

D-331

Univerzitet u Novom Sadu
Prirodno-matematički fakultet
Institut za fiziku

Природно-математички факултет
Радна заједница заједничких послова
НОВИ САД

ПРИМЉЕНО: 21. sept. 1995.			
Орг. јед.	Број	Прилог	ФОДЛЕНТ
0603	9/165		

Površinske ekscitacije u polubeskonačnom
antiferomagnetu sa bikvadratnom interakcijom -
slučaj proste kubne strukture sa slobodnom površinom

- diplomski rad -

Andelka Ćelić

mentor : Dr Darko Kapor

Novi Sad, septembar 1995.

"Obscurum per obscurius.
Ignotum per ignotius"

Sadržaj

Uvod.....	1
1. Feromagnetizam i antiferomagnetizam: struktura i fazni prelazi.....	2
2. Bikvadratna interakcija.....	7
3. Površinski magnetizam.....	11
4. Površinske ekscitacije u antiferomagnetiku sa prostom kubnom rešetkom.....	15
5. Površinske ekscitacije u polubeskonačnom antiferomagnetiku sa bikvadratnom interakcijom - slučaj proste kubne strukture.....	23
6. Analiza dobijenih rezultata.....	36
Literatura.....	43

EUSP 2011. 2012.
RUDOLPH KARL
RUD. MOT. V 21. 6. 2011.

Uvod

Interesovanje za magnetizam na površinama i u tankim filmovima je počelo u vreme stvaranja prvih magnetnih zapisa i nije prestalo do danas, kada je pojačano razvojem računara i pratećih tehnologija. Teorija ovih pojava se razvijala paralelno u dva smera. Jedan je fenomenološki koji je polazio od određenih eksperimentalnih činjenica i ugradivao ih u izraze za termodynamičke veličine odakle se onda moglo predvidati dalje ponašanje [1]. Drugi pristup je mikroskopski i on se zasniva na mikroskopskim modelima integracije među česticama. Ovi modeli, nekada jednostavni (što ne znači i jednostavno rešivi) danas postaju sve složeniji, da bi opisali realne materijale.

Laboratorija za teorijsku fiziku, Instituta za fiziku Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu, je poslednjih godina povezala interesovanje za površinske fenomene sa interesovanjem za modele koji opisuju realne materijale sa spinom $S \geq 1$. Konkretno, svoja iskustva vezana za proučavanje Hajzenbergovih feromagnetika sa bikvadratnom interakcijom i jednojonskom anizotropijom, usmerili su na površinske efekte, posle pojave rada Shen & Li [7]. Prvi rezultati su bili ohrabrujući [8].

Ovaj diplomski rad predstavlja korak dalje u istraživanjima jer je prvi iz oblasti antiferomagnetizma koji je rađen u ovoj problematiki. Cilj je bio da se na složeniji slučaj (bikvadratna interakcija i jednojonska anizotropija) generališe rad Wolfram & De Wames [6]. Zbog toga su učinjena odredena pojednostavljenja koja ne umanjuju značaj rada, nego nešto smanjuju numerički deo posla. Konkretno, posmatran je polubeskonačan antiferomagnetik sa prostom kubnom strukturu i slobodnom površinom, tj. smatrano je da su interakcije između magnetnih momenata jednake i na površini i u unutrašnjosti kristala. Iako su pojednostavljenja značajna, ovo je ipak dovoljno složeno da pokaže svu efikasnost predloženog metoda.

U prvom poglavlju opisan je Hajzenbegov model feromagnetika i antiferomagnetika. Kako se u računu polazi od hamiltonijana koji sadrži bikvadratnu interakciju i kako posmatramo površinske ekscitacije u antiferomagnetiku, dat je kratak teorijski prikaz ovih pojava u drugom odnosno trećem poglavlju. Analiza rada Wolfram & De Wames [6] kao i rešenje istog problema našim metodom (odakle se najbolje vidi njegova efikasnost) nalazi se u četvrtom poglavlju. U petom poglavlju dat je kompletan račun za površinske ekscitacije u kristalima proste kubične strukture uporedno za ferimagnetičke i antiferomagnetičke. Šesto poglavlje predstavlja analizu i diskusiju dobijenih rezultata i njihovu primenu na neke konkretnе slučajeve..

1.

Feromagnetični i antiferomagnetični, struktura i fazni prelazi

Pod feromagneticima se podrazumevaju materijali kod kojih se javlja magnetni moment i u odsustvu spoljašnjeg magnetnog polja. Ovaj spontani moment ukazuje na to da su magnetni momenti elektrona raspoređeni na izvestan pravilan način. U najvećem broju slučajeva koje mi razmatramo, oni potiču samo od spinova, pa ćemo ove termine koristiti kao sinonime.

Uređenost spinova javlja se kao posledica interakcije među susednim elektronima. Prirodu ove interakcije prvi je objasnio Hajzenberg, pokazavši da iako je u osnovi elektrostaticka, interakcija nastaje kao posledica nerazlikovanja identičnih čestica.

Posmatrajmo dva susedna magnetna jona od kojih svaki sadrži po jedan elektron [9]. Elektroni imaju spin $1/2$ i opisuju se Fermi - Dirakovom statistikom. Ukupna talasna funkcija ovih elektrona Ψ , koja može da se napiše kao proizvod prostornog dela talasne funkcije φ i spinskog χ_S , mora biti antisimetrična u odnosu na permutaciju elektrona. Razlikujemo dva spinska stanja - tripletno (spinovi "paralelni") $S = 1$ i singletno (spinovi "antiparalelni") $S = 0$, gde smo sa S obeležili ukupni spin sistema. Spinski deo talasne funkcije $\chi_{S=1}$ je simetričan a $\chi_{S=0}$ antisimetričan u odnosu na permutaciju čestica i kombinuje se sa koordinatnim delom φ , antisimetričnim za tripletno i φ_+ simetričnim za singletno.

Kada se izračuna popravka na energiju u prvoj aproksimaciji teorije perturbacija, pojavljuje se razlika u energijama između stanja sa $S = 1$ i $S = 0$. Odgovarajućim izborom početnog nivoa energije ova razlika može da se napiše kao operator $-I\vec{S}_1\vec{S}_2$, gde su S_1 i S_2 operatori spina elektrona. Veličina I je integral izmene i predstavlja meru preklapanja talasnih funkcija elektrona. Za $I > 0$ u stanju $S = 1$ biće favorizovano paralelno uređenje spinova - feromagnetizam, dok za $I < 0$ dolazi do antiparalelnog uređenja - antiferomagnetizam.

Kada ovo razmatranje generališemo na kristal feromagnetika kod kojeg su spinovi locirani u čvorovima rešetke dobijamo da hamiltonian takvog sistema ima sledeći oblik :

$$\hat{H} = -\frac{1}{2} \sum_{\langle \tilde{n}, \tilde{m} \rangle} I_{\tilde{n}, \tilde{m}} \vec{S}_{\tilde{n}} \vec{S}_{\tilde{m}} \quad I_{\tilde{n}, \tilde{m}} = I_{\tilde{n}-\tilde{m}} \quad I_0 = 0 \quad (1.1)$$

Sumiranje se u principu vrši po svim čvorovima kristalne rešetke \vec{n} i \vec{m} , mada se zbog opadanja prekrivanja talasnih funkcija može smatrati da je integral izmene različit od nule samo za najbliže susede (aproksimacija najbližih suseda).

Spinovi dakle, obrazuju magnetnu kristalnu rešetku i međusobno su povezani kvantno mehaničkim silama izmene kojima odgovaraju izmenski potencijali $I_{\vec{n}, \vec{m}}$. Opštije gledano neki magnetni materijali mogu se opisivati i sledećim hamiltonijanom [1] :

$$\hat{H} = -\frac{1}{2} \sum_{\vec{n}, \vec{m}} I_{\vec{n}, \vec{m}} (\varepsilon_x S_{\vec{n}}^x S_{\vec{m}}^x + \varepsilon_y S_{\vec{n}}^y S_{\vec{m}}^y + \varepsilon_z S_{\vec{n}}^z S_{\vec{m}}^z) \quad (1.2)$$

gde su $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ bezdimenzionalni parametri. Dva najčešća slučaja su :

- a) $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = 1$ - izotropni Hajzenbergov model
- b) $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$ $\varepsilon_z = 1$ - Izingov model

Ukoliko se feromagnetik nalazi u spoljašnjem magnetnom polju (usmerenom npr. duž z-ose) u Hamiltoniju se pojavljuje dopunski član :

$$\hat{H} = -\frac{1}{2} \sum_{\vec{n}, \vec{m}} I_{\vec{n}, \vec{m}} \vec{S}_{\vec{n}} \cdot \vec{S}_{\vec{m}} - g\mu_B B_o \sum_{\vec{n}} S_{\vec{n}}^z \quad (1.3)$$

g je Landeov faktor a μ_B Borov magneton.

Hajzenbergov model antiferomagnetika karakteriše znak interakcije izmene koji odgovara antiparalelnom uređenju. Magnetnu rešetku antiferomagnetika najčešće interpretiramo pomoću dve podrešetke od kojih svaka odgovara određenoj orijentaciji spina.

$$\hat{H} = \frac{1}{2} \sum_{\vec{n}, \vec{m}} I_{\vec{n}, \vec{m}} \vec{S}_{\vec{n}} \cdot \vec{S}_{\vec{m}} - g\mu_B \omega_a \sum_{\vec{n}} S_{\vec{n}}^z + g\mu_B \omega_s \sum_{\vec{m}} S_{\vec{m}}^z \quad (1.4)$$

Ovde \vec{n} i \vec{m} pripadaju različitim podrešenkama. Poslednja dva člana unose efekat polja anizotropije ω_A koje deluje istom jačinom na sve spinove ali je suprotno usmereno za spinove u različitim podrešenkama. O ovoj anizotropiji, veoma čestoj za antiferomagnetičke, biće više reči nešto kasnije.

Kvantna teorija feromagnetizma polazi sa stanovišta da su na absolutnoj nuli svi spinovi paralelno orijentisani a njihova z-projekcija jednaka maksimalnoj vrednosti spina S. Tada magnetizacija kristala ima maksimalnu vrednost.

$$M(0) = g\mu_B N S \quad (N - \text{broj atoma u kristalu})$$

Povećanjem temperature srednja vrednost $\langle S^z \rangle$ koja je proporcionalna magnetizaciji monotono opada. Zavisnost $\langle S^z \rangle$ od temperature može se dobiti iz tzv. teorije molekulskog polja. Ako se zanemare efekti spinskih fluktuacija hamiltonijan može da se napiše na sledeći način :

$$\hat{H}_{MF} = -g\mu_B \sum_{\vec{n}} (B_o + B_E(\vec{n})) S_{\vec{n}}^z \quad (1.5)$$

gde smo sa $B_E(\vec{n})$ obeležili srednje efektivno polje koje se javlja kao posledica interakcije izmene.

$$g\mu_B B_E(\vec{n}) = \sum_{\vec{n}} \langle S_{\vec{n}}^z \rangle I_{\vec{n}\vec{n}} \quad (1.6)$$

Problem hamiltonijana (1.5) je problem jedne čestice u polju, koji se jednostavno rešava [10] i za $S = 1/2$ imamo :

$$\langle S_{\vec{n}}^z \rangle = \frac{1}{2} \tanh \frac{g\mu_B (B_o + B_E)}{2k_B T} \quad (1.7)$$

Takođe se može pokazati da za neke opšte vrednosti S :

$$\langle S^z \rangle \rightarrow S \quad \text{kada} \quad T \rightarrow 0\text{K}$$

kao i da se $\langle S^z \rangle$ smanjuje sa povećanjem temperature, i biva jednako nuli na takozvanoj Kirijevoj temperaturi :

$$T_C = \frac{S(S+1)I(0)}{3k_B} \quad (1.8)$$

Model pojave je sledeći : topotni kvant smanji projekciju spina na jednom čvoru za jedinicu i taj poremećaj se u vidu talasa (zbog sila izmene) prenosi na ostale čvorove magnetne rešetke. Ovaj talas "zaljuljanih" spinova naziva se spinski talas. Intenzivnost spinskih talasa raste sa temperaturom sve do potpuno haotičnog rasporeda spinova i prelaska u paramagnetu fazu (na T_C).

Prepostavili smo da je \vec{B}_E proporcionalno magnetizaciji tj :

$$\vec{B}_E = \lambda \vec{M} \quad (1.9)$$

pri tome je λ -const.nezavisna od temperature i :

$$\lambda = \frac{I_o}{g^2 \mu_B^2 N}$$

Primenimo neko polje \vec{B} na paramagnetu fazu, ono će prouzrokovati neku konačnu magnetizaciju usled koje se pojavljuje i polje \vec{B}_E :

$$\vec{M} = \chi (\vec{B} - \vec{B}_E) \quad (1.10)$$

Pri tome je χ susceptibilnost materijala data Kirijevim zakonom :

$$\chi = \frac{C}{T} \quad C - \text{Kirijeva konstanta}$$

Koristeći poslednje dve relacije dobijamo :

$$\chi = \frac{M}{B} = \frac{C}{T - C\lambda} \quad (1.11)$$

Vidimo da će na temperaturi $T = C\lambda$ susceptibilnost imati singularitet. Dakle na toj i nižim temperaturama postojiće spontana magnetizacija.

Iz ovoga sledi tzv. Kiri - Vajsov zakon :

$$\chi = \frac{C}{T - T_C} \quad (1.12)$$

Feromagnetni kristali kod kojih magnetizaciji zasićenja na absolutnoj nuli ne odgovara paralelna usmerenost magnetnih momenata svih jona, nazivaju se ferimagneti (termin nastao da opiše spinsku uređenost tipa ferita).

Struktura ferimagnetička najčešće se opisuje pomoću modela sa dve podrešetke A i B, koje se medusobno prožimaju tako da su najbliži susedi svakog jona A joni B - tipa i obrnuto. Molekulska polja koja deluju na opisane rešetke A i B mogu da se napišu na sledeći način :

$$\vec{B}_A = -\lambda \vec{M}_A - \mu \vec{M}_B \quad \vec{B}_B = -\mu \vec{M}_A - v \vec{M}_B \quad \lambda, \mu, v > 0$$

“-” tada odgovara antiparalelnom uredenju.

Energija interakcije :

$$U = -\frac{1}{2}(\vec{B}_A \vec{M}_A + \vec{B}_B \vec{M}_B) = \frac{1}{2} \lambda \vec{M}_A^2 + \mu \vec{M}_A \vec{M}_B + \frac{1}{2} v \vec{M}_B^2 \quad (1.13)$$

je manja kada su \vec{M}_A i \vec{M}_B antiparalelni nego kada su paralelni.

Za :

$$\mu \vec{M}_A \vec{M}_B > \frac{1}{2}(\lambda \vec{M}_A^2 + v \vec{M}_B^2)$$

u osnovnom stanju \vec{M}_A je suprotno usmereno od \vec{M}_B .

Za rešetke A i B možemo definisati različite Kirijeve konstante C_A i C_B . Ako su sve interakcije jednakе nuli sein antiparalelene između položaja A i B :

$$\vec{B}_A = -\mu \vec{M}_B \quad \vec{B}_B = -\mu \vec{M}_A$$

Na analogan način kao kod feromagnetička može se dobiti :

$$M_A T = C_A (B - \mu M_B) \quad M_B T = C_B (B - \mu M_A)$$

Odavde sledi da je :

$$\chi = \frac{M_A + M_B}{B} = \frac{(C_A + C_B)T - 2\mu C_A C_B}{T^2 - T_C^2} \quad (1.14)$$

gde smo sa T_C obeležili :

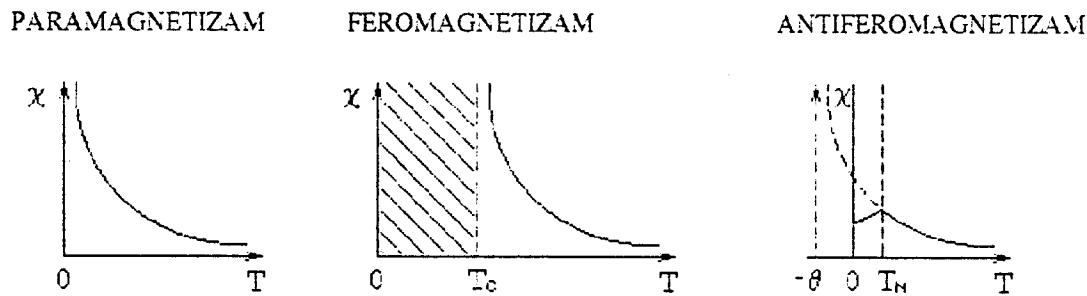
$$T_C = \mu \sqrt{C_A C_B} \quad (1.15)$$

Antiferomagnetik je specijalan slučaj ferimagnetička kod koga obe podrešetke A i B imaju jednake magnetizacije zasićenja dakle spinovi su uređeni antiparalelno i rezultantni momenat jednak je nuli za temperature niže od tzv. Nelove temperature.

$$T_N = \mu C \quad (C_A = C_B = C)$$

Susceptibilnost kod antiferomagnetička nije beskonačna na $T = T_N$ nego ima samo prelom :

$$\chi = \frac{2CT - 2\mu C^2}{T^2 - (\mu C)^2} = \frac{2C}{T + \mu C} = \frac{2C}{T + T_N} \quad (1.16)$$



Slika 1.

Kod metala se javljaju i neki dodatni efekti. Naime, pojavljuje se tzv. zonski magnetizam kao posledica delokalizacije. Merene vrednosti efektivnog broja magnetona često nisu celi brojevi. Uzrok toga je delom spin - orbitalna interakcija usled koje dolazi do sabiranja ili oduzimanja dela magnetnog momenta, zatim lokalno indukovana magnetizacija u okolini paramagnetičnog jona i na kraju sam raspored spinova u feromagnetu, što može da se objasni zonskim modelom.

2.

Bikvadratna interakcija

Hamiltonian Hajzenbergovog modela feromagnetika :

$$H = -\frac{1}{2} \sum I_{\vec{m}\vec{n}} \vec{S}_{\vec{m}} \cdot \vec{S}_{\vec{n}} \quad (2.1)$$

bilinearan po spinovima nije najopštiji oblik hamiltonijana magnetika sa lokalizovanim spinovima. Poopštavanje može da se vrši u raznim pravcima [3]. Ostajući u granicama bilinearnosti moguće je uzeti u obzir magnetnu anizotropiju kristala (npr. Izingov model) :

$$H = -\frac{1}{2} \sum I_{\vec{m}\vec{n}} S_{\vec{m}}^z S_{\vec{n}}^z \quad (2.2)$$

Međutim moguć je i izlaz iz okvira bilinearnog uzajamnog delovanja. U tom pravcu polazi se od situacije u kojoj se svi magnetni atomi nalaze na konstantnim međusobnim rastojanjima i u kojoj nema orbitalnog momenta atoma, i posmatra slučaj kada je spin atoma S veći od $1/2$. Tada uopšteno govoreći, skalarni proizvod spinova atoma 1 i 2 ne ulazi u energiju njihovog međudelovanja samo sa prvim stepenom nego i sa višim (zaključno sa $2S$).

$$\hat{H}_{1/2} = -\sum_{n=0}^{2S} I_n (S_1 S_2)^n \quad (2.3)$$

Energiju $H_{1/2}$ možemo prikazati i preko operatora $P_{12}(S)$ (koji je Šredinger uveo kao uopštenje Dirakovog operatora izmene $P_{12}(1/2)$ za proizvoljne veličine S)

$$H_{1/2} = -I_{1/2} P_{12}(S) \quad P_{12} S_2 P_{12}^{-1} = S_1 \quad (2.4)$$

Za spinove $1/2$ i 1 operator P_{12} dat je izrazima :

$$P_{12}(1/2) = -1/2 [1 + 4(S_1 S_2)] \quad (2.5)$$

$$P_{12}(1) = 1 - (S_1 S_2) - (S_1 S_2)^2$$

Izrazi za $P_{12}(S)$ za veće S sadržavaće članove sa višim stepenom. Bitno je naglasiti da su oni uporedivi sa linearnim tako da je za spinove sa $S \geq \frac{1}{2}$ Hajzenbergov hamiltonijan praktično neprimenljiv. Ponekad za velike spinove ideo energije takve izmene u ukupnoj čini i nekoliko desetina procenata.

Ovo je bilo formalno objašnjenje potrebe za uvođenjem bikvadratne interakcije $(S_1 S_2)^2$, a sada ćemo navesti moguće konkretne mehanizme njenog nastanka.

Ovde će biti data jedna od najjednostavnijih teorija superizmene, u kojoj se pojavljuju članovi višeg reda po spinu. U osnovi ove teorije nalazi se poluprovodnička varijanta $s-f$ modela Vonsovskog po kojoj se svi elektroni u kristalu dele na nepokretne f - ili d -elektrone, lokalizovane na magnetnim jonima i pokretne ("s-") koji u osnovnom stanju kristala popunjavaju valentnu zonu. Pokretni elektroni interaguju sa lokalizovanim posredstvom sila izmene. Kao rezultat tog dejstva pojavljuju se virtualni elektroni u provodnoj i šupljine u valentnoj zoni koji prenose interakciju izmene među lokalizovanim spinovima.

Hamiltonijan sistema ima oblik :

$$\begin{aligned} H &= H_0 + H_1 \\ H_0 &= \sum E_{\vec{k}} a_{\vec{k}\sigma}^+ a_{\vec{k}\sigma} + \sum L_{\vec{k}} c_{\vec{k}\sigma}^+ c_{\vec{k}\sigma} \quad (2.6) \\ H_1 &= -\frac{D}{\sqrt{N}} \sum (\bar{S}_{\vec{q}} S)_{\sigma\sigma'} (a_{\vec{k}\sigma}^+ c_{\vec{k}+\vec{q}\sigma'}^+ + c_{\vec{k}\sigma} a_{\vec{k}+\vec{q}\sigma'}) \\ \bar{S}_{\vec{q}} &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum e^{-i\vec{q}\vec{g}} \bar{S}_{\vec{g}} \quad (2.7) \end{aligned}$$

sa $a_{\vec{k}\sigma}^+ a_{\vec{k}\sigma}$ i $c_{\vec{k}\sigma}^+ c_{\vec{k}\sigma}$ obeleženi su operatori kreacije i anihilacije provodnih elektrona i šupljina, \vec{k} je njihov kvaziimpuls, H_0 opisuje slobodne provodne elektrone i šupljine a H_1 njihovu interakciju sa lokalizovanim spinovima. Ovde je uzeta u obzir samo meduzonska $s-f$ izmena ($\propto a^+ c^+$). Izmena unutar zone može da se odbaci jer je broj strujnih nosilaca u poluprovodnicima mali da bi uticao na magnetne osobine.

Struktura hamiltonijana H_1 je hajzenbergovska što je lako videti prelazeći sa elektronskih operatora na spinske. Koristeći se poznatim izrazima za Paulijeve matrice i koristeći relacije :

$$\begin{aligned} a_g^+ a_g^- &= \frac{1}{2} - S_g^z e^{i\pi(\frac{1}{2}+\sigma)} \\ a_g^+ \downarrow a_g^- \uparrow &= S_g^- \equiv S_g^x - iS_g^y \\ a_g^+ \uparrow a_g^- \downarrow &= S_g^+ \equiv S_g^x + iS_g^y \quad (2.8) \end{aligned}$$

Vidimo da hamiltonijan ima strukturu $\propto \bar{S}_{\vec{g}} S_{gi}$ gde je s_{gi} elektronski spin između zona. Činjenica da se $s-f$ izmena opisuje Hajzenbergovim hamiltonijanom posledica je toga što je spin pokretnog elektrona $1/2$ pa se i bilo koja funkcija od $\propto \bar{S}_{\vec{g}} S_{gi}$ izražava preko linearne.

Magnetni hamiltonijan dobija se polazeći od pretpostavke da se virtuelni prelazi elektrona sa atoma na atom ne uzimaju kao popravke na talasnu funkciju nulte aproksimacije nego kao popravka hamiltonijana, da bi on delujući na talasne funkcije nulte aproksimacije davao iste rezultate kao standardna teorija perturbacija. Deo koji zavisi od spinova, ovako korigovanog hamiltonijana ima sledeći oblik :

$$\begin{aligned} H_M = P \{ & -H_1(H_0 - E_0)^{-1} H_1 + H_1(H_0 - E_0)^{-1} H_1(H_0 - E_0)^{-1} H_1 - \\ & -H_1(H_0 - E_0)^{-1} H_1(H_0 - E_0)^{-1} (1 - P) H_1(H_0 - E_0)^{-1} H_1 + \\ & + H_1(H_0 - E_0)^{-1} H_1 P H_1(H_0 - E_0)^{-2} H_1 \} P + O(H_1^6) \end{aligned} \quad (2.9)$$

Prelazeći u izrazu (2.6) iz impulsnog u konfiguracioni prostor i kombinujući ga sa (2.9) u kom se pod P podrazumeva operator projektovanja na elektronsko - šupljinski vakuum dobijamo :

$$\begin{aligned} H_M = & -\sum I(\mathbf{g} - \mathbf{f}) \vec{S}_{\mathbf{g}} \vec{S}_{\mathbf{f}} - \sum [K(f_1 - f_2, f_2 - g_2, g_1 - g_2) - K(f_1 - g_1, g_1 - g_2, f_2 - g_2) + \\ & + K(g_1 - f_2, f_2 - g_2, f_1 - g_2)] \times (\vec{S}_{f_1} \cdot \vec{S}_{f_2})(\vec{S}_{g_1} \cdot \vec{S}_{g_2}) \end{aligned} \quad (2.10)$$

gde je :

$$\begin{aligned} I(\mathbf{h}) = & \frac{D^2}{4N^2} \sum \frac{e^{i\bar{q}\bar{h}}}{E_{\bar{k}} + L_{\bar{k}+\bar{q}}} \\ K(h_1 h_2 h_3) = & \frac{D^2}{4N^2} \sum \frac{\exp\{i\bar{q}_1 \bar{h}_1 + i\bar{h}_2 (\bar{k}_2 - \bar{k}_1) + i\bar{h}_3 \bar{q}_2\}}{(E_{\bar{k}_1+\bar{q}_1} + L_{\bar{k}_1})(E_{\bar{k}_2+\bar{q}_2} + L_{\bar{k}_2})(E_{\bar{k}_3+\bar{q}_3} + L_{\bar{k}_3})} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Iz izraza (2.10) vidimo da se u magnetnom hamiltonijanu ne javlja popravka u bilo kom neparnom redu po spinovima, što je posledica zakona održanja broja kvazi čestica. Isto tako se može videti da se u slučaju dvospinske izmene ($\vec{f}_1 = \vec{g}_1, \vec{f}_2 = \vec{g}_2$) u hamiltonijanu pojavljuje bikvadratni član $(\vec{S}_1 \vec{S}_2)^2$.

Kada je ispunjena nejednakost :

$$W \gg E_g \gg DS$$

gde je W širina elektronske odnosno zone šupljina a E_g širina zabranjene zone energija bilinearne izmene je reda $\frac{D^2}{W}$, bikvadratne $\propto (\vec{S}_1 \vec{S}_2)^2$, trospinske $\propto (\vec{S}_1 \vec{S}_2)(\vec{S}_2 \vec{S}_3)$ i četvorospinske $\propto (\vec{S}_1 \vec{S}_2)(\vec{S}_3 \vec{S}_4) \frac{D^4}{W^3}$.

A u slučaju :

$$E_s \gg W \gg DS$$

hajzenbergovski integral izmene ima red $\frac{D^2W^2}{E_s^3}$, a nehajzenbergovski $-\frac{D^4W^4}{E_s^7}$.

Ove ocene lako se dobijaju korišćenjem kosinusnog zakona disperzije elektrona i šupljina :

$$E_{\vec{k}} = 2B(\cos k_x + \cos k_y + \cos k_z)$$

i razlaganjem energetskih imenioca u (2.11) po $\frac{W}{E_s}$.

Širina zone povezana je sa integralom izmene I i brojem najблиžih suseda z jednakošću :

$$W = 2zI$$

Iz navedenih ocena jasno je da uloga nehajzenbergovske izmene raste sa smanjenjem širine zabranjene zone.

Hamiltonian sa bikvadratnom izmenom dozvoljava nove tipove magnetnog uređenja. Naročito je česta kvantna kvadrupolna struktura, uređenje pri kome svi atomi sa tačnošću do nultih kolebanja imaju $S_j^z = 0$. Moguće je pomoći određenog predstavljanja spinskih operatora u slučaju $S=1$ napisati spin - talasnu aproksimaciju pomoći koje se može odrediti interval stabilnosti takve strukture [5].

Pri konačnim temperaturama u aproksimaciji molekulskog polja prelaz iz feromagnetskog u paramagnetsko stanje može biti ne samo drugog reda nego za velike spinove može da prolazi kroz prelaznu kvadrupolnu fazu - poluuređeno stanje statističke prirode sa $\langle S_j^z \rangle = 0$ i $\langle (S_j^z)^2 \rangle \propto S^2$ koje nastaje pri zagrevanju feromagnetskih (ili antiferomagnetskih) kristala. Fazni prelaz iz feromagnetskog u poluuređeno stanje može biti ili prvog ili drugog reda, a prelazak ovog poslednjeg kao i kvantne kvadrupolne strukture u paramagnetsko stanje je trenutan.

Konačno, kod spinova $S \geq 1$, treba uzeti u obzir i uticaj pomeranja energijskih nivoa pod dejstvom kristalnog polja. On se može opisati višim stepenima spinskih operatora na istom čvoru i zato se naziva "jednojonska anizotropija". Obično se uzima u obliku :

$$\hat{H}_s = - \sum_{\vec{n}} D_{\vec{n}} (S_{\vec{n}}^z)^2$$

Zavisno od odnosa $|D_{\vec{n}} / I|$ i njihovih znakova ovaj član može da prouzrokuje uređivanje spinova u z-pravcu ("osa lake magnetizacije") ili u ravni normalnoj na taj pravac ("ravan lake magnetizacije").

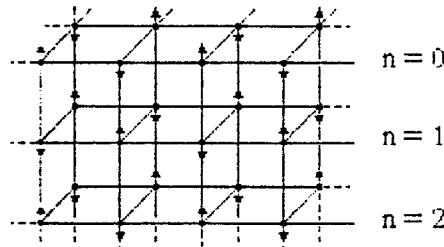
3.

Površinski magnetizam

Magnetizam se proučava gotovo od samih početaka naše civilizacije. Interes za efekte na površinama magnetnih materijala mnogo je novijeg datuma. Poslednjih dvadesetak godina radi se na ispitivanju pojave kao što su površinski i 2D magnetizam zatim tanki magnetni filmovi i već sada se može reći da je to ogromno polje istraživanja. Ubrzano se razvijaju razne teorijske i eksperimentalne metode [4], što ne treba da čudi obzirom na to da se gotovo sve fizičke karakteristike materijala menjaju kada je površina namagnetišana (elektronska i kristalna struktura, optičke osobine, topotno i električno provođenje ...).

Posmatrajmo sada feromagnet [1] koji ispunjava deo prostora $z \leq 0$ i pretpostavimo da je beskonačan duž x i y ose, dakle postoji samo jedna površina ($z=0$), za razmatranje. Forma hamiltonijana (1.3) ostaje ista jedino se izmeni potencijali $I_{\vec{m}}$ na površini razlikuju od onih u unutrašnjosti. Razlika se može pojaviti zbog toga što je ovaj potencijal srazmeran preklapanju talasnih funkcija elektrona koje kao i parametri kristalne rešetke mogu biti izmenjeni u blizini površine.

Kao poseban primer uzmišimo prostu kubnu rešetku sa (001) površinom. Konstanta rešetke je d . Pretpostavimo da interakcija izmene $I_{\vec{m}}$ postoji samo između najbližih suseda i ima vrednost I_s , ako je bilo koji od dva atoma na površini i vrednost I u svim ostalim slučajevima.



Slika 2.

Pravac srednjeg polja je duž z-ose. Da bi odredili ravnotežnu konfiguraciju opet koristimo teoriju molekulskog polja. Jednačine (1.5) i (1.6) i dalje važe ali $B_E(\vec{r})$ sada zavisi od čvora i . Uvodimo indeks n ($0, 1, 2, \dots$) povezan sa koordinatom z na sledeći način:

$$z = -nd.$$

Za $n = 0$ svaki spin ima četiri suseda u ravni i jedan u sloju $n = 1$

$$g\mu_B B_E(0) = 4I_s \langle S^z \rangle_0 + I \langle S^z \rangle_1 \quad (3.1)$$

na sličan način vidimo da za $n \geq 1$ postoji šest suseda :

$$g\mu_B B_E(n) = I \left(\langle S^z \rangle_{n-1} + 4 \langle S^z \rangle_n + \langle S^z \rangle_{n+1} \right) \quad (3.2)$$

U slučaju $S = 1/2$:

$$\langle S^z \rangle_n = \frac{1}{2} \tanh \frac{g\mu_B [B_o + B_E(n)]}{2k_B T} \quad n \geq 1 \quad (3.3)$$

Možemo napisati jednačinu kretanja za operator S_j^+ :

$$i \frac{d}{dt} S_j^+ = g\mu_B B_o S_j^+ + S \sum_l I_{lj} (S_l^- - S_l^+) \quad (3.4)$$

Zakon disperzije zapreminskih i površinskih magnona može da se dobije na sledeći način. Napišemo Fourier transformaciju za S_j^+ :

$$S_j^+ = U_n(\vec{k}_H) e^{i\vec{k}_H \vec{p}_j} e^{i\omega t} \quad (3.5)$$

gde je ω ugaona frekvencija $\rho = (x, y)$ a $\vec{k}_H = (k_x, k_y)$ dvodimenzionalni talasni vektor paralelan površini. Faktor $e^{i\vec{k}_H \vec{p}_j}$ je u saglasnosti sa Blohovom teoremom i translacionom simetrijom sistema u xy ravni. Zbog površine nema faktora koji sadrži z nego $U_n(\vec{k}_H)$ zavisi od z kroz indeks n .

Iz (3.4) i (3.5) dobijaju se jednačine za $U_n(\vec{k}_H)$:

$$\{\omega - g\mu_B B_o - SI - 4SI_s + 4SI_s \omega_k\} U_0 + SI U_1 = 0 \quad (3.6)$$

$$\{\omega - g\mu_B B_o - 6SI + 4SI \omega_k\} U_n + SI(U_{n-1} + U_{n+1}) = 0 \quad n \geq 1 \quad (3.7)$$

gde je :

$$\omega_k = 2(\cos k_x d + \cos k_y d) \quad (3.8)$$

Gornji sistem jednačina može se rešavati na različite načine. Najjednostavnije je verovatno tražiti $U_n(\vec{k}_H)$ kao superpoziciju dva talasa (jednog upadnog i jednog reflektovanog od površine) :

$$U_n(\vec{k}_H) = A(\vec{k}_H) e^{ik_x nd} + B(\vec{k}_H) e^{-ik_x nd} \quad (3.9)$$

Zamenom ovog izraza u (3.7) dobija se disperziona relacija za zapreminske magnone ($\vec{k} = (\vec{k}_H, k_z)$) :

$$\omega_b(\vec{k}) = g\mu_B B_o + 2SI(3 - 2\omega_k - \cos(k_z d)) \quad (3.10)$$

što je ekvivalentno sa izrazom za zapreminske magnone u beskonačnom feromagnetiku proste kubne strukturu na $T \ll T_c$. Odnos B/A koji predstavlja koeficijent refleksije zapreminskih spinskih talasa reflektovanih od površine $z=0$ može se dobiti iz (3.6). To je kompleksan broj čiji fazni ugao zavisi od parametra I_s . Površinski magnoni dobijaju se iz pretpostavke :

$$U_n(\vec{k}) = U_n(\vec{k}_H) e^{i\omega n d} \quad (3.11)$$

$$\omega_s(\vec{k}_H) = g\mu_B B_o + 4SI - 4SI\omega_k - SI \frac{(\Delta - 1)^2}{\Delta} \quad (3.12)$$

pri tome je

$$\Delta \equiv e^{i\tilde{k}d} = \left\{ 1 - 4 \left(1 - \frac{I_s}{I} \right) \left(1 - \frac{\omega_k}{4} \right) \right\}^{-1} \quad (3.13)$$

Jednačina (3.12) opisuje površinske magnone samo za :

$$|\Delta| < 1 \quad \text{tj} \quad \operatorname{Re}(\phi) > 0$$

što je zadovoljeno u dva slučaja :

1) $0 < \Delta < 1$, $I_s < I$, bilo koje $\vec{k}_H = 0$. Ovakvi magnoni nazivaju se akustički površinski magnoni. Spinska pobudjenja u susednim slojevima su u fazi, a njihova frekvencija manja je od odgovarajuće frekvencije zapreminskih magnona :

$$\omega_s(\vec{k}_H) < \omega_b(\vec{k}_H, k_z)$$

2) $-1 < \Delta < 0$ - nastaju optički površinski magnoni. Za njih je karakteristično da postoji fazna razlika od 180° između spinskih talasa u susednim slojevima. Njihova frekvencija veća je od odgovarajuće frekvencije zapreminskih :

$$\omega_s(\vec{k}_H) > \omega_b(\vec{k}_H, k_z)$$

Može se takođe videti da se javljaju samo za $|\vec{k}_H|$ veće od određene kritične vrednosti različite od nule.

Na kraju još samo nekoliko reči o takozvanoj površinskoj anizotropiji. Ovakva vrsta anizotropije javlja se zato što površinske kristalne ravni imaju nižu simetriju od onih u unutrašnjosti kristala, što je često posledica određenih nepravilnosti ili primesa na površini. U hamiltonijanu se prikazuje u vidu izraza :

$$-g\mu_B \sum_i \omega_A(i) S_i^z$$

U najjednostavnijem slučaju efektivno polje anizotropije može imati konstantnu vrednost ω_A za spinove na površini i biti jednako nuli u unutrašnjosti. Uvezši ovo u obzir površinski magnoni i dalje su dati relacijom (3.12), ali je Δ definisano na sledeći način:

$$\Delta \equiv e^{i\vec{k}\cdot\vec{a}} = \left\{ 1 - \frac{g\mu_B\omega_A}{SI} + 4\left(1 - \frac{I_s}{I}\right)\left(1 - \frac{\omega_k}{4}\right) \right\}^{-1} \quad (3.14)$$

4.

Površinske ekscitacije u antiferomagnetiku sa prostom kubnom rešetkom

Pokušaćemo da generališemo pristup iz rada T.Wolfram-a i R.E. De Wames-a "Surface Spin Waves for the Simple Cubic Antiferromagnet" [6] koji predstavlja studiju površinskih spinских talasa u antiferomagnetiku proste kubne strukture sa dve podrešetke u funkciji površinske izmene i površinskog polja anizotropije. Zato prvo rezimirajmo njihove rezultate.

Polazi se od Hajzenbergovog hamiltonijana sledećeg oblika :

$$\hat{H} = \sum_{i,\Delta} I(i, i+\Delta) S_i^a S_{i+\Delta}^b - \sum_i [g\mu_B H_o + \omega_A(i)] S_i^{za} - \sum_j [g\mu_B H_o + \omega_A(j)] S_j^{zb} \quad (4.1)$$

U ovom modelu najbliži sused spina podrešetke a pripada podrešetci b. Polje anizotropije je ω_A a veličina H_o predstavlja spoljašnje magnetno polje čiji je pravac uzet za pravac z - ose.

Za operatore definisane na sledeći način :

$$\begin{aligned} S_i^+ &= S_i^{za} + iS_i^{rb} \\ S_j^+ &= S_j^{zb} + iS_j^{ra} \end{aligned} \quad (4.2)$$

jednačina kretanja imaće sledeći oblik :

$$i \frac{d}{dt} S_i^+(t) = [S_i^+(t), \hat{H}(t)] \quad I = i, j \quad i \in a, j \in b \quad (4.3)$$

U aproksimaciji haotičnih faza jednačina (4.3) daje :

$$\begin{aligned} \omega S_i^+(\omega) &= \\ -\sum_{\Delta} I(i, i+\Delta) &\langle S_{i+\Delta}^{zb} \rangle S_i^+(\omega) + \langle S_i^{za} \rangle \sum_{\Delta} I(i, i+\Delta) S_{i+\Delta}(\omega) + [\omega_H + \omega_A(i)] S_i(\omega) \end{aligned} \quad (4.4)$$

jednačina za $S_j^+(\omega)$ dobija se iz (4.4) zamenom i sa j , a sa b i menjanjem znaka ispred ω_A . U (4.4) su uvedene označke :

$$\omega_H(i) = g\mu_B H_o$$

$$S_I^+(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega e^{-i\omega t} S_I^+(\omega) \quad I = i, j \quad (4.5)$$

Razmatra se polubeskonačni kristal ($z = 0$ do $z = \infty$). Zbog translacione invarijantnosti x i y koordinata stanje sistema se karakteriše dvodimenzionim propagacionim vektorom u xy ravni \vec{k}_H . U ovom radu razmatran je samo slučaj površinskih perturbacija, uzima se da je I_{ij} jednako I_s između spinova na površini a unutar kristala ima vrednost I , na sličan način $\omega_A(i)$ jednako je ω_{AS} na površini i ω_A u unutrašnjosti. Razmatranje je dalje ograničeno pretpostavkom da je temperatura jednaka apsolutnoj nuli pa je :

$$\langle S_i^{za} \rangle = -\langle S_i^{zb} \rangle = \langle S \rangle \quad \text{na } T = 0K$$

Jednačina (4.4) može se redukovati na jednodimenzioni matrični problem uvođenjem funkcije $U_n^{(\mu)}(\omega)$ definisane sa:

$$S_I^+(\omega) = (2\pi d)^{-2} \int d\vec{k} e^{i\vec{k}\vec{\rho}} U_n^{(\mu)}(\vec{k}, \omega) \quad I = i, j \quad (4.6)$$

$$\begin{array}{ll} \mu = a & \text{za } I = i \\ \mu = b & \text{za } I = j \end{array}$$

Dalje se dobija matrična jednačina :

$$(\bar{D} + \Delta \bar{D})U = 0 \quad (4.7)$$

Gde je \bar{D} matrica najbližih suseda koja se sastoji od matrica 2×2 a U vektor kolona čiji su elementi dvokomponentni vektori:

$$\bar{D} = \begin{pmatrix} D_0 & D_1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ D_1 & D_0 & D_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & D_1 & D_0 & D_1 & 0 & \dots & . \\ 0 & 0 & D_1 & D_0 & D_1 & \dots & . \\ . & . & . & . & . & \dots & . \\ . & . & . & . & . & \dots & . \end{pmatrix} \quad U = \begin{pmatrix} u_1^{(a)}(\vec{k}_H, \omega) \\ u_1^{(b)}(\vec{k}_H, \omega) \\ u_2^{(a)}(\vec{k}_H, \omega) \\ u_2^{(b)}(\vec{k}_H, \omega) \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

$$D_0 = \begin{pmatrix} E - \omega_o & -\omega_k \\ \omega_k & E + \omega_o \end{pmatrix} \quad D_1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

U gornjim matricama korišćene su oznake :

$$\begin{aligned}
 E &= (\omega - \omega_H) / C \\
 \omega_o &= 6 + \omega_A / C \\
 \omega_k &= 2 \left(\cos \frac{k_x d}{2} + \cos \frac{k_y d}{2} \right) \\
 C &= I \langle S_z \rangle \\
 \Delta\omega_o &= 1 + 4(1 - \varepsilon) - \Delta\omega_{Ao} \\
 \Delta\omega_{Ao} &= \omega_{AS} - \omega_A \\
 \varepsilon &= \frac{I_S}{I} \\
 \Delta\omega_k &= \omega_k (1 - \varepsilon)
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

Perturbaciona matrica ΔD sadrži prvi dijagonalni element ΔD_0 kao jedini različit od nule :

$$\Delta D_0 = \begin{pmatrix} \Delta\omega_o & \Delta\omega_{ko} \\ -\Delta\omega_{ko} & -\Delta\omega_o \end{pmatrix} \tag{4.11}$$

Definisanjem Grinove funkcije $\bar{G} = \bar{D}^{-1}$ površinska stanja biće određena sledećom jednačinom:

$$\det(\bar{I} + \bar{G} \Delta \bar{D}) = 0 \tag{4.12}$$

gde je \bar{I} jedinična matrica. Zbog jednostavnosti forme ΔD (4.12) se svodi na determinantu gornjih 2x2 elemenata. Da bi odredili \bar{G} polaze od pretpostavke :

$$\{\bar{G}\}_{nm} = \{e^{i\hat{\theta}(n+m)} - e^{i\hat{\theta}|n-m|}\} \hat{C} \quad \text{gde su } \hat{\theta} \text{ i } \hat{C} \text{ matrice } 2 \times 2$$

uvrštavanjem ove relacije u matričnu jednačinu :

$$\bar{D} \bar{G} = \bar{I}$$

određuje se $-2 \cos \hat{\theta} = \hat{D}_1^{-1} \hat{D}_0$.

Proizvod $\hat{D}_1^{-1} \hat{D}_0$ može se dijagonalizovati :

$$\hat{L}^{-1} (\hat{D}_1^{-1} \hat{D}_0) \hat{L} = \begin{pmatrix} -2 \cos \theta_1 & 0 \\ 0 & -2 \cos \theta_2 \end{pmatrix}$$

gde je :

$$L = \begin{pmatrix} (\omega_o + E)^{\frac{1}{2}} & (\omega_o + E)^{\frac{1}{2}} \\ (\omega_o - E)^{\frac{1}{2}} & -(\omega_o - E)^{\frac{1}{2}} \end{pmatrix}$$

$$-2 \cos \theta_i = \omega_k \pm (\omega_o^2 - E^2)^{\frac{1}{2}}.$$

Za polubeskonačni kristal \bar{G} mora biti konačno i za dovoljno velike \vec{n} i \vec{m} , dakle moramo zahtevati da θ_1 i θ_2 imaju pozitivan imaginarni deo. Po konvenciji θ_1 leži u prvom kvadrantu gornje kompleksne ravni, a θ_2 u drugom. Kada je $E^2 > \omega_o^2$ gornja jednačina ima oblik :

$$-2 \cos \theta_i = \omega_k \pm (E^2 - \omega_o^2)^{\frac{1}{2}}$$

Elementi matrice \bar{G} najjednostavnije se dobijaju računom u reprezentaciji u kojo je $\hat{\theta}$ dijagonalno, a zatim se vraća u originalnu reprezentaciju tj.

$$\begin{aligned} \hat{U} [\hat{U}^{-1} \{\bar{G}\}_{nm} D_1 \hat{U}] \hat{U} \hat{D}_1^{-1} &= \{\bar{G}\}_{nm} \\ \{\bar{G}\}_{nm} &= \begin{pmatrix} \{\bar{G}\}_{nm}^{11} & \{\bar{G}\}_{nm}^{12} \\ \{\bar{G}\}_{nm}^{21} & \{\bar{G}\}_{nm}^{22} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.13)$$

gde su :

$$\begin{aligned} \{\bar{G}\}_{nm}^{11} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\omega_o + E}{\omega_o - E} \right)^{\frac{1}{2}} [\mathbf{f}_{nm}(\theta_1) - \mathbf{f}_{nm}(\theta_2)] \\ \{\bar{G}\}_{nm}^{21} &= \frac{1}{2} [\mathbf{f}_{nm}(\theta_1) - \mathbf{f}_{nm}(\theta_2)] \\ \{\bar{G}\}_{nm}^{22} &= - \left(\frac{\omega_o - E}{\omega_o + E} \right) \{\bar{G}\}_{nm}^{11} \\ \{\bar{G}\}_{nm}^{12} &= - \{\bar{G}\}_{nm}^{21}. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Funkcije $\mathbf{f}_{nm}(\theta_\beta)$ date su na sledeći način :

$$\mathbf{f}_{nm}(\theta_\beta) = (2i \sin \theta_\beta)^{-1} (e^{i(n+m)\theta_\beta} - e^{i(n-m)\theta_\beta}) \quad (4.15)$$

Iz jednačina (4.12) - (4.15) se može dobiti spektar površinskih spinskih talasa:

$$E^2 = \omega_o^2 - \frac{\omega_k^2}{x^2} - \frac{4}{1 - x^2}$$

gde je x koren sledeće kubne jednačine :

$$\Delta \omega_o \omega_o x^3 - [1 - \omega_k \Delta \omega_k + (\Delta \omega_k)^2 - (\Delta \omega_o)^2] x^2 - [\Delta \omega_o \omega_o + (\Delta \omega_k)^2 - (\Delta \omega_o)^2 - 1] x - \omega_k \Delta \omega_k = 0$$

Promenljiva x definisana je na sledeći način :

$$x = -i \cot \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}$$

Analiza ovog rada korišćena je da bi pokazali prednost našeg metoda pri rešavanju istog problema.

Polazeći od istog hamiltonijana (4.1) i koristeći iste jednačine kretanja (4.3), posle prelaska u dvodimenzioni k - prostor napisali smo jednačine za slojeve, polazeći od sledeće pretpostavke :

$$n \geq 1$$

$$\begin{aligned} U_n^a &= A_1 e^{i\theta_1 n} + A_2 e^{i\theta_2 n} \\ U_n^b &= B_1 e^{i\theta_1 n} + B_2 e^{i\theta_2 n} \end{aligned}$$

za $n = 0$ imamo U_o^a i U_o^b .

Dakle jednačine za slojeve glase :

$$n \geq 1$$

$$\begin{aligned} (E - \omega_o)(A_1 e^{i\theta_1 n} + A_2 e^{i\theta_2 n}) - \omega_k(B_1 e^{i\theta_1 n} + B_2 e^{i\theta_2 n}) - \\ - 2B_1 e^{i\theta_1 n} \cos \theta_1 - 2B_2 e^{i\theta_1 n} \cos \theta_2 = 0 \\ \omega_k(A_1 e^{i\theta_1 n} + A_2 e^{i\theta_2 n}) + 2A_1 e^{i\theta_1 n} \cos \theta_1 + 2B_2 e^{i\theta_2 n} \cos \theta_2 + \\ + (E + \omega_o)(B_1 e^{i\theta_1 n} + B_2 e^{i\theta_2 n}) = 0 \end{aligned} \quad (4.16)$$

Pošto su θ_1 i θ_2 nezavisne veličine dobijamo dva sistema :

$$\begin{aligned} (E - \omega_o)A_i - (\omega_k + 2 \cos \theta_i)B_i &= 0 & i = 1, 2 \\ (\omega_k + 2 \cos \theta_i)A_i + (E + \omega_o)B_i &= 0 \\ E^2 - \omega_o^2 + (\omega_k + 2 \cos \theta_i)^2 &= 0 \\ -2 \cos \theta_{1/2} &= \omega_k \pm \sqrt{\omega_o^2 - E^2} \end{aligned} \quad (4.17)$$

Vidimo da je energija ponovo data izrazom :

$$E^2 = \omega_o^2 - \frac{\omega_k^2}{x^2} - \frac{4}{1 - x^2} \quad \text{pri čemu je} \quad x = -i \cot \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \quad (4.18)$$

Jednačina za $n = 0$ daje :

$$\begin{aligned} (E - \omega_o + \Delta \omega_o)U_o^a + (\Delta \omega_k - \omega_k)U_o^b - B_1 e^{i\theta_1} - B_2 e^{i\theta_2} &= 0 \\ (\omega_k - \Delta \omega_k)U_o^a + (E + \omega_o - \Delta \omega_o)U_o^b + A_1 e^{i\theta_1} + A_2 e^{i\theta_2} &= 0 \end{aligned} \quad (4.19)$$

Za $n = 1$:

$$\begin{aligned} & (E - \omega_o)(A_1 e^{i\theta_1} + A_2 e^{i\theta_2}) - \omega_k (B_1 e^{i\theta_1} + B_2 e^{i\theta_2}) - U_o^b - \\ & - B_1 e^{2i\theta_1} - B_2 e^{2i\theta_2} = 0 \\ & \omega_k (A_1 e^{i\theta_1} + A_2 e^{i\theta_2}) + (E + \omega_o)(B_1 e^{i\theta_1} + B_2 e^{i\theta_2}) + U_o^a \\ & + A_1 e^{2i\theta_1} + A_2 e^{2i\theta_2} = 0 \end{aligned} \quad (4.20)$$

Iz sistema (4.17) dobijamo :

$$\begin{aligned} B_1 &= -\frac{\omega_o - E}{\omega_k + 2 \cos \theta_1} A_1 = +\sqrt{\frac{\omega_o - E}{\omega_o + E}} A_1 \\ A_2 &= -\frac{E + \omega_o}{\omega_k + 2 \cos \theta_2} B_2 = -\sqrt{\frac{E + \omega_o}{\omega_o - E}} B_2 \end{aligned} \quad (4.21)$$

Sistemi (4.20) i (4.16) daju posle transformacije :

$$\begin{aligned} -B_1 e^{2i\theta_1} - B_1 + B_1 &= B_1 - 2 \cos \theta_1 B_1 e^{i\theta_1} \\ -B_2 e^{2i\theta_2} - B_2 + B_2 &= B_2 - 2 \cos \theta_2 B_2 e^{i\theta_2} \end{aligned}$$

Sledi :

$$\begin{aligned} U_o^a &= A_1 + A_2 \\ U_o^b &= B_1 + B_2 \end{aligned} \quad (4.22)$$

odnosno, ako iskoristimo (4.21) :

$$\begin{aligned} U_o^a &= A_1 - \sqrt{\frac{\omega_o + E}{\omega_o - E}} B_2 \\ U_o^b &= B_2 + \sqrt{\frac{\omega_o - E}{\omega_o + E}} A_1 \end{aligned} \quad (4.23)$$

Koristeći (4.23) i (4.21), sve amplitude A_1, A_2, B_1 i B_2 možemo da izrazimo preko U_o^a i U_o^b na sledeći način :

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{2} \left(U_o^a + \sqrt{\frac{\omega_o + E}{\omega_o - E}} U_o^b \right) \\ A_2 &= \frac{1}{2} \left(U_o^a - \sqrt{\frac{\omega_o + E}{\omega_o - E}} U_o^b \right) \\ B_1 &= \frac{1}{2} \left(U_o^b + \sqrt{\frac{\omega_o - E}{\omega_o + E}} U_o^a \right) \\ B_2 &= \frac{1}{2} \left(U_o^b - \sqrt{\frac{\omega_o - E}{\omega_o + E}} U_o^a \right) \end{aligned} \quad (4.24)$$

Ako zamenimo (4.22) u (4.19) :

$$(E - \omega_o + \Delta\omega_o)(A_1 + A_2) + (\Delta\omega_k - \omega_k)(B_1 + B_2) - B_1 e^{i\theta_1} - B_2 e^{i\theta_1} = 0$$

$$(\omega_k - \Delta\omega_k)(A_1 + A_2) + (E + \omega_o - \Delta\omega_o)(B_1 + B_2) + A_1 e^{i\theta_1} + A_2 e^{i\theta_1} = 0$$

Kada od poslednjeg sistema oduzmemosistem (4.17) za $i = 1$ i $i = 2$ dobijamo :

$$\Delta\omega_o(A_1 + A_2) + \Delta\omega_k(B_1 + B_2) + B_1 e^{-i\theta_1} + B_2 e^{-i\theta_1} = 0$$

$$-\Delta\omega_k(A_1 + A_2) - \Delta\omega_o(B_1 + B_2) - A_1 e^{-i\theta_1} - A_2 e^{-i\theta_1} = 0$$

Ako iskoristivši (4.21) eliminisemo B_1 i A_2 , dobijamo sistem jednačina homogen po A_1 i B_2 :

$$\left(\Delta\omega_o + \Delta\omega_k \sqrt{\frac{\omega_o + E}{\omega_o - E}} + \sqrt{\frac{\omega_o - E}{\omega_o + E}} e^{-i\theta_1} \right) A_1 + \left(\Delta\omega_k - \Delta\omega_o \sqrt{\frac{\omega_o + E}{\omega_o - E}} + e^{-i\theta_2} \right) B_2 = 0$$

$$\left(\Delta\omega_k + \Delta\omega_o \sqrt{\frac{\omega_o - E}{\omega_o + E}} + e^{-i\theta_1} \right) A_1 + \left(-\Delta\omega_o + \Delta\omega_k \sqrt{\frac{\omega_o + E}{\omega_o - E}} + \sqrt{\frac{\omega_o + E}{\omega_o - E}} e^{-i\theta_2} \right) B_2 = 0$$

Uslov postojanja rešenja ovog sistema je da mu je determinanta jednaka nuli što može da se izrazi u vidu sledeće jednačine :

$$2(\Delta\omega_k)^2 - 2(\Delta\omega_o)^2 - \Delta\omega_o \left(\sqrt{\frac{\omega_o - E}{\omega_o + E}} + \sqrt{\frac{\omega_o + E}{\omega_o - E}} \right) (e^{-i\theta_1} - e^{-i\theta_2}) +$$

$$+ 2\Delta\omega_k (e^{-i\theta_1} + e^{-i\theta_2}) + 2e^{-i(\theta_1 + \theta_2)} = 0$$

Množenjem poslednje jednačine sa $\frac{e^{i(\theta_1 + \theta_2)}}{2}$ i korišćenjem relacije :

$$\sqrt{\frac{\omega_o - E}{\omega_o + E}} + \sqrt{\frac{\omega_o + E}{\omega_o - E}} = \frac{2\omega_o}{\sqrt{\omega_o^2 - E^2}}$$

dobija se :

$$[(\Delta\omega_k)^2 - (\Delta\omega_o)^2] e^{i(\theta_1 + \theta_2)} + \frac{\Delta\omega_o \omega_o}{\sqrt{\omega_o^2 - E^2}} (e^{i\theta_1} - e^{i\theta_2}) + \Delta\omega_k (e^{i\theta_1} - e^{i\theta_2}) - 1 = 0 \quad (4.25)$$

Da bi smo (4.25) izrazili u funkciji promenljive x definisane sa (4.18) iskoristićemo neke trigonometrijske relacije :

$$e^{i(\theta_1+\theta_2)} = \cos(\theta_1 + \theta_2) + i\sin(\theta_1 + \theta_2)$$

$$e^{i\theta_1} + e^{i\theta_2} = (\cos \theta_1 + \cos \theta_2) + i(\sin \theta_1 + \sin \theta_2)$$

$$e^{i\theta_1} - e^{i\theta_2} = (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) + i(\sin \theta_1 - \sin \theta_2)$$

Takođe koristimo i sledeće relacije dobijene kombinovanjem (4.17.d) i adicioneih formula :

$$\cos \theta_1 + \cos \theta_2 = -\omega_k = 2 \cos \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \cos \frac{\theta_1 - \theta_2}{2}$$

$$\cos \theta_1 - \cos \theta_2 = -\sqrt{\omega_0^2 - E^2} = -2 \sin \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \sin \frac{\theta_1 - \theta_2}{2}$$

$$\sin \theta_1 - \sin \theta_2 = 2 \cos \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \sin \frac{\theta_1 - \theta_2}{2}$$

tako da na kraju dobijamo :

$$\Delta \omega_o \omega_o x^3 - \left[1 - \omega_k \Delta \omega_k + (\Delta \omega_k)^2 - (\Delta \omega_o)^2 \right] x^2 - \left[\Delta \omega_o \omega_o + (\Delta \omega_k)^2 - (\Delta \omega_o)^2 - 1 \right] x - \omega_k \Delta \omega_k = 0$$

a to je upravo ona kubna jednačina koju su dobili i Wolfram i De Wames u svom radu .

5.

Površinske eksitacije u polubeskonačnom antiferomagnetiku sa bikvadratnom interakcijom - slučaj proste kubne strukture

Centralni deo ovog rada predstavlja ispitivanje površinskih magnetnih pobuđenja u polubeskonačnom antiferomagnetiku proste kubne strukture, opisanim Hamiltonijanom koji pored Hajzenbergove sadrži i bikvadratnu izmenu. Kako je bikvadratna izmena najčešće praćena jednojonskom anizotropijom i ovaj član je uzet u obzir.

$$\hat{H} = \sum_{\bar{i}\bar{j}} I_{\bar{i}\bar{j}} S_{\bar{i}} S_{\bar{j}} + a \sum_{\bar{i}\bar{j}} I_{\bar{i}\bar{j}} (S_{\bar{i}} S_{\bar{j}})^2 - \sum_{\bar{i}} D_{\bar{i}} (S_{\bar{i}}^z)^2 - \omega_A \sum_{\bar{i}} S_{\bar{i}}^z \quad (5.1)$$

Poslednji član u izrazu predstavlja uticaj površinske anizotropije karakteristične za antiferomagnete. Površinske eksitacije mogu da se izračunavaju na različite načine i različitim tehnikama. Mi koristimo metod opisan u prethodnom poglavljju. Račun je uporedo rađen za ferimagnete i antiferomagnete (poslednji su posmatrani kao specijalan slučaj).

Definišimo, dakle operatore :

$$S_{\bar{i}}^{\pm} = S_{\bar{i}}^x \pm i S_{\bar{i}}^y \quad (5.2)$$

za koje važe sledeće komutacione relacije :

$$[S_{\bar{i}}^+, S_{\bar{j}}^-] = 2 S_{\bar{i}}^z \delta_{ij} \quad [S_{\bar{i}}^-, S_{\bar{j}}^+] = \pm S_{\bar{i}}^z \delta_{ij} \quad (5.3)$$

kao i operator kvadrupolnog momenta :

$$Q_{\bar{j}} = 3(S_{\bar{j}}^z)^2 - S(S+1) \quad (5.4)$$

Napišimo dalje jednačinu kretanja za operator $S_{\vec{m}}^+$:

$$i \frac{dS_{\vec{m}}^+}{dt} = [S_{\vec{m}}^+, \hat{H}] \quad (\hbar = 1) \quad (5.5)$$

Jednačina kretanja ima sledeći oblik:

$$\begin{aligned} i \frac{dS_{\vec{m}}^+}{dt} = & - \sum_j I_{j\vec{m}} \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right) \left(S_j^z S_{\vec{m}}^+ - S_{\vec{m}}^z S_j^+ \right) - \frac{\alpha}{2} \sum_j I_{j\vec{m}} \left\{ Q_j \left(S_{\vec{m}}^+ S_{\vec{m}}^z + S_{\vec{m}}^z S_{\vec{m}}^+ \right) - \right. \\ & Q_{\vec{m}} \left(S_j^+ S_j^z + S_j^z S_j^+ \right) + \left(S_{\vec{m}}^+ \right)^2 \left(S_j^- S_j^z + S_j^z S_j^- \right) + \left(S_j^+ \right)^2 \left(S_{\vec{m}}^- S_{\vec{m}}^z + S_{\vec{m}}^z S_{\vec{m}}^- \right) + \\ & D_{\vec{m}} \left(S_{\vec{m}}^+ S_{\vec{m}}^z + S_{\vec{m}}^z S_{\vec{m}}^+ \right) + \left(\mu H_o + \omega_A \right) S_{\vec{m}}^+ \end{aligned}$$

Proizvod spinskih operatora u gornjoj jednačini može biti pojednostavljen korišćenjem Aproksimacije haotičnih faza (RPA):

$$\left(S_j^z S_{\vec{m}}^+ - S_{\vec{m}}^z S_j^+ \right) \rightarrow \langle S_j^z \rangle S_{\vec{m}}^+ - \langle S_{\vec{m}}^z \rangle S_j^+ \quad (5.6)$$

Jednačina (5.6) predstavlja "dekuplovanje" proizvoda operatora pri čemu se svako S^z zamenjuje svojom srednjom termalnom vrednošću.

Da bi izvršili dekuplovanje na istom čvoru možemo preći sa spinskih na bozonske operatore. Naime, mi zapravo tražimo takve funkcije koje će u bozonском Hilbertovom prostoru imati iste komutacione relacije kao operatori S^+ i S^- . Ukoliko je:

$$\langle S_{\vec{n}}^z \rangle \approx S \quad \text{tada važi} \quad [S_{\vec{n}}^+ S_{\vec{m}}^-] \approx 2S\delta_{\vec{n}\vec{m}}.$$

Dakle na niskim temperaturama može se iskoristiti sledeća smena:

$$S_{\vec{n}}^- \rightarrow \sqrt{2S} a_{\vec{n}}^+ \quad S_{\vec{n}}^+ \rightarrow \sqrt{2S} a_{\vec{n}}^- \quad S_{\vec{n}}^z \rightarrow S - a_{\vec{n}}^+ a_{\vec{n}}^-$$

U teoriji magnetizma ova transformacija naziva se Blohova aproksimacija.

Za dve podrešetke a i b:

$$\begin{aligned} S_{\vec{m}}^{+a} &= \sqrt{2S} a_{\vec{m}}^+ & S_{\vec{m}}^{+b} &= \sqrt{2S} b_{\vec{m}}^+ \\ S_{\vec{m}}^{za} &= S_a - a_{\vec{m}}^+ a_{\vec{m}}^- & S_{\vec{m}}^{zb} &= -S_b + b_{\vec{m}}^+ b_{\vec{m}}^- \end{aligned} \quad (5.7)$$

Može se izvršiti linearizacija jednačina (dekuplovanje na T=0):

$$\begin{aligned} Q_j^a &= Q_j^b \approx 3S^2 - S(S+1) = 2S^2 - S = S(2S-1) \\ S &= S_a, S_b \end{aligned} \quad (5.8)$$

$$\begin{aligned} (S_{\vec{m}}^+ S_{\vec{m}}^z + S_{\vec{m}}^z S_{\vec{m}}^+)^{(a)} &= \sqrt{2S_a} \left(a_{\vec{m}} (S_a - a_{\vec{m}}^+ a_{\vec{m}}^-) + (S_a - a_{\vec{m}}^+ a_{\vec{m}}^-) a_{\vec{m}} \right) \\ &\approx \sqrt{2S_a} (2S_a - 1) a_{\vec{m}} \approx (2S_a - 1) S_{\vec{m}}^{+(a)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\mathbf{S}_{\bar{m}}^+ \mathbf{S}_{\bar{m}}^z + \mathbf{S}_{\bar{m}}^z \mathbf{S}_{\bar{m}}^+)^{(b)} &= \sqrt{2S_b} \left(b_{\bar{m}}^+ (-S_b + b_{\bar{m}}^+ b_{\bar{m}}) + (-S_b + b_{\bar{m}}^+ b_{\bar{m}}) b_{\bar{m}}^+ \right) \\ &\approx \sqrt{2S_b} (-2S_b + 1) b_{\bar{m}}^+ \approx (-2S_b + 1) S_{\bar{m}}^{+(b)} \end{aligned} \quad (5.9)$$

Kada ove relacije uvrstimo u jednačinu kretanja dobija se :

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{dS_{\bar{m}}^{+a}}{dt} &= - \sum_j I_{j\bar{m}} \left(1 - \frac{a}{2} \right) (-S_b S_{\bar{m}}^{+a} - S_a S_j^{+b}) - \frac{a}{2} \sum_j I_{j\bar{m}} \left\{ S_b (2S_b - 1)(2S_a - 1) S_{\bar{m}}^{+a} - \right. \\ &\quad \left. S_a (2S_a - 1)(1 - 2S_b) S_j^{+b} \right\} - D_{\bar{m}} (2S_a - 1) S_{\bar{m}}^{+a} + (\mu H_o + \omega_A) S_{\bar{m}}^{+a} \\ i\hbar \frac{dS_{\bar{m}}^{+b}}{dt} &= - \sum_j I_{j\bar{m}} \left(1 - \frac{a}{2} \right) (-S_a S_{\bar{m}}^{+b} - (-S_b) S_j^{+a}) - \frac{a}{2} \sum_j I_{j\bar{m}} \left\{ S_a (2S_a - 1)(2S_b - 1) S_{\bar{m}}^{+b} - \right. \\ &\quad \left. S_b (2S_b - 1)(2S_a - 1) S_j^{+a} \right\} + D_{\bar{m}} (1 - 2S_b) S_{\bar{m}}^{+b} + (\mu H_o + \omega_A) S_{\bar{m}}^{+b} \end{aligned}$$

Ako pretpostavimo da za a i b važi :

$$S_{\bar{m}}^+(t) = \int S_{\bar{m}}^+(\omega) e^{-i\omega t} d\omega = \int S_{\bar{m}}^+(\omega) e^{-iEt} dE \quad (5.10)$$

Onda je :

$$\begin{aligned} ES_{\bar{m}}^{+a}(\omega) &= \\ &\left\{ \sum_j I_{j\bar{m}} \left[\left(1 - \frac{a}{2} \right) S_b - \frac{a}{2} S_b (2S_b - 1)(2S_a - 1) \right] + D_{\bar{m}} (2S_a - 1) + \mu H_o + \omega_A \right\} S_{\bar{m}}^{+a}(\omega) + \\ &+ \sum_j I_{j\bar{m}} \left[\left(1 - \frac{a}{2} \right) S_a - \frac{a}{2} S_a (2S_a - 1)(2S_b - 1) \right] S_j^{+b} \end{aligned} \quad (5.11)$$

tj :

$$\begin{aligned} ES_{\bar{m}}^{+b}(\omega) &= \\ &\left\{ \sum_j I_{j\bar{m}} \left[- \left(1 - \frac{a}{2} \right) S_b + \frac{a}{2} S_b (2S_b - 1)(2S_a - 1) \right] - D_{\bar{m}} (2S_b - 1) + \mu H_o - \omega_A \right\} S_{\bar{m}}^{+a}(\omega) - \\ &- \sum_j I_{j\bar{m}} \left[\left(1 - \frac{a}{2} \right) S_a - \frac{a}{2} S_a (2S_a - 1)(2S_b - 1) \right] S_j^{+b} \end{aligned}$$

Ako sa α_{ab} i α_{ba} označimo :

$$\begin{aligned} \alpha_{ab} &= \left(1 - \frac{a}{2} \right) S_b - \frac{a}{2} S_b (2S_b - 1)(2S_a - 1) \\ \alpha_{ba} &= \left(1 - \frac{a}{2} \right) S_a - \frac{a}{2} S_a (2S_a - 1)(2S_b - 1) \end{aligned} \quad (5.12)$$

U slučaju antiferomagneta biće :

$$\begin{aligned} S_a = S_b \Rightarrow \alpha_{ab} = \alpha_{ba} = \alpha(a) = S \left[1 - \frac{a}{2} - \frac{a}{2}(2S-1)^2 \right] \\ \alpha(a) = S[1-a-2Sa(S-1)] \end{aligned} \quad (5.13)$$

Uvedimo dalje oznake :

$$\check{\omega}_a = \mu H_o + \omega_A \quad \check{\omega}_b = \mu H_o - \omega_A \quad (5.14)$$

Tad jednačine (5.11) dobijaju oblik :

$$\begin{aligned} ES_{\tilde{m}}^{+a}(\omega) &= \alpha_{ba} \left(\sum_j I_{j\tilde{m}} \right) S_{\tilde{m}}^{+a}(\omega) + [D_{\tilde{m}}(2S_a-1) + \check{\omega}_a] S_{\tilde{m}}^{+a}(\omega) + \alpha_{ab} \sum_j I_{j\tilde{m}} S_j^{+b} \\ ES_{\tilde{m}}^{+b}(\omega) &= -\alpha_{ab} \left(\sum_j I_{j\tilde{m}} \right) S_{\tilde{m}}^{+b}(\omega) + [-D_{\tilde{m}}(2S_b-1) + \check{\omega}_b] S_{\tilde{m}}^{+b}(\omega) - \alpha_{ba} \sum_j I_{j\tilde{m}} S_j^{+a} \end{aligned} \quad (5.15)$$

Furije transformacija u dvodimenzionom \vec{k}_H prostoru ima sledeći oblik :

$$\begin{aligned} \vec{k}_H &= (k_x, k_y, 0) \\ S_{\tilde{m}}^{+a,b} &= \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{\vec{k}_H} e^{i\vec{k}_H \cdot \vec{p}} U_{\tilde{m}}^{a,b}(\vec{k}_H, \omega) \end{aligned} \quad (5.16)$$

Kada je primenimo na (5.15) dobijamo :

$$\begin{aligned} EU_{\tilde{m}}^a(\vec{k}_H, \omega) &= \alpha_{ba} \left(\sum_{\tilde{\lambda}} I(\tilde{m} - \tilde{\lambda}) \right) U_{\tilde{m}}^a(\vec{k}_H, \omega) + [D_{\tilde{m}}(2S_a-1) + \check{\omega}_a] U_{\tilde{m}}^a(\vec{k}_H, \omega) + \\ &+ \alpha_{ab} \sum_{\tilde{\lambda}} I_{\tilde{\lambda}+\tilde{m}} e^{i\vec{k}_H \cdot \tilde{\lambda}} U_{\tilde{m}+\tilde{\lambda}}^b \end{aligned} \quad (5.17)$$

$$\begin{aligned} EU_{\tilde{m}}^b(\vec{k}_H, \omega) &= -\alpha_{ab} \left(\sum_{\tilde{\lambda}} I(\tilde{m} - \tilde{\lambda}) \right) U_{\tilde{m}}^b(\vec{k}_H, \omega) + [-D_{\tilde{m}}(2S_b-1) + \check{\omega}_b] U_{\tilde{m}}^b(\vec{k}_H, \omega) - \\ &- \alpha_{ba} \sum_{\tilde{\lambda}} I_{\tilde{\lambda}+\tilde{m}} e^{i\vec{k}_H \cdot \tilde{\lambda}} U_{\tilde{m}+\tilde{\lambda}}^a \end{aligned}$$

gde je :

$$|\lambda| = \frac{d_o}{2} = a_o \quad \text{a } a_o \text{- parametar proste kubne rešetke.}$$

Kada uvedemo oznake :

$$\begin{aligned} \Omega_a^s &= (2S_a-1)D_a^s + \omega_A \quad \Omega_b^s = -(2S_b-1)D_b^s - \omega_A \\ \Omega_a &= (2S_a-1)D_a + \omega_A \quad \Omega_b = -(2S_b-1)D_b - \omega_A \end{aligned}$$

možemo ispisati jednačine na sledeći način (po slojevima) :

Ferimagnet :

$$\begin{aligned} n=0 \quad & (E - \mu H_o - \Omega_s^s - \alpha_{ba} I_s(0)) U_o^s(\vec{k}_H, \omega) - \alpha_{ab} I_s(\vec{k}_H) U_o^b(\vec{k}_H, \omega) - \\ & - \alpha_{ba} I U_1^b(\vec{k}_H, \omega) = 0 \end{aligned} \quad (5.18)$$

$$\alpha_{ba} I_s(\vec{k}_H) U_o^s(\vec{k}_H, \omega) + (E - \mu H_o - \Omega_b^s + \alpha_{ab} I_s(0)) U_o^b(\vec{k}_H, \omega) +$$

$$+ \alpha_{ba} I U_1^s(\vec{k}_H, \omega) = 0$$

$$\begin{aligned} n \geq 1 \quad & (E - \mu H_o - \Omega_s^s - \alpha_{ba} I(0)) U_n^s(\vec{k}_H, \omega) - \alpha_{ab} I(\vec{k}_H) U_n^b(\vec{k}_H, \omega) - \\ & - \alpha_{ab} I(U_{n-1}^b + U_{n+1}^b) = 0 \end{aligned} \quad (5.19)$$

$$\alpha_{ba} I(\vec{k}_H) U_n^s(\vec{k}_H, \omega) + (E - \mu H_o - \Omega_b^s + \alpha_{ab} I(0)) U_n^b(\vec{k}_H, \omega) +$$

$$+ \alpha_{ba} I(U_{n-1}^s + U_{n+1}^s) = 0$$

Pri tome je :

$$\begin{aligned} I_s(\vec{k}_H) &= 2I_s \left(\cos \frac{k_x d_o}{2} + \cos \frac{k_y d_o}{2} \right) \\ I(\vec{k}_H) &= 2I \left(\cos \frac{k_x d_o}{2} + \cos \frac{k_y d_o}{2} \right) \end{aligned} \quad (5.20)$$

gde smo koristili oznake (4.10). Takođe može da se uvede smena :

$$E - \mu H_o \equiv \Omega$$

Antiferomagnet :

Ovde važe sledeće jednakosti :

$$S_a = S_b = S \quad D_a^s = D_b^s = D_s \quad D_a = D_b = D \quad \alpha_{ab} = \alpha_{ba} = \alpha(a)$$

$$\Omega_a^s = -\Omega_b^s \equiv \Omega_s = (2S-1)D_s + \omega_A$$

$$\Omega_a = -\Omega_b \equiv \Omega_o = (2S-1)D + \omega_A$$

$$\begin{aligned} n=0 \quad & (\Omega - \Omega_s - \alpha(a) I_s(0)) U_o^s(\vec{k}_H, \omega) - \alpha(a) I_s(\vec{k}_H) U_o^b(\vec{k}_H, \omega) - \\ & - \alpha(a) I U_1^b(\vec{k}_H, \omega) = 0 \end{aligned} \quad (5.21)$$

$$\alpha(a) I_s(\vec{k}_H) U_o^s(\vec{k}_H, \omega) + (\Omega + \Omega_s + \alpha(a) I_s(0)) U_o^b(\vec{k}_H, \omega) +$$

$$+ \alpha(a) I U_1^s(\vec{k}_H, \omega) = 0$$

$$\begin{aligned}
 & n \geq 1 \\
 & (\Omega - \Omega_a - \alpha(a)I(0))U_n^a - \alpha(a)I(\vec{k}_H)U_n^b(\vec{k}_H, \omega) - \\
 & - \alpha(a)I(U_{n-1}^b(\vec{k}_H, \omega) + U_{n+1}^b(\vec{k}_H, \omega)) = 0 \\
 & \alpha(a)I(\vec{k}_H)U_n^a(\vec{k}_H, \omega) + (\Omega + \Omega_a + \alpha(a)I(0))U_n^b(\vec{k}_H, \omega) + \\
 & + \alpha(a)(U_{n-1}^b(\vec{k}_H, \omega) + U_{n+1}^b(\vec{k}_H, \omega)) = 0
 \end{aligned} \tag{5.22}$$

Ako sada pretpostavimo da je :

$$\begin{aligned}
 U_n^a(\vec{k}_H, \omega) &= U^a e^{i\vec{k}_H \cdot \vec{r}} & U^a &= U^a(\vec{k}_H, \omega) \\
 U_n^b(\vec{k}_H, \omega) &= U^b e^{i\vec{k}_H \cdot \vec{r}} & U^b &= U^b(\vec{k}_H, \omega)
 \end{aligned}$$

i to zamenimo u (5.19) dobija se :

$$\begin{aligned}
 & (\Omega - \Omega_a - \alpha_{ba}I(0))U^a - \alpha_{ab}(I(\vec{k}_H) + 2I \cos \theta)U^b = 0 \\
 & \alpha_{ba}(I(\vec{k}_H) + 2I \cos \theta)U^a + (\Omega - \Omega_b + \alpha_{ab}I(0))U^b = 0
 \end{aligned} \tag{5.23}$$

Sistem (5.23) ima rešenje za U^a i U^b kada je determinanta sistema identički jednaka nuli. Ovaj uslov može da se napiše u obliku sledeće kvadratne jednačine :

$$\begin{aligned}
 & \Omega^2 - \Omega(\Omega_a + \alpha_{ba}I(0) + \Omega_b - \alpha_{ab}I(0)) + (\Omega_a + \alpha_{ba}I(0))(\Omega_b - \alpha_{ab}I(0)) + \\
 & + \alpha_{ab}\alpha_{ba}(I(\vec{k}_H) + 2I \cos \theta)^2 = 0
 \end{aligned} \tag{5.24}$$

Pošto su sve veličine $(\alpha, I, \Omega_{a,b})$ realne , da bi energija Ω bila realna $\cos \theta$ mora biti realna veličina. To je ostvareno pod sledećim uslovom :

$$1. \quad \theta = K_z \frac{d_o}{2} = K_z a$$

$$U_n^{a,b} \propto e^{iK_z n \frac{d_o}{2}} \quad \text{zapreminski talasi odnosno ekscitacije}$$

Pa je energija zapreminskih ekscitacija :

$$\begin{aligned}
 \Omega_{bulk} &= \frac{\Omega_a + \Omega_b + I(0)(\alpha_{ba} - \alpha_{ab})}{2} \pm \frac{1}{2} \left\{ \left[\Omega_a + \Omega_b + I(0)(\alpha_{ba} - \alpha_{ab}) \right]^2 - 4(\Omega_a + \alpha_{ba}I(0)) \right. \\
 & \quad \left. (\Omega_b - \alpha_{ba}I(0)) - 4\alpha_{ab}\alpha_{ba}I^2(\vec{k}) \right\}^{\frac{1}{2}}
 \end{aligned}$$

Pri tome je :

$$I(\vec{k}) = I(\vec{k}) + 2I \cos \frac{k_x d_o}{2} = 2I \left(\cos \frac{k_x d_o}{2} + \cos \frac{k_y d_o}{2} + \cos \frac{k_z d_o}{2} \right)$$

$$I(\vec{k}) = I \left[\omega_k + 2 \cos \frac{k_x d_o}{2} \right]$$

Ferimagnet :

$$\Omega_{bulk} = \frac{\Omega_a + \Omega_b + I(0)(\alpha_{ba} - \alpha_{ab})}{2} \pm \frac{1}{2} \left\{ \left[(\Omega_a + \alpha_{ba} I(0)) - (\Omega_b - \alpha_{ab} I(0)) \right]^2 - \right. \\ \left. 4\alpha_{ab}\alpha_{ba} I^2(\vec{k}) \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (5.25)$$

$$4\alpha_{ab}\alpha_{ba} I^2(\vec{k}) \rightarrow \frac{\Omega_{bulk}}{I(0) \langle \Omega_a \rangle} = \frac{1}{2}(\alpha - 1) \pm \frac{1}{2} \sqrt{(1+\alpha)^2 - 4\alpha \frac{I^2(\vec{k})}{I(0)}}$$

Antiferomagnet :

$$\Omega_{bulk} = \left\{ (\Omega_a + \alpha(a) I(0))^2 - \alpha^2(a) I^2(\vec{k}) \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (5.26)$$

$$\Omega_a = \Omega_b = -\Omega_b$$

2. Ako je θ kompleksan broj : $\theta = \alpha + i\eta a_o$ dobijamo površinske eksitacije kada je $\eta > 0$ (amplituda mora ostati konačna kada $\eta \rightarrow \infty$!).

$$\cos \theta = \cos(\alpha + i\eta a_o) = \cos \alpha \cosh \eta a_o - i \sin \alpha \sinh \eta a_o$$

kako $\cos \theta$ mora biti realan, mora biti i :

$$\sin \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = n\Pi \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

onda je :

$$\cos \alpha = \pm 1 \quad i \text{ imamo samo dve vrednosti}$$

$$\alpha = 0 \quad \cos \theta = \cosh \eta a_o \quad U_n^{a,b} \propto e^{-\eta n a_o} \quad \text{-akustički magnoni}$$

$\alpha = \Pi$ $\cos \theta = -\cosh \eta a_o \quad U_n^{a,b} \propto (-1)^n e^{-\eta n a_o} \quad \text{-optički magnoni, ovde se sada jasno vidi promena faze spinskih talasa u susednim slojevima, pomenuta u trećem poglavljju.}$

Ako jednačinu (5.24) rešimo po $\cos \theta$ dobijamo :

$$\alpha_{ab}\alpha_{ba} \left(I(\vec{k}_H) + 2I \cos \theta \right)^2 = (\Omega_a + \alpha_{ba} I(0))(\alpha_{ab} I(0) - \Omega_b) + \\ + \Omega(\Omega_a - \alpha_{ab} I(0) + \Omega_b + \alpha_{ba} I(0)) - \Omega^2$$

tj. za :

Ferimagnet :

$$-2 \cos \theta_{1/2} = \omega_k \pm \left\{ \frac{(\Omega_a + \alpha_{ba} I(0))(\alpha_{ab} I(0) - \Omega_b)}{I^2 \alpha_{ab} \alpha_{ba}} + \right. \\ \left. + \frac{\Omega(\Omega_a + \alpha_{ba} I(0) + \Omega_b - \alpha_{ab} I(0)) \cdot \Omega^2}{I^2 \alpha_{ab} \alpha_{ba}} \right\}^{1/2} \quad (5.27)$$

$$\omega_k = 2 \left(\cos \frac{k_x d_o}{2} + \cos \frac{k_y d_o}{2} \right)$$

Antiferomagnet :

$$-2 \cos \theta_{1/2} = \omega_k \pm \left\{ \frac{(\Omega_o + \alpha(a) I(0))^2 - \Omega^2}{I^2} \right\}^{1/2} \quad (5.28)$$

Analizom relacija (5.27) i (5.28) možemo zaključiti sledeće :

- a) U slučaju $\theta = k_z \frac{d_o}{2}$ tj zapreminskih ekscitacija postoji samo jedno rešenje jer je $\left| \cos \frac{k_z d_o}{2} \right| \leq 1$
- b) U slučaju $\theta = i\eta a_o + \alpha$, moguća su dva rešenja jer je $\left| \cosh \eta \frac{d_o}{2} \right| \geq 1$ i to u zavisnosti od ω .

I Rešenja za zapreminske ekscitacije : tražimo kao superpoziciju progresivnog i reflektovanog (od površine) talasa :

$$U_n^{a,b}(\vec{k}_H, \omega) = A_1^{a,b} e^{ik_z n a_o} + A_2^{a,b} e^{-ik_z n a_o} = U^{a,b}(\vec{k}, \omega) \cos(n k_z a_o + \phi) \quad (5.29)$$

Energije su date relacijama (5.25) i (5.27). Amplitude dobijamo simultanim rešavanjem sistema (5.19) i (5.18). Prva jednačina (5.19) daje :

$$[\Omega_{bulk} - \Omega_a - \alpha_{ba} J(o)] U^a(\vec{k}, \omega) - \alpha_{ab} J(\vec{k}) U^b(\vec{k}, \omega) = 0 \quad (5.30)$$

iz (5.30) sledi :

$$U^b(\vec{k}_H, \omega) = \frac{\Omega_{bulk} - \Omega_a - \alpha_{ba} J(o)}{\alpha_{ab} J(\vec{k})} U^a(\vec{k}_H, \omega) \quad (5.31)$$

$$\begin{aligned} U_1^a(\vec{k}_H, \omega) &= U^a(\vec{k}) \cos(k_x a_o + \varphi) & ; & \quad U_o^a(\vec{k}_H, \omega) = U^a \cos \varphi \\ U_1^b(\vec{k}_H, \omega) &= U^b(\vec{k}) \cos(k_x a_o + \varphi) & ; & \quad U_o^b(\vec{k}_H, \omega) = U^b \cos \varphi \end{aligned} \quad (5.32)$$

Kada (5.32) zamenimo u (5.18) dobijamo sistem jednačina koji sadrži U^a , U^b i φ i zajedno sa (5.31) omogućuje nam da odredimo amplitudu i fazu u funkciji parametara sistema i \vec{k} .

II Površinske ekscitacije : Prvo se energija izrazi u funkciji θ_1 i θ_2 , a zatim se koristi granični uslov da se θ_1 i θ_2 odrede u funkciji parametara sistema i \vec{k}_H . Rešenje za površinske ekscitacije traži se u obliku :

$$\begin{aligned} U_n^a(\vec{k}_H, \omega) &= A_1 e^{i\theta_1 n} + A_2 e^{i\theta_2 n} \\ U_n^b(\vec{k}_H, \omega) &= B_1 e^{i\theta_1 n} + B_2 e^{i\theta_2 n} \end{aligned} \quad (5.33)$$

Kada (5.33) zamenimo u (5.19) dobijaju se dva identična sistema za određivanje $(A_i, B_i, \cos \theta_i)$ ($i = 1, 2$) kao što je sistem (5.23) :

$$\begin{aligned} (\Omega - \Omega_a - \alpha_{ba} I(0)) A_i - \alpha_{ab} (I(\vec{k}_H) + 2I \cos \theta_i) B_i &= 0 \\ \alpha_{ba} (I(\vec{k}_H) + 2I \cos \theta_i) A_i + (\Omega - \Omega_b + \alpha_{ab} I(0)) B_i &= 0 \end{aligned} \quad (5.34)$$

Izjednačavanjem determinante gornjeg sistema sa nulom dobijamo relaciju koja povezuje energiju Ω sa $\cos \theta$.

$$\begin{aligned} \Omega^2 - \Omega (\Omega_a + \Omega_b + (\alpha_{ab} - \alpha_{ba}) I(0)) + (\Omega_a + \alpha_{ba} I(0)) (\Omega_b - \alpha_{ab} I(0)) + \\ + \alpha_{ab} \alpha_{ba} (I(\vec{k}_H) + 2I \cos \theta)^2 = 0 \end{aligned}$$

Iz gornje jednačine mogu da se izraze $\cos \theta_1$ i $\cos \theta_2$ kao funkcije energije Ω , pri čemu se po konvenciji bira θ_1 za pozitivan znak ispred korena u rešenju kvadratne jednačine.

Ferimagneti :

$$\begin{aligned} -2 \cos \theta_{1/2} &= \omega_k \pm \frac{1}{I \sqrt{\alpha_{ab} \alpha_{ba}}} \left\{ \frac{(\Omega_a - \Omega_b + (\alpha_{ab} + \alpha_{ba}) I(0))^2}{4} - \right. \\ &\quad \left. \left[\frac{\Omega_a + \Omega_b + I(0)(\alpha_{ba} - \alpha_{ab})}{2} - \Omega \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (5.35)$$

Antiferomagnetični :

$$-2 \cos \theta_{1/2} = \omega_k \pm \frac{1}{I\alpha(\mathbf{a})} \left\{ \left(\Omega_o + \alpha(\mathbf{a}) I(0) \right)^2 - \Omega^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (5.36)$$

Ako sada uvedemo oznake:

$$\omega = \frac{\Omega}{I\sqrt{\alpha_{ab}\alpha_{ba}}} \quad \omega_o^a = \frac{\Omega_a + \alpha_{ba} I(0)}{I\sqrt{\alpha_{ab}\alpha_{ba}}} \quad \omega_o^b = \frac{\Omega_b + \alpha_{ab} I(0)}{I\sqrt{\alpha_{ab}\alpha_{ba}}}$$

odnosno za antiferomagnetike:

$$\omega_o^a = -\omega_o^b = \omega_o = \frac{\Omega_o + \alpha(\mathbf{a}) I(0)}{I\alpha(\mathbf{a})}$$

Ferimagnetični :

$$-2 \cos \theta_{1/2} = \omega_k \pm \sqrt{\left(\frac{\omega_o^a - \omega_o^b}{2} \right)^2 - \left(\frac{\omega_o^a + \omega_o^b}{2} - \omega \right)^2} \quad (5.37)$$

Antiferomagnetični :

$$-2 \cos \theta_{1/2} = \omega_k \pm \sqrt{\omega_o^2 - \omega^2} \quad (5.38)$$

Invertovanjem jednačina (5.37) i (5.38) može da se izrazi ω preko θ_1 i θ_2 .

Iz (5.37):

$$\begin{aligned} \left(\frac{\omega_o^a + \omega_o^b}{2} - \omega \right)^2 &= \left(\frac{\omega_o^a - \omega_o^b}{2} \right)^2 - (\omega_k + 2 \cos \theta_1)^2 \\ \left(\frac{\omega_o^a + \omega_o^b}{2} - \omega \right)^2 &= \left(\frac{\omega_o^a - \omega_o^b}{2} \right)^2 - \frac{1}{2} [(\omega_k + 2 \cos \theta_1)^2 + (\omega_k + 2 \cos \theta_2)^2] \\ \left(\omega - \frac{\omega_o^a + \omega_o^b}{2} \right)^2 &= \left(\frac{\omega_o^a - \omega_o^b}{2} \right)^2 - \omega_k^2 - 2\omega_k(\cos \theta_1 + \cos \theta_2) - 2(\cos^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_2) \end{aligned}$$

Sređivanjem poslednjeg izraza i uvođenjem oznake:

$$x = -i \cot \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \quad \text{konačno dobijamo:}$$

Ferimagnetični :

$$\left(\omega - \frac{\omega_o^a + \omega_o^b}{2} \right)^2 = \left(\frac{\omega_o^a - \omega_o^b}{2} \right)^2 - \frac{\omega_k^2}{x^2} - \frac{4}{1-x^2} \quad (5.39)$$

Antiferomagnetici :

$$\omega^2 = \omega_o^2 - \frac{\omega_k^2}{x^2} - \frac{4}{1-x^2} \quad (5.40)$$

$$\text{Jednačina za } x = -i \cot \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}$$

Kada se u granične jednačine (5.18) uvede smena (5.33) dobija se:

$$\begin{aligned} (\Omega - \Omega_a^s - \alpha_{ba} I_s(0)) (A_1 + A_2) - \alpha_{ab} I_s(\tilde{K}_H) (B_1 + B_2) - \alpha_{ab} I (B_1 e^{i\theta_1} + B_2 e^{i\theta_2}) &= 0 \\ (5.41) \end{aligned}$$

$$\alpha_{ba} I_s(\tilde{K}_H) (A_1 + A_2) + (\Omega - \Omega_b^s + \alpha_{ab} I_s(0)) (B_1 + B_2) + \alpha_{ba} I (A_1 e^{i\theta_1} + A_2 e^{i\theta_2}) = 0$$

Uvođenjem oznaka :

$$\omega_s^a = \frac{\Omega_a^s + \alpha_{ba} I_s(0)}{I \sqrt{\alpha_{ab} \alpha_{ba}}} \quad \omega_s^b = \frac{\Omega_b^s + \alpha_{ab} I_s(0)}{I \sqrt{\alpha_{ab} \alpha_{ba}}} \quad \varepsilon = \frac{I_s}{I} \quad \delta = \sqrt{\frac{\alpha_{ab}}{\alpha_{ba}}}$$

sistem (5.41) dobija oblik :

$$\begin{aligned} (\omega - \omega_s^a) (A_1 + A_2) - \delta \varepsilon \omega_k (B_1 + B_2) - \delta (B_1 e^{i\theta_1} + B_2 e^{i\theta_2}) &= 0 \\ (5.42) \\ \frac{\varepsilon}{\delta} \omega_k (A_1 + A_2) + (\omega - \omega_s^b) (B_1 + B_2) + \frac{1}{\delta} (A_1 e^{i\theta_1} + A_2 e^{i\theta_2}) &= 0 \end{aligned}$$

Sistem (5.42) takođe može da se napiše preko novih oznaka :

$$\begin{aligned} (\omega - \omega_o^a) A_i - \delta (\omega_k + 2 \cos \theta_i) B_i &= 0 \\ (5.43) \\ \frac{1}{\delta} (\omega_k + 2 \cos \theta_i) A_i + (\omega - \omega_o^b) B_i &= 0 \end{aligned}$$

Kada se od sistema (5.43) za $i = 1, 2$ oduzme sistem (5.42) dobija se :

$$\begin{aligned} (\omega_s^a - \omega_o^a) (A_1 + A_2) - \delta (\varepsilon - 1) \omega_k (B_1 + B_2) - \delta B_1 e^{-i\theta_1} - \delta B_2 e^{-i\theta_2} &= 0 \\ (5.45) \\ -\frac{1}{\delta} (\varepsilon - 1) \omega_k (A_1 + A_2) + (\omega_s^b - \omega_o^b) (B_1 + B_2) + \frac{1}{\delta} A_1 e^{-i\theta_1} + \frac{1}{\delta} A_2 e^{-i\theta_2} &= 0 \end{aligned}$$

Ako stavimo :

$$\Delta \omega_o^a = \omega_s^a - \omega_o^a \quad \Delta \omega_o^b = \omega_s^b - \omega_o^b \quad \Delta \omega_k = (\varepsilon - 1) \omega_k$$

$$\Delta\omega_k = \frac{1}{I} (I_s(\tilde{k}_H) - I(\tilde{k}_H))$$

onda sistem (5.45) dobija oblik :

$$\begin{aligned} \Delta\omega_o^a A_1 + \delta\Delta\omega_k B_1 - \delta B_1 e^{-i\theta_1} + \Delta\omega_o^a A_2 + \delta\Delta\omega_k B_2 - \delta B_2 e^{-i\theta_2} &= 0 \\ -\frac{1}{\delta} \Delta\omega_k A_1 + \Delta\omega_o^b B_1 + \frac{1}{\delta} A_1 e^{-i\theta_1} - \frac{1}{\delta} \Delta\omega_k A_2 + \Delta\omega_o^b B_2 + \frac{1}{\delta} A_2 e^{-i\theta_2} &= 0 \end{aligned} \quad (5.46)$$

Pomoću (5.44) mogu se iz (5.46) eliminisati dve veličine npr :

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{1}{\delta} \frac{\omega - \omega_o^a}{\omega_k + 2\cos\theta_1} A_1 \\ B_2 &= \frac{1}{\delta} \frac{\omega - \omega_o^a}{\omega_k + 2\cos\theta_2} A_2 \end{aligned} \quad (5.47)$$

Ako ovo uvrstimo u (5.42) dobijamo sistem jednačina za A_1 i A_2 :

$$\begin{aligned} &\left[\Delta\omega_o^a + \Delta\omega_k \frac{\omega - \omega_o^a}{\omega_k + 2\cos\theta_1} - \frac{\omega - \omega_o^a}{\omega_k + 2\cos\theta_1} e^{-i\theta_1} \right] A_1 + \\ &+ \left[\Delta\omega_o^a + \Delta\omega_k \frac{\omega - \omega_o^a}{\omega_k + 2\cos\theta_2} - \frac{\omega - \omega_o^a}{\omega_k + 2\cos\theta_2} e^{-i\theta_2} \right] A_2 = 0 \\ &\frac{1}{\delta} \left[-\Delta\omega_k + \frac{\Delta\omega_o^b(\omega - \omega_o^a)}{\omega_k + 2\cos\theta_1} + e^{-i\theta_1} \right] A_1 + \frac{1}{\delta} \left[-\Delta\omega_k + \frac{\Delta\omega_o^b(\omega - \omega_o^a)}{\omega_k + 2\cos\theta_2} + e^{-i\theta_2} \right] A_2 = 0 \end{aligned} \quad (5.48)$$

Koristeći pomoćne relacije :

$$\frac{(\omega - \omega_o^a)}{\omega_k + 2\cos\theta_1} = \sqrt{\frac{(\omega - \omega_o^a)}{(\omega_o^b - \omega)}} \quad \frac{(\omega - \omega_o^a)}{\omega_k + 2\cos\theta_2} = -\sqrt{\frac{(\omega - \omega_o^a)}{(\omega_o^b - \omega)}}$$

i izjednačavanjem determinante gornjeg sistema sa nulom, i sređivanjem dobija se:

$$\begin{aligned} &(\Delta\omega_o^a \Delta\omega_o^b + \Delta\omega_k^2) e^{i(\theta_1 + \theta_2)} - \Delta\omega_k (e^{i\theta_1} + e^{i\theta_2}) - \\ &- \frac{1}{2} \left(\Delta\omega_o^a \sqrt{\frac{\omega_o^b - \omega}{\omega - \omega_o^a}} - \Delta\omega_o^b \sqrt{\frac{\omega - \omega_o^a}{\omega_o^b - \omega}} \right) (e^{i\theta_1} - e^{i\theta_2}) + 1 = 0 \end{aligned} \quad (5.49)$$

Posmatrajmo sada samo antiferomagnete, i uvedimo u ovu jednačinu x umesto θ_1 i θ_2 korišćenjem sledećih relacija :

$$\begin{aligned} e^{i(\theta_1+\theta_2)} &= \frac{x+1}{x-1} \\ e^{i\theta_1} - e^{i\theta_2} &= (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)(1+x) \\ e^{i\theta_1} + e^{i\theta_2} &= -\omega_k \frac{x+1}{x} \end{aligned}$$

Tako dobijamo :

$$\begin{aligned} -\omega_o \Delta \omega_o x^3 - [1 + \Delta \omega_k^2 - \Delta \omega_o^2 + \omega_k \Delta \omega_{ko}] x^2 - [-\omega_o \Delta \omega_o + \Delta \omega_k^2 - \Delta \omega_0^2 - 1] x + \\ + \omega_k \Delta \omega_k = 0 \end{aligned}$$

Za $I_s = I$ je $\Delta \omega_k = 0$ i gornja jednačina prelazi u :

$$-\omega_o \Delta \omega_o x^2 - [1 - \Delta \omega_0^2] x - [-\omega_o \Delta \omega_o - \Delta \omega_0^2 - 1] = 0 \quad (5.50)$$

Ovo će biti polazna jednačina naše diskusije.

6.

Analiza dobijenih rezultata

U glavi 5. je u suštini dobijen osnovni rezultat istraživanja a to je spektar, tačnije zakon disperzije površinskih magnona za slučaj ferimagnetika i antiferomagnetička. Rezultat je međutim, dobijen u implicitnoj formi jer izraz za energiju zavisi od parametra x koji se dobija kao rešenje algebarske jednačine čiji koeficijenti zavise samo od parametara sistema. Za ferimagnetike je ova jednačina šestog reda a za antiferomagnetičke trećeg. To je još uvek veoma složeno, jer koeficijenti zavise od veličine ω_k koja je funkcija talasnog vektora u dvodimenzionoj Briluenovoj zoni. Drugim rečima, za svaki par komponenata (k_x, k_y) rešava se ova kubna jednačina, dobija se x koje karakteriše tu tačku čime je odredena vrednost energije u dатој таčки. Očigledно, ово заhteva numerički rad koji prevaziđa okvire diplomskog rada, tako će analiza biti izvršena za slučaj tzv. slobodne površine.

$$\varepsilon = 1 \quad (I = I_s)$$

Slobodna površina je naziv koji označava situaciju u kojoj se interakcija među spinovima ne menja u površinskom sloju, tj. $I_s = I$, $\varepsilon = 1$. Kada ne bi bilo jednojonske anizotropije, ovo bi značilo da posmatramo samo geometrijski efekat, tj. promenu zakona disperzije usled smanjenja broja suseda. Mi smo ipak odlučili da dopustimo i mogućnost promene jednojonske anizotropije na površini. Matematički, pojednostavljenje je posledica činjenice da je jednačina za x u ovom slučaju kvadratna i ne zavisi od ω_k , pa je sam račun mnogo jednostavniji.

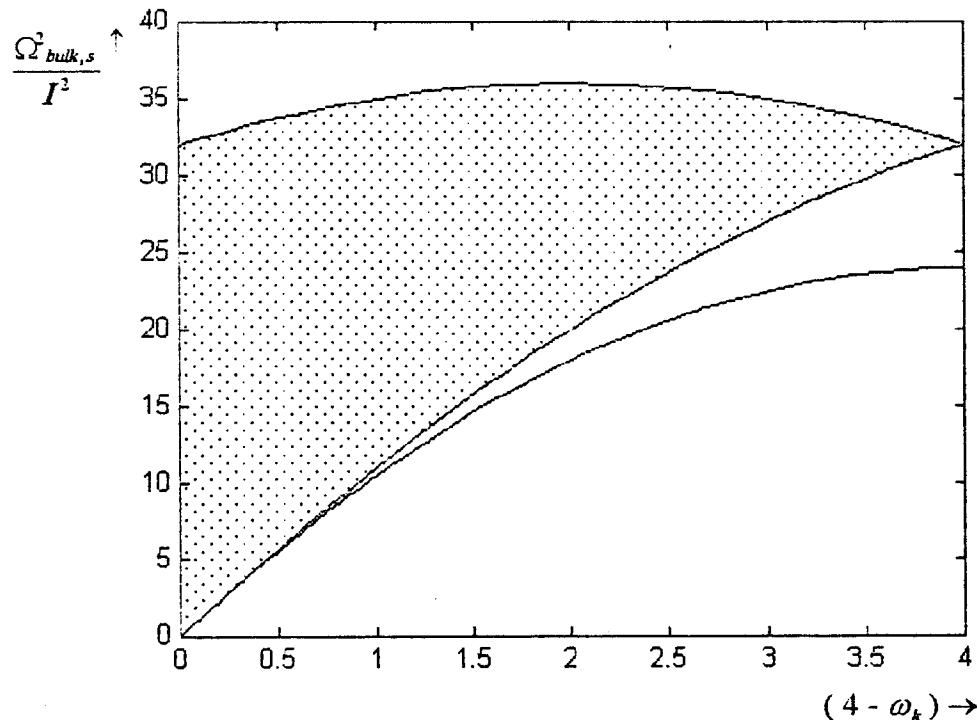
Uobičajeni način prikazivanja rezultata je da se na istom grafiku crta energija zapreminskih ("bulk") i površinskih ("surface") pobudjenja.

Energija se obično crta u funkciji dvodimenzionog talasnog vektora $\vec{k}_H = (k_x, k_y)$ ili što je jednostavnije ω_k ili $(4 - \omega_k)$. Ovo je bezdimenzionala veličina koja se menja u intervalu od 0 do 4.

Da bi se prikazala energija zapreminskih pobudjenja potrebno je na određen način prikazati zavisnost od k_z . Obzirom da ova stanja u polubeskonačnom kao i u beskonačnom kristalu čine zonu, tj. kontinuum, onda se na grafiku crtaju donja granica ("dno" - "bottom") i gornja granica ("vrh" - "top") energije, koje odgovaraju minimalnoj i maksimalnoj vrednosti člana $\cos \frac{k_z d_o}{2}$, a deo između njih je ispunjen svim ostalim vrednostima energije.

U cilju povećanja univerzalnosti, mi ćemo prikazivati $\frac{\Omega^2_{bulk,s}}{I^2}$ i $\frac{\Omega^2_s}{I^2}$, dakle bezdimenziione veličine.

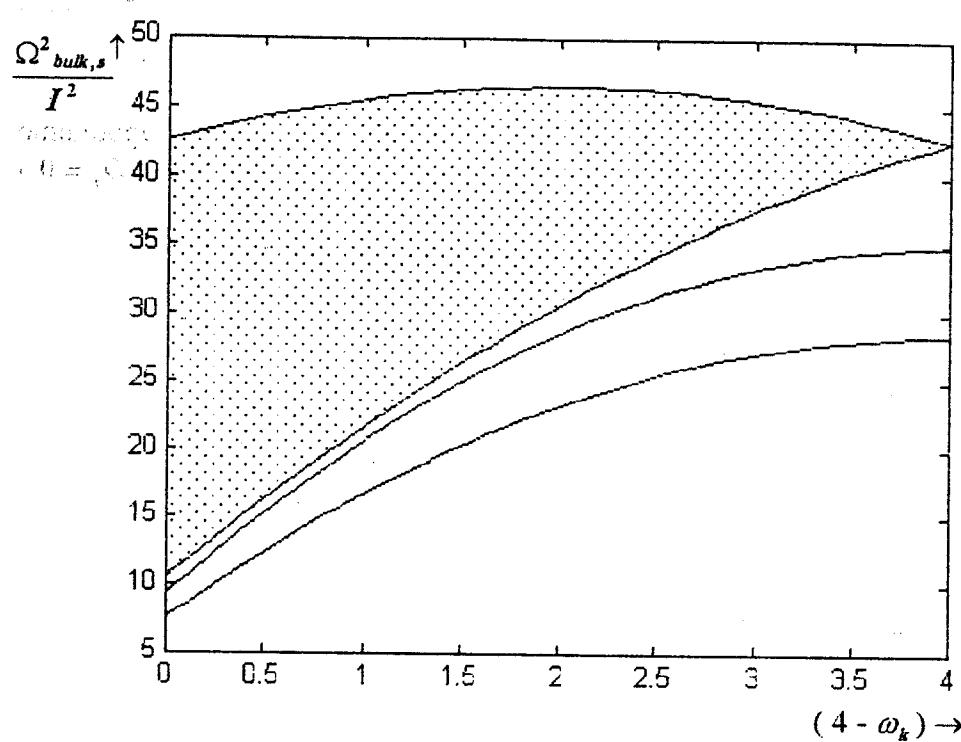
Kao prvi korak za proveru kvaliteta metode pokušavamo da uporedimo rezultate sa radom Wolfram & De Wames [6], tj. računamo spektre za $D = D_s = 0$ i $a = 0$, dakle čist antiferomagnetik sa $\varepsilon = 1$ (grafik br.1).



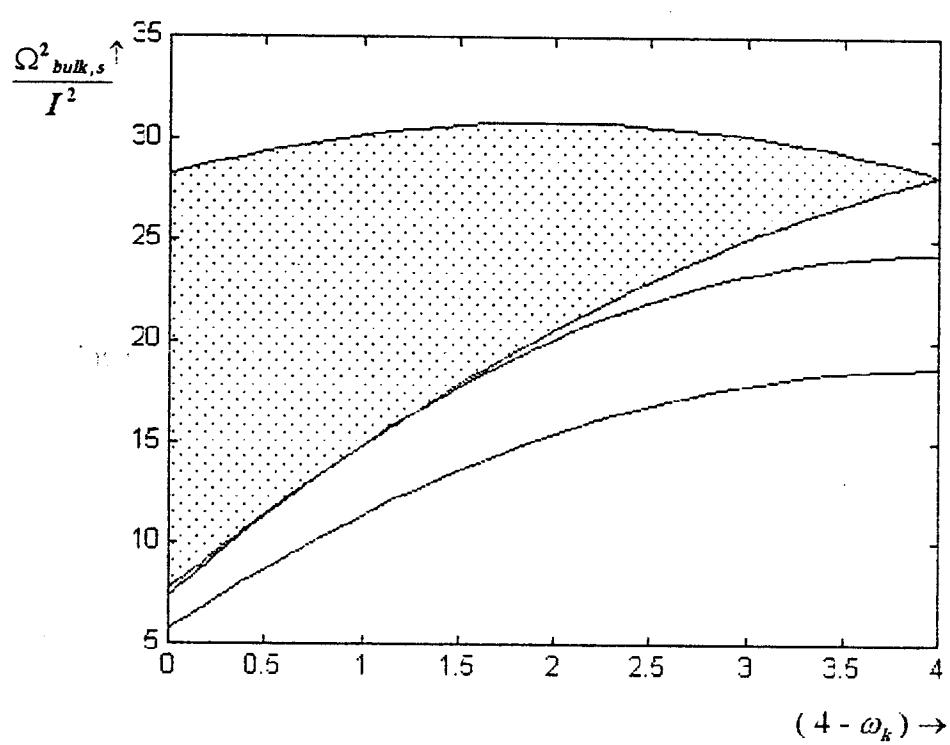
Grafik 1.

$$D = D_s = 0, \varepsilon = 1, S = 1, \omega_A = 0, a = 0.0$$

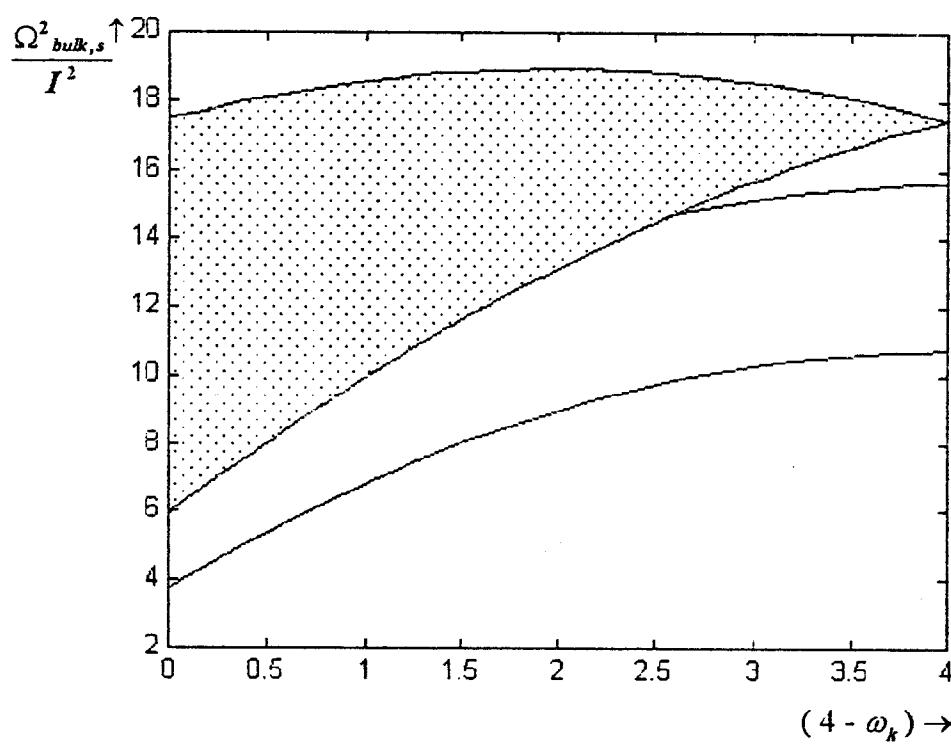
Dalje ćemo posmatrati slučaj $\varepsilon = 1$, za fiksirane vrednosti $\frac{D}{I} \neq \frac{D_s}{I}$ menjajući a kao parametar (grafici 2 - 6).



$D/I = 0.75, Ds/I = 1, \varepsilon = 1, S = 1, \omega_A = 0, a = 0.0$

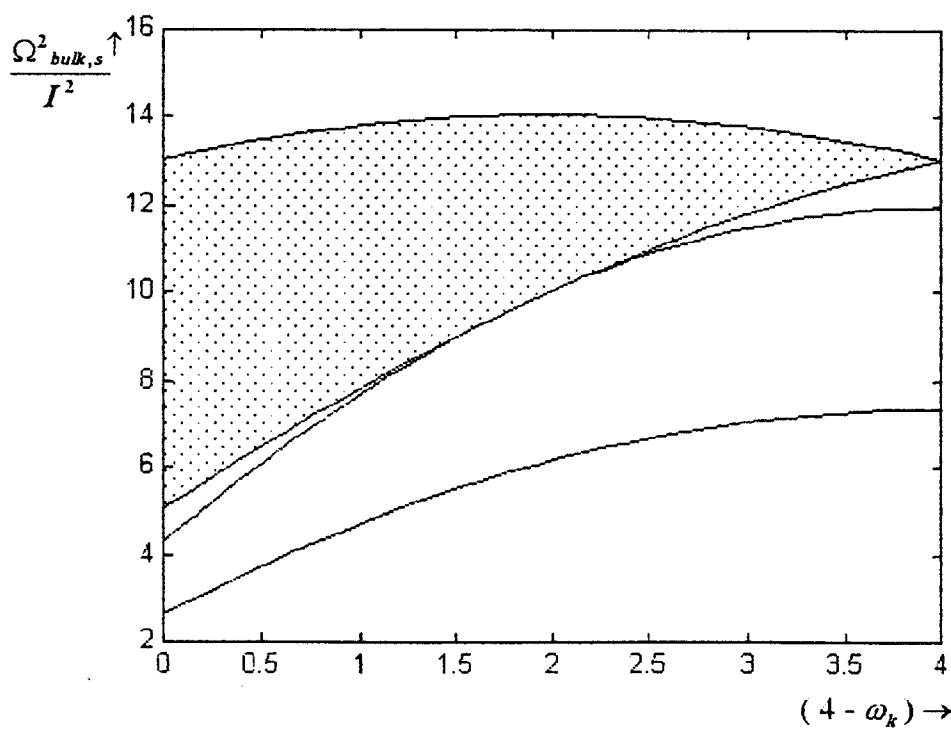


$D/I = 0.75, Ds/I = 1, \varepsilon = 1, S = 1, \omega_A = 0, a = 0.2$



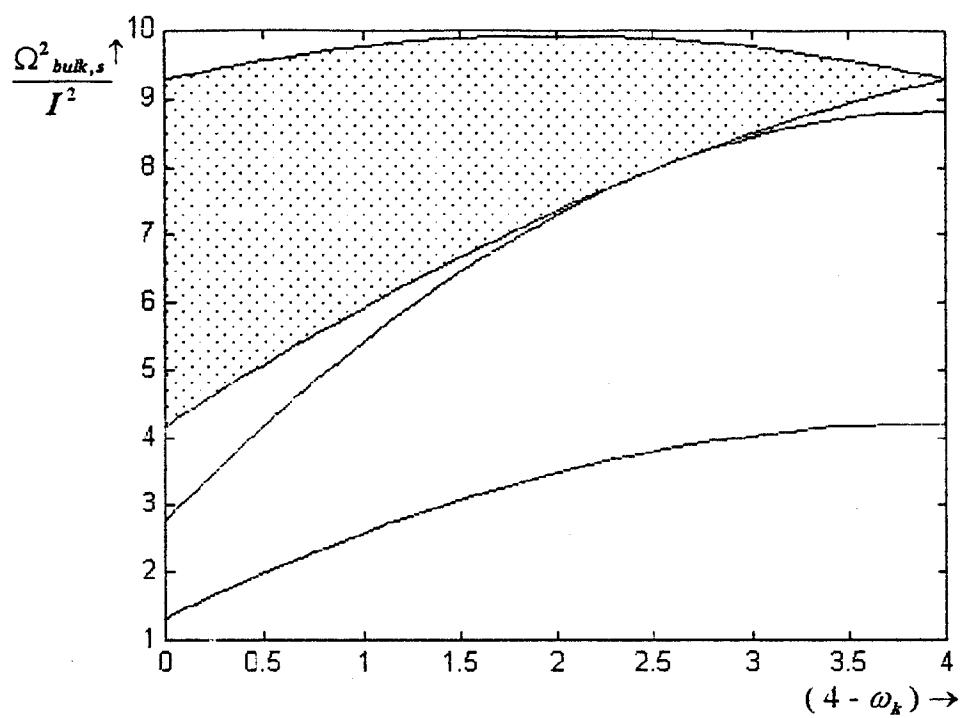
Grafik 4.

$D/I = 0.75, Ds/I = 1, \varepsilon = 1, S = 1, \omega_A = 0, a = 0.4$



Grafik 5.

$D/I = 0.75, Ds/I = 1, \varepsilon = 1, S = 1, \omega_A = 0, a = 0.5$



Grafik 6.

$D/I = 0.75, D_3/I = 1, \varepsilon = 1, S = 1, \omega_A = 0, a = 0.6$

Povećavanjem parametra a , mi smo menjali (povećavali) uticaj bikvadratne interakcije. sa prethodnih grafikona (2 - 6) vidimo da je uticaj interakcije znatan. Kada se a nalazi u intervalu 0.0 - 0.6, površinski magnoni su akustički.

Za $a = 0.75 \quad \Delta\omega_o = 0$ pa rešenja jednačine (5.50) imaju singularitete. Okolina ove tačke predstavlja zonu nestabilnosti.

Na kraju razmotrimo situaciju u kojoj je $D = D_s$. Analitički se može pokazati da je tada :

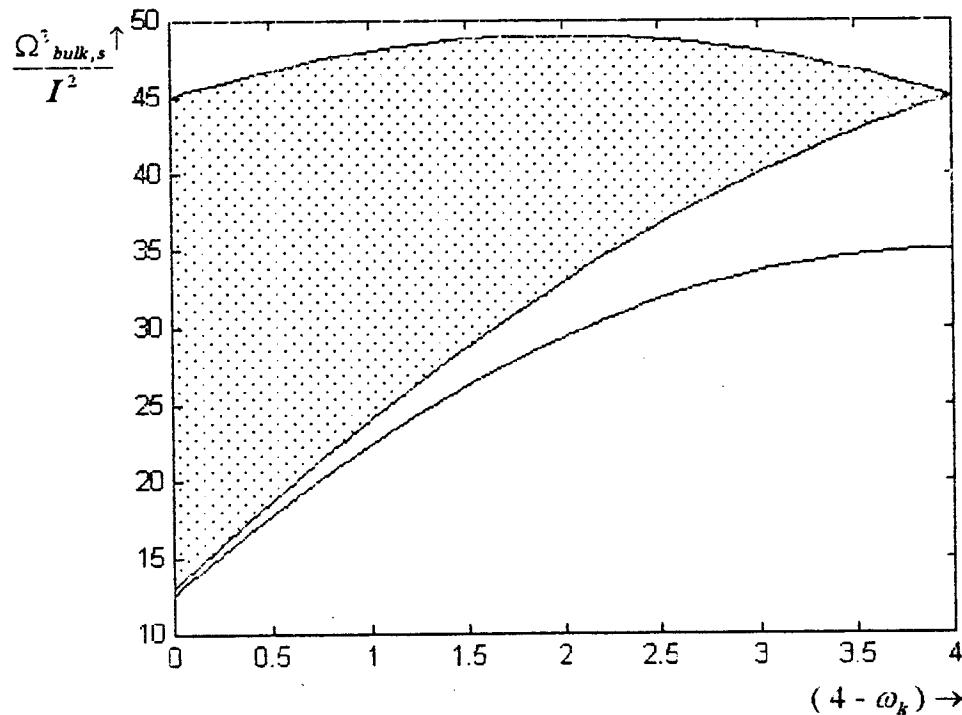
$$\Delta\omega_o = \omega_s - \omega_o = \frac{(2S-1)D_s - \alpha(a)I_s(0) - (2S-1)D - \alpha(a)I(0)}{\alpha(a)I}$$

$$\frac{I_s(0) - I(0)}{I} = \frac{4I_s + I - 6I}{I}$$

pa je u našem slučaju ($I_s = I$) $\Delta\omega_o$ uvek jednako -1. Tada jednačina (5.50) ima rešenja :

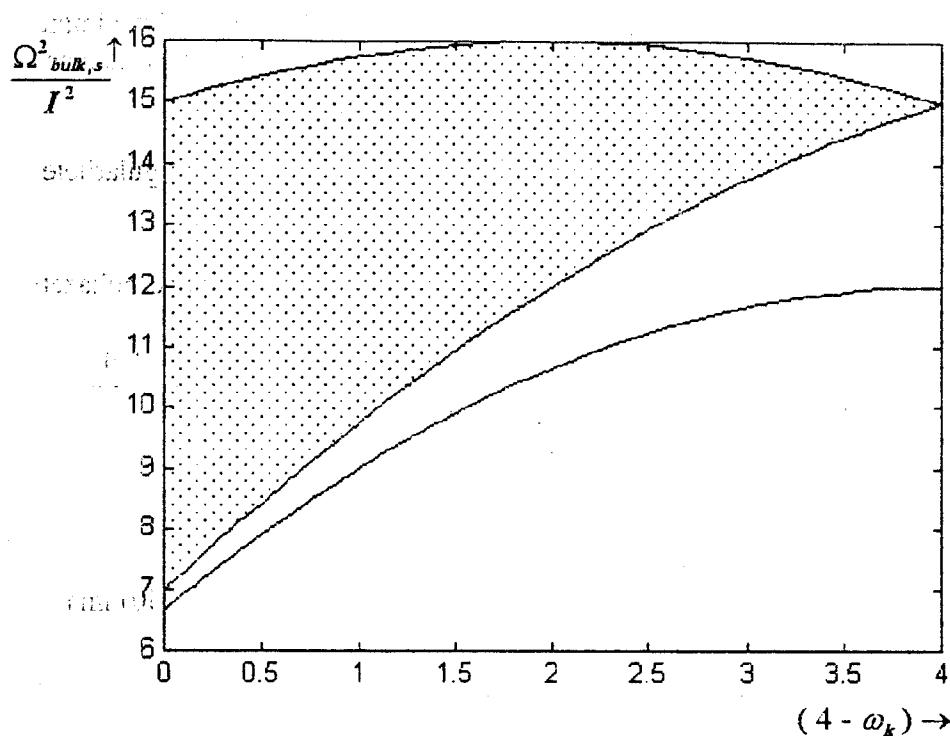
$$x_{1,2} = \frac{\pm\sqrt{4\omega_o\Delta\omega_o(\omega_o\Delta\omega_o + \Delta\omega_o^2 + 1)}}{-2\omega_o\Delta\omega_o}$$

Kako u relaciji za energiju (5.40) figuriše samo x^2 pojavljuje se degeneracija. Imamo samo jednu granu površinskih spinskih talasa i ona se nalazi ispod oblasti zapreminskih ekscitacija. Na graficima 7 i 8 dati su primeri $D = D_s$ za $a=0$ i $a=0.5$



Grafik 7.

$$D = D_s, \quad D/I = 1, \quad \varepsilon = 1, \quad S = 1, \quad \omega_A = 0, \quad a = 0.0$$



Grafik 8.

$$D = D_s, D/I = 1, \varepsilon = 1, S = 1, \omega_A = 0, \alpha = 0.5$$

Broj, na kojem je

četvrtog poglavlja.

Cilj ovog rada bio je ispitivanje uticaja bikvadratne interakcije na površinske magnone u polubeskonačnom antiferomagnetiku proste kubne strukture. Sam račun izведен je metodom, čija je efikasnost demonstrirana u četvrtom poglavlju, i koji je razvijen na Institutu za fiziku PMF - a u Novom Sadu. Dobijeni rezultati su u saglasnosti sa radovima [6] i [7].

Pokazano je da bikvadratna interakcija ima veliki uticaj na ovakve sisteme, i da njeno povećanje vodi smanjenju ukupne energije sistema.

L i t e r a t u r a :

- [1] M.G. Cottam, D.R. Tiley, *Introduction to Surface and Superlattice Excitations* (Cambridge University Press, Cambridge, 1989)
- [2] H.H. Chen, P.M. Levy, *Phys. Rev. B* 7 (1973) 4267
- [3] E. Nagaev, *Magnetiki so slozhnymi obmennymi vzaimodeistviyami* (Nauka Moskva, 1988)
- [4] H.C. Siegman, *Phys. Condens. Matter* 4 (1992) 8395.
- [5] B.M. Matveev, *Журн. Експ. и Теор. физики* 4 (1973) 1626.
- [6] T. Wolfram, R.E. De Wames, *Phys. Rev. B* 185 (1969) 762.
- [7] W.Z. Shen, Z.Y. Li, *Phys. Lett. A* 168 (1992) 151.
- [8] D. Kapor, M. Škrinjar, S. Stojanović, *Phys. Lett. A* 192 (1994) 413.
- [9] A.S. Davidov, *Kvantovaya mehanika* (Nauka, Moskva , 1973)
- [10] Charles Kittel, *Uvod u fiziku čvrstog stanja* (Sav. Admin. Beograd 1970)