



DEPARTMAN ZA FIZIKU
UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET



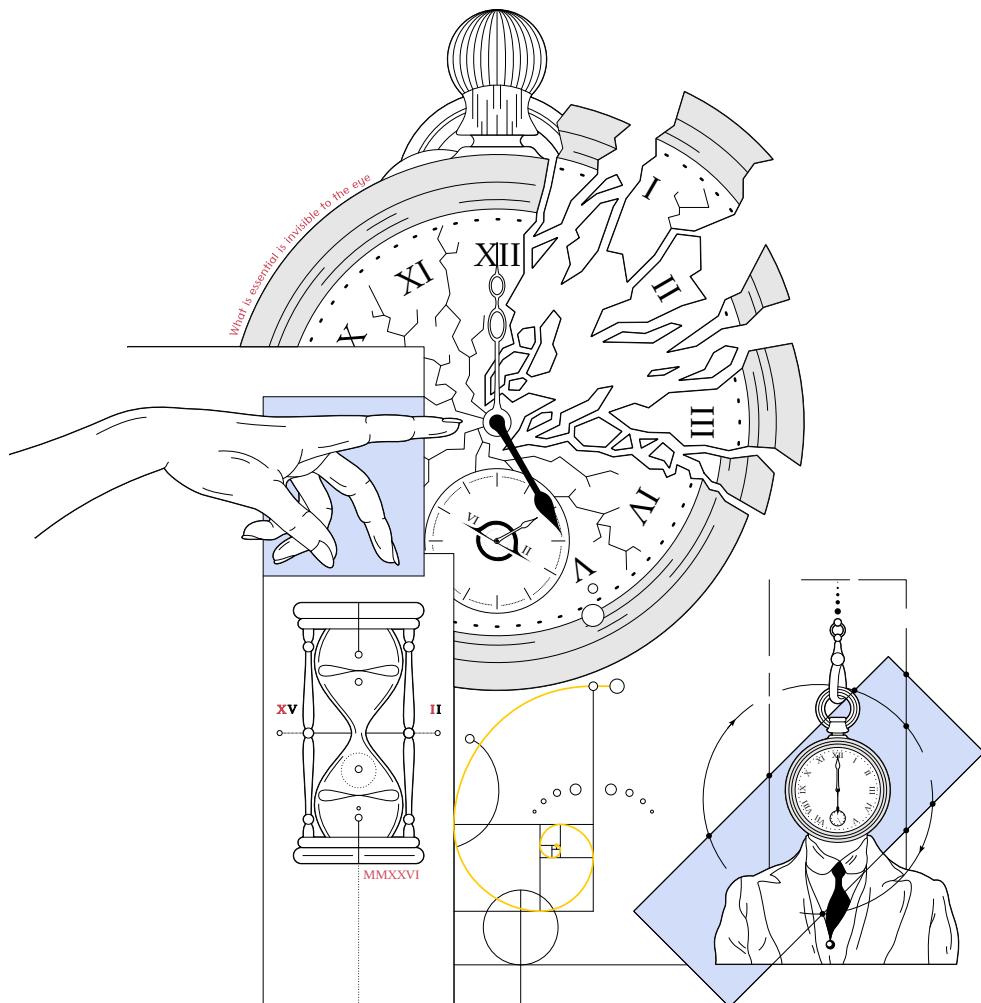
VERIFIKACIJA SIMULACIONIH TEHNIKA U IZUČAVANJU NUKLEARNIH PROCESA

• Doktorska disertacija •

Kandidat: MSc Miloš Travarić*

Mentor: prof. dr Jovana Nikolov
Mentor: dr Dejan Joković

*✉ mtravar@ipb.ac.rs
✉ travarmilos@gmail.com



All we have to decide is what
to do with the **time** that is given us

Grey Pilgrim ·Ψ·

PREDGOVOR

"May the wind under your wings bear you where the sun sails and the moon walks."

- Grey Pilgrim · 

Uvodne reči ove disertacije su kao znak pažnje i zahvalnosti posvećene svima onima koji su na neki način doprineli tome da se ona naposletku i realizuje. Ovim naravno mislim i na samog sebe koji sam imao ponekad možda čudan ali uvek brižan odnos sa ovom disertacijom sa kojom sam sa zadovoljstvom izašao na kraj.

Odakle započeti...? Pre svega, zahvalnost dugujem svim prijateljima i kolegama koje sam stekao tokom godina i koji su bili deo ove burne i *neočekivane avanture*. Zahvaljujem se svima onima koji su mi svesno, ili pak možda i nesvesno, pomogli da dođem do kraja i ovog poglavљa.

Veliku zahvalnost naravno dugujem i svojim mentorima, prof. dr Jovani Nikolov i dr Dejanu Jokoviću, na ukazanim savetima i podršci. Posebnu zahvalnost dugujem prof. dr Jovani Nikolov, koja mi je svojim zalaganjem i trudom još sa osnovnih studija pružila priliku da se pokazujem i uspesima steknem profesionalnu karijeru koju danas imam. Za to mentoru, hvala.

Najveću zahvalnost dugujem najdražim ljudima zbog kojih sam danas tu gde jesam - *porodici*. Svojoj majci sam zahvalan van opisa, koja mi je oduvek bila podrška u svemu pa čak i u stvarima sa kojima se nije nužno slagala. Umesto da se protivi ona se uvek odlučila da me savetuje, jer je to istinski majčinska ljubav, i na tome sam ti majka zauvek zahvalan. Posebnu zahvalnost dugujem i svojoj voljenoj sestri koja je uvek bila pametnije dete u porodici, ali ujedno i skromnije te je motivisala i puštala svog mlađeg brata da se pravi važnim, i za to sestro veliko hvala. Zašto doduše baš fizika? Interes o zakonima koji vladaju prirodom se u meni rasplamsao još tokom odrastanja zahtevajući mom ocu. Kao jedan velik ljubitelj prirodnih nauka, otac mi je od najranijih dana svakom pruženom prilikom pričao o čudesima ovog sveta, ali i onima van njega, negde daleko među zvezdama. Za to oče, beskrajno ti hvala.

*Inspirisan vama, ovo je za vas.
Branku, Jovanki i Ljiljani ...*



KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA*

► VRSTA RADA:	DOKTORSKA DISERTACIJA										
► IME I PREZIME AUTORA:	Miloš Travar 										
► MENTOR(i): (titula, ime, prezime, zvanje, institucija)	<ul style="list-style-type: none">● dr Jovana Nikolov ○ Redovni profesor na Prirodno-matematičkom fakultetu, Univerzitet u Novom Sadu, Novi Sad, Srbija - Home page  <ul style="list-style-type: none">● dr Dejan Joković ○ Viši naučni saradnik na Institutu za Fiziku, Univerzitet u Beogradu, Beograd, Srbija - Home page 										
► NASLOV RADA:	<i>Verifikacija simulacionih tehnika u izučavanju nuklearnih procesa</i>										
► JEZIK PUBLIKACIJE: (pismo)	Srpski (latinica)										
► FIZIČKI OPIS RADA: (uneti broj)	<ul style="list-style-type: none">○ Stranica: 100○ Poglavlja: 6○ Referenci: 200○ Tabela: 20○ Slika: 99○ Grafikona: [NULL]○ Priloga: [NULL]										
► NAUČNA OBLAST:	FIZIKA										
► UŽA NAUČNA OBLAST: (naučna disciplina)	NUKLEARNA FIZIKA										
► KLJUČNE REČI, PREDMETNA ODREDNICA:	<table><tbody><tr><td>● Nuklearni procesi</td><td>● Transport čestica</td></tr><tr><td>● γ-spektrometrija</td><td>● Monte Karlo simulacije</td></tr><tr><td>● HPGe optimizacija</td><td>● GEANT4 simulacioni paket</td></tr><tr><td>● Nuklearna forenzika</td><td>● Poluprovodnički detektori</td></tr></tbody></table>			● Nuklearni procesi	● Transport čestica	● γ -spektrometrija	● Monte Karlo simulacije	● HPGe optimizacija	● GEANT4 simulacioni paket	● Nuklearna forenzika	● Poluprovodnički detektori
● Nuklearni procesi	● Transport čestica										
● γ -spektrometrija	● Monte Karlo simulacije										
● HPGe optimizacija	● GEANT4 simulacioni paket										
● Nuklearna forenzika	● Poluprovodnički detektori										

* Autor doktorske disertacije potpisao je i priložio sledeće obrasce:

5b - Izjava o autorstvu,

5v - Izjava o istovetnosti štampane i elektronske verzije i o ličnim podacima,

5g - Izjava o korišćenju.

Ove izjave se čuvaju na fakultetu u štampanom i elektronskom obliku i ne koriše se sa tezom.

► REZIME NA JEZIKU RADA:

MONTE KARLO SIMULACIJE predstavljaju jedan od fundamentalnih alata u današnjem svetu nuklearne fizike koji se primenjuje već dugi niz godina, kako u validaciji postojećih tako i u potkrepljenju ideja novih eksperimenata. Prema tome, od velikog je značaja detaljno razumevanje algoritma transporta čestica i njenih interakcija kao srca Monte Karlo simulacija u cilju njihovih pouzdanih implementacija.

Akcent na ove disertacije je bio na demonstraciji značaja Monte Karlo simulacija u okviru različitih nuklearnih primena. S tim, disertacija je podeljena na dva dela, teorijski i eksperimentalno-simulacioni deo.

I DEO - TEORIJSKI UVOD:

Iznete su osnove Monte Karlo metode neophodne u razumevanju njene implementacije kod transporta čestica. U ovu svrhu takođe su opisane interakcije fotona i elektrona (pozitrona) sa sredinom na kojima se temeljene algoritmi transporta koje svi Monte Karlo kodovi implementiraju. Kao jedna od glavnih tačaka eksperimentalnog rada iznete su osnove tehnike γ -spektrometrije i rada poluprovodničkih detektora u cilju boljeg razumevanja validacije simulacionih modela.

II DEO - EKSPERIMENT & SIMULACIJA:

Opisan je Geant4 simulacioni paket korišćen u svim prezentovanim simulacijama. Detaljno je ilustrovana procedura optimizacije HPGe sistema implementacijom Geant4 paketa radi izgradnje adekvatnih simulacionih modela koji se pouzdano mogu koristiti u naknadnim istraživanjima. U ovom smislu, opisana je primena Geant4 paketa u raznim nuklearnim istraživanjima poput kvantifikacije uzoraka nepravilnih geometrija i nepoznatih matrica. Takođe, ilustrovan je i princip generisanja visoko-realističnih γ -spektara esencijalnih u današnjem svetu γ -spektrometrije. Za kraj, opisana je potencijalna Monte Karlo primena u okviru nuklearne forenzičke simulacijom (retrospektivnih) apsorbovanih doza u okviru različitih materijala.

ZAKLJUČAK & MOTIVACIJA:

Demonstrirati versatilnost i primenljivost Monte Karlo simulacija u raznovrsnim istraživanjima nuklearnih procesa, ukazati na njene nedostatke i predložiti potencijalna unapređenja u ovom kontekstu.

► DATUM PRIHVATANJA TEME
OD STRANE NADLEŽNOG VEĆA:

9.9.2021.

► DATUM ODBRANE:
(popunjava odgovarajuća služba)

► ČLANOVI KOMISIJE:
(titula, ime, prezime, zvanje, institucija)

- **dr Nataša Todorović** (predsednik)
○ Redovni profesor na Prirodno-matematičkom fakultetu, Univerzitet u Novom Sadu, Novi Sad, Srbija - [Home page](#)
- **dr Nikola Jovančević** (član)
○ Vanredni profesor na Prirodno-matematičkom fakultetu, Univerzitet u Novom Sadu, Novi Sad, Srbija - [Home page](#)
- **dr Igor Čeliković** (član)
○ Viši naučni saradnik na Institutu za Nuklearne Nauke "Vinča", Univerzitet u Beogradu, Beograd, Srbija - [Home page](#)
- **dr Jovana Nikолов** (član/mentor)
○ Redovni profesor na Prirodno-matematičkom fakultetu, Univerzitet u Novom Sadu, Novi Sad, Srbija - [Home page](#)
- **dr Dejan Joković** (član/mentor)
○ Viši naučni saradnik na Institutu za Fiziku, Univerzitet u Beogradu, Beograd, Srbija - [Home page](#)

► NAPOMENA:

[NULL]

KEY WORD DOCUMENTATION[†]

► DOCUMENT TYPE:	DOCTORAL DISSERTATION
► AUTHOR:	Miloš Travar 
► SUPERVISOR(s): (title, first/last name, position, institution)	<ul style="list-style-type: none">● PhD Jovana Nikolov ○ Full professor at the Faculty of Sciences, University of Novi Sad, Novi Sad, Serbia - Home page ● PhD Dejan Joković ○ Senior research associate at the Institute of Physics, University of Belgrade, Belgrade, Serbia - Home page 
► THESIS TITLE:	<i>Verification of simulation techniques in the study of nuclear processes</i>
► LANGUAGE OF TEXT: (script)	Serbian language (latin script)
► PHYSICAL DESCRIPTION: (number of)	<ul style="list-style-type: none">○ Pages: 100○ Chapters: 6○ References: 200○ Tables: 20○ Illustrations: 99○ Graphs: [NULL]○ Appendices: [NULL]
► SCIENTIFIC FIELD:	PHYSICS
► SCIENTIFIC SUBFIELD: (scientific discipline)	NUCLEAR PHYSICS
► SUBJECT, KEY WORDS:	<ul style="list-style-type: none">● Nuclear processes● γ-spectrometry● HPGe optimization● Nuclear forensics● Particle transport● Monte Carlo simulations● GEANT4 simulation toolkit● Semiconducting detectors

[†] The author of doctoral dissertation has signed the following Statements:

5b - Statement on the authority,

5v - Statement that the printed and e-version of doctoral dissertation are identical and about personal data,

5g - Statement on copyright licenses.

The paper and e-versions of Statements are held at the faculty and are not included into the printed thesis.

► ABSTRACT IN
ENGLISH LANGUAGE:

MONTE CARLO SIMULATIONS present one of the fundamental tools in today's world of nuclear physics that have been applied for years, whether to verify existing or corroborate ideas of new experiments. Therefore, a detailed understanding of particle transport algorithms and their interactions, which are a beating heart of every simulation, is fundamental if one wants to achieve their reliable implementation.

The accent of this dissertation was on demonstrating the importance of Monte Carlo simulations in various nuclear applications. As such, dissertation is split in two major parts, theoretical and experimental.

PART I - THEORETICAL INTRODUCTION:

Describes the mathematical foundations of Monte Carlo method that are necessary in understanding its use in particle transport. Photon and electron interactions are described on which transport algorithms are based which all Monte Carlo codes implement. As one of the key points of the experimental work, the fundamentals of γ -spectrometry and semiconducting detectors are also presented in order to more clearly outline validation of the simulation models.

PART II - EXPERIMENT & SIMULATION:

Describes Geant4 simulation toolkit which was used in writing all presented simulations. Detailed optimization procedure of HPGe systems with the Geant4 code in order to build adequate simulation models which can afterwards be employed reliably in subsequent studies is presented. In that context, implementation of this toolkit in various nuclear applications is described, such as the quantification of different samples with irregular geometries or unknown matrices. Also, a procedure of generating high-realistic γ -spectra essential in today's γ -spectrometry is outlined. At the end, the potential use of Monte Carlo simulations in the field of nuclear forensics through (retrospective) dose estimations in different materials is presented.

CONCLUSION & MOTIVATION:

Demonstrate versatility and applicability of Monte Carlo simulations in study of various nuclear processes, point out their short-comings in these applications and propose possible solutions in this context.

► ACCEPTED ON
SCIENTIFIC BOARD ON:

9.9.2021.

► DEFENDED:
(filled by the faculty service)

► THESIS DEFEND BOARD:
(title, first/last name, position, institution)

- **PhD Nataša Todorović** ⓘ ([predsednik](#))
 - Full professor at the Faculty of Sciences, University of Novi Sad, Novi Sad, Serbia - [Home page](#) ↗
- **PhD Nikola Jovančević** ⓘ ([član](#))
 - Associate professor at the Faculty of Sciences, University of Novi Sad, Novi Sad, Serbia - [Home page](#) ↗
- **PhD Igor Čeliković** ⓘ ([član](#))
 - Senior research associate at "Vinča" Institute of Nuclear Sciences, University of Belgrade, Belgrade, Serbia - [Home page](#) ↗
- **PhD Jovana Nikolov** ⓘ ([član/mentor](#))
 - Full professor at the Faculty of Sciences, University of Novi Sad, Novi Sad, Serbia - [Home page](#) ↗
- **PhD Dejan Joković** ⓘ ([član/mentor](#))
 - Senior research associate at the Institute of Physics, University of Belgrade, Belgrade, Serbia - [Home page](#) ↗

► NOTE:

[NULL]

SADRŽAJ

PREDGOVOR	v
SADRŽAJ	xi
KRATAK PREGLED DISERTACIJE	1
SIMULACIONE TEHNIKE U NUKLEARNOJ FIZICI	3
I OSNOVE MONTE KARLO METODE	5
I.I UVOD I ISTORIJA RAZVOJA	5
I.II MATEMATIČKE OSNOVE MONTE KARLO METODE	8
I.II.I OSNOVNI PRINCIPI	8
I.II.II ELEMENTARNA TEORIJA VEROVATNOĆE	9
I.II.III (PSEUDO)SLUČAJNI BROJEVI	11
I.II.III.I METODA SREDNJIH KVADRATA	12
I.II.III.II LINEARNI KONGRUENTNI GENERATOR	13
I.III METODE UZORKOVANJA	14
I.III.I OSNOVNI PRINCIPI	14
I.III.II DIREKTNA METODA	16
I.III.III METODA ODBACIVANJA	17
I.III.IV MEŠOVITA METODA	17
I.IV PROCENA NESIGURNOSTI	18
I.V TEHNIKE REDUKOVANJA VARIJANSE	20
II TRANSPORT ČESTICA MONTE KARLO METODOM	21
II.I TRANSPORT FOTONA	21
II.I.I INTERAKCIJE FOTONA SA SREDINOM	21
II.I.I.I STVARANJE PAROVA	22
II.I.I.II FOTOELEKTRIČNI EFEKAT	22
II.I.I.III REJLJEVO RASEJANJE	23
II.I.I.IV KOMPOTONOV RASEJANJE	24
II.I.II RELATIVNI PRINOSI PROCESA	24
II.I.II.I LINEARNI ATENUACIONI KOEFICIJENT	24
II.I.II.II ZAVISNOST EPIKASNHIH PRESEKA	25
II.I.III ALGORITAM TRANSPORTA FOTONA	26
II.II TRANSPORT ELEKTRONA	28
II.II.I INTERAKCIJE ELEKTRONA SA SREDINOM	28
II.II.I.I ZAKOČNO ZRAČENJE	29
II.II.I.II MOLEROVO I BABINO RASEJANJE	29
II.II.I.III ANIHILACIJA	30
II.II.I.IV VIŠESTRUKO RASEJANJE	30
II.II.II ZAUSTAVNA MOĆ	31
II.II.III MEHANIZMI TRANSPORTA ELEKTRONA	33

II.II.IV	ALGORITAM TRANSPORTA ELEKTRONA	33
II.III	FOTON-ELEKTRON MODEL	35
III	DETETKORI ZRAČENJA; TEHNIKE γ-SPEKTROMETRIJE	37
III.I	DETETKORI ZRAČENJA	37
III.II	POLUPROVODNIČKI DETETKORI	37
III.II.I	KARAKTERISTIKE GERMANIJUMA	40
III.II.I.I	$p - n$ SPOJ	41
III.II.I.II	HPGe DETETKORI	43
III.II.I.III	KONFIGURACIJA KRISTALA	43
III.II.II	OPERATIVNE KARAKTERISTIKE	44
III.II.II.I	ENERGETSKA REZOLUCIJA	44
III.II.II.II	EFIKASNOST DETEKCIJE	45
III.III	OSENVI γ -SPEKTROMETRIJE	46
III.III.I	EVALUACIJA γ -SPEKTRA	46
III.III.I.I	ODREDIVANJE POVRŠINE PIKOVA	47
III.III.II	KALIBRACIJA γ -SPEKTROMETRA	49
III.III.II.I	ENERGETSKA KALIBRACIJA	49
III.III.II.II	KALIBRACIJA REZOLUCIJE (FWHM)	49
III.III.II.III	ODREDIVANJE DETEKCIIONE EFIKASNOSTI	50
EKSPERIMENTALAN RAD I PREGLED SIMULACIJA	53	
IV	GEANT4 SIMULACIONI PAKET	55
IV.I	KRATAK UVOD I ISTORIJA RAZVOJA	55
IV.II	KONSTRUKCIJA SOFTVERA	56
IV.II.I	GENERALNA SVOJSTVA	57
IV.II.II	GLOBALNA STRUKTURA	57
IV.II.III	DIZAJN I ARHITEKTURA	58
IV.II.III.I	User Initialization/Action KLASE	58
IV.II.III.II	Run i Event KATEGORIJE	59
IV.II.III.III	Geometry i Materials KATEGORIJE	59
IV.II.III.IV	DEFINISANJE PROCESA; Tracking KATEGORIJA	63
IV.II.III.V	DEFINISANJE I GENERISANJE PRIMARNIH ČESTICA	66
IV.III	ANALIZA SIMULACIONIH PODATAKA	68
IV.IV	GEANT4 VIZUALIZACIJA	69
V	OPTIMIZACIJA HPGe SISTEMA GEANT4 SIMULACIONIM PAKETOM	71
V.I	KRATAK UVOD	71
V.II	FEPE PRORAČUN	72
V.III	GEANT4 - KRATKO PRISEĆANJE	72
V.IV	PROCEDURA OPTIMIZACIJE	73
V.V	HPGe GX10021	74
V.V.I	EKSPERIMENTALNA POSTAVKA	74
V.V.II	SIMULACIONI MODEL	75

V.V.III	MRTVI SLOJEVI	77
V.V.III.I	Bočni mrtav sloj	77
V.V.III.II	Gornji mrtav sloj	78
V.V.IV	LEGE GL2020 I VERIFIKACIJA MODELAA	80
V.VI	HPGe EGPC 45-180-R	82
V.VI.I	EKSPEKMENTALNA POSTAVKA	82
V.VI.II	SIMULACIONI MODEL	83
V.VI.III	MRTVI SLOJEVI	84
V.VI.III.I	Bočni mrtav sloj	84
V.VI.III.II	Gornji mrtav sloj	85
V.VI.IV	VERIFIKACIJA MODELAA	86
VI MONTE KARLO SIMULACIJE U RAZNIM NUKLEARnim APLIKACIJAMA		87
VI.I	VALIDACIJA GEANT4 PAKETA	87
VI.I.I	DEFINISANJE NEPRAVILNIH GEOMETRIJA	87
VI.I.I.I	SIMULACIONI REZULTATI I DISKUSIJA	88
VI.I.II	KVANTIFIKACIJA SASTAVA MATRICE	89
VI.I.I.II	MODEL I EKSPEKMENTALNA POSTAVKA	89
VI.I.I.III	SIMULACIONI REZULTATI I DISKUSIJA	89
VI.II	GENERISANJE REALISTIČNIH γ -SPEKTARA	91
VI.II.I	EKSPEKMENTALNA POSTAVKA I SIMULACIONI MODEL	91
VI.II.II	MODELOVANJE γ -SPEKTRA	92
VI.II.II.I	UVODENJE tailing PARAMETRA	94
VI.II.II.II	GENERISANJE SLOŽENIJIH γ -SPEKTARA	95
VI.III	MOGUĆA PRIMENA U NUKLEARNOJ FORENZICI	97
VI.III.I	UVOD U NUKLEARNU FORENZIKU	97
VI.III.II	KRATAK PREGLED RETROSPEKTIVNE DOZIMETRIJE	97
VI.III.III	MOTIVACIJA RADA I SIMULACIONI MODEL	98
ZAKLJUČAK I KRATAK PREGLED REZULTATA		101
LITERATURA		103

SPISAK SLIKA

I OSNOVE MONTE KARLO METODE	5
○ SLIKA I.1 EKSPERIMENT "BUFONOVA IGLA" (1)	6
○ SLIKA I.2 EKSPERIMENT "BUFONOVA IGLA" (2)	6
○ SLIKA I.3 Pdf FUNKCIJA ZA DISKRETAN SLUČAJ	15
○ SLIKA I.4 Cdf za funkcijsku diskretan slučaj	15
○ SLIKA I.5 Pdf FUNKCIJA ZA KONTINUALAN SLUČAJ	15
○ SLIKA I.6 Cdf funkcijska za kontinualan slučaj	15
○ SLIKA I.7 DEMONSTRACIJA UZORKOVANJA DIREKTOM METODOM	16
○ SLIKA I.8 DEMONSTRACIJA UZORKOVANJA METODOM ODBACIVANJA	17
II TRANSPORT ČESTICA MONTE KARLO METODOM	21
○ SLIKA II.1 EFIKASNI PRESECI INTERAKCIJA FOTONA	21
○ SLIKA II.2 FAJNMANOV DIJAGRAM STVARANJA PAROVA	22
○ SLIKA II.3 GEANT4 SIMULACIJA KASKADNOG FENOMENA	22
○ SLIKA II.4 FAJNMANOV DIJAGRAM FOTOELEKTRIČNOG EFEKTA	23
○ SLIKA II.5 FAJNMANOV DIJAGRAM REJLJEVOG RASEJANJA	23
○ SLIKA II.6 FAJNMANOV DIJAGRAM KOMPTONOVOG RASEJANJA	24
○ SLIKA II.7 DOPRINOS INTERAKCIJA FOTONA NA UKUPAN EFIKASAN PRESEK	25
○ SLIKA II.8 POJEDNOSTAVLJEN ALGORITAM TRANSPORTA FOTONA	27
○ SLIKA II.9 UDARNI PARAMETAR I ATOMSKI RADIJUS	28
○ SLIKA II.10 FAJNMANOV DIJAGRAM ZAKOČNOG ZRAČENJA	29
○ SLIKA II.11 FAJNMANOV DIJAGRAM MOLEROVOG I BABINOG RASEJANJA	30
○ SLIKA II.12 FAJNMANOV DIJAGRAM ANIHILACIJE (SLUČAJ DVA-TELA)	30
○ SLIKA II.13 KOMPONENTE ZAUSTAVNE MOĆI KOD RAZLIČITIH ELEMENATA	32
○ SLIKA II.14 MASENA SUDARNA ZAUSTAVNA MOĆ U VODI	32
○ SLIKA II.15 TIPIČAN TRAG ELEKTRONA U SIMULACIJI	33
○ SLIKA II.16 TIPIČAN SUBSTEP ELEKTRONA U SIMULACIJI	33
○ SLIKA II.17 POJEDNOSTAVLJEN ALGORITAM TRANSPORTA ELEKTRONA	34
○ SLIKA II.18 MODEL FOTON-ELEKTRON TRANSPORTA	35
III DETEKTORI ZRAČENJA; TEHNIKE γ-SPEKTROMETRIJE	37
○ SLIKA III.1 STRUKTURA ZONA ELEKTRONSKOG OMOTAČA	38
○ SLIKA III.2 FERMJEVA FUNKCIJA GERMANIJUMA	38
○ SLIKA III.3 EFEKAT NEČISTOĆA p - I n -TIPOA NA STRUKTURU ZONA	39
○ SLIKA III.4 EFEKAT AMORFNOG SLOJA NA ZONE POLUPROVODNIKA	40
○ SLIKA III.5 KRISTALNA RŠETKA GERMANIJUMA	40
○ SLIKA III.6 ŠEMATSKI PRIKAZ $p - n$ SPOJA	42
○ SLIKA III.7 KOMPARACIJA REZOLUCIJE SCINTILATORA I POLUPROVODNIKA	43
○ SLIKA III.8 ŠEMATSKI PRIKAZ PLANARNE KONFIGURACIJE KRISTALA	43
○ SLIKA III.9 POPREČNI PRESEK KOAKSJALNE KONFIGURACIJE KRISTALA	43
○ SLIKA III.10 HPGe DETEKCIJSKI SISTEM	44
○ SLIKA III.11 MAPIRANJE RAZLIČITIH MODULA DETEKCIJSKOG SISTEMA	44
○ SLIKA III.12 ULOGA ENERGETSKE REZOLUCIJE U RAZDVAJANJU PIKOVA	45

◦ SLIKA III.13 TIPIČAN OBLIK FEPE FUNKCIJE	45
◦ SLIKA III.14 ŠEMATSKA REPREZENTACIJA KLASIČNOG γ -DETEKCIJONOG SISTEMA	46
◦ SLIKA III.15 ODREĐIVANJE POVRŠINE PIKA - METODA SUMIRANJA	47
◦ SLIKA III.16 ODREĐIVANJE POVRŠINE PIKA - METODA EMPIRIJSKE STEP FUNKCIJE	48
◦ SLIKA III.17 ODREĐIVANJE POVRŠINE PIKA - METODA FITOVANJA PIKOVA	48
◦ SLIKA III.18 ŠEMATSKA REPREZENTACIJA KONTINUUMA SPEKTRA	49
◦ SLIKA III.19 PRIMER REZOLUCIJE σ_{FWHM}	49
◦ SLIKA III.20 ŠEMA RASPADA RADIONUKLIDA $^{60}C_0$	50
◦ SLIKA III.21 PRIMER GEOMETRIJE ZA ANALITIČKO ODREĐIVANJE EFIKASNOSTI	51
IV Geant4 SIMULACIONI PAKET	55
◦ SLIKA IV.1 Kernel Geant4 SIMULACIONOG PAKETA	57
◦ SLIKA IV.2 PRIMERI Geant4 GEOMETRIJSKIH PRIMITIVA	61
◦ SLIKA IV.3 PRIMER GEOMETRIJA GENERISANIH CAD SISTEMOM	61
◦ SLIKA IV.4 PRIMER VIZUALIZACIONOG DRAJVERA - OpenGL, Qt	69
V OPTIMIZACIJA HPGe sistema Geant4 SIMULACIONIM PAKETOM	71
◦ SLIKA V.1 ŠEMATSKI DIJAGRAM GX10021 DETEKTORA	74
◦ SLIKA V.2 3D CAD MODEL GX10021 DETEKTORA	75
◦ SLIKA V.3 RITVERC CO. TAČKASTI KALIBRACIONI γ -IZVORI	75
◦ SLIKA V.4 EKSPERIMENTALNA POSTAVKA ^{88}Y MERENJA	76
◦ SLIKA V.5 FEP EFIKASNOSTI ^{88}Y MERENJA	76
◦ SLIKA V.6 FEPE FUNKCIJE RAZLIČITIH DIMENZIJA ŠUPLJINE KRISTALA	77
◦ SLIKA V.7 FEPE FUNKCIJE ZA RAZLIČITE VREDNOSTI DEBLJINE BOČNOG MRTVOG SLOJA	77
◦ SLIKA V.8 ZAVISNOST VREDNOSTI FEP EFIKASNOSTI NA DATIM ENERGIJAMA	77
◦ SLIKA V.9 PRIMER FEPE INTERPOLACIJE (662 keV γ , ^{137}Cs)	78
◦ SLIKA V.10 DEBLJINE BOČNIH MRTVIH SLOJAVA NA RAZLIČITIM ENERGIJAMA	78
◦ SLIKA V.11 INTERPOLACIJA NORMALIZOVANE FEP EFIKASNOSTI (662 keV)	78
◦ SLIKA V.12 INTERPOLACIJA NORMALIZOVANE FEP EFIKASNOSTI (59 keV)	78
◦ SLIKA V.13 EKSPERIMENTALNA POSTAVKA KOLIMATORA SA ^{241}Am IZVOROM	79
◦ SLIKA V.14 TAČKASTI KALIBRACIONI γ -IZVOR ^{152}Eu	80
◦ SLIKA V.15 RADIOGRAFIJA GL2020 DETEKTORA	80
◦ SLIKA V.16 ŠEMATSKI DIJAGRAM GL2020 DETEKTORA	81
◦ SLIKA V.17 KOMPARACIJA FEPE FUNKCIJA DETEKTORA GX10021 i GL2020	81
◦ SLIKA V.18 ŠEMATSKI DIJAGRAM DETEKTORA EGPC 45-180-R	82
◦ SLIKA V.19 3D CAD MODEL DETEKTORA EGPC 45-180-R	83
◦ SLIKA V.20 ECKERT&ZIEGLER TAČKASTI KALIBRACIONI γ -IZVORI	83
◦ SLIKA V.21 FEPE FUNKCIJE ZA RAZLIČITE VREDNOSTI BOČNOG SLOJA, 105 mm POSTAVKA	84
◦ SLIKA V.22 FEPE FUNKCIJE ZA RAZLIČITE VREDNOSTI BOČNOG SLOJA, 205 mm POSTAVKA	84
◦ SLIKA V.23 ZAVISNOST FEP EFIKASNOSTI NA DATIM ENERGIJAMA, 105 mm POSTAVKA	84
◦ SLIKA V.24 ZAVISNOST FEP EFIKASNOSTI NA DATIM ENERGIJAMA, 205 mm POSTAVKA	84
◦ SLIKA V.25 PRIMER FEPE INTERPOLACIJE (662 keV, ^{137}Cs), 105 mm POSTAVKA	85
◦ SLIKA V.26 PRIMER FEPE INTERPOLACIJE (662 keV, ^{137}Cs), 205 mm POSTAVKA	85
◦ SLIKA V.27 FEP EFIKASNOST NA 59.5 keV ZA RAZLIČITE DEBLJINE GORNJEG SLOJA	85
◦ SLIKA V.28 KOMPARACIJA FEPE FUNKCIJA ZA DETEKTOR EGPC 45-180-R	86

◦ SLIKA VI.1 GEOMETRIJA MERENIH UZORAKA	88
◦ SLIKA VI.2 MODEL GMX20190 DETEKTORA I ISPITIVANIH UZORAKA	89
◦ SLIKA VI.3 EKSPERIMENTALNI SPEKTRI ZA UZORAK A I B	89
◦ SLIKA VI.4 UTICAJ KONCENTRACIJE URANIJUMA NA OBLIK FEPE FUNKCIJA	89
◦ SLIKA VI.5 KONCENTRACIJA AKTIVNOSTI U DRUGOJ APROKSIMACIJI MATRICE	90
◦ SLIKA VI.6 SIMULIRANI TAČKASTI γ -IZVORI	91
◦ SLIKA VI.7 FWHM U FUNKCIJI ENERGIJE ZA 105 mm POSTAVKU	92
◦ SLIKA VI.8 FWHM U FUNKCIJI ENERGIJE ZA 205 mm POSTAVKU	92
◦ SLIKA VI.9 EKSPERIMENTALAN I SIMULARAN SPEKTAR IZVORA ^{22}Na ; 105 mm POSTAVKA	93
◦ SLIKA VI.10 EKSPERIMENTALAN I SIMULARAN SPEKTAR IZVORA ^{22}Na ; 205 mm POSTAVKA	93
◦ SLIKA VI.11 EKSPERIMENTALAN I SIMULARAN SPEKTAR IZVORA ^{60}Co ; 105 mm POSTAVKA	93
◦ SLIKA VI.12 EKSPERIMENTALAN I SIMULARAN SPEKTAR IZVORA ^{60}Co ; 205 mm POSTAVKA	93
◦ SLIKA VI.13 EKSPERIMENTALAN I SIMULARAN SPEKTAR IZVORA ^{152}Eu ; 105 mm POSTAVKA	93
◦ SLIKA VI.14 EKSPERIMENTALAN I SIMULARAN SPEKTAR IZVORA ^{152}Eu ; 205 mm POSTAVKA	93
◦ SLIKA VI.15 PRIMER POST-PROCESUIRANIH SPEKTARA ZA IZVORE ^{22}Na I ^{60}Co	94
◦ SLIKA VI.16 3D CAD MODEL CBNM UZORKA	95
◦ SLIKA VI.17 EKSPERIMENTALNA POSTAVKA MERENJA CBNM UZORKA	95
◦ SLIKA VI.18 SIMULIRAN SPEKTAR ZA SLUČAJ CBNM93 UZORKA	96
◦ SLIKA VI.19 MODEL ISPITIVANOG TELEFONA I SMR KOMPONENTI	98
◦ SLIKA VI.20 ABSORPOVANE DOZE SIMULIRANIH SMR UZORAKA	99

SPISAK TABELA

I OSNOVE MONTE KARLO METODE	5
II TRANSPORT ČESTICA MONTE KARLO METODOM	21
○ TABELA II.1 ZAVISNOST EFIKASNIH PRESEKA RAZLIČITIH INTERAKCIJA FOTONA	25
III DETEKTORI ZRAČENJA; TEHNIKE γ-SPEKTROMETRIJE	37
○ TABELA III.1 KARAKTERISTIKE POLUPROVODNIKA U DETEKCIJI ZRAČENJA	39
○ TABELA III.2 FIZIČKA SVOJSTVA MATERIJALA GERMANIJUMA	40
IV GEANT4 SIMULACIONI PAKET	55
○ TABELA IV.1 VRSTE GEANT4 FIZIČKIH PROCESA	65
V OPTIMIZACIJA HPGe SISTEMA GEANT4 SIMULACIONIM PAKETOM	71
○ TABELA V.1 KOMPONENTE I MATERIJALI GX10021 DETEKTOARA	74
○ TEBELA V.2 SPECIFIKACIJE DETEKTOARA GX10021	75
○ TABELA V.3 FEP EFIKASNOSTI RAZLIČITIH DIMENZIJA ŠUPLJINE KRISTALA	77
○ TABELA V.4 SPECIFIKACIJE DETEKTOARA GL2020	80
○ TABELA V.5 KOMPONENTE I MATERIJALI DETEKTOARA EGPC 45-180-R	82
○ TABELA V.6 SPECIFIKACIJE DETEKTOARA EGPC 45-180-R	83
○ TABELA V.7 ECKERT&ZIEGLER TAČKASTI KALIBRACIONI γ -IZVORI	83
○ TABELA V.8 KOMPARACIJA FEP EFIKASNOSTI ZA DETEKTOR EGPC 45-180-R	86
VI MONTE KARLO SIMULACIJE U RAZNIM NUKLEARnim APLIKACIJAMA	87
○ TABELA VI.1 UKUPNA KONCENTRACIJA AKTIVNOSTI RADIONUKLIDA ^{238}U	88
○ TABELA VI.2 ECKERT&ZIEGLER TAČKASTI KALIBRACIONI γ -IZVORI	91
○ TABELA VI.3 MASENI UDELI I AKTIVNOSTI $P\mu$ -IZOTOPA CBNM UZORAKA	96
○ TABELA VI.4 DIMENZIJE ISPITIVANIH SMR KOMPONENTI	98
○ TABELA VI.5 SPECIFIKACIJE ISPITIVANIH SMR KOMPONENTI	98
○ TABELA VI.6 SIMULIRANE DOZE SMR KOMPONENTI NA RASTOJANJU OD 10 cm	99
○ TABELA VI.7 SIMULIRANE DOZE SMR KOMPONENTI NA RASTOJANJU OD 20 cm	99
○ TABELA VI.8 SIMULIRANE DOZE SMR KOMPONENTI NA RASTOJANJU OD 30 cm	99

KRATAK PREGLED DISERTACIJE

DOKTORSKA DISERTACIJA ovde prezentovana je svojevrsno inspirisana širokom i bogatom primenom Monte Karlo simulacija kao jedne od fundamentalnih gradivnih blokova današnje nuklearne fizike. Primena ove metode se kreće od jednostavnih primena poput posmatranja ugla rasejanja čestice o neku metu pa sve do kompleksnih u okviru velikih eksperimentalnih postavki širom sveta. U tom kontekstu, radovi obuhvaćeni ovom disertacijom su imali za cilj da ispitaju funkcionalnost, spremnost, efikasnost, ali i nedostatke Monte Karlo simulacija sa postojećim, ali takođe da se uz njih potkrepe i motivišu ideje novih eksperimentenata.

S'tim, disertacija je organizovana u dva glavna dela, teorijski i eksperimentalno-simulacioni, svaki deo sa po tri poglavlja, kojima su pokriveni i detaljno opisani sledeći koncepti:

PRVI DEO (**POGLAVLJE I, II, III**)

SIMULACIONE TEHNIKE U NUKLEARNOJ FIZICI

POGLAVLJEM I su iznete osnove matematičkih koncepta Monte Karlo metode neophodnih u shvatanju njene implementacije kod transporta čestica. Opisane su različite metode uzorkovanja distribucija verovatnoća, ali i slučajni brojevi korišćeni u ovom uzorkovanju koji fundamentalno oličavaju stohastičnu prirodu čestičnih interakcija. Za kraj su iznete osnove procena nesigurnosti Monte Karlo metode neophodne u konciznom tumačenju rezultata kao i određene tehnike koje se primenjuju u svrhu poboljšanja efikasnosti ovih simulacija.

Pored "matematike" Monte Karlo metode u shvatanju algoritama transporta neophodno je dobro poznavati i "fiziku" čestica koje se simuliraju, odnosno prirodu njihovih interakcija. **POGLAVLJEM II** je upravo opisana fizika na kojoj se ovi algoritmi zasnivaju kao i relativni prinosi čestičnih interakcija u smislu verovatnoća odigravanja u zavisnosti od kinematike ispitivane čestice kao i svojstava sredine kroz koju se ta čestica kreće.

Kao jedne od ključnih tačaka eksperimentalnog rada, **POGLAVLJEM III** su opisani fundamentalni principi na kojima se zasniva rad poluprovodničkih detektora. Izneti su svojstva germanijuma kao jednog od najversatilnijeg poluprovodničkog materijala u detekciji (γ) zračenja, ali i fizički i tehnički principi koji ovu detekciju omogućavaju. Pored ovoga, opisane su i osnove tehnike γ -spektrometrije gde su ovi detektori danas utemeljili svoju bogatu primenu, i bez kojih dalji razvoj nuklearne fizike kao nauke ne bi bio moguć.

DRUGI DEO (**POGLAVLJE IV, V, VI**)

EKSPERIMENTALAN RAD I PREGLED SIMULACIJA

POGLAVLJEM IV je u detalju obuhvaćen GEANT4 simulacioni paket kao glavni transportni kod korišćen u pisanju prezentovanih simulacija. Ukratko je izneta motivacija i tok razvoja ovog paketa, a u cilju razumevanja njegove implementacije u praksi opisane su strukture klasa kojima se izgrađuju pojedini aspekti simulacija.

POGLAVLJIMA V i VI je obuhvaćen eksperimentalno-simulacioni deo ove disertacije. Detaljna procedura optimizacije HPGe detekcionih sistema je opisana **POGLAVLJEM V**, dok je **POGLAVLJEM VI** iznet značaj i bogata primena simulacija u raznim nuklearnim istraživanjima. Kod modelovanja HPGe sistema, radi ilustrovanja pouzdanosti modela razvijane su simulacije za tri različite opreme, svaka čiji je model demonstrirao dobra slaganja sa eksperimentalnim podacima. Kod primena simulacija u raznim nuklearnim istraživanjima rađeno je na kvantifikaciji uzoraka nepravilnih geometrija i nepoznatih matrica, a ujedno je ukazano na prednosti i nedostatke koji dolaze uz ovu primenu. Takođe, opisan je i način generisanja visoko-realističnih γ -spektara koji danas postaju sve popularniji u svetu γ -spektrometrije. Za kraj, kao sasvim nova ideja izneta je moguća primena retrospektivne dozimetrije u oblasti nuklearne forenzike putem simulacija koje bi potencijalno mogle proširiti postojeće i otvoriti vrata novim inovativnim tehnikama u ovoj naučnoj disciplini.

**SIMULACIONE TEHNIKE
U NUKLEARNOJ FIZICI**

OSNOVE MONTE KARLO METODE

I

I.I UVOD I ISTORIJA RAZVOJA

ZAJEDNIČKO IME "MONTE KARLO" pripisano je numeričkim metodama koje se temelje na uzajamnom ponavljanju slučajnih događaja u cilju rešenja problema koji su u principu determinističke prirode. S tim, metoda je našla svoju primenu u rešavanju širokog spektra kako fizičkih tako i matematičkih problema. Vremenom je sa razvojem računarskih sistema postala sve učestalija, a danas se ova metoda rutinski implementira u raznim naučnim disciplinama i granama istraživanja.

U osnovi Monte Karlo predstavlja metodu numeričke analize koja se zasniva na upotrebi sekvence slučajnih brojeva u cilju dobijanja numeričkih rešenja ispitivanih promenljivih. Sam proračun je "veštački" konstrukt, uglavnom predstavljen nekim računarskim programom koji je matematički ekvivalentan problemu koji se ispituje. Vrednosti ispitivanih promenljivih se dobijaju odabirom odgovarajućih brojeva iz odgovarajućih intervala uzorkovanjem distribucije verovatnoće kojom su ove promenljive opisane. Stoga, metodom je moguće dobiti željeno rešenje zajedno sa procenom nesigurnosti analiziranjem rezultata iz uzorkovanih vrednosti. Procena uzorkovanja u okviru Monte Karlo metode je manje-više ekvivalentna sprovođenju stvarnog eksperimenta. Kako eksperiment, tako i Monte Karlo proračuni daju rezultat koji je moguć ili reprezentativan ishod procesa koji se ispituje. Oba pristupa nose sa sobom određenu nesigurnost koja se kvantifikuje statističkom analizom, a koja se može redukovati višestrukim ponavljanjem eksperimenta, tj. simulacije[1].

Sam koncept rešavanja problema ovakvim pristupom postoji već nekoliko vekova. Pored upotrebe računarskih sistema, slučajne događaje je moguće generisati i drugim načinima. Istoriski, eksperimenti i proračuni temeljeni na Monte Karlo principu su izvedeni daleko pre prvih digitalnih računara¹. Tako je npr. u XVIII veku Žorž-Luj Leklerk de Bufon (eng. Georges-Louis Leclerc, Comte de Buffon; francuski prirodnjak i matematičar) predložio eksperiment (danasa poznat još i pod nazivom "BUFONOVА IGLA", **SLIKA I.1**) koji se sastojao od ispuštanja igle na površinu na kojoj su bile oslikane jednakoj udaljene (ekvidistantne) paralelne linije. Ako se uzme da je dužina igle približno jednaka polovini rastojanja između ovih linija, onda je verovatnoća P da igla padne preko jedne od linija definisana kao:

$$P = \frac{1}{\pi} \quad (\text{I.1})$$

Ako se igla nasumično ispusti na ovaku površinu n -puta, a posmatranjem se ustanovi da pada preko jedne od paralelnih ekvidistantnih linija k -puta, onda je:

$$P \approx \frac{k}{n} \quad (\text{I.2})$$

Prema **ZAKONU VELIKIH BROJEVA**², izraz postaje egzaktan u granicama velikog n :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{k}{n} = \frac{1}{\pi} \quad (\text{I.3})$$

Osnova ovog pristupa je sledeća: Ukoliko je rastojanje između ekvidistantnih paralelnih linija d , i ukoliko je dužina igle koja se ispušta na ovu površinu $\lambda \leq d$,

I.I	UVOD I ISTORIJA RAZVOJA	5
I.II	MATEMATIČKE OSNOVE	
	MONTE KARLO METODE	8
I.II.I	OSNOVNI PRINCIPI	8
I.II.II	ELEMENTARNA	
	TEORIJA VEROVATNOĆE	9
I.II.III	(PSEUDO)SLUČAJNI BROJEVI	11
I.III	METODE UZORKOVANJA	14
I.III.I	OSNOVNI PRINCIPI	14
I.III.II	DIREKTNA METODA	16
I.III.III	METODA ODBACIVANJA	17
I.III.IV	MEŠOVITA METODA	17
I.IV	PROCENA NESIGURNOSTI	18
I.V	TEHNIKE REDUKOVANJA	
	VARIJANSE	20

1: Prvi zabeleženi Monte Karlo proračuni sadrže sve aspekte ove metode, a to su:

- KONVERGENCIJA

Što je veći broj ponavljanja, tako i dobijena vrednost teži nekoj očekivanoj vrednosti.

- TRANSPARENTNOST

Metoda je intuitivna i laka za razumeti bez mnoštvo matematičkog rezonovanja.

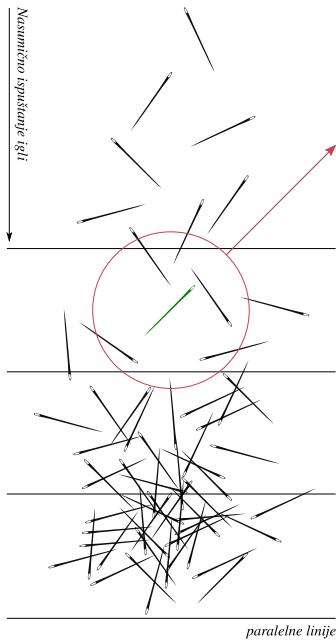
- OPTIMIZACIJA

Procenu nesigurnosti i optimalan izbor promenljivih nudi teorija verovatnoće[2].

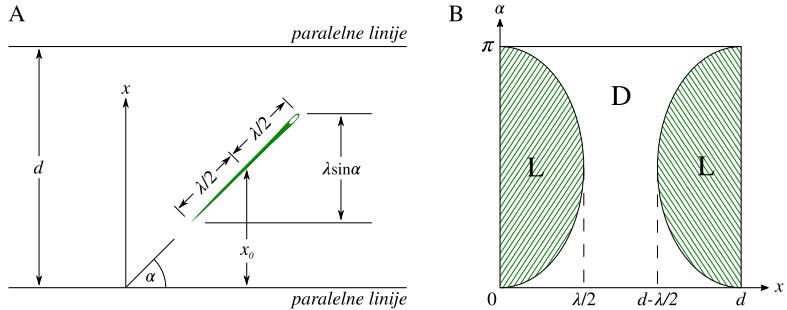
2: eng. **LAW OF LARGE NUMBERS**, abrv. **NNL**; Teorema iz oblasti statistike i teorije verovatnoće. U svom najprostijem obliku, zakon tvrdi da se relativna verovatnoća slučajnog događaja približava očekivanoj verovatnoći kada se sproveđe veliki broj nasumičnog ponavljanja. Zakon se odnosi samo na prosek, i shodno tome je dat kao:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i = \bar{X}$$

gde je X_i trenutna, \bar{X} je vrednost koja se očekuje, dok je N broj ponavljanja[3–5].



SЛИКА I.1: Vizualni prikaz ispuštanja igli u okviru eksperimenta "BUFONOVE IGLE".



SЛИКА I.2: Levo (A): Koordinatni sistem "BUFONOVE IGLE". Desno (B): Oblasti L i D "BUFONOVE IGLE".

onda je ugao α koji igla zaklapa sa linijama proizvoljan u intervalu $(0, \pi)$. Pozicija centra igle od najbliže donje linije (x_0) je prema tome nasumično distribuirana preko intervala $(0, d)$ po koordinati x normalno na linije (**SЛИКА I.2.A**). Projekcija dužine igle na koordinatu x je onda $\lambda \sin \alpha$. Ukoliko je rastojanje x_0 :

$$x_0 < 0.5\lambda \quad ili \quad x_0 > d - 0.5\lambda$$

onda će igla pasti tako da preseca jednu od paralelnih linija. Stoga, moguće je definisati dve različite oblasti u odnosu na ugao α i koordinatu x (**SЛИКА I.2.B**):

- OBLAST L —> Igla dodiruje liniju,
- OBLAST D —> Igla ne dodiruje liniju.

Verovatnoća P da igla preseca jednu od linija je tada predstavljena kao odnos površine oblasti L i ukupne površine date kao $D + L = \pi d$. Prema tome:

$$P = \frac{L}{D+L} = \frac{2}{\pi d} \int_0^{\pi} \frac{\lambda}{2} \sin \alpha \, d\alpha = \frac{2\lambda}{\pi d} \quad (I.4)$$

Ukoliko je dužina igle jednaka polovini rastojanja između linija, odnosno $\lambda = d/2$, tada prema prethodnoj **JEDNAKOSTI I.4** verovatnoća postaje $P = 1/\pi$ [1, 2, 6–9].

Pjer-Simon Laplas (eng. Pierre-Simon, Marquis de Laplace; francuski prirodnjak i matematičar) je predložio 1812. godine kako bi se eksperiment "BUFONOVE IGLE" mogao iskoristiti u cilju eksperimentalnog utvrđivanja vrednosti broja π . Tako je Mario Lacarini (eng. Mario Lazzarini; italijanski matematičar) 1901. godine ujedno ovo i izveo ispuštajući iglu ukupno 3408 puta čime je za broj π dobio aproksimaciju reda 355/153 ($\pi \approx 3.14159292$), što procenjuje vrednost u granicama od $\sim 3 \cdot 10^{-7}$ u odnosu na trenutno usvojenu vrednost ($\pi \approx 3.14159265$) [6–8].

3: eng. THE MANHATTAN PROJECT; Projekat voden od strane Dž. Robert Oppenhajmera (eng. Julius Robert Oppenheimer, poznat kao "Father of the Atomic Bomb"; američki teoretičar) tokom II svetskog rata na kom se radilo na razvijanju nuklearnog i kasnije termonuklearnog naoružanja[10].

4: eng. ELECTRONIC NUMERICAL INTEGRATOR AND COMPUTER, abrv. ENIAC; Prvi ikad računar korišćen u raznim proračunima.

5: Nikolas Metropolis (eng. Nicholas C. Metropolis; grčko-američki fizičar) je bio taj koji je predložio ime "Monte Karlo", inspirisan gradom u Monaku poznatom po kazinima (koji je Ulamov ujak često posećivao), kako je glavni element ove metode upravo tzv. "element šanse"[11].

6: Zapravo je Enriko Fermi (eng. Enrico Fermi; italijanski fizičar) 1930tih Monte Karlo metodom objasnio difuziju neutrona i time nezavisno razvio njen moderan oblik, mada nikada nije publikovao ovaj rad[11].

Početkom XX veka dolazi do značajnog iskoraka u korišćenju Monte Karlo metode. Moderan oblik ove metode realizovan je 1940tih tokom Menhet Projekta³ (Los Alamos; Novi Meksiko, SAD) od strane Stanislava Ulama (eng. Stanisław Marcin Ulam; poljsko-američki matematičar i fizičar) i Džon fon Nojmana (eng. John von Neumann; mađarsko-američki matematičar i fizičar). Uviedevši potencijal prvih elektronskih računara⁴, Ulam i Nojman⁵ su оформili koncept nasumičnog uzorkovanja u cilju rešenja transporta neutrona u fisionim materijalima⁶. Originalni proračuni su izvedeni mehaničkim kalkulatorima, dok je naknadna dostupnost računarskih sistema značajno proširila upotrebu Monte Karlo metode. Prvi ikad monograf publikovan je 1950tih[12], dok danas ova metoda predstavlja standardan matematički alat koji se rutinski primenjuje u rešavanju širokog spektra problema.

Monte Karlo metoda u nuklearnoj fizici danas predstavlja široko rasprostanjenu tehniku usled svoje izuzetne sposobnosti da modeluje složene fizičke sisteme. Prema tome, postoji mnoštvo različitih računarskih programa⁷ koji su razvijeni u cilju modelovanja ovih sistema. Bez obzira na odabir, svi Monte Karlo kodovi koji se koriste za modelovanje transporta čestica i njihovih interakcija sa sredinom dele veoma sličan pristup koji se sastoji iz tri osnovne komponente:

- I KOMPONENTA:**
 - DEFINISANJE DOMENA ULAZNIH PARAMETARA,
 - DEFINISANJE OGRANIČENJA NA ISPITIVAN SISTEM.

- II KOMPONENTA:**
 - SLUČAJNO GENERISANJE PRIMARNIH DOGAĐAJA,
 - SPROVOĐENJE DETERMINISTIČKIH PRORAČUNA.

- III KOMPONENTA:**
 - PRIKUPLJANJE PODATAKA U KONAČAN REZULTAT.

○ DEFINISANJE DOMENA ULAZNIH PARAMETARA ○ DEFINISANJE OGRANIČENJA NA ISPITIVAN SISTEM

I

Prvi korak svake Monte Karlo metode obuhvata definisanje uslova koji moraju biti zadovoljeni od strane sistema kako bi se sam proces mogao modelovati.

U transportnim Monte Karlo kodovima, neki od ovih uslova uključuju:

- EKSPERIMENTALNU POSTAVKU (geometrija i kompozicija materijala, itd.),
- DEFINICIJU PRIMARNOG IZVORA ZRAČENJA (tip, energija, broj čestica, itd.),
- INTERAKCIJE I PROCESI KOJIMA ČESTICE PODLEŽU (zahvat, rasejanje, itd.),
- REZULTAT SIMULACIJE TJ. PRORAČUNA (doza, kerma, spektar, fluks, itd.).

○ SLUČAJNO GENERISANJE PRIMARNIH DOGAĐAJA ○ SPROVOĐENJE DETERMINISTIČKIH PRORAČUNA

II

Drugi korak obuhvata generisanje slučajnih (primarnih) događaja u okviru definisanog fizičkog sistema. Većina transportnih kodova prati sličnu rutinu u slučajnom generisanju čestica, kao i njihovo praćenje, a koju sačinjavaju:

- PUTANJA (TRAC) - Putanja primarne čestice sa definisanim početnim uslovima (energija, tip, moment, itd.) se modeluje kroz inicijalnu sredinu.
- INTERAKCIJA - Moguće interakcije primarnih čestica sa sredinom se određuju dok se verovatnoća odigravanja svake od njih proračunava.
- SLUČAJAN BROJ (RNG) - Generišu se slučajni brojevi koji se koriste u svrhu odabira odnosno uzorkovanja jedne od mogućih interakcija čestice.
- DEPOZICIJA ENERGIJE - Količina deponovane energije usled interakcije se prati i registruje za svaku oblast sredine sa kojom čestica interaguje.
- SEKUNDARNA ČESTICA - Sekundarne čestice stvorene u interakcijama primarnih čestica sa sredinom se takođe prate, zajedno sa registrovanjem svih deponovanih energija u okviru njihovih interakcija sa sredinom.
- Cut-off PARAMETAR - Sve primarne i sekundarne čestice se prate sve dok njihova energija ne padne ispod određene granice, kada se smatra da su čestice predale svu svoju energiju čime prestaje njihovo praćenje.

Nakon ovoga se generiše i prati sledeća primarna čestica. Ovo se ponavlja iznova sve dok se određeni broj (N) primarnih čestica ne generiše i ne isprati.

○ PRIKUPLJANJE (KONVOLUCIJA) PODATAKA U KONAČAN REZULTAT

III

Treći i poslednji korak obuhvata analizu prikupljenih podataka. Kod Monte Karlo kodova ovo može obuhvatiti npr. proračune dozimetrijskih veličina, kao što je doza po generisanoj primarnoj čestici unutar definisanog regiona, itd.[6].

7: Neki od najčešće korišćenih Monte Karlo transportnih kodova u nuklearnoj fizici uključuju (uz prateće linkove paketa):

- EGS [13, 14] → [Home page](#) ↗
Kod za praćenje fotona i elektrona
- GEANT4 [15] → [Home page](#) ↗
Kod za praćenje svih tipova čestica
- FLUKA [16] → [Home page](#) ↗
Kod za praćenje svih tipova čestica
- ETRAN [17] → [Home page](#) ↗
Kod za praćenje protona i elektrona
- PENELOPE [18] → [Home page](#) ↗
Kod za praćenje fotona i elektrona
- MCNP(X) [19] → [Home page](#) ↗
Kod za praćenje svih tipova čestica

NAPOMENA: U ovoj disertaciji su isključivo razvijani kodovi u okviru Geant4 paketa (uz izuzetak korišćenja dodatnih paketa u određenim verifikacijama koji nisu nužno pravi Monte Karlo kodovi - EFFTRAN[20], LABSOCS[21], ANGLE[22] i drugi kodovi).

I.II MATEMATIČKE OSNOVE MONTE KARLO METODE

I.II.I OSNOVNI PRINCIPI

8: DETERMINISTIČKI PROBLEM odnosno SISTEM, predstavlja sistem kod kog slučajnost ne igra nikakvu ulogu u razvoju budućih stanja. Drugim rečima, sistem daje uvek isto rešenje za iste početne uslove i stanja.

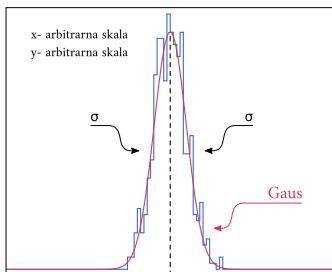
9: PROSTOR VEROVATNOĆE je matematička tvorevina kojom se modeluje eksperiment (realni procesi), i koji je sačinjen od stanja koja se slučajno javljaju. Tri komponente (Ω, σ, p) koje sačinjavaju ovaj prostor su:

- Ω : PROSTOR UZORAKA
Skup svih ishoda tj. događaja.
- σ : (pod)SKUP DOGAĐAJA ω
Događaj je podskup mogućih ishoda.
- p : FUNKCIJA VEROVATNOĆE
Dodeljuje verovatnoću događajima.

10: U polju statistike i teorije verovatnoće, varijansa predstavlja kvadrat odstupanja slučajne promenljive od njene srednje vrednosti. Često se obeležava kao $Var(X)$, $V(X)$, $\mathbb{V}(X)$ ili prosto $\sigma^2(X)$, a data je kao:

$$\sigma^2(X) = E(X - \bar{X})^2$$

Drugim rečima, varijansa promenljive X je očekivana vrednost kvadra odstupanja promenljive od njene srednje vrednosti \bar{X} .



11: Ova teorema tvrdi da je suma velikog broja nezavisnih i identično distribuiranih slučajnih promenljivih teži ka normalnoj, tj. GAUSOVU DISTRIBUCIJU VEROVATNOĆE [23].

12: eng. CONFIDENCE LEVEL, abbrv. CL; Pod intervalom pouzdanosti se odnosi na interval vrednosti za koji se očekuje da će sledeća procena upasti unutar njega sa određenom verovatnoćom. Prema tome, nivo pouzdanosti se odnosi na procenat sa kojim se očekuje da naredna vrednost bude u okviru granica ovog intervala [4].

O SNOVNI PRINCIPI MONTE KARLO METODE se zasniva na proceni srednjih, tj. očekivanih vrednosti ispitivanih promenljivih u posmatranom sistemu. Ako treba rešiti DETERMINISTIČKI PROBLEM⁸ prvo se mora osmislići STOHALIČAN SISTEM (Ω, σ, p, X) tako da se srednja vrednost ovog sistema (ekvivalentna očekivanoj vrednosti $E(X)$) poklapa sa željenim rešenjem I posmatranog determinističkog problema. Sa druge strane, ukoliko je problem već definisan u nekom smislu verovatnoće, onda se ovo može direktno uzeti kao osnova za analog simulaciji i proceni proračuna. U svakom slučaju, očekivano rešenje I predstavlja jedinstvenu numeričku veličinu od interesa, a ne celu funkcionalnu zavisnost, i shodno tome se rešenje I (očekivana vrednost) može uvek posmatrati kao neki određen integral.

Radi lakšeg razumevanja, prikazaćemo jednostavnu i intuitivnu interpretaciju jednog ovakvog pristupa; u abstraktnom matematičkom smislu jedan ovakav stohastičan model je zadat PROSTOROM VEROVATNOĆE⁹ (Ω, σ, p, X). Ω predstavlja skup elementarnih (slučajnih) događaja ω , dok je σ podskup skupa Ω za koje funkcija verovatnoće p dodeljuje vrednost (tj. verovatnoću odigravanja) iz intervala (0, 1). X predstavlja slučajnu promenljivu nad skupom Ω , koja dodeljuje (uglavnom realan) broj (ili vektor) za svaki slučajan događaj, na primer: $X(\Omega) \rightarrow \mathbb{R}$, takav da je rešenje ispitivanog problema I očekivana vrednost promenljive X , tj. $I = E(X)$.

Za očekivanu vrednost $E(X)$ i varijansu¹⁰ $\sigma^2(X)$, kao prvi i drugi centralni moment respektivno, se prepostavlja da postoje ukoliko nije drugačije naznačeno, odnosno:

$$E(X) := \int_{\Omega} X \, dp \quad \wedge \quad \sigma^2(X) := \int_{\Omega} (X - E(X))^2 \, dp \quad (I.5)$$

NAPOMENA: $E(X) = E_p(X)$ i $\sigma^2(X) = \sigma_p^2(X)$. Drugim rečima, momenti tj. očekivana vrednost ($E(X)$) i varijansa ($\sigma^2(X)$) zavise naravno od funkcije verovatnoće p .

Stohastična aproksimacija rešenja I se tada dobija pravljenjem nezavisne sekvence slučajnih događaja $\omega = [\omega_i; i = 1, \dots, N]$ shodno verovatnoći p , procenjujući:

$$\begin{array}{c} \text{Aritmetička sredina promenljive } X \text{ za veliko } N \\ \hline \text{Stohastična aproksimacija, očekivanje} \\ \text{ } \\ E(X_N) = I_N(\omega) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X(\omega_i) \end{array} \quad (I.6)$$

gde je I_N tzv. "ESTIMATOR" tj. "PROCENITELJ" koji samo predstavlja aritmetičku sredinu velikog broja procena promenljive $X(\omega_i)$ ponovljenog slučajnog eksperimenta.

Čak i bez bilo kakve abstrakne matematičke osnove, intuitivno je da će srednja tj. očekivana vrednost $E(X)$ konvergirati prema aritmetičkoj sredini I_N tj. rešenju I , kako raste broj ponavljanja N . ZAKON VELIKIH BROJAVA² i CENTRALNA GRANIČNA TEOREMA¹¹ ne samo da obezbeđuju jasan dokaz kako je Monte Karlo metoda egzaktna, nego i to da rešenje tj. numerička vrednost kongvergira, tj.:

$$\text{za } N \rightarrow \infty \implies I_N \rightarrow I, \text{ iako sporo (sa } 1/\sqrt{N}\text{)}$$

Naročito, CENTRALNA GRANIČNA TEOREMA teorije verovatnoće tvrdi da će distribucija slučajne promenljive $I_N(\omega)$, za dovoljno veliko N , konvergirati prema Gausovoj distribuciji, sa srednjom vrednošću $I = E(X)$ i varijansom $\sigma^2(I_N) = \sigma^2(X)/N$. Prema tome, tipičan rezultat analize statističke greške pod zakonom Gausove distribucije se takođe prikazuje sa datim rezultujućim nivoom pouzdanosti (CL¹²).

Danas je uobičajena praksa da se rezultat Monte Karlo proračuna prikazuje u obliku:

$$I \approx I_N \pm \sigma(I_N) \quad \text{ili} \quad I \approx I_N \pm 2 \cdot \sigma(I_N) \quad (I.7)$$

koji imaju nivo pouzdanosti (CL) od $\sim 66\%$ i $\sim 95\%$, respektivno. Naravno, u praksi je varijansu $\sigma^2(X)$ često teže proračunati od očekivane vrednosti $E(X)$. Stoga, uglavnom se zamenjuje empirijskom varijansom¹³ koja je definisana kao:

$$s^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N [X(\omega_i) - E(X_N)]^2 = \frac{1}{N-1} \left(\sum_{i=1}^N X^2(\omega_i) - \frac{1}{N} \left[\sum_{i=1}^N X(\omega_i) \right]^2 \right) \quad (I.8)$$

a zatim se pod pretpostavkom velikog N može pisati:

$$s^2 \rightarrow \sigma^2 \quad \wedge \quad \sigma^2(I_N) \approx s_N^2 = \frac{1}{N} s^2 \quad (I.9)$$

Za dovoljno veliko N ($N \gtrsim 100$), u okviru Gausove greške σ se može zameniti sa s_N u **JEDNAČINI I.7**, dok se u suprotnom koristi tzv. STUDENTOVA t-DISTRIBUCIJA¹⁴ [2]. **POGLAVLJE I.IV** detaljnije opisuje procenu nesigurnosti kod Monte Karlo metode.

13: Kako empirijska varijansa s^2 , odnosno varijansa uzorka, potcenjuje populacionu varijansu σ^2 , treba na neki način povećati, a to se postiže oduzimanjem u imenocu ($N - 1$ umesto N), što rezultuje većom vrednošću cele frakcije. Ovo predstavlja empirijsku varijansu, koja na dobar način procenjuje pravu populacionu varijansu.

14: STUDENTOVA t-DISTRIBUCIJA, ili ponekad t-distribucija, u okviru teorije verovatnoće i statistike predstavlja bilo koji član familije kontinualnih distribucija verovatnoća koje proizilaze iz procene srednje vrednosti normalne, odnosno Gausove distribucije u slučajevima kada je veličina uzorka mala.

I.II.II ELEMENTARNA TEORIJA VEROVATNOĆE

"Probability theory is nothing but common sense reduced to calculation."

- *Pjer-Simon Laplas*

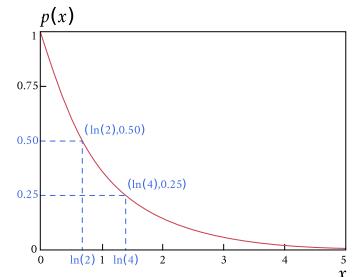
FUNKCIJA DISTRIBUCIJE VEROVATNOĆE $p(x)$ promenljive x , koja se često označava kao "pdf" ili "PDF" (eng. PROBABILITY DISTRIBUTION FUNCTION, abbrv. PDF), predstavlja verovatnoću uočavanja promenljive x preko intervala $x_{min} \leq x \leq x_{max}$. Tako npr. ukoliko je x tačka prostora u kojoj foton interaguje putem KOMPTONOVOG RASEJANJA, izraz $p(x_1) = 2p(x_2)$ bi značio da je uočavanje promenljive x u intervalu $x_1 \leq x \leq x_1 + dx$ duplo veće, ili drugim rečima duplo verovatnije, nego u intervalu $x_2 \leq x \leq x_2 + dx$. Ovo uistinu ima smisla samo u granicama gde dx ide u nulu (ili ako je dx konačno) kada $p(x)$ sporo varira preko intervala u blizini x_1 i x_2 ¹⁵.

Generalno, funkcija distribucije verovatnoće $p(x)$ poseduje specifične karakteristike po kojima se razlikuje od ostalih funkcija, a te su karakteristike sledeće:

- ▶ $p(x) \geq 0 \quad \forall x_{min} \leq x \leq x_{max}$, tj. funkcija distribucije verovatnoće uvek uzima pozitivne vrednosti kako negativna verovatnoća nema fizičkog smisla.
- ▶ $p(x)$ funkcija mora biti normalizaciona, a sama normalizacija se izvodi kao:

$$\int_{x_{min}}^{x_{max}} p(x) dx = 1 \quad (I.10)$$

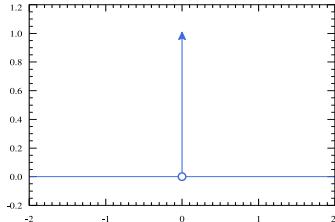
- ▶ $-\infty < x_{min} < x_{max} < +\infty$, odnosno drugim rečima x_{min} i x_{max} mogu biti bilo koje vrednosti iz skupa \mathbb{R} sve dok je ispunjen uslov da je $x_{min} < x_{max}$.



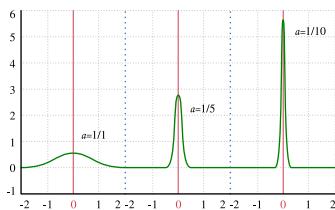
15: Konkretni primer jedne ovake pdf funkcije za slučaj $p(x) = e^{-x}$, sa koje se može videti kako je: $p(\ln 2) = 2p(\ln 4)$ [7].

16: DIRAKOVA DELTA FUNKCIJA predstavlja funkciju na realnoj pravoj čija je vrednost u svim tačkama 0, osim u koordinatnom početku gde ide u ∞ , i čiji je integral po celoj oblasti definisanosti jednak sa 1, tj.:

$$\delta(x) \begin{cases} +\infty, & x = 0 \\ 0, & x \neq 0 \end{cases} \quad \wedge \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) dx = 1$$



δ funkcija sa matematičkog aspekta i nije baš striktna funkcija u pravom smislu tih reči. Integral bilo koje realne funkcije koja doseže ∞ i u svim tačkama ima vrednost 0, a samo u jednoj tački vrednost 1, imao bi vrednost 0, a ne 1, kao što je slučaj sa δ funkcijom. Prema tome, ova funkcija ima smisao samo kada se pojavljuje kao objekat u integralu, a formalno se definiše kao distribucija. U mnogim primenama, δ funkcija predstavlja graničnu vrednost niza normalnih tj. Gausovih distribucija sa tačkom nagomilavanja u nuli, iako su aproksimativne vrednosti svih raspodela samo aproksimativna vrednost δ funkcije.



Stoga, δ funkcija kao granična vrednost Gausovih distribucija sa maksimumom u koordinatnom početku je data u obliku:

$$\delta_a(x) = \frac{1}{|a|\sqrt{\pi}} e^{-\left(\frac{x}{a}\right)^2}$$

za slučaj kada $a \rightarrow 0$ (slika iznad) [24–26].

17: Makroskopski efikasan presek, tj. μ , definiše verovatnoću interakcije čestice po jedinici dužine i zavisi od svojstava sredine kroz koju se čestica kreće, dok mikroskopski efikasan presek (σ) opisuje verovatnoću interakcije između čestice i nekog jezgra. Suma ova dva predstavlja ukupan efikasan presek ($\mu\sigma$) koji opisuje verovatnoću svih mogućih interakcija[27].

Ovo su jedina ograničenja na $p(x)$. Obratiti pažnju da normalizacija, definisana preko **JEDNAKOSTI I.10**, ukazuje na to da se funkcija $p(x)$ može integraliti preko celog intervala u kom je definisana. Treba imati na umu da funkcija distribucije verovatnoće može biti i diskontinualna odnosno isprekidana funkcija, ili čak i beskonačna. Primer dobro definisane funkcije distribucije verovatnoće bi bio:

$$p(x) = a\delta(x - x_1) + (1 - a)\delta(x - x_2)$$

gde je $\delta()$ funkcija tzv. DIRAKOVA DELTA FUNKCIJA¹⁶[7].

FUNKCIJA KUMULATIVNE DISTRIBUCIJE

Svaka funkcija distribucije verovatnoće $p(x)$ se nalazi u određenoj vezi sa svojom funkcijom kumulativne distribucije $c(x)$, koja se često označava kao "cdf" ili "CDF" (eng. CUMULATIVE DISTRIBUTION FUNCTION, abrv. CDF), i koja je definisana kao:

$$c(x) = \int_{x_{min}}^x p(x)dx \quad (\text{I.11})$$

Funkcija kumulativne distribucije poseduje karakteristike koje direktno proističu iz njene definicije, ali i iz karakteristika funkcije distribucije verovatnoće, a to su:

- Pdf ($p(x)$) i cdf ($c(x)$) su u vezi putem jednakosti:

$$p(x) = \frac{dc(x)}{dx} \quad \text{tj.} \quad p(x) = c'(x)$$

- Cdf ($c(x)$) ima vrednost 0 na početku svog intervala definisanosti, tj.:

$$c(x \rightarrow x_{min}) = 0$$

- Cdf ($c(x)$) ima vrednost 1 na kraju svog intervala definisanosti, tj.:

$$c(x \rightarrow x_{max}) = 1$$

- Cdf ($c(x)$) je monotono rastuća funkcija promenljive x , što jasno proističe iz **JEDNAKOSTI I.11**, ali i činjenice da pdf uvek ima pozitivnu vrednost, $p(x) \geq 0$.

Funkcija kumulativne distribucije igra veliku ulogu u Monte Karlo metodi kako zajedno sa slučajnim brojevima obezbeđuje sredstva uzorkovanja distribucije verovatnoće $p(x)$. Uzimajući u obzir svojstva kumulativne distribucije, može se pokazati da je promenljiva x nasumično distribuirana prema njenoj pdf funkciji $p(x)$ ukoliko odaberemo x vrednosti kao inverz cdf funkcije $c(x)$, odnosno:

$$x = c^{-1}(\xi)$$

gde je ξ uniformno distribuiran slučajan broj iz intervala $(0, 1)$ (**POGLAVLJE I.II.III**).

Tako se npr. može pokazati da se rastojanje do interakcije može uzokroviti iz:

$$x = -\frac{1}{\mu} \log(1 - \xi)$$

gde je μ makroskopski efikasan presek¹⁷. Ovo proističe direktno iz distribucije verovatnoće (eksponencijalna distribucija: $p(x) = \mu \exp(-\mu x) \forall 0 \leq x < \infty$) koja se pored određivanja dometa interakcije koristi još i kod radioaktivnog raspada.

MOMENTI FUNKCIJE DISTRIBUCIJE VEROVATNOĆE

Momenti funkcija predstavljaju određene kvantitativne mere koje su u vezi sa samim oblikom ispitivane funkcije. Upravo se tako funkcija distribucije verovatnoće $p(x)$ može karakterizovati i u smislu njenih (centralnih) momenata kao:

$$\langle x^n \rangle = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x^n p(x) dx \quad \forall \quad n \geq 0 \wedge n \in \mathbb{N} \quad (I.12)$$

$$\langle x^0 \rangle = 1 \text{ (po definiciji)}$$

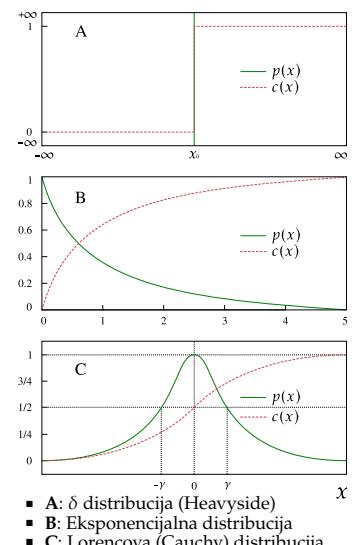
Međutim, postojanje ovih momenata nije uvek zagarantovano niti je neophodno. Kod pdf funkcije (**POGLAVLJE I.II.I, JEDNAKOST I.5**) prvi moment ($\langle x \rangle$) predstavlja srednju tj. očekivanu vrednost, dok drugi moment ($\langle x^2 \rangle$) definije varijansu¹⁰ kao meru "širine" distribucije, odnosno odstupanja od srednje vrednosti kao:

$$Var(x) = \sigma^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2 \quad (I.13)$$

U slučaju δ funkcije¹⁶ varijansa je jednaka nuli, dok je za sve ostale funkcije, uključujući i različite kombinacije δ funkcija, varijansa veća od nule.

Neke od poznatijih distribucija verovatnoće¹⁸ su npr. δ distribucija, Lorencova (ili tzv. Cauchy) distribucija, eksponencijalna distribucija, i još mnogo drugih[7].

18: Primeri pdf i njihovih cdf funkcija:



I.III.III (PSEUDO)SLUČAJNI BROJEVI

"Anyone who considers arithmetical methods of producing random digits is, of course, in a state of sin."

- Džon fon Nojman



SLUČAJNOST, koja oličava stohastičnu prirodu čestičnih interakcija, predstavlja srž i srce svake Monte Karlo simulacije i reprezentovana je slučajnim brojevima i njihovim generatorima (eng. **RANDOM NUMBER GENERATOR**, abrv. **RNG**¹⁹[7]). U ovom kontekstu se pod pojmom slučajnosti misli na niz tj. sekvencu brojeva koji u statističkom smislu nisu sasvim slučajni, ali ipak dele neka svojstva sa istinskim slučajnim brojevima. Stoga, bitno je razlikovati tri različita tipa sekvenci, a to su:

- ▶ SEKVENCA SLUČAJNIH BROJAVA,
- ▶ SEKVENCA PSEUDOSLUČAJNIH BROJAVA,
- ▶ SEKVENCA KVAZISLUČAJNIH BROJAVA[3].

U teoriji, svi Monte Karlo transportni kodovi bi na jedan ili drugi način trebali biti u vezi sa istinski slučajnim brojevima. Međutim, fundamentalno svojstvo sekvence istinski slučajnih brojeva je to da je ona u potpunosti nepredvidljiva, i kao takvu je nemoguće reprodukovati je. Ovakva sekvencia se može generisati isključivo nekim prirodnim (slučajnim) fizičkim procesom (npr. radioaktivni raspad²⁰, šum u električnom kolu, vremenski intervali detektovanja kosmičnih zraka, itd.[1, 3, 7]).

Sa druge strane, proces tzv. debug-ovanja, odnosno pronaalaženje grešaka u Monte Karlo aplikacijama je jedan od ključnih elemenata razvijanja dobrih i pouzdanih simulacija. Kako se program vremenom razvija tako i pronaalaženje grešaka u simulaciji, odnosno bug-ova, postaje sve ređe i suptilnije. Shodno tome, kako bi se ove greške uklonile veoma je bitno biti u stanju reprodukovati sekvencu događaja koja je dovela do njih na prvom mestu[7, 35]. Upravo je ovo, pored drugih praktičnih nedostataka²¹, glavna motivacija korišćenja sekvence pseudoslučajnih brojeva.

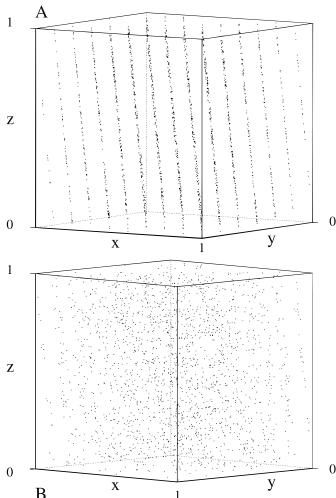
19: Neke od prvih i poznatijih literatura koje se bave ispitivanjem RNG polja su npr.: [28–32]. RNG i danas predstavlja aktivno matematičko polje istraživanja[7].

20: Tako je npr. N. A. Frigerio (1975/1978) korišćenjem α -izvora zabeležio $2.5 \cdot 10^6$ istinski slučajnih brojeva (sa stopom od $6000 \text{ br. } h^{-1}$). Ovi brojevi su skladišteni na magnetnoj traci, a kasnije su korišćeni kako u ispitivanju koncepta slučajnosti tako i u Monte Karlo proračunima[33, 34].

21: Ova metoda je podložna statističkim i sistematskim greškama iz različitih izvora, neki od kojih su danas dobro poznati[36]. Poznato je da "slab" generator slučajnih brojeva daje izražene sistematske greške u okviru Monte Karlo simulacija[37, 38].

22: Tako su npr. DEC-ov RAN (uslužni paket) i IBM-ov RANDU (deo SSP paketa) slabii generatori koji ispoljavaju jake triplet korelacije (generišu se slučajni broevi kao triplet $x, z, y = \text{rand}(), \text{rand}(), \text{rand}()$ i beleže se u 3D prostoru; kada bi brojevi uistinu bili slučajni ne bi se javljao bilo kakav šablon). Artefakt ovih RNG-ova, poznat pod nazivom "spektralno" svojstvo, je prikazan na slikama ispod (A i B)[3, 7].

Grupisanje slučajnih brojeva u ravni je dobro poznat artefakt. Ovo grupisanje u $n-1$ -dimenzione hiper-ravni u n -prostoru je detaljno opisano u [37]. Dobar RNG ili maksimizuje broj ovih ravn dajući iluziju slučajnosti ili u potpunosti eliminše ovaj artefakt. Međutim, treba imati na umu da su moguće anomalije: tako npr. ukoliko se podaci koji generišu očigledan artefakt na slici (A) rotiraju za 10° oko z -ose, onda ovi brojevi više ne ispoljavaju artefakt (B)[7].



Ose su tri sekventna generisana broja, tj. $x, y, z = \text{rand}(), \text{rand}(), \text{rand}()$. Šablon (A) se javlja kako brojevi nisu "dovoljno" nezavisni, tj. nalaze se u hiper-ravnima (višedimenziona ravan (2D, $n - 1$) koja se obmotava u 3D (n) prostoru kao serija složenih paralelnih ravn). Ovaj se artefakt javlja kod svih kongruentnih generatora, ali je IBM-ov RANDU naročito slab jer ima samo 15 ovih hiper-ravn u 3D prostoru[7].

23: Period ne može biti veći od 2^a . Ukoliko je sledeći seed sačinjen od nula generator će uvek izbacivati nule. Takođe, metoda može "zapeti" i na drugim brojevima. Tako npr. za $a = 4$ ovo se dešava kod brojeva 0100, 2500, 3792 i 7600, dok neke seed vrednosti generišu veoma kratke sekvence (npr: $0540 \rightarrow 2916 \rightarrow 5030 \rightarrow 3009$ [39]).

Ovi brojevi se nazivaju pseudoslučajnim jer su generisani putem dobro definisanog "matematičkog recepta", tj. u principu su dobijeni korišćenjem determinističkog pristupa[9]. Kao takvi, mogu se veoma lako reprodukovati i stoga sa matematičkog aspekta nisu istinski slučajni. Međutim, neko kome ovaj recept nije poznat ne bi trebao biti u stanju da tvrdi da je za njihovo dobijanje radije korišćen deterministički pristup umesto nekog stohastičnog (slučajnog) prirodnog procesa[3].

Generalno, dobar RNG bi trebao imati nekoliko specifičnih svojstava, uključujući:

◦ DUG PERIOD

Generator treba da proizvede mnoštvo pseudoslučajnih brojeva pre ponavljanja sekvence istih, tako da se ni jedan od delova perioda ne koristi više od jedanput.

◦ UNIFORMNE SEKVENCE

Brojevi bi trebali biti uniformno distribuirani preko intervala od interesa.

◦ NEKORELISANI BROJEVI

Svaki broj unutar sekvenca bi trebao biti statistički nezavisan u odnosu na sve prethodne brojeve unutar jedne te iste posmatrane sekvence.

◦ BRZ I LAK PRISTUP RNG ALGORITMU

Računarsko vreme generisanja pseudoslučajnih brojeva treba biti kratko[1, 35].

U procesu izbora dobrog RNG-a treba biti veoma obazriv. Treba koristiti generatore koji su detaljno testirani i za koje se zna da dobro rade. Ne bi se trebalo igrati sa generatorima ukoliko njihov algoritam generisanja nije dovoljno dobro poznat. Takođe, ne treba uvek slepo verovati generatorima koji dolaze standardno u okviru sistema i matematičkih paketa²²[3]. Postoji mnoštvo algoritama za generisanje ovih brojeva, a ovde će biti ilustrovana samo dva, a to su **Metoda srednjih kvadrata** i **Linearni kongruentni generator** (za detaljnije čitanje o ovome: [1, 3, 7–9, 35]).

I.II.III.I Metoda srednjih kvadrata

Ova metoda predstavlja prvu determinističku metodu generisanja pseudoslučajnih brojeva koju je predložio Džon fon Nojman[39]. U okviru ove metode kako bi se generisala sekvenca pseudoslučajnih brojeva, bira se početan broj x_n (koji se često naziva i tzv. seed) koji ima a broj cifara. Ovaj broj se potom kvadrira (x_n^2) kako bi se dobio nov broj sa $2a$ brojem cifara. Ukoliko je rezultat ovog kvadriranja broj sa manje od $2a$ brojem cifara dodaju se nule ispred broja kako bi se kompezovalo ovaj nedostatak. Od rezultujućeg produkta se potom oduzima a broj cifara sa početka i sa kraja čime se generiše nov broj u sekvenci, x_{n+1} . Ova metoda ima mnogo nedostaka i period joj je relativno kratak²³. Primer sekvence za seed 42 ($a = 2$):

$$\begin{array}{ccccccccccccc} a=2 & & a=4 & & a=2 & & a=4 & & a=2 & & a=4 & & a=2 \\ 42 & \xrightarrow{\text{seed: } x_1} & 1764 & \xrightarrow{\text{nov seed}} & 76 & \xrightarrow{\text{seed: } x_2} & 5776 & \xrightarrow{\text{nov seed}} & 77 & \xrightarrow{\text{seed: } x_3} & 5929 & \xrightarrow{\text{nov seed}} & 92 & \xrightarrow{\text{seed: } x_4} & 8446 & \xrightarrow{\text{nov seed}} & 46 & \xrightarrow{\text{seed: } x_5} \end{array}$$

NAPOMENA: Broj cifara (a) početnog broja x_n (seed) mora biti paran da bi metoda bila validna - ukoliko je a neparno, onda neće nužno biti dobro definisan "srednji broj od a -cifara" za odabir sledećeg broja u sekvenci. Uzmimo npr. trocifren broj 540 ($a = 3$): kvadriranjem dobijamo šestocifren broj 291600 ($2a = 6$). Ovde je nemoguće izabrati dobar "srednji broj" kako 3 ne može biti uniformno distribuirano sa leve i desne strane oko srednjeg broja. Međutim, dozvoljeno je dodati nule i na sam seed čime bi u tom slučaju potom imali: 0540 → 00291600 → 2916... itd.[3, 9, 39].

I.II.III.II LINEARNI KONGRUENTNI GENERATOR

Linearni kongruentni generator (eng. **LINEAR CONGRUENTIAL RNG**, abbrv. **LCRNG**) je danas verovatno najčešći korišćen generator pseudoslučajnih brojeva[1, 40, 41]. Ovaj generator koristi velik ceo broj M (**integer**) u generisanju sekvence brojeva ξ_n putem diferencne jednačine date u obliku:

$$\xi_{n+1} = \text{mod}(a\xi_n + c, M) \quad (\text{I.14})$$

gde su a i c celi brojevi²⁴, dok je $\text{mod}(\zeta, \eta) : \zeta = a\xi_n + c \wedge \eta = M$ tzv. modulus koji reprezentuje modulo funkciju: predstavlja ostatak nakon oduzimanja od ζ najveći celobrojni množilac broja η koji je manji ili jednak broju ζ . Za slučaj 32-bitne arhitekture i aritmetike tzv. "KOMPLEMENTNE DVOJKE"²⁵, jednačina postaje:

$$\xi_{n+1} = \text{mod}(a\xi_n + c, 2^{32}) \quad (\text{I.15})$$

Kada je c neparan broj period LCRNG-a je 2^{32} (oko $4 \cdot 10^9$ brojeva). Specijalan slučaj je kada se uzme da je c nula ($c = 0$). Tada LCRNG postaje tzv. multiplikativni kongruentni generator (eng. **MULTIPLICATIVE CONGRUENTIAL RNG**, abbrv. **MCRNG**) sa manjim periodom od 2^{30} (oko $1 \cdot 10^9$ brojeva), ali sa bržim vremenom izvođenja. Za slučaj LCRNG-a seed može biti bilo koji broj, dok u slučaju MCRNG-a seed bi trebao biti neparan broj (konvencionalno se bira velik neparan ili prost broj). Ukoliko se kod MCRNG-a izabere paran broj za seed, generator daje znatno kraći period.

Tipična konverzija ovih brojeva se uglavnom izvodi putem normalizacije oblika:

$$\xi'_n = 1/2 + \xi_n/2^{32} \quad (\text{I.16})$$

Ova konverzija daje interval $0 \leq \xi'_n < 1$ kako je reprezentacija brojeva u ovom sistemu asimetrična: negativnih ima više od pozitivnih brojeva za jedan²⁵.

Međutim, danas u mnogim primenama periodi od 1 i $4 \cdot 10^9$ prosti više nisu dovoljni. Jedno od mogućih rešenja ovog problema je korišćenje još većih brojeva. Identičan algoritam se može primeniti i kod 64-bitne arhitekture (ukoliko se pretpostavi da podržavaju 64-bitnu arhitekturu sa aritmetikom komplementne dvojke) generišući duže sekvence reda od 2^{64} za slučaj LCRNG-a (odnosno oko $1.84 \cdot 10^{19}$ brojeva), ili 2^{60} za slučaj MCRNG-a²⁶ (odnosno oko $1.61 \cdot 10^{18}$ brojeva)[7].

DIGRESIJA: PRISEĆANJE SLUČAJNIH PROMENLJIVIH

U konceptu slučajnosti ova promenljiva može imati više od jedne vrednosti gde se ni jedna od mogućih vrednosti ne može unapred predvideti. Iako je njena numerička vrednost nepredvidljiva, distribucija joj se može odrediti. Upravo pdf funkcija²⁷ (**POGLAVLJE I.II.II**) nudi verovatnoću za dobijanje mogućeg ishoda tj. određene vrednosti (ili beskonačno malog intervala vrednosti)[3].

Prema tome, dva glavna svojstva slučajne promenljive su ta da opisuje neki stohastičan događaj, ali da ima realne vrednosti. Drugim rečima, intuitivna definicija slučajne promenljive bi bila da je ona merljiva veličina povezana sa slučajnim eksperimentom. PRIMER: Ukoliko merimo dnevnu količinu padavina, slučajna promenljiva bi bila količina sakupljene vode. Kao što je rečeno, ova veličina nije *a priori* deterministička, tj. možemo joj pripisati verovatnoću za određenu količinu padavina sutra, ali ćemo sa sigurnošću znati tačnu količinu padavina (naravno u okviru određene merne nesigurnosti) tek dan posle[1].

POGLAVLJE I.II.I

24: Množilac a se ponekad oslovjava i kao "magičan broj". Iako postoje pravila određivanja dobre vrednosti ovog broja, njegove optimalne vrednosti se uglavnom eksperimentalno određuju. Tako je npr. dobra vrednost 69069 koju je predložio Donald Ervin Knut (eng. D. E. Knuth)[42].

25: Predstavlja efikasnu reprezentaciju celih brojeva u okviru binarnog sistema. Komplement dvojke nekog n -bitnog broja se dobija kao dopuna do 2^n broja. Drugim rečima, vrednost komplementa dvojke za neki broj se dobija oduzimanjem tog broja od broja 2^n . 32-bitni binarni broj može reprezentovati vrednosti u intervalu od -2^{31} do $2^{31} - 1$ (-1 jer se i nula računa).

32-bitna aritmetika komplementa dvojke:

$$\begin{aligned} 1000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000 &= -2^{31} \\ 1000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0001 &= -2^{31} + 1 \\ 1000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0010 &= -2^{31} + 2 \\ &\dots \\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000 &= 0 \\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0001 &= 1 \\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0010 &= 2 \\ &\dots \\ 0111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111 &= 2^{31} - 1 \end{aligned}$$

Interval: $-2147483648 \dots 0 \dots 2147483647$

26: Danas postoji mnogo algoritama koji su ekvivalentni LCRNG-u[43–45] i sa velikim periodima koji znatno redukuju "spektralne" anomalije²², poput npr. tzv. "Subtract-with-Borrow" algoritma[30, 31].

27: Funkcija slučajne promenljive je sama po sebi tada slučajna promenljiva, iako je generalno drugačije distribuirana od svog argumenta. Doduše, funkcija distribucije verovatnoće se ne treba posmatrati kao slučajna promenljiva, kako je ona radije funkcija intervala, a ne samе promenljive.

I.III METODE UZORKOVANJA

UZORKOVANJE predstavlja osnovu Monte Karlo metode u procesu odabira događaja kao konačnog ishoda eksperimenta. U prethodnom poglavlju su u kratkim crtama iznete osnove elementarne teorije verovatnoće (**POGLAVLJE I.II.II**) i generisanja pseudoslučajnih brojeva (**POGLAVLJE I.II.III**), i s tim se sada ova dva koncepta mogu povezati u demonstraciji kako se slučajni brojevi mogu iskoristiti u cilju uzorkovanja distribucije verovatnoće, odnosno predviđanja nekog događaja.

28: Predstavlja skup svih mogućih ishoda ili rezultata ispitivanog eksperimenta[47]. Osvrnuti se na **POGLAVLJE I.II.I, str.8/fn.9.**

29: Međutim, ovo nije jedini način igranja fer igre. Uslovi se mogu održati i **biasing** tehnikom koja se u principu zasniva na biranju događaja različite učestalosti od verovatnoće koja je pripisana odigravanju istog tog događaja unutar prostora uzorka.

30: Poznavanje slučajnih promenljivih je neophodno kako bi se Monte Karlo model mogao "izboriti" sa realnim brojevima.

31: Slučajni brojevi koji su distribuirani u intervalu $(0, 1)$ se koriste u slučajnom odabiru događaja unutar prostora uzorka. Drugim rečima, slučajan broj se koristi u odabiru funkcije kumulativne distribucije i upravo ovo osigurava takoreći "fer igru".

Monte Karlo metoda je specifična po tome što koristi slučajno uzorkovanje u rešavanju ispitivanog problema. Kao što je prethodno rečeno (**POGLAVLJE I.II.I**), cilj je stvoriti stohastičan model, koji može ali ne mora odmah biti očigledan iz problema, u okviru kog se uzorkovanjem odgovarajuće distribucije verovatnoće procenjuje jedan od mogućih ishoda (u vidu numeričke vrednosti)[46]. U cilju očuvanja konzistentnosti sa procesom koji se modeluje, uzorkovanjem treba "igrati fer igru", tj. uzorkovanjem se moraju odabrati događaji iz prostora uzorka²⁸ i moraju se brojati na takav način da konačan rezultat dobijen u simulaciji bude "identičan" onom koji bi se mogao dobiti u eksperimentalnoj realizaciji problema. Najjednostavniji način igranja fer igre jeste osigurati da verovatnoća sa kojom se događaj bira odnosno uzorkuje za dalju evaluaciju bude jednaka verovatnoći koja je pripisana odigravanju tog istog događaja unutar prostora uzorka²⁹.

Dve vrste funkcije su dostupne u svrhu uzorkovanja, a to su **FUNKCIJA DISTRIBUCIJE VEROVATNOĆE (pdf)** i **FUNKCIJA KUMULATIVNE DISTRIBUCIJE (cdf)**. Naravno, samo uzorkovanje događaja zahteva određene informacije koje se odnose na:

- ▶ Informaciju o prostoru uzorka iz kog se odgovarajući događaji uzorkuju,
- ▶ Vrednost slučajnih promenljivih koje su u vezi sa svim događajima³⁰,
- ▶ Poznavanje kumulativne distribucije i/ili funkcije distribucije verovatnoće slučajnih promenljivih koje se pojavljuju u ispitivanom problemu,
- ▶ Pristupačnost metodi tj. generatoru sekvence (pseudo)slučajnih brojeva.

U Monte Karlo proračunima ova četiri elementa se koriste na sledeći način:

- I: Pre svega, generiše se sekvenca slučajnih brojeva,
- II: Ovi slučajni brojevi se potom koriste u odabiru tačke koja je ili u domenu ili je u vezi sa domenom odgovarajuće funkcije verovatnoće, i ova tačka određuje vrednost slučajne promenljive koja se koristi u daljim proračunima,
- III: Slučajna promenljiva je rezultat ili je u jedan-na-jedan vezi sa rezultatom³¹[1].

I.III.I OSNOVNI PRINCIPI

PRIMER DISKRETNE SLUČAJNE PROMENLJIVE³²

NEKA SU $E_1, E_2, E_3, \dots, E_n$ međusobno nezavisni događaji odnosno n -nezavisni, sa verovatnoćama odigravanja $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$, respektivno, tako da je:

$$p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n = 1 \quad \text{tj.} \quad \sum_{i=1}^n p_i = 1$$

Jasno je da ukoliko je slučajan broj ξ ($0 < \xi < 1$) takav da je:

$$p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_{i-1} \leq \xi < p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_i$$

onda broj ξ ujedno određuje i definije odigravanje događaja odnosno ishoda E_i .

32: Funkcija distribucije verovatnoće za slučaj kontinualnih slučajnih promenljivih pripisuje verovatnoće u intervalima, dok za slučaj diskretnih slučajnih promenljivih funkcija distribucije verovatnoće pripisuje određenu tj. diskretnu verovatnoću za svaki mogući događaj, ispunjavajući i dalje uslov da je suma zasebnih verovatnoća svih mogućih događaja jedanaka jedinici.

Na primer, neka se E_1 , E_2 i E_3 događaji odnose na proces zahvata, elastičnog i neelastičnog rasejanje u interakciji čestice (npr. neutrona) sa atomom sredine kroz koju se ova čestica kreće. Verovatnoće ovih interakcija su definisane poput:

$$p_1 = \frac{\sigma_z}{\sigma_t} \quad p_2 = \frac{\sigma_r^e}{\sigma_t} \quad p_3 = \frac{\sigma_r^n}{\sigma_t} \quad \wedge \quad \sigma_t = \sigma_z + \sigma_r^n + \sigma_r^e \quad \wedge \quad p_1 + p_2 + p_3 = 1$$

elastično

neelastično

zahvat

Ovaj slučaj diskretnih verovatnoća može biti grafički ilustrovan pripisivajući promenljivu x u intervalu $0 \leq x < n$ događajima $E_1, E_2, E_3, \dots, E_n$, tako da je ispunjen uslov da $i - 1 \leq x < i$ reprezentuje događaj E_i . Prema definiciji:

$$p(x) = p_i \quad (\text{I.17})$$

gde je $i - 1 \leq x < i$ za $i = 1, 2, 3, \dots, n$, i kao takva $p(x)$ predstavlja step funkciju³³ slična onoj predstavljenoj na **SLICI I.3**[48]. Suma prikazanih pravougaonih oblasti jasno ilustruje da je $p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n = 1$. Definišimo sada cdf funkciju kao

$$c(x) = \int_0^x p(x) dx \quad (\text{za } 0 \leq x < n) \quad (\text{I.18})$$

čiji je oblik prikazan na **Slici 1.4**, i koja je predstavljenja kao monoto-rastuća isprekidana funkcija koja ispunjava uslov $x(0) = 0$ i $x(n) = 1$. Štaviše, jednakost:

$$\xi = c(x) = \int_0^x p(x) dx \quad (\text{I.19})$$

određuje x jedinstveno kao funkciju broja ξ na način da ako je $0 \leq \xi < 1$ iako je ξ uniformno distribuirano po jedinici intervala, onda x pada u interval $i-1 \leq x < i$ sa učestalošću tj. verovatnoćom p_i , definišući na taj način događaj E_i [46].

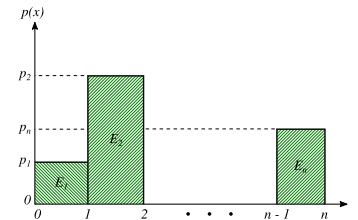
PRIMER KONTINUALNE SLUČAJNE PROMENLJIVE

KOD KONTINUALNIH SLUČAJNIH PROMENLJIVIH pdf funkciju u intervalu (a, b) , možemo aproksimirati step funkcijom³³ definisanom na istim podskupovima intervala (a, b) (**SLIKA I.5**) i ponoviti gornji pristup u dobijanju rešenja promenljive x generišući slučajne brojeve ξ uniformno u intervalu $(0, 1)$, s tim da je x sada kontinualna promenljiva. Ovaj argument vodi do fundamentalnog principa za kontinualan slučaj, tj. ako je $p(x)$ pdf funkcija u intervalu $a \leq x < b$, onda:

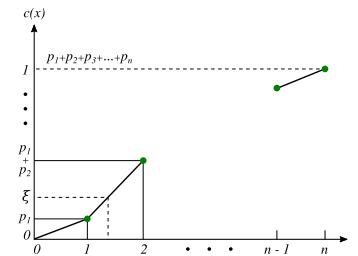
$$\xi = c(x) = \int_a^x p(x) dx \quad (\text{I.20})$$

određuje x jedinstveno kao funkciju broja ξ (**SLIKA I.6**). Štaviše, ako je ξ uniformno distribuirano u intervalu $0 \leq \xi < 1$, onda x (u ovom slučaju kao kontinualna promenljiva) uz učestalost tj. verovatnoću $p(x)dx$ pada u interval $(x, x + dx)$ [46].

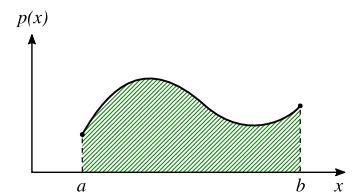
33: Funkcija nad \mathbb{R} koja je definisana kao konačna linearna kombinacija funkcija karakterističnih intervala. Drugim rečima, step funkcija predstavlja kombinaciju više podfunkcija gde se svaka od podfunkcija odnosi na određeni deo celog intervala.



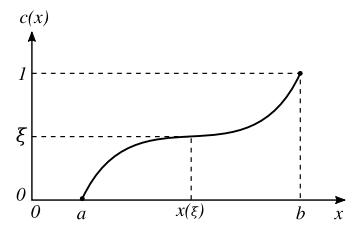
SUJKA L.3: Pdf za diskretan slučaj[46].



SLIKA I.4: Cdf za diskretan slučaj[46].

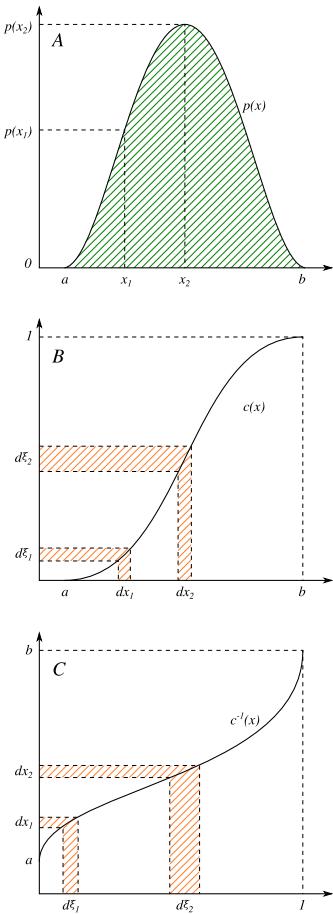


Slika I.5: Pdf za kontinualan slučaj [46].



SLIKA I.6: Cdf za kontinualan slučaj[46].

I.III.II DIREKTNA METODA



SLIKA I.7: Tipična pdf funkcija (A) i njoj odgovarajuća cdf (B) i inverzna cdf (C)[7].

34: Sve funkcije kumulativne distribucije koje proističu iz odgovarajuće definisanih funkcija distribucije verovatnoća se mogu inverzovati, ukoliko ne mogu analitički onda mogu numerički (**POGLAVLJE I.II.II**).

35: Predstavlja makroskopski efikasan presek¹⁷, koji zavisi od same sredine kroz koju se čestica kreće i interpretira se kao verovatnoća interakcije po jedinici dužine.

36: Ukoliko RNG koji se koristi može da generiše 0 kao jedan od članova sekvene, **JEDNAKOST I.26** nije definisana jer \$\log(0)\$ nije definisan. Stoga, poželjno je koristiti RNG koji ne generiše 0, osim ukoliko se to ne zahteva u nekoj specifičnoj primeni.

RAZRADIMO UKRATKO prethodno opisan kontinualan slučaj kako bi na realnom primeru mogli demonstrirati ovu metodu uzorkovanja. Tipična pdf funkcija koja je definisana preko intervala \$(a, b)\$, gde \$a\$ i \$b\$ ne moraju nužno biti konačni, je prikazana na **SLICI I.7 (A)**. Ova funkcija mora biti integrabilna (zbog normalizacije preko celog intervala) i mora biti pozitivna (negativna vrednost tj. verovatnoća nema fizički smisao; osvrnuti se na svojstva pdf funkcije, **POGLAVLJE I.II.II**). Prema definiciji, iz pdf funkcije možemo izgraditi njoj odgovarajuću cdf funkciju kao:

$$c(x) = \int_a^x p(x) dx \quad (\text{za } a \leq x < b) \quad (\text{I.21})$$

za koju možemo prepostaviti da je na dobar način normalizovana, odnosno \$c(b) = 1\$. Cdf funkcija koja odgovara ovom primeru je prikazana na **SLICI I.7 (B)**.

Prema definiciji, cdf funkciju možemo "mapirati" na interval slučajnih brojeva \$\xi\$ iz intervala \$(0, 1)\$, tako da je \$\xi\$ uniformno distribuirano. Drugim rečima, \$\xi = c(x)\$.

Razmotrimo sada dva jednakorazmaka intervala \$dx_1\$ i \$dx_2\$, tj. diferencijalne elemente \$x\$-a u blizini \$x_1\$ i \$x_2\$. Elementarnim proračunom možemo pisati:

$$\frac{d\xi_1}{d\xi_2} = \frac{(d/dx)c(x)|_{x=x_1}}{(d/dx)c(x)|_{x=x_2}} = \frac{p(x_1)}{p(x_2)} \quad (\text{I.22})$$

Ovo možemo interpretirati na način da ako odaberemo mnoštvo slučajnih brojeva iz intervala \$(0, 1)\$, onda broj koji upada unutar intervala \$d\xi_1\$ podeljen brojem koji upada unutar intervala \$d\xi_2\$ predstavlja odnos distribucija verovatnoća oko vrednosti \$x_1\$ i \$x_2\$. Imajući slučajne brojeve mapirane na cdf funkciju³⁴, možemo inverzovati jednakost čime dalje dobijamo:

$$x = c^{-1}(\xi) \quad (\text{I.23})$$

Potom, nasumičnim biranjem slučajnih brojeva \$\xi\$ preko uniformne distribucije i zamenom vrednosti ovih brojeva u prethodnu **JEDNAKOST I.23**, možemo generisati vrednosti promenljive \$x\$ prema njenoj odgovarajućoj distribuciji verovatnoće.

Na primer, rastojanje \$x\$ do sledeće interakcije čestice sa sredinom je definisana dobro poznatom eksponencijalnom distribucijom verovatnoće kao:

$$p(x)dx = \mu e^{-\mu x} dx \quad (\text{I.24})$$

gde \$\mu\$ predstavlja koeficijent interakcije³⁵. Interval rastojanja do interakcije \$x\$ jasno ide u granicama \$0 \leq x < \infty\$, dok je sama pdf funkcija već dobro normalizovana.

Stoga, odgovarajuća cdf funkcija i njeno mapiranje slučajnim brojem je dato kao:

$$\xi = c(x) = 1 - e^{-\mu x} \xrightarrow{\text{inverz}} x = -\frac{1}{\mu} \log(1 - \xi) \quad (\text{I.25})$$

Kako je vrednost \$1 - \xi\$ distribuirana na identičan način kao i sam broj \$\xi\$ (uniformno), izraz \$1 - \xi\$ se može prosto zameniti sa \$\xi\$, čime se dobija opšte poznata jednakost koja opisuje rastojanje tj. dolet čestice do sledeće interakcije:

$$x = -\frac{1}{\mu} \log(\xi) \quad (\text{I.26})$$

Upravo se ovo koristi za proračun dometa čestica u Monte Karlo kodovima³⁶[7].

I.III.III METODA ODBACIVANJA

AKO JE DIREKTNA METODA u principu uvek moguća, često nije praktično računati inverz cdf funkcije kako može biti izuzetno matematički složeno ili pak može sadržati matematičke strukture koje su veome teške za kontrolisati. Prema tome, još jedan od pristupa koji se može implementirati je tzv. **METODA ODBACIVANJA**.

U principu, ova metoda prati sledeću rutinu:

SKALIRANJE PDF FUNKCIJE	I KORAK
Prvi korak predstavlja skaliranje pdf funkcije u odnosu na njenu maksimalnu vrednost, x_{max} , čime se dobija "nova" distribucija prikazana u obliku kao:	$f(f) = p(x)/p(x_{max})$
koja ima maksimum $x_{max} = 1$ (ilustrovano na SLICI I.8 (A) i SLICI I.8 (B)) ³⁷ .	
ODABIR PRVOG SLUČAJNOG BROJA, ξ_1	II KORAK
Bira se prvi slučajan broj ξ_1 , uniformno distribuiran u intervalu $(0, 1)$, koji se koristi u dobijanju x uniformnog u intervalu pdf funkcije (a, b) , računanjem:	$x = a + (b - a)\xi_1$
NAPOMENA: Ova metoda je ograničena u smislu konačnih vrednosti a i b ³⁸ .	
ODABIR DRUGOG SLUČAJNOG BROJA, ξ_2	III KORAK
Na kraju se bira drugi slučajan broj ξ_2 za koji ukoliko je $\xi_2 < f(x)$ (oblast ispod $p(x)/p(x_{max})$, SLICA I.8 (B)) onda se x prihvata, dok se u suprotnom odbacuje (oblast iznad $p(x)/p(x_{max})$, SLICA I.8 (B)) i vraća se nazad na II KORAK.	

Efikasnost METODE ODBACIVANJA se može definisati kao:

$$\varepsilon = \frac{1}{p(x_{max})} \int_a^b p(x) dx \quad (I.27)$$

Efikasnost predstavlja odnos očekivanog broja parova koji se prihvataju u odnosu na ukupan broj parova slučajnih brojeva koji se koriste u okviru ove metode³⁹[7].

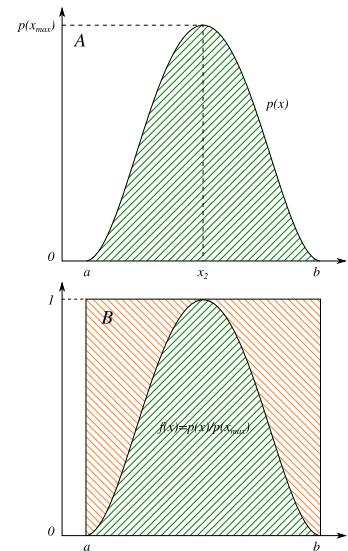
I.III.IV MEŠOVITA METODA

MEŠOVITA METODA predstavlja kombinaciju prethodne dve. Prepostavimo da je pdf funkcija suviše složena da bi se inverzovala ili integralila (čime se odbacuje **DIREKTNA METODA**), i neka je distribucija "oštra" (što čini **METODU ODBACIVANJA** neefikasnom). Mnoštvo pdf funkcija zapravo ima ove karakteristike. Prepostavimo sada da se pdf funkcija može faktorizovati na način kao:

$$p(x) = f(x)g(x) \quad (I.28)$$

gde je $f(x)$ inverzna funkcija koja sadrži većinu "pikova", dok je $g(x)$ relativno ravna funkcija koja sadrži većinu matematičke složenosti funkcije $p(x)$. U principu, Mešovita metoda prati sledeću rutinu:

- I: Normalizacijom $f(x)$ se stvara $\tilde{f}(x)$ takvo da je: $\int_a^b \tilde{f}(x)dx = 1$,
- II: Normalizacijom $g(x)$ se stvara $\tilde{g}(x)$ takvo da je: $\tilde{g}(x) \leq 1 \forall x \in (a, b)$,
- III: Direktnom metodom se bira x korišćenjem $\tilde{f}(x)$ kao tipične pdf funkcije,
- IV: Preko istog x se potom primenjuje Metoda odbacivanja⁴⁰ preko $\tilde{g}(x)$ [7].



SLICA I.8: Tipična pdf funkcija (A) i njoj odgovarajuća skalirana pdf funkcija (B)[7].

37: Jasno je da ova metoda "radi" samo ukoliko je pdf funkcija konačna, odnosno ne ide nigde u beskonačnost, i ukoliko je moguće relativno jednostavno odrediti tačku maksimuma. Ako ovo nije moguće, maksimum se može i preceniti, ali će samim time i metoda biti manje efikasna.

38: Ukoliko ili a ili b ide u beskonačnost, moguće je pronaći transformaciju koja će omogućiti rad u konačnom intervalu; npr. $x \in (a, \infty)$ se može mapirati unutar $\xi \in (0, 1)$ transformacijom: $x = a [1 - \log(1 - \xi)]$.

39: Neki smatraju ovu metodu grubom obzirom da se slučajni broevi "bacaju" odbacivanjem, što nije slučaj kod direktnе metode. Ovo posebno nije "ekonomično" kod pdf funkcija sa oštrijim distribucijama. Međutim, ukoliko je inverz cdf funkcije komplikovan, onda metoda odbacivanja može znatno umanjiti vremena proračuna.

40: Drugim rečima, bira se slučajan broj ξ uniformno distribuiran u intervalu $(0, 1)$, i potom ukoliko je $\tilde{g}(x) \leq \xi$, x se prihvata, dok se u suprotnom vraća na III KORAK[7].

I.IV PROCENA NESIGURNOSTI

PRECIZNOST MONTE KARLO PRORAČUNA igra značajnu ulogu u interpretaciji rezultata, kako je interpretacija dobijenih vrednosti bez pripisane greške besmislena. Pouzdanost Monte Karlo metode u rešavanju praktičnih problema jasno zavisi od pouzdanosti rezultata. Ovo se uglavnom odnosi na procenu statističke nesigurnosti dobijenih numeričkih vrednosti. Za svrhu interpretacije ove nesigurnosti teorija verovatnoće nudi poprilično generalan pristup i rešenje.

Jedno od ovih rešenja koje proističe iz teorije verovatnoće predstavlja **ZAKON VELIKIH BROJEVA²** (LLN). Po ovom zakonu preciznost procene neke veličine teži poboljšanju kako se povećava broj ponavljanja tj. uzorkovanja promenljive kojom je definisana ispitivana veličina. U cilju primene ovog pristupa na Monte Karlo proračun, pretpostavimo da su $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$ uzorkovane vrednosti posmatrane slučajne promenljive X . Ukoliko se formira srednja vrednost po definiciji LLN zakona, onda će srednja vrednost uzorka, sa verovatnoćom koja se približava jedinicama (~100% verovatnoća) kako N tj. broj uzorkovanja raste i ide u beskonačnost, težiti populacionoj ili srednjoj tj. očekivanoj vrednosti $E(X)$, odnosno:

$$X_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i \xrightarrow{N \rightarrow \infty} E(X) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i = \bar{X} \quad (\text{I.29})$$

DIGRESIJA: PRISEĆANJE SREDNJIH VREDNOSTI I VARIJANSI

POGLAVLJE I.II.I

DISKRETAN SLUČAJ: Za skup rešenja promenljive $X = \{X_1, X_2, X_3, \dots, X_N\}$, srednja tj. očekivana vrednost i varijansa, koja se može predstaviti kao mera disperzije posmatrane vrednosti oko srednje vrednosti, su definisane preko:

$$E(X) = \bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i \quad \wedge \quad Var(X) = \sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2$$

gde standardna devijacija σ predstavlja pozitivnu vrednost korena varijanse.

KONTINUALAN SLUČAJ: Za kontinualnu promenljivu V , koja je opisana pdf funkcijom $p(x)$, po definiciji srednja vrednost (prvi moment) se računa kao:

$$E(V) = \bar{V} = \int_{-\infty}^{+\infty} V(x)p(x) dx$$

dok su n -ti moment i centralni moment po definiciji predstavljeni kao:

$$E(V^n) = \int_{-\infty}^{+\infty} V^n(x)p(x) dx \quad \wedge \quad E[(V - \bar{V})^n] = \int_{-\infty}^{+\infty} [V(x) - \bar{V}]^n p(x) dx$$

Varijansa⁴¹ kontinualne promenljive V je definisana preko drugog centralnog momenta, što odgovara očekivanoj vrednosti od $[V - E(V)]^2$, odnosno:

$$\begin{aligned} E[2VE(V)] &= \int_{-\infty}^{+\infty} 2V E(V) p(x) dx = 2E(V) \int_{-\infty}^{+\infty} V p(x) dx = 2(E(V))^2 \\ \downarrow \sigma^2 &= E[(V - E(V))^2] = E[V^2 - 2VE(V) + (E(V))^2] = E(V^2) - [E(V)]^2 \end{aligned}$$

Po **CENTRALNOJ GRANIČNOJ TEOREMI¹¹** za veliko N varijansa rezultujuće procene srednje vrednosti s^2 je $1/N$ puta manja od populacione varijanse σ^2 , odnosno:

$$Var(\bar{S}) = s^2 = \frac{1}{N} Var(V) = \frac{\sigma^2}{N} \quad \wedge \quad SD(\bar{S}) = \frac{SD(V)}{\sqrt{N}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

gde je standardna devijacija i dalje pozitivna vrednost korena varijanse⁴² [46].

41: Varijansa izražena na ovaj način je korisna za proračun i procenu varijanse slučajne promenljive i validna je kako za diskretan tako i za kontinualan slučaj. Međutim, ukoliko očekivana vrednost slučajne promenljive nije konačna, onda varijansa ne postoji, dok u suprotnom slučaju varijansa postoji ali nije konačna.

42: U Monte Karlo metodi ponekad se standardna devijacija deli sa očekivanom vrednošću, čime se dobija tzv. frakcionala standardna devijacija, tj. fsd. Generalno, preciznost procene nesigurnosti slučajne promenljive je u najvećem broju slučajeva manja od preciznosti utvrđivanja same promenljive. Prema tome, velike vrednosti fsd-a ukazuju na slabo poznatu varijansu. Najčešće u praksi za slučajne promenljive sa konačnim varijansama, krajnji rezultat sa fsd-om većim od 0.1 se smatra lošim.

PRIMER DEMONSTRACIJE LLN ZAKONA

Uzmimo koncept iz teorije verovatnoće koji je poznat kao ČEBIŠEVA NEJEDNAKOST⁴³. Pretpostavimo da imamo slučajnu promenljivu X sa proizvoljnom distribucijom, srednom vrednošću \bar{X} i standardnom devijacijom σ . Moguće je na jednostavan način dobiti kvantitativan rezultat o "blizini" vrednosti promenljive X u odnosu na njenu srednju vrednost \bar{X} u smislu standardne devijacije σ , kao:

$$P \left\{ |X - \bar{X}| \leq h\sigma \right\} \geq 1 - \frac{1}{h^2} \quad \wedge \quad P \left\{ |X - \bar{X}| > h\sigma \right\} \leq \frac{1}{h^2} \quad (\text{I.30})$$

gde $P\{\psi\}$ predstavlja verovatnoću ψ -a, dok je h realan broj/konstanta ($h > 0$).

Razmotrimo binomnu distribuciju⁴⁴: imamo slučajnu promenljivu X koja poprima vrednost 1 ("true") sa verovatnoćom p ili 0 ("false") sa verovatnoćom $q = 1 - p$, i neka X_i predstavlja vrednost slučajne promenljive X na i -tom ponavljanju. Onda srednja vrednost, prikazana preko JEDNAKOSTI I.29, ujedno predstavlja i učestalost "uspeha" za dati N -broj ponavljanja. Dalje se može pokazati da je:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} P \left\{ |X_N - p| \leq \epsilon \right\} = 1 \quad \wedge \quad \lim_{N \rightarrow \infty} P \left\{ |X_N - p| > \epsilon \right\} = 0 \quad (\text{I.31})$$

Slično, ukoliko je X_i vrednost slučajne promenljive X koja ima konačnu srednju vrednost \bar{X} i standardnu devijaciju σ , onda je aritmetička sredina N -nezavisnih promenljivih $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$ data preko JEDNAKOSTI I.29, gde X_N ima srednju vrednost \bar{X} i varijansu σ^2/N . Ponovo iz ČEBIŠEVE NEJEDNAKOSTI sledi da je:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} P \left\{ |X_N - p| \leq \epsilon \right\} = 1 \quad \wedge \quad \lim_{N \rightarrow \infty} P \left\{ |X_N - p| > \epsilon \right\} = 0 \quad (\text{I.32})$$

Ovim je dokazan (slab) ZAKON VELIKIH BROJEVA² za slučaj identično distribuiranih slučajnih promenljivih koje imaju konačne srednje vrednosti i konačne varijanse⁴⁵.

DIREKTNA PROCENA GREŠKE	REZIME
Pretpostavimo da je X veličina koju želimo da dobijemo simulacijom. Kao što je rečeno, rezultat bez pripisane greške tj. nesigurnosti nema mnogo značaja.	
Konvencijalan pristup proračuna greške prati sledeće korake:	
I: Pretpostavimo da proračun zahteva simulaciju N čestica,	
II: Pripisuje se i proračunava vrednost $X_i (X_i^2)$ i -te čestice, gde je $1 \leq i \leq N$,	
III: Određuje se srednja vrednost promenljive X (putem JEDNAKOSTI I.29):	
$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i$	
IV: Određuje se empirijska varijansa distribucije X_i (JEDNAKOST I.8):	
$s_X^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i^2 - \bar{X}^2) \quad \wedge \quad s_{\bar{X}}^2 = \frac{s_X^2}{N}$	
V: Konačan rezultat Monte Karlo proračuna se daje u obliku: $X = \bar{X} \pm s_{\bar{X}}$	
NAPOMENA: Prave vrednosti sredine i varijanse nam nisu poznate i stoga ih moramo proceniti, gde \bar{X} i s_X^2 upravo predstavljaju samo njihove procene[7].	

43: U teoriji verovatnoće, ova nejednakost obezbeđuje gornju granicu verovatnoće odstupanja slučajne promenljive (koja ima konačnu varijansu) od srednje vrednosti. Tačnije, verovatnoća odstupanja slučajne promenljive od svoje srednje vrednosti za više od $h\sigma$ je najviše $1/h^2$. Ova teorema je korisna kako se može biti primenjena na bilo koju distribuciju verovatnoće u kojoj su varijansa i srednja vrednost definisane. Ponekad poznata i kao BJENEME-ČEBIŠEVA NEJEDNAKOST, ova nejednakost je dobila ime po Paufnutiju Čebišovu (eng. Pafnuty Chebyshev; ruski matematičar), iako je prvi put postulirana od strane njegovog prijatelja Irene Žil Bjenemea (eng. Irénée Jules Bienaymé; francuski matematičar).

44: Binomna distribucija, sa parametrima N i p , predstavlja diskretnu distribuciju verovatnoće broja uspeha u sekvenci od N -nezavisnih pokušaja ili eksperimenata, koji kao konačan ishod imaju jedan od bulovih rezultata: ishod 1 ili "true" sa verovatnoćom p i ishod 0 ili "false" sa verovatnoćom $q = 1 - p$. Jedan pokušaj se naziva Bernulijevim pokušajem, dok se sekvenca naziva Bernulijevim procesom. PRIMER: bacanje novčića, moguća su dva ishoda: pismo ("true") ili glava ("false").



45: U praksi se često zahteva preciznija procena statističke nesigurnosti srednje tj. očekivane vrednosti od one koju pruža ČEBIŠEVA NEJEDNAKOST. Upravo CENTRALNA GRANIČNA TEOREMA¹¹ daje tu informaciju. U Monte Karlo proračunima, slučajna promenljiva je u većini slučajeva data preko funkcije $f(x)$, gde je izbor realne promenljive predvođen pdf funkcijom. Drugim rečima, imamo za cilj da nađemo očekivanu vrednost slučajne promenljive x (prvi moment) kao i njenu varijansu σ^2 (drugi centralni moment). Međutim, u praksi ne samo što je često prava srednja vrednost nepoznata nego je neophodno i znati varijansu σ^2 kako bi se CENTRALNA GRANIČNA TEOREMA mogla primeniti. Zbog toga se često koristi empirijska odnosno varijansa uzorka kao dobra aproksimacija varijanse σ^2 (JEDNAKOST I.8, str.9/fn.13).

I.V TEHNIKE REDUKOVANJA VARIJANSE

TEHNIKE REDUKOVANJA VARIJANSE se primenjuju u cilju poboljšanja efikasnosti Monte Karlo simulacija. Statistika Monte Karlo simulacija se može poboljšati implementacijom određenih fizičkih modela. Drugim rečima, kako je preciznost ograničena statistikom, problem statistike se može nadoknadići puštanjem većeg broja primarnih čestica odnosno događaja u simulaciji (tzv. *history*¹⁶). Međutim, ovo povlači za sobom i duža simulaciona vremena koja ne idu u korist efikasnosti.

Efikasnost simulacije se može predstaviti u obliku kao:

$$\varepsilon = \frac{1}{T \cdot s^2} \quad (\text{I.33})$$

gde T predstavlja simulaciono vreme neophodno za postizanje statistike opisane varijansom s^2 . Redukovanje standardne devijacije σ (**POGLAVLJE I.IV**) uz povećanje broja primarnih simuliranih događaja N za dato simulaciono vreme T se protivreči jedno drugom u smislu efikasnosti. Redukovanje σ zahteva duža simulaciona vremena po događaju dok povećanje događaja N rezultuje kraćim simulacionim vremenima po događaju (za fiksno T). Kao takve, nisu sve tehnike pogodne u svim primenama pa shodno tome odabir tehnike ujedno zavisi i od same vrste primene i problema koji se simulacijom želi ispitati.

46: Sve geometrijske komponente koje ne učestvuju ili ne doprinose značajnije čestičnim interakcijama samo zauzimaju komputacione resurse i kao takve se mogu jednostavno izostaviti iz same simulacije.

47: Simulacije se mogu znatno ubrzati prestankom praćenja svih čestica energija ispod granice koju je korisnik definisao, tzv. *cut-off*. U zavisnosti od energije i sredine kroz koju se čestica kreće moguće je proceniti srednji sloboden put. Ukoliko je ovaj put manji od "prostorne rezolucije" simulacije, čestice se terminišu i smatra se da su potpuno apsorbovane (lokalno). Ovo se postiže definisanjem date *cut-off* vrednosti čime se znatno može smanjiti simulaciono vreme praćenja posmatrane čestice^[49]. Međutim, nisko-energetske mogu stvoriti visoko-energetske čestice (npr. kaskadom, **Pog. II.I.I.I/SЛИКА II.3**), i stoga bi se ova tehnika trebala primeniti samo onda kada nisko-energetske čestice nemaju većeg značaja (u nekim sredinama ove čestice nemaju izraženiji uticaj dok u drugim mogu biti izuzetno značajne^[50]).

48: Predstavlja najčešće korišćenu i jednu od prvih **TEHNIKA REDUKOVANJA VARIJANSE**. Kada se primeni onako kako treba ume znatno redukovati simulaciona vremena. Aproksimativno 50% CPU resursa ode na praćenje sekundarnih fotona i elektrona koje ovi fotoni pobuduju što znatno utiče na simulaciju. Upravo je tehnikom Ruskog Ruleta moguće ukloniti deo ovih fotona. Više o primenama Ruskog Ruleta: [51, 52].

Postoji više različitih tehnika koje se ne oslanjanju na povećanje broja primarnih događaja, a koje se koriste u cilju povećanja efikasnosti i redukovana simulacionih vremena, a samim time i poboljšanja simulacione statistike. Upravo su ove tehnike, koje nekad mogu znatno redukovati relativnu grešku simulacije, poznate još i pod zajedničkim nazivom **TEHNIKE REDUKOVANJA VARIJANSE**.

Algoritam ovih tehnika se može svrstati u četiri osnovne kategorije, a to su:

- I: METODE SKRAĆIVANJA,**
- II: METODE KONTROLISANJA POPULACIJE,**
- III: METODE MODIFIKOVANOG UZORKOVANJA,**
- IV: PARCIJALNO DETERMINISTIČKE METODE.**

Metode skraćivanja (tzv. "TRUNCATION")	I KATEGORIJA
Neki aspekti simulacije koji ne doprinose u značajnijoj meri konačnom ishodu se mogu prosto "isključiti" iz simulacije. Ovo npr. podrazumeva izostavljanje modelovanja/generisanja irelevantnih geometrijskih komponenti ⁴⁶ , ili npr. uvođenjem <i>cut-off</i> vrednosti energije ⁴⁷ ispod koje se čestice prestaju pratiti.	
Metode kontrolisanja populacije	II KATEGORIJA
Ove metode praktično kontrolišu karakteristike čestica koje se uzorkuju u simulaciji u zavisnosti od nivoa njihove relevantnosti. Neke od metoda koje spadaju u ovu kategoriju su npr. Metoda deljenja čestica i tzv. Ruski Rulet ⁴⁸ .	
Metode modifikovanog uzorkovanja	III KATEGORIJA
Ove metode modifikuju funkcije distribucija promenljivih koje se uzorkuju u cilju poboljšanja simulacione statistike. Ovo se može uključiti tzv. <i>biasing</i> izvora čestica ili pak "veštačkim" forsiranjem odigravanja određenih interakcija.	
Parcijalno determinističke metode	IV KATEGORIJA
Ove metode inkorporiraju pojedina deterministička svojstva u okviru procesa uzorkovanja, i kao takva može uticati i na sekvencu slučajnih brojeva[53, 54].	

TRANSPORT ČESTICA MONTE KARLO METODOM

II

UJEDINJEN TRANSPORT ČESTICA u okviru Monte Karlo simulacija nije kontualan proces kao što je to slučaj u prirodi. Nasuprot, čestice propagiraju u diskretnim koracima, tzv. step-ovima, prilikom čega su podložne raznim interakcijama na svakom svom step-u duž cele svoje putanje kretanja (bila to samo transportacija ili neki drugi fizički proces). Stohastična priroda ovih interakcija se reprodukuje putem GENERATORA (PSEUDO)SLUČAJNIH BROJEVA (**POGLAVLJE I.II.III**).

Vrste interakcija kojoj čestice podležu se uzorkuju iz baza podataka efikasnih preseka (tj. verovatnoća odigravanja), uzimajući u obzir i geometrijska ograničenja sistema. Upravo se uzorkovanjem odgovarajućih diferencijalnih efikasnih preseka određuje energija i pravac svih rezultujućih čestica iz posmatrane interakcije.

Osnovne komponente Monte Karlo transportnog koda fotona¹ (**POGLAVLJE II.I**) i elektrona² (**POGLAVLJE II.II**), ukratko opisane u ovoj tezi, predstavljaju:

- ▶ BAZA PODATAKA EFIKASNIH PRESEKA INTERAKCIJA KOJE SE MODELUJU,
- ▶ ALGORITAM TRANSPORTA SVIH ČESTICA KOJE SE SIMULIRAJU,
- ▶ GEOMETRIJA POSTAVKE I VELIČINE OD INTERESA,
- ▶ ANALIZA SIMULACIONIH REZULTATA[59].

II.I TRANSPORT FOTONA

II.I.I INTERAKCIJE FOTONA SA SREDINOM

OSNOVNE INTERAKCIJE FOTONA sa sredinom u okviru fizike zračenja, koje svaki Monte Karlo transportni kod treba na dobar način da opiše, uključuju:

- ▶ STVARANJE PAROVA (**POGLAVLJE II.I.I**),
- ▶ FOTOELEKTRIČNI EFEKT (**POGLAVLJE II.I.I.II**),
- ▶ REJLIJEVO (KOHERENTNO) RASEJANJE (**POGLAVLJE II.I.I.III**),
- ▶ KOMPOTONOV (NEKOHERENTNO) RASEJANJE (**POGLAVLJE II.I.I.IV**)[57].

Među ovim procesima najvažniji su FOTOELEKTRIČNI EFEKAT, KOMPOTONOVO RASEJANJE i STVARANJE PAROVA kako se u okviru ovih procesa između ostalog vrši i transfer energije na stvorene sekundarne čestice. **SLIKA II.1** ilustruje oblasti dominantnosti ovih interakcija, s tim da su linije koje razgraničavaju prikazane oblasti granice na kojima su efikasni preseci interakcija koje se međusobno graniče jednakni.

DIGRESIJA: FOTONUKLEARNE INTERAKCIJE

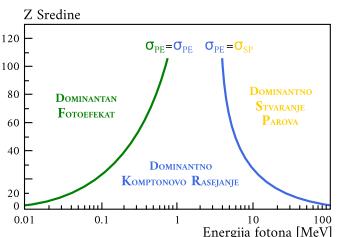
Pored navedenih četiri vrsta interakcija fotona postoji i dodatna peta vrsta interakcije tzv. FOTONUKLEARNA INTERAKCIJA ili često poznata još i samo kao FOTODEZINTEGRACIJA. U okviru ove interakcije jezgro atoma biva pobuđeno od strane visoko-energetskog fotona, kao posledica te interakcije postaje radioaktivno i trenutno se raspada. Ovaj proces rezultuje emisijom nukleona, protona ili neutrona, ili pak α -čestice, u okviru (γ, p) , (γ, n) ili (γ, α) reakcija, respektivno, jasno menjajući sam sastav jezgra u tom procesu³.

U ovom poglavlju će u kratkim crtama biti opisane navedene četiri interakcije, dok se čitalac upućuje na [60] za dalje i detaljnije čitanje o FOTODEZINTEGRACIJI.

II.I	TRANSPORT FOTONA	21
II.I.I	INTERAKCIJE FOTONA SA SREDINOM	21
II.I.II	RELATIVNI PRINOSI PROCESA	24
II.I.III	ALGORITAM TRANSPORTA FOTONA	26
II.II	TRANSPORT ELEKTRONA	28
II.II.I	INTERAKCIJE ELEKTRONA SA SREDINOM	28
II.II.II	ZAUSTAVNA MOĆ	31
II.II.III	MEHANIZMI TRANSPORTA ELEKTRONA	33
II.II.IV	ALGORITAM TRANSPORTA ELEKTRONA	33
II.III	FOTON-ELEKTRON MODEL	35

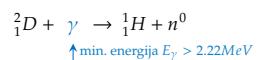
1: Za detaljnije čitanje o mehanizmima interakcija fotona sa sredinom: [55–58].

2: U "jeziku" Monte Karlo metode pod ovim se uglavnom odnosi i na pozitrone.

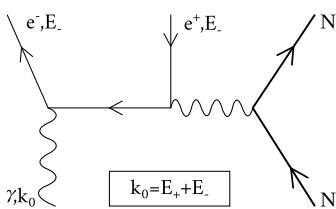


SLIKA II.1: Efikasni preseci interakcija fotona sa sredinom. Linijama su prikazane granice gde su efikasni preseci FOTOEFEKTA i KOMPOTONOVOG RASEJANJA (zelena linija), kao i KOMPOTONOVOG RASEJANJA i STVARANJA PAROVA (plava linija), jednakih[55, 60].

3: Goldhaber (eng. Maurice Goldhaber; američki fizičar) i Čedvik (eng. James Chadwick; engleski fizičar) su tako npr. FOTODEZINTEGRACIJOM, tačnije interakcijom fotona sa deuterijumom prikazanom kao:



dokazali da neutroni nisu vezana stanja protona i elektrona (kako je Raderford bio to prvo predložio; eng. Ernest Rutherford; engleski fizičar) merenjem razlike masa neutrona i protona u ovoj interakciji[61].



SLIKA II.2: Feynmanov dijagram STVARANJA PAROVA u polju jezgra. Nekad može doći i do tzv. STVARANJA TRIPLETA gde incidentni foton interaguje sa elektronom iz omotača stvarajući time dva elektrona i pozitron[7].

4: ZAKOČNO ZRAČENJE ili BREMSSHTRALUNG je vrsta elektromagnetskog zračenja do kog dolazi kada nanelektrisana čestica koja se kreće biva usporena od strane neke druge nanelektrisane čestice. Uglavnom to biva elektron koji usporava u blizini jezgra[62]. Detaljnije o ovome u [POGLAVLJU II.II.I](#).

5: Najaktuelniji podaci se mogu naći na: [The Review of Particle Physics \(2023\)](#)

koje održava PDG grupa (eng. PARTICLE DATA GROUP) sa LBLN-a (eng. Lawrence Berkley National Laboratory; CA, SAD).

6: Detaljnije o STVARANJU PAROVA: [63–65].

SLIKA II.3: Prikaz simulacije kaskade za slučaj elektrona energije reda 1.0 GeV . Elektroni stvaraju fotone koji posledično stvaraju $e^- e^+$ parove. Ovaj proces se iznova ponavlja sve dok energija čestica ne padne ispod praga kaskadnog procesa. Tragovi fotona nisu prikazani radi bolje preglednosti pa se shodno tome neki od tragova elektrona i pozitrona mogu činiti razdvojenim. Data simulacija je pisana u GEANT4 simulacionom paketu[15, 66].

II.II.II STVARANJE PAROVA

STVARANJE PAROVA se odnosi na proces apsorpcije fotona u polju jezgra prilikom čega dolazi do stvaranja elektron-pozitron para (**SLIKA II.2**). U ovom procesu neophodno je prisustvo trećeg tela, koje uglavnom biva jezgro, kako bi se očuvao ZAKON ODRŽANJA ENERGIJE i MOMENTA. Sam proces zavisi od rednog broja elementa koji učestvuje u interakciji i direktno mu je proporcionalan, kao Z^2 . Prema tome, materijali koji sadrže elemente većeg rednog broja učestalije pretvaraju fotone u nanelektrisane čestice (tj. e^- / e^+) od onih koji imaju veći udio lakših elemenata.

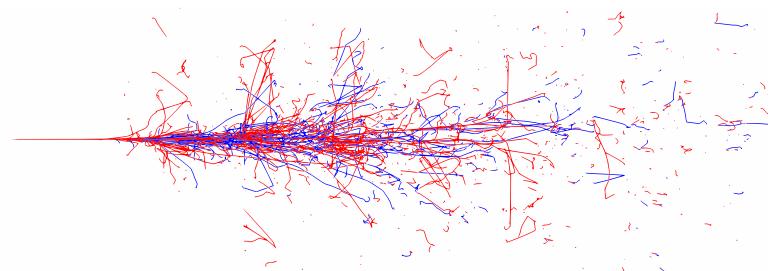
Na višim energijama reda 50 MeV i iznad, bez obzira na sredinu dominantni su procesi STVARANJA PAROVA i ZAKOČNOG ZRAČENJA⁴. Tokom STVARANJA PAROVA dolazi do formiranja nanelektrisanih čestic u vidu elektrona i pozitrona (ili pak miona na znatno višim energijama), dok ZAKOČNO ZRAČENJE elektrona i pozitrona dovodi do stvaranja dodatnih fotona. Prema tome, javlja se kaskadni proces koji veoma brzo pretvara visoko-energetske elektromagnetne čestice u obilne količine nisko-energetskih elektromagnetnih čestic. Stoga, snop visoko-energetskih fotona ili elektrona ne samo što ima "veliku energiju", već može i deponovati znatnu količinu energije u nekoj oblasti putem ovog kaskadnog fenomena (**SLIKA II.3**).

Gornja granica efikasnog preseka STVARANJA PAROVA po jezgru se može dati kao:

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} \sigma_{sp}(\alpha) = \sigma_0^{sp} Z^2 \left(\ln(2\alpha) - \frac{109}{42} \right) \quad (\text{II.1})$$

gde σ_0^{sp} uzima vrednost $1.80 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^2/\text{jezgro}$, dok je $\alpha = E_\gamma / m_e c^2$, tj. odnos energije fotona E_γ i mase mirovanja elektrona⁵ $m_e c^2$ ($\sim 0.51099895(15) \text{ MeV}$). Efikasan presek STVARANJA PAROVA raste logaritamski sa energijom fotona. Takođe, kako energija mora biti očuvana ovaj se proces odvija samo ako je energija fotona jednaka ili veća od dvostrukе mase mirovanja elektrona, tj. $E_\gamma \geq 1.022 \text{ MeV}$.

Međutim, nekad se može desiti i da jedan od elektrona iz elektronskog omotača koji okružuje jezgro interaguje sa fotonom i time obezbedi neophodno treće telo u ovom procesu. Ovaj kanal interakcije je potisnut za faktor $1/Z^2$ u odnosu na kanal u kom jezgro igra ulogu trećeg tela. Po ovom kanalu, elektron biva izbačen iz omotača zajedno sa elektron-pozitron parom ($e^- + e^- e^+$). Ovaj proces se često naziva i STVARANJEM TRIPLETA. U ovom slučaju granica za odvijanje procesa je $4m_e c^2$, tj. $E_\gamma \geq 2.044 \text{ MeV}$. Uobičajeno je da se efekti STVARANJE TRIPLETA uključe u simulaciju skaliranjem kanala dva-tela i ignorisanjem kinematike tri-tela (što je relativno dobra aproksimacija osim za luke elemente, tj. za male redne brojeve)[7]⁶.



II.II.II FOTOELEKTRIČNI EFEKAT

FOTOELEKTRIČNI EFEKAT, ili samo FOTOEFEKAT (**SLIKA II.4**), predstavlja dominantan proces interakcije fotona na nižim energijama. U ovom procesu foton se apsorbuje predajući svu svoju energiju jednom od elektrona iz omotača prilikom čega taj elektron, tzv. FOTOELEKTRON, napušta omotač ostavljajući šupljinu za sobom.

Da bi do Fotoefekta došlo vezivna energija elektrona mora biti manja od energije dolaznog tj. incidentnog fotona. U ovom procesu elektroni mogu biti emitovani sa bilo koje ljske omotača, mada je to uglavnom K-ljsuka. Posledično, šupljine koje nastaju nakon emitovanja Fotoelektrona dovode do kaskadnih prelaza elektrona sa viših na niže ljske prilikom čega dolazi do stvaranja i emitovanja karakterističnih x-zraka, Augerovih⁷ elektrona i Koster-Kronigovih⁷ elektrona.

1905. godine Albert Anštajn (eng. Albert Einstein; nemački teoretičar) postulira kvantni opis Fotoefekta, da bi 1921. dobio Nobelovu nagradu za isti. Teorija koja se bavi ovim fenomenom ni dan danas nije kompletan i poprilično je složena. U najvećem broju slučajeva i praktičnih primena, formula za efikasan presek Fotoelektričnog efepta se prikazuje u obliku numeričkih fitova podataka kao:

$$\sigma_{fe}(E_\gamma) \approx \frac{Z^m}{E_\gamma^n} \quad (\text{II.2})$$

gde eksponent m rednog broja Z ide od 4 (za slučaj nižih energija, $< 100 \text{ keV}$) do 4.6 (za slučaj viših energija, $> 500 \text{ keV}$), dok eksponent n energije fotona E_γ ide od 3 (za slučaj nižih energija, $< 100 \text{ keV}$) do 1 (za slučaj viših energija, $> 500 \text{ keV}$). Treba napomenuti da je na višim energijama efikasan presek Fotoefekta potisnut za faktor $Z^{3.6}10^{-8}$ u odnosu na efikasan presek Komptonovog rasejanja i prema tome je zanemarljiv u odnosu na Komptonovo rasejanje na ovim energijama.

Korisna aproksimacija često korišćena u prostim analitičkim proračunima koja se primenjuje slučaj kada je Fotoefekat dominantan proces je predstavljena kao:

$$\sigma_{fe}(E_\gamma) \approx \frac{Z^4}{E_\gamma^3} \quad (\text{II.3})$$

Prostorna, odnosno ugaona distribucija emitovanih Fotoelektrona u okviru Fotoelektričnog efepta se može odrediti uzorkovanjem Sautrove distribucije⁸[7].

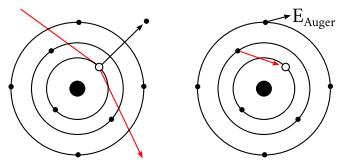
II.I.III REJLIJEVO RASEJANJE

Rejlijevo rasejanje predstavlja elastičnu interakciju fotona u kojoj ne dolazi do gubitka tj. transfera energije. Poznato je još i pod nazivom kao Koherentno rasejanje, u okviru kog foton interaguje sa atomom održavajući svoju energiju i resavajući se pod malim uglom u odnosu na inicijalan pravac kretanja. U smislu efikasnih preseka, efikasan presek Rejlijevog rasejanja je bar za red veličine manji od efikasnog preseka Fotoefekta, ali i dalje predstavlja važan proces. Svojstvo koje odlikuje ovaj proces i po čemu se razlikuje u odnosu na Fotoefekat je to da se u finalnom stanju i dalje javlja foton⁹ (SLIKA II.5). Iako je u pitanju elastična interakcija fotona sa atomom, u slučaju interakcije sa molekulima nije dovoljno dobro tretirati molekule kao tvorevinu sačinjenu od nezavisnih atoma, već je neophodno uračunati i njihovu molekularnu strukturu[69].

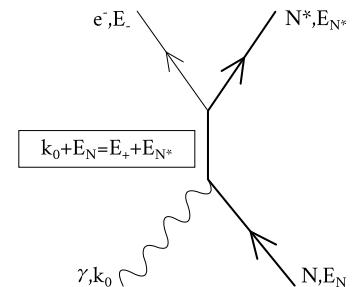
Diferencijalni efikasni presek Rejlijevog rasejanja se može prikazati u obliku kao:

$$\sigma_{rej}(E_\gamma, \Theta) = \frac{r_e^2}{2} (1 + \cos^2 \Theta) [F(q, Z)]^2 \quad (\text{II.4})$$

gde je r_e klasičan radijus elektrona⁵ ($\sim 2.8179 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$), q je parametar transfera momenta ($q = (E_\gamma/hc) \sin(\Theta/2)$), dok je $F(q, Z)$ atomski form faktor[70]. Faktor $F(q, Z)$ teži Z kako q, E_γ ili Θ teže nuli. Ovaj faktor takođe brzo opada sa porastom ugla rasejanja iako Z -zavisnost raste sa ugлом do aproksimativno reda od $Z^{3/2}$.

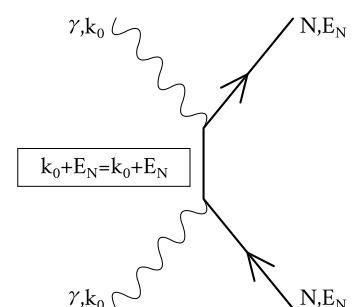


7: U okviru kaskadnih prelaza elektrona može doći i do emitovanja dodatnih tzv. Augerovih elektrona. Koster-Kronigovi predstavljaju specijalan slučaj Augerovih elektrona gde šupljinu popunjava elektron iz više podljske u okviru iste ljsuske[67].



SLIKA II.4: Feynmanov dijagram za proces Fotoelektričnog efepta (Fotoefekta)[7].

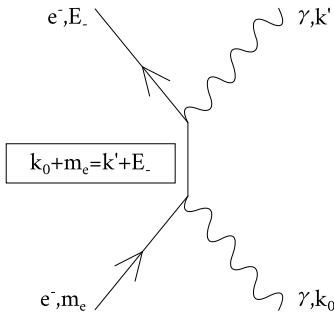
8: SAUTEROVA TEORIJA (eng. Fritz Eduard Josef Maria Sauter; austrijski fizičar) daje relativistički opis, ali se pokazala da dobro funkcioniše i za nerelativistički slučaj[68].



SLIKA II.5: Feynmanov dijagram za proces Rejlijevog (koherentnog) rasejanja[7].

9: U okviru interakcija nisko-energetskih fotona u finalnom stanju se javljaju i Rejlijevi i Kompton rasejeni fotoni. Odnos broja ovih fotona je dat funkcijom koja zavisi od energije dolaznog tj. incidentnog fotona.

II.I.I.IV KOMPOTONOVO RASEJANJE



SLIKA II.6: Fajnmanov dijagram za proces KOMPOTONOVOG RASEJANJA. Za elektrone se smatra da su u stacionarnom stanju[7].

10: TOMSONOVO RASEJANJE se odnosi na koherentno rasejanje elektromagnetskog zračenja od slobodne nanelektrisane čestice i predstavlja nisko-energetsku granicu KOMPOTONOVOG RASEJANJA. Drugim rečima, kinetička energija čestice (tj. elektrona) i talasna dužina fotona se ne menjaju. Ova granica važi sve dok je energija fotona znatno manja od mase mirovanja čestice:

$$\frac{\text{masa mirovanja čestice } (e^-)}{h \nu} \ll mc^2$$

↑ talasna dužina fotona $\lambda \propto 1/\nu$

tj. talasna dužina fotona mora biti znatno manja od tzv. KOMPTONOVE TALASNE DUŽINE (kvantno svojstvo čestice koje je definisano kao talasna dužina fotona sa energijom jednakom masi mirovanja čestice) [71, 72].

11: eng. Oskar Klein; švedski fizičar.

12: eng. Yoshio Nishina; japanski fizičar.

KOMPOTONOVO RASEJANJE ili tzv. NEKOHERENTNO RASEJANJE (**SLIKA II.6**), predstavlja neelastičan proces u okviru kog se foton rasejava o elektron, uglavnom iz valentne zone, predajući deo svoje energije tom elektronu i menjajući pravac svog kretanja.

Na višim energijama KOMPOTONOVO RASEJANJE se asymptotski približava jednakosti:

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} \sigma_{kom}(\alpha) = \sigma_0^{kom} \frac{Z}{\alpha} \quad (\text{II.5})$$

gde σ_0^{kom} uzima vrednost $3.33 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^2/\text{jezgro}$. Direktno je proporcionalno rednom broju Z (samim time i broju elektrona) dok je obrnuto proporcionalno energiji fotona E_γ (tj. $\alpha = E_\gamma / m_e c^2$). Stoga, efikasan presek KOMPOTONOVOG RASEJANJA po jedinici mase predstavlja skoro konstantu vrednost nezavisnu od vrste materijala. Za razliku od efikasnog preseka ŠTVARANJA PAROVA (**JEDNAKOST II.1**), efikasan presek KOMPOTONOVOG RASEJANJA opada sa porastom energije fotona.

Na nižim energijama efikasan presek KOMPOTONOVOG RASEJANJA za dati element poprima konstantu vrednost bez obzira na red energije fotona, odnosno:

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \sigma_{kom}(\alpha) = 2\sigma_0^{kom} Z \quad (\text{II.6})$$

Ovo predstavlja klasičnu granicu, tj. nisko-energetsku granicu koja je definisana energijom K-ljuske, i ekvivalentno je TOMSONOVU RASEJANJU¹⁰ (eng. Sir Joseph John Thomson; britanski fizičar). U skoro svim primenama, elektroni su vezani u okviru elektronskog omotača atoma, i upravo ova veza značajno utiče na efikasan presek na nižim energijama. Međutim, na višim energijama ($> 100 \text{ keV}$) efekti vezivanja se mogu ignorisati kako se elektroni smatraju slobodnim. Teorija Klajn¹¹-Nišina¹² (eng. Klein-Nishina[73]) opisuje diferencijalan efikasan presek KOMPOTONOVOG RASEJANJA koji se zasniva na pretpostavci slobodnih i stacionarnih elektrona. Kao što je rečeno, ova pretpostavka ne važi na nižim energijama (reda $< 100 \text{ keV}$) gde su efekti vezivanja elektrona značajni i prosti se ne mogu više zanemariti[7, 74].

II.I.II RELATIVNI PRINOSI PROCESA

EFIKASNI PRESECI su u vezi sa različitim vrstama atenuacionih koeficijenata i igraju značajnu ulogu u simulacijama transporta čestica. Pre svake interakcije uzorkuje se baza podataka efikasnih preseka u cilju određivanja koliki će put čestica preći. Verovatnoća odigravanja određenog tipa procesa zavisi od relativnog prinosa efikasnog preseka tog procesa na ukupan efikasan presek.

II.I.II.I LINEARNI ATENUACIONI KOEFICIJENT

Verovatnoća da foton interaguje sa sredinom se može prikazati u vidu linearног atenuacionog koeficijenta μ , koji ukazuje na ideo tj. frakciju snopa incidentnih fotona koji će interagovati po jedinici dužine atenuacione sredine kroz koju se fotoni kreću. Ovaj koeficijent predstavlja sumu pojedinačnih linearних atenuacionih koeficijenata svake od četiri različite interakcije fotona¹³, odnosno:

$$\mu = \mu_{fe} + \mu_{sp} + \mu_{ref} + \mu_{kom} \quad (\text{II.7})$$

13: FOTONUKLEARNE INTERAKCIJE SE ČESTO ZANEMARUJU JER NEMAJU VEĆI DOPRINOS[75].

Recipročna vrednost tj. inverz linearog atenuacionog koeficijenta predstavlja veličinu koja se naziva **SREDNJI SLOBODAN PUT** λ (definisan po jedinici dužine):

$$\lambda = \frac{1}{\mu} \quad (\text{II.8})$$

koji ukazuje na srednje rastojanje koje će čestica preći pre nego što interaguje sa sredinom. Eksponencijalna priroda atenuacije fotona se može prikazati u obliku:

$$N = N_0 e^{-\mu d} \quad \vee \quad I = I_0 e^{-\mu d} \quad (\text{II.9})$$

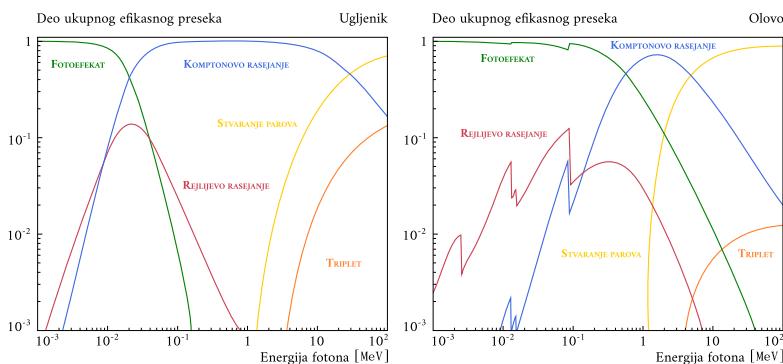
gde su N i I broj i intezitet fotona koji se transmiteme kroz materijal debljine d , dok su N_0 i I_0 početni broj i intezitet incidentnih fotona, respektivno [56].

Kako linearni attenuacioni koeficijent zavisi od gustine materijala ρ , često se skalira sa masom, rednim brojem ili gustinom elektrona čime se dobijaju maseni, atomski i elektronski attenuacioni koeficijenti, respektivno. Tipično, maseni attenuacioni koeficijent se prikazuje u jedinicama cm^2/g , atomski attenuacioni koeficijent se prikazuje u jedinicama $cm^2/atom$, dok se elektronski attenuacioni koeficijent prikazuje u jedinicama $cm^2/elektron$. Ove veličine su u međusobnoj vezi poput:

gde N_A predstavlja Avogardov broj¹⁴, dok su Z i A redni i maseni broj materijala.

II.I.II.II ZAVISNOST EFIKASNIH PRESEKA

Efikasni preseci interakcija zavise kako od energije incidentnog fotona tako i od rednog broja materijala sredine sa kojom fotoni interaguju. **SLIKA II.7** i **TABELA II.1** ilustruju doprinos efikasnih preseka pojedinačnih interakcija fotona na ukupan efikasan presek za primer ugljenika kao lakog i olova kao teškog elementa.



14: Avogadrov broj ili konstanta (ime je dobila po italijanskom fizičaru i hemičaru; eng. Lorenzo Romano Amedeo Carlo Avogadro), predstavlja jednu od konstanti SI sistema sa egzaktnom vrednošću od:

$$N_A = 6.02214076 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

Definisana je kao broj jedinki tj. gradivnih blokova (molekuli, atomi, joni, itd.) po molu i koristi se kao normalizacioni faktor za količinu supstance ispitivanog uzorka.

SLIKA II.7: Ilustrativni prikaz doprinosa svake od različitih vrsta interakcija fotona sa sredinom na ukupan efikasan presek za slučaj ugrijenika kao lakog elementa (levo) i olova kao teškog elementa (desno). Podaci preuzeti sa **NIST XCOM** [2] baze podataka. Zavisnosti pojedinih efikasnih preseka u odnosu na redni broj elementa i energije fotona su prikazane u **TABELI II.1**.

TABELA II.1: Zavisnosti efikasnih preseka različitih interakcija fotona u odnosu na redni broj elementa i energiju fotona.

Efikasni preseci pojedinih interakcija:

STVARANJE PAROVA ————— **POGLAVLJE II.I.I.I**

FOTOELEKTRIČNI EFEKAT → POGLAVLJE II.I.I.III

KOMPTONOV RASEJANJE → POGLAVLJE II.I.I.IV

INTERAKCIJA	STVARANJE PAROVA	FOTOELEKTRIČNI EFEKAT	REJLIJEVO RASEJANJE	KOMPTONOVО RASEJANJE
Z ZAVISNOST	$\frac{\mu_{sp}}{\rho} \propto Z$	$\frac{\mu_{fe}}{\rho} \propto Z$	$\frac{\mu_{rej}}{\rho} \propto Z$	$\frac{\mu_{kom}}{\rho} \propto Z^0$
E_γ ZAVISNOST	Raste sa energijom (iznad 1.022 MeV)	$\frac{1}{(hv)^3}$	$\frac{1}{(hv)^2}$	Opada sa energijom (E_γ)

KRATAK PREGLED DOPRINOSA POJEDINIH INTERAKCIJA SЛИКА II.7 / TABELA II.1**STVARANJE PAROVA / STVARANJA TRIPLETA****POGLAVLJE II.I.I.I**

Za procese STVARANJA PAROVA i STVARANJA TRIPLETA atomski efikasan presek je proporcionalan rednom broju elementa kao Z^2 i Z , respektivno^[59]. Prema tome, doprinos STVARANJA TRIPLETA je veći kod lakših elemenata. Kako proces STVARANJA TRIPLETA doprinosi ukupnom efikasnom preseku sa manje od 10% kod lakih i manje od 1% kod teških elemenata, većina Monte Karlo kodova ne modeluje eksplisitno ovu interakciju. Umesto, ona se simulira kao STVARANJE PAROVA uključujući svoj doprinos u ukupan efikasan presek STVARANJA PAROVA.

FOTOELEKTRIČNI EFEKAT**POGLAVLJE II.I.I.II**

FOTOELEKTRIČNI EFEKAT je favorizovan od strane težih elemenata i predstavlja dominantan proces na nižim energijama incidentnih fotona. Efikasan presek ovog proseca drastično raste sa kako energija opada¹⁵. Upravo dominantnost FOTOELEKTRIČNOG EFEKTA na nižim energijama opravdava ignorisanje vezivnih efekata kod KOMPTONOVOG RASEJANJA u nekim algoritmima transporta fotona.

REJLIJEVO (KOHERENTNO) RASEJANJE**POGLAVLJE II.I.I.III**

REJLIJEVO RASEJANJE se često može izostaviti u kodovima transporta fotona kako predstavlja koherentan tj. elastičan proces. Ovaj proces doprinosi ukupnom efikasnom preseku sa manje od 10%, a samo rasejanje se odvija uglavnom pod veoma malim uglovima ne menjajući znatno inicijalan pravac kretanja fotona.

KOMPTONOVО (NEKOHERENTNO) RASEJANJE**POGLAVLJE II.I.I.IV**

Kod KOMPTONOVOG RASEJANJA elektronski attenuacioni koeficijent μ_e , izведен iz Klajn-Nišinove formule^[73], ne zavisi od Z broja, dok je maseni attenuacioni koeficijent μ_a nešto veći kod lakših elemenata zbog veće gustine elektrona. Ovaj proces je dominantan u manjem energetskom intervalu kod težih elemenata zbog dominantnosti FOTOELEKTRIČNOG EFEKTA i STVARANJA PAROVA kako Z raste.

II.I.III ALGORITAM TRANSPORTA FOTONA

TRANSPORT ČESTICA u Monte Karlo simulacijama se izvodi na osnovu tzv. "history by history"¹⁶ principa. Šematski prikaz logike transporta fotona je prikazan na **SЛИЦА II.8**. Ovaj prikaz predstavlja pojednostavljen algoritam koji se odnosi na samo jednu sredinu i ne uračunava praćenje sekundarnih elektrona.

Na početku svakog history-a uzorkuju se inicijalni parametri fotona (energija, položaj i pravac kretanja, itd.) i stavljuju se na vrh niza koji se naziva Stack¹⁷. Prvo se proverava da li je energija fotona manja od cut-off vrednosti koju je korisnik zadao. Ukoliko je energija uistinu manja od ove vrednosti, ovi fotoni bivaju apsorbovani "na licu mesta" i za njih se smatra da nemaju značajniji doprinos. Fizički ovaj korak i nije neophodan, ali znatno povećava efikasnost transporta.

Generalno, rastojanje do sledeće interakcije x (**JEDNAKOST I.26, POGLAVLJE I.III.II**) se može uzorkovati iz ukupnog efikasnog preseka μ po jedinici dužine poput:

$$x = -\frac{1}{\mu} \log(\xi) \quad (\text{II.11})$$

gde je ξ slučajan broj uniformno distribuiran u intervalu $(0, 1)$ (**POGLAVLJE I.III.III**). Prava veličina step-a može biti ograničena i u smislu same geometrije kako sve čestice moraju zastati na granicama između različitih zapreminskih elemenata.

15: Osim u blizini apsorpcionih ivica koje se odnose na diskontinuitete koji se javljaju na energijama (talsnim dužinama) fotona koje odgovaraju elektronskim prelazima ili ionizacionim potencijalima materijala.

16: U "jeziku" Monte Karlo simulacija history podrazumeva kompletan trag čestice i njihen potomaka tj. sekundarnih čestica okviru posmatrane geometrije, prateći ih sve dok se energija čestica ne spusti ispod definisane cut-off vrednosti.

17: Linearna struktura koja je prikazana sekvencom elemenata u određenom redu i koja prati LIFO princip (**LastInFirstOut**), tj. element koji se poslednji unosi prvi izlazi. U ovom konceptu Stack predstavlja niz koji održava svojstva faznog prostora čestice u cilju njenog daljeg procesuiranja.

Ukoliko foton nakon transporta ostaje u zapremini od interesa, u cilju određivanja odabira sledeće interakcije fotona, uzorkuju se kvantni prinosi tj. efikasni preseci.

Kako prinosi reflektuju verovatnoću odigravanja interakcije, ukoliko se recimo razmatraju **FOTOELEKTRIČNI EFEKAT**, **STVARANJE PAROVA** i **KOMPTONOV RASEJANJE**, verovatnoća odigravanja jedne od ovih interakcija se može prikazati u obliku kao:

$$\mu = \sigma_{fe} + \sigma_{kom} + \sigma_{sp}$$

gde su verovatnoće odigravanja definisane preko slučajnog broja ξ poput:

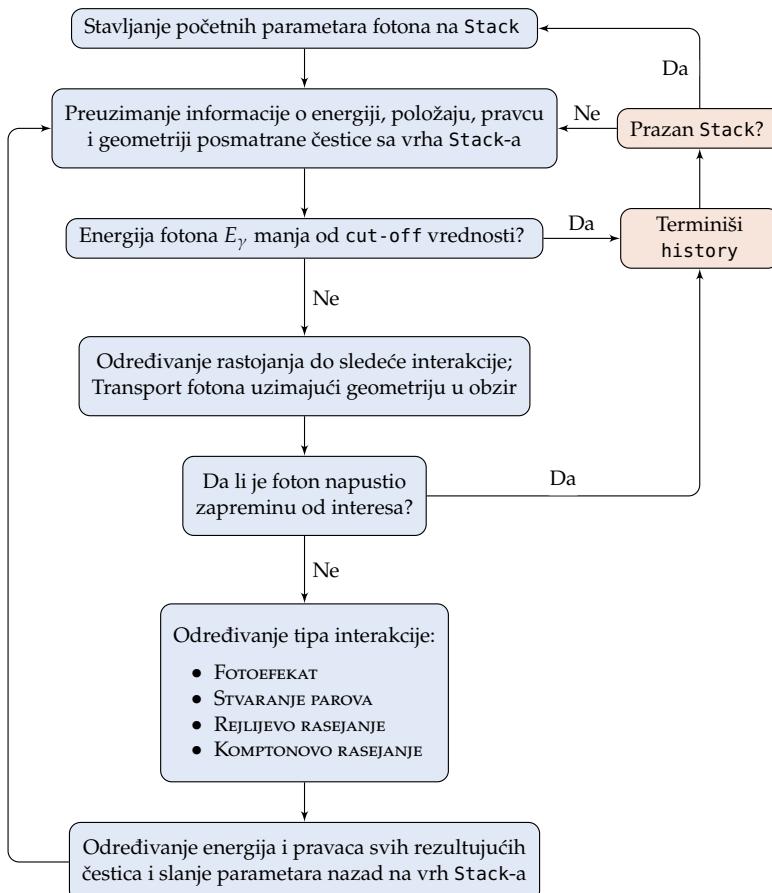
$$\xi \leq \frac{\sigma_{fe}}{\mu} \quad \frac{\sigma_{fe}}{\mu} < \xi \leq \frac{\sigma_{fe} + \sigma_{kom}}{\mu} \quad \xi > \frac{\sigma_{fe} + \sigma_{kom}}{\mu}$$

FOTOEFEKAT

KOMPTONOV RASEJANJE

STVARANJE PAROVA

Nakon interakcije uzorkuju se parametri rezultujuće čestice i vraćaju se nazad na vrh Stack-a kako bi se mogli iznova procesuirati. Kao što je rečeno, kako Stack-prati LIFO princip¹⁷, veličina Stack-a se može znatno redukovati stavljanjem fotona nižih energija na vrh Stack-a. Ova procedura se iznova ponavlja sve dok se Stack u potpunosti ne isprazni, nakon čega se sledeći history može simulirati.

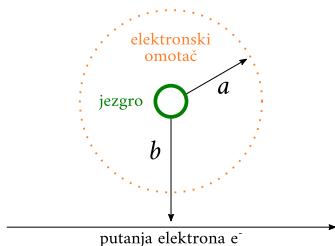


18: KRATAK OPIS ALGORITMA:

Pre svega, inicijalne karakteristike fotona koji se transportuje se evaluiraju u cilju provere da li zadovoljavaju početne uslove. Najvažnija od ovih karakteristika je da li je energija fotona veća od cut-off vrednosti. Ukoliko je energija fotona manja od ove vrednosti ili je Stack prazan, dati foton se terminiše i stvara se history novog fotona. U suprotnom, određuje se rastojanje do sledeće tačke interakcije. Tada se foton transportuje, tj. "pomera kroz step" do ove tačke. Ako je geometrija složena u smislu da je sačinjena od više elemenata, transport kroz ove elemente se mora uzeti u obzir. Foton se prestaje pratiti u trenutku kada napusti geometriju. Uzorkovanjem prinosu i pseudoslučajnim brojevima se određuje sledeća interakcija. Nakon ove interakcije parametri rezultujućih čestica se vraćaju na vrh, ali tako da se prvo šalju čestice nižih energija kako bi se smanjila veličina Stack-a. Ovaj proces se ponavlja iznova sve dok se Stack skroz ne isprazni.

SLIKA II.8: Pojednostavljen algoritam transporta fotona¹⁸. Ne uračunava se stvaranje elektrona, a sam transport se odvija unutar jednog zapreminskega elementa sačinjenog iz jednog materijala[7].

II.II TRANSPORT ELEKTRONA



SЛИКА II.9: Šematski prikaz udarnog parametra elektrona b koji propagira u blizini atoma radijusa a . Udarni parametar predstavlja normalno (najkraće) rastojanje između putanje elektrona i centra atoma.

TRANSPORT ELEKTRONA² je znatno komplikovaniji od transporta fotona kako elektroni tipično dožive veliki broj interakcija pre nego se zaustave u sredini predajući joj svu svoju kinetičku energiju. Vrsta interakcije kojoj elektron podleže zavisi od odnosa između udarnog parametra b i atomskog radijusa a (**SLIKA II.9**).

Kao i fotoni, elektroni su podložni raznim interakcijama. Ove interakcije se mogu klasifikovati u odnosu na količinu transfera tj. gubitka kinetičke energije elektrona na tzv. JAKE (ili Tvrde) i SLABE (ili MEKE) INTERAKCIJE. Primeri ovih interakcija su:

TVRDE INTERAKCIJE ELEKTRONA:

- ▶ TVRDO BABINO RASEJANJE ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-$),
- ▶ TVRDO MOLERIVO RASEJANJE ($e^-e^- \rightarrow e^-e^-$),
- ▶ TVRDO ZAKOČNO ZRAČENJE (BREMSSTRAHLUNG) ($e^\pm N \rightarrow \gamma e^\pm N$),
- ▶ ANIHILACIJA POZITRONA U STANJU KRETANJA I MIROVANJA ($e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$).

MEKE INTERAKCIJE ELEKTRONA:

- ▶ ATOMSKA EKSCITACIJA ($e^\pm N \rightarrow e^\pm N^*$),
- ▶ MEKO BABINO RASEJANJE ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-$),
- ▶ MEKO MOLERIVO RASEJANJE ($e^-e^- \rightarrow e^-e^-$),
- ▶ MEKO ZAKOČNO ZRAČENJE (BREMSSTRAHLUNG) ($e^\pm N \rightarrow \gamma e^\pm N$),
- ▶ VIŠESTRUKO ELASTIČNO RASEJANJE ELEKTRONA / POZITRONA ($e^\pm N \rightarrow e^\pm N$).

II.II.I INTERAKCIJE ELEKTRONA SA SREDINOM

TVRDE INTERAKCIJE ($b \approx a$)

U slučaju kada je red veličine udarnog parametra b uporediv sa redom veličine atomskog radijusa a može doći do **TVRDE INTERAKCIJE** u okviru koje elektron gubi veći deo svoje kinetičke energije u sudaru sa orbitalnim elektronom iz omotača. Ovaj orbitalni elektron, koji u sudaru biva izbačen iz elektronskog omotača, se ponekad naziva tzv. DELTA ZRAK / ELEKTRON¹⁹. Za slučaj slobodnih elektrona proces je predviđen Molerovim efikasnim presekom^[76] dok se za slučaj pozitron-elektron rasejanja, gde pozitron može predati svu svoju kinetičku energiju elektronu, koristi Babin efikasan presek^[77]. **TVRDE INTERAKCIJE** doprinose približno polovini transfera energije incidentnog (primarnog) elektrona sredini kroz koju se kreće.

MEKE INTERAKCIJE ($b \gg a$)

MEKE INTERAKCIJE ujedno predstavljaju i najčešće interakcije elektrona kako se oni uglavnom kreću na velikim rastojanjima od atoma. U svakoj od interakcija, elektron gubi malu količinu energije (reda nekoliko eV) putem ekscitacija ili ionizacija. Globalni efekat ovih mnogobrojnih mekih interakcija se u Monte Karlo simulaciji može modelovati tzv. CDSA principom (eng. **Continuous Slowing-Down Approximation**, abrv. **CDSA**). Ovde se za elektrone smatra da kontinualno gube energiju duž svoje putanje, a sami gubici se proračunavaju preko zaustavnih moći ovih mnogobrojnih interakcija. Ove interakcije takođe doprinose približno polovini transfera energije incidentnog (primarnog) elektrona sredini kroz koju se kreće.

DIGRESIJA: Continuous Slowing-Down Approximation

abbrv. **CDSA**

Jedna od metode objašnjavanja gubitka energije u okviru **MEKIH INTERAKCIJA** je prepostavka da čestice kontinualno gube energiju duž svoje putanje. U ovu svrhu moguće je iskoristiti formalizam Bete²⁰-Blobove²¹ teorije gubitka energije nanelektrisanih čestica²²[78–80]. Ovaj gubitak raste sa rednim brojem, kao $\propto Z$ za sudarni i kao $\propto Z^2$ za radijativni doprinos²³ (**POGLAVLJE II.II.II**).

19: Kako je nemoguće razlikovati ova dva elektrona, po konvenciji se uzima da je incidentni elektron onaj koji nosi veću energiju sa sobom nakon interakcije. Maksimalan transfer energije orbitalnom elektronu je stoga ekvivalentan polovini kinetičke energije incidentnog elektrona.

20: eng. Hans Bethe; nemački fizičar.
21: eng. Felix Bloch; švajcarski fizičar.

22: Bete-Blobov formalizam veoma grubo opisuje vezivne efekte pretpostavljajući da se svaki elektron može tretirati kao da je vezan sa srednjim vezivnim potencijalom.

23: Pored ovoga, nanelektrisane čestice takođe mogu i polarizovati sredinu kroz koju se kreću što je bitan efekat na višim energijama i u sredinama većih gustina.

DIGRESIJA: INTERAKCIJE SA JEZGROM ($b \ll a$)

Pored MEKIH i TVRDIH INTERAKCIJA moguće je i da sudarni parametar b bude znatno manji od radijusa atoma a . Drugim rečima, ukoliko se elektron nađe dovoljno blizu jezgra atoma on može interagovati i sa samim jezgrom. U ovom slučaju elektron najčešće prolazi kroz elastične interakcije menjajući svoj pravac kretanja kroz procese RADERFORDOVOG RASEJANJA²⁴, nuklearnih reakcija i nuklearnog rasejanja, ali gubitak energije elektrona uglavnom biva toliko mali da se u najvećem broju slučajeva može zanemariti. Kumulativni efekat ovih interakcija je opisan procesom VIŠESTRUKOG RASEJANJA (POGLAVLJE II.II.I.IV). Kako je efikasan presek po atomu direktno proporcionalan sa Z^2 , ova rasejanja su češća u sredinama sačinjenim od materijala viših rednih brojeva. Ugaona distribucija ovih rasejanja prati Gausovu (normalnu) distribuciju na manjim uglovima dok na većim uglovima prati distribuciju RADERFORDOVOG RASEJANJA.

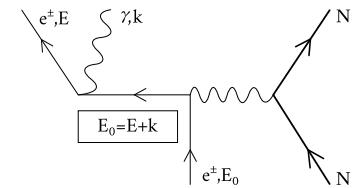
24: RADERFORDOVO RASEJANJE[81], poznato još i kao KULONOVO RASEJANJE kako zavisi od Kulonovog potencijala, se odnosi na elastično rasejanja nanelektrisanih čestica pod malim uglovima (ponekad i velikim). Ovaj fizički fenomen je ukazao na moguće postojanje strukture jezgra što je dovelo do razvijanja Radefordovog planetarnog, a potom i Borovog modela atoma[82] (eng. Niels Henrik David Bohr; danski fizičar).

II.II.I.I ZAKOČNO ZRAČENJE

ZAKOČNO ZRAČENJE, poznato još i kao BREMSSTRAHLUNG, se odvija u aproksimativno 2% slučajeva kako se elektron približava jezgru atoma, i rezultuje emisijom fotona koji može imati energiju sve do ukupne kinetičke energije elektrona (SLIKA II.10). Na nižim energijama ovaj foton se uglavnom emituje u pravcu normalnom na pravac kretanja elektrona. Međutim, kako energija incidentnog elektrona raste tako i pravac emisije fotona teži "ka napred" tj. u pravcu kretanja elektrona. U Monte Karlo simulacijama, ZAKOČNO ZRAČENJE koje produkuje fotone sa energijama manjim od vrednosti koje je korisnik zadao kao cut-off se naziva MEKIM ZAKOČNIM ZRAČENJEM. Iako se ovi fotoni u simulaciji ne generišu eksplicitno, energetski gubitak elektrona se uračunava preko radijativne zaustavne moći (POGLAVLJE II.II.II).

Postoje dva moguća kanala interakcije putem ZAKOČNOG ZRAČENJA. Dominantniji kanal interakcije predstavlja slučaj dva-tela tj. interakciju sa jezgrom atoma. Ovaj efekat je dominantniji za faktor Z^2 u odnosu na slučaj tri-tela tj. kanal interakcije u kom umesto jezgra elektron iz elektronskog omotača atoma biva uzmaknut²⁵.

ZAKOČNO ZRAČENJE je kvantni analog SINHROTRONSKOG ZRAČENJA²⁶. Promena brzine elektrona koji se resejava o jezgro može biti veoma intezivna, što ujedno rezultuje visoko-energetskim kvantima koji mogu nositi energiju sve do i uključujući ukupnu kinetičku energiju incidentnog elektrona. Slučaj dva-tela (koji se može modelovati korišćenjem jedne od Kohović²⁷ i Motcovih²⁸ formula[83]) se može uračunati kroz ukupan efikasan presek i kinematike ugaonih distribucija. Sa druge strane, slučaj tri-tela se konvencijalno tretira samo uključivanjem njegovog doprinosa u ukupan efikasan presek za slučaj dva-tela. Obzirom da efikasan presek ZAKOČNOG ZRAČENJA skalira sa faktorom $Z(Z + \xi(Z))$, gde $\xi(Z)$ faktor²⁹ uračunava slučaj tri-tela, sredine koje su sačinjene od elemenata viših rednih brojeva favorizuju ovaj proces.



SLIKA II.10: Fajmanov dijagram (Tvrdoč ZAKOČNOG ZRAČENJA) u polju atoma. Ovde je prikazan slučaj dva-tela, odnosno kanal u okviru kog dolazi do uzmaka jezgra[7].

25: Kanali interakcija:

- Slučaj dva-tela: $e^\pm N \rightarrow e^\pm \gamma N$
- Slučaj tri-tela: $e^\pm N \rightarrow e^\pm \gamma e^- N$

26: Predstavlja elektromagnetsko zračenje (polarizовано) predviđeno Maksvelovim jednačinama (eng. James Clerk Maxwell; škotski fizičar i matematičar) emitovano u slučaju kada se nanelektrisane čestice kreću po zakrivljenoj putanji, odnosno kada su podložne ubrzavanju za koje važi: $a \perp v$.

27: eng. William H. Koch; američki fizičar.

28: eng. Joseph W. Motz; američki fizičar.

29: Ovi faktori su preuzeti iz [65]. Ukupan presek aproksimativno zavisi poput $1/E_\gamma$.

II.II.I.II MOLEROVO I BABINO RASEJANJE

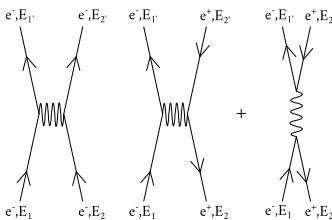
MOLEROVO³⁰ i BABINO³¹ RASEJANJE se odnosi na interakcije incidentnih elektrona ili pozitrona sa elektronima iz elektronskog omotača atoma. Za elektrone iz omotača se konvencijalno pretpostavlja da su "slobodni", čime se zanemaruju njihove atomske vezivne energije, a samim tim i efekti vezivanja. Na prvi pogled, MOLEROVO i BABINO RASEJANJE se čine veoma sličnim (SLIKA II.11). Međutim, u realnosti ove interakcije se razlikuju zahvaljujući česticama koje učestvuju u njima³². Elektroni iz elektron-pozitron parova mogu takođe anihilirati i ponovo biti stvoreni, što ukupnom efikasnom preseku doprinosi sa dodatnim kanalom interakcije.

30: eng. Christian Møller; danski fizičar.

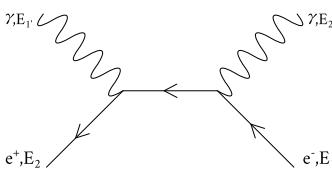
31: eng. Homi J. Bhabha; indijski fizičar.

32: Tip interakcije:

- MOLER: elektron-elektron rasejanje.
- BABA: elektron-pozitron rasejanje.



SLIKA II.11: Feynmanov dijagram procesa MOLEROVOG i BABINOG RASEJANJA. Dodatan kanal je ilustrovan za BABINO RASEJANJE[7].



SLIKA II.12: Feynmanov dijagram kanala ANIHILACIJE sa produktom dva fotona[7].

33: Ovaj proces se može modelovati preko Hajtlerove formule efikasnog preseka[84] (eng. Walter Heitler; nemački fizičar).

34: Takođe, anihilacija sa tri ili više fotona:

- $e^+ e^- \rightarrow ny \quad [n > 2]$

ili anihilacija sa jednim fotonom koja je moguća u Kulonovom polju atoma:

- $e^+ e^- N \rightarrow \gamma N^*$

se najčešće mogu jednostavno zanemariti.

Pored ovoga, granice ovih interakcija su takođe različite. Za elektron-elektron slučaj (MOLEROVO RASEJANJE) primarni elektron može predati maksimalno polovinu svoje energije sekundarnom elektronu ukoliko se usvoji konvencija da se primarnim elektronom smatra upravo onaj koji sa sobom odnosi veću količinu energije¹⁹. Za elektron-pozitron slučaj (BABINO RASEJANJE) pozitron može predati celokupnu svoju energiju elektronu iz elektronskog omotača o koji se rasejava.

Efikasni preseci ovih interakcija za različite sredine skaliraju sa rednim brojem Z . Takođe, efikasni presek aproksimativno skalira i sa brzinom rasejanog elektrona v kao $1/v^2$. Za razliku od ZAKOČNOG ZRAČENJA, MOLEROVO RASEJANJE rezultuje stvaranjem većeg broja nisko-energetskih sekundarnih čestica.

II.II.I.III ANIHILACIJA

Proces ANIHILACIJE se odnosi na "uništenje" tj. anihilaciju pozitrona sa elektronom prilikom čega dolazi do stvaranja i emitovanja dva fotona (SLIKA II.12). Za slučaj kada se pozitron nalazi u stanju mirovanja, svaki od emitovanih fotona će sa sobom nositi energiju od 511 keV (ekvivalent elektron/pozitron masi mirovanja), a sama emisija ovih fotona će se odigrati u istom pravcu ali suprotnim smerovima (dakle, pod π uglom). Za slučaj kada se pozitron ne nalazi u stanju mirovanja, tj. kada se kreće određenom brzinom, doći će do tzv. "In-Flight" ANIHILACIJE³³. U ovom slučaju kinetičku energiju pozitrona odnose emitovani fotoni. Ponovo, konvencionalno se uzima da su elektroni iz omotača slobodni³⁴. Interakcije višeg reda su znatno potisnuti relativno u odnosu na slučaj dva-tela (najmanje za faktor koji iznosi 1/137), dok se slučaj jednog-tela nadmeće sa slučajem dva-tela samo na isključivo visokim energijama na kojima efikasan presek ovog procesa postaje izuzetno mali. Ukoliko u simulaciji pozitron poživi dovoljno dugo da disipacijom svoje energije kroz interakcije dostigne definisanu cut-off vrednost on se tada uglavnom transformiše u dva fotona (tretirajući ga kao slučaj ANIHILACIJA u stanju mirovanja), sa ili bez modelovanja rezidualnog uzmaka.

II.II.I.IV VIŠESTRUKO RASEJANJE

Elastična rasejanja elektrona i pozitrona se pretežno dešavaju pod malim uglovima sa povremenim rasejanjem pod velikim uglom. Kada jezgra ne bi bila zaklonjena elektronskim omotačem efikasni preseci ovih rasejanja bi bili beskonačni. Bez obzira, oni su i dalje veliki. Upravo se ova rasejanja, usled velikog broja elastičnih Kulonovih interakcija, mogu modelovati kao proces VIŠESTRUKOG RASEJANJA. Danas je razvijeno nekoliko statističkih teorija koje se bave ovim konceptom, i sve su zasnovane na prepostavci da se čestice kreću u beskonačnoj homogenoj sredini.

MOLIJEROVA TEORIJA[85, 86]

(eng. Gert Molieré; nemački teoretičar)

35: Jedna od njih je tzv. FERMI-EJDŽISOVA TEORIJA[87] (eng. Leonard Eges; britanski fizičar) koja odbacuje mogućnost rasejanja pod većim uglovima i stoga nije pouzdana za precizan transport elektrona osim ako se ova rasejanja ne uključe na neki način.

36: MOLIÉRE-OVA TEORIJA ne pravi razliku između rasejanja elektrona i pozitrona, i koristi Raderfordove umesto preciznijih Motovih efikasnih preseka[89] (eng. Sir Nevill Francis Mott; britanski teoretičar).

Ova teorija, originalno razvijena kao TEORIJA MALIH UGLOVA³⁵, se pokazala da uz male modifikacije sasvim dobro previda rasejanja pod velikim uglovima[78, 88]. MOLIJEROVA TEORIJA ima jednostavnu analitičku formu i zahteva malu količinu pre-pronačunatih podataka³⁶[90]. Kako ova teorija važi samo za uglove rasejanja manjih od 20°, step veličina elektrona mora biti ograničena kako bi se zadovoljio ovaj uslov. Međutim, sa druge strane step veličina ne može biti ni previše mala jer teorija neće raditi ukoliko manje od 25 atoma ne učestvuje u interakciji tj. ukoliko nije uključen dovoljan broj ovih elastičnih rasejanja[91]. Ovaj nedostatak je takođe moguće korigovati[90], kao i nekolicinu drugih matematičkih korekcija vezanih za formalizam između TEORIJE MALIH UGLOVA i TEORIJE OSTALIH UGLOVA[92, 93].

GUDSMIT-SANDERSONOVA TEORIJA^[94, 95]

(eng. S. Goudsmit i J. L. Saunderson; američki fizičari)

Ova teorija predstavlja trenutno najprecizniju teoriju VIŠESTRUKOG RASEJANJA. Važi za bilo koji ugao rasejanja, a ujedno pokriva i širok interval step veličina. Takođe, za razliku od MOLIJEROVE TEORIJE ne zahteva prisustvo velikog broja atoma. Međutim, iako je teorija izuzetno precizna, uzorkovanje distribucija VIŠESTRUKOG RASEJANJA je komplikovano i kao takva nije fleksibilna i efikasna za neke Monte Karlo kodove u kojima fizički modeli i geometrija dinamično menjaju step veličinu elektrona³⁷ (poput npr. EGS4 transportnog koda^[13] koji implementira MOLIJEROVU TEORIJU).

II.II.II ZAUSTAVNA MOĆ

Zautavna moć predstavlja fizičku veličinu koja je opisana kao očekivana vrednost gubitka (T) kinetičke energije nanelektrisane čestice po jedinici dužine x . U sredini gustine ρ kroz koju se čestica kreće, masena zaustavna moć je definisana poput:

$$\frac{S}{\rho} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{dT}{dx} \right) \quad \text{u jedinici } [MeV \cdot cm^2/g] \quad (\text{II.12})$$

energetski gubitak T po jedinici dužine x

Komponenta zaustavne moći koja je posledica JAKIH (TVRDIH) i SLABIH (MEKIH) SUDARA se naziva **SUDARNA ZAUSTAVNA MOĆ S_{sud}** , dok se komponenta koja je posledica stvaranja sekundara u procesu ZAKOČNOG ZRAČENJA³⁸ naziva **EMISSIONA** ili **RADIJATIVNA ZAUSTAVNA MOĆ S_{rad}** . Za ove dve komponente važi relacija:

$$S = S_{sud} + S_{rad} \quad \text{ili maseni ekvivalentni: } \frac{S}{\rho} = \frac{S_{sud}}{\rho} + \frac{S_{rad}}{\rho} \quad (\text{II.13})$$

sudarna zaustavna moć
↓
↑ radijativna zaustavna moć

Domet elektrona R , sa inicijalnom tj. početnom kinetičkom energijom T_i , u sredini gustine ρ kroz koju se kreće, je definisan kao srednja vrednost njegovih putanja:

$$R = \int_0^{T_i} \left(\frac{S}{\rho}(T) \right)^{-1} dT \quad (\text{II.14})$$

SUDARNA ZAUSTAVNA MOĆ

Masena sudarna zaustavna moć je izvedena iz Beteove teorije slabih sudara^[79] i Molerovih diferencijalnih efikasnih preseka jakih sudara^[96]. Za pozitrone umesto Molerovih koriste se Babini diferencijalni efikasni preseci.

Masena sudarna zaustavna moć, S_{sud}/ρ , se može prikazati u obliku kao³⁹:

$$\frac{S_{sud}}{\rho} = \frac{2\pi r_e^2 m_e c^2}{u} \frac{1}{\beta^2} \frac{Z}{A} \left[\ln \left(\frac{T}{I} \right)^2 + \ln \left(1 + \frac{\tau}{2} \right) + F^\pm(\tau) - \delta \right] \quad (\text{II.15})$$

gde I predstavlja srednju ekscitacionu energiju⁴⁰, δ je faktor korekcije efekata gustine sredine⁴¹ kroz koju se čestica kreće, dok veličina $F^\pm(\tau)$ poprima oblik:

$$\xrightarrow{\text{za elektrone}} F^-(\tau) = (1 - \beta^2) \left[1 + \frac{\tau^2}{8} - \frac{(2\tau + 1)}{\ln 2} \right]$$

$$\xrightarrow{\text{za pozitrone}} F^+(\tau) = 2 \ln 2 - \left(\frac{\beta^2}{12} \right) \left[23 + \frac{14}{(\tau + 2)} + \frac{10}{(\tau + 2)^2} + \frac{4}{(\tau + 2)^3} \right]$$

37: Kodovi koji koriste šemu fiksnih step veličina, poput ETRAN^[17] i MCNP^[19] kodova, sasvim uspešno implementiraju GUDSMIT-SANDERSONOVU TEORIJU.

38: Gubitak kinetičke energije u okviru tzv. "In-Flight" ANIHILACIJA uglavnom nije obuhvaćen u okviru zaustavne moći kako se ove interakcije smatraju diskretnim i kao takve se često zasebno uраčunavaju.

39: Veličine/konstante:

$$\beta = \frac{v}{c}, \quad v - \text{brzina elektrona}$$

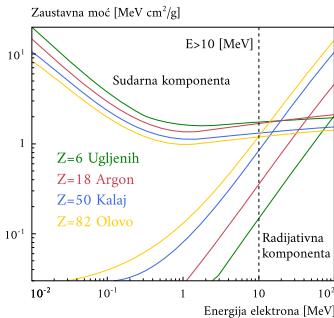
$$\tau = \frac{T}{m_e c^2}, \quad T - \text{gubitak energije}$$

$$\frac{2\pi r_e^2 m_e c^2}{u} = 0.151536 \left[\frac{MeV \cdot cm^2}{g} \right] \quad \text{PDG} \checkmark$$

40: Srednja ekscitaciona energija je data kao srednja vrednost svih ionizacionih i ekscitacionih potencijala atoma unutar zaustavne sredine. Kako ova veličina ne zavisi od tipa čestica koje se kreću kroz sredinu, vrednosti joj se često određuju merenjem teških nanelektrisanih čestica.

41: Korekcija na efekte gustine sredine uраčunava smanjenje sudsarne zaustavne moći kao posledice polarizacije od strane propagirajućih čestica. Ova korekcija je značajna za guse sredine i visoke energije.

RADIJATIVNA ZAUSTAVNA MOĆ



SLIKA II.13: Komponente zaustavne moći za slučaj različitih elemenata. Radijativna komponenta preovladava u odnosu na sudarnu komponentu zaustavne moći na energijama incidentnih elektrona većih od 10 MeV bez obzira na prirodu sredine[7].

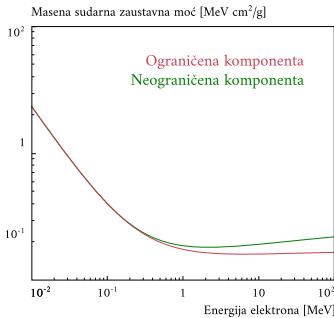
Masena radijativna zaustavna moć je izvedena iz Beteove i Hajtlerove teorije[97]. Ova veličina se može prikazati u obliku kao:

$$\frac{S_{rad}}{\rho} = \sigma_0 \frac{N_A Z^2}{A} (T + m_e c^2) \bar{B}_r \quad \rightarrow \quad \sigma_0 = \frac{1}{137} \left(\frac{e^2}{m_e c^2} \right)^2 \quad (\text{II.16})$$

gde je \bar{B}_r funkcija koja sporo varira u intervalu (16/3, 15) za energije do 100 MeV.

Na **SLICI II.13** su ilustrovane masene sudsarne i radijativne zaustavne moći kod različitih elemenata u zavisnosti od energije incidentnog elektrona. Kako je sudsarna zaustavna moć proporcionalna gustini elektrona ($\propto Z/A$, **JEDNAKOST II.15**), ova komponenta je veća za luke elemente. Sa druge strane, radijativna komponenta je veća za teške elemente ($\propto Z^2/A$, **JEDNAKOST II.16**). Međutim, na energijama incidentnih elektrona iznad 10 MeV bez obzira na sredinu kretanja radijativna komponenta preovladava u odnosu na sudsarnu komponentu zaustavne moći.

OGRANIČENA ZAUSTAVNA MOĆ



SLIKA II.14: Masena sudsara zaustavna moć u vodi (ograničena i neograničena).

Ograničena sudsara zaustavna moć predstavlja ideo sudsarne zaustavne moći koji je odgovoran za transfer energije na sekundarne čestice ispod vrednosti cut-off energije (Δ). Slično, ograničena radijativna zaustavna moć predstavlja ideo radijativne zaustavne moći koji je odgovoran za stvaranje BREMSTRAHLUNG fotona ispod cut-off energije. **SLIKA II.14** ilustruje komparaciju ograničene i neograničene sudsare zaustavne moći u vodi. Kako primarni elektron može izgubiti maksimalno polovicu svoje kinetičke energije, krive su identične ispod 2Δ . Ograničene zaustavne moći se koriste u CHM-u klase II kod transporta elektrona.

DIGRESIJA: Condensed History Method

abbrv. CHM

CHM⁴² se koristi za simulaciju velikog broja KULONOVIH INTERAKCIJA elektrona u jednom step-u. Implementacija CHM metode se može kategorizovati u dve klase.

42: U granicama malih putanja elektrona CHM konvergira prema egzaktnom rešenju Boltmanove jednačine transporta[98] (eng. Ludwig E. Boltzmann; austrijski fizičar).

KLASA I: Ovde se sveukupni efekti svih elektronskih interakcija uračunavaju **CSDA modelom**. Elektroni propagiraju kao serija step-ova, sa veličinom step-a odabranom u skladu sa predefinisanim vrednostima gubitaka energije[99]. Gubitak energije se proračunava iz neograničene zaustavne moći, dok se ugao rasejanja tipično uzorkuje preko **GUDSMIT-SANDERSONOVE DISTRIBUCIJE**. Uključeno je takođe i generisanje DELTA ELEKTRONA¹⁹, ali ne postoji direktna veza između energije i pravca primarnog elektrona i emisije DELTA ELEKTRONA.

43: Ugaona rasejanja DELTA ELEKTRONA se u ovoj klasi u principu računaju duplo kao posledica toga što proces VIŠESTRUKOG RASEJANJA pored ostalog uzima u obzir i rasejanja od orbitalnih elektrona, mada je njihov doprinos uglavnom zanemarljiv.

KLASA II: Ovde korisnik mora definisati cut-off vrednosti za sekundarne elektrone i fotone. Čestice koje se generišu sa energijama većim od cut-off vrednosti se simuliraju kao diskretni događaji. Gubitak energije primarne čestice (elektrona) odgovara energiji sekundarne čestice. Veličina step-a se nasumično uzorkuje iz efikasnih preseka dok se gubitak energije uračunava preko ograničenih zaustavnih moći⁴³. U principu implementacija ove klase je preciznija, iako su razlike u simulaciji u odnosu na one koje implementiraju prvu klasu minimalne, osim u nekim specijalnim slučajevima i primenama[90].

II.II.III MEHANIZMI TRANSPORTA ELEKTRONA

SIMULACIJA TRAGA ELEKTRONA koji se transportuje kroz određenu sredinu je ilustrovana na **SLICI II.15**. Duž trajektorije elektron kontinualno gubi svoju energiju putem raznih procesa. Kao posledica VIŠESTRUKOG RASEJANJA step traga elektrona je podeljen na pravolinjske segmente koji se nazivaju substep-ovima.

Na kraju svakog substep-a ugao rasejanja se uzorkuje prateći distribuciju jedne od teorija koje opisuju proces VIŠESTRUKOG RASEJANJA (**POGLAVLJE II.I.IV**). Sve proizvedene sekundarne čestice (u slučaju sa **SLIKE II.15**) odnosi se na sekundarni elektron kao posledica MOLEROVOG RASEJANJA) se zasebno transportuju i prate na sličan način. Primarna čestica, ukoliko nakon interakcija i dalje poseduje energiju veću od cut-off vrednosti se takođe transportuje dalje kroz sredinu. Upravo ovo fundamentalno predstavlja ono što mehanizam transporta elektrona simulira.

SLIKE II.16 ilustruje uvećan substep elektrona. Za razliku od fotona elektroni prolaze kroz znatno veći broj interakcija, i stoga je neophodno imati određeni algoritam koji će uračunati zakrivljene putanje elektrona kao posledice VIŠESTRUKIH RASEJANJA unutar posmatranog (sub)step-a. Kako bi se izračunao gubitak energije tokom substep-a neophodna je ukupna dužina zakrivljene trajektorije čestice t . Jasno se vidi kako dužina putanje t nije jednaka njenom geometrijskom tragu l .

Trag l predstavlja projekciju realne putanje na inicijalni pravac kretanja čestice na početku substep-a, tj. najkraće rastojanje između inicijalne \vec{x}_i i finalne tačke prostora \vec{x}_f . Zakrivljenost putanje se može uračunati PLC⁴⁴ korekcijom poput:

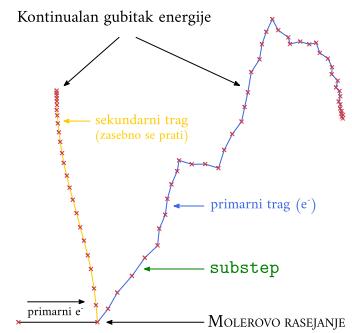
$$\text{PLC} = \frac{t - \langle l \rangle}{l} \quad (\text{II.17})$$

Ova korekcija je značajna osim u slučaju visokih kinetičkih energija elektrona. Iako ne postoji zadovoljavajuća teorija koja opisuje vezu između t i l , PLC korekcija se ne bi trebala zanemariti osim za slučaj kada se koriste izuzetno mali substep-ovi.

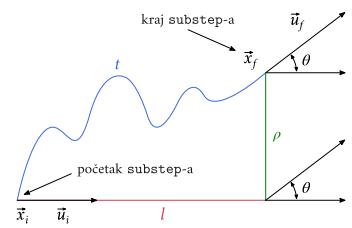
Lateralni (bočni) pomeraj predstavlja normalno rastojanje na inicijalan pravac kretanja elektrona nakon transporta unutar substep-a i dat je kao ρ na **SLICI II.16**. Većina Monte Karlo kodova za transport elektrona ignoriše ovaj faktor kako ne uvodi značajne promene, tačnije onda kada se koriste mali substep-ovi. Međutim, to ne znači da se lateralni transport ne modeluje. Sa **SLIKE II.15** se može jasno uočiti ovaj transport kao posledica VIŠESTRUKIH RASEJANJA. Dakle, ovaj transport se ne ignoriše tokom step-a već samo tokom substep-a. Drugim rečima, što je veličina substep-ova manja⁴⁵ to je i simulacija putanje elektrona preciznija.

II.II.IV ALGORITAM TRANSPORTA ELEKTRONA

A LGORITAM TRANSPORTA ELEKTRONA u pojednostavljenoj formi, kao i za obe **CHM klase**⁴⁶, je ilustrovan na **SLICI II.17**. Tok algoritma transporta elektrona je veoma sličan onom kod fotona (**SLIKE II.8**). Fundamentalna razlika između ova dva algoritma se naravno odnosi na samu prirodu interakcija koje ove čestice doživljavaju kao i na dodatan mehanizam kontinualnog gubitka energije i VIŠESTRUKIH RASEJANJA kod elektrona koji su uračunati putem **CSDA modela**. Najveći deo simacionog vremena se utroši na modelovanje substep-ova usled VIŠESTRUKIH RASEJANJA i na uračunavanje gubitka energije između diskretnih interakcija. Transport pozitrona se odvija istim algoritmom kao i kod elektrona. Pre svega, parametri elektrona (poput energije, pravca kretanja, itd.) se postavljaju na vrh Stack⁴⁷-a. Algoritam transporta elektrona uzima prvo ove parametre i ispituje da li je energija čestice tj. elektrona veća od transportne cut-off vrednosti.



SLIKE II.15: Putanja elektrona u simulaciji. Vertikalna skala je ilustrativno uvećana[7].



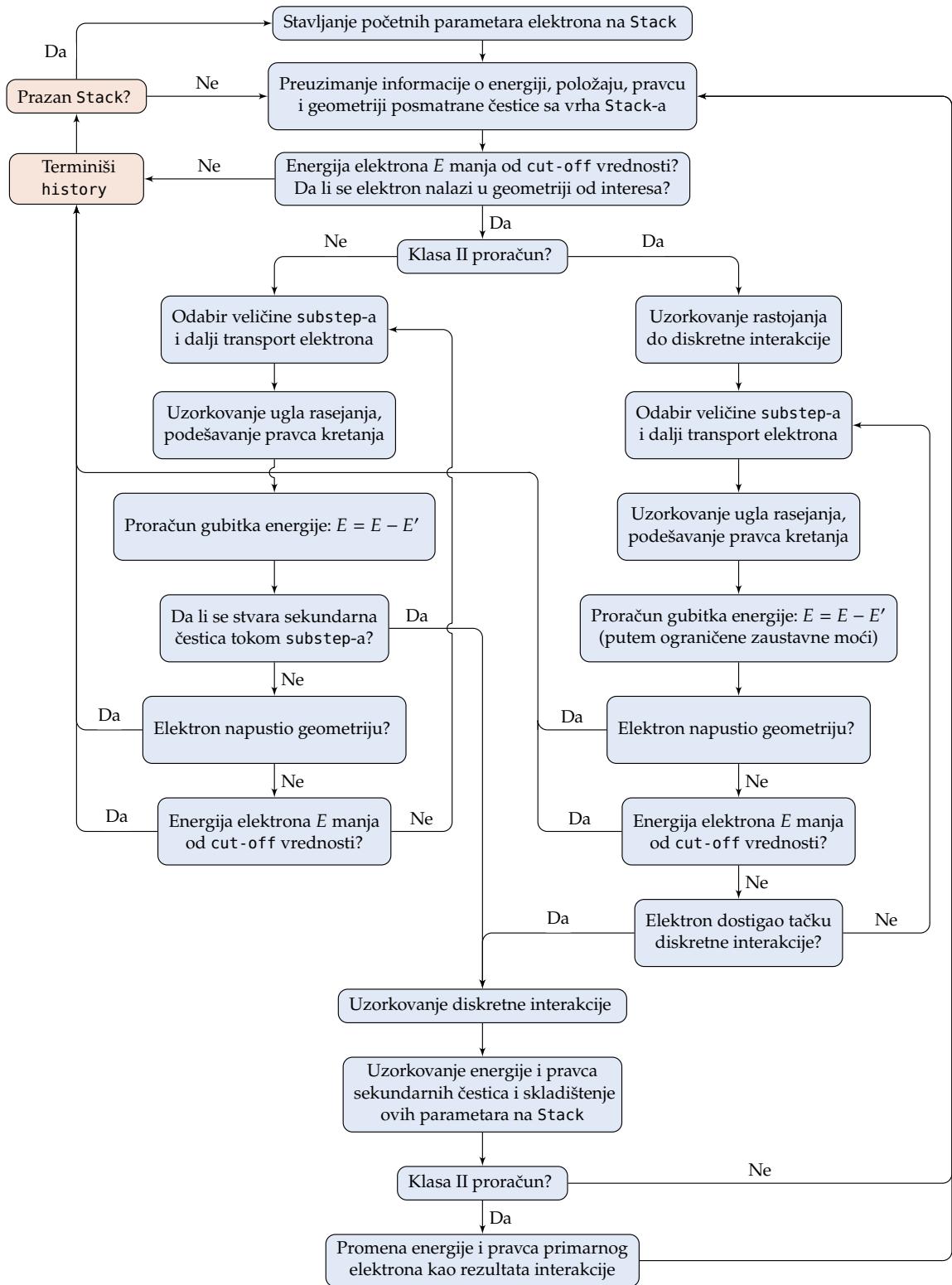
SLIKE II.16: Tipičan substep prikazujući realnu putanju l i ugao rasejanja u finalnoj tački θ . Inicijalni pravac substep-a dat je kao \vec{u}_i dok je finalni pravac dat kao \vec{u}_f .

44: eng. PATH-LENGTH CORRECTION, PLC.

45: Prostorne i ugaone momente čestica, kao i njihov međusobni odnos, najbolje opisuje Luvisova teorija[100] (eng. Harold W. Lewis; američki fizičar). Uticaj veličine step-a na konačan rezultat simulacije se može smanjiti ako se ρ i PLC uračunaju.

46: Za slučaj implementacije klase I nije neophodno uzorkovanje veličine step-a kako su njene vrednosti predefinisane. U specijalnom slučaju gde elektron dostiže geometrijsku granicu, veličina step-a se mora redukovati dok se ugao rasejanja mora uzorkovati iz zasebne distribucije. Gubitak energije elektrona se uglavnom uzorkuje Landauovom distribucijom[99].

Za slučaj implementacije klase II, step se uzorkuje iz ukupnog efikasnog preseka. Proračun gubitka energije se izvodi kao produkt ograničene sudarne zaustavne moći (**POGLAVLJE II.II.II**) i traga elektrona.



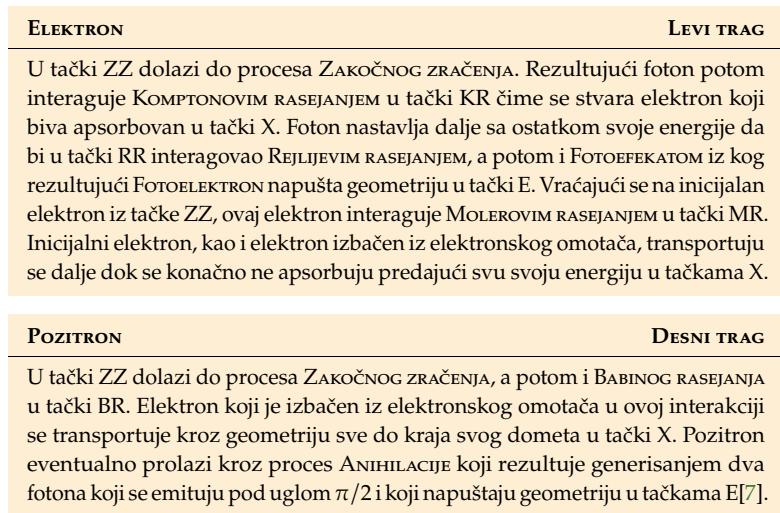
SLIKA II.17: Pojednostavljen algoritam transporta elektrona. Transport pozitrona se tretira istim transportnim algoritmom kao i kod elektrona[7].

Ako se na vrhu Stack-a ne nalazi ni jedan elektron, kontrola se predaje algoritmu transporta fotona. Ukoliko je energija inicijalnog elektrona dovoljno velika u smislu njegovog mogućeg transporta, uzorkuje sledeća tačka (diskretne/tvrde) interakcije.

Na kraju transporta određuje se ugao rasejanja, a time se menja i pravac kretanja elektrona. Od elektrona se potom oduzima i "kontinualan" gubitak energije usled Višestrukih rasejanja. Elektron se terminiše ako kao rezultat transporta napusti geometriju. U suprotnom, ako dostigne tačku diskretnog interakcije, iz efikasnih preseka se uzorkuje tip interakcije. Rezultujuće sekundarne čestice se postavljaju na vrh Stack-a tako da se prvo stavlju čestice nižih energija. Nakon ovoga, podešava se energija i pravac inicijalnog elektrona i ceo proces se iznova ponavlja⁴⁷ [7].

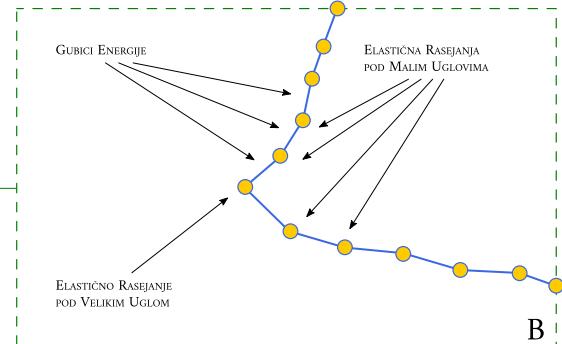
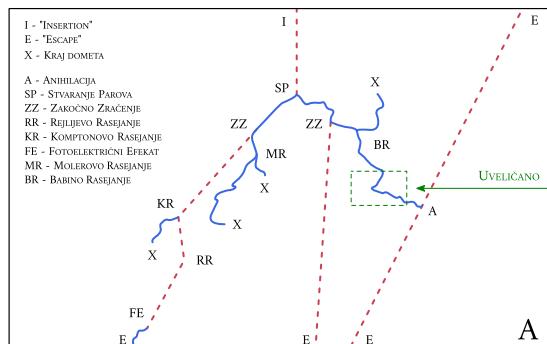
II.III FOTON-ELEKTRON MODEL

MODEL FOTON-ELEKTRON TRANSPORTA je ilustrovan na **SLIKI II.18**. Simulacija počinje ulaskom fotona u geometriju u tački I. Ovaj foton se transportuje da bi u tački SP prošao kroz proces STVARANJA PAROVA koji rezultuje e^-e^+ parom.



47: KRATAK OPIS ALGORITMA:

Parametri (energija, pravac kretanja, itd.) se postavljaju na vrh Stack-a. Algoritam prvo proverava da li je energija elektrona veća od cut-off vrednosti. Ukoliko nije, elektron se odbacuje, ali ne u smislu da se "briše" već se algoritmi koji se koriste za prikupljanje podataka obaveštavaju da se elektron skida sa transportnog algoritma. Ukoliko na Stack-u nema više elektrona kontrolu preuzima algoritam za transport fotona. U suprotnom, sledeći elektron sa Stack-a se transportuje. Kao i kod foton, ako je energija dovoljno velika uzorkuje se sledeća tačka interakcije. Određuje se substep i elektron se transportuje kroz sredinu, uzimajući u obzir i geometrijska ograničenja. Na kraju transporta određuje se ugao rasejanja, a od energije elektrona se oduzima kontinualan gubitak. Ukoliko elektron kao rezultat transporta napusti geometriju od interesa onda se taj elektron terminiše. Potom se ispituje da li je energija elektrona pala ispod cut-off vrednosti kao posledica transporta. Ako elektron nije dostigao sledeću tačku interakcije nov substep se simuliра. Ova unutrašnja petlja podleže najvećoj upotrebi kako elektron često prođe kroz mnoštvo substep-ova između dve tačke interakcije (SLIKA II.18). Ukoliko elektron uspe da stigne do sledeće tačke diskretnog interakcije, iz efikasnih preseka se uzorkuje tip interakcije koju će doživeti. Sekundarne čestice koje nastaju iz ovih interakcija se vraćaju nazad na vrh Stack-a, predviđeno diferencijalnim efikasnim presecima, tj. drugim rečima na vrh se prvo šalju čestice nižih energija. Nakon ovoga, podešavaju se parametri elektrona i ceo proces se iznova ponavlja dok se Stack u potpunosti ne isprazni. Tada kreće simulacija novog primarnog elektrona, odnosno počinje nov history.



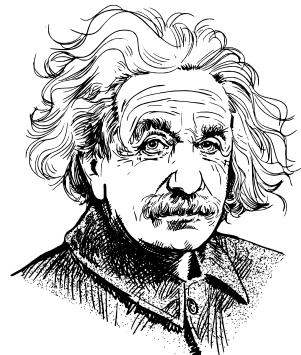
SLIKA II.18: Foton-elektron model. Fotoni su ilustrovani isprekidanim crvenim linijama, dok su elektroni i pozitroni ilustrovani punim plavim linijama. **SLIKA A:** Globalna slika foton-elektron transporta. **SLIKA B:** Uvećana trajektorija posmatranog pozitrona. U svakoj tački interakcije, prikazana punim žutim krugovima, čestica (pozitron) usled rasejanja menja svoj pravac kretanja. Transporti elektrona i pozitrona u smislu CHM proračuna su identični. Depozicija energije prema CSDA modelu se može smatrati da se odigrava bilo gde duž ovih segmenta tj. substep-ova.

DETEKTORI ZRAČENJA TEHNIKE γ -SPEKTROMETRIJE

III

"If you can't explain it simply you don't understand it well enough."

- Albert Anštajn



III.I DETEKTORI ZRAČENJA

ZRAČENJE I INSTRUMENTI NJENOG DETEKTOVANJA predstavljaju osnovu na kojoj je danas poznat svet nuklearne fizike izgrađen. Ovaj prirodni fenomen je vremenom izazivao sve veće interesovanje u naučnoj zajednici i shodno tome u cilju boljeg razumevanja se morao na neki način i kvantifikovati, što se upravo postiglo razvijanjem raznih tipova detektora. U eksperimentalnoj nuklearnoj fizici, detektori zračenja, ili čestični detektori, predstavljaju grupu instrumenata koji imaju za cilj da detektuju, isprate i identifikuju čestice merenjem nekih od njihovih karakteristika. U interakciji sa česticama ovi detektori stvaraju signale koji se dalje koriste u interpretaciji same prirode integrujućih čestica. Ovi signali se dobijaju uz pomoć tzv. aktivne zapremine detektora (unutar koje se odigrava i registruje sama interakcija, bio to neki poluprovodnički materijal kod SSDTEKTOARA ili komora ispunjena gasom kod GASNIH DETEKTOARA) i readout sistema koji je odgovoran za formiranje signala koji se dalje šalje sistemu za akviziciju tj. prikupljanje podataka.

Princip rada svih detektora zračenja se svodi na pretvaranje deponovane energije čestice iz aktivne zapremine u signal koji se potom može izmeriti (bio to napon, struja, toplota, svjetlost, itd.) i koji naravno zavisi od dinamičkih karakteristika čestice (energija, moment, nakelektrisane, masa, itd.). U zavisnosti od vrste čestice razvijene su različite tehnike njenog detektovanja, i shodno tome univerzalan i jedinstven detektor koji bi bio senzitivan na sve vrste čestica još uvek ne postoji¹.

Danas postoji nekoliko različitih tipova detektora², i u zavisnosti od vrste čestice kojoj su namenjeni, uglavnom se mogu svrstati u dve osnovne kategorije:

- ▶ **GASNI DETEKTORI**
GASNE (JONIZACIONE) KOMORE
 - VARNIČNE KOMORE
 - JONIZACIONE KOMORE
 - PROPORCIONALNI BROJAČI
 - GAJGER-MILEROVI BROJAČI

- ▶ **SSDTEKTOARI**
eng. SOLID-STATE DETECTOR
 - SCINTILACIONI DETEKTORI
 - ČERENKOVLJEVI DETEKTORI
 - **POLUPROVODNIČKI DETEKTORI**

III.II POLUPROVODNIČKI DETEKTORI

POLUPROVODNIČKI DETEKTORI su danas utemeljili široku primenu u raznim granama nuklearne fizike. Ovi detektori su zahvaljujući gustini materijala koji ih sačinjavaju znatno manjih dimenzija od JONIZACIONIH KOMORA. Među svim, poluprovodnički detektori obezbeđuju najbolju energetsku rezoluciju³ ($\sim 0.3\%$).

III.I	DETEKTORI ZRAČENJA	37
III.II	POLUPROVODNIČKI DETEKTORI	37
III.II.I	KARAKTERISTIKE GERMANIJUMA	40
III.II.II	OPERATIVNE KARAKTERISTIKE	44
III.III	OSNOVI γ -SPEKTROMETRIJE	46
III.III.I	EVALUACIJA γ -SPEKTRA	46
III.III.II	KALIBRACIJA γ -SPEKTROMETRA	49

1: Tako se npr. detektor fotona neizbežno mora razlikovati od detektora miona kako je reč o potpuno različitim vrstama čestica.

2: Ukratko su opisani poluprovodnički detektori kako je ovde radeno sa njima. Detaljnije o principima na kojima se ostali detektori zračenja zasnivaju u: [101–106].

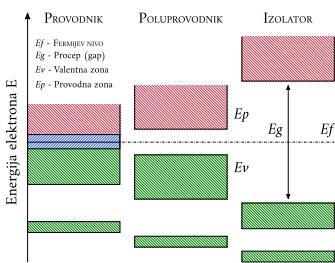
3: Scintilacioni detektori takođe mogu biti izgrađeni od čvrstih i gustih materijala. Doduše, energija koja bi bila neophodna kako bi se stvorili nosioci nakelektrisanja odgovorni za generisanje signala bi bila u ovom slučaju relativno velika ($\sim 100 \text{ eV}$). Posledično, interakcije γ -fotona bi stvorile mali broj nosioca nakelektrisanja što bi u krajnjem rezultatuvalo slabom energetskom rezolucijom (reda oko $\sim 10\%$). Nasuprot, poluprovodnički detektori obezbeđuju znatno bolju energetsku rezoluciju kako su sačinjeni od materijala umutar kojih se stvara znatno više nosioca nakelektrisanja.

4: Šupljina, koja se opisuje kao odsustvo elektrona, takođe doprinosi električnoj provodljivosti posmatranog materijala. Suprotno elektronu, šupljina predstavlja pozitivno nanelektrisanje i kreće se u smeru suprotnom od smera električnog polja.

- 5: Najviša okupirana elektronska orbitala.
- 6: Najniža slobodna elektronska orbitala.

Fundamentalan princip rada poluprovodničkih detektora se zasniva na merenju energije koju čestica interakcijom deponuje u aktivnoj zapremini, što u ovom slučaju oslobađa nosioce nanelektrisanja (elektrone i šupljine) u oblasti pražnjenja koja se nalazi sa bilo koje strane $p - n$ spoja ([POGLAVLJE III.II.1.1](#)) u diferencijalno dopiranom poluprovodniku. Kretanjem kroz zapreminu detektora (kristala) ovi nosioci nanelektrisanja indukuju merljivu struju na elektrodama. Ove elektrode su spojene na readout sistem, koji indukovani strujni pretvara u naponske signale koji se potom pojačavaju, filteruju i analiziraju. Prikupljeno nanelektrisanje, kao posledica interakcije, u funkciji vremena može pružiti informaciju o energiji same interakcije, njene pozicije u prostoru, kao i trenutka u kom se ona odigrala.

Električna svojstva čvrstih materijala se opisuju tzv. ZONAMA. Intervali energija koje elektron u datom materijalu može tj. ne može imati se nazivaju dozvoljenim tj. zabranjenim zonama. Valentna zona predstavlja najvišu okupirana elektronska ljsku (orbitalu), dok provodna zona opisuje orbitale koje elektroni mogu naseliti samo onda kada se nađu u eksitovanom odnosno pobuđenom stanju. Elektroni koji eksitacijom dobiju dovoljnu količinu energije da nasele provodnu zonu se mogu slobodno kretati u materijalu, doprinoseći time njegovoj električnoj provodljivosti⁴. Oblast između valentne i provodne zone, tzv. PROCEP, definiše razliku u energiji između gornje ivice valentne⁵ i donje ivice provodne zone⁶.



SLIKA III.1: Šema energetskih nivoa tј. zona kod provodnika, poluprovodnika i izolatora. Čak i na temperaturi apsolutne nule ($T = 0 \text{ K}$) provodnici imaju parcijalno okupirano provodnu zonu (plava). Kod izolatora i poluprovodnika **FERMIJEV NIVO** leži u sredini između okupiranje valentne i slobodne provodne zone. Veličina oblasti koja razdvaja ove zone predstavlja jedinu razliku između izolatora i poluprovodnika.

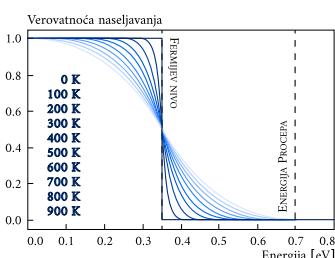
Na osnovu električnih karakteristika materijali se mogu svrstati u tri grupe:

- I: **IZOLATORI,**
- II: **PROVODNICI,**
- III: **POLUPROVODNICI.**

Struktura ovih zona je ilustrovana na [SLICI III.1](#). Kod provodnika se elektroni mogu slobodno kretati između zona za razliku od poluprovodnika i izolatora kod kojih se između zona nalaze zabranjena energetska stanja. U ovom slučaju elektroni da bi savladali ovu oblast i prešli iz valentne u provodnu zonu se moraju eksitovati. Kod poluprovodnika ova oblast je relativno mala (reda $\sim eV$), ali je i dalje dovoljna da onemogući slobodno kretanje elektrona između ove dve zone. Kod izolatora ova oblast je veća (reda $\sim 3 \text{ eV}$ ili više) i shodno tome neophodno je uložiti veću količinu energije kako bi se omogućilo slobodno kretanje elektrona.

FERMIJEV NIVO

- 7: Elektroni se grupišu u spinske parove ($\uparrow\downarrow$) naseljavajući postepeno energetska stanja idući od nižih ka višim energijama.



SLIKA III.2: FERMIJEVA FUNKCIJA u slučaju germanijuma za temperature 0 – 900 K. Najniže stanje provodne zone i FERMIJEV nivo su prikazani isprekidanim linijom. Kako se elektroni u poluprovodnicima mogu aproksimirati modelom slobodnih elektrona^[107] FERMIJEV NIVO se koristi kao referentni nivo posmatranog materijala.

Opšte je poznato iz PAULIEVOG PRINCPA ISKLJUČENJA^[108] (eng. Wolfgang Ernst Pauli, austrijski teoretičar) da se fermioni istih kvantnih brojeva ne mogu naći na istom energetskom stanju⁷. Najviše energetsko stanje koje elektron može naseliti na temperaturi apsolutne nule ($T = 0 \text{ K}$) se naziva **FERMIJEV NIVO**. Kod provodnika, FERMIJEV NIVO se nalazi unutar dozvoljene zone, tj. dozvoljene i zabranjene zone se preklapaju. Slabo vezani valentni elektroni blizu FERMIJEVOG NIVOA se veoma lako pobuđuju, i uz malu količinu kinetičke energije se slobodno kreću kroz materijal doprinoseći njegovoj električnoj provodljivosti. Suprotno, kod izolatora i poluprovodnika FERMIJEV NIVO se nalazi u zabranjenoj zoni. Ovaj nivo se kod poluprovodnika u odnosu na izolatore nalazi nešto bliže valentnoj i provodnoj zoni, i ugrubo se nalazi negde u sredini ove oblasti na pola puta od svake zone.

Verovatnoća naseljavanja nivoa je data FERMIJEVOM FUNKCIJOM ([SLIKA III.2](#)) kao:

$$f(E) = \frac{1}{e^{(E-E_f)/k_b T} + 1} \quad (\text{III.1})$$

gde E predstavlja energiju posmatranog stanja, E_f je energija FERMIJEVOG NIVOA, k_b je Boltmanova konstantna, dok je T temperatura. Na temperaturi apsolutne nule, FERMIJEVA FUNKCIJA poprima vrednost 1 za sva stanja ispod energije FERMIJEVOG NIVOA i za sva ostala stanja. Ovo znači da će biti naseljena samo stanja koja se nalaze

ispod FERMJEVOG NIVOA. Na temperaturama iznad apsolutne nule, javlja se ne-nulta verovatnoća za naseljavanje drugih stanja. **SLIKA III.2** ilustruje FERMJEVU FUNKCIJU za slučaj germanijuma na nekoliko različitih temperatura. Kod germanijuma oblast između valentne i provodne zone iznosi oko $\sim 0.7 \text{ eV}$ sa FERMJEVIM NIVOOM negde na polovini između zona reda oko $\sim 0.35 \text{ eV}$ (**TABELA III.1**). Kako temperatura polako raste, sve više i više elektrona naseljava provodnu zonu[104].

JONIZACIONA ENERGIJA

Prisetimo se, oblast između valentne i provodne zone (procep) definiše minimalnu energiju neophodnu za stvaranje elektron-šupljina para. Jonizaciona energija je veća od ove vrednosti kako ona definiše srednju energiju neophodnu za stvaranje ovih parova⁸. Germanijum predstavlja indirektni poluprovodnik; minimum provodne zone odgovara nenultom momentu. Drugim rečima, kada se elektron pobuđuje sa vrha valentne na minimum provodne zone, zahteva se promena kako u energiji tako i u momentu. Prema tome, iako je procep germanijuma svega 0.67 eV , jonizaciona energija elektron-šupljina para iznosi 2.96 eV .

Jonizaciona energija poluprovodničkog materijala limitira energetsku rezoluciju koja se njime može postići. Vrednost jonizacione energije, uz još neka dodatna karakteristike poluprovodnika koji se koriste u izgradnji detektora zračenja, je navedena u **TABELI III.1**. Među ovim materijalima germanijum ima najmanju vrednost oblasti između valentne i provodne zone⁹. Preko celog energetskog intervala, statističke fluktuacije u broju stvorenih nosioca nanelektrisanja na dator energiji interakcije fundamentalno postavljaju granicu na energetsku rezoluciju koja se može postići. Ova statistička nesigurnost se jasno redukuje povećanjem broja nosioca nanelektrisanja u poluprovodničkom materijalu[104].

MATERIJAL	GUSTINA [g/cm ³]	SREDNJI REDNI BROJ	PROCEP [eV]/[300K]	JONIZACIONA ENERGIJA [eV]
Si	2.33	14	1.115	3.76
Ge	5.32	32	0.665	2.96
CdZn _{0.9} Td _{0.1}	5.78	49.1	1.57	4.64

TIPOVI NEČISTOĆA KOD POLUPROVODNIKA

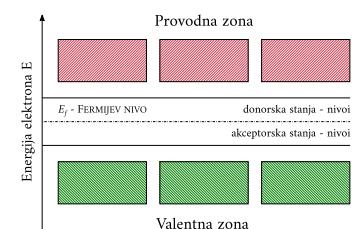
Materijali sa jednakim brojem elektrona u provodnoj i šupljina u valentnoj zoni se nazivaju unutrašnjim ili intrističnim poluprovodnicima. U realnosti uvek postoji prisustvo određenih hemijskih nečistoća koje mogu uticati na električna svojstva materijala i time narušiti ravnotežu između elektrona i šupljina. Međutim, ove nečistoće se takođe ciljano mogu implantirati procesima poput difuzije, jonske implantacije, ili pak zahvatom neutrona propraćenog β -raspadom. Ovaj proces se naziva DOPIRANJEM, u okviru kog dolazi do modifikacije inicijalne strukture zona, a time posledično i električnih karakteristika materijala.

Nečistoće mogu biti *p*- ili *n*-tipa. Nečistoće *p*-tipa doniraju šupljinama, dok nečistoće *n*-tipa doniraju elektronima. Atomi donora se uglavnom biraju da budu slični u veličini i drugim karakteristikama kao atomi rešetke kako bi se maksimalno umanjile promene u samoj strukturi kristalne rešetke poluprovodnika. Donori *n*-tipa moraju imati jedan više valentni elektron u poređenju sa atomima poluprovodnika. Tako je na primer za silikon ($Z = 14$, IV grupa) fosfor uobičajen donor ($Z = 15$, V grupa). Slično, bor ($Z = 5$, III grupe) se može koristiti kao *p*-tip nečistoće. Ukoliko kristal ima više nečistoća *p*-tipa u poređenju sa *n*-tipom, onda se on odnosi kao na *p*-tip poluprovodnika. Sa druge strane, ukoliko je broj nečistoća *n*-tipa veći u poređenju sa *p*-tipom, u pitanju je poluprovodnik *n*-tipa.

8: Jonizaciona energija je u proseku veća od vrednosti procea između zona obzirom da pored jonizacionog kanala postoje i drugi kanali disipacije energije, npr. kanal disipacije generisanjem fonona.

9: Mali procep kod germanijuma koji mu obezbeđuje dobru energetsku rezoluciju ga čini i manje praktičnim. Ovaj procep je toliko mali da se nosioci nanelektrisanja praktično mogu termalno eksicitovati na sobnoj temperaturi što posledično dovodi do tzv. "CURENJA STRUJE". Za razliku od *Si* i *CdZn_{0.9}Td_{0.1}* koji se mogu koristiti na sobnoj temperaturi, *Ge* se mora ohladiti na temperaturu tečnog azota (reda $\sim 77 \text{ K}$).

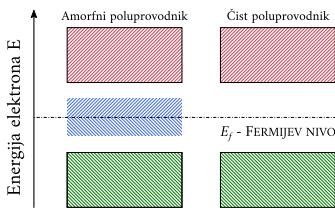
TABELA III.1: Karakteristike tri najčešća korišćena poluprovodnička materijala u izgradnji detektora zračenja korišćenih u γ -spektrometriji (**POGLAVLJE III.III**). Od izloženih materijala najmanju jonizacionu energiju, a samim tim i najmanju granicu na energetsku rezoluciju ima germanijum. Podaci tabele[104] su preuzeti iz: [109–111].



SLIKA III.3: Efekat nečistoća *p*- i *n*-tipa na strukturu zona kod poluprovodnika.

Elektroni iz nečistoća *n*-tipa okupiraju stanja bliža provodnoj u odnosu na ona bliža valentnoj zoni (donorska stanja). Sa druge strane *p*-tip nečistoća obezbeđuju stanja koja su niža od stanja provodne zone čistog poluprovodnika (akceptorska stanja). Drugim rečima, energetska stanja koja *n*- ili *p*-tip nečistoća uvođe smanjuju oblast između provodne i valentne zone posmatranog materijala poluprovodnika.

AMORFNI POLUPROVODNICI



SLIKA III.4: Efekat amorfognog sloja na zone poluprovodnika za slučaj germanijuma.

Kod amorfnih poluprovodnika p - ili n -kontakti se pored klasičnog DOPIRANJA mogu ostvariti i drugim alternativnim načinima. Tako je na primer prednost korišćenja amorfognog germanijuma u formiranju kontakta kod HPGe detektora (eng. HIGH-PURITY GERMANIUM, abbrv. HPGe) pojednostavljena i poprilično trivijalna segmentacija elektroda[112–114]. Atomi kod amorfognog poluprovodnika su ugrubo raspoređeni unutar kristalne rešetke, zbog čega su podložni većoj stopi defekata unutar rešetke u poređenju sa čistim poluprovodnicima (**SLIKA III.4**). Veliki broj ovih defekata rezultuje slobodnim energetskim stanjima. Obzirom da amorfni sloj germanijuma obezbeđuje stanja koja su blizu kako provodne tako i valentne zone, ovaj materijal se može dopirati kako i donorskim tako i aksceptorskim nečistoćama.

III.II.I KARAKTERISTIKE GERMANIJUMA

GERMANIJUM je među svim poluprovodnicima najbolji izbor za detekciju (γ) zračenja. Za razliku od Si ($Z = 14$), Ge ($Z = 32$) je gušći materijal i kao takav je pogodniji u detekciji usled većih atenuacionih koeficijenata (**POGLAVLJE II.I.II**). Pored ovoga, manji procep mu obezbeđuje znatno bolju energetsku rezoluciju ($\sim 0.3\%$, **TABELA III.1**). Neke od njegovih osnovnih fizičkih karakteristika su navedene u **TABELI III.2**, dok mu je kristalna rešetka ilustrovana na **SLICI III.5**.

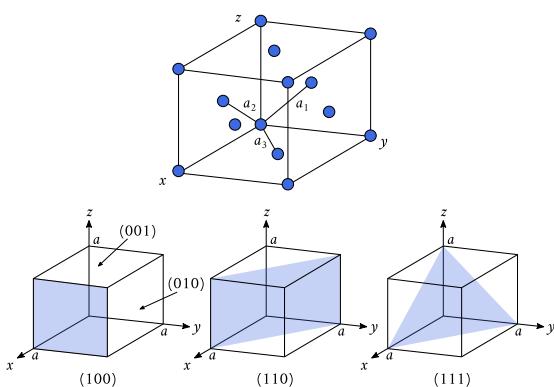
Gustina struje u poluprovodniku se može prikazati u obliku:

$$J = |e|(n\mu_n + p\mu_p)E \quad (\text{III.2})$$

gde n i p predstavljaju koncentraciju elektrona u provodnoj i šupljina u valentnoj zoni, dok μ_n i μ_p predstavljaju **pokretljivost elektrona i šupljina**, respektivno[115]. Prema Fermi-Dirakovoj statistici¹⁰[116–118] n i p se mogu izračunati integraljenjem pdf funkcije $f(E, T)$ (**POGLAVLJE I.II.II**), otežane gustinom stanja u provodnoj i valentnoj zoni, $N(E_p)$ i $N(E_v)$, preko svih mogućih energetskih nivoa, odnosno:

$$\xrightarrow{\text{iznad donje ivice provodne zone } (E_p) \text{ za elektrone}} n = \int_{E_p}^{\infty} N_p(E)f(E, T)dE \approx N_{eff}^p \exp\left(-\frac{E_p - E_f}{kT}\right) \quad (\text{III.3})$$

$$\xrightarrow{\text{ispod gornje ivice valentne zone } (E_v) \text{ za šupljine}} p = \int_{-\infty}^{E_v} N_v(E)[1 - f(E, T)]dE \approx N_{eff}^v \exp\left(\frac{E_v - E_f}{kT}\right) \quad (\text{III.4})$$



SLIKA III.5: Kristalna rešetka germanijuma sa tetraedarskim vezivanjem i vektorima kristala $a_{1,2,3}$ (gore), i sa prikazom kristalnih ravni (100) , (110) i (111) koje su predstavljene tzv. Millerovim indeksima hkl (dole).

KARAKTERISTIKE Ge

Gustina	5.32 g/cm^3
Redni/maseni broj	$Z(32)/A(72.6)$
Kristalna struktura	dijamantska FCC
Parametar rešetke a	5.658 \AA
Procep ($T = 0K$)	0.75 eV
Procep ($T = 300K$)	0.67 eV
n_i ($T = 300K$)	$2.4 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$
Dielektrična konstanta ϵ_r	15.8
Unutrašnja otpornost ($T=300K$)	$16 \Omega\text{cm}$
Pokretljivost šupljina ($T = 300K$)	$1900 \text{ cm}^2/\text{Vs}$
Pokretljivost elektrona ($T = 300K$)	$3900 \text{ cm}^2/\text{Vs}$

TABELA III.2: Fizička svojstva Ge (element V grupe PERIODNOG SISTEMA ELEMENATA). Podaci preuzeti sa [ChemicalElements.com](#). Navedena su relevantna svojstva za upotrebu Ge u izgradnji detektora zračenja.

Faktori N_{eff}^p i N_{eff}^v iz **JEDNAKOSTI III.3** i **III.4¹¹** predstavljaju statističku sumu tj. particione funkcije translatornog kretanja u tri dimenzije i reprezentuju efektivnu gustinu energetskih stanja u provodnoj i valentnoj zoni:

$$N_{eff}^{p,v} \equiv 2 \left(\frac{2\pi m_{n,p}^* kT}{h^2} \right)^{3/2} \quad (\text{III.5})$$

gde su m_n^* i m_p^* efektivne mase elektrona i šupljina.

Kao što je rečeno, kod **INTRISTIČNOG POLUPROVODNIKA** koncentracija elektrona i šupljina je jednaka, i prema tome se koncentracija intrističnih nosioca naelektrisanja n_i kod njih može definisati tzv. ZAKONOM O DEJSTVU MASA¹²:

$$n_i = \sqrt{N_{eff}^p N_{eff}^v} \exp \left(\frac{-E_g}{2kT} \right) \quad (\text{III.6})$$

Neutralnost, tj. $n = p = n_i$, pruža mogućnost definisanja FERMJEVOG NIVOA kao:

$$E_f = \frac{E_p + E_v}{2} + \frac{3}{4} kT \ln \left(\frac{m_p^*}{m_n^*} \right) \quad (\text{III.7})$$

Ukoliko su efektivne mase elektrona i šupljina jednake, $m_n^* = m_p^*$, FERMJEV NIVO se bez obzira na temperaturu nalazi u sredini zabranjene zone (procepa), odnosno na polovini rastojanja između provodne i valentne zone. **KONCENTRACIJA NOSIOCA NAELEKTRISANJA** se može povećati dopiranjem poluprovodnika nečistoćama. Kao što je rečeno, nečistoće povećavaju koncentraciju slobodnih nosioca naelektrisanja bilo doniranjem elektrona provodnoj¹³ ili šupljina valentnoj zoni¹⁴. U cilju održanja električne neutralnosti FERMJEV NIVO se pomera iz sredine procepa ka donjoj ivici provodne zone kako se koncentracija donora povećava, ili suprotno tome ka gornjoj ivici valentne zone kako se u poluprovodniku povećava koncentracija akceptora.

III.II.II $p - n$ SPOJ

Kada se poluprovodnici p - i n -tipa nađu u bliskom kontaktu jedan sa drugim dolazi do formiranja granične oblasti između njih. Visoka koncentracija nosioca negativnih nanelektrisanja, odnosno elektrona, na n -strani spoja kao i njihova manja koncentracija na p -strani uzrokuje difuzijom ovih nosioca iz n - u p -stranu (struja difuzije). Slično, šupljine "driftuju" iz p - u n -stranu (struja drifta). Ovim se stvara prostor negativnog nanelektrisanja na p -stani i prostor pozitivnog nanelektrisanja na n -strani spoja što posledično rezultuje indukovanjem električnog polja u ovoj oblasti. Ovo polje usmerava nanelektrisanja i u nekom trenutku se struјa drifta i struja difuzije eventualno izjednače. Tada se uspostavlja dinamična ravnoteža u ovoj oblasti, odnosno na $p - n$ spoju dolazi do formiranja neutralne oblasti koja se naziva oblast pražnjenja (**SLIKA III.6 (A)**). Ovaj električni potencijal (V_i) zavisi od materijala i definisan je preko permitivnosti¹⁵ ϵ i gustine nanelektrisanja ρ kao:

$$\frac{d^2 V(x)}{dx^2} = \frac{\rho(x)}{\epsilon} \quad (\text{III.8})$$

Oblast pražnjenja je veoma važna u slučaju korišćenja poluprovodničkih materijala kao detektora zračenja. U ovoj oblasti nema slobonih elektrona ili šupljina. Ukoliko se vezan elektron jonizuje i postane slobodan, elektron i tada nastala šupljina će se kretati u suprotnim smerovima spram električnog polja. Kako bi se osigurala precizna merenja i održala proporcionalnost između deponovane energije čestične

11: Drugi član **JEDNAKOSTI III.3** i **III.4** je dobijen u granicama $E - E_f \gg 2kT$, gde E_f predstavlja energiju FERMJEVOG NIVOA dok je k Boltmanova konstanta. Ovde se funkcija $f(E, T)$ može aproksimirati MAKSEL-BOLCMANOVOM STATISTIKOM [119].

12: **ZAKON O DEJSTVU MASA** tvrdi da je proizvod broja elektrona u provodnoj i šupljina u valentnoj zoni konstantan na dатој temperaturi bez obzira na količinu donorskih ili akceptorskih nečistoća koje se dodaju poluprovodničkom materijalu.

13: DONORI - Elementi V grupe, npr. P .

14: AKCEPTORI - Elementi III grupe, npr. B .

15: Permitivnost ili dielektrična konstanta predstavlja odnos između gustine i jačine električnog polja. Prikazuje se u obliku proizvoda relativne dielektrične konstante (koja zavisi od posmatranog materijala) i dielektrične konstante vakuuma (poznata kao apsolutna dielektrična konstanta), tj.:

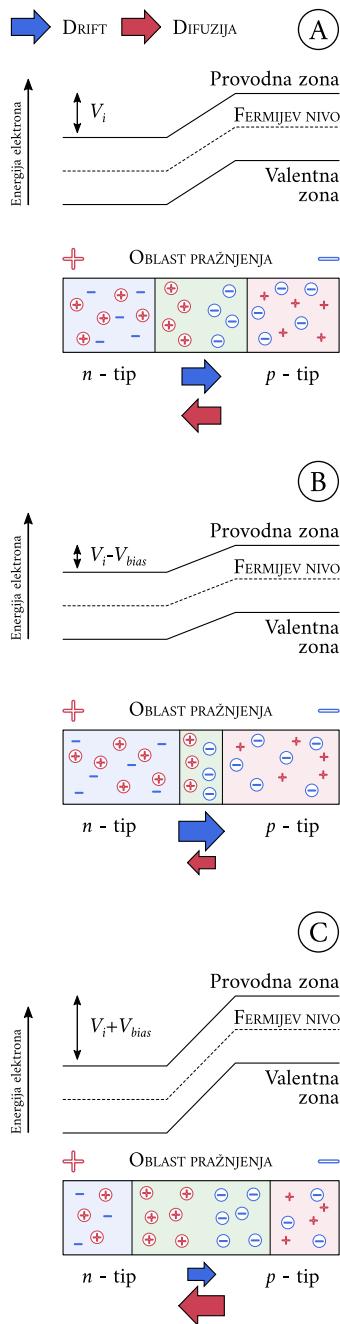
$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$$

permitivnost vakuuma ↑ ↑ rel. permitivnost

gde konstanta ϵ_0 ima vrednost:

$$\epsilon_0 = 8.8541878128 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm} \text{ SI NIST } \square$$

Permitivnost govori o tome u kojoj meri električno polje utiče na sredinu u kojoj se nalazi, tj. koliko sredina utiče na to polje. Ona predstavlja sposobnost sredine da se polarise pod uticajem ovog polja i na taj način poveća ili smanji ukupno polje u zavisnosti od polarizacije, ili pak ostane polarizovana i kada više nije pod uticajem posmatranog polja. Za slučaj Ge , relativna permitivnost iznosi oko 16 (**TABELI III.2**).



SLIKA III.6: Šematski prikaz $p - n$ spoja.

- (A) Intrističan $p - n$ spoj u ravnoteži sa intrističnim/unutrašnjim potencijalom V_i .
- (B) Forward-bias - smanjenje separacije između provodne i valentne zone, kao i posledično oblasti pražnjenja ($V_i - V_{bias}$).
- (C) Reverse-bias - povećanje separacije između provodne i valentne zone, kao i posledično oblasti pražnjenja ($V_i + V_{bias}$).

interakcije i broja nosioca nanelektrisanja koje ta interakcija generiše, važno je osigurati da se nosioci ne rekombinuju odmah po oslobađanju iz vezanih stanja. Primenjujući električni potencijal u suprotnom smeru polarizacije $p - n$ spoja, (reverse-bias) osigurava se kako veća oblast pražnjenja, tako i brže kretanje nanelektrisanja dalje od svojih originalnih pozicija (**SLIKA III.6 (C)**). Sa druge strane, kada se potencijal primeni u istom smeru polarizacije (forward-bias) smanjuje se ukupan potencijal V , a posledično time i oblast pražnjenja (**SLIKA III.6 (B)**).

Širina oblasti pražnjenja se može prikazati kao:

$$W \approx \sqrt{\frac{2eV}{qN}} \quad (\text{III.9})$$

gde N predstavlja ukupnu koncentraciju nečistoća, dok q predstavlja elementarno nanelektrisanje (PDG [2]). Granice obe strane oblasti pražnjenja su difuzne, mada je njihova širina relativno mala u poređenju sa samom oblašću pražnjenja. Stoga, u određivanju polja detektoru se za ove granice uglavnom smatra da su nagle.

Napon pražnjenja se odnosi na neophodan potencijal kako bi se kristal potpuno ispraznio. Operacioni napon detektora zračenja je tipično veći od ove vrednosti u cilju osiguravanja saturacije brzine nosioca nanelektrisanja. Brzine nosioca linearno rastu sa rastom električnog polja sve dok, na dovoljno visokim poljima, brzine ne postignu saturaciju. Za elektrone i šupljine u HPGe detektoru na temperaturi tečnog azota od $\sim 77\text{ K}$, ovo se dešava na jačini električnog polja reda 1 kV/cm za elektrone i 3 kV/cm za šupljine [104]. Takođe, vredi napomenuti da bi preveliki napon mogao narušiti $p - n$ spoj. Fundamentalno, granica na debeljinu kristala detektora je određena najvećom širinom koja se može isprazniti razumnim naponom. Dakle, napon V i koncentracija nečistoća N ovde predstavljaju limitirajuće faktore.

DIGRESIJA: POKRETLJIVOST NOSIOLA NAELEKTRISANJA

Brzina tj. kretanje nosioca nanelektrisanja unutar zapremine detektora zavisi od njihove pokreljivosti i električnog polja. Ova brzina se može prikazati kao:

$$v = \mu E \quad (\text{III.10})$$

pokreljivost nosioca nanelektrisanja ↑ jačina električnog polja ↑

Pokreljivost μ predstavlja konstantu koja zavisi od vrste nosioca i karakteristika samog materijala (poput npr. kristalne strukture i temperature). Šupljine imaju manju pokreljivost od elektrona, a samim time i manju maksimalnu brzinu. U germanijumu, ova razlika nije drastična i elektroni i šupljine imaju manje više slične brzine. Kao što je prethodno rečeno (**POGLAVLJE III.II.I.I**), potencijal se bira tako da brzine i elektrona i šupljine dostignu saturaciju. Pokreljivost zavisi i od drugih faktora, poput koncentracije nečistoća i defekata, kao i pravca kretanja nosioca relativno u odnosu na kristalnu rešetku [104, 120, 121]. Tokom rasta kristala proizvodači generalno pokušavaju održati koncentracije nečistoća i defekata na minimalnoj mogućoj vrednosti. Kristali se uzgajaju na takav način da brzina bude maksimalna za očekivan pravac kretanja nosioca nanelektrisanja. Kod planarnih germanijumskih detektora (**POGLAVLJE III.II.I.II**) ovo znači da je (100) pravac FCC rešetke germanijuma usmeren normalno u odnosu na gornju i donju površinu cilindra kristala (**SLIKA III.5/TABELA III.2**) [104, 122].

III.II.I.II HPGe DETEKTORI

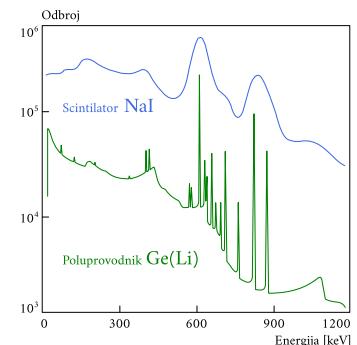
HPGe detektori (eng. HIGH-PURITY GERMANIUM, abbrv. HPGe) u γ -spektrometriji predstavljaju **ZLATAN STANDARD** usled svoje visoke energetske rezolucije i relativno dobro efikasnosti. Za razliku od scintilatora kojima je u proseku neophodna energija reda ~ 100 eV kako bi se generisali nosioci nanelektrisanja, odnosno signali, HPGe detektori zahtevaju energiju reda svega ~ 3 eV (TABELA III.1)[104]. Prema tome, za datu interakciju HPGe detektori generišu veći broj nosioca nanelektrisanja. Drugim rečima, na datoј energiji statističke fluktuacije generisanog broja nosioca nanelektrisanja su manje, a samim time je i rezolucija koja se može postići veća.

Sa **SLIKE III.7** se jasno može videti superiorna rezolucija koju poluprovodnički detektori imaju u poređenju sa scintilacionim. Ova rezolucija je veoma važna u izvođenju identifikacije radionuklida kako je njome moguće razdvojiti pikove bliskih energija, dok bi se u suprotnom slučaju ovi pikovi sumirali pod istim pikom. Pored ovoga, ovako detaljna rezolucija omogućava i registrovanje pikova malih **signal-to-background** odnosa koji bi se u protivnom izgubili u kontinuumu.

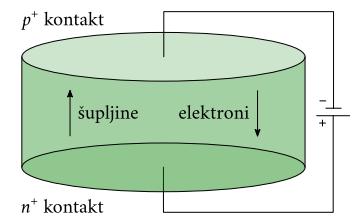
III.II.I.III KONFIGURACIJA KRISTALA

Osnova rada poluprovodničkog detektora predstavlja potpuno ispräžnjen spoj. Usled relativno prodornog γ -zračenja debljina oblasti pražnjenja neophodna da potpuno zaustavi γ -fotone bi trebala biti reda nekoliko cm (što naravno zavisi od γ -energije). U praksi ovo se ne može ostvariti standardnim germanijumom, kako je u njegovom kristalu uvek prisutna određena koncentracija nečistoća (uglavno reda oko 10^{15} atom/cm³). Iz **JEDNAKOSTI III.9** se vidi da je širina oblasti pražnjenja obrnuto proporcionalna koncentraciji nečistoća i prema tome se u proizvodnji poluprovodničkih kristala za detektore zračenja ova koncentracija mora na neki način redukovati. Ovo se uglavnom postiže ili određenim tehnikama prečišćavanja (koje su u stanju da redukuju ovu koncentraciju do reda veličine oko 10^{10} atom/cm³), ili dopiranjem atoma litijuma kroz tzv. proces drifta litijuma. Detektori koji su izgrađeni od intrističnih germanijuma (dobijeni tehnikama prečišćavanja) se nazivaju HPGe detektorima, dok oni dobijeni dopiranjem litijuma se nazivaju Ge(Li) detektorima (dobijeni procesom drifta litijuma). Glavna prednost HPGe u odnosu na Ge(Li) detektore je ta što kristali mogu biti znatno većih dimenzija i što se mogu držati na sobnoj temperaturi i onda kada se sa njima ne radi.

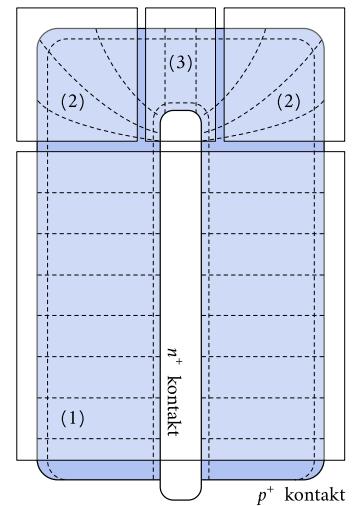
Postoje dve osnovne konfiguracije kristala kod HPGe detektora, a to su planarna i koaksijalna konfiguracija. Planarna konfiguracija, ilustrovana na **SLICI III.8**, je prostija sa elektrodama postavljenim na suprotnim stranama diska germanijuma. Međutim, ova konfiguracija ima ograničenje na debljinu kristala od ~ 2 cm. Prema tome, najčešće korišćena konfiguracija kristala u eksperimentima nuklearne fizike predstavlja upravo koaksijalnu (**SLIKE III.9**). Ova konfiguracija je izgrađena kao cilindar sa šupljinom predviđenom za unutrašnji kontakt, dok se drugi kontakt postavlja na spoljnju površinu kristala. Ovi kontakti, koji inače reprezentuju tzv. mrtve slojeve koji su inaktivni slojevi kristala (POGLAVLJE V), se stvaraju implantacijom bora za p^+ kontakt, i putem drifta litijuma za n^+ kontakt i tipično su kod komercijalnih detektora debljina reda $\sim 5 \mu\text{m}$ i $\sim 500 \mu\text{m}$, respektivno. Usled veće debljine litijumskog sloja, n^+ kontakt uglavnom biva unutrašnji dok je p^+ kontakt spoljašnji. Ivice kristala su često zaobljene radi uspostavljanja uniformnije distribucije polja, a sam kristal se hlađi na temperaturu tečnog azota kontaktom koji se naziva **COLD FINGER**. Glavna prednost koaksijalnih kristala je u veličini kristala, a samim time i veće efikasnosti, ali i manjoj kapacitivnosti, dok je glavni nedostatak distribucija polja u oblasti kristala koja se može podeliti na tri dela: istinski koaksijalni (1), ivični (2) i centralni cilindrični deo gornje oblasti (3)[104].



SLIKE III.7: Komparacija rezolucije kod scintilatora NaI i poluprovodnika Ge(Li).

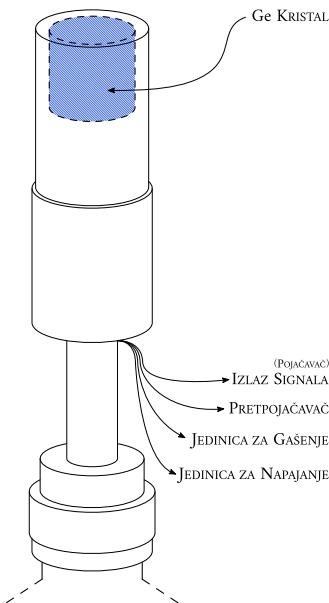


SLIKE III.8: Šematski prikaz planarne konfiguracije kristala, (prikazan je n -tip HPGe). Naznacenici su n^+ i p^+ kontakti.



SLIKE III.9: Poprečni presek koaksijalne konfiguracije kristala (prikazan je n -tip HPGe). Naznacenici su n^+ i p^+ kontakti.

III.II.II OPERATIVNE KARAKTERISTIKE



SLIKA III.10: HPGe detekcioni sistem.

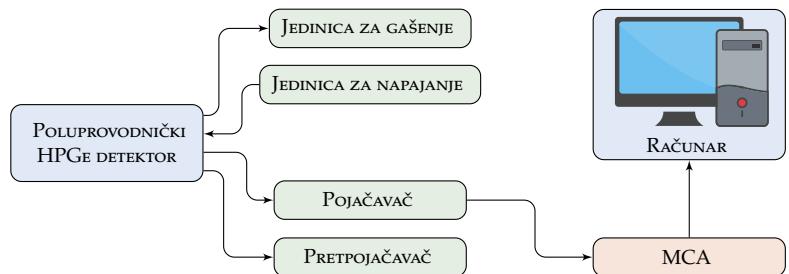
DETEKTORSKI SISTEM, pored poluprovodničkog kristala kao medijuma čestičnih interakcija, poseduje i druge (elektronske) komponente koje za cilj imaju da deponovanu energiju iz čestičnih interakcija pretvore u merljiv signal koji se potom može registrovati i dalje koristiti u interpretaciji ispitivanih interakcija. Osnovne komponente HPGe sistema su ilustrovane na **SLIKAMA III.10** i **III.11**.

Ove komponente uključuju:

- I: IZLAZ SIGNALA,
- II: PREPOJAČAVAČ,
- III: JEDINICA ZA GAŠENJE,
- IV: JEDINICA ZA NAPAJANJE.

Nasuprot samog naziva, prepojačavač ne pojačava signal iz detektora. Naime, ova jedinica treba da izvrši svoju funkciju pre samog pojačavača, koja je da prikupi nanelektrisanja stvorena deponovanjem energije iz čestične interakcije i posluži kao interfejs tj. medijum između detektora i pojačavača, pa otuda i samo ime prepojačavač. Jasno je da jedinica za napajanje obezbeđuje neophodan napon na kristalu. Međutim, kako bi se izbeglo napajanje kristala pre nego što se on ohladi na predviđenu temperaturu tečnog azota, bilo ljudskom greškom ili prostu lošim/pokvarenim sistemom hlađenja, jedinica za gašenje je povezana direktno sa kriostatom detektora. Ova jedinica osigurava prekid dovoda napajanja ukoliko je temperatura kristala viša od očekivane temperature tečnog azota reda ~ 77 K.

U zavisnosti od broja i učestalosti registrovanih događaja, kao i njihovih energija, postoji više različitih modula koji se koriste u analizi signala. U najvećem broju slučajeva se koristi tzv. MCA (eng. MULTI-CHANNEL ANALYZER, abbrv. MCA) koji meri visinu signala svakog događaja (koja je proporcionalna deponovanoj energiji) i pripisuje svaki događaj određenom kanalu, gde svaki kanal reprezentuje određeni energetski interval (E -interval) visine signala. Nakon prikupljanja podataka, broj događaja svakog kanala se može rekonstruisati u obliku spektra (**SLIKA III.7**).



III.II.II.1 ENERGETSKA REZOLUCIJA

16: ΔE_D je kao statistička fluktuacija broja stvorenih nosioca nanelektrisanja u čestičnoj (fotonskoj) interakciji prikazana u obliku:

$$(\Delta E_D)^2 = (2.35)^2 F \epsilon_{par} E_y$$

gde ϵ_{par} i E_y predstavljaju ionizacionu i energiju γ -fotona, dok je F tzv. Fano faktor (daje meru disperzije odbroja $F = \sigma_t^2 / \mu_t$, gde je σ_t standardna devijacija, dok je μ_t srednji broj događaja nakon vremena t).

Energetska rezolucija FWHM (eng. FULL-WIDTH AT HALF-MAXIMUM, abbrv. FWHM) je definisana kao širina na polovini visine posmatranog pika, pretpostavljajući Gausovu (normalnu) distribuciju. Unutrašnja tj. intristična energetska rezolucija germanijumskog detektora je određena doprinosom tri faktora¹⁶:

$$(\Delta E_{int})^2 = (\Delta E_D)^2 + (\Delta E_X)^2 + (\Delta E_E)^2 \quad (\text{III.11})$$

↑ statističke fluktuacije broja parova ↑ nepotpuna kolekcija nanelektrisanja ↓ električni šum

Intristična rezolucija HPGe detektora je tipično reda $\sim 2 \text{ keV}$ na energiji 1332 keV . Sa druge strane, ukupna rezolucija je definisana doprinosom¹⁷ dva faktora kao:

$$(\Delta E_{total})^2 = (\Delta E_{int})^2 + (\Delta E_{Dop})^2 \quad (\text{III.12})$$

intristična energetska rezolucija ↑ ↑ efekat DOPLOROVOG ŠIRENJA

U idealnom slučaju energetska rezolucija ne bi postojala i prema tome pikovi bi bili veoma oštiri, širine jednake širini kanala, tj. drugim rečima pratili bi idealan oblik δ -funckije¹⁶. Svaki detekcioni sistem, pa time i poluprovodnički detektori, kao posledica eksperimentalnih nedostataka imaju određenu rezoluciju. Što je rezolucija manja to je lakše razdvojiti pikove bliskih energija. Međutim, ukoliko energija jednog pika upada pod interval rezolucije drugog, odnosno $E_{\gamma 1} = E_{\gamma 2} \pm \sigma_{FWHM}$, onda se ti pikovi smatraju nerazdvojnim (**SLIKA III.12**).

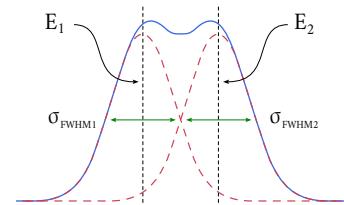
DIGRESIJA: VREMENSKA REZOLUCIJA I MRTVO VREME

Vremenska ili temporalna rezolucija predstavlja svojstvo detektora koje ukazuje na to koliko precizno detektor može da odredi u kom se vremenskom trenutku odigrala interakcija. Sa druge strane, mrtvo vreme predstavlja svojstvo koje govori u kakvom je stanju detektor da razdvoji i razazna dva događaja koja se odigraju veoma brzo jedan za drugim. Mrtvo vreme poluprovodničkih detektora zavisi od više različitih faktora, ali je uglavnom reda 5ns (kod detektora sa kristalima većih zapremina mrtvo vreme može biti i reda $8 - 10\text{ns}$).

17: DOPLOROVO ŠIRENJE: Spektar dobijen merenjem izvora koji nije stacionaran pokazuje shift tj. pomak u energijama, kao i širenje spektralnih linija. Proračun shift-a kroz transformaciju referentnog sistema iz sistema centra mase (c.m.) u laboratorijski sistem (lab.) daje:

$$E_{\gamma} = E_{\gamma}^0 \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta \cos \theta}$$

gdje su E_{γ} i E_{γ}^0 energije u lab. i.c.m. sistemu, θ je ugao emitovanog γ -fotona i kretajućeg izvora, dok je $\beta = v/c$ brzina izvora u lab. sistemu. Ako je ugao θ poznat, može se dobiti egzaktna energija tj. prelaz fotona.



SLIKA III.12: Uloga energetske rezolucije u razdvajajujući γ -fotona bliskih energija.

III.II.II.EFIKASNOST DETEKCIJE

Detekcionalna efikasnost¹⁸ registriranja događaja, odnosno čestičnih interakcija, koje germanijumski poluprovodnički detektor registruje se može klasifikovati različitim metodama. Međutim, najčešća klasifikacija efikasnosti se odnosi na:

APSOLUTNA EFIKASNOST ϵ_{abs}

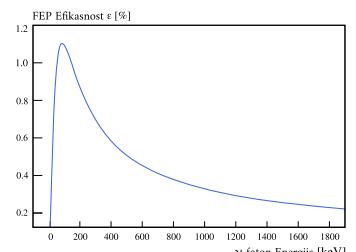
Ova efikasnost se definiše kao odnos detektovanog i ukupnog broja emitovanih γ -fotona iz ispitivanog izvora, i kao takva zavisi od eksperimentalne postavke merenja, ali i od same geometrije kako ispitivanog izvora tako i detektora.

RELATIVNA EFIKASNOST ϵ_{rel}

Ova efikasnost se odnosi na efikasnost germanijumskog detektora relativno u odnosu na efikasnost kristala scitilatora NaI(Tl) dimenzija $76 \times 76 \text{ mm}$, i sa izvorom merenim na rastojanju od 25 cm od gornje površine detektora.

18: Funkcije efikasnosti su u okviru ove teze detaljno ispitane i prezentovane za tri različita tipa HPGe detektora:

GX10021 → **POGLAVLJE V.V**
GL2020 → **POGLAVLJE V.V.IV**
EGPC 45-180-R → **POGLAVLJE V.VI**



SLIKA III.13: Tipičan oblik PEPE funkcije.

U definisanju efikasnosti u obzir treba uzeti i samu prirodu detektovanog događaja. Tako FEP-Efikasnosti (eng. FULL-ENERGY PEAK EFFICIENCY, abbrv. FEPE; **SLIKA III.13**) uračunavaju samo događaje kod kojih su γ -fotoni deponovali svu svoju energiju u kristalu detektora. FEP efikasnosti se shodno tome mogu definisati još i u obliku:

$$\varepsilon = (PT) \times \epsilon_{abs} \quad (\text{III.13})$$

gde (PT) predstavlja faktor kvaliteta koji se naziva peak-to-total odnosom. Standardno merenje peak-to-total odnosa se dobija deljenjem sume obroja pod pikovima ^{60}Co i ukupnog odbroja u spektru za energije od 100 keV pa do 1350 keV . Peak-to-total odnos se ponekad naziva još peak-to-background¹⁹ odnosom.

19: Komptonov kontinuum je kvalitativna mera spektra predstavljaju tzv. peak-to-Compton odnos. Ovaj odnos je definisan kao odnos odbroja kanala najvišeg fotopika spektra i odbroja kanala Komptonovog kontinuma koji potiče od tog istog pika. Konvencionalno, ovaj odnos se navodi za 1332 keV energiju iz ^{60}Co , uzimajući Komptonov kontinuum iz intervala od $\sim 1040 \text{ keV}$ do $\sim 1096 \text{ keV}$.

III.III Osnovi γ -spektrometrije

20: Olovna zaštita, koja redukuje uticaj prirodnog fona, igra esencijalnu ulogu za precizna merenja. U izgradnji ove zaštite se može koristiti više različitih materijala među kojima su najčešće olovno, gvozdje ili čelik, kadmijum, kalaj, bakar i drugi. Sama zaštita bi trebala da sadrži što je manje moguće radioaktivnih nečistoća (kao što je npr. radioizotop ^{210}Pb u olovu ili ^{60}Co u čeliku). Najčešće korišćen materijal u izradi zaštite predstavlja olovno zbog svoje velike gustine i atenuacionih koeficijenata (POGLAVLJE II.I.II). Optimalna efikasnost zaštite se postiže kada je olovni sloj koji okružuje detektor debljine oko 5 do 10 cm.

- **UTICAJ RAZLIČITIH FAKTORA:**

- **UTICAJ OKOLNIH RADIONUKLIDA**

U preciznim merenjima malih aktivnosti olovni sloj bi trebao biti i deblji (~ 15 cm) kako bi se potisnuo doprinos energija 511, 1460 i 2614 keV koje potiču od anihilacije i izotopa ^{40}K i ^{208}Tl , respektivno. Takođe, olovne koje se koristi u izradi zaštite treba da ima što je manju moguću koncentraciju svog radioizotopa ^{210}Pb , posebno onda kada se određuju niske aktivnosti ovog istog radioizotopa u ispitivanom uzorku.

- **UTICAJ KARAKTERISTIČNOG X-ZRAČENJA**

γ -zračenje samog izvora takođe indukuje karakteristično x-zračenje na energijama reda ~ 75 keV koje potiče od prelaza sa K-ljuske olova. Kako bi se doprinos ovog karakterističnog zračenja potisnuo i obezbedio precizan i reprezentativan nisko-energetski deo spektra, uglavnom se u unutrašnjost olovne zaštite postavlja tanak sloj materijala nižeg rednog broja koji apsorbuju ovo zračenje (najčešće to bivaju slojevi sačinjeni od kadmijuma ili bakra od nekoliko mm (1 – 3) u debljinu).

- **UTICAJ RAZNIH FIZIČKIH EFEKATA**

U cilju redukovanja rasejanog zračenja i efekata poput **koincidentnog sumiranja**, minimalno rastojanje zaštite-izvor kao i izvor-detektor bi trebalo biti reda $\gtrsim 10$ cm.

- **UTICAJ OSTALIH FAKTORA (RADON)**

Usled prisustva radona u vazduhu, sam vazduh unutar zaštite može uticati na merenje, prevashodno putem potomaka radona, kao što su ^{214}Pb i ^{214}Bi . Doduše, radon i njegov uticaj se mogu relativno lako eliminisati iz unutrašnjosti zaštite npr. filtriranjem vazduha preko isparenja iz djuvara tečnog azota tako što se crevo povezano sa djuvarom postavi na dno same zaštite (ako je detektor naravno opremljen sistemom za hlađenje sa tečnim azotom).

TEHNIKA γ -SPEKTROMETRIJE predstavlja nedestruktivnu analitičku tehniku koja se koristi u cilju kvalitativne i kvantitativne identifikacije širokog spektra radionuklida koji emituju γ -zračenje. Ova tehniku ima mnoštvo prednosti među kojima je npr. relativno jednostavna priprema ispitivanih uzoraka koji u većini slučajeva ne zahtevaju bilo kakvu dodatnu (radio)hemiju separaciju. Podaci dobijeni γ -spektrometrijskim merenjima su takođe relativno jednostavnii za obradu i kao takvi su pogodni u razvijanju softvera namenjenih njihovom automatskom analiziranju. Međutim, interpretacija γ -spektara ne mora nužno uvek biti laka i ponekad može biti veoma složena u zavisnosti od ispitivanih radionuklida kao i interakcije zračenja sa okolinom, zbog čega je veoma važno dobro poznavanje svih mogućih procesa kako bi se osigurala kvalitetna analiza i interpretacija rezultata. Takođe, u kombinaciji sa Monte Karlo simulacijama γ -spektrometrija može nadoknaditi određene eksperimentalne nedostatke.

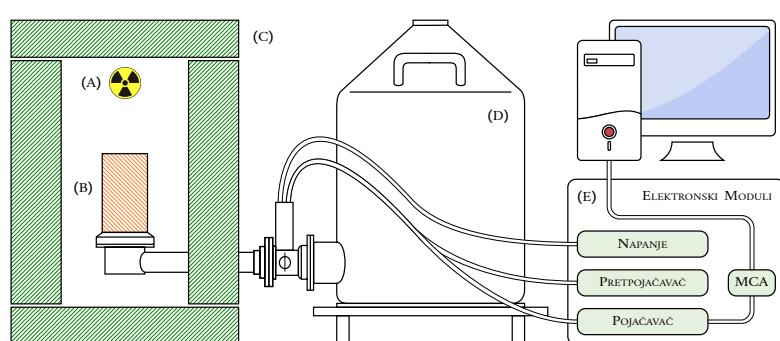
Relevantan energetska interval u većini γ -spektrometrijskih aplikacija se kreće u intervalu od ~ 30 keV do ~ 2000 keV. Ovom tehnikom je moguće detektovati veoma male aktivnosti sve do vrednosti reda ~ 0.1 Bq i to sa dobrom preciznošću.

Osnovne komponente γ -spektrometrijskog sistema (SLIKA III.14) su:

- I: DETEKTOR (POGLAVLJE III.I),
- II: ZAŠTITA (PASIVNA²⁰⁾ I SISTEM HLAĐENJA,
- III: ELEKTRONSKI MODULI (POGLAVLJE III.II.II),
- IV: RAČUNAR I SOFTVER ZA ANALIZU (POGLAVLJE III.II.II).

III.III.I EVALUACIJA γ -SPEKTRA

KROZ INTERAKCIJE γ -FOTONA sa kristalom detektora preko procesa kao što su **FOTOELEKTRIČNI EFEKAT**, **KOMPTONOV RASEJANJE** i **STVARANJE PAROVA** dolazi do generisanja električnih signala. Ovi signali se potom svrstavaju u određene kanale MCA modula koji su proporcionalni količini deponovane energije. Vreme koje prođe tokom evaluacije spektra, ili drugim rečima tokom prikupljanja podataka, se naziva **Live** vreme merenja. Distribucija registrovanih događaja tokom ovog vremena, odnosno raspodela odbroja po kanalima, predstavlja spektar koji u zavisnosti od ispitivanog izvora ponekad može imati veoma složen oblik [122].



SLIKA III.14: Šematska reprezentacija klasičnog detekcionog sistema korišćenog u γ -spektrometriji. Komponente: (A) Ispitivan radioaktivni uzorak, (B) Detektor, (C) Pasivna olovna zaštita, (D) Sistem za hlađenje sa tečnim azotom, (E) Elektronski moduli i računar za prikupljanje i obradu podataka.

Kvalitativna analiza spektra se zasniva na evaluaciji jasnih odnosno **FEP** pikova kako oni predstavljaju ukupnu energiju γ -fotona koju on ostavlja u kristalu kroz proces **FOTOELEKTRIČNOG EFEKTA**. Kvalitativna identifikacija radionuklida pristunih u ispitivanom uzorku se izvodi na osnovu energije odnosno pozicije pikova u spektru, dok se kvantitativna identifikacija, odnosno određivanje koncentracija aktivnosti, izvodi na osnovu ukupnog **net odbroja** površine pikova koji potiču iz ispitivanog uzorka²¹. U svrhu izvođenja preciznih i pouzdanih procena je naravno neophodno imati dobro kalibriranu detekcionu opremu (**POGLAVLJE III.III.II**).

III.III.I.1 ODREĐIVANJE POVRŠINE PIKOVA

Za kvatitativnu analizu radionuklida neophodno je precizno poznавање površina pikova (net odbroja) iz spektra koji potiču iz ispitivanih radionuklida. Tri најчешће применjivane metode određivanja povrшине pika predstavljaju:

- I: METODA SUMIRANJA,**
- II: METODA EMPIRISKE STEP FUNKCIJE,**
- III: METODA FITOVANJA PIKOVA.**

I: METODA SUMIRANJA (SLIKA III.15)

Ova metoda je ujedno i najjednostavnija od tri. Zasniva se na sumiranju odbroja svih kanala koji obuhvataju posmatran pik, nakon čega se oduzima doprinos background-a/kontinuuma²² dobijajući time net odbroj, tj.:

$$R_n = R_g - R_T - (R_{0,g} - R_{0,T}) \quad (\text{III.14})$$

stopa ukupnog odbroja ↑ stopa odbroja kontinuuma

$$R_g = \frac{N_g}{t_m} = \frac{1}{t_m} \sum_{n=K_1}^{K_2} N_n \quad \wedge \quad R_T = \frac{N_T}{t_m} = \frac{1}{t_m} \frac{b}{2} \left(\frac{N_s}{L_s} + \frac{N_d}{L_d} \right) = \frac{1}{t_m} \frac{b}{2} \left(\bar{N}_s + \bar{N}_d \right)$$

gde je N_g ukupan odbroj pod pikom, N_T je odbroj kontinuuma, dok su N_s i N_d sumirani odbroji intervala kanala sa leve (L_s) i desne strane pika (L_d), respektivno. Ova metoda je ilustrativno prikazana na **SLICI III.15**, gde se osenčena oblast odnosi na tzv. ROI oblast (eng. REGION OF INTEREST, abbrv. **ROI**).

Doprinos kontinuuma se u ovoj metodi računa trapezoidnom aproksimacijom. Prvo se određuju odbroji levog i desnog intervala kanala, N_s i N_d , respektivno. Intervali kanala sa obe strane se uglavnom biraju da budu jednaki, mada kod kompleksnijih spektara to ne mora uvek biti slučaj. Znajući broj odbroja po kanalu kao i vreme merenja t_m , moguće je proračunati ukupnu stopu odbroja R_g i stopu odbroja trapezoidnog kontinuuma R_T , a samim time i stopu net odbroja R_n .

Relativna nesigurnost²³ se dobija iz nesigurnosti individualnih doprinosa:

$$U(R_g) = \sqrt{\frac{R_g}{t_m}} \quad \wedge \quad U(R_T) = \sqrt{\frac{R_T b}{2\bar{L}t_m}}$$

nesigurnost ukupne stope ↑ nesigurnost stope kontinuuma

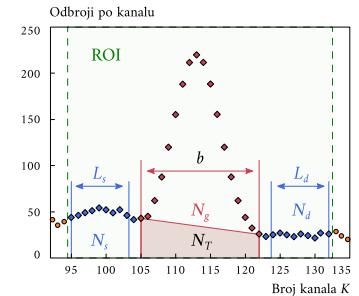
$$U(R_n) = \sqrt{U^2(R_g) + U^2(R_T) + U^2(R_{0,g}) + U^2(R_{0,T})} = \sqrt{\frac{R_g}{t_m} + \frac{R_T b}{2\bar{L}t_m} + \left(\frac{R_{0,t}}{t_0} + \frac{R_{0,T}b}{2\bar{L}_0 t_0} \right)} \quad (\text{III.15})$$

$R_{0,g}$ i $R_{0,T}$ su ukupna stopa pod ispitivanim pikom u background spektru i ukupna stopa trapezoidnog kontinuuma razmotrenog u zasebnom background spektru, respektivno. Mogu se aproksimirati jednake vrednosti ovih stopa ili zamemariti usled relativno malih doprinosa i time pojednostaviti **JEDNAKOSTI III.14** i **III.15**.

21: Poznavanje tačnih vrednosti energija i kvatnih prinosa γ -fotona je neophodno u ovim proračunima. Najčešće korišćene baze podataka ovih vrednosti uključuju:

- LBNL DATABASE → [Web page](#)
- NUCLÉIDE - LARA → [Web page](#)
- HPS DECAY DATA → [Web page](#)
- NNDC DATABASE → [Web page](#)
- IAEA LIVE CHART → [Web page](#)

22: Pored ostalih izvora poput kosmičkog zračenja, kontinuum uglavnom potiče od KOMPTONOVOG RASEJANJA γ -fotona samog izvora ili okolnih prisutnih radionuklida.



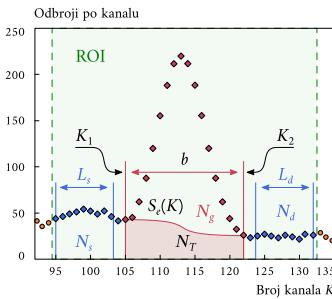
SLIKA III.15: Prikaz METODE SUMIRANJA. L_s i L_d predstavljaju intervale kanala sa leve i desne strane posmatranog pika, dok b predstavlja broj kanala baze pika koja se uglavnom uzima da bude 2.5 FWHM. Osenčena oblast predstavlja **ROI oblast**.

23: Srednji interval kanala \bar{L} je dat preko:

$$\bar{L} = \frac{\bar{N}_s + \bar{N}_d}{\left(\bar{N}_s/L_s \right) + \left(\bar{N}_d/L_d \right)}$$

Za slučaj kada su intervali sa leve i desne strane pika jednaki: $L_s = L_d = L \rightarrow \bar{L} = L$

II: METODA EMPIRJSKE STEP FUNKCIJE (SLIKA III.16)



SLIKA III.16: Šematska reprezentacija METODE EMPIRJSKE STEP FUNKCIJE $S_e(K)$ (JEDNAKOST III.16). L_s i L_d predstavljaju intervale kanala sa leve i desne strane posmatranog pika, dok b predstavlja broj kanala baze pika. Osenčena je ROI oblast.

U ovoj metodi se umesto trapezoidne aproksimacije koristi step funkcija $S_e(K)$ u određivanju doprinosa kontinuuma. Ova se funkcija opisuje preko srednjeg odbroja po kanalu sa leve (N_s/L_s) i sa desne strane pika (N_d/L_d), odnosno kao:

$$S_e(K) = \frac{N_d}{L_d} + \left(\frac{N_s}{L_s} - \frac{N_d}{L_d} \right) \frac{S_1(K)}{S_2} = \bar{N}_d + (\bar{N}_s - \bar{N}_d) \frac{S_1(K)}{S_2} \quad (\text{III.16})$$

$$\text{za } K_1 < K < K_2 \implies S_1(K) = \sum_{m=K}^{K_2} N_m \quad \wedge \quad S_2 = S_1(K = K_2) = \sum_{m=K_1}^{K_2} N_m = N_g$$

Stopa odbroja kontinuuma R_T rezultuje iz sumacionog kanala po kanalu vrednosti step funkcije preko intervala širine osnove pika $b = K_2 - K_1 + 1$.

$$R_T = \frac{1}{t_m} \left[b \bar{N}_d + (\bar{N}_s - \bar{N}_d) \frac{\sum_{K=K_1}^{K_2} S_1(K)}{S_2} \right] \rightarrow \sum_{K=K_1}^{K_2} S_1(K) = \sum_{K=K_1}^{K_2} \sum_{m=K_1}^{K_2} N_m$$

Stopa net odbroja R_n se računa kao i ranije (JEDNAKOST III.14), odnosno:

$$R_n = R_g - R_T - (R_{0,g} - R_{0,T}) = \frac{N_g}{t_m} - \frac{N_T}{t_m} - \left(\frac{N_{0,g}}{t_0} - \frac{N_{0,T}}{t_0} \right) \quad (\text{III.17})$$

Relativne nesigurnosti kontinuuma $U(R_T)$ i net odbroja $U(R_n)$ se računaju kao:

$$\xrightarrow{\text{nesigurnost net odbroja}} U(R_g) = \sqrt{\frac{R_g}{t_m} + U^2(R_T) + \frac{R_{0,g}}{t_0} + U^2(R_{0,T})} \quad (\text{III.18})$$

$$\xrightarrow{\text{nesigurnost kontinuuma}} U(R_T) = \sqrt{\frac{1}{t_m^2} \frac{\bar{N}_s}{L_s} \left(\frac{\sum_{K=K_1}^{K_2} S_1(K)}{S_2} \right)^2 + \frac{\bar{N}_d}{L_d} \left(b - \frac{\sum_{K=K_1}^{K_2} S_1(K)}{S_2} \right)^2} \quad (\text{III.19})$$

III: METODA FITOVANJA PIKOVA (SLIKA III.17)

Ova metoda omogućava direktno određivanje net odbroja datog pika fitovanjem sumacione funkcije²⁴ f_{S_g} koja je sačinjena iz nekoliko komponenta:

$$f_{S_g} = \underbrace{U(K)}_{\substack{\text{polinomna funkcija kontinuuma}}} + \underbrace{S_f(K)}_{\substack{\text{funkcije kontinuuma}}} + \underbrace{G(K)}_{\substack{\text{"Tailing" funkcija}}} + \underbrace{T(K)}_{\substack{\text{funkcije oblike pika}}} + \underbrace{S_p(K)}_{\substack{\text{step funkcija kontinuuma}}} \quad (\text{III.20})$$

Glavni oblik ispitivanog γ -pika koji se fituje je opisan Gausovom funkcijom $G(K)$, dok su odstupanja od idealnog Gausovog oblika sa leve strane pika opisana tzv. tailing funkcijom $T(K)$. Kontinuum se sastoji iz dva dela, dela opisanog polinomnom $U(K)$ i dela opisanog step funkcijom $S_p(K)$.

GAUSOVA FUNKCIJA²⁵ $G(K)$ koja se fituje je definisana kao:

$$G(K) = N_n \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{(K - k_0)^2}{2\sigma^2} \right) \quad (\text{III.21})$$

gde K predstavlja broj kanala, k_0 predstavlja centar posmatranog pika u odnosu na broj kanala (ovaj broj ne mora nužno biti ceo broj), N_n predstavlja net odbroj pika, dok σ predstavlja parametar Gausove funkcije prikazane u vidu broja kanala.

24: Fitovanje se ovde izvodi nelinearnom metodom najmanjih kvadrata. Za ovo su neophodne početne vrednosti parametara k_0 , N_n , σ i σ_T (vrednosti se optimizuju kasnije u računu). Vrednosti parametara σ i σ_T se dobijaju empirijski iz oblika pika.

25: Faktor pre eksponencijalne funkcije opisuje amplitudu pika. Takođe, odnos između parametra σ i rezolucije σ_{FWHM} je prikazan kao $\sigma_{FWHM} = 2.335\sigma$. Dodatno, odnos step visine i amplitude pika zavisi od energije (SLIKA III.18) kao i od samog izvora, tj. materijala (gustine i dimenzija). U intervalu energija reda 100 – 1500 keV step visina je relativno konstanta, dok na nižim i višim energijama nejednakost raste.

Tailing funkcija²⁶ $T(K)$ predstavlja svojstvo detektora koje vodi do toga da je leva ivica pika nešto viša od idealnog Gausovog oblika. Kako bi se ovaj tailing opisao, Gausova funkcija $G(K)$ (npr. u $K = k_0 - \sigma_T$) konstantno raste kako bi eventualno postala eksponencijalna funkcija $T(K)$. Ovo se može prikazati u obliku:

$$T(K) = N_n \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{\sigma_T^2}{2\sigma^2} + \sigma_T \frac{K - k_0}{\sigma^2} \right) \quad (\text{III.22})$$

KONTINUUM čine deo opisan polinomnom $U(K)$ i deo opisan step funkcijom $S_f(K)$. Kod malih pikova, polinomni deo, opisan linearnom ili kvadratnom funkcijom u funkciji broja kanala, daje najveći glavni doprinos kontinuuma. Kako oblast pika raste, step deo postaje sve dominantniji. Ovaj deo se može prikazati kao:

$$S_f(K, k_0) = \frac{N_n}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \frac{s_{rel}}{1 + \exp \left(\frac{K - k_0}{\sigma} \right)} \quad (\text{III.23})$$

gde s_{rel} predstavlja odnos step visine i amplitude pika. Ukoliko je oblast ispod pika nula, kontinuumu spektra doprinosi samo polinomni deo (**SLIKA III.18**).

III.III.II KALIBRACIJA γ -SPEKTROMETRA

III.III.II.I ENERGETSKA KALIBRACIJA

Energetska kalibracija²⁷ uspostavlja vezu između broja kanala i energije γ -fotona prateći prostu polinomnu jednakost prikazanu u obliku kao:

$$E_\gamma = a_0 + a_1 X_{kanal} + a_2 X_{kanal}^2 \quad (\text{III.24})$$

gde se polinomni parametri a_0 , a_1 i a_2 određuju empirijski. U ovu svrhu se meri jedan ili više kalibracionih izvora sa dobro poznatom šemom raspada koji se potom koriste u određivanju broja kanala X_{kanal} koji odgovara maksimumu posmatranog pika γ -fotona energije E_γ . Što je veći broj dostupnih kalibracionih izvora, odnosno pikova poznatih energija, to je i energetska kalibracija opreme bolja i pouzdanija.

U cilju osiguravanja preciznosti u identifikaciji radionuklida, relativna nesigurnost energije pika u datom spektru mora biti manja od njegove energetske rezolucije.

III.III.II.II KALIBRACIJA REZOLUCIJE (FWHM)

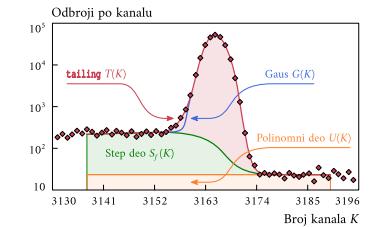
Energetska rezolucija σ_{FWHM} je bitna u pronalaženju pikova, određivanju njihovih površina i identifikaciji radionuklida. Stoga, ovaj faktor mora biti kalibriran u odnosu na energiju. U ovu svrhu koriste se jasni i intezivni pikovi preko celog intervala spektra. Posebno, kada se koristi **METODA FITOVANJA PIKOVA**, veoma je važno znati energetsku zavisnost oblika pika, jer se početne vrednosti σ i σ_T moraju optimizovati kako visina step funkcije $S(K)$ proističe iz ovih parametara.

Jednakost kojom se opisuje rezolucija σ_{FWHM} u funkciji energije γ -fotona E_γ se može prikazati u obliku kao (**JEDNAKOST VI.1/POGLAVLJE VI.II.II**):

$$\sigma_{FWHM} = a + b \sqrt{E_\gamma + c E_\gamma^2} \quad (\text{III.25})$$

gde se parametri a , b i c dobijaju fitovanjem eksperimentalnih podataka. Primer rezolucije σ_{FWHM} u funkciji energije γ -fotona E_γ je ilustrovan na **SLICI III.19**.

26: Manja vrednost odnosa parametra σ_T i rezolucije σ_{FWHM} ukazuje na izraženiji tailing. U slučaju kada je ovaj odnos jednak sa 1, tailing se može zanemariti. U suprotnom slučaju, ovo svojstvo treba uračunati kako utiče na net odbroj pika. Ovaj parametar je ispitana u cilju detaljnog generisanja realističnih spektara Geant4 simulacijom opisanom u **POGLAVLU VI.II**.



SLIKA III.18: Šematska reprezentacija kontinuuma spektra koji se sastoji od dva dela, deo opisan polinomnom funkcijom $U(K)$ i deo opisan step funkcijom $S_f(K)$.

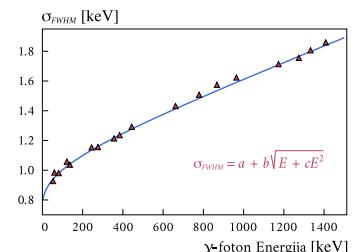
27: Pre kalibracije, elektronski moduli spektrometra se podešavaju na energetski interval koji se posmatra u merenju izvora. Tako npr. ako se posmatra interval od 0 do 3000 keV sa brojem kanala od 16384, treba proveriti granične uslove, odnosno:

Granični uslovi \min/\max kanala:

$$E_\gamma(X_{kanal} = 0) \approx 0 \text{ keV}$$

$$E_\gamma(X_{kanal} = 16384) \approx 3000 \text{ keV}$$

Značajno odstupanje od ovih vrednosti veze kanal-energija zahteva preciznije i bolje podešavanje elektronskih modula.



SLIKA III.19: Tipičan primer rezolucije σ_{FWHM} u funkciji energije γ -fotona (E_γ).

III.III.II.III ODREĐIVANJE DETEKCIJONE EFKASNOSTI

28: Kalibracioni izvori su dostupni u raznim formama i geometrijama. Njihova geometrija i matrična bi trebala biti što je moguće sličnija uzorku koji se ispituje u cilju redukovanja potrebe za bilo kakvim dodatnim korekcijama. Aktivnosti ovih izvora bi trebale biti takve da ne dovode do većih mrtvih vremena i pile-up efekata, a ujedno imaju relativne nesigurnosti reda 1 – 3 %. Takođe, trebalo bi podesiti njihovo vreme merenja tako da je nesigurnost odbroja posmatranih pikova reda 1 – 2 %.

29: Komercijalni softveri koji se koriste za korekciju na samopsorpciju računaju ovaj efekat relacijom (ukoliko je dobro poznat hemijski sastav referentnog, a u idealnom slučaju i ispitivanog uzorka^[123]):

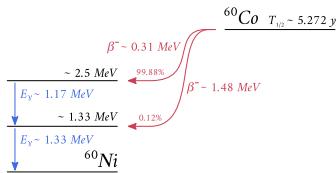
$$C_{apsorpcija} = \frac{f(B)}{f(A)} = \frac{\bar{\Omega}_B}{\bar{\Omega}_A}$$

B/A se odnose na materijal ispitivanog i kalibracionog izvora, dok su $\bar{\Omega}$ efektivni prostorni uglovi. Atenuacioni koeficijenti se uzimaju iz [124] ili sa [NIST XCOM](#).

30: Jezgro potomak većine radionuklida emituje više od jednog fotona. Ako se ovi fotoni emituju trenutno jedan za drugim detektor kao posledica konačnog mrvog vremena nije u stanju da ih razdvoji kao zasebne već ih registruje kao jedinstven (koincidentan) događaj. Faktor korekcije sumiranja se može prikazati i u obliku kao:

$$C_{koincidencija} = \frac{1}{1 - z \varepsilon_t}$$

gde z zavisi od šeme raspada ispitivanog radionuklida^[125, 126]. Radionuklidi koji se često mere a kod kojih treba razmotriti koincidencije (u zavisnosti od geometrije) uključuju na primer izotope ^{88}Y , ^{152}Eu , ^{133}Ba , ^{60}Co ([SLIKA III.20](#)) i mnoge druge.



SLIKA III.20: Šema raspada radionuklida ^{60}Co . Usled koincidencija u spektru se može javiti pik na energiji od ~ 2.5 MeV.

Detaljno kvantifikovana efikasnost je nužna u određivanju kvantitativnog odnosa između stope odbroja i aktivnosti ispitivanog izvora. Kao i u prethodnom slučaju, u cilju određivanja efikasnosti neophodni su kalibracioni izvori²⁸ poznatih sastava i aktivnosti. Alternativno, efikasnost se može odrediti **MATEMATIČKIM PRISTUPOM**.

FEP efikasnost svakog γ -fotona koji potiče iz ispitivanog radionuklida, uključujući korekcije, se računa prateći opšte poznatu jednakost:

$$\varepsilon(E_\gamma) = \frac{R_n(E_\gamma)}{A_r p_\gamma(E_\gamma)} C_i \quad (\text{III.26})$$

gde A_r predstavlja aktivnost merenog izvora, $p_\gamma(E_\gamma)$ predstavlja kvantni prinos tj. verovatnoću emisije γ -fotona energije E_γ , dok $R_n(E_\gamma)$ predstavlja stopu net odbroja pikova ispitivane energije E_γ . Korekcioni faktori, C_i , se javljaju kao posledica efekata:

- I: SAMOAPSORPCIJA,
- II: KOINCIDENTNOG SUMIRANJA,
- III: PROMENE U AKTIVNOSTI IZVORA,
- IV: MRTVOG VREMENA I PILE-UP EFEKATA.

I: SAMOAPSORPCIJA²⁹

$$C_{samoapsorpција}$$

Predstavlja važnu korekciju kod većih (i gušćih) zapreminskeh izvora. U ovu svrhu se koriste linearni atenuacioni koeficijenti. Za matricu koja je sačinjena od više različitih elemenata, srednji linearni atenuacioni koeficijent je dat kao:

$$\bar{\mu} = \frac{\sum r_i \mu_i}{\sum r_i} \rightarrow \sum_i r_i = 1$$

gde su r_i maseni udeli. Više o atenuacionim koeficijentima u [POGLAVLJU II.I.II.](#)

II: KOINCIDENTNO SUMIRANJE³⁰

$$C_{koincidencija}$$

Predstavlja važnu korekciju kod izvora sa složenim šemama raspada, posebno kada se mere blizu detektora. U eksperimentalnom određivanju ovih faktora najbolje je koristiti mono-energetske kalibracione izvore u dobijanju krive efikasnosti, nakon čega se korekcija koincidentnog sumiranja prikazuje kao:

$$C_{koinc.} = \frac{\varepsilon_{mono}(E_\gamma)}{\varepsilon_{multi}(E_\gamma)}$$

gde su ε_{mono} i ε_{multi} efikasnosti na energiji E_γ dobijene funkcijom kalibrisanom mono-energetskim izvorima i merenjem više-energetskog izvora, respektivno.

III: PROMENA AKTIVNOSTI IZVORA

$$C_{aktivnost}$$

U ispitivanju kratko-živećih radionuklida, čiji su periodi poluraspada reda veličine vremena merenja, mora se uzeti u obzir promena u njihovoj aktivnosti tokom samog merenja. Ovo se izvodi korekcionim faktorom definisanim kao:

$$C_{raspad} = \frac{(\ln 2/t_r)t_m}{1 - e^{-(\ln 2/t_r)t_m}} = \frac{\lambda_r t_m}{1 - e^{-\lambda_r t_m}}$$

gde t_m predstavlja vreme merenja, dok t_r odnosno λ_r predstavljaju period poluraspada i konstanu raspadnu energiju ispitivanog radionuklida, respektivno^[127].

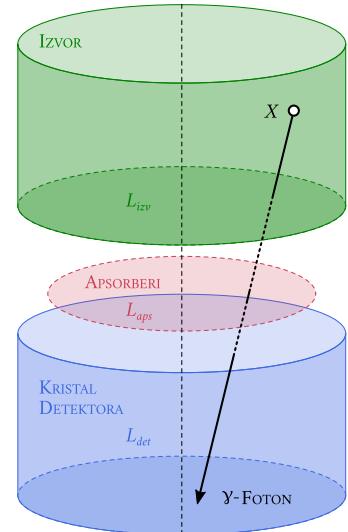
IV: MRTVO VREME I pile-up EFEKTI³¹

$$C_{mrv} vreme$$

Elektronski moduli zahtevaju određeno vreme (**mrtvo vreme**) za obradu naponskog signala stvorenog čestičnom interakcijom. Ukoliko se unutar ovog vremenskog prozora registruje dodatna interakcija, novonastali signal samo povećava amplitudu prvobitnog kako oprema ne može da ih razdvoji, stvarajući tzv. **pile-up** efekat. Usled ovog pikovi koji bi se trebali videti u spektru zasebno se vide kao jedinstven pik energije jednake zbiru energija pojedinačnih fotona.

Mrtvo vreme u velikoj meri zavisi od aktivnost merenog izvora. Ovo vreme je neophodno korigovati oduzimajući ga od realnog vremena čime se kao rezultat dobija **Live vreme** koje se koristi u FEP proračunima. Većina modernih elektronskih modula poseduju kako metode za odbacivanje **pile-up** efekata do određene mere, tako i automatsko korigovanje mrtvog vremena[104, 122].

31: **Pile-up** ili tzv. lažne koincidencije se razlikuju od pravih koincidencija po tome što sumacioni pik potiče od raspada dva ili više istih ili različitih radionuklida. Stoga, nema fizički značaj u smislu kaskadnih prelaza, već samo predstavlja nasumično sumiranje unutar mrtvog vremena. Veće mrtvo uzrokuje i većim **pile-up** efektima.



SLIKA III.21: Primer proste geometrijske postavke merenog izvora i detektora u analitičkom određivanju FEP efikasnosti.

32: METODA TRANSFERA EFKASNOSTI

Ova metoda se zasniva na određivanju detekcione efikasnosti date posmatrane geometrije ($\epsilon_P(E_\gamma)$) bez potrebe dodatnih merenja na osnovu već eksperimentalno kalibrirane referentne postavke ($\epsilon_{ref}(E_\gamma)$). Kalibracioni i ispitivani izvori se opisuju preko svojih oblika, odnosno dimenzija, i hemijskog sastava. Što su izvori sličniji u opisu jedan drugom to je i bolji transfer efikasnosti. Postoji mnoštvo kodova koji rade ovaj transfer (npr. EFFTRAN[20]), obezbeđujući srednje efektivne prostorne uglove kako referentne tako i ispitivane geometrije, $\bar{\Omega}_{ref}(E_\gamma)$ i $\bar{\Omega}_P(E_\gamma)$, koji su prethodno dobijeni putem Monte Karlo simulacija. Efikasnost date geometrije se može relativno lako izračunati relacijom:

$$\epsilon_P = \epsilon_{ref} \frac{\bar{\Omega}_P(E_\gamma)}{\bar{\Omega}_{ref}(E_\gamma)}$$

Kako se obe geometrije zasnivaju na istim karakteristikama detektora, nesigurnosti koje doprinose nesigurnosti ugla $\bar{\Omega}(E_\gamma)$ se potiru. Prema tome, relativna nesigurnost efikasnosti ϵ_P je određena preko relativne nesigurnosti referente efikasnosti ϵ_{ref} . Metoda je relativno precizna u dobijanju efikasnosti novih geometrija[20, 128–130].

$$\begin{aligned} & \xrightarrow{\text{verovatnoća interakcije u merenom izvoru}} p_{izv}(L_{izv}) = e^{-\mu_{izv} L_{izv}} \\ & \xrightarrow{\text{verovatnoća interakcije u apsorbujućim slojevima}} p_{aps}(L_{aps}) = \prod_j e^{-\mu_{aps} L_{aps}} \quad (\text{III.27}) \\ & \xrightarrow{\text{verovatnoća interakcije u kristalu detektora}} p_{det}(L_{det}) = 1 - e^{-\mu_{det} L_{det}} \end{aligned}$$

gde μ_{izv} , μ_{aps} i μ_{det} predstavljaju linearne attenuacione koeficijente za materijal izvora, materijale svih apsorbujućih slojeva između izvora i detektora i materijala kristala detektora, respektivno, dok L_{izv} , L_{aps} i L_{det} predstavljaju rastojanja koje fotoni pređu u izvoru, apsorbujućim slojevima i kristalu detektora, respektivno.

Prostorni ugao Ω se dobija intergaljenjem preko svih mogućih emisionih pravaca γ -fotona iz tačke X ka kristalu detektora. Uzimajući u obzir verovatnoće interakcija date preko **JEDNAKOSTI III.27**, kao i ukupnu zapreminu ispitivanog izvora V_p , moguće je odrediti efektivan prostorni ugao. Za celu geometrijsku postavku merenja, efektivan prostorni ugao $\bar{\Omega}_P$ se računa preko jednakosti:

$$\bar{\Omega}_P = \frac{1}{V_p} \int_{V_p} \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega_{det}} \left[p_{izv}(L_{izv}) \cdot \prod_j p_{aps}(L_{aps}) \cdot p_{det}(L_{det}) \right] d\Omega_P dV_p \quad (\text{III.28})$$

Ovo je ujedno matematička osnova **METODE TRANSFERA EFKASNOSTI**³²[104, 122].

**EKSPERIMENTALAN RAD
I PREGLED SIMULACIJA**

IV.I KRATAK UVOD I ISTORIJA RAZVOJA

ANSAMBL SAVREMENIH EKSPERIMENTA pored tehničkog aspekta predstavlja izazov i u pisanju složenih, ali sa druge strane robustnih programskih paketa koji su namenjeni ovim eksperimentima. Od posebnog je značaja sve veći zahtev za kompletним i detaljnim simulacijama čestičnih detektora koji se koriste u ovim eksperimentima. Ovaj je zahtev predviđen razmerama, osetljivosti i kompleksnosti ovih detektora koji se konstantno unapređuju, a ujedno je potkrepljen i dostupnim računarskim sistemima zahvaljujući kojima su danas simulacije ove prirode moguće. Vremenom, ova razmatranja su se javljala u raznim naučnim disciplinama, ali ponajviše u nuklearnim naukama poput nuklearne medicine, fizike zračenja, astrofizike, itd. Drugim rečima, ova razmatranja su postala aktuelna u svim granama fizike u okviru kojih čestične interakcije igraju određenu ulogu[15].

Kao jedan od odgovora na ovo pitanje razvijen je simulacioni paket zasnovan na OOP metodologiji¹ nazvan GEANT4 (eng. GEOMETRY ANd TRACKING4, abbr. GEANT4), koji nudi raynovrstan i bogat, ali ujedno i kohezivan set softverskih komponenti koji se mogu na raznovrsne načine iskoristiti. Moguće primene ovog paketa se kreću od ispitivanja fundamentalnih fizičkih fenomena i jednostavnijih eksperimentalnih postavki pa sve do eksperimenata velikih razmara tzv. HEP eksperimenti (eng. HIGH ENERGY PHYSICS, abbr. HEP) poput LHC² i drugih[15].

U samom srcu ovog softverskog sistema se nalazi obilan set fizičkih modela koji rukovode interakcijama čestica sa sredinom pokrivajući širok energetski interval (počevši od optičkih fotona i termalnih neutrona pa sve do visokih energija koje se koriste npr. u okviru LHC eksperimenata[131]). Podaci i ekspertiza su preuzeti iz mnogobrojnih izvora širom sveta i u tom smislu GEANT4 predstavlja rezervitorijum koji inkorporira veliki deo toga što se danas zna o čestičnim interakcijama. Za razliku od proceduralnog programiranja³, u okviru kog je razvoj vremenom bio sve naporniji sa porastom kompleksnosti koda, OOP metode su omogućile efikasno rukovođenje i limitiranje zavisnosti definisanjem uniformnog interfejsa i organizacionih principa za sve fizičke modele. U okviru ovog simulacionog paketa funkcionalnost fizičkih modela se može veoma lako ispitati i razumeti, dok samo stvaranje i dodavanje novih modela predstavlja veoma dobro definisanu proceduru koja uvodi minimalnu ili skoro nikakvu modifikaciju već postojećeg koda[15].

Razvoj GEANT4 paketa datira još iz dve nezavisno sprovedene studije u okviru CERN (EUROPEAN ORGANIZATION FOR NUCLEAR RESEARCH [🔗](#); Ženeva, Švajcarska) i KEK (THE HIGH ENERGY ACCELERATOR RESEARCH ORGANIZATION [🔗](#); Tsukuba, Japan) instituta davne 1993. godine. Obe grupe su imale za cilj ispitati kako bi se dostupne računarske tehnike mogle iskoristiti za unapređenje onoga što je tada aktuelan simulacioni paket GEANT3 pružao. Ove dve grupe su se spojile i osmišljen je predlog koji je bio predat CERN-ovom DRDC komitetu (eng. DETECTOR RESEARCH AND DEVELOPMENT COMMITTEE, abbr. DRDC). Rezultujući projekat se vodio pod nazivom RD44, koji je predstavljao svetsku kolaboraciju koja je vremenom rasla i obuhvatila trud od 100 načenika i inženjera sa više od deset različitih eksperimenata širom Evrope, Rusije, Japana, Kanade i Sjedinjenih Američkih Država. Cilj je bio da se razvije robustan i fleksibilan simulacioni softver, baziran na OOP metodologiji prateći iterativan i postepen softverski razvoj[132], sposoban da zadovolji potrebe diktirane savremenim nuklearnim (čestičnim) eksperimentima. Ključ uspeha ovog

IV.I	KRATAK UVOD I ISTORIJA RAZVOJA	55
IV.II	KONSTRUKCIJA SOFTVERA	56
IV.II.I	GENERALNA SVOJSTVA	57
IV.II.II	GLOBALNA STRUKTURA	57
IV.II.III	DIZAJN I ARHITEKTURA	58
IV.III	ANALIZA SIMULACIONIH PODATAKA	68
IV.IV	GEANT4 VIZUALIZACIJA	69

1: eng. Object-Oriented Programming, abbr. OOP; Tip programiranja sa objektima koji predstavljaju skupove informacija koje se tretiraju kao jedinstven sistem. Radi se o elementima programa koji imaju svoja stanja i ponašanje, tj. svaki od objekata ima neke osobine koje ga definišu. Praktično se elementi programa predstavljaju kroz ove objekte, dok se sam program realizuje menjanjem stanja ovih objekata.

2: eng. LARGE HADRON COLLIDER, abbr. LHC. Eksperimenti poput ATLAS, Alice, CMS i drugi ([Home page](#) [🔗](#)). Trenutno predstavlja najveći čestični akcelerator na svetu prečnika 27 km lociran 175 m ispod površine zemlje građen tokom 1998-2008.

3: Tip programiranja koji se oslanja na tzv. procedure koje u suštini sadrže listu, tj. set instrukcija koje program treba da izvrši.

projekta je upravo ležao u detaljnem i pažljivom planiranju prilagođavajući OOP metodologiju uz ranu odluku korišćenja praktičnog C++ programskog jezika. R&D faza (eng. RESEARCH&DEVELOPMENT, abbrv. R&D) je završena decembra 1998. godine uz puštanje prve verzije ovog simulacionog paketa u javnost. Naknadno je osnovana GEANT4 kolaboracija januara 1999. godine sa ciljem daljeg razvijanja i održavanja GEANT4 paketa, kao i aktivnog pružanja korisničke podrške[15]. Inicijalno rođen kao moćan Monte Karlo kod za HEP eksperimente, zahvljavajući svojoj modularnosti i fleksibilnosti, GEANT4 je danas uspešno pronašao svoju primenu i u mnogim drugim istraživačkim oblastima fizike[6].

4: Softver čiji je izvorni kod (tzv. source code) dostupan u "open-source" licenci svim korisnicima koji imaju mogućnost da menjaju i prepravljaju njegov sadržaj. Drugim rečima, uz open-source softvere dolazi i kompletan izvorni kod u nekom od programskih jezika, što predstavlja veoma redak slučaj kod plaćenih softvera.

GEANT4 predstavlja jedan od retkih open-source⁴ transportnih Monte Karlo kodova. Ovim paketom je moguće modelovati složenu eksperimentalnu postavku, kao i definisati razne čestice i njihove interakcije. Pored toga, moguće je pratiti čestice u nekoj sredini, kao i u prisustvu elektromagnetskih polja, dok sam paket pruža i interfejs koji omogućava interagovanje sa simulacijom i čuvanje rezultata za dalju analizu. Glavna prednost koja je i utemeljila današnji uspeh GEANT4 paketa, jeste bogat set komplementarnih i alternativnih fizičkih modela koji veoma dobro opisuju elektromagnetne i hadronske interakcije čestica sa sredinom[6, 131].

IV.II KONSTRUKCIJA SOFTVERA

GEANT4 SIMULACIONI PAKET je predvođen softverskim potrebama savremenih eksperimenata. Tipičan softverski sistem sadrži komponente koje se mogu zasebno ili u raznim kombinacijama koristiti, poput npr. generatora događaja, simulacije detektora, rekonstrukcije i analize. GEANT4 je izgrađen i napisan kao osnova simulacione komponente i shodno tome bilo je neophodno da posude:

- ▶ DOBRO DEFINISANE INTERFEJSE⁵ ZA SVE OSTALE KOMPONENTE,
- ▶ OBEZBEDI DELOVE KOJE ĆE DRUGE KOMPONENTE KORISTITI[15].

5: Sredina (medijum) posredstvom koje dve ili više različitih komponenti sistema sprovode razmenu informacija koja može biti između softvera, hardvera, perifernih uređaja, ljudi ili kombinacije navedenih.

Pored ovih, ostali zahtevi tokom konstrukcije su podrazumevali da je paket modularan i fleksibilan, kao i da je implementacija fizičkih modela transparentna, shvatljiva i otvorena lakoj validaciji od strane korisnika. Prema tome, paket bi trebao da omogući korisniku da ga relativno jednostavno razume, prilagodi i proširi u svim svojim domenima. Modularna struktura bi trebala pružiti mogućnost odabira samo onih komponenti koje su neophodne za specifičnu upotrebu korisnika[15].

Glavni domeni simulacije predstavljaju:

DOMEN	POGLAVLJE
▶ Vizualizacija i UI	IV.IV (str. 69)
▶ Analiza i digitizacija	IV.III (str. 68)
▶ Upravljanje Event/Run-om	IV.II.III.II (str. 59)
▶ Definisanje primarnih čestica	IV.II.III.V (str. 66)
▶ Procesi i upravljanje Tracking-om	IV.II.III.IV (str. 63)
▶ Geometrija i materijali modela postavke	IV.II.III.III (str. 59)

6: Toolkit - Program ili set softverskih rutina koje se koriste za razvijanje i/ili održavanja aplikacija i/ili baza podataka.

Ovi domeni su prirodno doveli do stvaranja kategorija klasa sa koherentnim interfejsom, i sa svakom kategorijom je osnovana i odgovarajuća radna grupa sa dobro definisanim zadacima i odgovornostima. Ovo je takođe dovelo i do samog koncepta "toolkit"-a⁶, što implicira da korisnik može izgraditi svoju aplikaciju i tokom same kompilacije putem odgovarajućih toolkit komponenti. Danas, GEANT4 primenjuje tehnike naprednog softverskog inženjerstva kako bi obezbedio funkcionalnost, modularnost, fleksibilnost, ali i jasnu transparentnost koda[15].

IV.II.I GENERALNA SVOJSTVA

G EANT4 PAKET OMOGUĆAVA KORISNIKU da izgradi geometrije od komponenti različitih oblika i materijala, kao i da definiše osetljive odnosno senzitivne elemente modela koji mogu registrovati informacije o mogućim interakcijama (hit) čestica sa okolnom sredinom, neophodnih za generisanje detektorskog odziva (digitisation). Sa druge strane, samo generisanje primarnih čestica u simulaciji se može pozvati kako iz internih tako i iz eksternih izvora/generatora.

GEANT4 paket takođe nudi širok i detaljan set dobro definisanih fizičkih procesa koji se koriste u modelovanju ponašanja i interakcija čestica sa sredinom. Korisnik ima mogućnost odabira različitih pristupa i implementacija shodno njegovim potrebama. Takođe, ukoliko je neophodno korisnik ima mogućnost i da modifikuje ili pak doda nove elemente svom odabranom fizičkom setu. Dodatno, moguća je i interakcija sa simulacijom putem bogatog izbora GUI⁷ drajvera kao i vizualizacija čestičnih traga u eksperimentalne postavke u vidu njihove geometrije uz pomoć raznolikih grafičkih sistema kroz dobro definisane interfejse. Generalno, sve klase ovog paketa su osmišljene sa ciljem da budu kompaktne i fleksibilne kako bi se mogle modifikovati ili proširiti, ukoliko je to zahtevano od strane korisnika i njegove simulacije. Sve ove potencijalne promene korisnik može implementirati prosti prateći principe i metodologiju OOP-a i praktičnog C++ programske jezike.

Jedan od glavnih uslova tokom izgradnje ovog softverskog paketa bio je taj da se fizički modeli u smislu koda implementiraju na veoma transparentan način. Upravo je korišćenje OOP metodologije omogućilo da se uspostavi veoma jasna i fleksibilna veza između čestica i fizičkih procesa. Kao rezultat ovog pristupa stvorena je veoma granularna implementacija; naime, svaku komponentu paketa moguće je ispitati na samom nivou izvornog koda⁴. Način na koji se efikasni preseci računaju, putem formula, parametrizacije i interpolacije baza podataka, je takođe transparentan. Za slučaj interpolacije, informacija izvučena iz određene baze je izolovana od načina kojim se pristupa i koristi, pružajući time mogućnost korišćenja različitih baza podataka. Slično, generisanje finalnog stanja čestice je izolovano od proračuna efikasnih preseka korišćenih u praćenju čestica (tracking), a takođe je podeljeno na alternativne i komplementarne modele, shodno energiji, dometu i tipu čestice kao i samog materijala sredine[15].

IV.II.II GLOBALNA STRUKTURA

V REMENOM SE GEANT4 PAKET razvijao i danas je sačinjen iz 17 kategorija. Sam kernel upravlja praćenjem čestica uzimajući u obzir geometriju, prisutna polja, fizičke procese, itd[15]. Na **SLICI IV.1** je ilustrovana modularna i hijerarhijska struktura GEANT4 kernel-a kao i međusobna zavisnost kategorija. Kategorije pri dnu dijagrama virtualno predstavljaju osnovu GEANT4 paketa i u suštini se koriste od strane svih viših kategorija. Ovo su Global⁸, Materials⁹, Particles⁹, Graphical Representations, Geometry¹⁰, i Intercoms¹¹ kategorije[6].

Iznad ovih se nalaze kategorije neophodne za opis praćenja čestica kao i fizičkih procesa kojima ove čestice podležu. Track kategorija sadrži klase neophodne za tragove (track) i korake (step) korišćene od strane Process kategorije koja sadrži implementacije modela za opis fizičkih interakcija. Dodatno, jedan takav proces, nazvan transportacija (transportation), upravlja transportom čestica kroz geometrijski model i po potrebi omogućava pokretanje parametrizacije procesa. Svi se ovi procesi mogu pozvati od strane Tracking kategorije koja rukovodi njihovim doprinosom u evoluciji stanja traga čestice i nudi informaciju o čestičnim interakcijama u senzitivnim komponentama (npr. deponovanu energiju, generisanje sekundarnih čestica, itd.), i digitizaciji (odnosno model odziva detektora)[6].

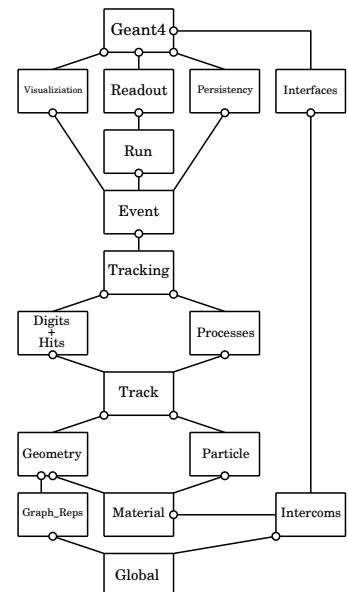
7: eng. **Graphical User Interface**, abrv. **GUI**. Interfejs putem kog korisnik može da interaguje sa hardverskim ili softverskim komponentama kroz upotrebu određenih vizuelnih indikatora i/ili reprezentacija.

8: Global kategorija pokriva celokupan sistem fizičkih jedinica, konstanti, brojeva i rukovanje (pseudo)slučajnim brojevima (detaljnije o ovome u **POGLAVLJU II.III**).

9: Materials i Particles kategorije su zadužene za implementaciju objekata u opisu materijala i fizičkih svojstva čestica.

10: Geometry kategorija definiše oblike i zapremine u svrhu opisa eksperimentalne postavke, kao i alate za navigaciju čestica kroz geometrijski model u simulaciji.

11: Intercoms kategorija pruža sredstva za interakciju sa GEANT4 paketom kroz UI, ali i za međusobnu komunikaciju modula.



SLIKI IV.1: Hijerarhija GEANT4 paketa (tzv. kernel). Kategorije su međusobno povezane jednosmernom zavisnošću[15].

Iznad ovih kategorija, Event upravlja događajima u smislu čestičnih tragova dok Run kategorija upravlja kolekcijom tj. sakupljanjem događaja koji dele zajednički primarni izvor kao i implementaciju detektor-a. Readout kategorija omogućava rukovanje izlaznih parametara i elektronike eksperimentalne postavke. Na kraju, Visualization, Persistency i Interface kategorijama je moguće korišćenje svih prethodno pomenutih kategorija, kao i njihovo međusobno povezivanje u okviru postrojenja van Geant4 paketa putem apstraktnih interfejsa[6, 15].

IV.II.III DIZAJN I ARHITEKTURA

IV.II.III.I User Initialization/Action klase

12: Koriste se tokom faze inicijalizacije.

13: Koriste se tokom rada simulacije (Run).

U okviru Geant4 simulacionog paketa postoje dva tipa korisničkih klasa, a to su User Initialization¹² i User Action¹³ klase[133]. Sam paket pruža apstraktne interfejse za 8 različitih korisničkih klasa. Konkretnе implementacije, instanciranja i registracije ovih klasa su obavezne za slučaj 3 klase (tip User Initialization), dok su opcionalne za preostalih 5 korisničkih klasa (tip User Action). Upravo ovo omogućava korisniku da prilagodi upotrebu Geant4 simulacionog paketa svojim potrebama. Svih osam klasa su proistekle iz detaljne analize korisničkih zahteva i uslova tokom samog planiranja i izgradnje Geant4 paketa[15].

Tokom pisanja Geant4 simulacije, tri obavezne korisničke klase¹⁴ su:

G4UserDetectorConstruction	I Klasa
Klasa koja se koristi za definisanje materijala i geometrije eksperimentalne postavke (još neka svojstva koja se definišu i opisuju ovom klasom su npr. senzitivne komponente detektor-a, određeni vizualizacioni atributi, itd.).	
G4UserPhysicsList	II Klasa
Klasa koja se koristi za definisanje svih čestica (primarnih i sekundarnih), fizičkih procesa i vrednosti cut-off parametara u produkciju tj. generisanju sekundara koji će koristiti u simulaciji (POGLAVLJE IV.II.III.IV).	
G4UserPrimaryGeneratorAction	III Klasa
Klasa koja se koristi za generisanje primarnih čvorova i čestica[15, 133].	

14: O ovim klasama, ali prvenstveno o definisanju geometrije, materijala, fizičkih procesa i čestica u Geant4 simulaciji, će biti više reči u narednim poglavljima:

- GEOMETRIJA → POGLAVLJE IV.II.III.III
- MATERIJALI → POGLAVLJE IV.II.III.III
- PROCESI → POGLAVLJE IV.II.III.IV
- ČESTICE → POGLAVLJE IV.II.III.V

15: Ukoliko korisnik samostalno definiše fiziku simulacije neophodno je uključiti sve relevantne procese kako bi simulacija bila pouzdana. U zavisnosti od prirode simulacije ovo ponekad ume biti veoma složeno, i stoga kako bi se ovaj problem zaobišao definisanje fizike je danas znatno pojednostavljeno razvijanjem i upotrebom modularnih fizičkih modela (PRIMER V.3).

Za ove tri klase Geant4 ne nudi korisniku njihovo uobičajeno tj. predviđeno "ponašanje". Ovim klasama su predstavljene čiste apstraktne definicije iz kojih korisnik sam mora da izvede svoje sopstvene konkretnе klase. Geant4 ne nudi bilo kakve podrazumevane fizičke procese. Nasuprot, korisnik mora registrovati i sam proces transportacije¹⁵, inače Geant4 neće "pomerati" ni jednu od čestica. Sa druge strane, upravo zbog ovog pristupa implementacije, korisnik je u mogućnosti da sa lakoćom isključi transportaciju ili bilo koji drugi fizički proces bez toga da utiče na ostale procese ili pak na samo ponašanje Geant4 aplikacije[15].

Opcionalne klase dozvoljavaju i omogućavaju korisnicima da menjaju uobičajeno ponašanje Geant4 simulacija. Pet opcionalnih korisničkih klasa su:

- I: G4UserStackingAction » MODIFIKUJE PRISTUP GRUPI Track-OVA,
- II: G4UserSteppingAction » MODIFIKUJE PONAŠANJA NA SVAKOM step-u,
- III: G4UserRunAction » UPRAVLJA POSTUPCIMA NA POČETKU I KRAJU Run-A,
- IV: G4UserEventAction » UPRAVLJA POSTUPCIMA NA POČETKU I KRAJU Event-A,
- V: G4UserTrackingAction » UPRAVLJA POSTUPCIMA NA POČETKU I KRAJU Track-A.

IV.II.III.II Run i Event kategorije

Run kategorija kontroliše konfiguraciju Geant4 postavke i njegove simulacije[131]. Run kao objekat klase G4Run predstavlja najveću jedinicu simulacije koja je sačinjena iz sekvence događaja tj. Event-ova[6]. U okviru jednog Run-a, model geometrije i definisani fizički procesi ostaju nepromjenjeni, ali ih je moguće menjati između zasebnih Run-ova (ili u okviru samog koda, ili u okviru makro fajlova (*.mac)). Run počinje pozivanjem metode BeamOn()¹⁶ klase G4RunManager[133].

G4RunManager, odnosno G4MTRunManager za slučaj Multi- Threading¹⁷ simulacija, je jedina upravljujuća klasa Geant4 kernel-a koju korisnik mora eksplicitno definisati. Ova klasa kontroliše tok simulacije i upravlja petljom događaja (Event) u okviru jednog Run-a. G4RunManager klasa je takođe odgovorna za upravljanje inicijalizacionih procedura, uključujući i metode u korisnikovim inicijalizacionim klasama (**POGLAVLJE IV.II.III.I**). Kroz ove procedure G4RunManager-u moraju biti pružene sve informacije neophodne za izgradnju simulacije, uključujući:

- ▶ KAKO SE GEOMETRIJA TREBA IZGRADITI,
- ▶ SVE ČESTICE/PROCESI KOJI SE SIMULIRAJU,
- ▶ NAČIN GENERISANJA PRIMARNIH ČESTICA,
- ▶ BILO KOJI DODATNI USLOVI SIMULACIJE[133].

Event kategorija pruža apstraktan interfejs ka eksternim fizičkim generatorima za generisanje primarnih čestica koje definišu fizički događaj. Primarni čvorovi i čestice su definisani specijalnim klasama koje su nezavisne od svih ostalih (G4PrimaryVertex i G4PrimaryParticle, respektivno[133]). Korisnik putem ovih specijalnih klasa može pristupiti generatorima pripremajući sopstvene konverzionate kodove¹⁸. Ova izolacija omogućava Geant4 simulacijama da se ne oslanjaju na specifičan izbor generatora. Staviše, primarne čestice mogu reprezentovati bilo koju vrstu čestica. Takođe, relacija predak-potomak se održava između primarnih čestica tako da se specifičan lanac raspada može uvesti i iz fizičkih generatora[15].

Event kao objekat G4Event klase predstavlja fizički događaj koji je glavna jedinica simulacije. Event počinje generisanjem jedne ili više primarnih čestica, a završava se onda kada se sve primarne kao i generisane sekundarne čestice kompletno isprate u geometriji[6]. Ova klasa izbegava zadržavanje bilo koje prolazne informacije koja nije od značaja nakon što je završena obrada posmatranog događaja. Prema tome, upravo objekti ove klase su oni koje korisnik može da skladišti za dalju analizu u programskom lancu (npr. rekonstrukcija). Klasa sadrži primarne čvorove i čestice pre obrade događaja, dok nakon obrade sadrži odigrane interakcije i digitizaciju koje su generisane simulacijom, a optimalno sadrži i tragove simuliranih čestica.

U cilju poboljšanja performansi simulacije, G4Event kao i njene sadržajne klase se ne mogu trajno skladištiti. Umesto toga, od korisnika se zahteva da obezbedi sam svoje konverzionate kodove između ovih klasa i odgovarajućih trajnih klasa[15].

IV.II.III.III Geometry i Materials kategorije

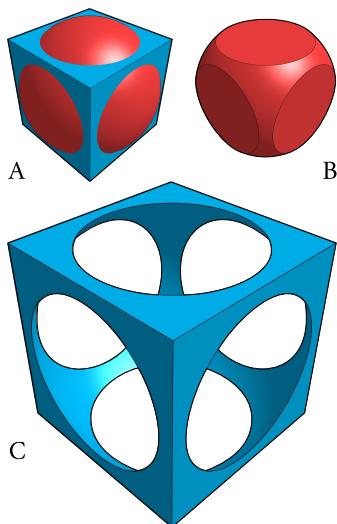
Geometry kategorija obezbeđuje opis geometrije i efikasne propagacije čestica kroz istu[6]. Neki koncepti su pozajmljeni iz prethodnih kodova, ali su takođe uvedene promene u određenim ključnim domenima sa ciljem boljeg snalaženja kada je u pitanju veći broj i različite (složenije) organizacije komponenti detektora sa kojima se danas susrećemo. Naročito, zahtev da se geometrijski opis zameni CAD¹⁹ sistemima (prateći ISO STEP standard), kao i efikasna navigacija u takvim geometrijama, je doveo do novih optimizacionih implementacija i tehnika[15].

16: Korisnik može da pozove BeamOn() metodu proizvoljan broj puta u okviru jedne iste simulacije, gde se sa svakim pozivanjem metode definiše zaseban Run.

17: eng. Multi-Threading, abbrv. MT. Kako se vremenom eksperiment razvijao tako se javio i zahtev za simulacijama sve složenijih detektora i fizičkih procesa. Ovo za sobom povlači više CPU ciklusa (eng. Central Processing Unit, abbrv. CPU) uz efikasniju RAM upotrebu (eng. Random Access Memory, abbrv. RAM). Geant4 je ovaj zahtev uspešno ispratio usvajanjem višenitnog pristupa preko višejezgarne arhitekture procesora. Ovo obezbeđuje bolje CPU performanse, ali sa druge strane zahteva prilagodavanje postojećeg koda radi bolje implementacije ovih arhitektura. Najčešći pristup ovome je tzv. paralelna obrada. Jedan od ključnih izazova ovog pristupa je taj da RAM postaje limitirajući faktor, obzirom da neophodan RAM raste linearno sa rastom broja procesa. U okviru Geant4 paketa je razvijeno alternativno rešenje u kom MT aplikacije dele značajen deo svojih informacija između niti u cilju redukovanja neophodne memorije. Ovo se postiže deljenjem ključnih podataka koji se tokom simulacije ne menjaju, kao što je npr. geometrija ili fizički modeli. Sam MT se zasniva na master-worker modelu u kom je jedna kontrolna sekvenca (master) odgovorna za inicijalizaciju geometrije i fizičkih procesa, i za pozivanje/kontrolu worker niti (odgovorne za simulaciju tj. za praćenje jednog ili više događaja)[134].

18: eng. GENERAL PARTICLE SOURCE, abbrv. GPS (**POGLAVLJE IV.II.III.V**). GPS može ovo znatno uprostiti definisanjem npr. izvora primarnih čestica sa arbitrarnom energetskom, prostornom i/ili ugaonom distribucijom tokom rada same simulacije.

19: eng. COMPUTER AIDED DESIGN, abbrv. CAD. Moguće je izgraditi složene oblike pomoću CAD softvera koji potom mogu biti importovani u simulaciju (**SЛИКА IV.3**).



20: eng. **CONSTRUCTIVE SOLID GEOMETRY**, abrv. **CSG**. Modelovanje koje između ostalog omogućava i izgradnju složenih oblika *bulovim* operacijama prostih. Slika iznad: unija (A), presek (B) i razlika (C).

Koncepti logičkih (*logical*) i fizičkih (*physical*) zapremina nisu nalik onima u okviru Geant3 paketa. Logical zapremina reprezentuje element detektora određenog oblika koja može da sadrži druge zapremine. Logical komponenta takođe može da poseduje i druge karakteristike koje ne zavise od njene pozicije u prostoru. Physical zapremina predstavlja prostornu orientaciju ili poziciju logical zapremine u odnosu na njenu enkapsulirajuću tj. zatvarajuću mother (*logical*) zapreminu. Stoga, moguće je izgraditi hijerarhijsku strukturu (npr. levi panel na [SLICI IV.4](#)), tako da svaka od zapremina sadrži unutar sebe neku manju zapreminu(e) (obratiti pažnju da, kao i u realnom svetu, nije dozvoljeno međusobno preklapanje zapremina). Strukture koje se ponavljaju u geometrijskom modelu mogu biti reprezentovane specijalnim physical zapreminama ([G4VPReplica](#)^[133]) i/ili parametrizovanim postavljanjima ([G4PVParameterised](#)^[133]), što ponekad može znatno da olakša i redukuje upotrebu neophodne memorije^[15].

U okviru Geant4 paketa logical zapremine su redefinisane u smislu da je opis samog oblika zapremine (npr. kocka, sfera, cilindar, trapezoid, itd.) zaseban objekat za sebe nazvan solid. Solid zapremine jednostavnih oblika imaju svoja svojstva kodirana u skladu sa CSG konceptom²⁰. Složeniji oblici su definisani svojom graničnom površinom koja može biti ravan, površina drugog reda ili B-spline površina višeg reda, i pripadaju BREPs podkategoriji²¹. Ova raznolikost odgovara onima opisanim ISO STEP standardom za CAD sisteme^[15].

Prema tome, svaka komponenta modela geometrije se u Geant4 simulaciji definiše preko tri različita nivoa odnosno sloja, a to su:

Solid ZAPREMINA	I NIVO/SLOJ
Definiše oblik i veličinu odnosno dimenzije geometrijske komponente (npr. preko primitiva G4Box, G4Sphere, G4Tubs, G4Polycone, itd. ^[133] , SLIKI IV.2).	
Logical ZAPREMINA	II NIVO/SLOJ
Definiše određene karakteristike vezane za posmatranu komponentu (poput npr. materijala iz kojih je sačinjena komponenta, prisustvo elektromagnetskih polja, temperatura, pritisak, moguće senzitivne komponente detektora, itd.).	
Physical ZAPREMINA	III NIVO/SLOJ
Definiše prostornu poziciju i orientaciju posmatrane komponente (<i>daugther</i>) u odnosu na koordinatni sistem svoje enkapsulirajuće zapremine (<i>mother</i>) ^[6] .	

21: eng. **BOUNDARY REPRESENTATIONS**, abrv. **BREPs**. Metoda reprezentovanja oblika definisanjem graničnih površina. 3D oblik je prikazan skupom površinskih elemenata, koji definisu granicu između unutrašnjih i spoljašnjih tačaka objekata.

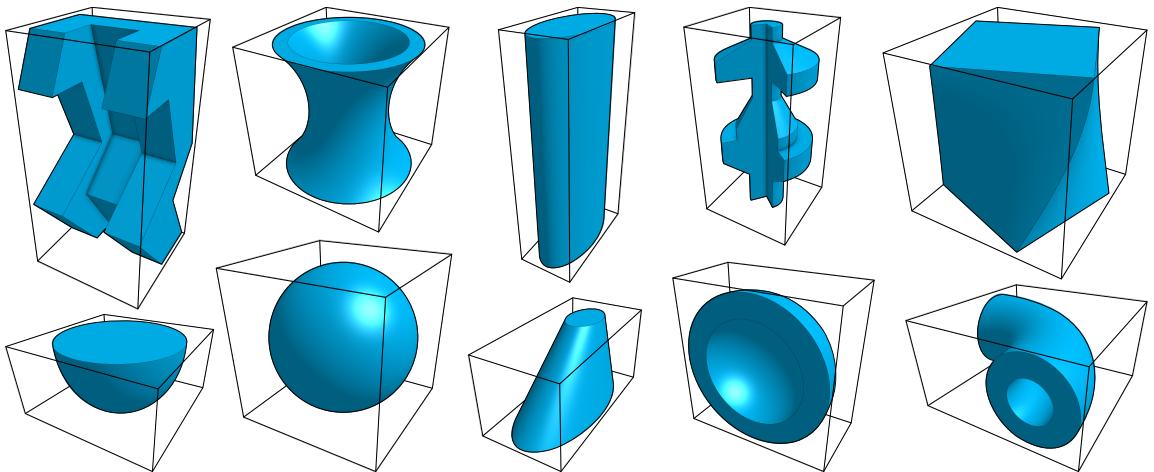
Najveća zapremina modela se uglavnom naziva **World** zapreminom. Najčešći pristup je da se **World** zapremina definiše u obliku kutije (G4Box, [PRIMER IV.1](#)). Ova zapremina, u određenim granicama, mora sadržati sve ostale zapremine modela. Prema tome, sve se zapremine postavljaju unutar prethodnih zapremina prateći time hijerarhijsku strukturu. Kada se zapremina postavi unutar druge, na tu se zapreminu odnosi kao na čerku (*daugther*), dok se na enkapsulirajuću zapreminu odnosi kao na majku (*mother*). Koordinatni sistem koji se koristi za pozicioniranje *daugther* predstavlja koordinatni sistem *mother* zapremine^[133].

PRIMER IV.1: Definisanje zapremine **World** kao objekta klase G4Box. Takođe, treba obratiti pažnju da u okviru Geant4 paketa treba specifikirati jedinicu dimenzije (pokriveno Global kategorijom). U datom primeru se generiše kutija sa dimenzijama 10, 10 i 10 cm. Prikazane su sve tri vrste, tj. **solid**, **logical** i **physical** zapremine.

```

1 G4double halfDim_X = 5.0*cm;      // half-width (polovina dužine)
2 G4double halfDim_Y = 5.0*cm;      // half-length (polovina širine)
3 G4double halfDim_Z = 5.0*cm;      // half-height (polovina visine)
4
5 G4Box *worldSolid = new G4Box("worldZM",halfDim_X,halfDim_Y,halfDim_Z);
6 G4LogicalVolume *worldLogical = new G4LogicalVolume(worldSolid,Au,"worldZM");
7 G4PVPPhysicalVolume *worldPhysical = new G4PVPlacement(0,G4ThreeVector(0,0,0),
   worldLogical,"worldZM",0,false,0,true);

```



SLIKA IV.2: Neki od geometrijskih primitiva dostupnih za modelovanje eksperimentalne postavke u GEANT4 paketu. Konstanto se implementiraju novi primitivi po zahtevu korisnika (tako su npr. sa SERIJOM-8 implementirani G4GenericTrap, G4ExtrudedSolid, G4Paraboloid i G4CutTubs[134]).

Pored geometrijskih primitiva koji dolaze uz GEANT4 paket (**SLIKA IV.2**), koristan način izgradnje složenijih geometrijskih oblika u G4TessellateSolid klasu[133]. Ova klasa omogućava generisanje složenih oblika aproksimirajući njihove površine kao set planarnih faseta (tj. trouglova), sa podesivom rezolucijom. Ova tehnika se može iskoristiti u svrhu importovanja geometrija dobijenih CAD sistemima (**SLIKA IV.3**). Opis geometrije je takođe moguće importovati u vidu teksta fajlova prateći dva formata²²: GDML²³ zasnovan na XML-u (eng. EXTENSIBLE MARKUP LANGUAGE, abrv. XML[136]) ili u vidu široko poznatog ASCII formata²⁴[134, 137].

VERIFIKACIJA I DEBUGGING MODELA GEOMETRIJE

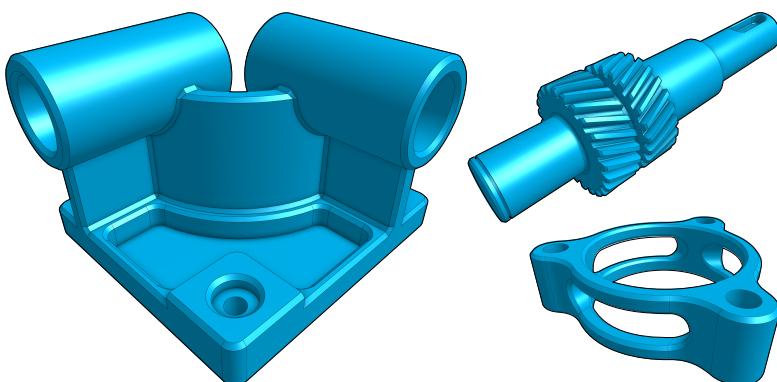
Tokom debugging-a simulacije, proces koji oduzima najviše vremena predstavlja upravo proveru modela geometrije. Kako bi Tracking u GEANT4 simulaciji bio precizan, uslov i prepostavka je da se različiti zapreminski elementi međusobno ne preklapaju²⁵, kao i da su daugther elementi kompletno obuhvaćeni mother zapreminama. Generalno, najbolji sistemi za uočavanje mogućih preklapanja su pruženi u okviru različitih CAD sistema zbog čega se korisnici ujedno i ohrabljaju da koriste ove sisteme. U principu, STEP interfejs omogućava transfer između GEANT4 simulacije i CAD sistema, ali ovo ne mora nužno uvek biti najpraktičniji pristup i rešenje[15]. GEANT4 pruža raznolik set debugging alata u

22: GEANT4 paket nudi interne module za interpretaciju i konverziju ovih formata za slučaj interne geometrijske reprezentacije, bez potrebe za dodatnim C++ kodiranjem.

23: eng. GEOMETRY DESCRIPTION MARKUP LANGUAGE, abrv. GDML[135].

24: eng. AMERICAN STANDARD CODE FOR INFORMATION INTERCHANGE, abrv. ASCII.

25: Ovo se dešava kada se granice jedne zapremine protežu izvan granica svoje enkapsulirajuće mother zapremine, ili pak kada se dve ili više različitih zapremina postavljene unutar iste mother zapremine međusobno preklapaju jedne sa drugima.



SLIKA IV.3: Primer složenijih geometrija generisane preko određenih CAD sistema. Ove je geometrije moguće importovati u GEANT4 simulaciju uz pomoć određenih klasa u obliku Tessellated zapremina, i potom ih je moguće koristiti kao klasične solid zapremine dodeljujući im različite atribute uz pomoć logical komponente.

cilju verifikovanja modelovanja geometrije (jedan od njih je npr. DAWN's **VISUAL INTERSECTION DEBUGGER**, abbrv. **DAVID**[138]). Pristup koji se predlaže korisniku jeste da svoju eksperimentalnu postavku uvek modeluje postepeno, počevši prvo od jednostavnijih geometrijskih komponenti, dodavajući i proveravajući geometriju tokom svakog pojedinačnog razvojnog ciklusa simulacije[6].

Material kategorija reflektuje ono što postoji u prirodi: materijali su sačinjeni od jednog ili više različitih elemenata, dok su elementi sačinjeni od jednog ili više različitih izotopa[6, 15, 133]. Kako se fizička svojstva materijala mogu prikazati na veoma generičan način veličinama koje mogu biti zadate ili direktno (npr. gustina, temperaturna, agregatno stanje, pritisak, itd.) ili dobijene iz kompozicije elemenata, u okviru ove kategorije su neophodne samo konkretnе klase. Svojstva poput srednjeg slobodnog puta, koeficijenata Bethe-Blobove formule, gubitka ekscitacione energije, "shell" korekcionih faktora, itd., se proračunavaju iz samog elementa, a ukoliko je to neophodno mogu se proračunati i iz izotopske kompozicije²⁶[15].

26: Material kategorija takođe poseduje implementacije i postrojenja neophodna za opis površinskih svojstava za slučaj praćenja (tracking) optičkih fotona[15].

GEANT4 poseduje tri osnovne klase osmišljene da realizuju ovu kategorizaciju:

G4Isotope KLASA

Opisuje svojstva atoma (redni i maseni broj, molarna masa, itd.).

G4Element KLASA

Opisuje svojstva elemenata (efektivni redni i maseni broj, efektivna molarna masa, energija ljušaka, itd.). Koristeći internu bazu podataka GEANT4 paketa, G4Element klasi se može pristupiti atomskim brojem ili simbolom (npr. "**Au**", "**Fe**", "**Al**", "**Pb**", "**Cu**", itd.). U ovom se slučaju objekat G4Element klase pronalazi iz liste postojećih elemenata ili se konstruiše koristeći internu bazu podataka.

G4Material KLASA

Opisuje makroskopska svojstva materijala (gustinu, temperaturu, agregatno stanje, pritisak, itd.; makroskopske veličine poput srednjeg slobodnog puta, disipacije energije po jedinici dužine (dE/dx), itd.). Neki od materijala su predefinisani u okviru interne²⁷ **GEANT4 BAZE MATERIJALA**. Dostupne su takođe UI komande koje omogućavaju interaktivran pristup bazi materijala.

27: Materijali se konstruišu pozivajući se na njihova imena (PRIMER V.2). Određeni materijali koji su našli svoju čestu primenu u okviru HEP eksperimenta su takođe inkorporirani unutar ove baze podataka.

PRIMER IV.2: Primer definisanja materijala u okviru klase G4DetectorConstruction. Navedeni su samo neki načina definisanja materijala. Za više detalja pogledati: [133].

Ln: 5-6 Primer G4Isotope klase

```

1  G4int Z, A, n_comp;
2  G4string name, symbol;
3  G4double mass, abundance;
4
5  G4Isotope *U_234 = new G4Isotope(name="U234", Z=92, A=234, mass=234.04*g/mole);
6  G4Isotope *U_235 = new G4Isotope(name="U235", Z=92, A=235, mass=235.04*g/mole);
7  G4Isotope *U_238 = new G4Isotope(name="U238", Z=92, A=238, mass=238.05*g/mole);

8
9  G4Element *el_U = new G4Element(name="obogacen_U", symbol="U", n_comp=2);
10 el_U->AddIsotope(U_235, abundance=49.013353*perCent);
11 el_U->AddIsotope(U_234, abundance=8.3995663*perCent);
12 el_U->AddIsotope(U_238, abundance=42.587081*perCent);
```

Ln: 8-10 Primer G4Element klase

```

13
14  G4Element *H = new G4Element(name="H", symbol="H", Z=1., mass=1.01*g/mole);
15  G4Element *O = new G4Element(name="O", symbol="O", Z=8., mass=16.0*g/mole);
16  G4Material *H2O = new G4Material(name="Voda", density, n_comp=2);
17  H2O->AddElement(H, natoms=2);
18  H2O->AddElement(O, natoms=1);
```

Ln: 12-16 Primer G4Material klase

```

19
20  G4NistManager *nist = G4NistManager::Instance();
21  G4Material *Bakar = nist->FindOrBuildMaterial("G4_Cu");
22  G4Material *Olovo = nist->FindOrBuildMaterial("G4_Pb");
23  G4Material *Aluminijum = nist->FindOrBuildMaterial("G4_Al");
```

Ln: 18-21 Primer definisanja materijala nazivima iz **GEANT4 BAZE MATERIJALA**

IV.II.III.IV DEFINISANJE PROCESA; Tracking kategorija

GEANT4 paket poseduje veoma raznovrsan set komplementarnih i alternativnih fizičkih modela koji opisuju interakcije čestice sa sredinom²⁸ odnosno fiziku fotona, elektrona, miona, hadrona i jona pokrivajući širok energetski interval[15].

Sedam glavnih kategorija za opis fizičkih procesa su:

- ▶ TRANSPORTACIJA,
- ▶ PARAMETRIZACIJA,
- ▶ OPTIČKA KATEGORIJA,
- ▶ KATEGORIJA ZA RASPAD,
- ▶ HADRONSKA KATEGORIJA,
- ▶ ELEKTROMAGNETNA KATEGORIJA,
- ▶ FOTOLEPTON-HADRONSKA KATEGORIJA[6, 133].

Implementacija fizičkih modela u okviru GEANT4 paketa je veoma transparentna zahvaljujući OOP metodologiji (**POGLAVLJE IV.II.I**). Rezultat ovoga je granularna implementacija fizičkih modela, gde se svaka komponenta može ispitati na nivou izvornog koda⁴. Apstraktни interfejs zajednički za sve procese čini praćenje (tracking) nezavisnim od vrste procesa što zajedno sa modularnom strukturu omogućava kontinualan razvoj novih fizičkih modela bez modifikacije postojećeg koda[15]. Korisniku ponekad može biti teško da se odluči koji set fizičkih modela bi bio najbolji za njegovu simulaciju i shodno tome se predlaže da se do ovog zaključka dove komparacijom rezultata generisanih simulacijom (upotrebom različitih fizičkih modela) sa dostupnim eksperimentalnim podacima[6].

Za čestičnu interakciju je korisno napraviti razliku između **PROCESA**, tj. određenog početnog i finalnog stanja (koje prema tome ima dobro definisano srednje vreme života ili efikasan presek), i **MODELAA** koji implementira generisanje sekundarnih čestica. Prema tome, korisnicima je omogućeno korišćenje različitih fizičkih modela za opis jednog te istog procesa[15].

Kao što je poznato iz fizike zračenja, čestica koja se kreće kroz određenu sredinu je podložna interakciji mnogih konkurentnih fizičkih procesa, sa dobro definisanim efikasnim presecima koji zavise od vrste čestice, njene energije, ali i svojstava sredine kroz koju se čestica kreće (**POGLAVLJE II**). U realnom slučaju, čestica će kroz detektor često samo proći kroz mnoge komponente detektora dok konačno ne interaguje sa jednom od njih[15]. Svaka čestica se od mesta njenog generisanja u simulaciji pomera tj. transportuje (putem **transportation** procesa) korak po korak (odnosno **step** po **step**²⁹) kroz geometriju eksperimentalne postavke[6].

Na početku **step-a**, svi konkurentni procesi predlažu narednu tačku interakcije uzorkujući srednji slobodan put λ svake od interakcija (**JEDNAKOST II.8/POG. II**). U meti gustine ρ , sačinjenoj od i izotopa mase m_i udela x_i , λ se računa preko:

$$\lambda = \frac{1}{\sum_i \frac{x_i \sigma_i}{m_i} \rho} \quad (\text{IV.1})$$

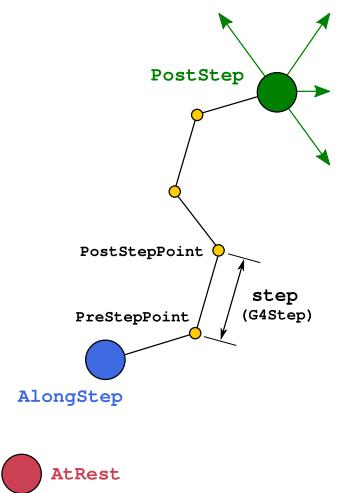
maseni atenuacioni koeficijenti (**POGLAVLJE II.III.I**)

gustina sredine kroz koju se čestica kreće

gde σ_i definiše efikasan presek odigravanje i -te čestične interakcije[6, 139].

Srednji slobodan put čestice za dati fizički proces zavisi od sredine i ne može se koristiti direktno za uzorkovanje verovatnoće interakcija u heterogenoj sredini[6].

28: Fizika čestičnih interakcija je opisana apstraktnom klasom **G4VProcess** kojom je definisan zajednički interfejs svih procesa. U zavisnosti od njihove prirode, procesi se dele na **AtRest**, **AlongStep** i **PostStep** procese (primeri navedeni u **TABELI IV.1**).



29: Kao što je rečeno u **POGLAVLJU II**, **step** predstavlja rastojanje između dve tačke prostora u kojima se odigrao neki fizički proces. Stoga, **step** poseduje dve tačke prostora, početnu i krajnju (**PreStepPoint** i **PostStepPoint**), i nosi Δ -informaciju o tome šta se desilo između ovih tačaka (na primer količina deponovane energije).

Iz fizike zračenja znamo da je verovatnoća da čestica pređe put dx bez da interaguje sa sredinom kroz koju se kreće definisana kao:

$$P(x) = \exp\left(-\frac{dx}{\lambda}\right) \quad (\text{IV.2})$$

Shodno **JEDNAKOSTI IV.2**, verovatnoća da čestica ne interaguje duž x je onda:

$$P(x) = \exp\left(-\int_0^x \frac{dx}{\lambda}\right) \quad (\text{IV.3})$$

gde integral predstavlja broj srednjih slobodnih puteva n_λ .

Ovde se **JEDNAKOST IV.3** može zapisati u obliku:

$$P(x) = \exp(-n_\lambda) \quad (\text{IV.4})$$

Treba uočiti da je distribucija verovatnoće ($P(x)$) srednjih slobodnih puteva (n_λ), prost eksponent koji ne zavisi od sredine ili energije, i koja se može koristiti za uzorkovanje tačke interakcije. Prema tome, u tački generisanja čestice je:

$$n_\lambda = -\ln \xi \quad (\text{IV.5})$$

30: Više detalja o slučajnim brojevima i osnovnom receptu transporta čestica (fotona) u Monte Karlo kodovima je dato u **POGLAVLJIMA I.II.III i II.I.III (JED. II.11)**.

gde je ξ slučajan broj³⁰ uniformno distribuiran u intervalu $(0, 1)$. Upravo se ovo koristi za određivanje rastojanja x do mesta interakcije ili raspada u posmatranom materijalu. Ova informacija od svih procesa date čestice (gde svaki proces koristi zaseban slučajan broj) se koristi u određivanju koji će proces biti pozvan[15].

Tracking kategorija je zadužena za "skeniranje" svih mogućih procesa za datu česticu i određivanje koji će od procesa biti pozvan. Proces koji vraća najmanji srednji slobodan put je upravo onaj koji se poziva. Ukoliko je ovaj proces interakcija ili raspad, primarna čestica se "briše" iz simulacije nakon čega se generišu sekundari. Ukoliko nije reč o interakciji ili raspadu, čestica dobija novu priliku za interakciju ili raspad na narednom step-u; n_λ svakog procesa je umanjen za veličinu koja odgovara step veličini i ceo se algoritam ponavlja iznova u narednom step-u[6, 15].

Fizički procesi koji nisu odabrani imaju svoje srednje slobodne puteve umanjene za rastojanje koje je čestica prešla u prethodnom step-u δx , prema formuli:

$$n_\lambda^i = n_\lambda - \frac{\delta x}{\lambda(x)} \quad (\text{IV.6})$$

gde je $i = 1, 2, 3, \dots, N$. Nakon ovoga se ciklus ponavlja ispočetka[6, 139].

Kratak opis ovde naveden predstavlja diferencijalan pristup transporta čestica koji se danas koristi u većini Monte Karlo kodova[139] (**POGLAVLJE I/II**). U okviru ovog pristupa, pored drugih (diskretnih) procesa kontinualna gubitak energije³¹ postavlja takođe granicu na veličinu step-a iz razloga što efikasni preseci naravno zavise od same energije čestica. Tada se pretpostavlja da je step dovoljno mali da efikasan presek aproksimativno ostaje konstantan tokom istog step-a³²[6, 139].

U okviru GEANT4 paketa fizički procesi imaju dve metode, a to su[15]:

GetPhysicalInteractionLength()

Određuje srednji slobodan put za posmatran fizički proces.

DoIt()

Generiše finalno stanje (energija i moment, generisanje sekundara, itd.).

31: Npr. algoritmi transporta elektrona i pozitrona uračunavaju ovaj kontinualan gubitak energije upotreboom **CSDA modela**.

32: Manji step-ovi vode do preciznijih simulacija, ali posledično i simulaciona vremena rastu. Dobar kompromis jeste da se step-ovi ograniče ne dozvoljavajući da se domet čestice smanji za više od 20% tokom svakog step-a u simulaciji[6, 139].

Sam tip procesa može biti PostStep (diskretan), AlongStep (kontinualan) ili AtRest, ali može biti i kombinacija različitih vrsta (**TABELA IV.1**). Primer jedne kombinacije kontinualnog i diskretnog procesa bi bila ionizacija i BREMSSTRAHLUNG. Za slučaj ionizacije, gubitak energije bi bila kontinualna, dok bi produkcija sekundarnih čestica bila diskretna komponenta. Za slučaj BREMSSTRAHLUNG-a, gubitak energije usled mekih (nisko-energetskih) fotona bi bila kontinualna, dok bi emisija tvrdih (visoko-energetskih) fotona bila diskretna komponenta procesa. U oba slučaja, granica produkcije (range cut/production threshold/cut-off³¹) sekundara pravi razliku između kontinualnih i diskretnih komponenti procesa[6].

Kada je reč o nanelektrisanim česticama, u GEANT4 simulaciji nanelektrisane čestice se prate sve do kraja njihovog dometa. Međutim, zbog CPU performansi, proces može optimalno da potpisne generisanje sekundara čiji bi domet bio manji od dometa koji je korisnik zadao, što se naziva range cut³³. U ovom slučaju proces mora dodati energiju potpisnute sekundarne čestice deponovanoj energiji primarne čestice tokom njenog stepa-a³⁴. Još jedna od poteškoća sa kojom se korisnici susreću jeste razumevanje na koji način bi trebala da se definije granica generisanja sekundarnih čestica. Ovo striktno zavisi od specifične primene simulacije i teško je uspostaviti neko generalno pravilo za ovo. Najbolji pristup bi bio (kao i u slučaju odabira fizičkog modela), da se vrši komparacija rezultata između simulacije i eksperimenta, i da se cut-off vrednosti za posmatrane sekundarne čestice menjaju u cilju dobijanja boljeg slaganja. Naravno, manje cut-off vrednosti uslovljavaju i dužu simulacionu vremena, obzirom da se generiše više čestica koje GEANT4 takođe treba da isprati. Optimalna cut-off vrednost prema tome predstavlja kompromis između preciznosti simulacije i CPU performansi[6].

G4PhysicsList predstavlja jednu od osnovnih i obaveznih korisničkih klasa (**POGLAVLJE IV.II.III.I**) u okviru koje svi fizički procesi i čestice koje će modelovati u simulaciji moraju biti registrovani (**PRIMER V.3**). Korisnik mora napraviti svoju konkretnu klasu izvedenu iz G4PhysicsList i implementirati virtualne metode za procese i čestice (ConstructProcess() i ConstructParticle(), respektivno). Ovom klasom se takođe definišu i cut-off parametri putem SetCuts() metode.

```

void MyPhysicsList::ConstructParticle()
{
    G4Gamma::GammaDefinition();           // gamma      ( $\gamma$ -foton)
    G4Electron::ElectronDefinition();    // electron   (elektron)
    G4Gantino::GantinoDefinition();     // geantino   (geantino)
}

void MyPhysicsList::ConstructProcess()
{
    AddTransportation();               // particle transport (obavezno za transport)

    G4ProcessManager *gMan=G4Gamma::GammaDefinition()->GetProcessManager();
    gMan->AddDiscreteProcess(new G4PhotoElectricEffect());          // photoelectric
    gMan->AddDiscreteProcess(new G4ComptonScattering());            // compton
    gMan->AddDiscreteProcess(new G4GammaConversion());              // conversion

    G4ProcessManager *eMan=G4Electron::ElectronDefinition()->GetProcessManager();
    eMan->AddProcess(new G4MultipleScattering,-1, 1, 1 );          // m_scatter
    eMan->AddProcess(new G4eBremstrahlung,-1, 3, 3 );             // bremsstrahlung
    eMan->AddProcess(new G4eIonisation,-1, 2, 2 );                // ionisation
    eMan->AddDiscreteProcess(new G4StepLimiter);

    defaultCutValue=0.01*mm; // cut for all secondaries      cut za sekundare
    SetCutsWithDefault();      // in all medium/materials u svim sredinama
}

```

TABELA IV.1: Vrste fizičkih procesa.

VRSTA	PRIMER
PostStep ^A	Kompton/Sekundari
AlongStep ^B	Čerenkovljeno zračenje
AtRest ^C	Anihilacija/Raspad

^ADobro definisani u prostoru (diskretni).

^BDistribuirani u prostoru (kontinualni).

^CDobro definisani u vremenu (AtRest).

33: Range cut (production threshold), odnosno cut-off definije granicu ispod koje se ne generišu sekundarne čestice. Za razliku od GEANT3 paketa u kom se cut-off definisao u jedinici energije, u GEANT4 paketu se definije u jedinici dužine. Drugim rečima, ukoliko čestica nije u stanju da pređe put koji je korisnik zadao kao cut-off u datoj sredini, neće doći do njenog generisanja (npr. cut-off od 1 mm za γ -fotone znači da neće doći do generisanja sekundarnih γ -fotona ukoliko je njihov očekivan domet manji od 1 mm).

34: Kod procesa koji imaju velike efikasne preseke na niskim energijama neophodno je korišćenje cut-off-a kako bi se veliki broj sekundara potpisnuo (ukoliko nisu od interesa). Ovaj koncept se često koristi kod elektromagnetnih modela, posebno kod ionizacije i BREMSSTRAHLUNG-a (**SLIKA II.3**).

1 **PRIMER IV.3:** Primer definisanja procesa,
2 čestica i cut-off parametra u okviru
3 klase G4PhysicsList. Ilustrovan je prost
4 primer radi lakšeg razumevanja principa.
5
6 Ln: 1-6 Čestice, ConstructParticle()

7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22

Postoje različiti načini implementacije procesa; najjednostavniji je korišćenjem modularne liste već definisanih modela (više detalja u: [133]), na primer:

RegisterPhysics (new G4DecayPhysics());
RegisterPhysics (new G4OpticalPhysics());
RegisterPhysics (new G4LivermorePhysics());

Ln: 8-22 Procesi, ConstructProcess()

23
24
25
26
27
28 Ln: 24-28 Cut-off parametar, SetCuts()

IV.II.III.V DEFINISANJE I GENERISANJE PRIMARNIH ČESTICA

DEFINISANJE PRIMARNIH ČESTICA

U prirodi postoji veliki broj elementarnih čestica i jezgara. GEANT4 paket kao jednu od klase za opis čestica nudi `G4ParticleDefinition`, dok određene čestice poput npr. elektrona, protona i γ -fotona imaju svoje sopstvene klase koje su izvede iz klase `G4ParticleDefinition` (tj. `G4Electron`, `G4Proton` i `G4Gamma`, respektivno)[133].

U okviru GEANT4 paketa postoji tri nivoa klase za opis čestica, a to su:

- 35: `G4ParticleDefinition` klasa opisuje stanje jezgra dok `G4DynamicParticle` opisuje stanje atoma. Npr. atom helijuma i α -čestica nanelektrisanja +2 su opisane istom klasom (tj. `G4Alpha`), ali poseduju različite `G4DynamicParticle` objekte.

`G4ParticleDefinition`³⁵

Definiše i opisuje osnovne veličine čestica poput njene mase, nanelektrisanja, spina, perioda života, mogućih kanala odnosno modova raspada, itd. (sadrži isključivo `read-only` svojstva za karakterizaciju individualnih čestica; ove karakteristike su zadate inicijalizovanjem svake (primarne) čestice u simulaciji).

`G4DynamicParticle`³⁵

Opisuje čestice koje interaguju sa sredinom i njene osnovne dinamičke veličine poput energije, momenta, polarizacije, itd. (sadrži informaciju o kinematici svake čestice koja se koristi za opis i karakterizaciju dinamike fizičkih procesa).

`G4Track`

Opisuje čestice koje se kreću u prostoru i vremenu (sadrži sve informacije neophodne za Tracking u simulaciji, kao što je vreme, pozicija, step, itd.).

- 36: Optički i γ -fotoni se u samom pogledu simulacije razlikuju, iako su zapravo iste čestice (fotoni različitih energija). Optički fotoni se npr. koriste za slučaj scintilacione svetlosti ili kod Čerenkovljevog zračenja.

- 37: Čestice koje se ne raspadaju, ili imaju veoma malu verovatnoću za mogući kanal raspada (npr. protoni i neutroni).

- 38: Čestice koje imaju konačan domet (npr. mioni ili nanelektrisani pioni).

- 39: Čestice koje se trenutno raspadaju (npr. neutralan pion ili eta mezon).

- 40: Neutralan kaon se trenutno raspada na simetričan i antisimetričan kaon, koji se raspadaju shodno svojih modovima.

- 41: Virtualne čestice u simulaciji koje ne interaguju sa sredinom i koje su osetljive isključivo na proces transportacije.

- 42: Uključujući često korišćena laka jezgra poput α -čestica, jezgra 2H , 3H , 3He , itd.

- 43: Na primer $\bar{\alpha}$ -(anti)čestica.

- 44: Obuhvata jezgra koja nisu opisana prethodnim kategorijama (hiperjezgra su jezgra koja pored nukleona poseduju barem jedan hiperon, tj. barion koji sadrži bar jedan s kvarkom i ni jedan c, t ili b kvark).

Čestice su u GEANT4 paketu klasifikovane na:

I ELEMENTARNE ČESTICE

Ova kategorija obuhvata sve čestice koje interaguju sa sredinom i imaju konačan domet. Radi pogodnosti, uključene su i neke od kratko-živećih čestica. Stoga, čestice obuhvaćene ovom kategorijom su:

- ▶ Optički fotoni³⁶,
- ▶ Stabilne čestice³⁷,
- ▶ Dugo-živeće čestice³⁸,
- ▶ Kratko-živeće čestice³⁹,
- ▶ Sistem neutralnog kaona⁴⁰,
- ▶ Geantino/nanelektrisan geantino⁴¹.

II ATOMSKA JEZGRA

Bilo koji tip jezgra se može koristiti u okviru GEANT4 paketa, kao što su npr. α -čestice (4He), ^{238}U ili pobuđeno stanje ^{14}C . Dodatno, GEANT4 paket pruža mogućnost korišćenja i hiperjezgra⁴². Jezgra su klasifikovana na:

- ▶ Laka jezgra⁴²,
- ▶ Laka antijezgra⁴³,
- ▶ Teška jezgra (uključujući hiperjezgra)⁴⁴.

III ODREĐENE KRATKO-ŽIVEĆE ČESTICE

Čestice koje se trenutno raspadaju i koje se ne prate u geometriji. Ove se čestice uglavnom koriste samo unutar odgovarajućih fizičkih modela za implementaciju pojedinih procesa. `G4VShortLivedParticle` je pružena kao osnovna klasa za ove čestice. Neke čestice koje pripadaju ovoj kategoriji su kvarkovi/dikvarkovi (svih 6 kvarkova), gluoni, pobuđena stanja bariona sa veoma kratkim periodima života (npr. antibarioni i barioni sa spinom 3/2), pobuđena stanja mezona (npr. vektorski bozon sa spinom 1), i druge[133].

GENERISANJE PRIMARNIH ČESTICA

G4VUserPrimaryGeneratorAction je jedna od obaveznih korisničkih klasa iz koje korisnik izvodi svoju konkretnu klasu u okviru koje definiše na koji će se način generisati primarni događaji tj. čestice (**POGLAVLJE IV.II.III.I**). Samo generisanje primarnih čestica se izvodi konkretnim klasama G4VPrimaryGenerator klase.

G4VPrimaryGenerator sadrži tri konkretnе klase:

- ▶ G4ParticleGun,
- ▶ G4GeneralParticleSource,
- ▶ G4HEPEvtInterfaces⁴⁵[133].

G4ParticleGun KLASA

G4ParticleGun je jedan od generatora GEANT4 paketa. G4ParticleGun klasa generiše primarne čestice sa zadatim momentom i prostornom pozicijom. Konstruktor ove klase uzima celobrojnu vrednost (G4int, **PRIMER IV.4**) koja uzrokuje generacijom jedne ili više primarnih čestica potpuno iste kinematike (ista energija, moment, pravac, itd.). Međutim, sasvim je uobičajena potreba korisnika da definiše i generiše primarne čestice sa nasumičnim energijama, momentom, i/ili prostornim pozicijama (npr. zapreminski izvori). Za ovu svrhu postoje određene metode u okviru ove klase na koje se korisnik može pozvati. GEANT4 pruža obilan set metoda generisanja slučajnih brojeva[133].

G4GeneralParticleSource KLASA

Kod većine GEANT4 simulacija G4ParticleGun je pogodan generator primarnih čestica. Međutim, ukoliko korisnik treba ili želi na finiji način da definiše i generiše primarne čestice, to može da postigne upotrebom GPS modula, odnosno putem G4GeneralParticleSource klase.

GPS modul omogućava definisanje karakteristika primarnih čestica poput:

- ▶ UGAONA DISTRIBUCIJA⁴⁶,
- ▶ PROSTORNA DISTRIBUCIJA⁴⁷,
- ▶ ENERGETSKA DISTRIBUCIJA⁴⁸,
- ▶ DEFINISANJE VIŠE RAZLIČITIH IZVORA[133].

GPS MODUL

45: G4HEPEvtInterfaces klasa uz pomoć ASCII interfejsa učitava tekst fajl (*.txt) i stvara G4PrimaryParticle objekte[133].

46: Koristi se za kontrolisanje pravca u kom će čestice biti emitovane. Generalno, moguća su tri izbora distribucije emisije:

- I: IZOTRODNA,
- II: KOSINUSNI ZAKON,
- III: KORISNIČKI DEFINISANA.

47: Moguće je definisati idući od tačkastih, preko površinskih pa sve do zapreminskih izvora. Četiri 3D oblika korišćena u okviru GPS modula su sfera, elipsoid, cilindar i paralelopiped. Pored toga, moguće je definisati i nepravilan oblik pozivanjem confine() metode u okviru GPS modula.

48: Korisnik može definisati spektralnu distribuciju u smislu da li će biti linearna, mono-energetska, eksponencijalna, pratiti Gausovu ili neku drugu distribuciju, itd.

G4GeneralParticleSource se u GEANT4 simulaciji koristi na isti način kao i G4ParticleGun. Prema tome, u postojećim aplikacijama korisnik može samo sintaksno globalno u okviru svoje G4PrimaryGeneratorAction klase da zameni G4ParticleGun sa G4GeneralParticleSource. GPS se takođe može konfigurisati putem komandne linije ili u vidu makro fajla (*.mac). Iskusniji korisnik može ukoliko želi i da kodira ove distribucije koristeći metode i klase GPS modula[133].

```

1 G4int n_particleZM = 1;
2 fParticleGun = new G4ParticleGun(n_particleZM);
3
4
5 G4String particleZM = "gamma";
6 G4ParticleTable* particleTable=G4ParticleTable::GetParticleTable();
7 G4ParticleDefinition* particle=particleTable->FindParticle(particleZM);
8
9 fParticleGun->SetParticleEnergy(1.332*MeV);
10 fParticleGun->GeneratePrimaryVertex(anEvent);
11 fParticleGun->SetParticleDefinition(particle);
12 fParticleGun->SetParticlePosition(G4ThreeVector(0.,0.,0.));
13 fParticleGun->SetParticleMomentumDirection(G4ThreeVector(0.,0.,1.));

```

1 **PRIMER IV.4:** Primer definisanja primarnih
2 čestica korišćenjem G4ParticleGun klase.

6 Ln: 1-6 Jedan γ -foton kao primar

7
8
9
10
11
12 Ln: 8-12 Kinematika primarne čestice

IV.III ANALIZA SIMULACIONIH PODATAKA

ANALIZA U OKVIRU AIDA zasnovanih alata (eng. ABSTRACT INTERFACES FOR DATA ANALYSIS, abrv. AIDA[140]; JAS, iAIDA, Open Scientists Lab i rAIDA[133]) se koristi sa GEANT4 simulacijama još od ranih dana, ali sve do 2010. godine nije bio obezbeđen bilo kakav kod za analizu u okviru GEANT4 izvornog koda⁴. Takođe, vremenom neki od ovih alata nisu održavani, neki ne implementiraju kompletno AIDA interfejs, dok neki nisu sasvim laki ni za upotrebu ni za instalaciju[134, 141].

49: Implementiran kao deo `inlib/exlib` datoteka koje se koriste u izgradnji AIDA aplikacija, i koje su ujedno dostupne na svim interaktivnim sistemima (Windows, Linux, MacOS, uključujući iOS/Android).

Sa GEANT4 SERIJOM-9.5 uvršten je nov paket za analizu zasnovan na `g4tools`⁴⁹[142], sa ciljem pružanja korisniku relativno jednostavnog seta alata za analizu podataka simulacije, dostupnog kao sastavni deo GEANT4 simulacionog paketa[134, 141]. `g4tools` omogućava pisanje `histogram` i `ntuple` podataka u nekoliko formata:

XML

Analiziraju se putem JAS, i AIDA, Open Scientists Lab i rAIDA alata[133, 136].

HBOOK

Trenutno zastareo format razvijen 1970tih zasnovan na FORTRAN-u za fitovanje i histogramisanje. Danas je inkorporiran u okviru CERN-ovog ROOT paketa.

ROOT

`*.root`

Analiza se vrši CERN-ovim ROOT softverskim paketom[143, 144] (ROOT je čest izbor softvera za analizu velikih baza podataka, posebno npr. kod HEP eksperimenata; takođe, ROOT može da analizira i HBOOK i CVS formate).

CSV

eng. COMMA-SEPARATED VALUES

Najjednostavniji tip formata koji se može analizirati mnoštvom različitih softvera (poput npr. GnuPlot, Microsoft Office Excel, LibreOffice, ROOT, itd.).

Klase za analizu su potpuno integrisane u GEANT4 paketu i pružaju uniforman i korisnički jednostavan interfejs. Ove klase rukovode `g4tools` objektima, njihovom raspodelom i uklanjanjem iz memorije kao i metodama za pristup ovim objektima kroz indekse. U cilju jednostavnosti, sve UI funkcije za analizu su pružene u okviru jedne klase, `G4AnalysisManager`. Interno, ovaj tip je definisan korišćenjem `typedef` metode C++ programskog jezika koji može usmeriti na jednu od četiri upravljavajućih klasa za pisanje podataka u različitim formatima, a to su:

- ▶ `G4CvsAnalysisManager`,
- ▶ `G4XmlAnalysisManager`,
- ▶ `G4RootAnalysisManager`,
- ▶ `G4HbookAnalysisManager`.

Podržani su 1D, 2D i 3D histogrami. Karakteristike već stvorenih histograma se mogu menjati korišćenjem dodeljenih `Set()` funkcija. Histogrami se takođe mogu napraviti i modifikovati interaktivno ili putem makro fajlova (*.mac) korišćenjem bogatog seta komandi definisanih u okviru `G4AnalysisMessenger` klase. `NTuple` sa kolonama vrsta `int`, `float` i `double` su takođe podržani. U zavisnosti od formata, moguće je generisati više fajlova kada se definiše više od jednog `ntuple`-a. Ovo na primer nije slučaj sa XML i CSV formatima koji ne dozvoljavaju pisanje više od jednog `ntuple`-a u isti fajl. Kao i sa ostalim komponentama GEANT4 paketa, sa razvojem je analiza takođe prilagođena `multi-threading` pristupu⁵⁰[134, 141].

50: Migracija na multi-threading ne zahteva modifikaciju korisnikovog koda. Instance `AnalysisManager`-a se stvaraju na master i worker nitima interna; podaci se paralelno obrađuju na worker nitima. Histogrami stvoreni na worker nitima se automatski spajaju pozivanjem `Write()` metode dok se `ntuple` podaci čuvaju u zasebnim fajlovima koje je naknadno moguće spojiti u okviru ROOT formata.

IV.IV GEANT4 VIZUALIZACIJA

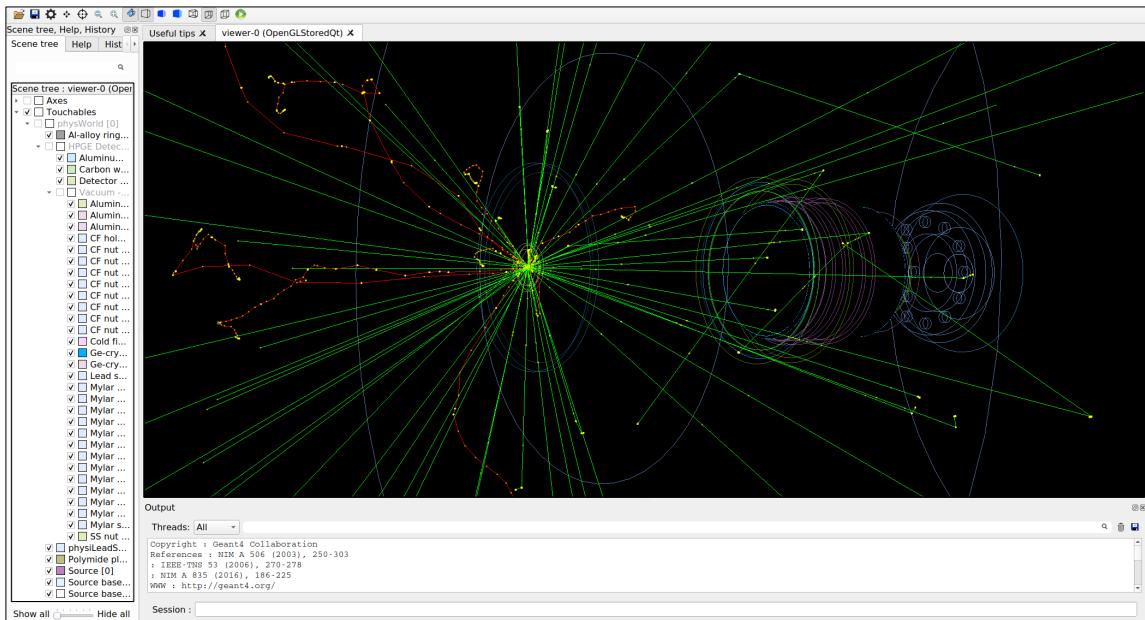
VIZUALIZACIJOM, KAO I INTERAKCIJOM KORISNIKA SA SIMULACIJOM, upravljuju Intercoms, Interfaces i Visualisation kategorije. Interakcija korisnika sa simulacijom je realizovana tzv. session konceptom sa konkretnim klasama dostupnim u okviru Interfaces kategorije. Dostupno je više grafičkih sistema koji mogu biti i paralelno instancirani[15].

GEANT4 vizualizacija je osmišljena da vizualizuje geometriju detektor-a, čestične tragove i interakcije, itd., kako bi pomogla korisnicima da pripreme svoju simulaciju. Stoga, postoji veoma širok spektar zahteva koji se trebao ispuniti, uključujući:

- ▶ BRZ ODZIV PREGLEDA SUKCESIVNIH DOGADAJA,
- ▶ VISOKO-KVALITETNE REPREZENTACIJE ZA RADOVE,
- ▶ NAZNAKA MOGUĆIH GEOMETRIJSKIH PREKLAPANJA,
- ▶ INTERAKTIVAN ODABIR OBJEKATA I MENJANJE NJIHOVIH ATRIBUTA,
- ▶ FLEKSIBILNA KAMERA ZA LAKŠI debugging, i još mnogo drugih.

Teško je odgovoriti na sve ove zahteve jednim vizualizacionim sistemom. Stoga, osmišljeni su raznoliki interfejsi koji podržavaju nekoliko grafičkih sistema⁵¹. Konkretnе implementacije interfejsa se nazivaju vizualizacionim drajverima[15]. GEANT4 paket pruža bogat izbor vizualizacionih drajvera, neki koji se uglavnom nalaze već preinstalirani na sistemima. Neki od dostupnih drajvera su na primer:

- ▶ RayTracer⁵²
- ▶ gMocren⁵³[145]
- ▶ HepRapp/HepRep⁵⁴[148]
- ▶ VRML/VRMLFILE⁵⁵[149]
- ▶ DAWN/DAWNFILE⁵⁶[150]
- ▶ OpenGL (Qt[151], OpenInvertor[152] i OIXE)
- ▶ OpenGL-based[153] (OGLX, OGLWin32 i OGLXm)



SLIKA IV.4: Primer vizualizacionog drajvera OpenGL (Qt). Prikazana je simulacija korišćena u optimizaciji detektor-a GX10021 (**POGLAVLJE V.V.**). Na lemov panelu se jasno vidi hijerarhijska struktura geometrije (u smislu **mother-daughter** relacije). Vizualizovano je 20 raspada ^{60}Co . Zelenim linijama su prikazani γ -fotoni, a crvenim elektroni (vidi se kako elektroni prolaze kroz znatno više interakcija na svojoj putanji, **POGLAVLJE II.II.**)

51: Pod grafičkim sistemom se uglavnom odnosi na samostalne aplikacije koje ne zavise eksplicitno od Geant4 paketa.

52: Koristi Geant4 algoritam za praćenje optičkih fotona i generiše .jpeg format. Ne podržava čestične tragove. Zahteva više resursa, ali je koristan u generisanju visoko-kvalitetnih i foto-realističnih slika.

53: Ovaj vizualizacioni drajver se tipično koristi kod radioterapije za prikaz doza.

54: Generiše HepRep[146] format koji je pogodan kod više različitih pretraživača, naročito HepRAp. Obzirom da HepRep format sadrži kompletну informaciju 3D opisa geometrije kao i procesa koji su se odigrali, korisnik može da interaguje sa scenom menjajući vizualizacione atribute, stil projekcija, itd. Slike se mogu sačuvati u raznim formatima (.gif, .pdf, itd.)[147].

55: Kao kod DAWN/HepRAp, generiši se formati pogodni kod pretraživača sa VRML ekstenzijom (eng. **Virtual Reality Modeling Language**, abbrv. **VRML**)[147].

56: Generiše kvalitetne tehničke slike za radove, prezentacije i/ili dokumentacije.

OPTIMIZACIJA HPGe SISTEMA GEANT4 SIMULACIONIM PAKETOM



NORMA SVAKE MONTE KARLO SIMULACIJE predstavlja pouzdanost i preciznost. Drugim rečima, da bi simulacioni model posmatranog eksperimenta bio pouzdan slaganje rezultata simulacije sa eksperimentalno dobijenim vrednostima mora biti što je moguće bolje, dok da bi model bio precizan greška koja se pripisuje simulaciji mora da zadovolji određene kriterijume (**POGLAVLJE I.IV**).

U ovom poglavlju je detaljno opisana optimizacija HPGe sistema implementacijom **GEANT4** paketa (**POGLAVLJE IV**). Prezentovano je tri različita detektora, modeli **GX10021** i **GL2020** (**POGLAVLJE V.V**), i model **EGPC 45-180-R** (**POGLAVLJE V.VI**). Simulacioni modeli detektora su verifikovani komparacijom sa eksperimentalno dobijenim vrednostima FEP efikasnosti korišćenjem sertifikovanih kalibracionih tačkastih γ -izvora. Konačni rezultati svih modela demonstriraju veoma dobra slaganja simulacionih sa eksperimentalnim vrednostima u granicama srednjeg relativnog odstupanja reda $\sim 2\%$ preko ispitivanih energetskih intervala[154].

V.I KRATAK UVOD

TOKOM GODINA HPGe SISTEMI su se pokazali kao odličan praktičan alat i kao takvi su utemeljili svoju široku primenu u raznim granama nuklearne fizike, uključujući i niskofonsku γ -spektrometriju (**POGLAVLJE III**). Jedna od glavnih prednosti ove discipline predstavlja njenu prostu pripremu uzorka koja u najvećem broju slučajeva ne zahteva dodatnu hemijsku obradu i/ili separaciju. Stoga, uz samo jedno merenje moguće je simultano izvesti kako kvalitativnu tako i kvantitavnu analizu[155]. Jedna od najistaknutijih karakteristika HPGe sistema jeste njihova **energetska rezolucija**. Ovo svojstvo omogućava istraživaču da sprovede detaljnu analizu razdvajajući fotone bliskih energija u ispitivanom spektru koji bi se u suprotnom sumirali pod istim pikom i time narušili kvalitet analize dajući nepouzdane i pogrešne rezultate. Ova karakteristika je od velike važnosti kada je u pitanju identifikacija radionuklida, kao i određivanje njihovih koncentracija aktivnosti, gde je neophodno imati što je veću moguću preciznost[156].

Pouzdanost HPGe sistema pored ostalih faktora zavisi i od kvaliteta **kalibracije**. Prilikom identifikacije radionuklida neophodna je precizna energetska kalibracija, dok je sa druge strane u cilju dobijanja kvalitetne karakterizacije aktivnosti neophodno precizno poznавanje **FEPE funkcije**¹ prilagođene eksperimentalnim uslovima. Detaljno poznavanje ove funkcije je moguće eksperimentalno dobiti uz pomoć kalibracionih radioaktivnih izvora. Međutim, ovaj pristup sa sobom često nosi i određene poteškoće. Prvenstveno, postavlja se pitanje dostupnosti izvora koji imaju isti ili sličan sastav, ali i konstrukciju i geometriju merenja kao i ispitivan uzorak. Naravno, ovo nije uvek fizički izvodljivo i ekonomično, a ponekad može biti veoma komplikovano i zahtevati mnoštvo vremena. Zauzvrat, upravo su ovi nedostaci naveli mnoštvo istraživačkih grupa da se okrenu ka upotrebi različitih softvera koji implementiraju Monte Karlo metodu (**POGLAVLJE I**). Kada se simultano primeni u kombinaciji sa γ -spektrometrijom, Monte Karlo simulacije obezbeđuju sredstva za određivanje funkcije odziva detektora bilo koje geometrije merenja ili matrice uzorka bez potrebe korišćenja dodatnih kalibracionih izvora, optimizujući na taj način kako vreme tako i finansijske resurse. Prema tome, Monte Karlo pristup predstavlja pouzdano rešenje koje sa sobom nosi mali ili pak nikakav trošak u zavisnosti od izbora korišćenog softverskog paketa²[157].

V.I	KRATAK UVOD	71
V.II	FEPE PRORAČUN	72
V.III	GEANT4 - REZIME	72
V.IV	PROCEDURA OPTIMIZACIJE	73
V.V	HPGe GX10021	74
V.V.I	EKSPERIMENTALNA POSTAVKA	74
V.V.II	SIMULACIONI MODEL	75
V.V.III	MRTVI SLOJEVI	77
V.V.IV	LEGE GL2020 I VERIFIKACIJA MODELA	80
V.VI	HPGe EGPC 45-180-R	82
V.V.II	EKSPERIMENTALNA POSTAVKA	82
V.V.III	SIMULACIONI MODEL	83
V.V.IV	MRTVI SLOJEVI	84
V.VI	VERIFIKACIJA MODELA	86

1: eng. FULL ENERGY PEAK EFFICIENCY, abbrv. FEPE; Kompleksna funkcija koja pored parametrizacije detektora takođe zavisi i od uslova pod kojima je merenje izvedeno.

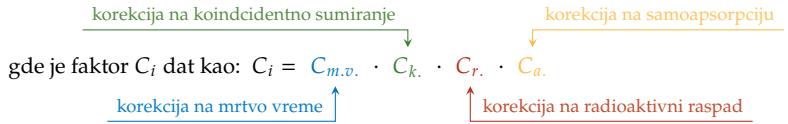
2: Danas postoji mnoštvo Monte Karlo transportnih kodova dostupnih naučnoj zajednici. Dva najčešća korišćena koda u svrhu optimizacije detekcionih sistema su **MONTE CARLO N-PARTICLE** kod (**MCNP**, Los Alamos Nacionalna Laboratorija[19]) i **GEOMETRY AND TRACKING4** kod (**GEANT4**, CERN[15, 66]). Pored njih postoji i drugi komercijalno dostupni softverski paketi koji primenjuju kako apsolutan pristup proračuna FEP efikasnosti preko Monte Karlo metode, tako i relativan pristup putem eksperimentalne komparacije sa poznatim izvorima (npr. **EFFTRAN**[20], **LABSOCS**[21], **ANGLE**[22] i drugi kodovi).

V.II FEPE PRORAČUN

EKSPERIMENTALNE VREDNOSTI FEP EFIKASNOSTI, zajedno sa svojim relativnim mernim nesigurnostima, su računate kao (**JEDNAKOST III.26/Pog. III.III.II.III**):

$$\varepsilon_{exp}(E_\gamma) = \frac{N(E_\gamma)}{A \cdot p_\gamma \cdot t} \cdot C_i \quad (\text{V.1})$$

$$U_\varepsilon = \sqrt{(U_N)^2 + (U_A)^2 + (U_{p_\gamma})^2 + (U_t)^2 + (U_{C_i})^2} \quad (\text{V.2})$$



3: Kako **MCA** (MULTICHANNEL ANALYZER) radi u "Live-Time" režimu, mrtvo vreme se automatski koriguje tokom merenja. Stoga, u proračunu eksperimentalnih FEP efikasnosti je korišćeno **ADC "Live"** vreme (ANALOG-DIGITAL CONVERTER). Pored ovog, koincidentno sumiranje je zanemarljivo kako su izvori mereni na udaljenostima od detektora na kojima ovaj efekat nema značajniji doprinos. Korekcija na promenu aktivnosti je takođe zanemarljiva kako su periodi života svih merenih radionuklida daleko veći od vremena njihovih merenja. Obzirom da se radi o tačkastim izvorima, i uzimajući u obzir njihovu konstrukciju, efekti samoapsorpcije unutar izvora su takođe u svim slučajevima zanemarljivi.

Ovde $N(E_\gamma)$ predstavlja **net odbroj** (površina) ispitivanog pika na energiji E_γ , A je aktivnost izvora na početku merenja korigovana na raspad, p_γ je kvantni prinos tj. verovatnoća emisije fotona na ispitivanoj energiji, dok t predstavlja (Live) vreme merenja. Faktori C_i predstavljaju **korekcionie faktore** kao posledice efekta mrtvog vremena, promene aktivnosti izvora kao posledice radioaktivnog raspada tokom samog vremena merenja, efekta koincidentnog sumiranja kod radionuklida koji imaju složenje šeme raspada (misli na pravo sumiranje; većina detekcionih sistema poseduje funkcionalnost za eliminisanje lažnog tzv. **pile-up** sumiranja), kao i efekta samoapsorpcije unutar izvora koji se meri.

U ovde prezentovanim rezultatima najveći izvor nesigurnosti eksperimentalnog merenja je bila nesigurnost u aktivnostima korišćenih radionuklida³. Vrednosti energija γ -fotona, njihovih kvantnih prinosa tj. verovatnoća emitovanja, perioda polurasпадa kao i njihovih nesigurnosti su preuzeti iz **NNDC BAZE PODATAKA** (eng. NATIONAL NUCLEAR DATA CENTRE; Brookhaven National Laboratory, SAD).

V.III GEANT4 - KRATKO PRISEĆANJE

GEANT4⁴ (**POGLAVLJE IV**), prvi put pušten u javnost 1998. godine, predstavlja open-source softverski paket koji može precizno da simulira transport čestica kroz sredinu. Paket je pisan usvajajući objektno-orientisanu metodologiju (OOP) i C++ programski jezik u cilju stvaranja modularnog i fleksibilnog softvera. Za razliku od svog prethodnika⁵ GEANT4 paket može da simulira čestice i procese sve do energija reda od 250 eV. Ovo svojstvo može znatno uticati na preciznost simulacija, posebno u oblasti kao što je nisko-energetska γ -spektrometrija[158].

Za razliku od ostalih Monte Karlo transportnih kodova, kao što su npr. FLUKA[16], PENELOPE[18], MCNP[19], itd., GEANT4 ne predstavlja softver u punom smislu te reči koji se može odmah koristiti po pokretanju već radije predstavlja set C++ datoteka i klase koje korisnik sam mora implementirati i izgraditi sopstveni program odnosno simulaciju. Kako bi ovo postigao, korisnik kroz ove klase mora opisati geometriju eksperimentalne postavke (tj. oblike i korišćene materijale, osetljive komponente, itd.), način generisanja primarnih čestica kao i produkciju relevantnih sekundarnih čestica (njihov tip, energiju, moment, nanelektrisanje, itd.), fizičke procese kojima ove čestice podležu, itd. Prema tome, kako bi se izgradila simulacija u okviru GEANT4 paketa neophodno je solidno poznavanje osnovnih principa C++ programskog jezika kao i metode objektno-orientisanog programiranja (OOP)[158].

4: Verzija GEANT4 paketa korišćena u ovoj tezi u optimizaciji detektorskih sistema je bila **v4.10.7.0** .

5: GEANT3 paket je bio u stanju da simulira

čestice i procese do energija reda od 10 keV.

Fleksibilnost GEANT4 paketa se ogleda u njegovoj sposobnosti da isprati history¹⁶ svake pojedinačne čestice koja je sačinjena iz njene emisije iz radioaktivnog izvora, interakcije sa detektorom i okolnim materijalima kao i produkcije i transporta sekundarnih čestica. Kao takav, ovaj paket može direktno da odredi količinu deponovane energije u scoring zapreminama (u našem slučaju kristal detektora), omogućavajući na taj način lak proračun FEP efikasnosti. Kako nisu neophodne aproksimacije ne postoji ograničenja na konfiguracije geometrije uzorak-detektor. Međutim, na preciznost simulacije u velikoj meri utiče nepotpuna dokumentacija opreme. Generalna karakterizacija proizvođača koja često ide uz opremu nije dovoljna, kako neki od parametara nisu poznati ili čak ponekad nisu ni vezani za posmatranu opremu već su radije usrednjeni preko seta detektora istog ili sličnog modela. Posledično, dosta naučnih radova je objavilo velika odstupanja između simuliranih i eksperimentalnih FEPE vrednosti za slučaj kada su se u simulacijama koristile nominalne vrednosti parametara detektora (greške reda ~ 10 – 20%). Zauzvrat, ovo zahteva optimizaciju modela⁶ u cilju dobijanja preciznijih slaganja.

V.IV PROCEDURA OPTIMIZACIJE

MRTVI SLOJEVI⁷, koji često nisu navedeni od strane proizvođača, predstavljaju jedne od najistaknutijih parametara detektora koji mogu znatno uticati na FEP efikasnosti. Debljina ovih slojeva zavisi kako od nečistoća kristala tako i od samog procesa produkcije elektroda. Oni praktično deluju kao absorbujući slojevi, zaklanjavajući kristal i efektivno smanjujući njegovu aktivnu zapreminu. Vremenom debljina ovih slojeva raste kao posledica kontinualne difuzije Li-atoma u kristal, zbog čega je njihovo adekvatno kvantifikovanje veoma važno posebno u slučaju korišćenja starije opreme. Za **p-tip** HPGe detektora ovi slojevi igraju značajnu ulogu i moraju se uzeti u obzir, dok sa druge strane kod **n-tipa** (REGe detektori) spoljni mrtvi slojevi su znatno tanji i ne predstavljaju značajnu modifikaciju u modelu.

Naravno, uvek postoji mogućnost odstupanja i ostalih parametara od deklarisanih vrednosti od strane proizvođača, među kojima su npr. prečnik ili visina kristala, rastojanje između ulaznog prozora detektora i gornje površine kristala, dimenzije unutrašnje šupljine kristala kod koaksijalnih detektora, zaobljenost kristala (tzv. bulletizacija), debljina ulaznog prozora, itd. Bilo koja promena nekih od ovih parametara može znatno uticati na konačne rezultate simulacije. Stoga, u cilju veće preciznosti i boljih slaganja neophodno je optimizovati detektorsku opremu[159].

Generalno, postoje dva pristupa u procesu optimizacije modela:

APSOLUTAN PRISTUP	I PRISTUP
Obuhvata precizno određivanje geometrijskih parametara korišćenjem raznih tehnika, npr. x/γ -radiografija. Ovim tehnikama moguće je dobiti detaljnu sliku unutrašnjosti opreme čime se znatno može pojednostaviti optimizacija (POGLAVLJE V.V.IV). Iako je ovaj pristup izuzetno precizan, na žalost nije uvek moguć kako većina laboratoriјa ne poseduje opremu za izvođenje ovih tehnika.	
RELATIVAN PRISTUP	II PRISTUP
Obuhvata eksperimentalnu kalibraciju jednostavne geometrije nakon čega se parametri modela menjaju u cilju postizanja zadovoljavajućih slaganja ⁸ . Glavna prednost ovog pristupa je jednostavnina i brza implementacija. Međutim, ovaj pristup nosi i određene nedostatke sa sobom. Naime, ne postoji garancija da se optimizovan poklapa sa realnim modelom kako nedostaje referenca za komparaciju, a obzirom da FEP efikasnosti zavise više od jednog parametra takođe je moguće da više različitih modela daju zadovoljavajuća slaganja ⁹ .	

6: Takođe, jedan od glavnih nedostataka transportnih kodova u prošlosti su bila duga vremena simulacije dovoljnog broja događaja kako bi se postiglo prihvativljivo statističko odstupanje reda 1% ili manje. Ovaj je problem komplementiran danas dostupnim hardverom gde su postignuta znatna unapređenja u smislu vremena simulacija zahvaljujući većoj hardverskoj snazi putem upotrebe superkompjutera, paralelnog kompjuterstva ili klastera, itd.

7: Mrtvi slojevi se formiraju difuzijom kontaktog materijala (uglavnom Li) u sam kristal detektora. Ovi slojevi se ne mogu jednostavno kvantifikovati u smislu dubine difuzije Li-atoma, već se opisuju kao slojevi sačinjeni od pravog mrtvog sloja (sa nultom kolekcijom naelektrisanja) i parcijalno aktivnog ili efektivnog sloja (sa delimičnom kolekcijom naelektrisanja).

8: Većina publikovanih naučnih radova koji implementiraju ovaj pristup objavili su dobra slaganja reda srednjeg relativnog odstupanja od $\leq 5\%$ u okviru ispitivanog energetskog intervala[155–163].

9: Optimizovan model jedne geometrije ne mora nužno biti dobar i za neku drugu, zbog čega se optimizacija preporučuje za svaku novu postavku merenja (posebno ukoliko se geometrije značajno razlikuju).

V.V HPGe GX10021

V.V.I EKSPERIMENTALNA POSTAVKA

- 10: Ulagani prozor je napravljen od jakog i izdržljivog karbonskog vlakna *CFRP (eng. CARBON-FIBER REINFORCED POLYMER, abrv. CFRP). Ovaj prozor obezbeđuje transmisiju više od 85% za fotone energija reda $\sim 15 \text{ keV}$ i transmisiju od skoro 100% za fotone sa energijama većim od 20 keV .
- 11: Ovaj tip pasivne zaštite pruža znatnu redukciju okolnog fonskog zračenja (koje uglavnom potiče od radioizotopa ^{40}K i ^{208}Tl (energije 1460 i 2614 keV) kao i doprinosa anihilacije na energiji 511 keV .

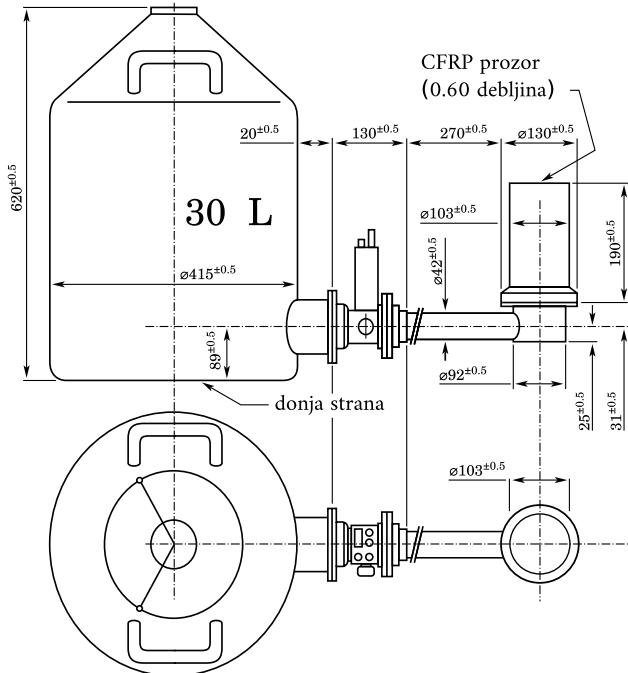
Modelovan je γ -spektrometar sa koaksijalnim p -tipom HPGe detektoru (EXTENDED RANGE - XtRa, model GX10021; CANBERRA, Mirion Inc.). Na **SLICI V.1** je ilustrovan šematski dijagram opreme dok su u **TABELI V.1** navedene njegove komponente i materijali od kojih su ove komponente sačinjene. 3D model sa komercijalnom pasivnom zaštitom i azotnim sistemom za hlađenje je ilustrovan na **SLICI V.2**, dok su nominalne vrednosti parametara koje je proizvođač obezbedio date u **TABELI V.2**.

Relativna efikasnost ovog detektora iznosi 100% dok mu je energetska rezolucija reda 1.20 keV i 2.1 keV na energijama 122 keV i 1332 keV , respektivno. Većina konvencionalnih koaksijalnih HPGe detektora p -tipa dolaze sa debljinom mrtvih slojeva tipično u granicama od $0.5 - 1.5 \text{ mm}$, što je i više nego dovoljno da se zaustavi većina fotona na energijama ispod 40 keV . Ulagani karbonski prozor¹⁰ kod XtRa modela pruža sve pogodnosti standardnih koaksijalnih detektora, kao i energetski odziv skupljih REGe detektora u nisko-energetskom delu spektra.

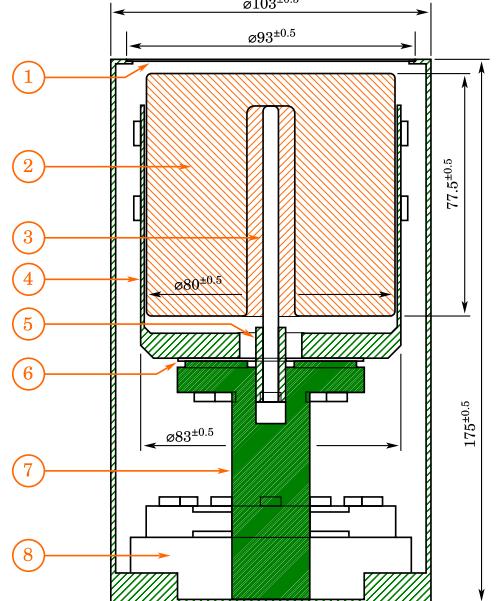
Detektor je postavljen unutar komercijalne **pasivne zaštite** (**SLIKA V.2**, CANBERRA, Mirion Inc.) u cilju redukovanja okolnog fonskog zračenja¹¹. Ova pasivna zaštita je sačinjena od (idući od unutra ka spolja) tankog sloja bakra i kalaja, praćeno slojem olova debljine 150 mm i slojem nisko-ugljeničnog čelika debljine 10 mm . Tanki slojevi bakra i kalaja igraju ulogu pasivne zaštite od karakterističnih x -zraka koji potiču od prelaza sa K-ljuski olova ($75 - 85 \text{ keV}$ energetski region). Prisustvo x -zraka u energetskom regionu $25 - 28 \text{ keV}$ je dodatno redukovano prisustvom bakarnog sloja. Olovni sloj je sačinjen od spolašnjeg sloja debljine 125 mm koji sadrži standardno nisko-radioaktivno olovo dok unutrašnji sloj debljine od 25 mm sadrži olovo-210 (^{210}Pb) sa koncentracijama aktivnosti manjih od 20 Bq/kg .

TABELA V.1: Komponente i njeni materijali.

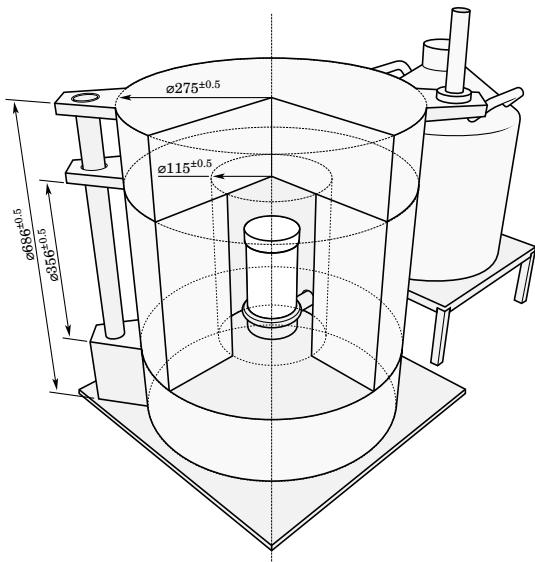
KOMPONENTA:	MATERIJAL
1. Ulagani prozor	*CFRP
2. Ge-kristal	Ge
3. Unutrašnji kontakt	Cu
4. Posuda kristala	Cu
5. CN šraf	CuZn
6. ALUMINA	Al_2O_3
7. COLD FINGER	Cu
8. Olovna zaštita	Pb



XtRa HPGe model GX10021



SLIKA V.1: Šematski dijagram HPGe detektora (EXTENDED RANGE - XtRa, model GX10021, proizvođač: CANBERRA, Mirion Inc.) zajedno sa sistemom za hlađenje (U-tip konfiguracije, model 7915-30-ULB, proizvođač: CANBERRA, Mirion Inc.). Vrednosti su prikazane u mm jedinicama.



SLIKA V.2: 3D CAD model HPGe detektora (GX10021) sa pasivnom zaštitom i sistemom hlađenja. Dimenzije su prikazane u mm jedinicama.

SPECIFIKACIJE

Detektor (model)	GX10021
Kriostat (model)	7915-30-ULB
Pretpojačavač (model)	2002C

FIZIČKE KARAKTERISTIKE

Kristal (visina)	80 mm
Kristal (dijametar)	77.5 mm
Kućište (debljina)	1 mm
Kućište (dijametar)	103 mm
Prozor-kristal rastojanje	5 mm
Ulagani prozor (debljina)	0.6 mm
Unutrašnji kontakt (visina)	/
Unutrašnji kontakt (dijametar)	/

MRTVI SLOJEVI:

- Gornji mrtav sloj /
- Bočni mrtav sloj (n+ kontakt) /
- Unutrašnji mrtav sloj (p+ kontakt) /

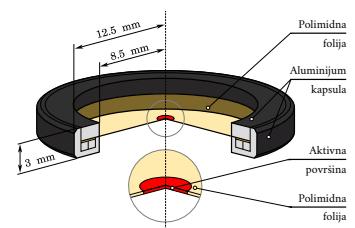
TABELA V.2: Lista specifikacija modela komponenti sistema i fizičkih karakteristika HPGe (GX10021) detektora koje je obezbedio proizvođač.

Za akviziciju γ -spektara korišćen je GENIE2K™. Svi spektri su snimani u modu od 16384 kanala širine od 178.4 eV i sa gornjom granicom podešenom da detektuje γ -fotone energija do 3 MeV. Vreme akvizicije svakog od snimanog spekra je podešeno sa ciljem održavanja nesigurnosti odbroja manjom od 1% za svaki od ispitivanih pikova i sa mrvitim vremenima za sva merenja manjim od 4%.

Eksperimentalna kalibracija je izvedena korišćenjem seta standardnih tačkastih kalibracionih γ -izvora (SLIKA V.3). Ovi standardi su zatvoreni izvori zračenja inkapsulirani između dve polimidne folije ukupne debljine od $100 \pm 10 \mu\text{m}$ postavljenih unutar aluminijumske kapsule u formi prstena debljine 3 mm i dijametra od 25 mm. Aktivan deo izvora je dijametra svega oko 2 mm. Izvori su bili postavljeni na nosač napravljen od polietilena u cilju redukovanja atenuacionih gubitaka na nižim energijama. Merenja su sprovedena sa izvorima postavljenim na rastojanju od 150 mm od gornje površine (kape) detektora kako bi se maksimalno redukovali uticaj koincidentnog sumiranja¹² i efekta mrvog vremena¹³.

12: Kada se dva ili više γ -fotona detektuju unutar prozora mrvog vremena sistem nije u stanju da ih razdvaja većih registruje kao jedan događaj (koincidencije mogu biti prave i lažne, odnosno tzv. pile-up³¹).

13: Predstavlja vreme tokom kog detektor nije u stanju da registruje nov događaj bez obzira na to da li novi γ -fotoni deponuju svoju energiju u kristalu detektora ili ne.



IZVOR	AKTIVNOST [kBq]
○ ^{22}Na	119.9 (~ 3%)
○ ^{54}Mn	57.23 (~ 3%)
○ ^{57}Co	45.52 (~ 3%)
○ ^{60}Co	74.55 (~ 3%)
○ ^{88}Y	1.781 (~ 3%)
○ ^{109}Cd	57.03 (~ 3%)
○ ^{133}Ba	83.33 (~ 3%)
○ ^{152}Eu	88.48 (~ 3%)
○ ^{241}Am	40.84 (~ 3%)

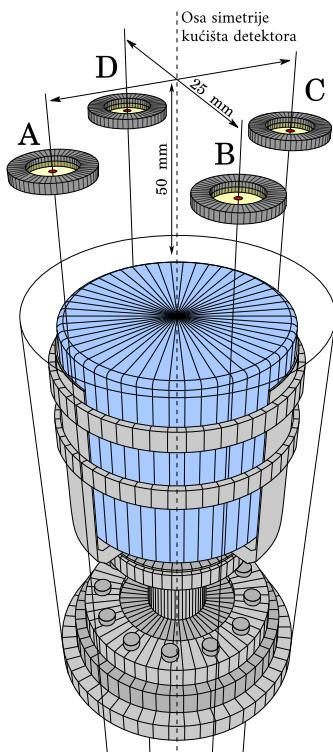
SLIKA V.3: Tačasti kalibracioni γ -izvori (RITVERC CO.). Nesigurnost aktivnosti izvora data kao 3% od strane proizvođača.

V.V.II SIMULACIONI MODEL

Uzimajući u obzir samu konstrukciju izvora i rastojanja na kojima su oni mereni, u simulaciji se izvori mogu veoma lako aproksimirati kao idealni tačkasti izvori. Međutim, u cilju reproducovanja realnog slučaja oni su definisani kao tanki diskovi debljine $50 \mu\text{m}$ i dijametra od 2 mm inkapsulirani između dve polimidne folije (SLIKA V.3). S tim na umu, dogodaji u simulaciji su generisani nasumično u prostornim tačkama obuhvaćenih zapreminom izvora definisanog na ovaj način.

Inicijalno, pre samog modelovanja detektora, sprovedeno je merenje u cilju provere mogućeg smicanja kristala u odnosu na osu simetrije kućišta detektora, kao i da li su inaktivni slojevi i komponente detektora koji okružuju kristal, uključujući i mrtve slojeve kristala, homogeno rasprostranjeni. Ovo je izvedeno merenjem izvora ^{88}Y u četiri različite prostorne tačke. Ideja je bila da se proveri ukoliko postoje znatna odstupanja u vrednostima FEP efikasnosti između ovih četiri

merenih tačaka što bi ukazalo na određene nepravilnosti koje bi se potom dodatno trebale ispitati. Međutim, sve četiri merene tačke daju dobra slaganja, sa najvećim relativnim odstupanjem reda $\sim 1.2\%$. Eksperimentalna postavka merenja ^{88}Y izvora je ilustrovana na **SLICI V.4**, dok su vrednosti FEP efikasnosti date na **SLICI V.5**.

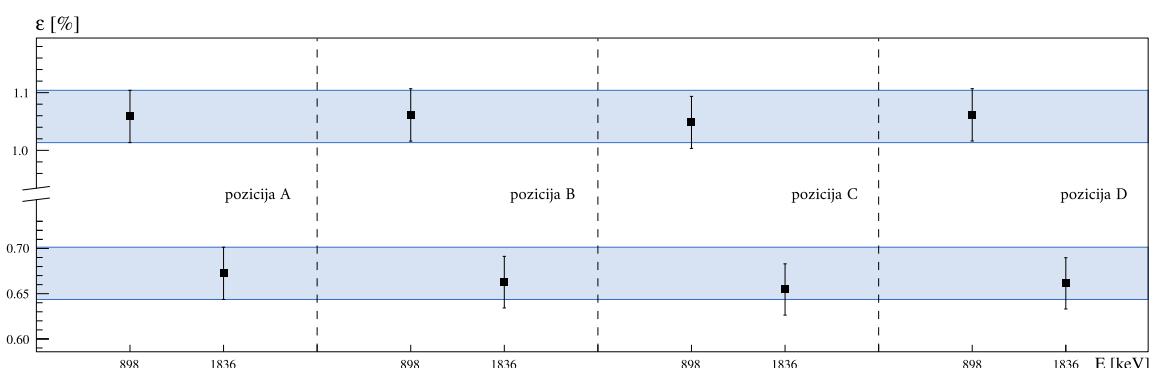


SLIKA V.4: Eksperimentalna postavka za proveru homogenosti strukture unutar kućišta detektoru merenjem radioizotopa ^{88}Y . Izvor je meren u četiri prostorne tačke na udaljenost 5 cm od kape detektora, sa svakom tačkom smaknutom za 2.5 cm u odnosu na osu simetrije kućišta, čime je pokriven ugao od 2π sa korakom od $\pi/2$.

Jedna od većih prepreka tokom pisanja simulacionog modela ovog detektoru je bila ta kako kvantifikovati unutrašnju šupljinu kristala obzirom da proizvođač nije naveo vrednosti njenih dimenzija (**TABELA V.2**). Ovo svojstvo kristala je veoma važno kako bilo kakva promena u njegovim dimenzijama može znatno uticati na vrednosti FEP efikasnosti u srednjem- i visoko-energetskom delu spektra. Na nižim energijama ova karakteristika ne igra značajnu ulogu kako nisko-energetski fotoni nemaju sposobnost prodiranja materijala veće gustine poput germanijuma više od svega nekoliko milimetara u dubinu, čime bivaju apsorbovani i pre nego što stignu do šupljine kristala. U cilju karakterizacije ovog svojstva, rađena je simulacija sa 14 različitih kombinacija visine (počevši od 40 mm sa korakom od 2.5 mm) i dijametra (počevši od 5 mm sa korakom od 0.25 mm) unutrašnje šupljine kristala.

Tokom ovog procesa, usvojena je aproksimacija za aktivnu zapreminu kristala na osnovu dostupnih parametara detektora (**TABELA V.2**). Uzimajući u obzir dimenzije kristala aktivna zapremina je aproksimirana na vrednost od $380 \text{ cc} \pm 1\%$. Obzirom da kristali ovog tipa konvencionalno dolaze sa debljinom mrtvih slojeva reda 0.5 – 1.5 mm (**POGLAVLJE V.V.I**), za bočne mrtve slojeve je uzeta vrednost od 1 mm u ovom koraku optimizacije. Kao što je rečeno, kako fotoni nižih energija ne igraju značajnu ulogu u ovoj kvantifikaciji gornji mrtav sloj je isključen u ovim proračunima. Tokom odabira optimalnih vrednosti dijametra i visine unutrašnje šupljine kristala cilj je bio da se postigne srednje relativno odstupanje reda $\sim 10\%$ u odnosu na eksperimentalno dobijene vrednosti FEP efikasnosti. Tačnija i bolja slaganja su kasnije postignuta finijim podešavanjem mrtvih slojeva. Naknadno podešavanje debljine mrtvih slojeva je opisano u **POGLAVLJU V.V.III**.

Za ovde iznet model detektora optimalne vrednosti dijametra i visine unutrašnje šupljine kristala su odabrani da budu 7.5 mm i 65 mm, respektivno (što odgovara aktivnoj zapremini od 377.9 cc). **SLIKA V.6** ilustruje FEPE funkcije za četiri različite kombinacije dijametra i visine unutrašnje šupljine pokrivajući celokupan ispitivan energetski interval, dok **TABELA V.3** prikazuje efikasnosti svih 14 kombinacija (efikasnosti nižih energija nisu navedene obzirom da na ovim energijama nema znatnijih promena, što se i može videti sa **SLIKE V.6**). Ovde vredi napomenuti da bi radiografija opreme bila od velike koristi (**POGLAVLJE V.V.IV**), ali da pored nje takođe postoje i druge metode (npr. upotreborom kolimatora) koje bi mogle pružiti korisne informacije vezane za ovu problematiku oko modelovanja dekreatora [161].



SLIKA V.5: Eksperimentalno dobijene vrednosti FEP efikasnosti korišćenjem ^{88}Y kalibracionog izvora. FEP efikasnosti svih četiri merenih tačaka pokazuju dobra slaganja što ukazuje na pravilnu postavljenost Ge-kristala unutar kućišta, kao i homogenu rasprostranjenost inaktivnih slojeva.

TABELA V.3: Vrednosti simuliranih FEP efikasnosti koje pokrivaju svih 14 različitih kombinacija dijametra i visine unutrašnje šupljine kristala detektora zajedno sa srednjim relativnim odstupanjima u odnosu na eksperimentalno dobijene vrednosti (eng. RELATIVE DEVIATION, abbrv. RD). FEPE funkcije koje odgovaraju naznačenim aktivnim zapreminama Ge-kristala reda od 385.7, 382.9, 379.0 i 374.4 cc su ilustrovane na **SLICI V.6.**

<i>E</i> [keV]	ϵ_{exp} [%]	AKTIVNA ZAPREMINA KRISTALA [cc] / SIMULIRANE FEP EFIKASNOSTI [%]													
		-386.2	-385.7	-385.1	-384.4	-383.7	-382.9	-382.1	-381.1	-380.1	-379.0	-377.9	-376.6	-375.3	-374.4
662	0.369	0.421	0.423	0.418	0.419	0.413	0.411	0.408	0.405	0.401	0.399	0.392	0.390	0.383	0.383
779	0.324	0.384	0.381	0.380	0.377	0.376	0.373	0.369	0.367	0.364	0.359	0.356	0.350	0.346	0.346
835	0.312	0.368	0.368	0.364	0.364	0.360	0.358	0.355	0.351	0.348	0.347	0.340	0.338	0.332	0.332
898	0.292	0.355	0.351	0.351	0.347	0.347	0.345	0.342	0.339	0.336	0.329	0.328	0.322	0.319	0.319
964	0.289	0.334	0.334	0.331	0.331	0.327	0.325	0.323	0.319	0.316	0.314	0.309	0.306	0.301	0.301
1173	0.242	0.298	0.299	0.294	0.295	0.291	0.288	0.286	0.283	0.280	0.279	0.273	0.272	0.267	0.267
1332	0.224	0.277	0.274	0.274	0.271	0.269	0.268	0.265	0.263	0.260	0.256	0.254	0.249	0.248	0.248
1836	0.186	0.223	0.222	0.220	0.219	0.217	0.215	0.213	0.211	0.208	0.206	0.203	0.200	0.198	0.198
Srednje RD [%]:		18.20	17.64	17.23	16.56	16.01	15.30	14.49	13.61	12.57	11.26	10.09	8.84	7.42	6.74

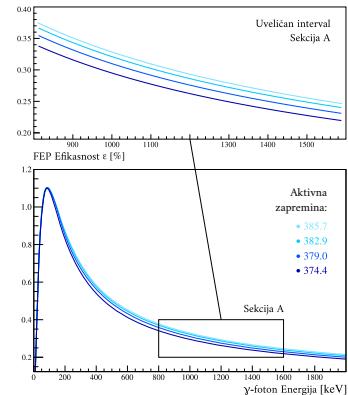
V.V.III MRTVI SLOJEVI

Kristali HPGe sistema tipično imaju mrtve slojeve na svojoj površini koji ne doprinose detektovanju događaja (**POGLAVLJE V.IV**). Debljina ovih slojeva se vremenom menja i stoga ih je neophodno precizno kvantifikovati kako bi se obezbedio pouzdani i adekvatan simulacioni model. Tačne kompozicije inaktivnih slojeva koji okružuju kristal mogu varirati u odnosu na nominalne vrednosti. Prema tome, mrtvi slojevi se često koriste za korekciju svih drugih nepoznatih parametara.

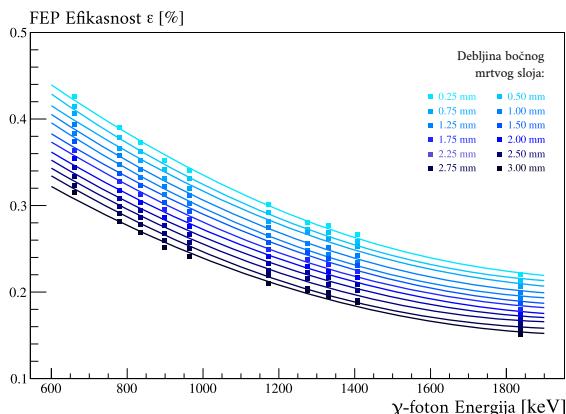
Mrtvi slojevi su razmatrani kao potpuno inaktivni slojevi sa nultom kolekcijom nanelektrisanja⁷ i podeljeni su na dva segmenta, Bočni i GORNJI MRTAV SLOJ. Svaki od segmenata je zasebno optimizovan kako su očekivane različite debljine slojeva. Usled prisustva ulaznog prozora kod GX10021 modela (**POGLAVLJE V.V.I**) očekivano je da debljina gornjeg bude znatno manja od debljine bočnog mrvog sloja.

V.V.III.I Bočni mrtav sloj

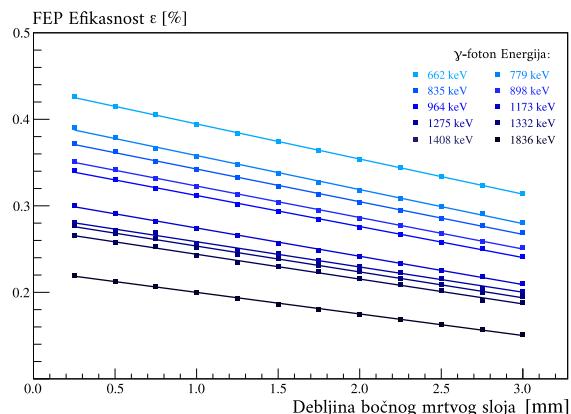
Prvo je optimizovan bočni mrtav sloj. Za ovu svrhu korišćene su efikasnosti u energetskom intervalu od 662–1836 keV sa izvorima postavljenim na rastojanje od 150 mm od kape detektora. Sa dovoljno visokim energijama γ -fotona atenuacioni



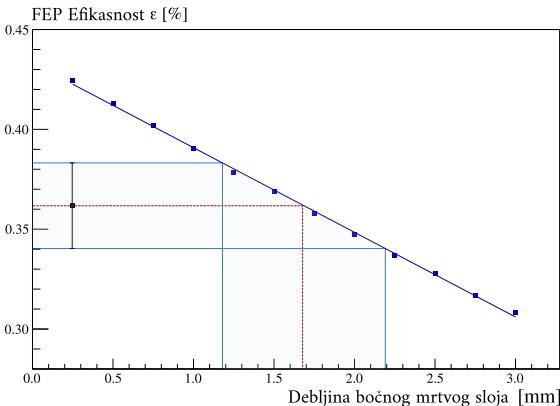
SLIKA V.6: FEPE funkcije za četiri različite kombinacije dijametra i visine unutrašnje šupljine Ge-kristala. Jasno se vidi uticaj ovog svojstva kristala u oblasti srednjeg- i visoko-energetskom delu spektra, dok na nižim energijama nema znatnih promena.



SLIKA V.7: Različite FEPE funkcije koje pokrivaju energetski interval od 662 – 1836 keV za različite vrednosti debljine bočnog mrvog sloja.

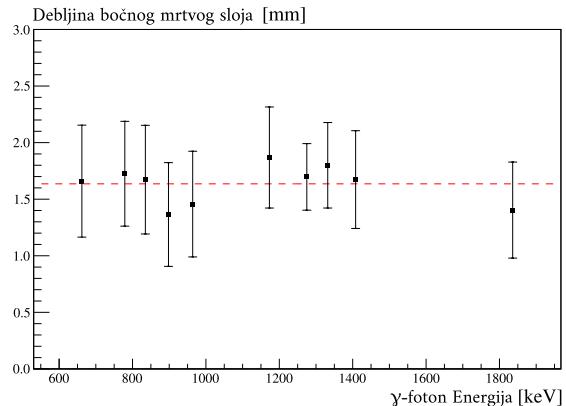


SLIKA V.8: Zavisnost vrednosti FEP efikasnosti na pojedinačnim energijama γ-fotona za slučaj različitih debljina bočnog mrvog sloja.



SLIKA V.9: Primer interpolacije eksperimentalne FEP efikasnosti (662 keV γ -foton iz izvora ^{137}Cs) na linearan fit dobijen simulacijom.

14: Obzirom da na ovim energijama gornji mrtav sloj nema veći doprinos, kao i u slučaju podešavanja unutrašnje šupljine kristala (POGLAVLJE V.V.II), gornji sloj je bio izostavljen u ovom koraku optimizacije.



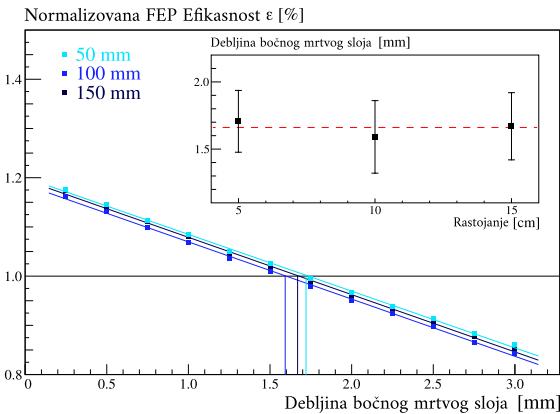
SLIKA V.10: Debljine bočnog mrtvog sloja dobijene interpolacijama za slučaj celog ispitivanog energetskog intervala reda od $662 - 1836 \text{ keV}$.

15: Primer interpolacije γ -fotone energije 662 keV (^{137}Cs) je ilustrovan na SLIKA V.9.

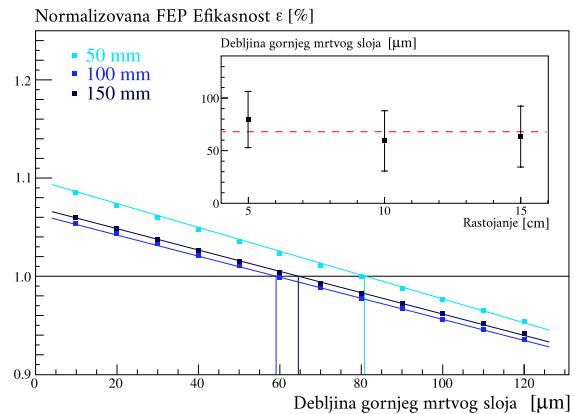
gubici u slojevima između izvora i kristala detektora su zanemarljivi¹⁴. SLIKA V.7 ilustruje FEPE funkcije u ispitivanom energetskom intervalu za različite debljine bočnog mrtvog sloja dok SLIKA V.8 ilustruje pad FEP efikasnosti na dатој енергији фотона за različite вредности debljine sloja. Jasno se uočava dobra linearnost између simuliranih FEP efikasnosti i debljine bočnog mrtvog sloja i stoga су вредности fitovane linearnim funkcijama sa $R^2 > 0.995$ за све испитиване енергије. Debljine bočnih mrvih slojeva на датим енергijама су потом интерполиране на основу ових линеарних функција коришћењем експерименталних FEP efikasnosti као полазних referentnih тачака¹⁵. Интерполиране вредности које одговарају разлиčitim енергijама γ -фотона са средњом деbljinom bočnog mrtvog sloja од 1.62 mm су приказане на SLIKA V.10. У сврху верификације ове вредности извршено је dodatno merenje коришћењем извора ^{137}Cs на три различита растојања од капе детектора ($50, 100$ и 150 mm). Деbljina bočnog sloja, добијена описаном интерполацијом (SLIKA V.11), била је 1.66 mm што је у добром слaganju са претходном вредношћу (RD $\sim 2.4\%$).

V.V.III.II GORNJI MRTAV SLOJ

Sličan pristup je коришћен i u optimizацији горњег мртвог слоја. SLIKA V.12 илуструје зависност FEP efikasnosti u odnosu na деbljinu горњег мртвог слоја за енергију γ -фотона од 59 keV који потиче из извора ^{241}Am мереног на три различита растојања



SLIKA V.11: Interpolacija normalizovane FEP efikasnosti na energiji od 662 keV iz izvora ^{137}Cs merenog na три растојања од капе детектора.



SLIKA V.12: Interpolacija normalizovane FEP efikasnosti на енергији од 59 keV од извора ^{241}Am мереног на три растојања од капе детектора.

od kape detektora (50, 100 i 150 mm). Srednja vrednost debljine¹⁶ gornjeg mrtvog sloja dobijenog ovim merenjem je iznosila 67.4 μm . Međutim, kako bi se dodatno potvrdila ova vrednost sprovedeno je merenje korišćenjem kolimatora sa ^{241}Am izvorom (eksperimentalna postavka ovog merenja ilustrovana na **SLIKA V.13**).

Ukupno je sprovedeno dva merenja. U prvom merenju, kolimisan snop izvora ^{241}Am je bio normalan na površinu kristala detektora, dok je u drugom merenju bio nagnut pod određenim uglom - u našem slučaju uglom od 20° . Ovo implicira na to da fotoni prolaze kroz slojeve različitih debljin dok konačno ne budu detektovani u kristalu detektora. Oba merenja su izvedena sa izvorom na rastojanju od 30 mm od kape detektora. Preko odnosa intenziteta¹⁷ ova dva merenja moguće je dobiti debljinu slojeva kroz koju fotoni prolaze uključujući i gornji mrtav sloj¹⁸ poput:

$$\left. \begin{array}{l} \text{normalan snop } (\alpha = 0^\circ): I_{0^\circ} = I_0 e^{-\mu d} \\ \text{snop pod uglom } (\alpha = 20^\circ): I_{20^\circ} = I_0 e^{-\mu \frac{d}{\cos \alpha}} \end{array} \right\} \mu d = \frac{\ln \frac{I_{20^\circ}}{I_{0^\circ}}}{1 - \frac{1}{\cos \alpha}}$$

atenuacije i debljine svih slojeva kroz koje fotoni prolaze

$$\text{gornji sloj: } d_{Ge} = \left(\frac{\ln \frac{I_{20^\circ}}{I_{0^\circ}}}{1 - \frac{1}{\cos \alpha}} - \sum_{i=1}^n d_i \mu_i \rho_i \right) / \mu_{m(Ge)} \rho_{Ge} \quad (\text{V.3})$$

Debljina gornjeg mrtvog sloja dobijena korišćenjem kolimatora sa izvorom ^{241}Am je procenjena na vrednost od $71.8 \mu\text{m}$ što je u dobrom slaganju sa prethodno dobijenom vrednošću ($\text{RD} \sim 6\%$). Konačna komparacija između eksperimentalnih i simuliranih FEP efikasnosti preko celog ispitivnog intervala za optimizovane modele detektora GX10021 i GL2020 (**POGLAVLJE V.V.IV**) je ilustrovana na **SLIKA V.17**.

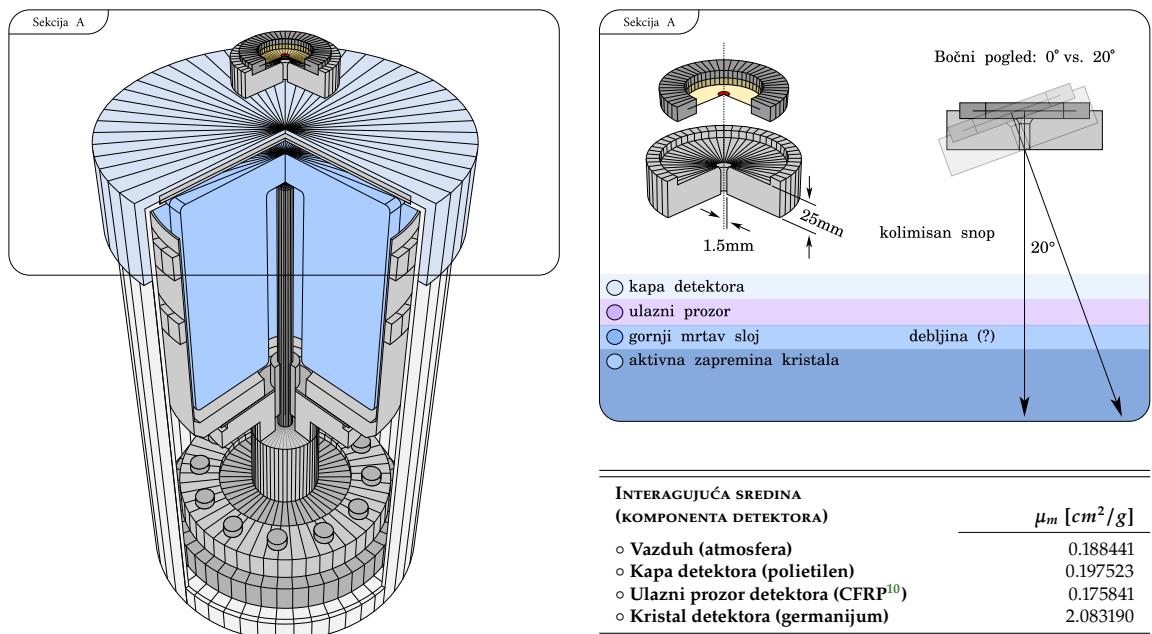
16: Nasuprot bočnom mrtvom sloju, gornji mrtav sloj je znatno manji što se i očekivalo usled prisustva ulaznog prozora kod GX10021 detektora (**POGLAVLJE V.V.I**).

17: Intenzitet se prikazuje u obliku:

$$I = I_0 e^{-\mu d}$$

gde I_0 i I predstavljaju inicijalan i intezitet fotona po prelasku rastojanja d u sredini sa (masenim) atenuacionim koeficijentom μ (**JEDNAKOST II.9/POGLAVLJE II.I.II**).

18: Sumacioni član u **JEDNAKOSTI V.3** reprezentuje sve poznate slojeve kroz koje prolaze γ -fotoni (među kojima je i gornji mrtav sloj) pre nego što konačno stignu i budu detektovani deponovanjem svoje energije u kristalu detektora (**SLIKA V.13**).



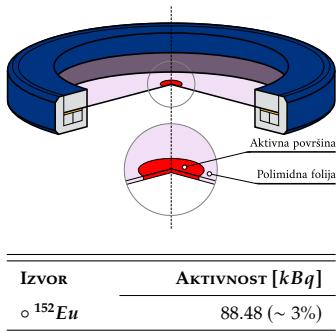
SLIKA V.13: Eksperimentalna postavka kolimatora sa ^{241}Am korišćene u proceni debljine gornjeg mrtvog sloja. U tabeli su prikazani relevantni maseni atenuacioni koeficijanti različitih materijala komponenti kroz koje fotoni prolaze unutar detektora (preuzeto sa **NIST BAZE PODATAKA**).

V.V.IV LEGE GL2020 I VERIFIKACIJA MODELA

Pored optimizacije GX10021 detektora, simulacioni kod GX10021 modela je radi validacije takođe iskorišćen i za optimizaciju nešto drugačije detektorske opreme. Optimizacija modela GL2020 je bila malo manje detaljna, obzirom da je ovde glavni cilj bio provera validnosti koda (do određenje mere) u slučaju kada se primeni na drugačiju opremu, a samim time i provera spremnosti njegove implementacije.

Modelovan je **planaran** LEGe detektor (eng. **LOW-ENERGY GERMANIUM**, abbrv. **LEGe**; model **GL2020**, **CANBERRA**, Mirion Inc.) sa kristalom visine 20 mm, gornje aktivne površine reda ~ 2000 mm² i energetske rezolucije od 410 eV i 680 eV na energijama 5.9 keV i 122 keV, respektivno. Prednji i bočni kontakti ovog detektora su veoma tanki, dok je zadnji kontakt znatno manje površine u odnosu na donju površinu kristala čime je obezbeđena manja kapacitivnost. Kako bi se dodatno poboljšala efikasnost na niskim energijama ovaj detektor je takođe opremljen ulaznim prozorom, u ovom slučaju sačinjenog od berilijuma debljine svega 0.5 mm.

Nasuprot GX10021 detektoru, GL2020 detektor je došao uz bogatiju dokumentaciju proizvođača. Ono po čemu se ovaj model ističe u smislu lakoće optimizacije u odnosu na prethodan slučaj jeste to da je kod njega bila izvedena i radiografija unutrašnje strukture (**SLIKA V.15**, **TABELA V.4**). Ovi snimci su obezbedili znatan izvor informacija o geometriji što je umnogome pojednostavilo optimizaciju modela. 3D model i šematski dijagram GL2020 opreme zajedno sa tabelom komponenata i materijala iz kojih su one sačinjene, je ilustrovan na **SLICI V.16**.



SLIKA V.14: Tačasti kalibracioni γ -izvor ^{152}Eu (slična konstrukcija kao i za slučaj RIVERC co. izvora). Data nesigurnost 3%.

Eksperimentalna kalibracija je izvedena sertifikovanim tačkastim kalibracionim γ -izvorom ^{152}Eu merenog na rastojanju od 250 mm od gornje površine detektora. Kao i ranije, radi se o zatvorenom izvoru zračenja inkapsuliranog između dve polimidne folije sa aktivnom površinom od oko 2 mm u dijametru (**SLIKA V.14**).

Usled detaljnije informacije ovog modela zahvaljujući i radiografskim snimcima, modelovanje je bilo znatno brže u odnosu na prethodan slučaj obzirom da nije bilo potrebe za bilo kakvim dodatnim proverama (poput npr. pozicija kristala, **POGLAVLJE V.V.II**). Optimizovan model GL2020 demonstrira dobra slaganja sa eksperimentalnim FEPE vrednostima preko ispitivanog energetskeg intervala (**SLIKA V.17**). Ovo se takođe može dodatno poboljšati proširivanjem energetskeg intervala korišćenjem dodatnih kalibracionih izvora. Ovde iznet slučaj daje na akcentu značaj detaljne i potpune dokumentacije u optimizacije detekcione opreme.

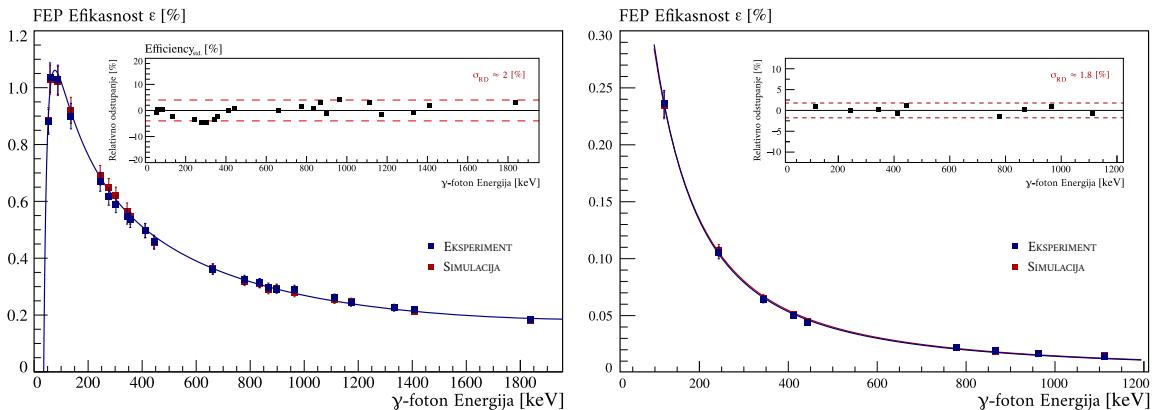
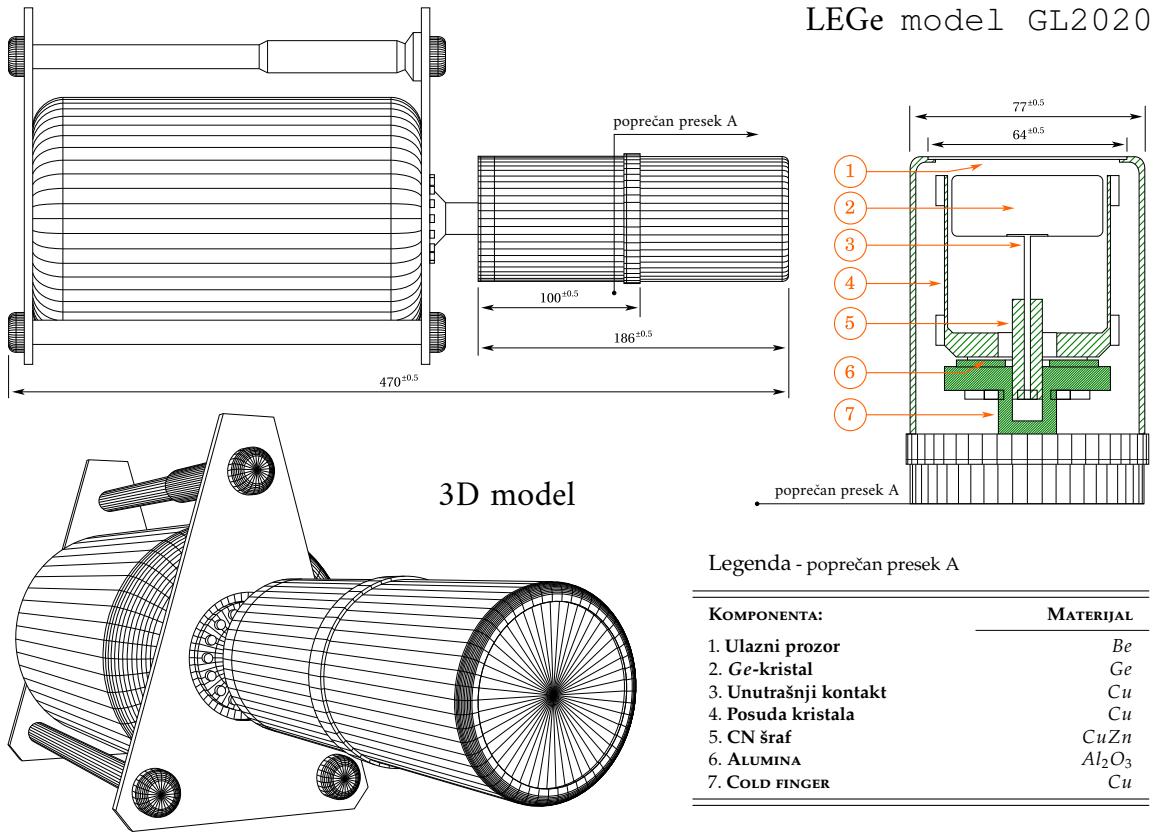


SLIKA V.15: Radiografski snimak LEGe detektora (model GL2020) koji u velikom detalju ilustruje unutrašnju strukturu ove detekcione opreme.

FIZIČKE KARAKTERISTIKE		NOMINALNO RADIGRAFIJA	
Kristal (visina)	20 mm	20.37 mm	
Kristal (dijametar)	50 mm	50.52 mm	
Buletizacija kristala	/	1.9 mm	
Prozor-kristal rastojanje	5 mm	5.0 mm	
Ulažni prozor (debljina)	0.5 mm	/	
Kućište (debljina)	/	1.54 mm	
Kućište (s. dijametar)	/	77.35 mm	
Kućište (u. dijametar)	/	73.65 mm	
Posuda kristala (s. dijametar)	/	54.13 mm	
Posuda kristala (u. dijametar)	/	51.97 mm	
Buletizacija posude kristala (s.)	/	4.09 mm	
Buletizacija posude kristala (u.)	/	2.47 mm	
Prsten posude kristala (dijametar)	/	59.24 mm	

TABELA V.4: Geometrijske karakteristike GL2020 detektora zajedno sa vrednostima koje su dobijene putem radiografskog snimka (**SLIKA V.15**).

SLIKA V.16: Šematski dijagram LEGe detektora (model GL2020, proizvođač: CANBERRA, Mirion Inc.) zajedno sa 3D modelom sa svojim azotnim hladnjem, i tabelom komponenata sa materijalima iz kojih su one komponente sačinjene. Vrednosti su prikazane u mm jedinicama. Za razliku od GX10021 (POGLAVLJE V.V) i EGPC 45-180-R detektora (POGLAVLJE V.VI), GL2020 detektor se nije nalazio unutar njemu predviđene olovne zaštite, već je bio ogradijan manjim olovnim blokovima čime je zaštićen od uticaja background-a u odgovarajućoj meri. Posebna pažnja je bila posvećena ovom doprinisu u analizi γ -spektra, iako je prosečna stopa background doprinosa bila znatno manja od prosečne stopa odbroja merenog izvora.



SLIKA V.17: Komparacija eksperimentalnih i simuliranih FEPE funkcija optimizovanih modela detektora GX10021 (levo, POGLAVLJE V.V.I) i GL2020 (desno, POGLAVLJE V.V.IV). Dobijena su srednja relativna odstupanja reda ~ 2% i ~ 1.8% za GX10021 i GL2020 preko ispitivanih energetskih intervala, respektivno. Iako su postignuta veoma dobra slaganja kod oba modela, optimizacija GX10021 modela je bila nešta zahtevnija kao posledica slabije dokumentacije. Takođe, za razliku od GL2020 modela koji je imao dostupnu referencu za komparaciju geometrije sa realnim modelom u vidu radiografskog snimka (SLIKA V.15), za GX10021 se ne može sa sigurnošću tvrditi da je optimizovan model reprezentativan realnom, obzirom da različiti simulacioni modeli i dalje mogu dati dobra slaganja kako FEPE efikasnosti zavise od više od jednog parametra (POGLAVLJE V.IV). Shodno tome, u ovom slučaju se preporučuje ponovna optimizacija u svrhu pouzdanog **transfера efikasnosti** za svaku novu geometriju merenja, po mogućnosti sa kalibracionim izvorima što je moguće sličnijih u geometriji i hemijskom sastavu sa ispitivanim uzorcima.

V.VI HPGe EGPC 45-180-R

V.VI.I EKSPERIMENTALNA POSTAVKA

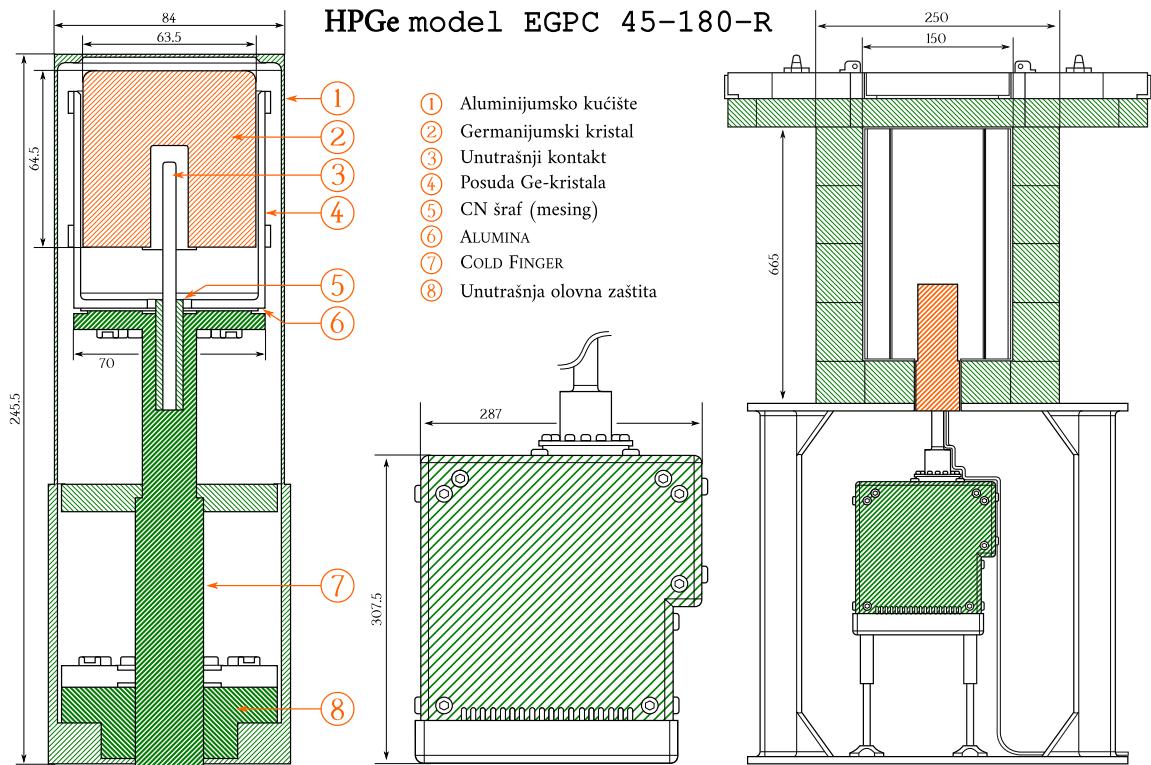
19. Ova zaštita nije komercijalna kao u prethodnom slučaju modela GX10021, već je dizajnirana i napravljena u okviru EC JRC Instituta, Nemačka ([Home page](#)).

TABELA V.5: Komponente i materijali.

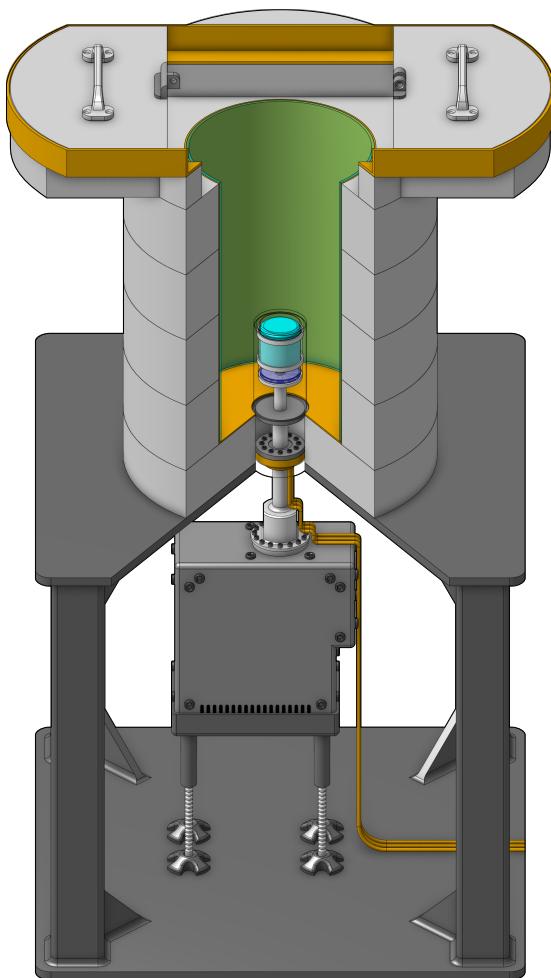
KOMPONENTA	MATERIJAL
1. Kućište	Al
2. Ge-kristal	Ge
3. Unutrašnji kontakt	Cu
4. Posuda kristala	Cu
5. CN šraf	CuZn
6. ALUMINA	Al ₂ O ₃
7. COLD FINGER	Cu
8. Olovna zaštita	Pb

U ovom radu modelovan je γ -spektrometar sa **koaksijalnim** *p*-tipom HPGe detektora (model EGPC 45-180-R; CANBERRA, Mirion Inc.) koji se nalazio unutar **pasivne olovne zaštite**. Na [SLICI V.18](#) je ilustrovan šematski dijagram opreme dok su u [TABELI V.5](#) navedene njene komponente i materijali iz kojih su sačinjene. 3D CAD model je prikazan na [SLICI V.19](#). Fizičke karakteristike detektora date od strane proizvođača su navedene u tabeli [TABELI V.6](#). Relativna efikasnost ovog detektora iznosi 45% dok mu je energetska rezolucija reda 0.90 keV i 1.80 keV na energijama 122 keV i 1332 keV, respektivno. Za razliku od prethodna dva modela, GX10021 ([POGLAVLJE V.V.I](#)) i GL2020 ([POGLAVLJE V.V.IV](#)), ovaj detektor nema ulazni prozor već je celo kućište sačinjeno od aluminijuma debljine 1mm.

Kao što je rečeno, detektor se nalazio unutar pasivne olovne zaštite¹⁹ u cilju redukovanja uticaja okolnog fonskog zračenja¹¹. Pored olovnog sloja debljine od 100 mm, ova zaštita takođe poseduje i sloj bakra debljine 2.5 mm koji ima ulogu redukovanja doprinosa karakterističnih *x*-zrakra u nisko-energetskom delu spektra koji potiču od prelaza sa K-ljuski olova (75 – 85 keV energetski region). Za akviziciju spektara korišćen je **GENIE2K™**. Svi spektri su snimani u modu od 16384 kanala širine od 125 eV i sa gornjom granicom podešenom da detektuje fotone energija do 2 MeV. Vremena snimanja svakog od ispitivanog radioizotopa je bilo podešeno tako da je statistička nesigurnost odbroja pod pikom bila manja od 1% za sve ispitivane energije, dok je mrtvo vreme svih merenih izvora bilo ispod 4%.



SLIKA V.18: Šematski dijagram HPGe detektora (model EGPC 45-180-R, proizvođač: CANBERRA, Mirion Technologies) zajedno sa svojim električnim sistemom za hlađenje (model CryoPulse5, Mirion Inc.) i pasivnom olovnom zaštitom. Dimenzije su prikazane u mm jedinicama.



SLIKA V.19: 3D CAD model detektora EGPC 45-180-R zajedno sa svojim električnim sistemom za hlađenje i olovnom zaštitom u kojoj se nalazi.

Eksperimentalna kalibracija FEPE funkcija je izvedena korišćenjem seta tačkastih sertifikovanih kalibracionih γ -izvora (proizvođač: **ECKERT&ZIEGLER** ), 3D CAD model ilustrovan na **SLICI V.19**, dok su aktivnost date u **TABELI V.7**. Ovi standardi predstavljaju zatvorene izvore zračenja inkapsulirane unutar plastične kapsule dijametra 25 mm i debljine 3 mm. Aktivan deo izvora je dijametra svega 2 mm. Izvori su bili mereni sa postolja napravljenog od pleksiglasa u cilju redukovanja apsorpcionih efekata, i u dve različite geometrije odnosno na dva rastojanja od detektora, na rastojanju 105 mm (dalje u tekstu se odnosi kao na 105 mm PostAVKU), kao i na rastojanju od 205 mm (dalje u tekstu se odnosi kao na 205 mm PostAVKU).

V.VI.II SIMULACIONI MODEL

Na osnovu dostupnih podataka (**TABELA V.6**) izgrađen je inicijalan model detektora. Parametri koji su obezbeđeni od strane proizvođača su uzeti kao konstantni, dok su ostali smatrani slobodnim i kao takvi su korišćeni u optimizaciji modela. Za razliku od prethodnih detektora, simulacije ovog modela su puštane na JRC-BDAP klasteru (eng. **BIG DATA ANALYTICS PLATFORM**, abrv. **BDAP**; **Home page** ).

SPECIFIKACIJE

Detektor (model)	EGPC 45-180-R
Kriostat (model)	S/N 1705
Prepojačavač (model)	PCS822

FIZIČKE KARAKTERISTIKE

Kristal (visina)	64.5 mm
Kristal (dijametar)	63.5 mm
Kućište (debljina)	1 mm
Kućište (dijametar)	84 mm
Prozor-kristal rastojanje	5 mm
Unutrašnji kontakt (visina)	40 mm
Unutrašnji kontakt (dijametar)	14 mm
Posuda kristala (visina)	83 mm
Posuda kristala (dijametar)	70 mm
Posuda kristala (donja debljina)	3 mm
Posuda kristala (bočna debljina)	2.5 mm

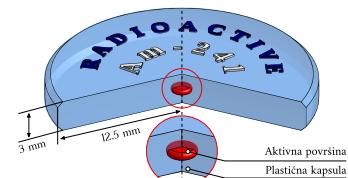
MRTVI SLOJEVI:

○ Gornji mrtav sloj	0.5 mm
○ Bočni mrtav sloj (n+ kontakt)	0.5 mm
○ Unutrašnji mrtav sloj (p+ kontakt)	/

TABELA V.6: Lista specifikacija modela i fizičkih karakteristika vezanih za HPGe detektor (model EGPC 45-180-R) koje je proizvođač deklarisao.

IZVOR:	$T_{1/2}$ [y]	A_{t0}	A_t	σ [%]
○ ^{22}Na	~ 2.6	386.90	20.135	~ 3
○ ^{57}Co	~ 0.74	3700.0	10.451	~ 3
○ ^{60}Co	~ 5.27	386.10	89.975	~ 3
○ ^{133}Ba	~ 10.67	380.20	185.16	~ 3
○ ^{137}Cs	~ 30.17	370.30	287.09	~ 3
○ ^{152}Eu	~ 13.30	383.30	215.10	~ 3
○ ^{241}Am	~ 432.04	390.20	383.33	~ 3

TABELA V.7: Aktivnosti Eckert&Ziegler tačkastih kalibracionih izvora. Nesigurnost aktivnosti svih izvora su date od proizvođača kao ~ 3%.



SLIKA V.20: Eckert&Ziegler kalibracioni γ -izvori. Aktivnosti date u **TABELI V.7**. Za svrhu kompletnosti koda, iako se izvori mogu aproksimirati idealnim tačkastim uzimajući u obzir njihovu konstrukciju kao i rastojanje na kojima su mereni, u okviru simulacije su modelovani onakvimi kakvi su zapravo u stvarnosti - kao veoma tanki diskovi dijametra 2 mm zatvoreni u plastičnoj kapsuli. Primarni dogadjaj u simulaciji su nasumično generisani u prostornim tačkama koje su obuhvaćene zapreminama ovako definisanih izvora.

20: Za razliku od GEANT3, koji cut-off definiše u jedinici energije, GEANT4³³ je definiše u jedinici dužine. Drugim rečima, kod procenjuje da li stvorena sekundarna čestica ima dovoljno energije da pređe cut-off rastojanje. Ukoliko čestica nema dovoljno energije za ovo onda se ona neće ni generisati, a energija koju bi odnела sa sobom se vraća nazad primarnoj čestici.

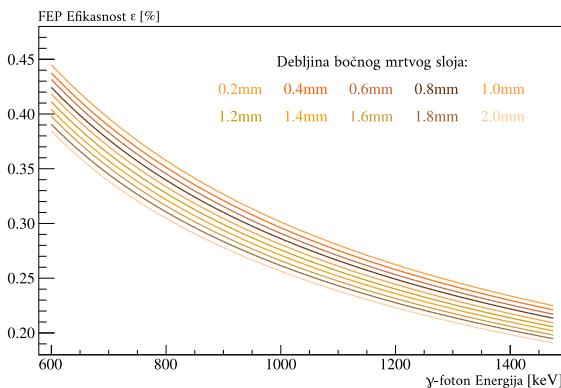
Kako GEANT4 paket pruža mnoštvo različitih fizičkih modela (**POGLAVLJE IV**), korišćena je predefinisana modularna lista procesa. Kako bi se uključili procesi raspada korišćeni su modeli G4RadioactiveDecayPhysics i G4DecayPhysics[165], dok je za elektromagnetne procese korišćen model G4LivermorePhysics[166]. Vrednost cut-off parametra za sve sekundarne čestice²⁰ je bio definisan na $1 \mu\text{m}$.

V.VI.III MRTVI SLOJEVI

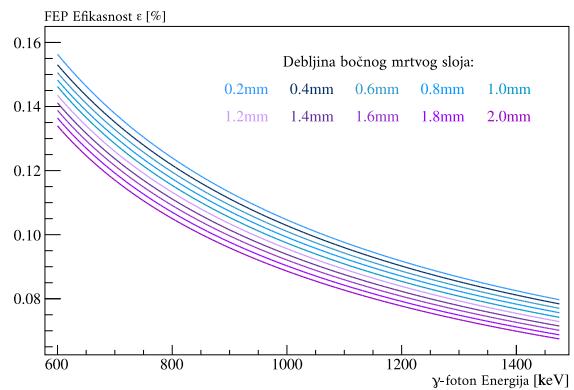
V.VI.III.I BOČNI MRTAV SLOJ

21: Obzirom kako se radi o detektoru koaksijalnog tipa postoji i treći mrtav sloj oko unutrašnjeg kontakta Ge-kristala. Ovaj kontakt kod HPGe sistema ($\text{p}+$ kontakt, koji je uglavnom formiran implantacijom B -atoma) stvara veoma mali sloj koji ne predstavlja znatnu modifikaciju modela u simulaciji i kao takav ne utiče u većoj meri na vrednosti FEP efikasnosti. Kako ovaj sloj i njegove dimenzije nisu navede od strane proizvođača (**TABELA V.6**) on je u modelu uzet i fiksiran na vrednost od 0.1 mm tokom celog procesa optimizacije.

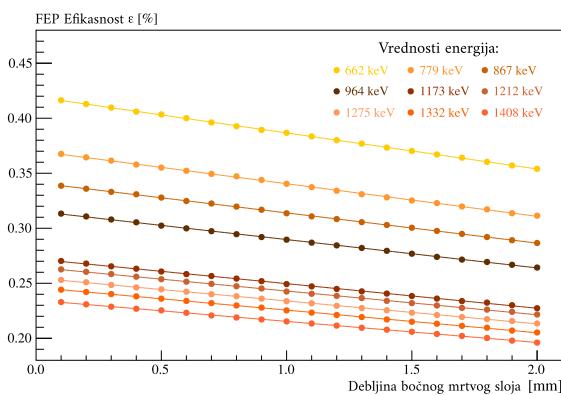
Kao i ranije, mrtvi slojevi⁷ su podeljeni na dva segmenta, Bočni i GORNJI MRTAV SLOJ. Iako bi se u ovde mogla očekivati slična debljina slojeva obzirom da ovaj detektor nema ulazni prozor, slojevi su zasebno optimizovani u cilju boljeg slaganja i veće preciznosti²¹. U optimizaciji ovog modela prvo je optimizovan bočni mrtav sloj. Ovde je korišćeno 9 γ -fotona diskretnih energija iz intervala $662 - 1408 \text{ keV}$ za slučaj obe eksperimentalne postavke (105 mm i 205 mm Postavka). Tokom ovog koraka optimizacije gornji mrtav sloj je fiksiran na norminalnu vrednost od 0.5 mm koju je proizvadač naveo (**TABELA V.6**). Na **SLICI V.21** i **SLICI V.22** su ilustrovane FEPE funkcije preko ispitivanog energetskog intervala u zavisnosti od debljine bočnog mrtvog sloja, dok je na **SLICI V.23** i **SLICI V.24** ilustrovan pad FEP efikasnosti na datim energijama γ -fotona u zavisnosti od debljine bočnog sloja.



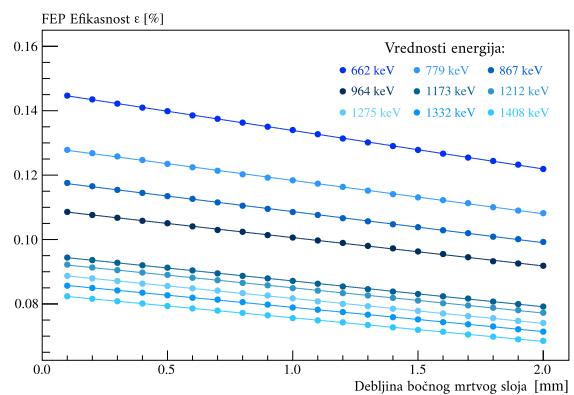
SLICA V.21: FEPE funkcije u energetskom intervalu $662 - 1836 \text{ keV}$ i za različite vrednosti debljine bočnog mrtvog sloja, 105 mm Postavka.



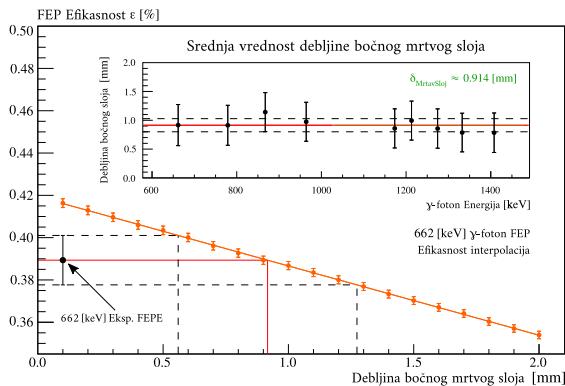
SLICA V.22: FEPE funkcije u energetskom intervalu $662 - 1836 \text{ keV}$ i za različite vrednosti debljine bočnog mrtvog sloja, 205 mm Postavka.



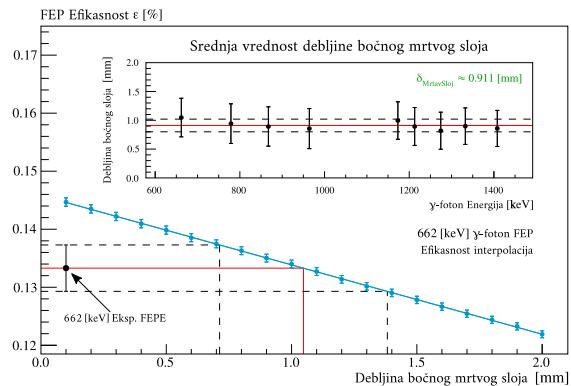
SLICA V.23: Zavisnost vrednosti FEP efikasnosti na datim energijama γ -fotona u odnosu na debljinu bočnog mrtvog sloja, 105 mm Postavka.



SLICA V.24: Zavisnost vrednosti FEP efikasnosti na datim energijama γ -fotona u odnosu na debljinu bočnog mrtvog sloja, 205 mm Postavka.



SLIKE V.25: Primer interpolacije eksperimentalne FEP efikasnosti ($662 \text{ keV } ^{137}\text{Cs}$) na linearan fit dobijen simulacijom, 105 mm POSTAVKA.



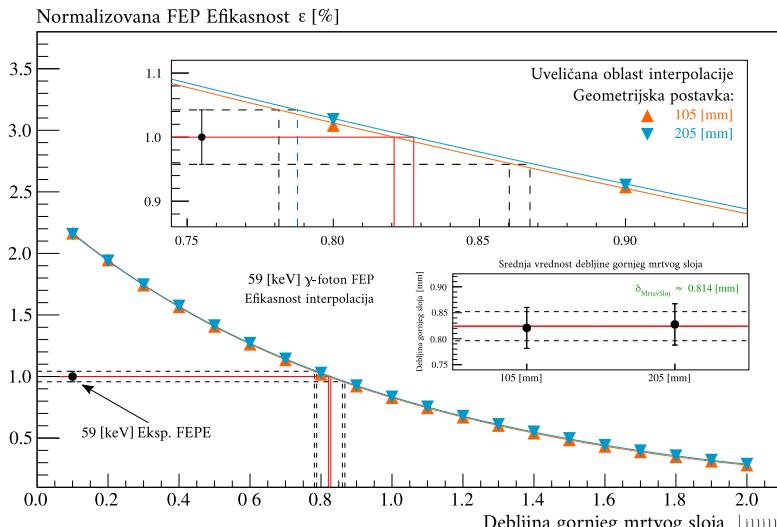
SLIKE V.26: Primer interpolacije eksperimentalne FEP efikasnosti ($662 \text{ keV } ^{137}\text{Cs}$) na linearan fit dobijen simulacijom, 205 mm POSTAVKA.

Vrednosti FEP efikasnosti za svaku od 9 ispitivanih energija u posmatranom energetskom intervalu su simulirane za različite debljine bočnog mrtvog sloja. Ovo je izvedeno počevši od debljine 0.1 mm i idući sve do debljine 2 mm sa korakom od 0.1 mm . Kao i kod prethodnih modela uočava se jasna linearost između ovih tačaka. Prema tome, podaci su ufitovani linearnim funkcijama sa $R^2 > 0.99$ za sve ispitivane energije. Kao i ranije, vrednosti debljina mrvih slojeva su dobijene interpolacijama²² na ove linearne fitove korišćenjem eksperimentalno proračunatih FEP efikasnosti na datim energijama fotona kao polaznim referentnim tačkama.

Konačna vrednost bočnog mrtvog sloja dobijena je kao srednja vrednost srednjih vrednosti preko ispitivanog intervala za obe postavke (0.914 mm i 0.911 mm za 105 mm i 205 mm Postavku; slaganje unutar 0.5% odstupanja), odnosno 0.9125 mm .

V.VI.III.II GORNJI MRTAV SLOJ

Sličan pristup je korišćen i u optimizaciji gornjeg mrtvog sloja. U ovom slučaju posmatrani su γ -fotoni na energiji 59 keV iz izvora ^{241}Am (SLIKE V.27). Konačna vrednost gornjeg mrtvog sloja korišćena u modelu dobijena je kao srednja vrednost između interpolirane vrednosti za obe postavke (0.914 mm i 0.911 mm za 105 mm i 205 mm Postavku; slaganje unutar 0.5% odstupanja), odnosno 0.9125 mm .



22: Primer interpolacije za slučaj γ -fotona energije od 662 keV koji potiču iz merenja izvora ^{137}Cs je ilustrovan na SLIKE V.25 i SLIKE V.26 za 105 mm i 205 mm Postavku, respektivno. U subPad-ovima ovih grafika su prikazane vrednosti debljina bočnih slojeva svih ispitivanih energija zajedno sa svojim srednjim vrednostima (0.914 mm i 0.911 mm za 105 mm i 205 mm Postavku).

SLIKE V.27: Debljina gornjeg mrtvog sloja je varirana kao i za slučaj bočnog sloja, počevši od debljine 0.1 mm i idući sve do 2 mm sa korakom reda od 0.1 mm . Međutim, za razliku od srednjih i visokih energija, na niskim energijama γ -fotona atenuacioni gubici postaju izraženiji što posledično dovodi do nelinearne zavisnosti. Ovo se ponašanje lako može objasniti ukoliko se osvrnemo nazad na intezitet fotona predstavljen u obliku kao $I = I_0 e^{-\mu d}$ gde I_0 predstavlja inicijalan intezitet fotona dok je I intezitet nakon što fotoni prođu kroz sredinu debljine d (masenog) atenuacionog koeficijenta μ . Iz ovog zakona se jasno vidi odakle potiče eksponencijalna zavisnost FEP efikasnosti u odnosu na debljinu gornjeg sloja ovde ilustrovana. Prema tome, simulacioni podaci su ufitovani funkcijom polinoma četvrtog reda sa $R^2 > 0.99$, datog u obliku:

$$f(x) = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4$$

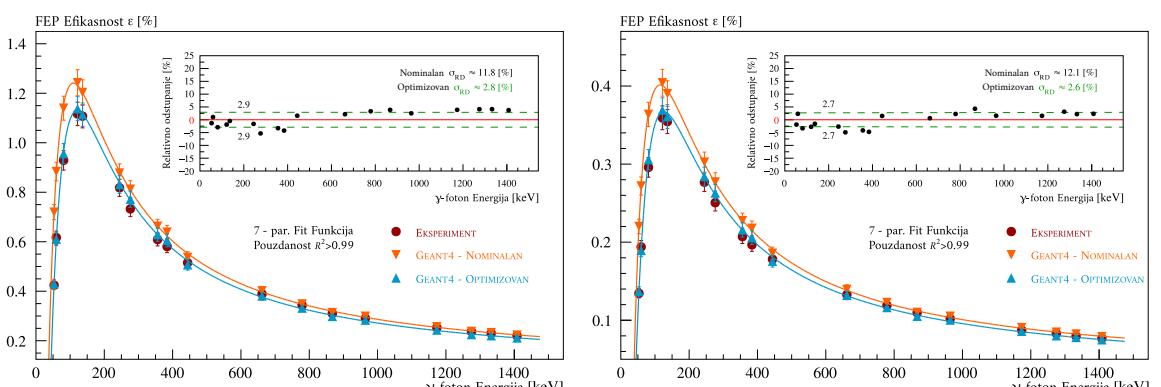
gde a, b, c, d i e predstavljaju fit parametre. Vrednost gornjeg mrtvog sloja je dobijena interpolacijom na ovu polinomnu funkciju korišćenjem eksperimentalno proračunate vrednosti FEP efikasnosti na energiji od 59 keV kao referentne tačke interpolacije.

V.VI.IV VERIFIKACIJA MODELA

23: Inicijalni model detektora, izgrađen koristeći isključivo nominalne parametre koje je obezbedio proizvođač (**TABELA V.6**) je ilustrova relativno velika odstupanja u odnosu na eksperimentalne vrednosti, reda 11.8% i 12.1% u proseku za 105 mm i 205 mm Postavku, respektivno, preko celog ispitivanog energetskog intervala. Ova odstupanja su bila znatnija na nižim energijama gde su bila i preko 20%. Nakon optimizacije parametara postignuto je znatno bolje slaganje reda 2.8% i 2.6% za 105 mm i 205 mm Postavku, respektivno.

TABELA V.8: Vrednosti eksperimentalno i simulaciono dobijenih FEP efikasnosti zajedno sa svojim međusobnim relativnim odstupanjima za slučaj obe geometrijske postavke, 105 mm i 205 mm Postavke. Međusobna odstupanja su navedena kao RD (eng. RELATIVE DEVIATION, abrv. RD).

IZVOR:	E [keV]	105 mm POSTAVKA			205 mm POSTAVKA		
		$\varepsilon_{eks.}$ [%]	$\varepsilon_{sim.}$ [%]	RD [%]	$\varepsilon_{eks.}$ [%]	$\varepsilon_{sim.}$ [%]	RD [%]
^{22}Na	1274.55	0.235(10)	0.225(10)	(+) 4.25	0.083(4)	0.080(3)	(+) 3.09
^{57}Co	122.55	1.117(47)	1.138(49)	(-) 1.89	0.359(15)	0.371(16)	(-) 3.30
	136.5	1.107(47)	1.114(47)	(-) 0.61	0.354(15)	0.360(15)	(-) 1.64
^{60}Co	1173.25	0.253(11)	0.243(10)	(+) 3.88	0.087(4)	0.086(4)	(+) 1.51
	1332.50	0.230(10)	0.220(9)	(+) 4.25	0.080(3)	0.078(3)	(+) 1.85
	53.3	0.424(18)	0.429(18)	(-) 1.13	0.134(6)	0.134(6)	(+) 0.21
	81.05	0.929(39)	0.907(39)	(+) 2.31	0.296(13)	0.289(12)	(+) 0.21
^{133}Ba	276.45	0.733(31)	0.722(33)	(-) 5.33	0.251(11)	0.263(11)	(-) 4.96
	356.05	0.609(26)	0.629(27)	(-) 3.29	0.207(9)	0.215(9)	(-) 3.77
	383.85	0.581(25)	0.605(26)	(-) 4.23	0.197(8)	0.205(9)	(-) 4.48
^{137}Cs	661.75	0.389(17)	0.381(16)	(+) 2.15	0.133(6)	0.132(6)	(+) 0.31
	244.75	0.818(35)	0.831(35)	(-) 1.63	0.277(12)	0.284(12)	(-) 2.73
	444.05	0.515(22)	0.506(22)	(+) 1.66	0.178(8)	0.175(7)	(+) 2.02
^{152}Eu	778.95	0.343(15)	0.332(14)	(+) 3.28	0.119(5)	0.116(5)	(+) 2.19
	867.45	0.310(13)	0.298(13)	(+) 4.07	0.110(5)	0.104(5)	(+) 5.48
	964.15	0.290(12)	0.283(12)	(+) 2.49	0.102(4)	0.100(4)	(+) 1.85
	1408.05	0.219(9)	0.211(9)	(+) 3.75	0.077(3)	0.075(3)	(+) 2.71
^{241}Am	59.68	0.617(26)	0.611(26)	(+) 0.96	0.194(8)	0.190(8)	(+) 1.95
Srednje relativno odstupanje simulacije i eksperimenta (RD):				~ 2.84	~ 2.57		



SLIKA V.28: Finalna komparacija između eksperimentalne i simulirane FEPE funkcije ufitovane 7-parametarskom funkcijom (**JEDNAKOST V.4**), zajedno sa međusobnim relativnim odstupanjima FEP efikasnosti dobijenih eksperimentom i simulacijom na svakoj ispitivanoj energiji γ -fotona. Levo: 105 mm Postavka. Desno: 205 mm Postavka. FEP efikasnosti na ispitivanim energijama sa relativnim odstupanjima su navedene u **TABELI V.8**.

$$f(E) = \frac{a + b \cdot x + c \cdot x^2 + d \cdot x^3}{1 + e \cdot x + f \cdot x^2 + g \cdot x^3} \quad (V.4)$$

gde je x energija posmatranog kanala spektra, dok su a, b, c, d, e, f i g parametri fit funkcija. Preciznost optimizovanog modela u odnosu na nominalni je poboljšana za faktor reda $\sim 4 - 5$. Kao takav model je verifikovan i korišćen dalje u generisanju realnih γ -spektara (prostih i složenih) o čemu će više reći biti u **POGLAVLJU VI.II.**

MONTE KARLO SIMULACIJE U RAZNIM NUKLEARnim APLIKACIJAMA

VI

NUKLEARNA FIZIKA već dugi niz godina ide "rame uz rame" sa Monte Karlo simulacijama. Primena ovih simulacija je veoma široka, raznovrsna i nije isključivo vezana za svet nuklearne fizike već se javlja i kod mnogih drugih naučnih disciplina (poput medicine, biologije, inženjerstva, ekonomije, i mnogih drugih). Međutim, kada je u pitanju nuklearna fizika, Monte Karlo simulacije su igrale, igraju i igraće veliku ulogu kako u validaciji postojećih tako i u potkrepljenju ideja novih eksperimenata. S tim na umu ovo poglavlje opisuje u skromnom maniru samo neke od mogućih primera Monte Karlo simulacija u svetu nuklearne fizike.

Prezentovane simulacije su izvedene isključivo putem implementacije GEANT4 transportnog koda, opisanog u okviru **POGLAVLJA IV**.

Pored detaljne optimizacije HPGe detekcionih sistema opisane u **POGLAVLJU V**, neke od simulacija koje su razvijane i na kojima je rađeno tokom ove disertacije, iznete u kratkim crtama u ovom poglavljtu, uključuju:

I: VALIDACIJA GEANT4 PAKETA

POGLAVLJE VI.I

Predstavljena je validacija GEANT4 paketa sa drugim (ne nužno Monte Karlo¹) paketima, u vidu kvalitativne/kvantitativne komparacije ispitivanih uzoraka.

II: GENERISANJE REALISTIČNIH γ -SPEKTARA

POGLAVLJE VI.II

Demonstrirano je dobijanje realističnih γ -spektara radionuklida kako prostijih tako i složenijih šema raspada, implementirajući različite pristupe generisanja.

III: MOGUĆA PRIMENA U NUKLEARNOJ FORENZICI

POGLAVLJE VI.III

Ilustrovana je moguća primena Monte Karlo simulacija u nuklearnoj forenzici ispitivanjem različitih materijala kao potencijalnih retrospektivnih dozimetara.

VI.I	GEANT4 VALIDACIJA	87
VI.I.I	DEFINISANJE	
	NEPRAVILNIH GEOMETRIJA .	87
VI.I.II	KVANTIFIKACIJE	
	SASTAVA MATRICE	89
VI.II	GENERISANJE γ -SPEKTARA	91
VI.II.I	EKSP. POSTAVKA I	
	SIMULACIONI MODEL	91
VI.II.II	MODELovanje γ -SPEKTRA	92
VI.III	MOGUĆA PRIMENA U	
	NUKLEARNOJ FORENZICI .	97
VI.III.I	NUKLEARNA FORENZIKA .	97
VI.III.II	RETROSPETKIVNA	
	DOZIMETRIJA	97
VI.III.III	MOTIVACIJA RADA	
	I SIMULACIONI MODEL . . .	98

1: Ovdje korišćeni paketi nisu pravi Monte Karlo kodovi u smislu da modeluju sam transport čestica, već adaptiraju relativan pristup koristeći već generisane podatke od strane drugih Monte Karlo kodova u primeni **METODE TRANSFERA EFIKASNOSTI** preko efektivnih prostornih uglova (tako npr. LabSOCS koristi podatke generisane MCNP[19] transportnim kodom). Paketi korišćeni za validaciju Geant4 simulacija:

- EFFTRAN[20] —————> Web page
- ANGLE[22] —————> Web page
- LabSOCS[21] —————> Web page

NAPOMENA: EFFTRAN je besplatan kao i GEANT4, dok su druga dva plaćeni paketi.

VI.I VALIDACIJA GEANT4 PAKETA

VI.I.I DEFINISANJE NEPRAVILNIH GEOMETRIJA

KRITERIJUM KOJI SVAKA γ -SPEKTROMETRIJSKA LABORATORIJA treba da zadovolji predstavlja preciznu karakterizaciju odziva detektorskih sistema u smislu funkcija efikasnosti (**POGLAVLJE III.II.II**). Precizno poznавање odziva je veoma важно kako γ -spektrometrija, као nedestruktivna tehnika² (**POGLAVLJE III.III**), често predstavlja jednu od prvih mera kvantifikacije ispitivanih uzoraka³.

U smislu Monte Karlo simulacija, kako bi se one mogle primeniti u kombinaciji sa γ -spektrometrijom neophodno je imati model koji na dobar i pouzdan način reprezentuje realan odziv detektora. U ovom radu, uzorci su mereni i simulirani korišćenjem **koaksijalnog** *p*-tipa HPGe detektora (model GX10021). Međutim, bitno je napomenuti da ovde korišćen simulacioni model nije bio isti kao model opisan u **POGLAVLJU V.V**. Naime, tokom izvođenja ovih simulacija nije bio dostupan bogat set dobro definisanih kalibracionih γ -izvora već je optimizacija izvedena korišćenjem tada dostupnog zapreminskega kalibracionog izvora tipa CBSS2

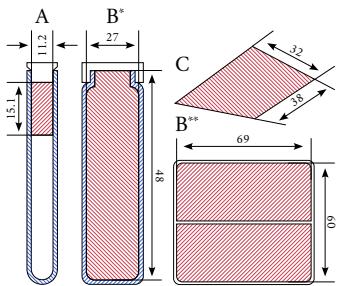
2: Drugim rečima, ova tehnika najčešće ne zahteva bilo kakvu dodatnu obradu ispitivanih uzoraka, kako fizičku tako ni hemijsku. Međutim, ovo ne mora uvek biti slučaj i nekad je prosto neophodno i neizbežno modifikovati ispitivane uzorce.

3: Dobro poznавање odziva je od velikog značaja kada se radi sa nisko-energetskim delom spektra ($< 200 \text{ keV}$) u kvantifikaciji radionuklida koji emituju fotone na ovim energijama, npr. ^{235}U (143, 163 i 186 keV). ^{235}U se takođe kao nuklearni materijal nalazi pod regulatornom kontrolom što dodatno zahteva njegovo što je moguće bolje kvantifikovanje (**POGLAVLJE VI.III.I**).

4: CBSS2 standard predstavlja zatvoren zapreminske kalibracioni γ -izvor koji po certifikatu sadrži radionuklide ^{51}Cr , ^{57}Co , ^{60}Co , ^{85}Sr , ^{88}Y , ^{109}Cd , ^{113}Sn , ^{137}Cs , ^{152}Eu i ^{241}Am pokrivajući time interval od 59 do 1836 keV. Međutim, tokom optimizacije ovaj izvor je bio relativno stariji, i shodno tome pojedini nuklidi nisu bili prisutni u dovoljnoj količini kako bi obezbedili pouzdanu statistiku pa nisu ni sve energije korišćene u FEPE proračunima, a time ni u optimizaciji. Ovi nuklidi su implantirani u silikonski rezin gustine od 0.985 g/cm^3 i cilindrične geometrie dijagrama od 70 mm i visine od 69 mm ([EUROSTANDARD CZ](#)).

5: Obzirom da se radi sa zapreminskim izvorima uranijumske matrice relativno velikih gustina (znatno većih od gustine CBSS2 standarda), efekti samopapsorpcije nisu zanemarljivi. Za bolju optimizaciju modela, a time i bolji transfer efikasnosti i posledično bolja slaganja rezultata, bilo bi korisno imati standard približno sličan u geometriji i hemijskom sastavu kao i ispitivane matrice uranijuma. Evidentno je da CBSS2 ovde nije bio najoptimalniji izbor u cilju primene transfera efikasnosti.

6: Geometrija merenja je bila pravilna samo za Uzorak B** (u smislu simetrije). Kako je geometrija izvora relativno prosta, izvori su bili definisani internu dostupnim **geometrijskim klasama** Geant4 paketa bez potrebe za korišćenjem **CAD sistema**. Primarni dogadaji su bili generisani preko implementacije **G4ParticleGun** klase.



SLIKA VI.1: Geometrija merenih uzoraka. Dimenzije su prikazane u mm jedinicama.

(relativno slabije aktivnosti⁴), čija se matrica i geometrija nije slagala u većoj meri sa ispitivanim uzorcima (što predstavlja jedan od bitnijih faktora za dobar i kvalitetan **TRANSFER EFIKASNOSTI**⁵). Uzimajući ovo u obzir, optimizacija nije bila detaljna kao optimizacija demonstrirana u **POGLAVLJU V.V**, već se zadovoljilo modelom sa srednjim relativnim odstupanjem reda $\sim 10\%$ u odnosu na eksperimentalno dobijene vrednosti FEP efikasnosti preko ispitivanog energetskog intervala.

U **GEANT4** simulaciji, primarne čestice su generisane u vidu γ -fotona diskretnih energija, nasumično generisanih u prostornim tačkama obuhvaćenih zapreminama izvora, i izotropno emitovani pokrivajući $4\pi sr$ prostorni ugao. Kako su uzorci tokom snimanja bili postavljeni direktno na površinu detektora, za svaku energiju je generisano ukupno 10^6 primarnih događaja sa zadovoljavajućom statistikom, dok je cut-off za sekundarne čestice bio postavljen na vrednost od 0.1 mm .

Ukupno je izmereno četiri različita uzorka uranijumske matrice čije su geometrije ilustrovane na **SLICI VI.1**. Uzorci su bili pelet uranijum-oksida (Uzorak A), IAEA referentni materijal uranijumske rude implantiran u polietilen velike gustine i upakovani u dve različite geometrije (Uzorak B* i B**), i metalna pločica sa visokim sadržajem ^{232}Th (Uzorak C). Svi uzorci kao i njihove geometrije merenja su u **GEANT4** simulaciji definisani bez bilo kakvih dodatnih aproksimacija. Drugim rečima, uzorci su definisani onakvim kakvi su u stvarnosti uzimajući u obzir njihove relativno nepravilne oblike⁶, čime je zadovoljena realna geometrija. Ideja rada je bila proveriti u kojoj meri karakterizacija detektora i modelovanje geometrije ispitivanih uzoraka utiču na simulaciju u smislu dobijenih koncentracija aktivnosti.

V.I.I.I. SIMULACIONI REZULTATI I DISKUSIJA

Na osnovu referentne krive efikasnosti dobijene **GEANT4**, **EFFTRAN** i **ANGLE** paketima, kao i **net odbroja** (površine) ispitivanih pikova iz eksperimentalnih spektara, odredene su koncentracije aktivnosti radionuklida ^{238}U , ^{235}U i ^{232}Th u uzorcima. U proceni koncentracije aktivnosti za ^{238}U su korišćene linije na energijama 63 i 1001 keV koje potiču iz ^{234}Th i ^{234m}Pa , respektivno, za ^{235}U su korišćene linije na energijama 143 i 163 keV, dok su za ^{232}Th korišćene linije na energijama 238 i 338 keV koje potiče iz ^{212}Pb i ^{228}Ac , respektivno.

Nedostatak **EFFTRAN** i **ANGLE** paketa je taj da su ovi paketi dizajnirani da rade isključivo sa vertikalnim aksijalno-simetričnim geometrijama⁶. Naime, Uzorak C jasno nema cilindričnu geometriju, dok Uzorak A i B* iako su cilindrični tokom merenja su bili polegnuti na detektor čime je narušena aksijalna simetrija. Ovo je posledično zahtevalo određenu aproksimaciju geometrije, što uvodi i određenu nesigurnost. Sa druge strane, **GEANT4** nema ovaj problem. Doduše, nedostatak **GEANT4** simulacije je bio relativno slabiji model usled površne optimizacije kao posledice nedostatka odgovarajućih kalibracionih izvora. Bez obzira, sva tri paketa su dali relativno dobra slaganja u smislu prve aproksimacije procene koncentracija aktivnosti, sa slaganjem unutar intervala nesigurnosti. Dodatno je određena i ukupna koncentracija aktivnosti ^{238}U za Uzorak A i B*/** dajući relativno dobra slaganja sa poznatim referentnim vrednostima (**TABELA V.1**). Više detalja u: [167].

TABELA VI.1: Ukupna koncentracije aktivnosti radionuklida ^{238}U dobijena paketima **GEANT4**, **ANGLE** i **EFFTRAN**, za slučaj Uzorka A i B*/** (navede su i njihove referentne vrednosti aktivnosti). Uzorak B je meren u dve geometrije, horizontalno* i cilindrično**. Sve aktivnosti su navede u MBq/kg jedinicama. Relativna odstupanja simuliranih od referentnih vrednosti su prikazane preko RD (eng. **RELATIVE DEVIATION**, abrv. **RD**).

Uzorak	SOFTVER	$A (^{238}\text{U}) / \sigma_{RD}$	Uzorak	SOFTVER	$A (^{238}\text{U}) / \sigma_{RD}$	Uzorak	SOFTVER	$A (^{238}\text{U}) / \sigma_{RD}$
Uzorak A 4.82(15)	GEANT4 ANGLE EFFTRAN	4.84(15) (+0.31%) 4.67(13) (-3.26%) 4.96(8) (+2.92%)	Uzorak B* 4.94(49)	GEANT4 ANGLE EFFTRAN	5.25(37) (-3.58%) 4.79(38) (-3.04%) 4.96(39) (+0.40%)	Uzorak B** 4.94(49)	GEANT4 ANGLE EFFTRAN	4.81(31) (-2.71%) 5.31(45) (+7.61%) 5.25(44) (+6.38%)

VII.I.II KVANTIFIKACIJA SASTAVA MATRICE

DOBO DEFINISANA GEOMETRIJA igra veliku ulogu u Monte Karlo simulacijama. Bilo kakve aproksimacije modela i odstupanja od realne geometrije utiču na konačne rezultate u većoj ili manjoj meri u zavisnosti od stepena ovih odstupanja (**POGLAVLJE VII.I**). Međutim, pored oblika geometrije veoma je važno znati i od kojih su materijala komponente modela sačinjene. Ovaj rad je posvećen ispitivanju u kojоj meri definisanost matrice uzorka utiče na konačne rezultate. U tom smislu, ponovo su računate koncentracije aktivnosti dvema različitim metodama⁷:

- I: ITERATIVNA METODA (putem implementacije LABSOCS paketa),
- II: RELATIVNA METODA (putem implementacije EFFTRAN i GEANT4 paketa).

VII.I.II.I MODEL I EKSPERIMENTALNA POSTAVKA

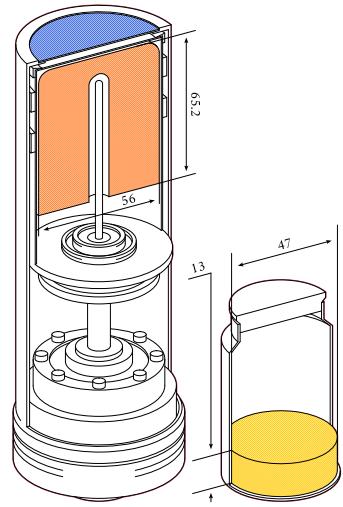
Modelovan je koaksijalan *n*-tip HPGe detektora (model GMX20190; ORTEC AMETEK). Relativna efikasnost ovog detektora iznosi 32.4% dok mu je energetska rezolucija reda 1.92 keV na energiji 1332 keV. Detektor se nalazio unutar **pasivne olovne zaštite** debljine reda 120 mm sa tankim unutrašnjim slojem kalaja i bakra koji služe za redukovanje doprinosa karakterističnog *x*-zračenja. Kao i u prethodnom radu, iako je geometrija detektora modelovana u detalju, optimizacija nije detaljno izvedena usled nedostatka odgovarajućih kalibracionih izvora, već se zadovoljilo modelom koji je demonstrirao srednje relativno odstupanje reda ~ 7.4% preko celog ispitivanog energetskog intervala u odnosu na korišćen CBSS2 standard⁴.

Merena su dva uzorka uranijumskih matrica približno istih geometrija poreklom iz nekadašnjeg rudnika uranijuma Mezdreja. Mase i gustine uzoraka iznosile su 20.72 g i 0.801 g/cm³ za Uzorak A, i 49.59 g i 2.25 g/cm³ za Uzorak B. Oba uzorka su izmerena direktnim postavljanjem na gornju površinu (kapu) detektora. Geometrija simulacionog modela detektora i uzorka je ilustrovana na **SLICI VI.2**, dok su eksperimentalno snimljeni spektri od oba uzorka prikazani na **SLICI VI.3**.

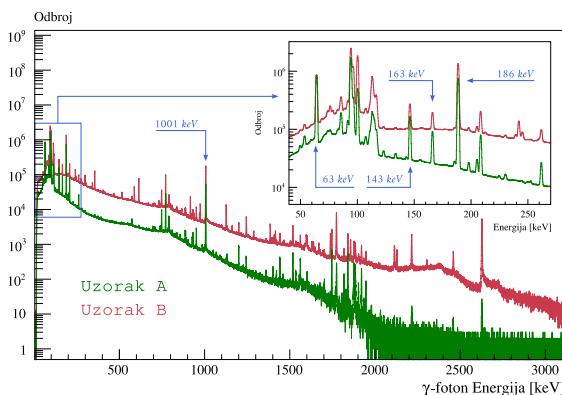
VII.I.II.II SIMULACIONI REZULTATI I DISKUSIJA

Prvo je prepostavljen hemijski sastav u vidu čistog uranijuma i njegovih oksida (*U*, *UO*₂ i *U*₃*O*₈). U ispitivanju uticaja matrice na oblik FEPE funkcija, u GEANT4 simulaciji materijal je variran u smislu masenih udela elemenata (**SLIKA VI.4**). Tokom ovoga uočen je nagli pad u efikasnosti sa porastom koncentracije uranijuma

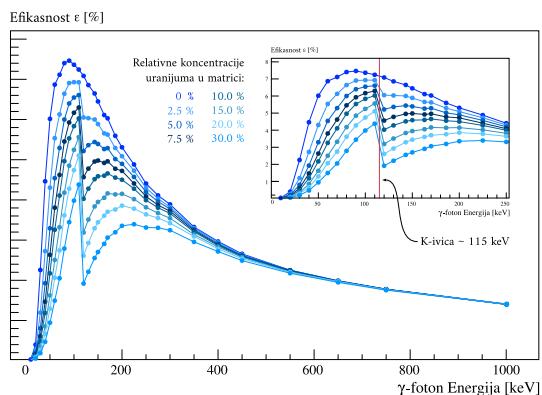
7: Pored γ -spektrometrije postoje i druge dostupne i znatno preciznije tehnike u određivanju hemijskog sastava uzorka, ali su sve uglavnom destruktivne (tako je npr. masena spektroskopija u ovom smislu preciznija za par redova veličine u odnosu na γ -spektrometriju, ali je destruktivna i zahtevna metoda). U ovom poglavljiju je u kratkim crtama opisana relativna metoda γ -spektrometrije u kvantifikaciji matrice ispitivanih uzoraka, dok se za više detalja o iterativnoj metodi čitalac upućuje na: [168].



SLIKA VI.2: Model detektora i ispitivanih uzoraka. Detektor je opremljen tankim prozorom od berilijuma debljine 0.5 mm i ima kristal aktivne zapremine reda 160 cc. Dimenzije su prikazane u mm jedinicama.



SLIKA VI.3: Eksperimentalni spektri za Uzorak A i B sa naznačenim γ -linijama korišćenim u proceni koncentracije aktivnosti ^{235}U i ^{238}U .



SLIKA VI.4: Uticaj koncentracije uranijuma (0 – 30%) na oblik FEPE funkcija. Simulirane su arbitratne energije iz intervala 10 – 1000 keV.

8: K-ivica opisuje nagli pad u efikasnosti, odnosno rast u apsorpciji (atenuacionim koeficijentima), fotona koji imaju energiju nešto veću od vezivne energije elektrona K-ljuske atoma sa kojim interaguju putem procesa FOTOFEKTA (POGLAVLJE II.I.I.II).

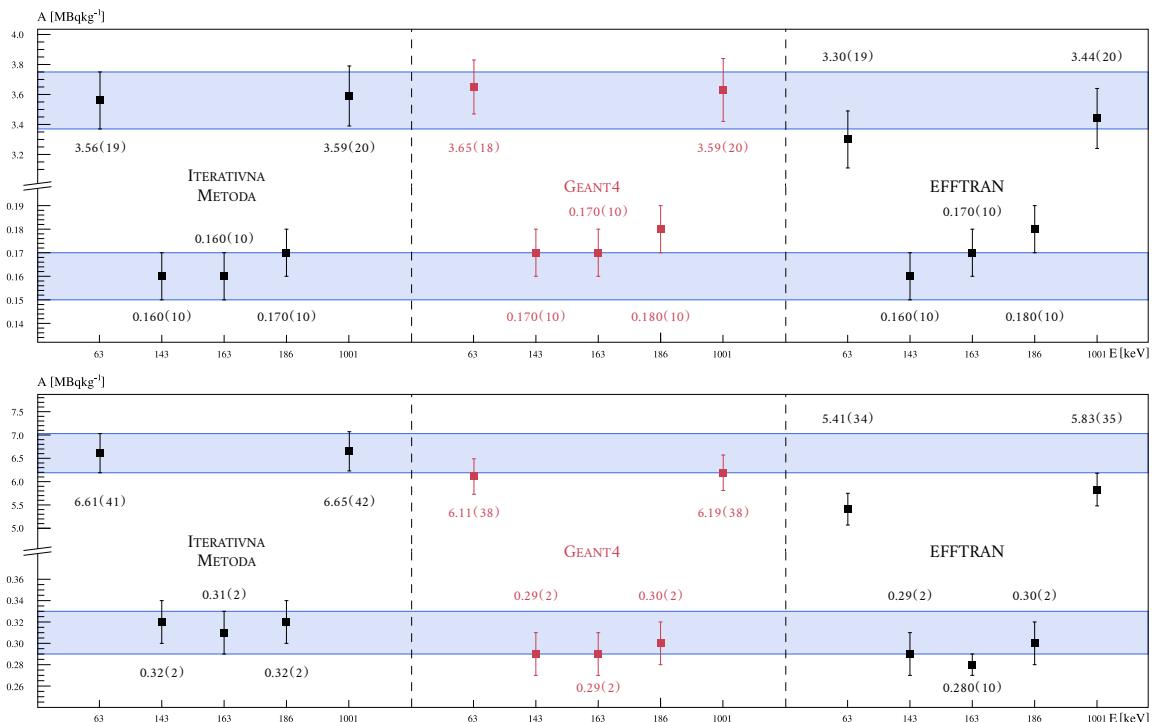
9: Energije korišćene za slučaj ^{235}U su međusobno bliske, i stoga se u relativnom smislu ne očekuje znatno odstupanje u međusobnoj promeni njihovih efikasnosti, a stoga ni u koncentracijama aktivnosti.

10: Za razliku od ^{235}U , energije kod ^{238}U se nalaze udaljene jedna od druge. Kao posledica raznih efekata u matricama ovog tipa (poput K-ivice, samoapsorpcije, koincidentnog sumiranja, itd.) efikasnost detekcije γ -fotona na niskim energijama poput onih kod ^{238}U (63 keV) je veoma osjetljiva, dok na višim energijama to nije slučaj gde se efikasnost ne menja drastično sa sastavom matrice (SLIKA VI.4). Prema tome, kako bi se obezbedila pouzdana i precizna procena koncentracija aktivnosti ispitivanih radionuklida važno je na dobar način definisati hemijski sastav uzorka.

u matrici na energiji reda $\sim 115 \text{ keV}$. Ovaj pad se pripisuje apsorpcionom svojstvu K-ivice uranijuma⁸ (X-RAY ABSORPTION EDGES). Iz ovoga se može jasno zaključiti kako materijal odnosno hemijski sastav matrice igra veliku ulogu u preciznosti proračuna ove vrste, posebno kada se koncentracije aktivnosti određuju preko energija čije su efikasnosti pod najvećim uticajem, kao što je to ovde bio slučaj (prevashodno u oblasti nisko- i srednje-energetskog dela spektra).

Koncentracije aktivnosti su kao i u prethodnom radu (POGLAVLJE VI.I.I) računate preko referentnih kriva efikasnosti dobijenih EFFTRAN i GEANT4 paketima. U GEANT4 simulaciji primarni događaji su i u ovom slučaju generisani kao izotropno emitovani γ -fotonii diskretnih energija, dok su materijali i njihovi hemijski sastavi definisani putem interna dostupnih klasa materijala, s'tim da je većina njih unapred definisana u okviru GEANT4 BAZE MATERIJALA (POGLAVLJE IV.III.III).

U proceni koncentracija aktivnosti kod ^{238}U su korišćene linije na energijama 63 i 1001 keV , dok su za ^{235}U korišćene linije na energijama 143 , 163 i 186 keV . U prvoj aproksimaciji dobijena su relativno dobra slaganja⁹ koncentracija aktivnosti za slučaj ^{235}U . Međutim, za slučaj ^{238}U su dobijena su odstupanja¹⁰ reda preko 20% . Ovo je jasno ukazalo na loše definisanu matricu uzorka. U drugoj aproksimaciji postignuta su znatno bolja slaganja, kako između vrednosti unutar pojedinačnih tako i između vrednosti različitih paketa. Na SLICI VI.5 su grafički ilustrovane vrednosti koncentracija aktivnosti dobijene u drugoj aproksimaciji. Relativno dobra slaganja su potvrđila dobro definisanu matricu. Vredi napomenuti da je EFFTRAN za oba uzorka u određenoj meri potcenio koncentracije aktivnosti za slučaj ^{238}U u odnosu na LABSOCS i GEANT4 pakete. Doduše, implementacija je znatno brža u EFFTRAN-u, posebno u odnosu na GEANT4, i kao takav ovaj paket predstavlja dobru alternativu u prvoj evaluaciji matrice. Više detalja u: [168].



SLIKA VI.5: Koncentracija aktivnosti u drugoj aproksimaciji matrice. Gore: Uzorak A, dole: Uzorak B. U okviru GEANT4 simulacije dobijena su dobra slaganja relativnih odstupanja između ispitivanih energija reda $\sigma_{235\wedge238} \sim 2\% \wedge 4\%$ i $\sigma_{235\wedge238} \sim 1\% \wedge 3\%$ za Uzorak A i B, respektivno.

VI.II GENERISANJE REALISTIČNIH γ -SPEKTARA

ZAHTEV ZA PRECIZNIM I POUZDANIM SIMULIRANIM γ -SPEKTRIMA je konstanto u porastu. Primena simuliranih spektara u različitim disciplinama i granama nuklearne fizike danas postaje sve šira i bogatija. Jedna od mogućih primena simuliranih spektara je npr. u svrhu verifikacije softverskih paketa koji su namenjeni analizi realnih spektara. Još jedna od upotreba koja u poslednje vreme postaje sve popularnija unutar naučne zajednice predstavlja primenu kod mašinskog učenja (eng. MACHINE-LEARNING, abrv. ML), tačnije "treniranja" ML algoritama¹¹[169].

Kako bi se simulirani spektri mogli koristiti treba osigurati da verodostojno i na dobar način reprezentuju realne spektre što naravno zahteva pouzdan simulacioni model. Ovi se spektri nakon inicijalnog simuliranja post-procesuiraju u smislu dodavanja određenih eksperimentalnih karakteristika¹² koje nisu nužno prisutne u simulaciji kako onda fundamentalno predstavlja idealan slučaj (osim ako nisu eksplicitno definisane). U ovom radu u generisanju spektara korišćen je model *p*-tipa HPGe detektora u okviru EC JRC Instituta (eng. EUROPEAN COMMISSION JOINT RESEARCH CENTRE, abrv. EC JRC; Karlsruhe, Nemačka; [Home page](#)). Model detektora je optimizovan GEANT4 paketom, a u samoj validaciji za proračun FEP efikasnosti korišćene su površine pikova simuliranih spektara. Na ovaj način, dobrih slaganjem eksperimenta i simulacije (srednjeg relativnog odstupanja FEP efikasnosti reda $\sim 2\%$ u ispitivanom intervalu, [POGLAVLJE V.VI.IV](#)), demonstrirana je validnost simulacionog modela. Ovako verifikovan model se može pouzadno koristiti u generisanju spektara novih i/ili nepoznatih matrica sličnih geometrija.

11: Dobro istrenirani ML algoritmi mogu brzo kategorizovati i izanalizirati realne spekture nepoznatih izvora. Ovi algoritmi takođe mogu precizno proceniti i oblik samog spektra neke željene matrice ili pak oblik spektra u budućnosti nakon nekog vremena, bez potrebe dodatnih simulacija ukoliko je baza simuliranih spektara koji se koriste za ovu svrhu dovoljno bogata.

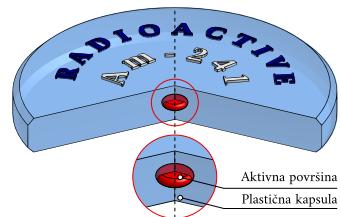
12: Neki od eksperimentalnih ograničenja predstavljaju npr. energetsku rezoluciju ([POGLAVLJE III.II.II.I](#)), tailing parametar ([POGLAVLJE III.III.II.I](#)), pile-up sumirjanja ([POGLAVLJE III.III.II.III](#)), background, itd.

VI.II.I EKSPERIMENTALNA POSTAVKA I SIMULACIONI MODEL

ZA GENERISANJE γ -SPEKTARA modelovan je **koaksijalni** *p*-tip HPGe detektor (model EGPC 45-180-R; CANBERRA, Mirion Technologies). Eksperimentalna kalibracija, time i optimizacija, je izvedena korišćenjem seta tačkastih kalibracionih γ -izvora (3D CAD model izvora je ilustrovan na [SLICI VI.6](#), dok su aktivnosti u trenutku merenja date u [TABELI VI.2](#)). Radi redukovanja efekata koji mogu uticati na FEP efikasnosti, a time i na oblik spektra (npr. koincidencije, kako prave tako i lažne, [POGLAVLJE III.III.II.III](#)), izvori su mereni u dve geometrije, na rastojanju od 105 mm i 205 mm od detektora (105 mm i 205 mm Postavka, respektivno). Detaljana optimizacija EGPC 45-180-R detektora je opisana u [POGLAVLJU V.VI.I](#).

Korišćena je GEANT4 verzija [v4.10.7.0](#). Simulirano je na klasteru JRC BDAP[164] (eng. JRC BIG DATA ANALYTICS PLATFORM, abrv. JRC BDAP; [Home page](#)), dok su simulacije pisane sa **multi-threading** pristupom u cilju korišćenja dostupnih hardverskih resursa radi redukovanja simulacionih vremena. Kako su izvori mereni na relativno većoj udaljenosti, da bi se osigurala pouzdana statistika relativnih odstupanja manjih od 1%, broj primarnih događaja svakog spektra odnosno izvora je iznosio $2.5 \cdot 10^8$ i $5 \cdot 10^8$ za slučaj 105 mm i 205 mm Postavke, respektivno.

GEANT4 nudi širok i bogat set fizičkih modela, pa je shodno tome korišćena predefinisana modularna lista fizičkih procesa. Kako bi se uključili svi relevantni fizički procesi, u simulaciji su odabrani modeli G4RadioactiveDecayPhysics i G4DecayPhysics[165] (za procese raspada), i model G4LivermorePhysics[166] (za elektromagnetne procese koji je validan sve do energija reda 100 eV). U cilju veće preciznosti simulacije, posebno na nižim energijama, cut-off parametar za sve sekundarne čestice je bio postavljen na vrednost od 1 μm (primarno posmatrajući elektrone, pozitrone, i γ -fotone). Ovako mala cut-off vrednost obezbeđuje veću preciznost simulacije, ali posledično dovodi i do dužih simulacionih vremena.



SLIKA VI.6: Kalibracioni tačkasti γ -izvori. U [TABELI VI.2](#) su date aktivnosti za vreme merenja. Iako ih je moguće aproksimirati idealnim tačkastim izvorima, u simulaciji su potpuno modelovani, dok su događaji generisani u okviru njihovih zapremina.

IZVOR	AKTIVNOST [kBq]
^{22}Na	20.135 (~ 3%)
^{57}Co	10.451 (~ 3%)
^{60}Co	89.975 (~ 3%)
^{133}Ba	185.16 (~ 3%)
^{137}Cs	287.09 (~ 3%)
^{152}Eu	215.10 (~ 3%)
^{241}Am	383.33 (~ 3%)

TABELA VI.2: Aktivnosti kalibracionih tačkastih γ -izvora ([ECKERT&ZIEGLER](#)). Nesigurnost aktivnosti je data kao ~ 3%.

VI.II.II MODELOVANJE γ -SPEKTRA

KOD MODELOVANJA γ -SPEKTARA primarne čestice u simulaciji su razmatrane kao radionuklidi u stanju mirovanja koji prolaze kroz proces raspada, dok su sve ostale propratne čestice emitovane tokom raspada razmatrane kao sekundarne.

13: Primaran ili "sirov" spektar se odnosi na spektar dobijen čistom simulacijom bez dodatnog procesuiranja. Drugim rečima, ovaj spektar ne poseduje eksperimentalne "nedostatke" poput energetske rezolucije ili npr. fonskog tj. background doprinosa.

14: Kao i GEANT4, ROOT je open-source softverski paket baziran na C++ jeziku i objektno-orientisanoj metodologiji (OOP). Prvenstveno stvoren za obradu podataka HEP eksperimenta, danas je našao široku primenu u različitim analizama. Postoji i PyROOT, kojim je moguće pristupiti svim ROOT funkcionalnostima zadržavajući C++ performanse. [ROOT CERN Home page](#) Ovde korišćena ROOT verzija:[v6.26.00](#)

15: Stopa background odbroja je za faktor ~ 370 u proseku manja od stope odbroja ispitivanih izvora. Najveći faktor (1219) se javlja za ^{152}Eu u 105 mm Postavci, dok je najmanji (13) kod ^{57}Co u 205 mm Postavci.

16: Gausova distribucija opisuje idealan oblik pika, gde je vezu parametra Gausove funkcije i energetske rezolucije data kao $\sigma_{FWHM} = 2.335\sigma$ ([POGLAVLJE III.III.I.I](#)). Naknadno je dodat tailing parametar simuliranim spektrima radi detaljnijeg i boljeg reprezentovanja realnih spektara.

Primarni spektri¹³ su generisani u vidu `*.root TH1D` formata, sa binovanjem istim kao i u slučaju eksperimentalnih spektara. Obzirom da u ovom koraku još uvek nisu uvedene eksperimentalne karakteristike, ovi spektri umesto realne rezolucije, pristune kod svih tipova detektora, reprezentuju idealan slučaj sa konačnom rezolucijom ekvivalentnom bin širini TH1D histograma.

Za svrhu post-procesuiranja spektara korišćen je ROOT¹⁴ softverski paket [[143](#), [170](#)]. Ovim se podrazumeva uračunavanje eksperimentalnih karakteristika, odnosno:

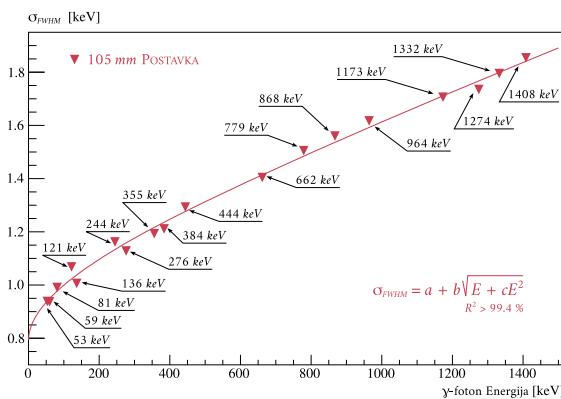
- I: DODAVANJE **background**, tj. FONSKOG DOPRINOSA,
- II: UVODENJE ENERGETSKE REZOLUCIJE PREKO CELOG SPEKTRA,
- III: UVODENJE ASIMETRIČNE DISTRIBUCIJE OBLIKA PIKA, tj. tailing.

Simuliranje **background** spektra je takođe moguće, ali je karakterizacija postavke, tačnije okolnih prisutnih radionuklida, skoro nemoguće reprezentativno definisati, i shodno tome se često praktikuje da se simuliranim spektrima dodaje, naravno skaliran na odgovarajuće vreme merenja, eksperimentalan **background** spektar. Faktori skaliranja su ovde dobijeni kao odnos generisanih događaja u simulaciji i broja raspada radionuklida za vreme merenja ($\approx 1 h$, broj raspada je dobijen na osnovu aktivnosti izvora, [TABELA VI.2](#)). Spektar **background-a** je sniman $\approx 24 h$, registrujući ukupno 460k događaja što daje prosečnu stopu odbroja¹⁵ od 5.6 cps .

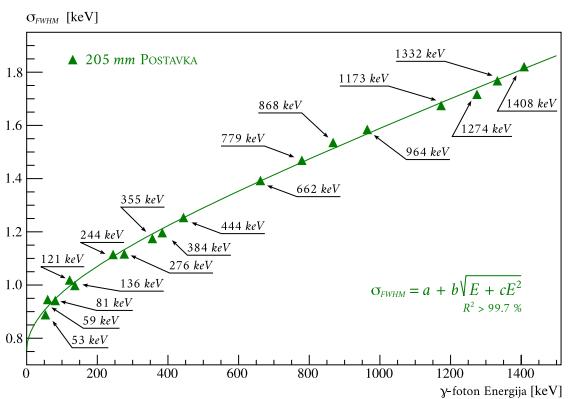
Uvođenje eksperimentalne rezolucije je izvedeno uzorkovanjem FWHM funkcije na odgovarajućim energijama prateći prvo Gausovu distribuciju¹⁶ u definisanju oblika pika. FWHM u funkciji energije γ -fotona se može prikazati u obliku kao:

$$\sigma_{FWHM} = a + b\sqrt{E_\gamma + cE_\gamma^2} \quad (\text{VI.1})$$

gde su parametri a , b i c dobijeni fitovanjem eksperimentalnih podataka. FWHM za 105 mm i 205 mm Postavku su ilustrovane na [SLICI VI.7](#) i [SLICI VI.8](#), respektivno. Na [SLIKAMA VI.9/14](#) su prikazani eksperimentalni i simulirani spektri izvora ^{22}Na , ^{60}Co i ^{152}Eu (sa Gausovim distribucijom i eksperimentalnim **background-om**).



SLICA VI.7: FWHM u funkciji energije γ -fotona preko celog ispitivanog energetskog intervala reda od 59 – 1408 keV za slučaj 105 mm POSTAVKE.



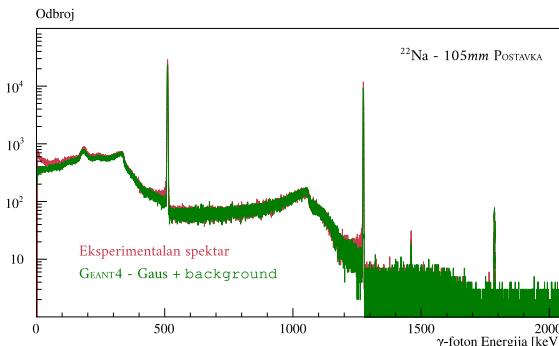
SLICA VI.8: FWHM u funkciji energije γ -fotona preko celog ispitivanog energetskog intervala reda od 59 – 1408 keV za slučaj 205 mm POSTAVKE.

DISKUSIJA KVALITETA SIMULIRANIH γ -SPEKTARA

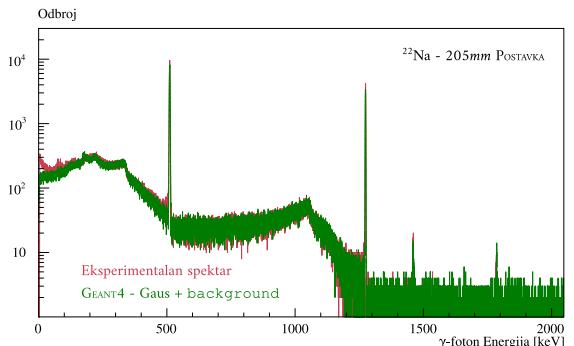
SLIKA VI.9/14

Svi simulirani spektri demonstriraju dobra slaganja sa eksperimentalnim. U smislu energetske kalibracije i rezolucije (SLIKA VI.7/8), pikovi simuliranih spektara se dobro slažu sa eksperimentalnim pikovima. Naime, u prikazanim spektrima nedostaje tailing (POGLAVLJE VI.II.II.I), čiji se doprinos jasno može uočiti leve strane prominentijih pikova (npr. pik na energiji 1332 keV kod ^{60}Co). U smilu kontinuuma i Komptonovih ivica, simulirani spektri i u ovom slučaju demonstriraju dobra slaganja¹⁷ sa eksperimentalnim spektrima.

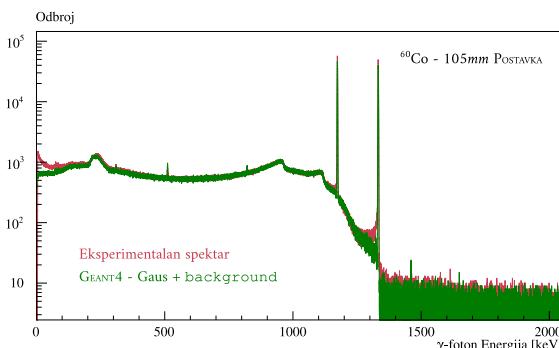
17: Odstupanja u nisko-energetskom delu simuliranog i eksperimentalnog spektra (energije < 50 keV, javlja se nagli skok u eksperimentalnim spektrima) se mogu pripisati elektronički detekcione opreme.



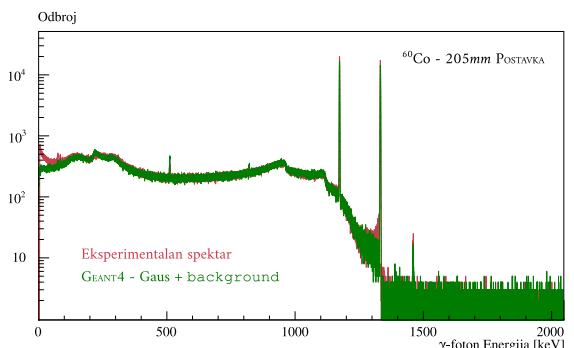
SLIKA VI.9: Komparacija eksperimentalnog i simuliranog spektra ^{22}Na ; 105 mm POSTAVKA: Gausova distribucija sa eksp. bacground-om.



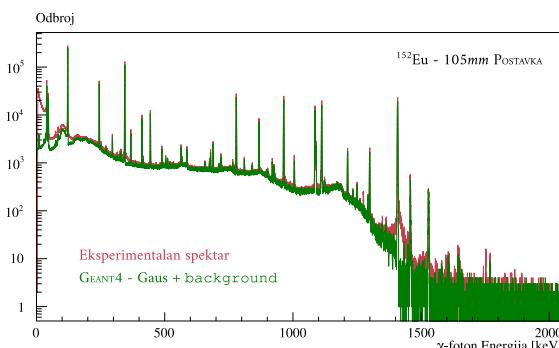
SLIKA VI.10: Komparacija eksperimentalnog i simuliranog spektra ^{22}Na ; 205 mm POSTAVKA: Gausova distribucija sa eksp. bacground-om.



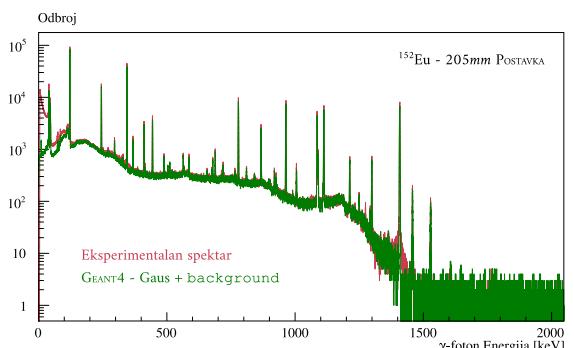
SLIKA VI.11: Komparacija eksperimentalnog i simuliranog spektra ^{60}Co ; 105 mm POSTAVKA: Gausova distribucija sa eksp. bacground-om.



SLIKA VI.12: Komparacija eksperimentalnog i simuliranog spektra ^{60}Co ; 205 mm POSTAVKA: Gausova distribucija sa eksp. bacground-om.



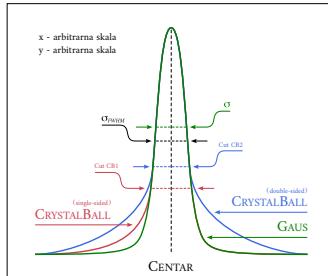
SLIKA VI.13: Komparacija eksperimentalnog i simuliranog spektra ^{152}Eu ; 105 mm POSTAVKA: Gausova distribucija sa eksp. bacground-om.



SLIKA VI.14: Komparacija eksperimentalnog i simuliranog spektra ^{152}Eu ; 205 mm POSTAVKA: Gausova distribucija sa eksp. bacground-om.

VI.II.II.I UVOĐENJE tailing parametra

18: Ovim se ne uračunavaju odstupanja od idealnog Gausovog oblika kao što je to slučaj kod realnih spektara usled efekata poput npr. balističkog deficitia[171, 172].



19: Korišćena je asimetrična CRYSTALBALL funkcija (eng. single-sided CRYSTALBALL), koja uračunava tailing samo sa jedne strane pika. Pored ove postoji i simetrična CRYSTALBALL funkcija (eng. double-sided CRYSTALBALL), koja tailing uvođi sa obe strane pika. Sve funkcije ovde korišćene su već predefinisane u okviru ROOT-a. Efekat tailing-a pika je ilustrovan na slici iznad.

Većina radova koristi Gausovu distribuciju¹⁸ u opisu spektralnog oblika kako predstavlja jednostavniji pristup koji najčešće dobro aproksimira oblike pikova[173]. Međutim, u ovom radu u cilju reproducovanja realnog oblika spektra uključen je i tailing parametar prateći distribuciju tzv. CRYSTALBALL¹⁹ funkcije[174]. Ova funkcija je sačinjena iz dva dela, centralnog Gausovog i eksponencijalnog dela sa leve strane ispod određene granice, i može se prikazati u obliku kao:

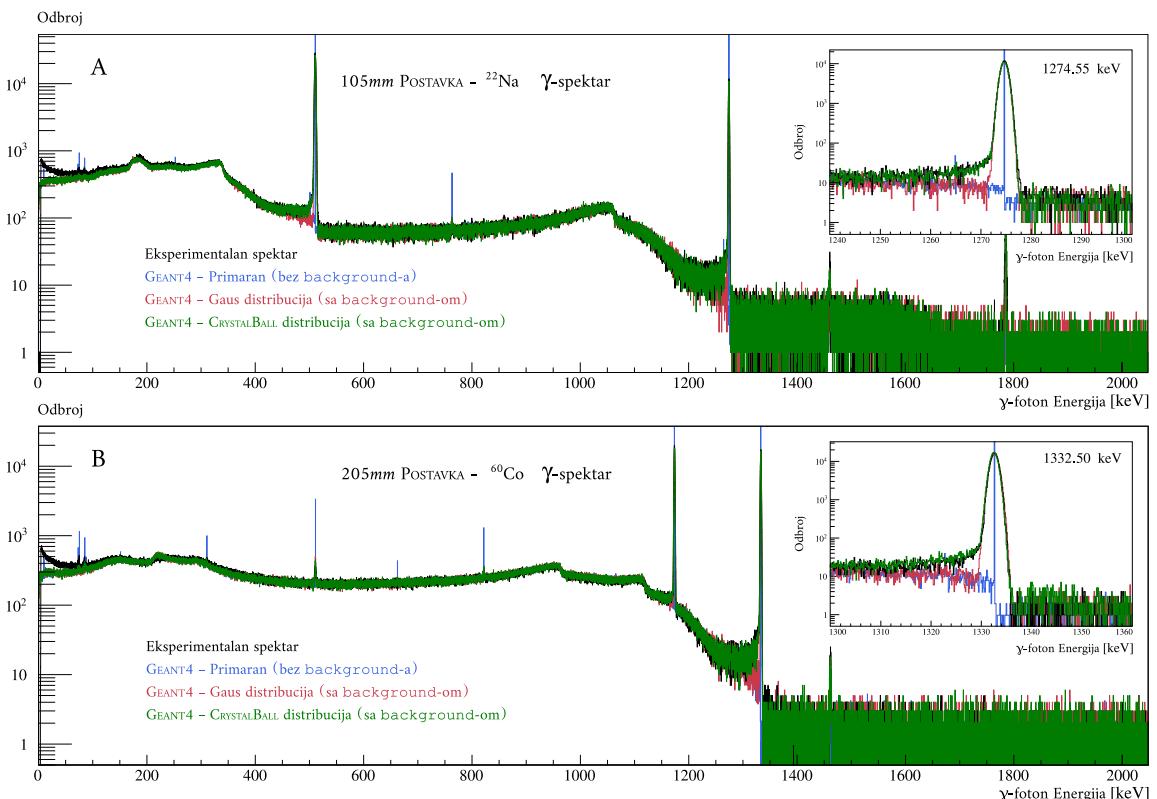
$$f(E_\gamma; \alpha, n, \bar{E}_\gamma, \sigma) = N \cdot \begin{cases} \exp\left(-\left(E_\gamma - \bar{E}_\gamma\right)^2 / (2\sigma^2)\right), & \frac{E_\gamma - \bar{E}_\gamma}{\sigma} > -\alpha \\ A \left(B - \left(E_\gamma - \bar{E}_\gamma\right) / \sigma \right)^{-n}, & \frac{E_\gamma - \bar{E}_\gamma}{\sigma} \leq -\alpha \end{cases} \quad (\text{VI.2})$$

parametar A: $A = \left(\frac{n}{|\alpha|}\right)^n \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right)$

parametar B: $B = \frac{n}{|\alpha|} - |\alpha|$

gde N predstavlja normalizacioni faktor, dok $\alpha, n, \bar{E}_\gamma$ i σ predstavljaju početne parametre koji se empirijski dobijaju fitovanjem eksperimentalnih podataka.

Na **SЛИЦА VI.15** su ilustrovani primjeri post-procesuiranih simuliranih spektara za izvore ^{22}Na (105 mm Postavka) i ^{60}Co (205 mm Postavka). Pikovi na energijama 1274 keV (^{22}Na) i 1332 keV (^{60}Co) su uvećani u zasebnom subPad-u kako bi se jasnije prikazao efekat tailing parametra na oblik leve ivice pika. CRYSTALBALL u poređenju sa Gausovom funkcijom znatno bolje reprezentuje realne γ -spektre.



SЛИКА VI.15: Primer post-procesuiranih spektara za izvore ^{22}Na (105 mm Postavka, **SЛИЦА VI.15 (A)**) i ^{60}Co (205 mm Postavka, **SЛИЦА VI.15 (B)**). Uveličane su γ -linije na energijama 1274 keV (^{22}Na) i 1332 keV (^{60}Co) radi jasnije ilustracije uticaja tailing parametra na oblik leve ivice pika.

VI.II.II.II GENERISANJE SLOŽENIJIH γ -SPEKTARA

Sprovedena su dodatna merenja u cilju verifikacije modela za slučaj izvora sa složenijim šemama raspada. U ovu svrhu sprovedeno je merenje plutonijumskih matrica u obliku CBNM uzorka (koji su napravljeni od strane EUROPEAN COMMISSION Central Bureau for Nuclear Measurements, abbrv. CBNM). Ukupno je izmereno četiri uzorka različitih izotopskih sastava plutonijuma (^{238}Pu , ^{239}Pu , ^{240}Pu , ^{241}Pu , ^{242}Pu) čiji su maseni udeli zajedno sa datim aktivnostima navedeni u **TABELI VI.3**. 3D CAD model uzorka koji je korišćen u simulaciji je ilustrovan na **SLICI VI.16**.

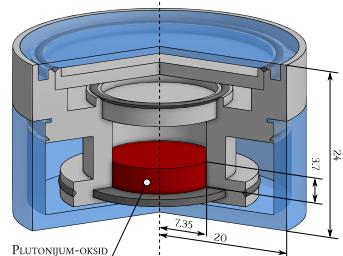
Usled visokih aktivnosti, u cilju redukovanja **pile-up** efekata i **mrtvog vremena** svi izvori su mereni na rastojanju 230 mm od gornje površine detektora. Za razliku od merenja tačkastih izvora (**POGLAVLJE VI.IV.I**), u ovim merenjima se nalazila dodatna zaštita oko detektora u cilju redukovanja doprinosa rasejanih fotona. Ova zaštita je bila sačinjena od sloja olova debljine 10 mm i unutrašnjeg sloja bakra debljine 2.5 mm. Takođe u svrhu redukovanja doprinosa ^{241}Am , između izvora (koji se nalazio na nosaču od pleksiglasa) i detektora bile su postavljene dve kadmijumske pločice, svaka debljine 1 mm. Eksperimentalna postavka merenja CBNM uzorka sa dodatnom zaštitom i attenuatorom je ilustrovana na **SLICI VI.17**.

Kod izvora koji emituju znatan broj γ -fotona različitih energija (100 i više), pored simuliranja lanca raspada moguće je simulirati i zasebno fotone diskretnih energija i potom u post-procesuiranju rekonstruisati ceo spektar koristeći individualne linije.

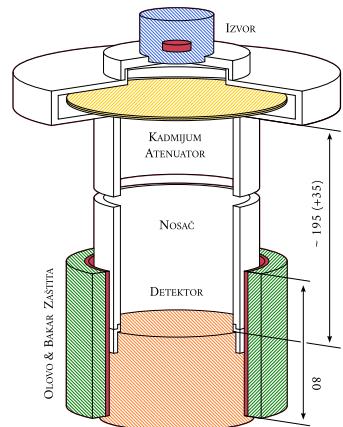
Prema tome, u generisanju γ -spektra uglavnom se implementiraju dva pristupa:

SIMULACIJA LANCA RASPADA	PRISTUP I
PREDNOST: Sve je definisano interno unutar GEANT4 paketa i njegovih modela.	
NEDOSTATAK: Usled malih kvantnih prinosa pojedinih fotona u dobijanju pouzdane statistike neophodan je velik broj primarnih događaja, tj. raspada nuklida koji emituje ove fotone, što utiče na vreme simulacije, čak i u slučaju kada se lanac raspada prekine na potomcima kojih još uvek nema u izvoru.	
SIMULACIJA ZASEBNIH γ -LINIJA	PRISTUP II
PREDNOST: Nedostatak malih kvantnih prinosa, a time i problem statistike, se kompletno zaobilazi, a u rekonstrukciji spektra tokom post-procesuiranja se doprinos svakog γ -fotona skalira u odnosu na vreme merenja, kvantnog prinosa ispitivanog γ -fotona i aktivnosti radionuklida koji emituje ovaj foton.	
NEDOSTATAK: Veliki broj γ -fotona koje treba definisati i simulirati, mada se upotrebo makro fajlova (*.mac) ovaj problem može relativno lako zaobići.	

U generisanju ovde prikazanih spektara usvojen je drugi pristup usled veoma malih kvantnih prinosa pojedinih linija²⁰ i shodno tome slabe statistike istih. Simulirane su sve linije koje potiču iz prisutnih radioizotopa plutonijuma, americijuma (tačnije neptunijuma), ali i određenih potomaka ovih radionuklida koji su se vremenom usled raspada pojavili u uzorku (poput na primer protaktinijuma i uranijuma). Tokom rekonstrukcije spektra, sve linije su pre dodavanja na prazan histogram u svrhu dobijanja finalnog spektra skalirane u odnosu na svoje kvantne prinose, kao i ukupan broj emitovan iz izvora tokom merenja dobijen preko aktivnosti posmatranog izotopa iz kog potiču i vremena merenja. Eksperimentalan background spektar je dodat poslednji, takođe skaliran na odgovarajuće vreme merenja. Finalan spektar za primer CBNM93 uzorka je ilustrovan na **SLICI VI.18**.



SLIKA VI.16: 3D CAD model CBNM uzorka. Svaki uzorak sadrži sinterovan pelet od oko ~ 6.6 g plutonijum-oksida (PuO_2) sa jednom od izotopskih kompozicija datih u **TABELI VI.3**. Kapsula u kojoj se nalazi izvor, napravljena od nerđajućeg čelika, je u dijametru 40 mm i visine 21 mm. Debljina donje strane kapsule, koja služi kao prozor, je tanja od bočnih strana i iznosi 0.78 mm. Dimenzije su prikazane u mm jedinicama.



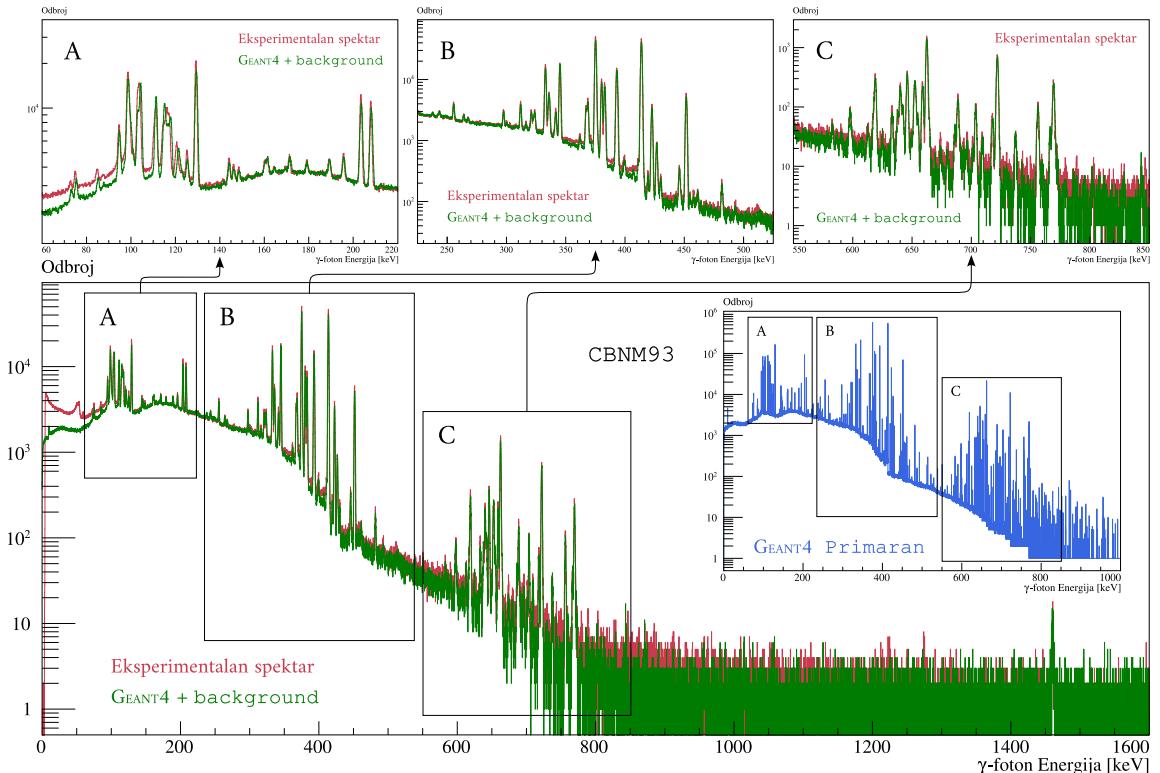
SLIKA VI.17: Eksperimentalna postavka merenja CBNM uzorka. 3D CAD model cele postavke je dat na **SLICI V.19/Pog. V.VI.I**. Dimenzije su prikazane u mm jedinicama.

20: Neke od linija imaju kvantne prinose koji idu i do reda veličine $\sim 10^{-10}$. Primera radi, ukoliko se simulira raspad sa 10^{10} događaja emitovaće se samo jedan foton ove energije (ali ne uslovno kako se radi o verovatnoći (!); možda se emituje više, a možda se ne emituje ni jedan). Stoga, kako bi se obezbedila dobra statistika na ovim energijama, bez dodatnih metoda, neophodno je simulirati velik broj raspada što ne ide u korist efikasnosti simulacije. Upravo je ovaj problem moguće zaobići drugim pristupom generisanja γ -spektara.

TABELA VI.3: Maseni udeli Pu -izotopa CBNM uzoraka, zajedno sa njihovim aktivnostima (dobijene preko masa i specifičnih aktivnosti). Navedene su vrednosti u trenutku uzrokovavanja (REFERENTNI DATUM) kao i u trenutku merenja (DATUM MERENJA). Nisu prikazani maseni udeli i aktivnosti pojedinih potomaka koji se nalaze u uzorku; bez obzira oni su takođe simulirani. Njihove aktivnosti iz posmatranog lanca raspada Pu -izotopa, korišćene u skaliranju γ -linija, su dobijene preko Batemanove jednakosti [175] (Raderford je formulisao model za ovo, dok je analitičko rešenje izveo Bateman (eng. Harry Bateman; engleski matematičar)). Uzimajući u obzir relativno visoke aktivnosti uzoraka reda par Ci , jasno je zašto se u spektru vide i one linije koje imaju veoma male kvantne prinose. Maseni udeo ^{241}Am je prikazan u odnosu na ukupnu masu CBNM uzorka.

MASENI UDELI IZOTOPA [%] I NJIHOVE AKTIVNOSTI [Ci]												REFERENTNI DATUM	
	PLUTONIJUM-238		PLUTONIJUM-239		PLUTONIJUM-240		PLUTONIJUM-241		PLUTONIJUM-242		AMERICIJUM-241		
	$m_{frak.}$ [%]	A [Ci]	$m_{frak.}$ [%]	A [Ci]	$m_{frak.}$ [%]	A [Ci]	$m_{frak.}$ [%]	A [Ci]	$m_{frak.}$ [%]	A [Ci]	$m_{frak.}$ [%]	A [Ci]	
CBNM 93	0.011700	0.013460	93.412300	0.391351	6.3131000	0.096559	0.223500	1.5457260	0.039500	0.000011	0.104700	0.023882	
CBNM 84	0.007030	0.008088	84.337700	0.353333	14.206900	0.217295	1.027500	7.1061900	0.357600	0.000095	0.217300	0.049565	
CBNM 70	0.845800	0.973051	73.319100	0.307170	18.294500	0.279814	5.463400	37.784874	2.077200	0.000553	1.170500	0.266985	
CBNM 61	1.196900	1.376974	62.525500	0.261951	20.458000	0.388582	6.679300	46.194039	4.192500	0.001115	1.445200	0.329643	
AKTIVNOST	2.070980 (CBNM 93)		7.7345652 (CBNM 84)		39.612447 (CBNM 70)		48.552303 (CBNM 61)						

MASENI UDELI IZOTOPA [%] I NJIHOVE AKTIVNOSTI [Ci]												DATUM MERENJA	
	PLUTONIJUM-238		PLUTONIJUM-239		PLUTONIJUM-240		PLUTONIJUM-241		PLUTONIJUM-242		AMERICIJUM-241		
	$m_{frak.}$ [%]	A [Ci]	$m_{frak.}$ [%]	A [Ci]	$m_{frak.}$ [%]	A [Ci]	$m_{frak.}$ [%]	A [Ci]	$m_{frak.}$ [%]	A [Ci]	$m_{frak.}$ [%]	A [Ci]	
CBNM 93	0.008757	0.010042	93.605913	0.390934	6.3080820	0.096180	0.037627	0.259413	0.039621	0.000011	0.2841418	0.063761	
CBNM 84	0.005301	0.006034	85.155380	0.352956	14.303592	0.216442	0.174299	1.192603	0.361427	0.000095	1.053398	0.236382	
CBNM 70	0.663623	0.725969	77.023868	0.306843	19.163913	0.278716	0.964258	6.341284	2.184338	0.000552	5.615544	1.260128	
CBNM 61	0.950268	1.027327	66.466025	0.261671	26.929659	0.387057	1.192877	7.752560	4.461171	0.001115	6.878905	1.543626	
AKTIVNOST	0.82034114 (CBNM 93)		2.0045132 (CBNM 84)		8.9134934 (CBNM 70)		10.973357 (CBNM 61)						



SLIKA VI.18: Simuliran spektar za slučaj CBNM93 uzorka. U zasebnim subPad-ovima su uveličane oblasti nisko-, srednje- i visoko-energetskog dela spektra, A, B i C, respectivno. Kao i u prethodnom slučaju tačkastih izvora, u smislu energetske kalibracije i rezolucije simuliran spektar demonstrira dobra slaganja sa eksperimentalnim spektrom (POGLAVLJE VI.II.II.(I)). Takođe, u dodatnom subPad-u je prikazan primaran spektar. Sa ovog spektra se jasno vidi koliko zapravo različitih linija učestvuje u rekonstrukciji konačnog spektra. Dodavanjem rezolucije se takođe vidi kako većina pikova u spektru zapravo potiče od sumacije više različitih. Ovim je verifikovan model i za slučaj generisanja složenijih γ -spektara.

VI.III MOGUĆA PRIMENA U NUKLEARNOJ FORENZICI

VI.III.I UVOD U NUKLEARNU FORENZIKU

NUKLEARNA FORENZIKA (eng. NUCLEAR FORENSICS, abbrv. NF) predstavlja naučnu disciplinu koja se bavi ispitivanjem nuklearnih²¹ ili drugih radioaktivnih materijala u cilju obezbeđivanja dokaza državnim organima o rezakonitoj upotrebi, krijućemarenju, obogaćivanju, itd. Zaštitu i bezbedno čuvanje ovih materijala danas predstavlja globalnu zabrinost. Za slučaj da ove mere otkažu, upravo nuklearna forenzika postaje koristan alat u sukobu protiv nuklearne proliferacije²²[178, 179].



VI.III.II KRATAK PREGLED RETROSPEKTIVNE DOZIMETRIJE

RETROSPEKTIVNA DOZIMETRIJA predstavlja disciplinu nuklearne fizike koja se odnosi na klasu metoda koje se koriste u određivanju i proceni doze nakon odigravanja nekog radiološkog događaja, bila to u pitanju neka nezgoda ili pak teroristički napad, i kao takva potencijalno može pronaći primenu i u nuklearnoj forenzici. Za razliku od klasične dozimetrije koja koristi konvencionalne dozimetre u proceni apsorbovanih doza, retrospektivna dozimetrija usled nedostatka ovih dozimetara koristi bilo koji okolni materijal ili objekat koji je osetljiv na zračenje[180].

Retrospektivna dozimetrija se rutinski primjenjuje već dug niz godina, i ujedno postaje sve popularnija kao posledica brzog i velikog razvoja nuklearnih tehnologija. Detekcione tehnike koje se najčešće koriste u retrospektivnoj proceni doza se odnose na SSDETEKTORE (POGLAVLJE III.I), tačnije tehnike zasnovane na fizičkim fenomenima poput TERMO-LUMINSCENCIJE²³[185, 186] (eng. THERMO-LUMINESCENCE, abbrv. TL) i OPTIČKI-STIMULISANE LUMINSCENCIJE²⁴[191] (eng. OPTICALLY-STIMULATED LUMINESCENCE, abbrv. OSL). Za više detalja o retrospektivnoj dozimetriji: [192].

POTENCIJALNI RETROSPEKTIVNI DOZIMETRI ZA PRIMENE NUKLEARNE FORENZIKE

Neki od materijala i objekata koji se mogu koristiti u svrhu retrospektivne dozimetrije uključuju razne građevinske materijale, SMR-ove (eng. SURFACE MOUNT RESISTOR, abbrv. SMR), čipove kartica, stakla naočara i ekrani mobilnih telefona, itd. Svi ovi materijali su pokazali dobar TL i OSL odziv iz kojih se može pouzdano i precizno odrediti apsorbovana doza. Osnovno pitanje koje treba postaviti po ispitivanju materijala kao mogućeg retrospektivnog dozimetra je to da li je materijal osetljiv na zračenje u ovom smislu, i ako jeste koja je minimalna detektibilna doza koju ovaj materijal može registrovati[193].

21: Pod pojmom nuklearnog materijala se odnosi na metale uranijuma, torijuma i plutonijuma, u bilo kom obliku ili formi. Ovi se materijali dodatno kategorizuju na prirodne i specifično fisione (kao što je to obogaćen uranijum-235, uranijum-233 i plutonijum-239). Iako se ruda uranijuma tehnički smatra nuklearnim materijalom, ne nalazi se pod regulatornom kontrolom sporazuma nuklearne neproliferacije[176] (eng. NUCLEAR NON-PROLIFERATION TREATY, abbrv. NPT; [NPT Official Home page](#)).

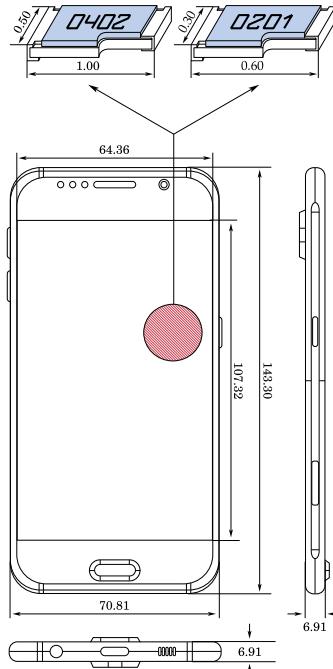
22: Nuklearna proliferacija se odnosi na globalno širenje i zloupotrebu nuklearnog (fij. fisionog) materijala, kao i nuklearnog naoružanja i njene tehnologije, nacijama koje se ne nalaze pod NPT sporazumom. Većina nacija se suprotstavlja nuklearnoj proliferaciji usled straha destabilizacije internacionalnih i/ili regionalnih odnosa, kao i većeg rizika nuklearnog sukoba[177].

23: Termo-luminiscencija je proces u kom dolazi do emisije svetlosti po zagrevanju materijala (najčešće nekog kristala) koji je prethodno bio izložen elektromagnetnom ili ionizujućem zračenju[181]. Elektronska stanja koja se pobuduju u interakciji sa zračenjem u nekim materijalima mogu ostati pobudjena duži vremenski period kao posledica lokalnih defekata kristalne rešetke. Zagrevanjem materijala ova stanja se "raspadaju" u interakciji sa fononima, tj. spuštaju se na stabilno energetsko stanje emitujući svetlost u tom procesu[182–184].

24: Optički-stimulisana luminiscencija je proces u okviru kog materijal koji je bio izložen elektromagnetnom ili ionizujućem zračenju emituje svetlost, ali za razliku od TL-a to čini optičkim stimulisanjem. U oba slučaja amplituda izlaznog signala je proporcionalan količini apsorbovane doze u materijalu, dok je efikasnost definisana kao svojstvo ispitivanog materijala[187]. Vredi napomenuti da OSL signal strogo zavisi od intenziteta svetlosti kojom se dati materijal stimuliše, ali i da se razlikuje od ostalih optičkih procesa kao što su npr. scintilacije i fluorescencije. Ne postoji bilo kakva korelacija između talasne dužine emitovane i stimulisane svetlosti[188–190].

VI.III.III MOTIVACIJA RADA I SIMULACIONI MODEL

25: Jedan od ovih faktora je na primer tzv. fading faktor. Kao posledica ovog faktora moguće je pogrešno proceniti količinu apsorbovane doze kako pobudena stanja ne mogu trajno ostati pobudena, ili se pak oslobadaju viška energije kao posledica određenih drugih spoljnih faktora^[194].



SLIKA VI.19: Model telefona SAMSUNG S6 i ispitivanih SMR komponenti 0201/0402. Dimenzije su navedene u mm jedinicama.

SMR KOMPONENTA	D	Š	V
◦ Otpornik 0201	0.60	0.30	0.23
◦ Otpornik 0402	1.00	0.50	0.35
◦ Kondenzator 0603	1.60	0.80	0.80

TABELA VI.4: Dimenzije SMR komponenti. Date su dužina (D), širina (Š) i visina (V). Dimezije su navedene u mm jedinicama.

TABELA VI.5: Specifikacije ispitivanih SMR komponenti. Navedene su podkomponente, materijali iz kojih su sačinjene i njihovi maseni udeli onako kako ih je proizvođač deklarisao. Za slučaj otpornika (tip 0201 i 0402) **Film je sačinjen od elemenata srebra, bizmuta, barijuma, i drugih. U simulaciji svi delovi su definisani sa egzaktnim navedenim udelima elemenata kako bi se osigurala njihova precizna i verodostojna reprezentacija.

KONDENZATOR (KEMET CO.) Tip 0603		
• PODKOMPONENTA	MATERIJAL	<i>m_{frik.}</i> [%]
◦ Donji sloj	Nikl	1.330
◦ Metalna baza	Bakar	5.670
◦ Pasta elektroda	Nikl	12.17
◦ Površinski sloj	Kalaj	4.330
◦ Keramički dielektrik	BaTiO ₃	76.50

MONTE KARLO SIMULACIJE u retrospektivnoj dozimetriji mogu biti od velikog značaja u smislu validacije da li se ispitivan materijal može koristiti kao retrospektivan dozimetar ili ne. Naime, preciznost merenja ponekad igra presudnu ulogu kako slabo i neadekvatno rukovođenje materijalom može dovesti do potpuno pogrešne procene usled raznih faktora²⁵. Postoji nekolicina radova posvećeni ovoj temi^[195–200] i upravo su oni ti koji su inspirisali ovde prezentovanu simulaciju.

Kao što je rečeno, u slučaju nedostatka konvencionalnih dozimetara retrospektivna dozimetrija procenjuje količine apsorbovanih doza koristeći okolne materijale koji su osjetljivi na zračenje. U kontekstu primene u nuklearnoj forenzici fokus je na objektima iz svakodnevne upotrebe koji su sa nama veći deo dana (npr. mobilni telefon, ručni sat, naočare, kreditne kartice, itd.) i koji su kao takvi verovatno bili u bliskom kontaktu sa izvorom koji je predmet istraživanja. Preko procena apsorbovanih doza koju su ovi materijali registrovali moguće je izvući informaciju o izvoru, a samim time i o tome šta se potencijalno odigralo u ispitivanom radiološkom događaju. Cilj simulacije je upravo bio ispitati da li, i u kojoj meri, pojedini objekti iz svakodnevnog života mogu biti iskorišćeni kao retrospektivni dozimetri za primenu u nuklearnoj forenzici. Incijalno je razvijen trivijalan model koji bi se nakon validacije sa eksperimentom proširoio na složenije geometrije kako je u kontekstu nuklearne forenzike postavka tj. "scena mesta zločina" u simulacionom smislu uglavnom poprilično kompleksna i zahtevna za simulirati.

Incijalno su razmatrane tri SMR komponente iz mobilnog telefona SAMSUNG S6. Modelovana su dva različita otpornika (tip 0201 i 0402) i jedan kondenzator (tip 0603). Simulacioni model je ilustrovani na **SLICI VI.19**, dok su dimenzije ovih komponenti, kao i njihove podkomponente i materijali iz kojih su one sačinjene, navedene u **TABELAMA VI.4** i **VI.5**, respektivno. Izbor ovih predmeta u ispitivanju njihove potencijalne primene u nuklearnoj forenzici je bio potkrepljen dostupnim naučnim radovima, neki od kojih su se bavili upravo ispitivanjem ovih ili njima sličnim SMR komponentama. Obzirom da je incijalno razvijen trivijalan model, u simulaciji je kao primarni izvor razmatran tačkast izvor radionuklida ¹³⁷Cs. Materijali su bili definisani sa egzaktnim hemijskim sastavom onako kako su deklarisani od strane proizvođača koristeći interno dostupne klase GEANT4 paketa, kako je njihova kompozicija u suštini bio glavni predmet ovog istraživanja.

Simulirane su tri različite geometrije izvor-uzorak, u smislu njihovog međusobnog rastojanja (10, 20 i 30 cm). Dobijene apsorbovane doze su date u **TABELAMA VI.6/8**, a grafički su ilustrovane na **SLICI VI.20**. Usled relativno malih dimenzija uzoraka (**TABELA VI.4**) u cilju poboljšanja efikasnosti simulacije uzorci su bili grupisani u klastere od po 20 jedinki, 4 × 5. Prilikom ovoga prepostavljenje je da svaki uzorak iz klastera u proseku prima istu količinu doze, što je relativno dobra aproksimacija uzimajući u obzir njihove dimenzije u odnosu na rastojanja od izvora. Simulacije su pisane sa **multi-threading** pristupom, a puštane su na 6/12 CPU strukturi.

OTPORNIK (BOURNS CO.) Tip 0402			OTPORNIK (BOURNS CO.) Tip 0201		
• PODKOMPONENTA	MATERIJAL	<i>m_{frik.}</i> [%]	• PODKOMPONENTA	MATERIJAL	<i>m_{frik.}</i> [%]
◦ Nikl sloj	Nikl	5.560	◦ Nikl sloj	Nikl	5.470
◦ Kalaj sloj	Kalaj	4.960	◦ Kalaj sloj	Kalaj	4.880
◦ Provodni sloj	*Film	2.100	◦ Provodni sloj	*Film	3.620
◦ Površinski sloj	Epoksi	2.030	◦ Površinski sloj	Epoksi	2.000
◦ Izlazni terminal	NI-CR	0.360	◦ Izlazni terminal	NI-CR	0.350
◦ Otponički element	**Film	1.640	◦ Otponički element	**Film	1.620
◦ Keramička podloga	Keramika	83.35	◦ Keramička podloga	Keramika	82.06

TABELA VI.6: Vrednosti simuliranih doza na rastojanju 10 cm od izvora za otpornike tipa 0201 i 0402, i kondenzator tipa 0603. Aproksimirane su iste doze po uzorku klastera usled njihovih relativno malih dimezija u odnosu na rastojanje od izvora. **Kvadratna sredina uz relatičan odnos.

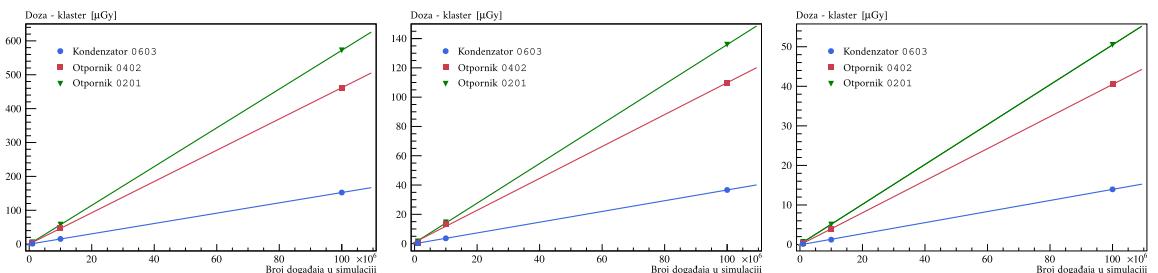
UZORAK (KLASTER) \leftrightarrow ^{137}Cs IZVOR RASTOJANJE: 10 [cm]					
	BROJ DOGADAJA	$T_{simulacija}$	DOZA (KLASTER)	KS** (UZ REL. ODS. %)	DOZA (UYORAK)
OTPORNIK (tip 0201)	10^6	0h 1m 26s	5.54504 μGy	1.0675 μGy (~ 19%)	~ 0.28(5) μGy
	10^7	0h 14m 49s	57.6585 μGy	3.5253 μGy (~ 6%)	~ 2.88(18) μGy
	10^8	2h 31m 25s	572.041 μGy	10.916 μGy (~ 2%)	~ 10.9(5) μGy
OTPORNIK (tip 0402)	10^6	0h 1m 30s	3.84911 μGy	0.4479 μGy (~ 12%)	~ 0.19(2) μGy
	10^7	0h 15m 54s	47.7952 μGy	1.6708 μGy (~ 3%)	~ 2.39(8) μGy
	10^8	2h 24m 53s	461.626 μGy	5.2155 μGy (~ 1%)	~ 23.1(3) μGy
KONDENZATOR (tip 0603)	10^6	0h 1m 28s	1.44279 μGy	0.1036 μGy (~ 7%)	~ 72(5) $n\text{Gy}$
	10^7	0h 14m 44s	15.3707 μGy	0.3553 μGy (~ 2%)	~ 768(18) $n\text{Gy}$
	10^8	2h 28m 16s	152.407 μGy	1.1107 μGy (~ 1%)	~ 7.62(6) μGy

TABELA VI.7: Vrednosti simuliranih doza na rastojanju 20 cm od izvora za otpornike tipa 0201 i 0402, i kondenzator tipa 0603. Aproksimirane su iste doze po uzorku klastera usled njihovih relativno malih dimezija u odnosu na rastojanje od izvora. **Kvadratna sredina uz relatičan odnos.

UZORAK (KLASTER) \leftrightarrow ^{137}Cs IZVOR RASTOJANJE: 20 [cm]					
	BROJ DOGADAJA	$T_{simulacija}$	DOZA (KLASTER)	KS** (UZ REL. ODS. %)	DOZA (UYORAK)
OTPORNIK (Tip 0201)	10^6	0h 1m 28s	1.50287 μGy	0.5527 μGy (~ 37%)	~ 75(28) $n\text{Gy}$
	10^7	0h 14m 31s	14.5126 μGy	1.7637 μGy (~ 12%)	~ 0.73(9) μGy
	10^8	2h 26m 33s	135.816 μGy	5.4497 μGy (~ 4%)	~ 6.8(3) μGy
OTPORNIK (Tip 0402)	10^6	0h 1m 32s	666.909 $n\text{Gy}$	168.98 $n\text{Gy}$ (~ 25%)	~ 33(8) $n\text{Gy}$
	10^7	0h 15m 6s	10.3759 μGy	0.7999 μGy (~ 8%)	~ 0.52(4) μGy
	10^8	2h 26m 10s	109.722 μGy	2.6171 μGy (~ 2%)	~ 5.49(13) μGy
KONDENZATOR (Tip 0603)	10^6	0h 1m 27s	320.264 $n\text{Gy}$	48.614 $n\text{Gy}$ (~ 15%)	~ 16(2) $n\text{Gy}$
	10^7	0h 14m 36s	3.61998 μGy	0.1757 μGy (~ 5%)	~ 0.18(1) μGy
	10^8	2h 28m 18s	36.6231 μGy	0.5593 μGy (~ 2%)	~ 1.83(3) μGy

TABELA VI.8: Vrednosti simuliranih doza na rastojanju 30 cm od izvora za otpornike tipa 0201 i 0402, i kondenzator tipa 0603. Aproksimirane su iste doze po uzorku klastera usled njihovih relativno malih dimezija u odnosu na rastojanje od izvora. **Kvadratna sredina uz relatičan odnos.

UZORAK (KLASTER) \leftrightarrow ^{137}Cs IZVOR RASTOJANJE: 30 [cm]					
	BROJ DOGADAJA	$T_{simulacija}$	DOZA (KLASTER)	KS** (UZ REL. ODS. %)	DOZA (UYORAK)
OTPORNIK (Tip 0201)	10^6	0h 1m 26s	656.953 $n\text{Gy}$	376.44 $n\text{Gy}$ (~ 57%)	~ 33(19) $n\text{Gy}$
	10^7	0h 14m 45s	5.04994 μGy	971.99 $n\text{Gy}$ (~ 19%)	~ 252(49) $n\text{Gy}$
	10^8	2h 20m 58s	50.4846 μGy	3.3748 μGy (~ 7%)	~ 3.4(2) μGy
OTPORNIK (Tip 0402)	10^6	0h 1m 28s	325.311 $n\text{Gy}$	159.64 $n\text{Gy}$ (~ 49%)	~ 16(8) $n\text{Gy}$
	10^7	0h 14m 43s	3.96189 μGy	0.5326 μGy (~ 13%)	~ 0.20(3) μGy
	10^8	2h 23m 55s	40.4589 μGy	1.6301 μGy (~ 4%)	~ 2.02(8) μGy
KONDENZATOR (Tip 0603)	10^6	0h 1m 28s	141.913 $n\text{Gy}$	34.163 $n\text{Gy}$ (~ 24%)	~ 7(2) $n\text{Gy}$
	10^7	0h 14m 31s	1.23088 μGy	0.0999 μGy (~ 8%)	~ 62(5) $n\text{Gy}$
	10^8	2h 24m 52s	13.9566 μGy	0.3523 μGy (~ 3%)	~ 0.69(2) μGy



SLIKA VI.20: Grafički prikaz apsorbovanih doza dobijenih simulacijom za sve tri razmatrane geometrije izvor-uzorak, odnosno 10 (levo), 20 (sredina) i 30 cm rastojanje (desno). Rezultati demonstriraju jasnu linearnost koja je i očekivana. Poznavajući aktivnosti i rastojanja izvor-uzorak moguće je ekstrapolirati na fitove linearne funkcije simuliranih rezultata i proceniti apsorbovane doze za željeno vreme ekspozicije (u smislu broja događaja). Simulacija demonstrira dobra slaganja sa podacima sličnih postavki dostupnih u literaturi. U toku je razvijanje eksperimenta sa istom izvor-uzorak konfiguracijom u okviru grupa sa EC-JRC , EK-CER i NRCN Instituta u cilju preciznije validacije simulacije i proširivanja iste na složenije geometrije i eventualnog simuliranja kompletne "scene mesta zločina" u okviru istraživanja nuklearne forenzike.

ZAKLJUČAK I KRATAK PREGLED REZULTATA

ANALIZA EKSPERIMENTA I PREZENTOVANE SIMULACIJE su imale za cilj da ukažu na značaju njihove današnje međusobne veze. Vremenom, Monte Karlo simulacije su postale sastavni deo nuklearne fizike i u velikoj meri su potpomogle njenom razvoju. Shodno tome, posebna pažnja posvećena je njihovoj versatilnosti u raznovrsnim nuklearnim istraživanjima uz naznaku prednosti i nedostataka, ali i potencijalnih rešenja istih.

Prvi deo eksperimentalnog rada bio je posvećen detaljnem opisu procedure optimizacije HPGe detekcionih sistema (**POGLAVLJE V**). Ovi sistemi, tačnije detektori zračenja generalno, su jedan od osnovnih i nezaobilaznih alata u bilo kom eksperimentu nuklearne fizike. Prema tome, veoma je važno adekvatno i pouzdano izgraditi njihove simulacione modele, posebno kada se simulacijom žele verifikovati eksperimentalni podaci ili potkrepliti i motivisati generisanje novih. U ovu svrhu nezavisno su razvijeni modeli za tri različite detekcione opreme korišćenjem Geant4 simulacionog paketa (**POGLAVLJE IV**) sa naglaskom na određene nedostatke tokom njihove izgradnje i sugestije rešenja istih. Svi detektori su modelovani tako da zadovolje uslove realne geometrije sa posebnom pažnjom posvećenoj kvantifikaciji parametara koji najviše mogu uticati na njihov odziv. U tom kontekstu, detaljno su ispitani mrtvi slojevi kristala detektora kao vodeći faktori koji utiču na njegovu efikasnost detekcije. Svi optimizovani modeli su demonstrirali veoma dobra slaganja sa njihovim eksperimentalnim ekvivalentima srednjih relativnih odstupanja u granicama reda $\sim 2\%$ unutar ispitivanih energetskih intervala. Radi dodatne validacije modela, jedan od detektora je iskorišćen u naknadnom ispitivanju nuklearnih materijala gde se ponovo pokazao kao veoma dobar u generisanju njihovih γ -spektara.

Drugi deo eksperimentalnog rada (**POGLAVLJE VI**) je bio posvećen razvijanju simulacija u okviru različitih nuklearnih istraživanja. Među ovim simulacijama, sprovedena je validacija Geant4 paketa komparacijom sa drugim ne nužno Monte Karlo kodovima, modelovanjem i kvantifikovanjem uzorka nepravilnih geometrija (**POGLAVLJE VI.I.I**). U okviru ovog ispitivanja svi uzorci su modelovani sa egzaktnom geometrijom kao što je u realnosti. Simulacije su ovde demonstrirale veoma dobra slaganja u smislu dobijenih koncentracija aktivnosti sa dostupnim referentnim vrednostima, ali i sa drugim softverskim paketima. Doduše, nedostatak je bila relativno površna optimizacija korišćene opreme kao posledice nedostatka adekvatnih kalibracionih izvora, kako bi se u suprotnom mogla očekivati i čak bolja slaganja. Pored ovog, sprovedeno je slično istraživanje u okviru kog se umesto uticaja geometrije ispitivao uticaj matrice uzorka (**POGLAVLJE VI.I.II**). Ovde je glavni cilj bio ispitati u kojoj meri simulacije mogu upotpuniti eksperimentalna merenja kvantifikacijom hemijskog sastava ispitivanih matrica. Još jednom, simulacije su demonstrirale veoma dobra slaganja sa eksperimentalno dobijenim vrednostima u smislu koncentracija aktivnosti, ali bi se i ovom slučaju očekivala čak bolja slaganja da je korišćena oprema optimizovana adekvatnijim i optimalnijim kalibracionim izvorima.

U okviru ove disertacije takođe je demonstrirano generisanje visoko-realističnih γ -spektara koji danas postaju sve popularniji u svetu γ -spektrometrije (**POGLAVLJE VI.II**). Ovde je radi dodatne validacije korišćen jedan od prethodno optimizovanih modela HPGe sistema. Detaljno je ilustrovana procedura post-procesuiranja simuliranih γ -spektara u smislu uključivanja određenih eksperimentalnih karakteristika kako bi se što verodostojnije reprezentovali realni spektri. Model je proširen i na složenije izvore u vidu plutonijumskih matrica u okviru kojih su simulirani spektri kao i u prethodnom slučaju demonstrirali veoma dobra slaganja sa eksperimentalno snimljenim spektrima. Za kraj, prezentovane su simulacije koje su imale za cilj da povežu oblast retrospektivne dozimetrije sa disciplinom nuklearne forenzike (**POGLAVLJE VI.III**). Naime, u današnjem svetu u kom je razvoj nuklearnih tehnologija sve brži i veći, raste ujedno i rizik od zloupotrebe istih. Monte Karlo simulacije bi u ovom smislu potencijalno mogle proširiti postojeće i otvoriti vrata novim invovatnim tehnikama nuklearne forenzike koje bi umnogome podstakle njen dalji razvoj i primenu u suprotstavljanju nuklearnoj proliferaciji. Kao relativno mlada metoda u ovoj naučnoj disciplini, ispitivana je primenljivost Monte Karlo simulacija u kontekstu procena apsorbovanih doza u materijalima ili objektima iz svakodnevnog života koji imaju potencijal korišćenja kao retrospektivnih dozimetara, i shodno tome bi mogli pomoći u razjašnjenju ispitivanih problema u okviru nuklearne forenzike.

LITERATURA

REFERENCE POREĐANE U HRONOLOŠKOM REDOSLEDU
(UZ NAZNAKU STRANICA NA KOJOJ SE JAVLJUJU)

- [1] Stephen Dupree and Stanley Fraley. 'A Monte Carlo Primer' (2004). doi: [10.1007/978-1-4419-9036-5](https://doi.org/10.1007/978-1-4419-9036-5) (*Citirano na stranama:* 5, 6, 11–14).
- [2] Detlev Reiter. 'The Monte Carlo Method, an Introduction'. *Lect. Notes Phys.* 739 (2007), 63–78. doi: [10.1007/978-3-540-74686-7_3](https://doi.org/10.1007/978-3-540-74686-7_3) (*Citirano na stranama:* 5, 6, 9).
- [3] F. James. 'Monte Carlo theory and practice'. *Reports on Progress in Physics* 43.9 (1980), 1145. doi: [10.1088/0034-4885/43/9/002](https://doi.org/10.1088/0034-4885/43/9/002) (*Citirano na stranama:* 5, 11–13).
- [4] Frederik Dekking et al. *A Modern Introduction to Probability and Statistics, Understanding Why and How*. 2005 (*Citirano na stranama:* 5, 8).
- [5] Kai Yao and Jinwu Gao. 'Law of Large Numbers for Uncertain Random Variables'. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 24 (2015), 1–1. doi: [10.1109/TFUZZ.2015.2466080](https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2015.2466080) (*Citirano na strani:* 5).
- [6] S. Guatelli et al. 'Introduction to the Geant4 Simulation toolkit'. *AIP Conference Proceedings* 1345 (2011), 303–322. doi: [10.1063/1.3576174](https://doi.org/10.1063/1.3576174) (*Citirano na stranama:* 6, 7, 56–60, 62–65).
- [7] Alex Bielajew. 'Fundamentals of the Monte Carlo method for neutral and charged particle transport' (2020) (*Citirano na stranama:* 6, 9–13, 16, 17, 19, 22–24, 27, 29, 30, 32–35).
- [8] Ulrich Noebauer and Stuart Sim. 'Monte Carlo Radiative Transfer'. *Living Reviews in Computational Astrophysics* 5 (2019). doi: [10.1007/s41115-019-0004-9](https://doi.org/10.1007/s41115-019-0004-9) (*Citirano na stranama:* 6, 12).
- [9] M. Kalos and Paula Whitlock. 'Monte Carlo Methods: Second Edition'. *Monte Carlo Methods: Second Edition* (2009), 1–203. doi: [10.1002/9783527626212](https://doi.org/10.1002/9783527626212) (*Citirano na stranama:* 6, 12).
- [10] Bruce Reed. *The History and Science of the Manhattan Project*. 2014 (*Citirano na strani:* 6).
- [11] C. Metropolis Nicholas. 'The Begining of the Monte Carlo Method'. *Los Alamos Science Special Issue* (1987), 125–130 (*Citirano na strani:* 6).
- [12] Nicholas Metropolis and Stanisław Ulam. 'The Monte Carlo Method'. *Journal of the American Statistical Association* (1949), 335–341. doi: <https://doi.org/10.1080/01621459.1949.10483310> (*Citirano na strani:* 6).
- [13] W.R. Nelson, Hideo Hirayama, and D.W.O. Rogers. 'EGS4 code system'. *SLAC Report No. SLAC-265* (1985) (*Citirano na stranama:* 7, 31).
- [14] Hideo Hirayama et al. 'The EGS5 code system' (2006). doi: [10.2172/877459](https://doi.org/10.2172/877459) (*Citirano na strani:* 7).
- [15] S. Agostinelli et al. 'Geant4—a simulation toolkit'. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 506.3 (2003), 250–303. doi: [https://doi.org/10.1016/S0168-9002\(03\)01368-8](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(03)01368-8) (*Citirano na stranama:* 7, 22, 55–64, 69, 71).
- [16] Francesca Ballarini et al. 'The FLUKA code: an overview'. *Journal of Physics Conference Series* 41 (2006). doi: [10.1088/1742-6596/41/1/014](https://doi.org/10.1088/1742-6596/41/1/014) (*Citirano na stranama:* 7, 72).
- [17] Stephen Seltzer. 'Electron-photon Monte Carlo calculations: The ETRAN code'. *International Journal of Radiation Applications and Instrumentation. Part A. Applied Radiation and Isotopes* 42 (1991), 917–941. doi: [10.1016/0883-2889\(91\)90050-B](https://doi.org/10.1016/0883-2889(91)90050-B) (*Citirano na stranama:* 7, 31).
- [18] Francesc Salvat et al. 'Penelope. A code system for Monte Carlo simulation of electron and photon transport'. *NEA Data Bank, Workshop Proceeding, Barcelona* (2007), 4–7 (*Citirano na stranama:* 7, 72).

- [19] T. Goorley et al. 'Initial MCNP6 release overview. MCNP6 version 0.1'. *Nuclear technology* 180 (2012), 298–315. doi: [10.13182/NT11-135](https://doi.org/10.13182/NT11-135) (*Citirano na stranama*: 7, 31, 71, 72, 87).
- [20] Tim Vidar. 'EFFTRAN—A Monte Carlo efficiency transfer code for gamma-ray spectrometry'. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 550 (3 2005), 603–608. doi: <https://doi.org/10.1016/j.nima.2005.05.055> (*Citirano na stranama*: 7, 51, 71, 87).
- [21] Frazier Bronson. 'Validation of the accuracy of the LabSOCS software for mathematical efficiency calibration of Ge detectors for typical laboratory samples'. *Journal of Radioanalytical and Nuclear Chemistry - J RADIOANAL NUCL CHEM* 255 (2003), 137–141. doi: [10.1023/A:1022248318741](https://doi.org/10.1023/A:1022248318741) (*Citirano na stranama*: 7, 71, 87).
- [22] Slobodan Jovanovic et al. 'ANGLE: A PC-code for semiconductor detector efficiency calculations'. *Journal of Radioanalytical and Nuclear Chemistry - J RADIOANAL NUCL CHEM* 218 (1997), 13–20. doi: [10.1007/BF02033967](https://doi.org/10.1007/BF02033967) (*Citirano na stranama*: 7, 71, 87).
- [23] Hans Fischer. *A History of the Central Limit Theorem: From Classical to Modern Probability Theory*. 2011 (*Citirano na strani*: 8).
- [24] George Arfken, Hans Weber, and Donald Spector. *Mathematical Methods for Physicists, 5th edition*. USA: Boston, Massachusetts: Academic Press, 2000 (*Citirano na strani*: 10).
- [25] Paul Adrien Maurice Dirac. *The Principles of Quantum Mechanics*. Oxford, Clarendon Press, 1930 (*Citirano na strani*: 10).
- [26] I.M. Gelfand and N.Y. Vilenkin. *Generalized Functions: Applications of Harmonic Analysis*. Generalized functions. Elsevier Science, 2014 (*Citirano na strani*: 10).
- [27] Esam M.A. Hussein. *Radiation Mechanics*. Ed. by Esam M.A. Hussein. Oxford: Elsevier Science Ltd, 2007, 153–245 (*Citirano na strani*: 10).
- [28] Donald E. Knuth. *The Art of Computer Programming, Volume 2 (3rd Ed.): Seminumerical Algorithms*. USA: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1997 (*Citirano na strani*: 11).
- [29] F. James. 'A review of pseudorandom number generators'. *Computer Physics Communications* 60.3 (1990), 329–344. doi: [https://doi.org/10.1016/0010-4655\(90\)90032-V](https://doi.org/10.1016/0010-4655(90)90032-V) (*Citirano na strani*: 11).
- [30] George Marsaglia, Arif Zaman, and Wai Wan Tsang. 'Toward a universal random number generator'. *Statistics & Probability Letters* 9.1 (1990), 35–39. doi: [https://doi.org/10.1016/0167-7152\(90\)90092-L](https://doi.org/10.1016/0167-7152(90)90092-L) (*Citirano na stranama*: 11, 13).
- [31] George Marsaglia and Arif Zaman. 'A New Class of Random Number Generators'. *The Annals of Applied Probability* 1.3 (1991), 462–480. doi: [10.1214/aoap/1177005878](https://doi.org/10.1214/aoap/1177005878) (*Citirano na stranama*: 11, 13).
- [32] Martin Luscher. 'A portable high-quality random number generator for lattice field theory simulations'. *Computer Physics Communications* 79.1 (1994), 100–110. doi: [https://doi.org/10.1016/0010-4655\(94\)90232-1](https://doi.org/10.1016/0010-4655(94)90232-1) (*Citirano na strani*: 11).
- [33] N. A. Frigerio and N. A. Clark. 'A random number set for monte Carlo computation'. *Transactions of the American Nuclear Society* 22 (1975), 283–284 (*Citirano na strani*: 11).
- [34] N. A. Frigerio, N. A. Clark, and S. Tyler. 'A random number set for monte Carlo computation'. *Argonne National Laboratory ANL/ES-26 Part 4* (1978) (*Citirano na strani*: 11).
- [35] D. P. Landau and K. Binder. *A Guide to Monte Carlo Simulations in Statistical Physics - Third Edition*. New York, USA: Cambridge University Press, 2009 (*Citirano na stranama*: 11, 12).
- [36] A.M. Ferrenberg, D.P. Landau, and K. Binder. 'Statistical and systematic errors in Monte Carlo sampling'. *Journal of Statistical Physics* 63 (1991). doi: [10.1007/BF01029988](https://doi.org/10.1007/BF01029988) (*Citirano na strani*: 11).
- [37] George Marsaglia. 'Random Numbers Fall Mainly in the Planes'. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* 61 (1968), 25–28. doi: [10.1073/pnas.61.1.25](https://doi.org/10.1073/pnas.61.1.25) (*Citirano na stranama*: 11, 12).

- [38] Michael N. Barber et al. 'Finite-size scaling in the three-dimensional Ising model'. *Phys. Rev. B* 32 (3 1985), 1720–1730. doi: [10.1103/PhysRevB.32.1720](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.32.1720) (*Citirano na strani: 11*).
- [39] John von Neumann. 'Various techniques used in connection with random digits'. *Monte Carlo Method*. Ed. by A.S. Householder, G.E. Forsythe, and H.H. Germond. Washington, D.C.: U.S. Government Printing Office: National Bureau of Standards Applied Mathematics Series, 12, 1951, 36–38 (*Citirano na strani: 12*).
- [40] W. E. Thomson. 'A Modified Congruence Method of Generating Pseudo-random Numbers'. *The Computer Journal* 1.2 (1958), 83–83. doi: [10.1093/comjnl/1.2.83](https://doi.org/10.1093/comjnl/1.2.83) (*Citirano na strani: 13*).
- [41] A. Rotenberg. 'A New Pseudo-Random Number Generator'. *J. ACM* 7.1 (1960), 75–77. doi: [10.1145/321008.321019](https://doi.org/10.1145/321008.321019) (*Citirano na strani: 13*).
- [42] Donald E. Knuth. *The Art of Computer Programming, Volume 2 (3rd Ed.): Seminumerical Algorithms*. USA: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1997 (*Citirano na strani: 13*).
- [43] Raymond Couture and Pierre L'Ecuyer. 'Orbits and Lattices for Linear Random Number Generators with Composite Moduli'. *Mathematics of Computation* 65.213 (1996), 189–201. (Visited on 01/08/2024) (*Citirano na strani: 13*).
- [44] Shu Tezuka. 'A UNIFIED VIEW OF LONG-PERIOD RANDOM NUMBER GENERATORS'. *Journal of the Operations Research Society of Japan* 37.3 (1994), 211–227. doi: [10.15807/jorsj.37.211](https://doi.org/10.15807/jorsj.37.211) (*Citirano na strani: 13*).
- [45] Shu Tezuka, Pierre L'Ecuyer, and Raymond Couture. 'On the Lattice Structure of the Add-With-Carry and Subtract-With-Borrow Random Number Generators.' *ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation* 3 (1993), 315–331. doi: [10.1145/159737.159749](https://doi.org/10.1145/159737.159749) (*Citirano na strani: 13*).
- [46] Leland L. Carter and Edmond D Cashwell. 'Particle Transport Simulation with the Monte Carlo Method; Prepared for the Division of Military Application, U.S. Energy Research and Development Administration' (1975). doi: [10.2172/4167844](https://doi.org/10.2172/4167844) (*Citirano na stranama: 14, 15, 18*).
- [47] Jim Albert and Jingchen (Monika) Hu. *Probability and Bayesian Modeling*. 2019 (*Citirano na strani: 14*).
- [48] Edmond D Cashwell and C. J. Everett. 'A practical manual on the Monte Carlo method for random walk problems'. *Mathematics of Computation* 14 (1960), 299 (*Citirano na strani: 15*).
- [49] Klaus Noack. 'Efficiency and reliability in deep-penetration Monte-Carlo calculations'. *Annals of Nuclear Energy* 18.6 (1991), 309–316 (*Citirano na strani: 20*).
- [50] Thomas Edward Booth. *Sample problem for variance reduction in MCNP*. Tech. rep. Los Alamos National Lab., NM (USA), 1985 (*Citirano na strani: 20*).
- [51] Iwan Kawrakow and Matthias Fippel. 'Investigation of variance reduction techniques for Monte Carlo photon dose calculation using XVMC'. *Physics in Medicine & Biology* 45.8 (2000), 2163. doi: [10.1088/0031-9155/45/8/308](https://doi.org/10.1088/0031-9155/45/8/308) (*Citirano na strani: 20*).
- [52] Thomas E. Booth and John S. Hendricks. 'Importance Estimation in Forward Monte Carlo Calculations'. *Nuclear Technology - Fusion* 5.1 (1984), 90–100. doi: [10.13182/FST84-A23082](https://doi.org/10.13182/FST84-A23082) (*Citirano na strani: 20*).
- [53] Salvador Garcia-Pareja, Antonio M. Lallena, and Francesc Salvat. 'Variance-Reduction Methods for Monte Carlo Simulation of Radiation Transport'. *Frontiers in Physics* 9 (2021). doi: [10.3389/fphy.2021.718873](https://doi.org/10.3389/fphy.2021.718873) (*Citirano na strani: 20*).
- [54] P. Saidi. *Variance Reduction of Monte Carlo Simulation in Nuclear Engineering Field*. IntechOpen, 2013 (*Citirano na strani: 20*).
- [55] R.D. Evans. *The Atomic Nucleus*. Vol. 582. McGraw-Hill New York, 1955 (*Citirano na strani: 21*).
- [56] H.E. Johns and J.R. Cunningham. *The Physics of Radiology*. Fourth Edition. Illinois, USA: Charles C. Thomas, Springfield, 1984 (*Citirano na stranama: 21, 25*).

- [57] F.H. Attix. *Introduction to Radiological Physics and Radiation Dosimetry*. New York, USA: John Wiley & Sons, Ltd, 1986 (*Citirano na strani: 21*).
- [58] J. Kenneth Shultz and Richard E. Faw. *Radiation Shielding*. Prentice Hall, Upper Saddle River, 1996 (*Citirano na strani: 21*).
- [59] D.W.O. Rogers and A.F. Bielajew. ‘Monte Carlo Techniques of Electron and Photon Transport for Radiation Dosimetry’. *The Dosimetry of Ionizing Radiation*. San Diego: Academic Press, 1990, 427–539. doi: <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-400403-0.50009-9> (*Citirano na stranama: 21, 26*).
- [60] D.L. Livesey. *Atomic and Nuclear Physics*. A Blaisdell Book in the Pure and Applied Sciences. John Wiley & Sons Canada, Limited, 1966 (*Citirano na strani: 21*).
- [61] James Sir Chadwick and Maurice Goldhaber. ‘A ‘Nuclear Photo-effect’: Disintegration of the Dipolon by γ -Rays’. *Nature* 134 (1934), 237–238 (*Citirano na strani: 21*).
- [62] A. Sommerfeld. ‘Über die Beugung und Bremsung der Elektronen’. *Annalen der Physik* 403 (1931), 257–330. doi: <10.1002/andp.19314030302> (*Citirano na strani: 22*).
- [63] Handel Davies, H. A. Bethe, and L. C. Maximon. ‘Theory of Bremsstrahlung and Pair Production. II. Integral Cross Section for Pair Production’. *Phys. Rev.* 93 (4 1954), 788–795. doi: <10.1103/PhysRev.93.788> (*Citirano na strani: 22*).
- [64] J. W. Motz, H. A. Olsen, and H. W. Koch. ‘Pair Production by Photons’. *Rev. Mod. Phys.* 41 (4 1969), 581–639. doi: <10.1103/RevModPhys.41.581> (*Citirano na strani: 22*).
- [65] Yung-Su Tsai. ‘Pair production and bremsstrahlung of charged leptons’. *Rev. Mod. Phys.* 46 (4 1974), 815–851. doi: <10.1103/RevModPhys.46.815> (*Citirano na stranama: 22, 29*).
- [66] GEANT4. *Homepage*. <https://geant4.web.cern.ch/> (*Citirano na stranama: 22, 71*).
- [67] D. Coster and R. De L. Kronig. ‘New type of auger effect and its influence on the x-ray spectrum’. *Physica* 2.1 (1935), 13–24. doi: [https://doi.org/10.1016/S0031-8914\(35\)90060-X](https://doi.org/10.1016/S0031-8914(35)90060-X) (*Citirano na strani: 23*).
- [68] Fritz Sauter. ‘Über den atomaren Photoeffekt in der K-Schale nach der relativistischen Wellenmechanik Diracs’. *Annalen der Physik* 403.4 (1931), 454–488. doi: <10.1002/andp.19314030406> (*Citirano na strani: 23*).
- [69] Paul C. Johns and Martin J. Yaffe. ‘Coherent scatter in diagnostic radiology.’ *Medical physics* 10 1 (1983), 40–50 (*Citirano na strani: 23*).
- [70] J.H. Hubbell and I Overbo. ‘Relativistic atomic form factors and photon coherent scattering cross sections’. *Journal of Physical and Chemical Reference Data* 8 (1979), 69–106 (*Citirano na strani: 23*).
- [71] Szu-yuan Chen, Anatoly M. Maksimchuk, and Donald Umstadter. ‘Experimental observation of relativistic nonlinear Thomson scattering’. *Nature* 396 (1998), 653–655 (*Citirano na strani: 24*).
- [72] Dustin H. Froula et al. Second Edition. Boston: Academic Press, 2011 (*Citirano na strani: 24*).
- [73] O. Klein and Y. Nishina. ‘Über die Streuung von Strahlung durch freie Elektronen nach der neuen relativistischen Quantendynamik von Dirac’. *Zeitschrift für Physik* 52 (1929), 853–868 (*Citirano na stranama: 24, 26*).
- [74] A.H. Compton and S.K. Allison. ‘X-rays in Theory and Experiment’. D. Van Nostrand Co. Inc, New York, 1935 (*Citirano na strani: 24*).
- [75] J. H. Hubbell. ‘Review of photon interaction cross section data in the medical and biological context’. *Physics in Medicine & Biology* 44.1 (1999). doi: <10.1088/0031-9155/44/1/001> (*Citirano na strani: 24*).
- [76] C. Möller. ‘Zur Theorie des Durchgangs schneller Elektronen durch Materie’. *Annalen der Physik* 406.5 (1932), 531–585. doi: <10.1002/andp.19324060506> (*Citirano na strani: 28*).
- [77] H. J. Bhabha. ‘The Scattering of Positrons by Electrons with Exchange on Dirac’s Theory of the Positron’. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences* 154.881 (1936), 195–206 (*Citirano na strani: 28*).

- [78] H. Bethe. 'Theory of the Passage of Fast Corpuscular Rays Through Matter'. *Annalen Phys.* 5 (1930), 325–400. doi: [10.1002/andp.19303970303](https://doi.org/10.1002/andp.19303970303) (*Citirano na stranama:* 28, 30).
- [79] H. Bethe. 'Bremsformel für sElektronen relativistischer Geschwindigkeit'. *Zeitschrift für Physik* 76.5-6 (1932), 293–299. doi: [10.1007/BF01342532](https://doi.org/10.1007/BF01342532) (*Citirano na stranama:* 28, 31).
- [80] F. Bloch. 'Bremsvermögen von Atomen mit mehreren Elektronen'. *Zeitschrift für Physik* 81.5-6 (1933), 363–376. doi: [10.1007/BF01344553](https://doi.org/10.1007/BF01344553) (*Citirano na strani:* 28).
- [81] Ernest Rutherford. 'The scattering of α and β particles by matter and the structure of the atom'. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* 21.125 (1911), 669–688. doi: [10.1080/14786440508637080](https://doi.org/10.1080/14786440508637080) (*Citirano na strani:* 29).
- [82] N. Bohr. 'I. On the constitution of atoms and molecules'. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* 26.151 (1913), 1–25. doi: [10.1080/14786441308634955](https://doi.org/10.1080/14786441308634955) (*Citirano na strani:* 29).
- [83] H. W. Koch and J. W. Motz. 'Bremsstrahlung Cross-Section Formulas and Related Data'. *Rev. Mod. Phys.* 31 (4 1959), 920–955. doi: [10.1103/RevModPhys.31.920](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.31.920) (*Citirano na strani:* 29).
- [84] W. Heitler. *The quantum theory of radiation*. Oxford: Clarendon Press, 1954 (*Citirano na strani:* 30).
- [85] G. Molière. 'Theorie der Streuung schneller geladener Teilchen I. Einzelstreuung am abgeschirmten Coulomb-Feld'. *Zeitschrift Naturforschung Teil A* 2.3 (1947), 133–145. doi: [10.1515/zna-1947-0302](https://doi.org/10.1515/zna-1947-0302) (*Citirano na strani:* 30).
- [86] G. Molière. 'Theorie der Streuung schneller geladener Teilchen II. Mehrfach- und Vielfachstreuung'. *Zeitschrift Naturforschung Teil A* 3.2 (1948), 78–97. doi: [10.1515/zna-1948-0203](https://doi.org/10.1515/zna-1948-0203) (*Citirano na strani:* 30).
- [87] Leonard Eges. 'Multiple Scattering with Energy Loss'. *Phys. Rev.* 74 (10 1948), 1534–1535. doi: [10.1103/PhysRev.74.1534](https://doi.org/10.1103/PhysRev.74.1534) (*Citirano na strani:* 30).
- [88] Alex F. Bielajew. 'Plural and multiple small-angle scattering from a screened Rutherford cross section'. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms* 86.3 (1994), 257–269. doi: [https://doi.org/10.1016/0168-583X\(94\)95288-4](https://doi.org/10.1016/0168-583X(94)95288-4) (*Citirano na strani:* 30).
- [89] N.F. Mott and H.S.W. Massey. *The Theory of Atomic Collisions*. International series of monographs on physics. Clarendon Press, 1965 (*Citirano na strani:* 30).
- [90] Iwan Kawrakow and Alex F. Bielajew. 'On the representation of electron multiple elastic-scattering distributions for Monte Carlo calculations'. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms* 134.3 (1998), 325–336. doi: [https://doi.org/10.1016/S0168-583X\(97\)00723-4](https://doi.org/10.1016/S0168-583X(97)00723-4) (*Citirano na stranama:* 30, 32).
- [91] Martin J. Berger and Ruqing Wang. 'Multiple-Scattering Angular Deflections and Energy- Loss Straggling'. *Monte Carlo Transport of Electrons and Photons*. Ed. by Theodore M. Jenkins, Walter R. Nelson, and Alessandro Rindi. Boston, MA: Springer US, 1988, 21–56. doi: [10.1007/978-1-4613-1059-4_2](https://doi.org/10.1007/978-1-4613-1059-4_2) (*Citirano na strani:* 30).
- [92] H. A. Bethe. 'Molière's Theory of Multiple Scattering'. *Phys. Rev.* 89 (6 1953), 1256–1266. doi: [10.1103/PhysRev.89.1256](https://doi.org/10.1103/PhysRev.89.1256) (*Citirano na strani:* 30).
- [93] K.B. Winterbon. 'Finite-Angle multiple scattering revisited'. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms* 43.2 (1989), 146–148. doi: [https://doi.org/10.1016/0168-583X\(89\)90027-X](https://doi.org/10.1016/0168-583X(89)90027-X) (*Citirano na strani:* 30).
- [94] S. Goudsmit and J. L. Saunderson. 'Multiple Scattering of Electrons'. *Phys. Rev.* 57 (1 1940), 24–29. doi: [10.1103/PhysRev.57.24](https://doi.org/10.1103/PhysRev.57.24) (*Citirano na strani:* 31).
- [95] S. Goudsmit and J. L. Saunderson. 'Multiple Scattering of Electrons. II'. *Phys. Rev.* 58 (1 1940), 36–42. doi: [10.1103/PhysRev.58.36](https://doi.org/10.1103/PhysRev.58.36) (*Citirano na strani:* 31).

- [96] Stephen M. Seltzer and Martin J. Berger. 'Improved procedure for calculating the collision stopping power of elements and compounds for electrons and positrons'. *The International Journal of Applied Radiation and Isotopes* 35.7 (1984), 665–676. doi: [https://doi.org/10.1016/0020-708X\(84\)90113-3](https://doi.org/10.1016/0020-708X(84)90113-3) (*Citirano na strani: 31*).
- [97] Stephen M. Seltzer and Martin J. Berger. 'Bremsstrahlung spectra from electron interactions with screened atomic nuclei and orbital electrons'. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms* 12.1 (1985), 95–134. doi: [https://doi.org/10.1016/0168-583X\(85\)90707-4](https://doi.org/10.1016/0168-583X(85)90707-4) (*Citirano na strani: 32*).
- [98] Edward W. Larsen. 'A theoretical derivation of the Condensed History Algorithm'. *Annals of Nuclear Energy* 19.10 (1992), 701–714. doi: [https://doi.org/10.1016/0306-4549\(92\)90013-2](https://doi.org/10.1016/0306-4549(92)90013-2) (*Citirano na strani: 32*).
- [99] Lev Davidovich Landau. 'On the energy loss of fast particles by ionization'. *J. Phys.* 8.4 (1944), 201–205 (*Citirano na stranama: 32, 33*).
- [100] H. W. Lewis. 'Multiple Scattering in an Infinite Medium'. *Phys. Rev.* 78 (5 1950), 526–529. doi: [10.1103/PhysRev.78.526](https://doi.org/10.1103/PhysRev.78.526) (*Citirano na strani: 33*).
- [101] C. Grupen. *Particle Detectors*. Cambridge Monographs on Particle Physics, Nuclear Physics and Cosmology. Cambridge University Press, 1996 (*Citirano na strani: 37*).
- [102] Richard Clinton Fernow. *Introduction to Experimental Particle Physics*. Cambridge University Press, 1986 (*Citirano na strani: 37*).
- [103] W.R. Leo. *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments: A How-to Approach*. Springer, 1994 (*Citirano na strani: 37*).
- [104] G.F. Glen Knoll. *Radiation Detection and Measurement*. 2000 (*Citirano na stranama: 37, 39, 42, 43, 51*).
- [105] D. Green. *The Physics of Particle Detectors*. Cambridge Monographs on Particle Physics, Nuclear Physics and Cosmology. Cambridge University Press, 2000 (*Citirano na strani: 37*).
- [106] K. Kleinknecht. *Detectors for Particle Radiation*. Detectors for Particle Radiation. Cambridge University Press, 1998 (*Citirano na strani: 37*).
- [107] A. Sommerfeld. 'Zur Elektronentheorie der Metalle auf Grund der Fermischen Statistik'. *Zeitschrift fur Physik* 47.1-2 (1928), 1–32. doi: [10.1007/BF01391052](https://doi.org/10.1007/BF01391052) (*Citirano na strani: 38*).
- [108] W. Pauli. 'Über den Zusammenhang des Abschlusses der Elektronengruppen im Atom mit der Komplexstruktur der Spektren'. *Zeitschrift fur Physik* 31.1 (1925), 765–783. doi: [10.1007/BF02980631](https://doi.org/10.1007/BF02980631) (*Citirano na strani: 38*).
- [109] G. Bertolini and A. Coche. *Semiconductor Detectors, 1st edition*. Eds. Interscience (John Wiley & Sons), 1968 (*Citirano na strani: 39*).
- [110] Eiji Sakai. 'Present status of room temperature semiconductor detectors'. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research* 196.1 (1982), 121–130. doi: [https://doi.org/10.1016/0029-554X\(82\)90626-7](https://doi.org/10.1016/0029-554X(82)90626-7) (*Citirano na strani: 39*).
- [111] D.S. McGregor and H. Hermon. 'Room-temperature compound semiconductor radiation detectors'. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 395.1 (1997), 101–124. doi: [https://doi.org/10.1016/S0168-9002\(97\)00620-7](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(97)00620-7) (*Citirano na strani: 39*).
- [112] P.N. Luke, R.H. Pehl, and F.A. Dilmanian. 'A 140-element Ge detector fabricated with amorphous Ge blocking contacts'. *IEEE Transactions on Nuclear Science* 41.4 (1994), 976–978. doi: [10.1109/23.322842](https://doi.org/10.1109/23.322842) (*Citirano na strani: 40*).
- [113] P.N. Luke et al. 'Germanium orthogonal strip detectors with amorphous-semiconductor contacts'. 1 (1999), 201–204. doi: [10.1109/NSSMIC.1999.842475](https://doi.org/10.1109/NSSMIC.1999.842475) (*Citirano na strani: 40*).

- [114] Mark S. Amman. 'Optimization of Amorphous Germanium Electrical Contacts and Surface Coatings on High Purity Germanium Radiation Detectors'. *arXiv: Instrumentation and Detectors* (2018) (*Citirano na strani: 40*).
- [115] H. Ibach and H. Lüth. *Solid-State Physics: An Introduction to Principles of Materials Science ; with 100 Problems*. Advanced texts in physics. Springer, 2003 (*Citirano na strani: 40*).
- [116] Enrico Fermi. 'Sulla quantizzazione del gas perfetto monoatomico'. *Rendiconti Lincei (in Italian)* (1926) (*Citirano na strani: 40*).
- [117] Alberto Zannoni. 'On the Quantization of the Monoatomic Ideal Gas'. *arXiv e-prints* (1999). doi: [10.48550/arXiv.cond-mat/9912229](https://doi.org/10.48550/arXiv.cond-mat/9912229) (*Citirano na strani: 40*).
- [118] P. A. M. Dirac. 'On the Theory of Quantum Mechanics'. *Proceedings of the Royal Society of London Series A* 112.762 (1926), 661–677. doi: [10.1098/rspa.1926.0133](https://doi.org/10.1098/rspa.1926.0133) (*Citirano na strani: 40*).
- [119] J. Rowlinson. 'The Maxwell–Boltzmann distribution'. *Molecular Physics* 103 (2005), 2821–2828. doi: [10.1080/002068970500044749](https://doi.org/10.1080/002068970500044749) (*Citirano na strani: 41*).
- [120] E.G.S. Paige. 'The drift mobility of electrons and holes in germanium at low temperatures'. *Journal of Physics and Chemistry of Solids* 16.3 (1960), 207–219. doi: [https://doi.org/10.1016/0022-3697\(60\)90151-7](https://doi.org/10.1016/0022-3697(60)90151-7) (*Citirano na strani: 42*).
- [121] L Mihailescu et al. 'The influence of anisotropic electron drift velocity on the signal shapes of closed-end HPGe detectors'. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 447.3 (2000), 350–360. doi: [https://doi.org/10.1016/S0168-9002\(99\)01286-3](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(99)01286-3) (*Citirano na strani: 42*).
- [122] Gordon Gilmore. *Practical Gamma-Ray Spectrometry: Second Edition*. John Wiley & Sons, Ltd, 2008, 409 (*Citirano na strana: 42, 46, 51*).
- [123] Octavian Sima and Dirk Arnold. 'Accurate computation of coincidence summing corrections in low level gamma-ray spectrometry'. *Applied Radiation and Isotopes* 53 (2000), 51–56. doi: [10.1016/S0969-8043\(00\)00113-5](https://doi.org/10.1016/S0969-8043(00)00113-5) (*Citirano na strani: 50*).
- [124] J.H. Hubbell. 'Photon mass attenuation and energy-absorption coefficients'. *The International Journal of Applied Radiation and Isotopes* 33.11 (1982), 1269–1290. doi: [https://doi.org/10.1016/0020-708X\(82\)90248-4](https://doi.org/10.1016/0020-708X(82)90248-4) (*Citirano na strani: 50*).
- [125] Klaus Debertin and Ulrich Schötzig. 'Coincidence summing corrections in Ge(Li)-spectrometry at low source-to-detector distances'. *Nuclear Instruments and Methods* 158 (1979), 471–477. doi: [https://doi.org/10.1016/S0029-554X\(79\)94845-6](https://doi.org/10.1016/S0029-554X(79)94845-6) (*Citirano na strani: 50*).
- [126] Octavian Sima and Dirk Arnold. 'A tool for processing decay scheme data that encompasses coincidence summing calculations'. *Applied Radiation and Isotopes* 66.6 (2008). Proceedings of the 16th International Conference on Radionuclide Metrology and its Applications, 705–710. doi: <https://doi.org/10.1016/j.apradiso.2008.02.007> (*Citirano na strani: 50*).
- [127] R. Fitzgerald. 'Corrections for the combined effects of decay and dead time in live-timed counting of short-lived radionuclides'. *Applied Radiation and Isotopes* 109 (2016), 335–340. doi: <https://doi.org/10.1016/j.apradiso.2015.11.108> (*Citirano na strani: 50*).
- [128] Octavian Sima, Dirk Arnold, and Constantin Dovlete. 'GESPECOR—a versatile tool in gamma-ray spectrometry'. *Journal of Radioanalytical and Nuclear Chemistry* 248 (2001), 359–364. doi: [10.1023/A:1010619806898](https://doi.org/10.1023/A:1010619806898) (*Citirano na strani: 51*).
- [129] Dirk Arnold and Octavian Sima. 'Extension of the efficiency calibration of germanium detectors using the GESPECOR software'. *Applied Radiation and Isotopes* 61.2 (2004). Low Level Radionuclide Measurement Techniques - ICRM, 117–121. doi: <https://doi.org/10.1016/j.apradiso.2004.03.031> (*Citirano na strani: 51*).

- [130] Ahmed M. El-Khatib et al. 'A study of the validity of the efficiency transfer method to calculate the peak efficiency using γ -ray detectors at extremely large distances'. *Journal of Theoretical and Applied Physics* 8 (2014). doi: [10.1007/s40094-014-0120-1](https://doi.org/10.1007/s40094-014-0120-1) (*Citirano na strani: 51*).
- [131] J. Allison et al. 'Geant4 Developments and Applications'. *IEEE Transactions on Nuclear Science* 53 (2006), 270–278. doi: [10.1109/TNS.2006.869826](https://doi.org/10.1109/TNS.2006.869826) (*Citirano na stranama: 55, 56, 59*).
- [132] Gabriele Cosmo. 'Software Process in Geant4' (2001) (*Citirano na strani: 55*).
- [133] Geant4 Collaboration. *Book For Application Developers*. <https://geant4-userdoc.web.cern.ch/UsersGuides/ForApplicationDeveloper/html/index.html> (*Citirano na stranama: 58–63, 65–68*).
- [134] J. Allison et al. 'Recent developments in Geant4'. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 835 (2016), 186–225. doi: <https://doi.org/10.1016/j.nima.2016.06.125> (*Citirano na stranama: 59, 61, 68*).
- [135] R. Chytracek et al. 'Geometry Description Markup Language for Physics Simulation and Analysis Applications'. *IEEE Transactions on Nuclear Science* 53.5 (2006), 2892–2896. doi: [10.1109/TNS.2006.881062](https://doi.org/10.1109/TNS.2006.881062) (*Citirano na strani: 61*).
- [136] Elliott Harold and Scott Means. *XML in a nutshell*. 2002 (*Citirano na stranama: 61, 68*).
- [137] J. Apostolakis et al. 'Geometry and physics of the Geant4 toolkit for high and medium energy applications'. *Radiation Physics and Chemistry* 78.10 (2009). Workshop on Use of Monte Carlo Techniques for Design and Analysis of Radiation Detectors, 859–873. doi: <https://doi.org/10.1016/j.radphyschem.2009.04.026> (*Citirano na strani: 61*).
- [138] DAVID. *Webapage*. <https://geant4.kek.jp/~tanaka/DAWN/> (*Citirano na strani: 62*).
- [139] Geant4 Collaboration. *Physics Reference Manual*. <https://geant4-userdoc.web.cern.ch/UsersGuides/PhysicsReferenceManual/html/index.html> (*Citirano na stranama: 63, 64*).
- [140] *Abstract Interfaces for Data Analysis*. <https://aida.freehep.org/> (*Citirano na strani: 68*).
- [141] I. Hřivnáčová and G. Barrand. 'Analysis Tools in Geant4 10.2 and 10.3'. *Journal of Physics: Conference Series* 898 (2017), 042018. doi: [10.1088/1742-6596/898/4/042018](https://doi.org/10.1088/1742-6596/898/4/042018) (*Citirano na strani: 68*).
- [142] Guy Barrand. 'softinex, inlib, exlib, ourex, iodat, g4view, g4exa, wall'. *Journal of Physics: Conference Series* 513 (2014), 022002. doi: [10.1088/1742-6596/513/2/022002](https://doi.org/10.1088/1742-6596/513/2/022002) (*Citirano na strani: 68*).
- [143] Rene Brun and Fons Rademakers. 'ROOT — An object oriented data analysis framework'. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 389.1 (1997). New Computing Techniques in Physics Research V, 81–86. doi: [https://doi.org/10.1016/S0168-9002\(97\)00048-X](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(97)00048-X) (*Citirano na stranama: 68, 92*).
- [144] CERN. *ROOT Reference Documentation*. <https://root.cern/doc/v626/> (*Citirano na strani: 68*).
- [145] Ayumu Saitoh et al. 'gMocren: High-quality volume visualization tool for Geant4 simulation'. Vol. 1. 2007, 888–891. doi: [10.1109/NSSMIC.2007.4436470](https://doi.org/10.1109/NSSMIC.2007.4436470) (*Citirano na strani: 69*).
- [146] HepRep. *A Generic Interface Definition for HEP Event Display Representables*. <https://www.slac.stanford.edu/~perl/heprep/> (*Citirano na strani: 69*).
- [147] John Allison et al. 'The GEANT4 visualization system-A multi-driver graphics system'. *International Journal of Modeling, Simulation, and Scientific Computing* 04 (2012). doi: [10.1142/S1793962313400011](https://doi.org/10.1142/S1793962313400011) (*Citirano na strani: 69*).
- [148] HepRapp. *Homepage*. <https://www.slac.stanford.edu/~perl/HepRApp/> (*Citirano na strani: 69*).
- [149] VRML. *Virtual Reality Modeling Language*. <https://www.w3.org/MarkUp/VRML/> (*Citirano na strani: 69*).
- [150] Satoshi Tanaka and Minato Kawaguti. *DAWN for GEANT4 Visualisation*. <https://www.zeuthen.desy.de/T1/guilsinglrightCHEP97\T1\guilsinglrightpaper> (*Citirano na strani: 69*).
- [151] Qt. *Cross-platform Software Design and Development Tools*. <https://www.qt.io/> (*Citirano na strani: 69*).

- [152] OpenInventor. *An Object-Oriented 3D Toolkit Offering a Comprehensive Solution to Interactive Graphics Programming Problems*. <http://oss.sgi.com/projects/inventor/> (*Citirano na strani: 69*).
- [153] OpenGL. *The Industry's Foundation for High Performance Graphics*. <https://www.opengl.org/> (*Citirano na strani: 69*).
- [154] M. Travar et al. 'Detailed optimization procedure of an HPGe detector using Geant4 toolkit'. *Journal of Radioanalytical and Nuclear Chemistry* 332 (2023), 1–12. doi: [10.1007/s10967-023-08810-x](https://doi.org/10.1007/s10967-023-08810-x) (*Citirano na strani: 71*).
- [155] C.C. Conti, I.C.P. Salinas, and H. Zylberberg. 'A detailed procedure to simulate an HPGe detector with MCNP5'. *Progress in Nuclear Energy* 66 (2013), 35–40. doi: <https://doi.org/10.1016/j.pnucene.2013.03.003> (*Citirano na stranama: 71, 73*).
- [156] Miroslav Jeskovsky et al. 'Experimental and Monte Carlo determination of HPGe detector efficiency'. *Journal of Radioanalytical and Nuclear Chemistry* 322 (2019). doi: [10.1007/s10967-019-06856-4](https://doi.org/10.1007/s10967-019-06856-4) (*Citirano na stranama: 71, 73*).
- [157] André Saraiva et al. 'Study of the response of an ORTEC GMX45 HPGe detector with a multi-radionuclide volume source using Monte Carlo simulations'. *Applied Radiation and Isotopes* 113 (2016), 47–52. doi: [10.1016/j.apradiso.2016.04.016](https://doi.org/10.1016/j.apradiso.2016.04.016) (*Citirano na stranama: 71, 73*).
- [158] S. Hurtado, M. Garcia-Leon, and R. Garcia-Tenorio. 'GEANT4 code for simulation of a germanium gamma-ray detector and its application to efficiency calibration'. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 518.3 (2004), 764–774. doi: <https://doi.org/10.1016/j.nima.2003.09.057> (*Citirano na stranama: 72, 73*).
- [159] Chuong Huynh Dinh, Le Trang, and Tran Thanh. 'Optimization of p-type HPGe detector model using Monte Carlo simulation'. *Journal of Radioanalytical and Nuclear Chemistry* 327 (2020). doi: [10.1007/s10967-020-07473-2](https://doi.org/10.1007/s10967-020-07473-2) (*Citirano na strani: 73*).
- [160] Waseem Khan et al. 'Monte Carlo simulation of the full energy peak efficiency of an HPGe detector'. *Applied Radiation and Isotopes* 131 (2018), 67–70. doi: <https://doi.org/10.1016/j.apradiso.2017.11.018> (*Citirano na strani: 73*).
- [161] H.I. Khedr, Mohamed Abdelati, and Kamel El Kourghly. 'Investigation of a HPGe Detector's Geometry Using X-Ray Computed Tomography in Collaboration with Monte Carlo Method'. *International Journal of Engineering and Applied Sciences (IJEAS)* 6 (2019). doi: [10.31873/IJEAS.6.8.2019.08](https://doi.org/10.31873/IJEAS.6.8.2019.08) (*Citirano na stranama: 73, 76*).
- [162] Guembou Shouop Cebastien Joel et al. 'Monte Carlo method for gamma spectrometry based on GEANT4 toolkit: Efficiency calibration of BE6530 detector.' *Journal of environmental radioactivity* 189 (2018), 109–119 (*Citirano na strani: 73*).
- [163] Abdellatif Elanique et al. 'Dead layer thickness characterization of an HPGe detector by measurements and Monte Carlo simulations'. *Applied radiation and isotopes : including data, instrumentation and methods for use in agriculture, industry and medicine* 70 (2011), 538–42. doi: [10.1016/j.apradiso.2011.11.014](https://doi.org/10.1016/j.apradiso.2011.11.014) (*Citirano na strani: 73*).
- [164] P. Soille et al. 'A versatile data-intensive computing platform for information retrieval from big geospatial data'. *Future Generation Computer Systems* 81 (2018), 30–40. doi: <https://doi.org/10.1016/j.future.2017.11.007> (*Citirano na stranama: 83, 91*).
- [165] Steffen Hauf et al. 'Radioactive Decays in Geant4'. *IEEE Transactions on Nuclear Science* 60 (2013). doi: [10.1109/TNS.2013.2270894](https://doi.org/10.1109/TNS.2013.2270894) (*Citirano na stranama: 84, 91*).
- [166] V. Ivanchenko et al. 'Geant4 electromagnetic physics: improving simulation performance and accuracy'. 2014, 03101. doi: [10.1051/snamc/201403101](https://doi.org/10.1051/snamc/201403101) (*Citirano na stranama: 84, 91*).
- [167] Andrej Vranicar et al. 'Testing of EFFTRAN and Angle software in comparison to GEANT 4 simulations in gamma spectrometry of cylindrical and noncylindrical sample geometries'. *Nuclear*

Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment 986 (2021), 164768. doi: [10.1016/j.nima.2020.164768](https://doi.org/10.1016/j.nima.2020.164768) (*Citirano na strani: 88*).

- [168] Andrej Vranicar et al. 'Sample matrix influence on the efficiency function modeling for uranium isotopes determination by gamma spectrometry'. *Radiation Physics and Chemistry* 192 (2021), 109891. doi: [10.1016/j.radphyschem.2021.109891](https://doi.org/10.1016/j.radphyschem.2021.109891) (*Citirano na strana: 89, 90*).
- [169] Mark Kamuda, Jifu Zhao, and Kathryn Huff. 'A comparison of machine learning methods for automated gamma-ray spectroscopy'. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 954 (2020). Symposium on Radiation Measurements and Applications XVII, 161385. doi: <https://doi.org/10.1016/j.nima.2018.10.063> (*Citirano na strani: 91*).
- [170] I. Antcheva et al. 'ROOT - A C++ Framework for Petabyte Data Storage, Statistical Analysis and Visualization'. *Computer Physics Communications* 180 (2011), 2499–2512. doi: [10.1016/j.cpc.2009.08.005](https://doi.org/10.1016/j.cpc.2009.08.005) (*Citirano na strani: 92*).
- [171] M.G. Scannavini et al. 'Computer simulation of charge trapping and ballistic deficit effects on gamma-ray spectra from CdTe semiconductor detectors'. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 353.1 (1994), 80–84. doi: [https://doi.org/10.1016/0168-9002\(94\)91607-1](https://doi.org/10.1016/0168-9002(94)91607-1) (*Citirano na strani: 94*).
- [172] Xinfei Li et al. 'A ballistic deficit correction method based on fixed-amplitude-ratio and its verification'. *The European Physical Journal Plus* 138 (2023). doi: [10.1140/epjp/s13360-023-04478-0](https://doi.org/10.1140/epjp/s13360-023-04478-0) (*Citirano na strani: 94*).
- [173] G. Lutter et al. 'A gamma-ray spectrometry analysis software environment'. *Applied Radiation and Isotopes* 134 (2018), 200–204. doi: <https://doi.org/10.1016/j.apradiso.2017.06.045> (*Citirano na strani: 94*).
- [174] Elliott D. Bloom and C. Peck. 'Physics with the Crystal Ball Detector'. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* 33 (1983), 143–197. doi: [10.1146/annurev.ns.33.120183.001043](https://doi.org/10.1146/annurev.ns.33.120183.001043) (*Citirano na strani: 94*).
- [175] H. Bateman. 'The solution of a system of differential equations occurring in the theory of radioactive transformations'. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, Mathematical and physical sciences* 15 (1910), 423–427 (*Citirano na strani: 96*).
- [176] International Atomic Energy Agency. *IAEA Safeguards Glossary*. IAEA safeguards glossary. International Atomic Energy Agency, 2002 (*Citirano na strani: 97*).
- [177] V. Fedchenko. *The New Nuclear Forensics: Analysis of Nuclear Materials for Security Purposes*. SIPRI monographs. Oxford University Press, 2015 (*Citirano na strani: 97*).
- [178] Michael Kristo. 'Nuclear Forensics'. *Handbook of Radioactivity Analysis* (2013), 1281–1304. doi: [10.1016/B978-0-12-384873-4.00021-9](https://doi.org/10.1016/B978-0-12-384873-4.00021-9) (*Citirano na strani: 97*).
- [179] *Nuclear Forensics in Support of Investigations*. Implementing Guides 2-G (Rev. 1). International Atomic Energy Agency, 2015 (*Citirano na strani: 97*).
- [180] Ian Bailiff, Sergey Sholom, and Stephen Mckeever. 'Retrospective and emergency dosimetry in response to radiological incidents and nuclear mass-casualty events: A review'. *Radiation Measurements* 94 (2016). doi: [10.1016/j.radmeas.2016.09.004](https://doi.org/10.1016/j.radmeas.2016.09.004) (*Citirano na strani: 97*).
- [181] G.F. Bassani, G.L. Liedl, and P. Wyder. *Encyclopedia of Condensed Matter Physics*. Encyclopedia of Condensed Matter Physics. Academic, 2005 (*Citirano na strani: 97*).
- [182] C. Furetta. *Handbook of Thermoluminescence*. EngineeringPro collection. World Scientific, 2003 (*Citirano na strani: 97*).
- [183] S.W.S. McKeever. *Thermoluminescence of Solids*. Cambridge Solid State Science Series. Cambridge University Press, 1985 (*Citirano na strani: 97*).
- [184] V. Pagonis, George Kitis, and Claudio Furetta. 'Numerical and Practical Exercises in Thermoluminescence' (2006), 1–208. doi: [10.1007/0-387-30090-2](https://doi.org/10.1007/0-387-30090-2) (*Citirano na strani: 97*).

- [185] D. Mesterházy et al. 'Accidental and retrospective dosimetry using TL method'. *Radiation Physics and Chemistry* 81 (2012), 1525–1527. doi: [10.1016/j.radphyschem.2011.11.051](https://doi.org/10.1016/j.radphyschem.2011.11.051) (*Citirano na strani: 97*).
- [186] Y.S. Horowitz. *Thermoluminescence and Thermoluminescent Dosimetry*. Thermoluminescence and Thermoluminescent Dosimetry. CRC Press, 1984 (*Citirano na strani: 97*).
- [187] Ambika Sahai Pradhan, J Lee, and J Kim. 'Recent Developments of Optically Stimulated Luminescence Materials and Techniques for Radiation Dosimetry and Clinical Applications'. *Journal of medical physics / Association of Medical Physicists of India* 33 (2008), 85–99. doi: [10.4103/0971-6203.42748](https://doi.org/10.4103/0971-6203.42748) (*Citirano na strani: 97*).
- [188] Stephen W.S. McKeever. 'Optically stimulated luminescence dosimetry'. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms* 184.1 (2001), 29–54. doi: [https://doi.org/10.1016/S0168-583X\(01\)00588-2](https://doi.org/10.1016/S0168-583X(01)00588-2) (*Citirano na strani: 97*).
- [189] S.W.S. McKeever. 'Optically stimulated luminescence: A brief overview'. *Radiation Measurements* 46.12 (2011), 1336–1341. doi: <https://doi.org/10.1016/j.radmeas.2011.02.016> (*Citirano na strani: 97*).
- [190] Eduardo Yukihara and Stephen Mckeever. *Optically Stimulated Luminescence: Fundamentals and Applications*. 2011 (*Citirano na strani: 97*).
- [191] Céline Bassinet et al. 'Retrospective radiation dosimetry using OSL of electronic components: Results of an inter-laboratory comparison'. *Radiation Measurements* 71 (2014). doi: [10.1016/j.radmeas.2014.03.016](https://doi.org/10.1016/j.radmeas.2014.03.016) (*Citirano na strani: 97*).
- [192] Liz Ainsbury et al. 'Retrospective dosimetry techniques for external radiation exposures'. *Radiation Protection Dosimetry* (2011) (*Citirano na strani: 97*).
- [193] H. Y. G oksu and I. K. Bailiff. 'Luminescence dosimetry using building materials and personal objects'. *Radiation Protection Dosimetry* 119.1-4 (2006), 413–420. doi: [10.1093/rpd/nci699](https://doi.org/10.1093/rpd/nci699) (*Citirano na strani: 97*).
- [194] E.L. Inrig, D.I. Godfrey-Smith, and C.L. Larsson. 'Fading corrections to electronic component substrates in retrospective accident dosimetry'. *Radiation Measurements* 45.3 (2010), 608–610. doi: <https://doi.org/10.1016/j.radmeas.2009.12.032> (*Citirano na strani: 98*).
- [195] S. W. S. McKeever, S. Sholom, and J. R. Chandler. 'Developments in the use of thermoluminescence and optically stimulated luminiscence from mobile phones in emergencz dosimetry'. *Radiation Protection Dosimetry* 192.2 (2021), 205–235. doi: [10.1093/rpd/ncaa208](https://doi.org/10.1093/rpd/ncaa208) (*Citirano na strani: 98*).
- [196] Janet Ayobami Ademola and Clemens Woda. 'Thermoluminescence of electronic components from mobile phones for determination of accident doses'. *Radiation Measurements* 104 (2017), 13–21. doi: <https://doi.org/10.1016/j.radmeas.2017.07.002> (*Citirano na strani: 98*).
- [197] C. Bassinet et al. 'Retrospective radiation dosimetry using OSL of electronic components: Results of an inter-laboratory comparison'. *Radiation Measurements* 71 (2014), 475–479. doi: <https://doi.org/10.1016/j.radmeas.2014.03.016> (*Citirano na strani: 98*).
- [198] Koen Beerten, Clemens Woda, and Filip Vanhavere. 'Thermoluminescence dosimetry of electronic components from personal objects'. *Radiation Measurements* 44.5 (2009). Proceedings of the 12th International Conference on Luminescence and Electron Spin Resonance Dating (LED 2008), 620–625. doi: <https://doi.org/10.1016/j.radmeas.2009.02.003> (*Citirano na strani: 98*).
- [199] J.I. Lee et al. 'Thermoluminescence of chip inductors and resistors in new generation mobile phones for retrospective accident dosimetry'. *Radiation Measurements* 105 (2017), 26–32. doi: <https://doi.org/10.1016/j.radmeas.2017.08.007> (*Citirano na strani: 98*).
- [200] S. Sholom and S.W.S. McKeever. 'Developments for emergency dosimetry using components of mobile phones'. *Radiation Measurements* 106 (2017), 416–422. doi: <https://doi.org/10.1016/j.radmeas.2017.06.005> (*Citirano na strani: 98*).

BIOGRAFIJA

Travar Miloš rođen je 9. jula 1993. u Novom Sadu. Osnovnu školu "Jovan Popović" završava u Novom Sadu, posle koje upisuje prirodno-matematički smer gimnazije "Jovan Jovanović Zmaj". Nakon završetka gimnazije 2012. godine upisuje osnovne akademske studije fizike, smer medicinska fizika, na departmanu za fiziku, Prirodno-matematički fakultet, Univerzitet u Novom Sadu. Posle osnovnih studija upisuje i master akademske studije 2017. godine na istoj katedri, smer nuklearna fizika, koje završava 2018. godine sa odbranom master rada pod naslovom "Priprema NICOLE opreme za LTNO eksperiment". Doktorske akademske studije upisuje 2018. godine takođe na katedri za nuklearnu fiziku Prirodno-matematičkog fakulteta. U periodu od 2019. do 2023. godine bio je stipendista Ministarstva nauke, prosvete i tehnološkog razvoja Srbije, angažovan kao doktorant na projektu pod brojem OI171002 naslova "Nuklearne metode istraživanja retkih događaja i kosmičkog zračenja".

Od maja 2023. godine zaposlen je na Institutu za fiziku, Univerzitet u Beogradu, kao istraživač-saradnik. Tokom master i doktorskih studija uključuje se u više različitih naučnih grupa u okviru kojih sprovodi svoja istraživanja. Od 2018. godine postaje član CERN-a, u okviru ISOLDE kolaboracije, gde radi na NICOLE eksperimentu. Takođe je bio dobitnik više ENEN stipendija (European Nuclear Education Network) u okviru kojih je sproveo istraživačke rade na institutima European Commission - Joint Research Centre u Belgiji i u Nemačkoj. Pored ovih kolaboracija član je i drugih naučnih grupa sa više različitih svetski priznatih instituta. Naučne oblasti kojima se bavi su γ -spektrometrija, Monte Karlo simulacije, nuklearna forenzika, radioekologija i druge. Tokom master i doktorskih studija učestvovao je na raznim internacionalnim školama i treninzima. Autor i koautor je više naučnih radova u međunarodnim časopisima koji su svojevrsno prezentovani na međunarodnim naučnim skupovima i konferencijama na kojima je učestvovao.



PLAN TRETMANA PODATAKA



autor - Miloš Travar

► NAZIV PROJEKTA/ISTRAŽIVANJA

Verifikacija simulacionih tehnika u izučavanju nuklearnih procesa

► NAZIV INSTITUCIJE/INSTITUCIJA U OKVIRU KOJIH SE SPROVODI ISTRaŽIVANJE

I: UNIVERZITET U NOVOM SADU, PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET, Novi Sad, Srbija - [Home page](#)

II: EUROPEAN COMMISSION - JOINT RESEARCH CENTRE, Karlsruhe, Nemačka - [Home page](#)

III: EK-CER CENTRE FOR ENERGY RESEARCH, Budimpešta, Mađarska - [Home page](#)

► NAZIV PROGRAMA U OKVIRU KOG SE REALIZUJE ISTRaŽIVANJE

DOKTORSKE STUDIJE (doktor nauka - fizika), doktorska disertacija

► 1. OPIS PODATAKA (A)

1.1 VRSTA STUDIJE:

Disertacijom su opisani fundamentalni koncepti Monte Karlo metode u transportu čestica kao i njene primene u raznovrsnim nuklearnim istraživanjima. Detaljno su opisani kodovi za transport i propagaciju čestica kao i osnove njihovih interakcija na kojima se ovi kodovi temelje, sa akcentom na GEANT4 simulacionom paketu. Ovim transportnim kodom demonstriran je detaljan proces implementacije Monte Karlo metode u optimizaciji poluprovodničkih detektora zračenja, validacije sa drugim dostupnim paketima putem kvantitativne analize uzoraka nepravilnih geometrija i nepoznatih matrica, generisanje realističnih γ -spektara kako prostijih tako i složenijih izvora, kao i potencijalne primene u okviru nuklearne forenzike.

1.2 VRSTA PODATAKA:

- a) KVANTITATIVNI
- b) KVALITATIVNI

1.3 NAČIN PRIKUPLJANJA PODATAKA:

- a) Ankete, upitnici, testovi:
- b) Kliničke procene, medicinski zapisi, elektronski zdravstveni zapisi:
- c) Genotipovi:
- d) Administrativni podaci:
- e) Uzorci tkiva:
- f) Snimci, fotografije: *γ -SPEKTRI, CAD/SIMULACIONI MODELI.*
- g) Tekst: [LITERATURA U FORMI DOSTUPNIH NAUČNIH PUBLIKACIJA](#).
- h) Mapa:
- i) Ostalo:

► 1. OPIS PODATAKA (B)

1.4 FORMAT PODATAKA, UPOTREBLJENE SKALE, KOLIČINA PODATA:

1.4.1 Upotrebljen softver i format datoteke:

- a) Excel fajl: **.xlsx, .cvs**
- b) SPSS fajl: **[X]**
- c) PDF fajl: **.pdf**
- d) Tekst fajl: **.txt, .mac**
- e) JPG fajl: **[X]**
- f) Ostalo: **.cc/C, .hh, .root, .CNF**

1.4.2 Broj zapisa (kod kvantitativnih podataka):

- a) Broj varijabli: **28 ISPITIVANIH RADIOAKTIVNIH UZORAKA.**
- b) Broj merenja: **VELIK BROJ MERENJA U RAZLIČITIM GEOMETRIJAMA.**

1.4.3 Ponovljena merenja:

- a) **DA [X]**
- b) Ne

Ukoliko je odgovor "Da" odgovoriti na sledeća pitanja:

- a) Vremenski razmak između ponovljenih merenja: **JEDAN DAN.**
- b) Varijable koje se više puta mere odnose se na: **γ -SPEKTRE ISPITIVANIH UZORAKA.**
- c) Nove verzije fajlova koji sadrže ponovljena merenja su imenovana: **SHODNO DATUMIMA MERENJA.**

Napomena: [NULL]

Da li formati i softver omogućavaju deljenje i dugoročnu validnost podataka (ako je odgovor "Ne" obrazložiti.):

- a) **DA [X]**
- b) Ne

► 2. PRIKUPLJANJE PODATAKA (A)

2.1 METODOLOGIJA ZA PRIKUPLJANJE/GENERISANJE PODATAKA:

2.1.1 U okviru kog istraživačkog nacrtu su podaci prikupljeni?

- a) Eksperiment: **LABORATORIJSKA MERENJA U KONTROLISANIM USLOVIMA.**
- b) Korelaciono istraživanje: **[X]**
- c) Analiza teksta: **ANALIZA DOSTUPNE PUBLIKOVANE NAUČNE LITERATURE.**
- d) Ostalo: **PISANJE I IZGRADNJA SIMULACIONIH KODOVA.**

2.1.2 Navesti vrste mernih instrumenata ili standarde podataka specifičnih za određenu naučnu disciplinu (ako postoje).

POLUPROVODNIČKI HPG E DETEKTORI.

2.2 KVALITET PODATAKA I STANDARDI:

2.2.1 Tretman nedostajućih podataka:

- a) Da li matrica sadrži nedostajuće podatke: Da **Ne [X]**

► 2. PRIKUPLJANJE PODATAKA (B)

Ukoliko je odgovor "DA" odgovoriti na sledeća pitanja:

- a) Koliki je broj nedostajućih podataka:
- b) Da li se korisniku matrice preporučuje zamena nedostajućih podataka: DA NE
- c) Ako je odgovor "DA", navesti sugestije za tretman zamene nedostajućih podataka.

2.2.2 Na koji način je kontrolisan kvalitet podataka?

STANDARDNIM ALATIMA DOSTUPNIH U OKVIRU KORIŠĆENIH SOFTVERSKE PAKETA.

2.2.3 Na koji način je izvršena kontrola unosa podataka?

STATISTIČKOM OBRADOM PODATAKA I KOMPARACIJOM SA REFERENTNOM LITERATUROM.

► 3. TRETMAN PODATAKA I PRATEĆA DOKUMENTACIJA

3.1 TRETMAN I ČUVANJE PODATAKA:

3.1.1 Disertacija će se nalaziti u repozitorijumu doktorskih disertacija Univerziteta u Novom Sadu.

3.1.2 URL: CRIS UNS Web page [\[\]](#)

3.1.3 DOI:

3.1.4 Da li će podaci biti u otvorenom pristupu:

- a) DA
- b) DA, ali posle embarga koji će trajati do
- c) NE

Ukoliko je odgovor "NE" navesti razlog:

Određeni podaci su deo specifičnog eksperimentalnog istraživanja i razvijanja simulacija sa poverljivim nuklearnim materijalima, dok su ostali podaci dostupni u okviru same disertacije.

3.1.5 Podaci neće biti deponovani u repozitorijumu, ali će biti čuvani (obrazloženje).

Disertacija će biti deponovana u repozitorijum doktorskih disertacija Univerziteta u Novom Sadu, dok će se podaci čuvati u okviru privatnih baza Instituta na kojima je sa ovim podacima rađeno.

3.2 METAPODACI I DOKUMENTACIJA PODATAKA:

3.2.1 Koji standard za metapodatke će biti primjenjen?

3.2.2 Navesti metapodatke na osnovu kojih su podaci deponovani u repozitorijum.

Ako je potrebno, navesti metode koje se koriste za preuzimanje podataka, analitičke i proceduralne informacije, njihovo kodiranje, detaljne opise varijabli, zapisa, itd.

3.3 STRATEGIJA I STANDARDI ZA ČUVANJE PODATAKA:

3.3.1 Do kog perioda će podaci biti čuvani u repozitorijumu?

Podaci neće biti čuvani u repozitorijumu.

3.3.2 Da li će podaci biti deponovani pod šifrom? DA NE

3.3.3 Da li će šifra biti dostupna određenom krugu istraživača? DA NE

3.3.4 Da li se podaci moraju ukloniti iz otvorenog pristupa posle izvesnog vremena? DA NE

► BEZBEDNOST PODATAKA I ZAŠTITA POVERLJIVIH INFORMACIJA

Ovaj odeljak MORA biti popunjeno ako vaši podaci uključuju lične podatke koji se odnose na učesnike u istraživanju. Za druga istraživanja treba takođe razmotriti zaštitu i sigurnost podataka.

4.1 FORMALNI STANDARDI ZA SIGURNOST INFORMACIJA/PODATAKA:

Istraživači koji sprovode ispitivanja sa ljudima moraju da se pridržavaju Zakona o zaštiti podataka o ličnosti (https://www.paragraf.rs/propisi/zakon_o_zastiti_podataka_o_licnosti.html) i odgovarajućeg institucionalnog kodeksa o akademskom integritetu.

4.1.2 Da li je istraživanje odobreno od strane etičke komisije? Da

Ukoliko je odgovor "Da" navesti datum i naziv etičke komisije koja je odobrila istraživanje

4.1.3 Da li podaci uključuju lične podatke učesnika u istraživanju? Da

Ukoliko je odgovor "Da" navedite na koji način ste osigurali poverljivost i sigurnost informacija vezanih za ispitanike:

- a) Podaci su u otvorenom pristupu
- b) Podaci su anonimizirani
- c) Ostalo

► 5. DOSTUPNOST PODATAKA

5.1 Podaci će biti:

- a) Javno dostupni:
- b) Dostupni samo uskom krugu istraživača:
- c) Zatvoreni:

5.2 Ako su podaci dostupni samo uskom krugu

istraživača, navesti pod kojim uslovima mogu da ih koriste.

5.3 Ako su podaci dostupni samo uskom krugu

istraživača, navesti na koji način mogu pristupiti podacima.

5.4 Navesti licencu pod kojom će prikupljeni podaci biti arhivirani:

- AUTORSTVO / NEKOMERCIJALNO / BEZ PRERADE.

► 6. ULOGE I ODGOVORNOST

6.1 Navesti ime i prezime i mejl adresu vlasnika (autora) podataka:

- MILOŠ TRAVAR /  e-mail: mtravar@ipb.ac.rs

6.2 Navesti ime i prezime i mejl adresu osobe koja održava matricu s podacima:

- MILOŠ TRAVAR /  e-mail: mtravar@ipb.ac.rs

6.3 Navesti ime i prezime i mejl adresu osobe koja omogućuje pristup podacima drugim istraživačima:

- MILOŠ TRAVAR /  e-mail: mtravar@ipb.ac.rs