrisanja.)

SPREZANJE GAUGE BOZONA I FERMIONA

13. U lagranžijanskoj gustini SU(5) grupe se javljaju sledeća sprezanja fermiona sa gauge bozonima :

U(1) grupa : $$g_1 B_\mu \sum_f \bar{f}\left(\frac{CY}{2}\right)\gamma_\mu f$$

gde se sumiranje vrši po svim česticama, kvarkovima i leptonima, dubletima i singletima. C je konstanta, a B_μ gauge polja grupe U(1), koja generiše slabo hipernaelektrisanje. Takodje

$$B_\mu = \cos\theta_W Z_\mu + \sin\theta_W A_\mu ,$$

gde je A_μ fotonsko polje, a g_1 je konstanta sprege.

SU(2) grupa : $$g_2 \vec{W}_\mu\left(\sum_l \bar{l}\gamma_\mu\frac{\vec{\tau}}{2}l + \sum_q \bar{q}\gamma_\mu\frac{\vec{\tau}}{2}q\right)_L$$

gde se sumiranje vrši po svim dubletima levih kvarkova q i levih leptona l. g_2 je konstanta sprege za grupu SU(2), a $\vec{W}_\mu$ ima za komponente naelektrisane vektorske bozone $W_\mu^\pm$ i A_μ^3:

$$W_\mu^\pm = \frac{(A_\mu^1 \pm i A_\mu^2)}{\sqrt{2}} \qquad \begin{aligned}\vec{W}_\mu &= (W_\mu^-, W_\mu^+, A_\mu^3)\\ \vec{\tau} &= (\tau^+, \tau^-, \tau_3)\\ \tau^\pm &= (\tau_1 \pm \tau_2)/\sqrt{2}\end{aligned}$$

SU(3) grupa : $$g_3 G_\mu^a \sum_q \bar{q}\gamma_\mu\frac{\lambda^a}{2}q \qquad a = 1, 2, \ldots 8$$

gde su G_μ^a gluonska polja, a g_3 konstanta sprege grupe SU(3).

14. Sprezanje novih, leptokvark, bozona je odredjeno sa :

$$\frac{g}{\sqrt{2}} X_\mu^i\left(\bar{d}_{iL}\gamma_\mu e_L^+ + \overline{e_L^-}\gamma_\mu d_{iL}^* + \varepsilon_{ijk}\bar{u}_{jL}^*\gamma_\mu u_{kL}\right)$$

$$\frac{g}{\sqrt{2}} Y_\mu^i\left(\bar{d}_{iL}^*\gamma_\mu \nu_L + \overline{e_L^+}\gamma_\mu u_{iL} + \varepsilon_{ijk}\bar{d}_{jL}\gamma_\mu u_{kL}^*\right),$$

gde $*$ označava konjugaciju naboja a koeficijent $1/\sqrt{2}$ je u skladu sa normiranjem struja odgovornih za emisiju X, Y i $W^\pm$ bozona. Indeksi i, j, k označavaju boje : R, B, G.

15. Konstanta C u sprezanju za grupu U(1) je uvedena da bi normiranje u oblasti tačne SU(5) simetrije bilo jednako za sve tri grupe SU(3), SU(2), U(1). Gell-Mann-ove i Pauli-eve matrice se javljaju kao generatori grupe SU(5), a dijagonalna matrica $Y/2$ je samo proporcionalna sa generatorom grupe SU(5). U opštem slučaju, za proizvoljna dva generatora SU(5) važi :

$$T_r(T_\alpha T_\beta) = \Omega\,\delta_{\alpha\beta} ,$$

gde je Ω normalizaciona konstanta, koja može da zavisi samo od reprezentacije. Otuda je, za bilo koji generator grupe :

$$T_r(T^2) = \Omega .$$

Normiranje izvodimo prema : $T_r\left(\frac{\tau_a}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$; $T_r\left(\frac{\lambda_a}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$.

Onda je : $T_r\left(\frac{CY}{2}\right)^2 = T_r\left(\frac{\tau_a}{2}\right)^2 = T_r\left(\frac{\lambda_a}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$.

Odavde je : $C^2 = \dfrac{(1/2)}{T_r\left(\frac{Y}{2}\right)^2}$.

Ako podjemo od kvinteta, zbog $Q = T_3 + Y/2$ biće : $T_r\left(\frac{Y}{2}\right)^2 = 3\left[\frac{Y}{2}(d_i)\right]^2 + 2\left[\frac{Y}{2}(e_i)\right]^2 =$

$$= 3\cdot\left(\tfrac{1}{3}\right)^2 + 2\cdot\left(\tfrac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{6} .$$

Odavde je : $C^2 = 3/5$.

16. Znamo da je : $\sin^2\theta_w = \dfrac{e^2}{g^2} = \dfrac{g'^2}{g^2+g'^2} = \dfrac{1}{1+\frac{g^2}{g'^2}}$.

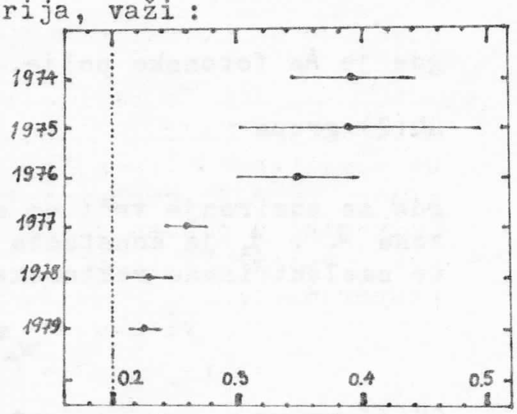
Iz lagranžijanske gustine za U(1) vidimo, da staroj konstanti g' odgovara konstanta Cg_1 , a za grupu SU(2) nalazimo $g_2 = g$. Otuda, u granici kada je SU(5) tačna simetrija, važi :

$$\sin^2\theta_w = 1/(1+1/C^2) = 1/(1+5/3) = 3/8 = 0.375$$

Eksperimentalna vrednost za $\sin^2\theta_w$ u periodu od nekoliko godina su date na slici 16 (R D1).

Svetska srednja vrednost je :

$$\sin^2\theta_w\ (\text{niske energije}) \approx \frac{0.227}{0.224} \pm \underset{(\text{exp})}{0.015} \pm \underset{(\text{teor})}{0.010} .$$



(sl. 16)

Zapaža se očigledno neslaganje, razlog je u činjenici da nadjeni teorijski rezultat važi u oblasti energija u kojoj je g jedinstvena konstanta sprege (simetrijska granica). Poredjenje sa eksperimentalnom vrednošću očito govori da te energije nisu današnje laboratorijske (niske).

JAČINA INTERAKCIJE

17. Iz Coulob-ovog zakona za silu F privlačenja izmedju elektrona i protona na rastojanju r , dobija se :

$$F\cdot r^2/\hbar c = (1/4\pi)\, e^2/\hbar c \qquad \left(= \frac{e^2}{4\pi} \quad \hbar = c = 1 \right) ,$$

tj. bezdimenzioni broj, dakle nezavisan od sistema jedinica, tzv. e.m. konstanta fine strukture $\alpha_{e.m.}$. Za sve ostale interakcije ovog tipa, ova jačina će se razlikovati za neku konstantu (celobrojnu zbog navedene kvantizacije naelektrisanja. Zato je $\alpha_{e.m}$ apsolutna mera za jačinu e.m. interakcije.

18. Prema Heisenberg-ovom principu neodredjenosti, sistem od, npr. dva stacionarna elektrona, sa očuvanim totalnim momentom i energijom , može narušiti ovu ravnotežu interagujući izmenom virtuelnog fotona energije ΔE , u intervalu vremena Δt , odredjenom iz :

$$\Delta E\ \Delta t \geq \hbar/2 ,$$

vraćajući se, zatim, u početno stanje. Budući je ovo dopušteno, virtuelni fotoni se mogu spontano pojavljivati u svakom trenutku i na svakom mestu. Ali foton, u toku tog vremena, može i da se "raspadne" na elektron i pozitron (polarizacija vakuuma). Rezultat je da se realni elektron javlja u oblaku virtuelnog naelektrisanja. Fotoni su električno neutralni, ali virtuelni elektroni i pozitroni interaguju sa realnim elektronom tako što ga virtuelni elektroni odbijaju, a virtuelni pozitroni privlače. Otuda "čisto" naelektrisanje realnog elektrona biva umanjeno oblakom pozitivnog naelektrisanja, koje mu "smeta". Kada se deo naelektrisanja, koja zaklanjaju realni elektron, ukloni (teorijski, tzv. tehnikom renormalizacije) konačni ostatak je njegovo "pravo" naelektrisanje, mereno sa datog rastojanja.

Da bi smo eliminisali još jedan višak virtuelnog naelektrisanja, treba da se približimo realnom elektronu (nekom probnom česticom) na još kraće rastojanje. Ali, približananjem dobijamo da realno naelektrisanje raste.(U QED, elektron je tačkast, što znači da mu je i naelektrisanje tačkasto (δ - funkcija)). Posledica ovog je da i konstanta fine strukture trpi istu promenu sa promenom rastojanja. Izmerena konstanta fine strukture :

$$\alpha_{e.m.} = (1/137) \equiv \alpha \;,$$

opaža se na atomskim rastojanjima $\sim 10^{-8}$ cm.

19. Drugačija je, medjutim, situacija sa jakim i slabim interakcijama. U slučaju jakih interakcija, kvark-antikvark parovi su analogni elektron-pozitronskim virtuelnim parovima u prethodnom primeru, ali gluoni takodje nose naboj boje posmatranog kvarka (dok su fotoni bili neutralni u odnosu na naelektrisanje posmatranog realnog elektrona). Ako pokušamo da se približimo kvarkovima, - šta će se desiti ? Šta kažu eksperimenti ?

Visoko energetska lepton-nukleon rasejanja tipa

$$\text{lepton} + \text{nukleon} \longrightarrow \text{lepton}' + \text{hadronski sistem}$$

u duboko neelastičnoj oblasti, okarakterisanoj sa :

a) velikom polaznom energijom elektrona;
b) velikim prenetim momentom (sa leptona na hadronski sistem);

koji su izvedeni u

- Stanford (SLAC) - sa elektronima;
- Batavia (FNAL) } - sa mionskim neutrinom
- Geneva (CERN) }

govore da :

1. u trenutku interakcije, meta (nukleon) se ponaša kao da je sastavljena od elementarnijih sastojaka, koji se mogu identifikovati sa kvarkovima.

2. Svaki od kvarkova se, u interakciji sa leptonima, ponaša kao da je slobodna čestica, mada je vezan u unutrašnjost nukleona.

3. U konačnom stanju se javljaju samo hadroni, ali slobodni kvarkovi nikada.

Jedini način da se opiše ovo rasejanje, u okviru teorije polja je da se pretpostavi da se jaka interakcija, izmedju kvarkova, opiše neabelovskom gauge teorijom sa $SU(3)_c$. Ova teorija je (zasad jedina) u stanju da opiše činjenicu da su, za kratka rastojanja, jake interakcije - veoma slabe (kvarkovi se ponašaju kao slobodne čestice), dok za velika rastojanja jaka interakcija postaje sve jača i teži u beskonačnost (kvarkovi su zarobljeni). Razlog ovom ponašanju je u činjenici da se naboj boje javlja rasplinut u prostoru (preovladavaju virtuelni gluoni, koji takodje nose naboj boje realnog kvarka). Približavanjem kvarku, naboj boje se smanjuje. Jake interakcije (za koje informacije o jačini sile prenose gluoni) stoga, postaju slabije na manjim rastojanjima.

2o. Slabe interakcije takodje imaju $W^{\pm}_{\mu}$ naelektrisane prenosioce, koji uzrokuju smanjenje naelektrisanja sa smanjenjem rastojanja. Samo, opadanje je ovde mnogo blaže. Navedena ponašanja ispoljavaju i odgovarajuće "konstante fine strukture". Šta se dešava ekstrapolacijom ovih konstanti, koristeći merene vrednosti u širem opsegu? Uočava se tendencija konvergencije u jednu tačku, u kojoj je :

$$\alpha_{e.m.} = \alpha_{jake} (\equiv \alpha_s) = \alpha_{slabo} (\equiv \alpha_w) ,$$

za rastojanja reda 10^{-29} cm, odnosno energije reda 10^{15} GeV. Drugim rečima, jačine svih sila postaju jednake!

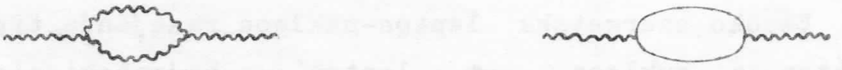
21. Efektivna konstanta sprege $g_i(\mu^2) \ll 1$ u normalizacionoj tački μ, za koju je $m \leq \mu \leq M$, gde je M masa u kojoj je SU(5) tačna simetrija, a m masa čestice, odredjena je jednačinom renormalizacione grupe

$$\frac{d g(\mu)}{d \ln \mu} = \beta(g_i(\mu)) .$$

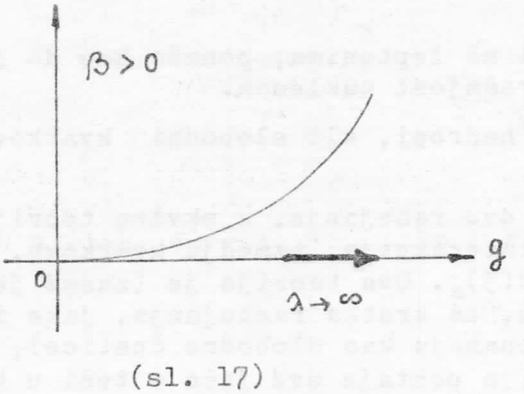
Perturbaciono je β funkcija odredjena sa

$$\beta(g_i) \approx b_i g_i^3 + O(g_i^5) ,$$

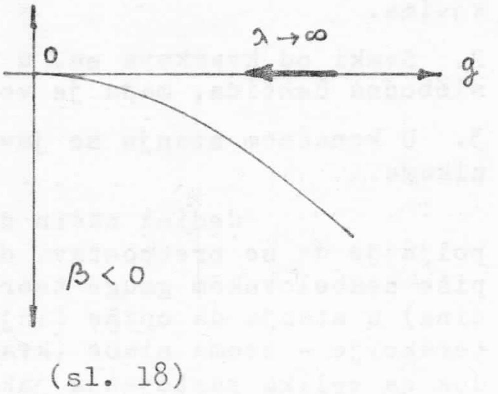
gde je b_i faktor odredjen petljama virtuelnih čestica :



a Higgs-ovske petlje se zanemaruju (m_X, m_Y su dovoljno velike mase). Perturbaciona teorija, koja se, zbog nepoznavanja opštih rešenja dinamičkih jednačina, koristi, može da kaže o ponašanju β funkcije - samo u okolini $g_i = 0$. ($\beta(g=0) = 0$, teorija je slobodna teorija polja.) Kakva će biti priroda nule (atraktor ili repulzor) zavisi od znaka prvog neiščezavajućeg člana u razvoju za β po stepenima od g (a to je, u stvari, ekvivalentno primeni perturbacionog računa). Ako je prvi član u razvoju pozitivan, ishodište sile je repulzor (npr. QED), a ako je negativan, ishodište je atraktor (npr. QCD), slike 17 i 18, respektivno. ($\lambda \to \infty$ odgovara $r \to 0$)



(sl. 17)



(sl. 18)

Od svih renormalizabilnih teorija polja samo gauge teorije neabelovskih grupa su asimptotski slobodne - prvi član negativan, tj. efektivna konstanta sprege postaje sve manja i manja i iščezava u granici kada rastojanja teže nuli (impulsi u beskonačnost).

22. Integracija u izrazima prve aproksimacije perturbacionog računa, sa promenljivom donjom granicom, daje : $\int_\mu^M \frac{dg_i}{b_i g_i^3} = \int_\mu^M d\ln\mu$,

odakle je : $\frac{1}{g_i^2(\mu)} = \frac{1}{g_i^2(M)} + b_i \ln\frac{M^2}{\mu^2}$,

odnosno, preko konstanti fine strukture (uz $-4\pi b_i = B_i$) :

$$\frac{1}{\alpha_i(\mu)} = \frac{1}{\alpha_i(M)} - B_i \ln\left(\frac{M}{\mu}\right)^2 , \quad i = 1, 2, 3 .$$

Prema oznakama je : $SU(5) \supset SU(3)_c \times SU(2) \times U(1)$

$$\downarrow \qquad \downarrow \qquad \downarrow \qquad \downarrow$$

$$g_0 = g_{GUM} ,\quad g_3 = g_s ,\quad g_2 = g = e/\sin\theta ,\quad g_1 = g'/C = e/C\cos\theta$$

odnosno : $\alpha_0 = \alpha_{GUM}$, $\frac{1}{\alpha_3(\mu)} = \frac{1}{\alpha_s}$, $\frac{1}{\alpha_2(\mu)} = \frac{\sin^2\theta}{\alpha}$ $\frac{1}{\alpha_1(\mu)} = \frac{3}{5}\frac{\cos^2\theta}{\alpha}$,

a u slučaju tačne SU(5) simetrije, u oblasti $\mu = M$:

$$\alpha_0(M) = \alpha_3(M) = \alpha_2(M) = \alpha_1(M) .$$

23. Do najnižeg reda izračunato B_i iznosi, za asimptotski slobodnu SU(3) grupu :

$$B_i = \frac{1}{4\pi}\left(11 - \frac{2}{3}N_f\right) ,$$

gde prvi član potiče od gluonskih (u opštem slučaju, vektor-bozonskih) petlji, a drugi deo od fermionskih petlji, pri čemu je N_f broj kvark-mirisa (u opštem slučaju broj osnovnih fermionskih multipleta odgovarajuće grupe). U oblasti tačne SU(5) simetrije je $B_2 = B_3$. U oblasti narušene SU(5) simetrije do $SU(3)_c \times SU(2) \times U(1)$, zbog vektor-bozonskih petlji SU(2) grupe, umesto koeficijenta 11 imamo koeficijent 22/3 . Drugi deo, koji potiče od fermionskih petlji, ostaje isti. Gluoni i intermedijarni bozoni nemaju hipernaelektrisanje SU(2) grupe, te za predani impuls $q(\mu)$ u α_1 nema doprinosa od vektor-bozonskih petlji. Otuda je B_1 odredjeno samo fermionskim petljama. Posebno napisane, ove konstante iznose :

$$B_1 = -\frac{N_f}{6\pi} \qquad B_2 = \frac{11}{6\pi} + B_1 \qquad B_3 = \frac{11}{4\pi} + B_1 ,$$

a za $N_f = 6$ biće :

$$B_1 = \frac{1}{4\pi}(-4) \qquad B_2 = \frac{1}{4\pi}\left(+\frac{20}{6}\right) \qquad B_3 = \frac{1}{4\pi}(+7) .$$

Vidimo da su B_2 i B_3 pozitivni brojevi, a B_1 je negativno. To znači da α_s i α_w opadaju sa porastom predanog impulsa, odnosno μ ,(asimptotska sloboda), a da α_1 raste. Dalje nalazimo, da sledeće razlike ne zavise od N_f :

$$\frac{1}{\alpha_s(\mu)} - \frac{1}{\alpha_w(\mu)} = -\frac{11}{12\pi}\ln\left(\frac{M}{\mu}\right)^2$$

$$\frac{1}{\alpha_w(\mu)} - \frac{1}{\alpha_1(\mu)} = -\frac{11}{6\pi}\ln\left(\frac{M}{\mu}\right)^2 .$$

24. Da nadjemo vrednost M, podjimo od : $\frac{1}{e^2}=\frac{1}{g^2}+\frac{1}{g'^2}=\frac{1}{g_2}+\frac{1}{g_1^2C^2}$,

odnosno: $\frac{1}{\alpha}=\frac{1}{\alpha_2}+\frac{1}{C^2\alpha_1}=\frac{1}{\alpha_0}-B_2\ln\left(\frac{M}{\mu}\right)^2+\frac{1}{C^2}\frac{1}{\alpha_0}-\frac{B_1}{C^2}\ln\left(\frac{M}{\mu}\right)^2=\frac{8}{3}\frac{1}{\alpha_0}-\left[\frac{20}{24\pi}-\frac{5}{3}\cdot\frac{4}{4\pi}\right]\ln\left(\frac{M}{\mu}\right)^2=\frac{8}{3}\frac{1}{\alpha_0}+\frac{5}{6\pi}\ln\left(\frac{M}{\mu}\right)^2$,

odakle je : $\frac{1}{\alpha(\mu)}-\frac{8}{3}\frac{1}{\alpha_s(\mu)}=\frac{8}{3}\frac{1}{\alpha_0}+\frac{5}{6\pi}\ln\left(\frac{M}{\mu}\right)^2-\frac{8}{3}\frac{1}{\alpha_0}+\frac{8\cdot7}{3\,4\pi}\ln\left(\frac{M}{\mu}\right)^2=\frac{11}{2\pi}\ln\left(\frac{M}{\mu}\right)^2$.

Ako uzmemo $\mu\sim M_W\approx 80$ GeV, možemo odrediti M . Pri tome je :

$$\alpha(m_e)=1/137 \qquad \alpha(M_W)=1/127{,}8 \quad ,$$

a $\alpha_s(\mu)$ odredjujemo parametrizacijom (iz neelastičnog lepton-nukleon rasejanja), preko parametra Λ :

$$\frac{1}{\alpha_s(\mu)}=B_3\ln\left(\frac{\mu}{\Lambda}\right)^2=\frac{33-2N_f}{12\pi}\ln\left(\frac{\mu}{\Lambda}\right)^2$$

Uz $N_f=6$ i $\Lambda=250$ MeV sledi $\alpha_s(M_W)\approx(6.43)^{-1}$. Iz ovih se vrednosti dobija:

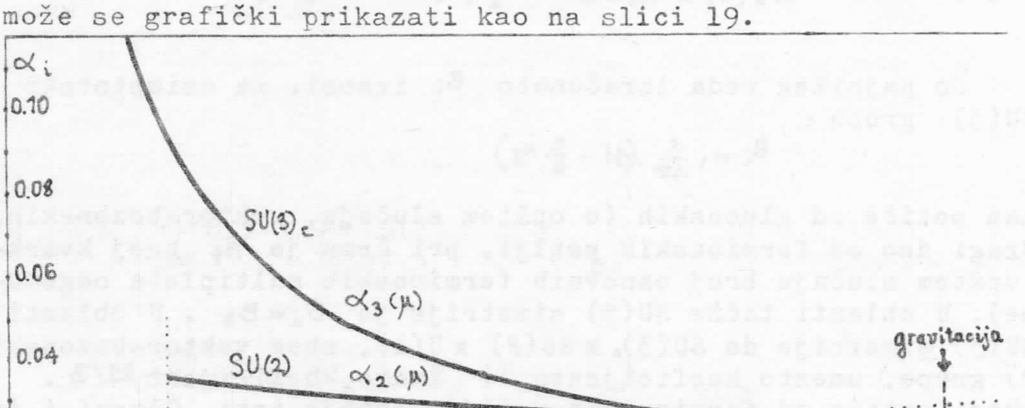
$$M\approx 4\cdot10^{15}\ \text{GeV}\sim 10^{15}\ \text{GeV} ,$$

tako da je $\alpha_{gun}=0.022$. S druge strane, za tačnu SU(5) simetriju je :

$$\alpha_s=\alpha_2=\alpha/\sin^2\theta=\alpha\cdot 8/3=0.019\approx 0.020$$

Slaganje je, očigledno, zadovoljavajuće.

25. Kvalitativno ponašanje α_i u zavisnosti od parametra μ,(r), može se grafički prikazati kao na slici 19.



sl. 19.

26. Renormalizaciona popravka i vrednost za $\sin^2\theta$ se može izračunati, polazeći od :

$$\frac{11}{6\pi}\ln\left(\frac{M}{\mu}\right)^2=\frac{1}{\alpha_1}-\frac{1}{\alpha_2}=4\pi C^2\left(\frac{1}{C^2g_1^2}-\frac{1}{C^2g_2^2}\right)=4\pi C^2\left[\frac{1}{g'^2}-\frac{1}{C^2g_2^2}+\frac{1}{g_2^2}-\frac{1}{g_2^2}\right]=$$

$$=4\pi C^2\left[\frac{1}{e^2}-\left(\frac{1}{C^2}+1\right)\frac{1}{g^2}\right]=\frac{3}{5}\frac{1}{\alpha}\left(1-\frac{8}{3}\sin^2\theta\right)$$

S druge strane je : $\frac{11}{6\pi}\ln\left(\frac{M}{\mu}\right)^2=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{8}{3}\frac{1}{\alpha_s}\right)$

pa je : $$\sin^2\theta_W=\frac{1}{6}+\frac{5}{9}\frac{\alpha}{\alpha_s(\mu)} \qquad \left(=\frac{3}{8} \qquad \mu\approx M\right)$$

$$\sin^2\theta_W=\frac{3}{8}-\frac{55\alpha}{48\pi}\ln\left(\frac{M}{\mu}\right)^2 \qquad \left(=\frac{1}{6} \qquad \frac{\alpha}{\alpha_s}\to 0\right)$$

Korišćenjem $\alpha(M_W)$ i $\alpha_s(M_W)$ dobija se, za niske energije, :

$$\sin^2\theta_w = 0.194 .$$

Teorijski rezultat je izuzetno blizak eksperimentalnom, što govori o opravdanosti SU(5) teorije. Prvi eksperimentalni rezultati su bili (vidi sl. 16) reda 0.38 , pa se gornji rezultat uzimao za najozbiljniji argument protiv SU(5) šeme.

Dobijeni rezultat je jedan od dva nisko - energetska teorijska predvidjanja, koji daju indirektan dokaz za teorije ujedinjavanja uopšte.

SPONTANO NARUŠAVANJE SIMETRIJE

27. Narušavanje SU(5) simetrije, tj. davanje mase odgovarajućim gauge bozonima i fermionima se izvodi u dve etape:

$$SU(5) \longrightarrow SU(3)\times SU(2)\times U(1) \longrightarrow SU(3)\times U(1) .$$

To znači da polazimo od 24 gauge bozona SU(5) grupe i u prvoj etapi ostajemo sa 12 gauge bozona grupe SU(3) x SU(2) x U(1) bez mase, a u drugoj etapi, sa 8 + 1 gauge bozon bez mase, koji nam definišu egzaktnu simetriju (boja i električni naboj). Prvo narušavanje izvodimo skalarnim multipletom u pridruženoj reprezentaciji, $\Phi(24)$ gde je

$$\Phi(24) = (\Phi_{ij}) \quad i,j = 1,\dots 5 \quad ; \quad Tr(\Phi) = 0 .$$

Drugo narušavanje se izvodi skalarnim multipletom u osnovnoj reprezentaciji:

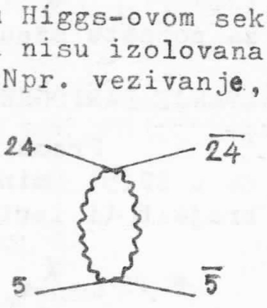
$$\varphi(5) = \begin{pmatrix} \varphi_R^{1/3} \\ \varphi_B^{1/3} \\ \varphi_G^{1/3} \\ \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \left.\vphantom{\begin{matrix}a\\a\\a\end{matrix}}\right\} SU(3)_c \\ \left.\vphantom{\begin{matrix}a\\a\end{matrix}}\right\} SU(2) \end{matrix} .$$

Ova druga etapa je analogna narušavanju simetrije u WS modelu. Vakuumska očekivana vrednost za ove multiplete je $\neq 0$:

$$\langle 0|\Phi|0\rangle = O(10^{14}\,GeV) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & & \\ 0 & 1 & 0 & & \\ 0 & 0 & 1 & & \\ & & & -3/2 & 0 \\ & & & 0 & -3/2 \end{pmatrix} \equiv \xi\,\delta_{\alpha\beta} \qquad \langle 0|\varphi|0\rangle = O(10^2\,GeV) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \equiv \eta\,\delta_{\beta 5} .$$

Prvim narušavanjem simetrije X_μ i Y_μ bozoni dobijaju masu, a ostaje 12 Higgs-ovskih bozona sa masom. Neutralna komponenta skalarnog kvinteta daje masu vektorskim bozonima $W_\mu^\pm$ i Z_μ , tri Higgs-bozona $\varphi_i^{+1/3}$ (i = R , B , G) dobija masu.

28. Najveći problemi SU(5) teorije su u Higgs-ovom sektoru, delimično i zbog toga što dva skalarna multipleta nisu izolovana medjusobno, tj. vezani su petljama vektorskih bozona. Npr. vezivanje, hijerarhijom interakcija, može da dovede, u principu, do iščezavanja prethodno uspostavljene narušenosti SU(5) simetrije (potencijalna kriva dobija, opet, stari oblik). Stoga postoji čitav niz "izvlačenja" iz ove situacije, počev od uvodjenja odgovarajućih potencijala, itd .



MASE FERMIONA

29. Fermioni dobijaju masu pogodnim sprezanjem sa skalarnim poljima. Moguća sprezanja sa $\varphi(5)$ su (do na konstantu) :

$$\mathcal{L}_1 \sim \psi_{\bar{5}}\, \psi_{10}\, \varphi_{\bar{5}} = \psi^{\alpha} \psi_{\alpha\beta}\, \varphi^{\beta}$$
$$\mathcal{L}_2 \sim \psi_{10}\, \psi_{10}\, \hat{\varepsilon}\, \varphi_5 = \psi_{\alpha\beta}\, \psi_{\gamma\delta}\, \varepsilon^{\alpha\beta\gamma\delta\rho}\, \varphi_{\rho} \, .$$

Uzimanjem $\langle 0|\varphi|0\rangle$ se dobija :

$$\mathcal{L}_1 \sim \psi^{\alpha} \psi_{\alpha\beta}\, \eta\, \delta_{\beta 5} = \psi^{\alpha} \psi_{\alpha 5}\, \eta$$
$$\mathcal{L}_2 \sim \psi_{\alpha\beta}\, \psi_{\gamma\delta}\, \varepsilon^{\alpha\beta\gamma\delta\rho}\, \eta\, \delta_{\rho 5} = \psi_{\alpha\beta}\, \psi_{\gamma\delta}\, \varepsilon^{\alpha\beta\gamma\delta 5}\, \eta \, .$$

Iz prvog izraza sledi :

$$\mathcal{L}_1 = \tilde{g}_1 \eta \left(\bar{d}_R d_R + \bar{d}_B d_B + \bar{d}_G d_G + \bar{e} e \right) \, ,$$

odakle su odgovarajuće mase $m_d = m_e = \tilde{g}_1 \eta$, tj. neodredjene. Uzimanjem u obzir ostalih generacija odnosi su

$$\frac{m_e}{m_d} = \frac{m_\mu}{m_s} = \frac{m_\tau}{m_b} = 1 \, .$$

Eksperimentalno je, medjutim :

$$\frac{m_e}{m_d} \sim \frac{m_\mu}{m_s} \cdot \frac{1}{10} \qquad \frac{m_\tau}{m_b} \sim \frac{1}{3} \, .$$

30. Zbog antisimetričnosti 10 i $\varepsilon^{\alpha\beta\gamma\delta\rho}$, dolazi u obzir samo izrazi sa $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq \delta \neq 5$ tj. indeksi $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ idu od 1 do 4, što znači da, ovim sprezanjem dobijaju masu samo u kvarkovi. Uzimanjem u obzir svih mogućih kombinacija sledi :

$$\mathcal{L}_2 = \tilde{g}_2 \left(\bar{u}_R u_R + \bar{u}_B u_B + \bar{u}_G u_G \right) \, ,$$

što znači da su i mase u kvarkova jednake. Uzimanjem u obzir ostalih generacija, dobijamo (proizvoljne) parametre masa m_u , m_c, m_t.

31. Uvodjenjem drugih skalarnih multipleta se mogu dobiti bolje relacije za odnos masa fermiona. Tako više multipleta $\varphi(5)$ i jedan multiplet 45 daju sledeće relacije :

$$(m_e/m_d) \approx 1/3 \quad , \quad (m_\mu/m_s) = 3 \quad , \quad (m_\tau/m_b) = 1 \quad ,$$

što je (ipak) mnogo bolje usaglašeno sa eksperimentalnim vrednostima.

32. Račun za masu m_b "bottom" - kvarka je drugi indirektan dokaz valjanosti teorije ujedinjavanja, na niskim energijama. Za visokoenergijsku simetrijsku granicu je $m_b = m_\tau$. Kada se uzmu u obzir i popravke, na niskim energijama se dobija :

$$\frac{m_b}{m_\tau} = \left[\frac{\alpha_s(10\,\mathrm{GeV})}{\alpha(M)} \right]^{4/(11-\frac{2}{3}N_f)} \cdot \left[1 \pm O(10)\,\% \right] \, ,$$

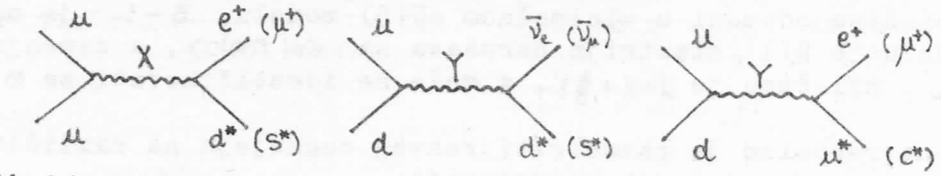
Što, za poznatu masu $m_\tau \approx 1{,}9$ GeV i $N_f = 6$, daje $m_b \approx (5-5{,}5)$ GeV (R D2).

NARUŠAVANJE BARIONSKOG BROJA

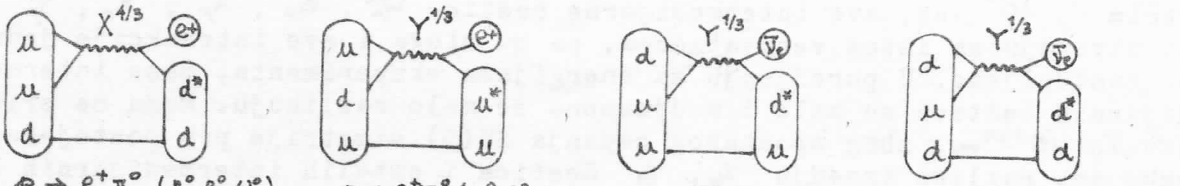
33. Prema izrazu za sprezanje X i Y bozona sa fermionima vidimo da u SU(5) (minimalnom) modelu nužno dolazi do neočuvanja barionskog broja B (i leptonskog broja - L - takodje !). Naime, prema :

$$u\, u \xrightarrow{X} e^+ d^* \quad , \quad \mu^+ s^* \quad , \ \ldots$$
$$u\, d \xrightarrow{Y} d^* \bar{\nu}_e \quad , \quad s^* \bar{\nu}_\mu \quad , \ \ldots$$
$$u\, d \xrightarrow{Y} e^+ u^* \quad , \quad \mu^+ c^* \quad , \ \ldots$$

odnosno, grafički :



Kombinacijom sa u, d kvarkovima (tzv. spektator-ima - "posmatračima"), dobijamo :



$p \to e^+\pi^0 \; (\eta^0, \rho^0, \omega^0)$ $\quad p \to e^+\pi^0 (\eta^0, \rho^0, \omega^0)$ $\quad p \to \bar{\nu}_e \pi^+ (\rho^+)$ $\quad n \to \bar{\nu}_e \pi^0 (\eta^0, \rho^0, \omega^0)$.

Analogno, postoje raspadi :

$$p = u\,u\,d \to \mu^+ s^* d = \mu^+ K^0 \qquad n = d d u \to \bar{\nu}_\mu s^* d = \bar{\nu}_\mu K^0$$
$$\to \bar{\nu}_\mu s^* u = \bar{\nu}_\mu K^+ \, ,$$

c - kvark ne doprinosi raspadu protona.

34. Verovatnoća raspada protona se može oceniti prema matričnom elementu raspada, koji je proporcionalan sa

$$A \sim \frac{g^2}{m_X^2} \sim \frac{\alpha}{m_X^2} \, ,$$

odakle je širina Γ (odnosno učestanost raspada)

$$\Gamma \sim |A|^2 \sim \alpha^2 / m_X^2 \, ,$$

a srednji život protona τ_p (prema dimenzionalnoj analizi) :

$$\tau_p \approx (1/\alpha^2)\,(m_X^4 / M_p^5) \, .$$

Najbolja eksperimentalno odredjena donja granica za τ_p je reda 10^{30} g (F. Reines, M.F. Crouch 1974., $\tau_p \geq 2 \cdot 10^{30}$ godina). Onda je :

$$m_X \sim m_Y \approx M_p \left[(\alpha^2 M_p)\, \tau_p \right]^{1/4} \gtrsim M_p \left[(10^{-4} \cdot 10^{24})\, s^{-1} \cdot 10^{37} s \right]^{1/4} \approx 10^{14} \text{ GeV} \, .$$

35. Ovo je približno jednako sa M, masom SU(5) ujedinjavanja. Da ne bi došlo do razilaženja α_1, α_2 i α_3 na $\mu \geq M$, masa X i Y bozona ne smeju prelaziti M. U tom slučaju, za $\mu \gg M \approx m_X$, ponašanje svih konstanti će biti odredjeno sa koeficijentom :

$$B = (1/4\pi)\left[(11/3)\cdot 5 - (2/3) N_f \right] \approx (1/4\pi) \cdot 14{,}3 \quad > 0$$

(za grupu SU(N), doprinos bozonskih petlji je $(11/3)\,N$).

36. Otuda, na 10^{15} GeV $\geq m_X \geq 10^{14}$ GeV će biti :

$$\tau_p \approx 10^{30 \pm 3} \, .$$

Za $\tau_p = 10^{31}$ godina, npr., 1 proton se raspada u toku 10^{31} godina, odnosno, alternativno, od 10^{31} protona, jedan će se raspasti u toku jedne godine ($\Delta B = -1$). Zato, ako posmatramo 1000 tona materijala, u kome ima $\sim 5 \cdot 10^{32}$ protona i neutrona, može se očekivati 50 raspada u toku godine. Postoji veći broj planiranih i započetih eksperimenata u rudnicima soli, srebra, gvoždja, zlata, ... tunelima ... itd. Podzemne laboratorije se prave da bi se eliminisali uticaji kosmičkog fona. Eksperimenti su pokazali da je $\tau_p \approx 10^{33}$ godina.

37. Mada sa novim interakcijama, koje unose lepto kvarkovi, B i L brojevi nisu očuvani u minimalnom SU(5) modelu, $B-L$ je očuvan broj. U modelu se $U(1)_X$ simetrija narušava sa $\langle 0|\Upsilon(5)|0\rangle$, a zamenjuje globalnom $U(1)_W$, pri čemu je $W=X+\frac{2}{5}Y$, a može se identifikovati sa $B-L$.

38. Interesantno je razmotriti razvoj dogadjaja na različitim energijama, na osnovu dosadašnjih razmatranja.

Na rastojanjima mnogo manjim od 10^{-29}cm, odnosno energijama većim od 10^{15} GeV, sve intermedijarne čestice $W_\mu^\pm$, Z_μ, A_μ, X_μ, Y_μ, se stvaraju sa istom verovatnoćom, pa su stoga i sve interakcije jednako zastupljene. U poredjenju sa energijama eksperimenta, mase intermedijarnih čestica su male i medjusobno se malo razlikuju. Kada se približavamo 10^{-29}cm, zbog spontanog cepanja SU(5) simetrije pre postojećeg vakuuma, razlika izmedju X_μ, Y_μ čestica i ostalih intermedijarnih bozona, postaje sve očitija.

39. U oblasti izmedju 10^{-29}cm i 10^{-16}cm, X_μ i Y_μ čestice se mogu stvarati samo kao virtuelne. Ovde, medjutim, još uvek postoji SU(2) xU(1) (i naravno, xSU(3),)simetrija, što znači da se masivne $W_\mu^\pm$ i Z_μ čestice izmenjuju istom verovatnoćom kao i fotoni koji nemaju masu. Slabe i e.m. sile su efektivno gotovo e.s. sila (razlike su neznatne). SU(5) simetrija je skoro sasvim sakrivena.

4o. Ako želimo da ispitujemo čestice na rastojanjima reda 10^{-16}cm moramo da radimo sa energijama reda loo GeV. To je ono što treba da nam obezbedi nova generacija akceleratora. Na ovim energijama SU(2) x U(1) simetrija počinje da se narušava. $W_\mu^\pm$ i Z_μ čestice dobijaju masu poredivu sa masom koja odgovara energijama u eksperimentima.

41. Povećanjem rastojanja, gubljenje simetrije izmedju $W_\mu^\pm$, Z_μ bozona i fotona postaje sve izraženije. Sve manje je energije za slobodno stvaranje $W_\mu^\pm$ i Z_μ, pa oni ne mogu da se pojave u eksperimentima kao realne čestice. Mogu se registrovati samo efekti koji su nastali njihovim virtuelnim izmenama. Efektivno otkrivamo tri različite interakcije : e.m., slabu i jaku. To je ono područje eksperimentalne fizike elementarnih čestica na kojem se (još uvek) nalazimo.

42. SU(5) I KOSMOLOGIJA

42. Videli smo da se spontano narušavanje simetrije, u okviru minimalnog SU(5) modela, izvodi na dvema različitim vrednostima masa : $\sim 10^2$ GeV i 10^{15} GeV. Izmedju ovih vrednosti se nalazi velika "pustinja" - nema nove fizike (novih čestica) izmedju navedenih granica. S druge strane, dostići 10^{15}GeV, u laboratorijskim uslovima ne izgleda mogućno u doglednoj perspektivi. Proizilazi da je jedina laboratorija za demonstraciju valjanosti gauge teorija ujedinjavanja sila, na visokim energijama (o kojoj zasada možemo diskutovati) - vasiona, odnosno njeni prvi trenuci,(ako prihvatimo standardni kosmološki model širenja vasione u skladu sa empirijskim Hubble-ovim zakonom - što je galaksija udaljenija od nas, brže se udaljava - zasnovan na opštoj teoriji relativnosti (Robertson-Walker metrika)). Najjednostavniji scenario dogadjaja za minimalni SU(5) model bi bio (R D.3).

kosmičko vreme $t(s)$ (meri se od početka širenja vasione)	temperatura T (GeV)	dogadjaji
$t \leq 10^{-43}$	$10^{19} \leq T$	Gravitacija (Planck-ova masa $M_P = 1.22 \cdot 10^{19}$ GeV) ?
$10^{-43} < t < 10^{-35}$	$10^{15} < T < 10^{19}$	SU(5) nenarušena simetrija; kvarkovi i leptoni elementarni fermioni; X_μ i Y_μ bozoni obiluju.
$10^{-35} < t < 10^{-10}$	$10^{2} < T < 10^{15}$	$SU(5) \xrightarrow[\langle \Phi(24) \rangle]{t \sim 10^{-35}} SU(3)_c \times SU(2) \times U(1)$
$10^{-10} < t < 10^{-3}$	$O(0.2) < T < 10^{2}$	$SU(2) \times U(1) \xrightarrow[\langle \varphi(5) \rangle]{t \sim 10^{-10}} U(1)_{\alpha}$; $W^{\pm}_\mu$ i Z_μ dobijaju masu.
$10^{-3} \sim t$	$O(0.2) \sim T$	narušavanje chiral-ne simetrije

43. Razmatranja u vezi sa narušavanjem odgovarajućih simetrija (egzaktnih) su zasnovane na proučavanjima Yang - Mills-ovih teorija za temperature različite od nule (u WS modelu je $T=0$). Tvrdi se da se, u ovim teorijama, dešavaju fazni prelazi na kritičnoj temperaturi T_c, kako u teoriji tipa QCD (zarobljenost) tako i u teoriji tipa SU(2) x U(1) (spontano narušavanje). Za standarni WS model se dobija $\langle\phi\rangle_0 = 0$ za $T \gg T_c \sim 100$ GeV, tj. na ovoj temperaturi dolazi do ponovnog uspostavljanja (prethodno narušene simetrije (slika lo b) prelazi u lo a)).

NEKE OSOBINE SU(5) MODELA I SO(lo) MODELA

44. SU(5) ima i dobrih i loših osobina :

dobre osobine :

1. Izgleda je moguće ujediniti e.m., slabe i jake interakcije, nezavisno od gravitacionih;
2. SU(3) x SU(2) x U(1) model je sadržan u SU(5) modelu;
3. Naelektrisane struje su " V - A " tipa;
4. Neutrino je automatski bez mase mirovanja;
5. Naelektrisanje je kvantizirano;
6. Teorijski ($\sin^2\theta_W$) $\sim$ eksperimentalno ($\sin^2\theta_W$);
7. Protonski raspad je moguć, što pruža mogućnost za objašnjenje opaženog odnosa u vasioni : $\frac{\text{broj bariona}}{\text{broj fotona}} \sim 10^{-9}$;

loše osobine :

1. Zašto postoje generacije fermiona ?
2. Koliko ima takvih generacija ?
3. Kako se, egzaktno, odredjuju mase fermiona ?
4. Čemu energetska "pustinja" $10^{2} - 10^{15}$ GeV ?
5. Kako uključiti gravitaciju ?

45. Pored minimalnog SU(5) modela, postoji čitav niz drugih (koji zadovoljavaju iste ili slične uslove). Posebno je interesantna

grupa SO(lo) - red 5 (specijalna ortogonalna grupa, u prostoru lo dimenzija - determinanta = 1). Vektorske čestice - gauge bozoni se nalaze u 45--pletu. Svi fermioni jedne generacije su sadržani u istoj ireducibilnoj reprezentaciji : spinor sa šesnaest komponenti, koji sadrži tri SU 5) multipleta : singlet (1), kvintet ($\bar{5}$) i dekuplet (10) :

$$16 = 1 + \bar{5} + 10$$

tj. 15 fermiona iz SU(5) modela, plus $\nu_R \sim \bar{\nu}_L$. Ovde se, dakle, neutrino sa masom javlja estetski (u 16-pletu imamo i ν_L i ν_R, tako da svi leptoni dobijaju masu). Ocena za masu neutrina se kreće u intervalu $10^{-1} - 10^{-6}$ eV. (R C.1)

46. Moguća su, npr. sledeća narušavanja SO(lo) simetrije

$$SO(10) \to \overbrace{SU(3) \times SU(2)_L \times U(1)}^{\text{chiralni model}} \to SU(3)_c \times U(1)_Q$$

$$SO(10) \to \underbrace{SU(4) \times SU(2)_L \times SU(2)_R}_{\text{simetrični (levo-desno) model}} \to SU(3)_c \times U(1)_Q$$

SO(lo) model predvidja raspad protona (neke varijante daju eksperimentalno nepovoljan broj, $\tau_p > 10^{34}$ godina); zatim prelaze, u vakuumu, neutrona u antineutron ... Za egzaktnu simetriju $\sin^2\theta_W = 3/8$, dok različite varijante narušavanja simetrije daju različite renormalizacione popravke. Hijerarhijski problemi (mase, broj generacija, ...) su i ovde prisutni.

Korištena literatura i reference

A.1	A.D.Dolgov, Ya.B.Zeldovich	Rev.Mod.Phys. 53 n.1 p25 1981.
A.2	J.Iliopoulos	Contemp.Phys. 21 n.2 p162 1980.
A.3	G.'t Hooft	Sci.Am. june 1980 p104 1980.
B.1	L.Maiani (citat)	Proceedings of the 1976 CERN school of physics p38 1976.
B.2	J.C.Taylor	"Gauge Theories of Weak Interactions" Camebridge Univ.Press '76.
B.3	L.Jaunneau	"Introduction to Gauge theories and Gauge Models for leptons" EIP 1975.
C.1	L.B.Okun	"Leptoni i kvarki" Nauka, Moskva p236 1981.
C.2	F.Sciuli	"Weak Interactions" SLAC Summer school p29 1980
C.3	S.Weinberg	Sci.Am. july '74 p51 1974.
C.4	E.S.Abers, B.W.Lee	Phys.Rep. C9 n.1 p1 1973.
C.5	M.J.Veltman	(v. C.2) p1 1980.
C.6	L.Maiani	(v. R B.1) p23
C.7	L.Maiani	Riv.Nuovo Cim. 3 n.2 1973.
D.1	J.Ellis	"GUTs" EIP (prelecture) 1980.
D.2	J.Ellis et.al.	Th - 2858 CERN 1980.
D.3	Q.Shafi	Th - 3143 CERN 1981.
D.4	G.Costa	"Introduction to GUTs" EIP 1980. (prelect.)
D.5	C.Quigg	"Introduction to Gauge Theories ... " FNAL - Conf 80/64 Thy july 1980.
D.6	H.Georgi, S.L.Glashow	Phys.Rev.Lett. 32 n.8 p438 1974.
D.7	H.Georgi, H.R.Quinn, S.Weinberg	Phys.Rev.Lett. 33 n.7 p451 1974.
D.8	H.Georgi	Sci.Am. april '81 p40 1981.
D.9	C.Jarlskog	"Grand Unification" EIP 1981. (background material)

EIP - Ecole Internationale de physique des particules elementaires
Kupari - Dubrovnik